

## T Transformatoren und Generatoren

### T1 Synchronmaschinen

#### T1.1 Funktionsweise und Aufbau von Synchronmaschinen

Der Läufer besteht aus einem massiven oder geblechten Eisenkörper auf der rotierenden Welle und hat ein konstantes Magnetfeld mit z. B. zwei Polen, das über Permanentmagnete („Permanenterregung“) oder mit Gleichstrom erregte Spulen („elektrische Erregung“) erzeugt wird (Bild T1.1-1). Bei der elektrischen Erregung erregt der Feld-Gleichstrom  $I_f$  dieses Läufergleichfeld, das relativ zum Läufer ruht. Der Ständer besteht aus einem zylindrischen Eisenblechpaket (axiale Länge  $l_{Fe}$ , Außen-/Innendurchmesser  $d_{sa}$ ,  $d_{si}$ ) und hat wie die Asynchronmaschine eine i. A. dreisträngige „Drehfeldwicklung“ (Stränge U-X, V-Y, W-Z), die in Ständernuten liegt (Bild T1.1-2) und vom Drehstromnetz gespeist wird. Das dort fließende dreiphasige Ständer-Drehstromsystem  $I_s$  (Effektivwert, Frequenz  $f_s$ ) erregt das zum Läuferfeld in der Polzahl passende z. B. zweipolige Drehfeld. Es muss für eine Drehmomentbildung wie bei der Asynchronmaschine Läuferpolzahl und Ständerpolzahl gleich groß sein. Während sich bei der Asynchronmaschine mit Kurzschlusskäfig im Läufer automatisch die Polzahl des induzierenden Ständerfelds einstellt, muss bei der Synchronmaschine konstruktiv für die gleiche Polzahl gesorgt werden. Das Läufermagnetfeld ist mit den Ständerspulen über den Luftspaltweg  $\delta$  magnetisch verkettet und dreht mit der Läuferdrehzahl  $n$  („Läuferdrehfeld“). Die tangentialen *Lorentz*-Kräfte des Läufermagnetfelds auf stromdurchflossenen Leiter der Ständerwicklung bewirken das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$ , das im Motorbetrieb den Läufer synchron (griech.: „gleich schnell“) mit dem Ständerdrehfeld mitzieht. Dabei läuft die Läuferfeldachse um einen konstanten Winkel („Polradwinkel“) der Drehfeldachse des rotierenden Summenfelds aus Läufer- und Ständerfeld nach. Der Läufer kann nun sein Drehmoment auf eine Lastmaschine (z. B. Pumpe) übertragen. Im Generatorbetrieb muss die Läuferfeldachse vor der Drehfeldachse um den entsprechenden lastabhängigen Polradwinkel vorlaufen. Dazu muss der Läufer mechanisch durch eine Turbine angetrieben werden. Das nachlaufende Drehfeld übt auf den Läufer daher ein bremsendes elektromagnetisches Drehmoment aus. In den genuteten Polschuhen der Läuferpole ist häufig ein Kurzschlusskäfig als **Dämpferkäfig** angeordnet (Bild T1.1-3), der im Synchronlauf stromlos ist, da sich Ständerdrehfeld und Käfig gleich schnell, also synchron drehen, so dass keine induzierende Flussänderung im Käfig auftritt. Dieser Dämpferkäfig dämpft Drehzahlschwankungen des Läufers, die nach jeder Laständerung transient auftreten, weil er dann induziert wird, so dass dort ein Käfigstrom fließt, der die Drehzahlschwankung dämpft. Wenn der Käfig große Stabquerschnitte hat, kann er auch als **Anlaufkäfig** den Synchronmaschinenläufer asynchron von Drehzahl Null auf Synchrondrehzahl hoch antreiben, da Käfigströme und Drehfeld ein Anlaufmoment bilden.

#### **Einsatzgebiete von Synchronmaschinen als Generatoren:**

Synchronmaschinen werden sehr häufig als Kraftwerksgeneratoren direkt am Netz mit konstanter Statorfrequenz  $f_s$  betrieben. Sie sind DER Standard-Stromerzeuger bis hin zu größten Einheitsleistungen von ca. 2000 MVA (z. B. im Kernkraftwerk *Olkiluoto/Finnland*), da sie sowohl kapazitiv als auch induktiv betrieben werden können. Als kapazitiv wirksame Betriebsmittel können sie die im Netz überwiegend induktive Blindleistung (z. B. durch Asynchronmotoren, Transformatoren ...) kompensieren.

#### **Aufbau von Synchronmaschinen:**

Der **Ständer (Stator)** der Synchronmaschine trägt in Nuten eine verteilte Drehstromwicklung wie bei der Asynchronmaschine. Der **Läufer (Rotor, Polrad)** trägt entweder

Permanentmagnete (i. A. bei kleinen Maschinen) oder eine gleichstromgespeiste Erregerwicklung (Läuferwicklung, Polradwicklung) (i. A. bei größeren Maschinen). Die Speisung dieser Wicklung erfolgt mit einer Gleichspannung (Erregerspannung  $U_f$ ) z. B. aus Gleichrichtern und prägt über zwei Schleifringe mit Kohlebürsten als Gleitkontakten den Feldstrom  $I_f$  in die Läuferwicklung ein (Bild T1.1-4a). Man unterscheidet bei der elektrisch erregten Läuferwicklung **zwei Läuferbauarten**, den *Vollpolläufer* und den *Schenkelpolläufer* (Bild T1.1-1).

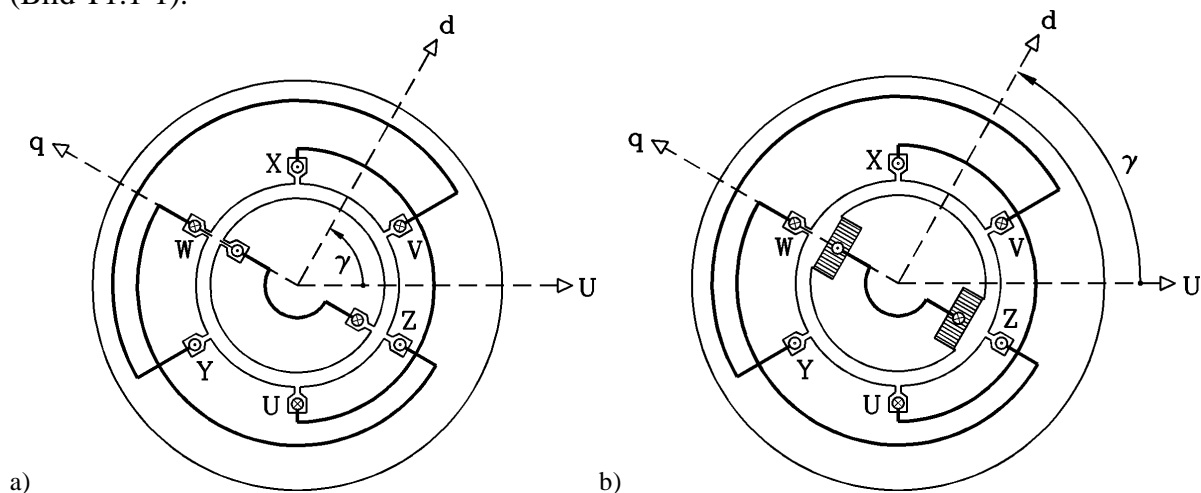


Bild T1.1-1: Bauarten von Synchronmaschinen (hier dargestellt für die einfachste Konfiguration mit der Polzahl  $2p = 2$ , Stator-Wicklungsstrangzahl  $m_s = 3$  (U, V, W), einer Spule je Pol und Strang  $q_s = 1$ , Rotor-Wicklungsstrangzahl  $m_r = 1$ ): a) Vollpolmaschine mit Läuferdrehwinkel  $\gamma$ , Läuferfeldachse  $d$  (Längsachse), Läuferpolnutenachse  $q$  (Querachse), b) Schenkelpolmaschine.

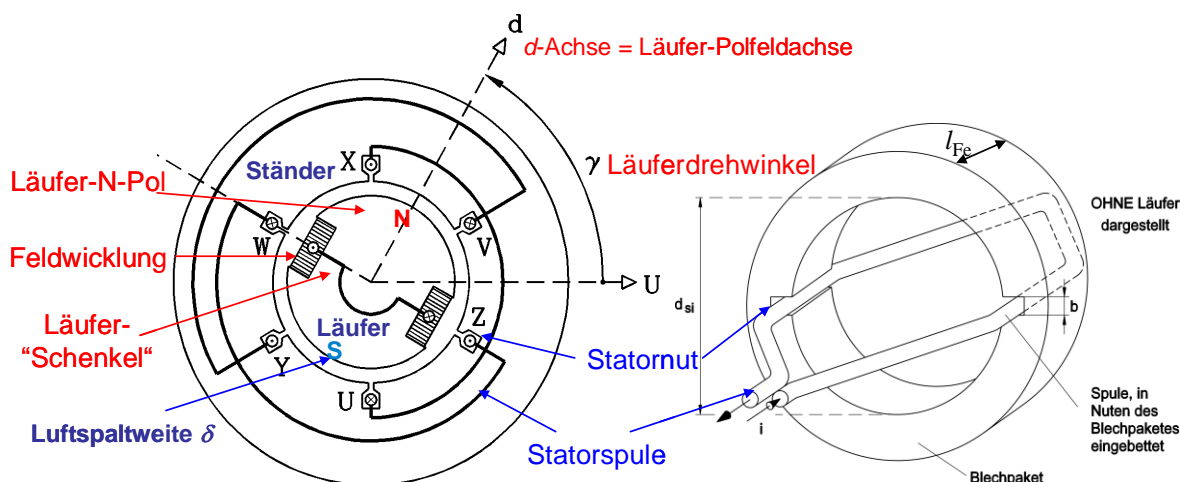
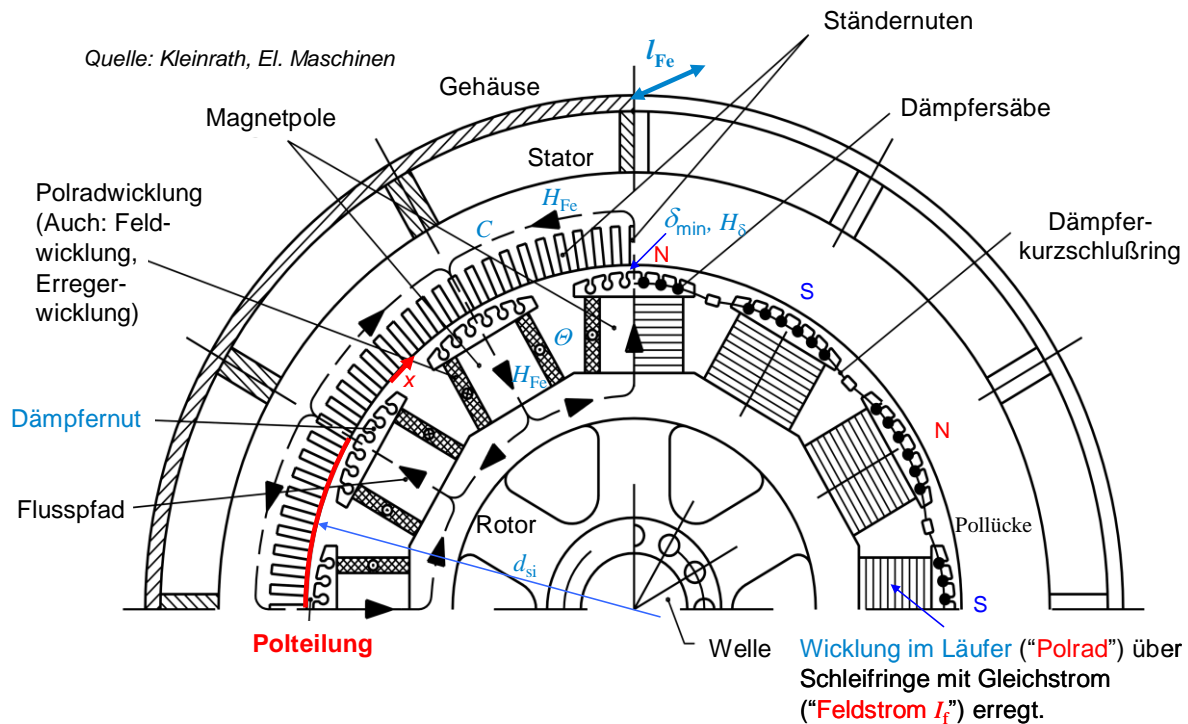


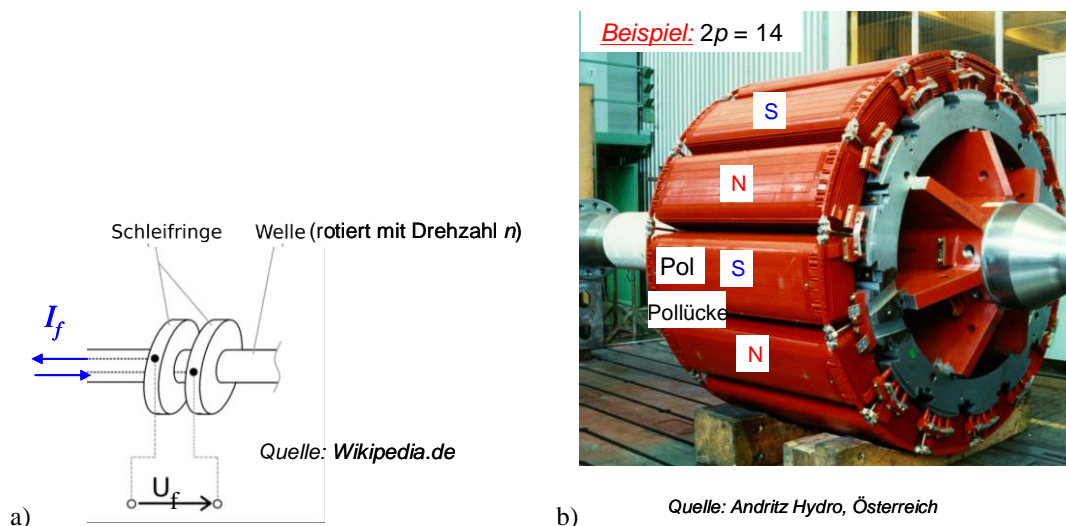
Bild T1.1-2: Lage einer Statorspule am Beispiel einer Schenkelpolmaschine ( $2p = 2$  Pole,  $m_s = 3$  Stränge: U-X, V-Y, W-Z, Statornutzahl  $Q_s = 6$ ).

Dementsprechend unterscheiden wir Vollpol- und Schenkelpol-Synchronmaschinen. Bei den Vollpolmaschinen liegt die Erregerwicklung des Läufers in verkeilteten Nuten und ist gegen hohe Fliehkräfte gut geschützt. Die Vollpolmaschinen werden folglich als schnell drehende Generatoren mit Drehzahlen 1500/min und 3000/min in thermischen Kraftwerken eingesetzt, wo sie durch die schnell drehenden Dampf- bzw. Gasturbinen angetrieben werden. Die Schenkelpolläufer mit ihren konzentrischen Erregerspulen um die ausgeprägten Läuferpole sind für geringere Fliehkräfte ausgelegt. Daher werden Schenkelpol-Synchronmaschinen bevorzugt mit Polzahlen ab der Polzahl 6 für die langsamer drehenden Wasserkraftturbinen als Generatoren eingesetzt. Wir behandeln in der Folge diese Schenkelpolmaschinen mit vereinfachter Betrachtungsweise, so dass deren el. Ersatzschaltbild auch für die Vollpolmaschinen gültig ist. Der Läufer („Polrad“) von Schenkelpol-Synchronmaschinen

besitzt  $2p$  Schenkelpole (Bilder T1.1-1b, T1.1-4b), die von der Polradwicklung mit Gleichstrom erregt werden. Schenkelpole werden überwiegend für hochpolige Synchronmaschinen ( $2p \geq 4$ ) verwendet (Bilder T1.1-2 u. T1.1-3), da dann die Drehzahlen und Fliehkräfte niedriger sind und die mechanisch aufwändige Einzelpolbefestigung und Wicklungsfixierung einfacher und kostengünstiger zu realisieren sind. Die Luftspaltweite ist nicht konstant, sondern weitet sich wie bei Gleichstrommaschinen in der Pollücke stark auf. Der Luftspalt ist in der Polmitte am kleinsten ( $\delta_{\min}$ , Bild T1.1-3; die größere Statornutzahl wird in T1.2 erklärt).



**Bild T1.1-3:** Axialschnitt der oberen Hälfte einer 12-poligen Schenkelpol-Synchronmaschine mit den bezeichneten Maschinenteilen. Die Feldlinien des Hauptflusses sind gestrichelt dargestellt [Kle].



**Bild T1.1-4:** a) Schleifringe zur Einspeisung des Erreger-Gleichstroms  $I_f$  in die mit der Welle rotierende Feldwicklung. Zwei ruhende Kohle-„Bürsten“ kontaktieren zwei rotierende Schleifringe. b) 14-poliger Schenkelpolläufer für ca. 50 MW (Andritz Hydro, Österreich).

Die Polspulen werden in Serie zu einer Erregerwicklung (= ein Wicklungsstrang  $m_r = 1$ ) geschaltet. Das mit der Drehzahl  $n$  rotierende Polrad erzeugt mit seinen  $2p$  Polen bezüglich

der ruhenden Dreiphasen-Statorwicklung  $f = n \cdot p$  Polwechsel, so dass mit dieser Frequenz (T1.1-1) eine Änderung der Flussverkettung des Läuferfelds mit den Statorwicklungsspulen auftritt. Folglich wird in diese Spulen gemäß dem *Faraday'schen* Induktionsgesetz eine  $f$ -frequente Wechselspannung je Phase induziert, die der Netzfrequenz  $f_{\text{Netz}}$  entsprechen muss. Dies wird durch die Drehzahlregelung der antreibenden Turbinen mit  $n = n_{\text{syn}}$  sichergestellt.

$$f = n \cdot p \Rightarrow n_{\text{syn}} = f_{\text{Netz}} / p \quad (\text{T1.1-1})$$

### Beispiel T1.1-1:

*Schenkelpol-Synchronmaschine als Flusskraftwerksgenerator:*

Im **Flusskraftwerk** sind nur geringe Stauhöhen möglich. Daher ist der Wasserdruck in der Turbine niedrig, die Wasserturbinen drehen langsam, der Volumenstrom durch die Turbine ist wegen der Breite des Flusses i. A. aber hoch. Zum Einsatz kommen langsam drehende *Kaplan-* und *Francis-*Wasserturbinen mit Drehzahlen zwischen typisch 80/min bis 400/min (Kap. P). Um bei dieser niedrigen Drehzahl Spannungen mit 50 Hz in der Ständerwicklung der Kraftwerksgeneratoren zu induzieren, müssen diese hochpolig sein, z. B.:  $f_s = 50$  Hz,  $n = 300/\text{min} = 5/\text{s}$ , Polzahl  $2p = 2 \cdot f_s / n = 2 \cdot 50/5 = \underline{20}$ .

### Beispiel T1.1-2:

*Schenkelpol-Synchrongenerator im Speicherkraftwerk:*

In **Speicherkraftwerken** herrscht auf Grund der großen Stauhöhe des Wassers ein hoher Gefälledruck in der Turbine, so dass diese rasch dreht. Dafür ist der Volumenstrom in der Turbine eher klein. Zum Einsatz kommen schnell drehende *Pelton-*Wasserturbinen mit Drehzahlen zwischen typisch 500/min bis 1000/min (Kap. P). Dazu passende Schenkelpol-Synchrongeneratoren sind niederpolig (Bild T1.1-4b), z. B. für  $f_s = 3333$  Hz (*USA, Japan ...*):  $n = 900/\text{min} = 15/\text{s}$ , Polzahl  $2p = 2 \cdot f_s / n = 2 \cdot 3333/15 = \underline{8}$ .

	$2p$	-	2	4	6	8	10	12	14 ...
$f_s = 50$ Hz	$n_{\text{syn}}$	1/min	3000	1500	1000	750	600	500	428.6 ...
$f_s = 60$ Hz	$n_{\text{syn}}$	1/min	3600	1800	1200	900	720	600	514.2 ...

Tabelle T1.1-1: Typische Synchrondrehzahlen bei den Statorfrequenzen  $f_s = 50$  Hz bzw. 60 Hz.

## T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

### a) Polradspannung:

Wird in Bild T1.1-3 eine geschlossene  $B$ -Feldlinie als Kurve  $C$  für die Anwendung des Durchflutungssatzes verwendet, welche die Erregerdurchflutung  $2N_{f,\text{Pol}}I_f$  zweier benachbarter Pole umschlingt, so ergibt dies bei Vernachlässigung der geringen magnetischen Feldstärke im Eisen  $H_{\text{Fe}} \approx 0$  und Berücksichtigung des minimalen Luftspalts in Polmitte  $\delta_{\text{min}}$  die maximale Luftspaltfeldstärke und Luftspaltflussdichte in Polmitte  $H_{\delta,p}$  und  $B_{\delta,p}$ .

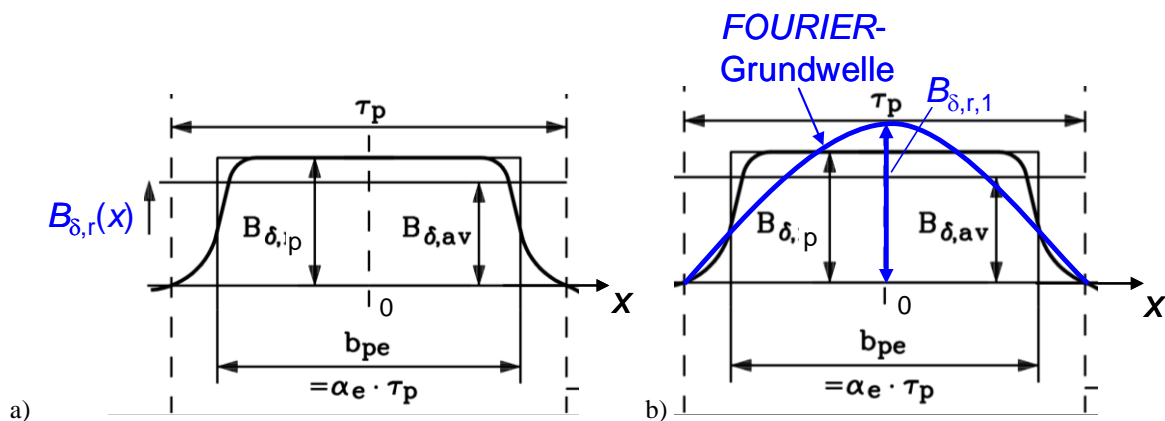
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx 2 \cdot H_{\delta,p} \cdot \delta_{\text{min}} = 2 \cdot N_{f,\text{Pol}} \cdot I_f \Rightarrow B_{\delta,p} = \mu_0 \cdot N_{f,\text{Pol}} \cdot I_f / \delta_{\text{min}} \quad (\text{T1.2-1})$$

Der Läuferfluss pro Pol  $\Phi_p$  wird analog aus der Verteilung der Flussdichte-Radialkomponente pro Pol im Luftspalt  $B_{\delta,p}(x)$  gemäß (T1.2-2) berechnet. Da die Schenkelpole eine glockenförmige Luftspaltdichte-Verteilung  $B_{\delta,p}(x)$  hervorrufen, wird eine „ideelle Polbedeckung“  $\alpha_e$  definiert (Bild T1.2-1). Mit der Polteilung  $\tau_p$ , der axiale Maschinenlänge  $l_{\text{Fe}}$ , der maximale Flussdichte  $B_{\delta,p}$  des Läuferfelds in Polmitte und der Strangwindungszahl  $N_s$  der Ständerwicklung erhalten wir den Läuferfluss pro Pol  $\Phi_p$  und die Flussverkettung je Ständerwicklungsstrang  $\Psi_p$  (T1.2-2).

$$\Phi_p = l_{Fe} \cdot \int_0^{\tau_p} B_{\delta,p}(x) dx = \alpha_e \cdot \tau_p \cdot l_{Fe} \cdot B_{\delta,p}, \quad \Psi_p = N_s \Phi_p. \quad (T1.2-2)$$

Das Läuferfeld wird über  $B_{\delta,p}(I_f)$  vom Läufer-Gleichstrom  $I_f$  erregt und ist mit den Spulen jedes Wicklungsstrangs der Ständerwicklung gemäß  $\Psi_p = N_s \Phi_p$  verkettet. Das mit der Drehzahl  $n_{syn}$  rotierende Polrad bewirkt eine annähernd sinusförmige zeitliche Änderung dieser Flussverkettung  $\Psi_p(t) = N_s \Phi_p(t) = N_s \Phi_p \cdot \sin(2\pi \cdot f_s \cdot t)$ , so dass die komplexe Rechnung mit der Frequenz  $f_s = n_{syn} \cdot p = \omega_s / (2\pi)$  verwendet wird. Es wird in der Ständerwicklung je Strang mit  $f_s$  die Sinusspannung („**Polradspannung**“)  $U_p$  als „innere“ Quellenspannung  $u_p = -u_i$  der Statorwicklung je Strang induziert:  $u_p(t) = d\Psi_p(t)/dt$ . Bei Änderung des Feldstroms  $I_f$  ändert sich die **Polradspannung**  $U_p$ . Die Größen  $\Phi$  und  $\Psi$  bezeichnen Scheitelwerte, die den Sättigungszustand der flussführenden Eisenteile festlegen.

$$u_p(t) = \omega_s N_s \Phi_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t) = \sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t), \quad \boxed{U_p = j\omega_s \cdot N_s \underline{\Phi}_p / \sqrt{2}} \quad (T1.2-3)$$



**Bild T1.2-1:** Läuferfeldverteilung der Radial-Flussdichtekomponente im Luftspalt für einen Pol. Die Verteilung ist nicht sinusförmig, enthält aber die *Fourier*-Grundwelle (Wellenlänge  $2\tau_p$ ), die zur Sinusspannung  $U_p$  führt.

### Beispiel T1.2-1:

*Spannungsinduktion je Strang bei der Ständerwicklung von Bild T1.1-1:*

Wir betrachten den einfachsten Fall einer Spule je Pol und Strang im Stator  $q_s = 1$ . Die Windungszahl je Strang  $N_s$  ist daher die Spulenwindungszahl  $N_c$ , da nur eine Spule je Strang vorhanden ist. Die annähernd sinusförmig zeitlich sich ändernde Verkettung des Läuferflusses mit Spule U ist  $\Psi_{p,U}(t) = N_s \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi \cdot f_s \cdot t)$ .

Die Verkettungen mit den Strängen V und W sind wegen der räumlich versetzten Anordnung um  $2\tau_p/3$  und  $4\tau_p/3$  um  $120^\circ$  bzw.  $240^\circ$  phasenverschoben (Bild T1.2-2):

$$\Psi_{p,V}(t) = N_s \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi \cdot f_s \cdot t - 2\pi/3), \quad \Psi_{p,W}(t) = N_s \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi \cdot f_s \cdot t - 4\pi/3).$$

Die induzierte Sinusspannung je Strang  $u_i(t)$  bei offener Ständerwicklung („Leerlauf“) und rotierendem Läufer ist die negative Polradspannung  $u_i(t) = -u_p(t)$ .

Strang U:

$$u_{i,U}(t) = -d\Psi_{p,U}(t)/dt = -\omega_s \cdot N_s \cdot \Phi_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t) = -\sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$$

Strang V:

$$u_{i,V}(t) = -d\Psi_{p,V}(t)/dt = -\omega_s \cdot N_s \cdot \Phi_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t - 2\pi/3) = -\sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t - 2\pi/3)$$

Strang W:

$$u_{i,W}(t) = -d\Psi_{p,W}(t)/dt = -\omega_s \cdot N_s \cdot \Phi_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t - 4\pi/3) = -\sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t - 4\pi/3)$$

$$U_p = \sqrt{2} \pi \cdot f_s \cdot N_s \cdot \Phi_p \quad (\text{vgl. T1.2-3}) \quad (\text{T1.2-4})$$

**Fazit:**

Das rotierende magnetisierte Polrad induziert in der Ständerwicklung das Drehspannungssystem der Polradspannung mit den jeweils um  $120^\circ$  phasenversetzten Polrad-Strangspannungen mit dem Effektivwert  $U_p = \omega_s \cdot N_s \Phi_p / \sqrt{2}$ .

Beispiel T1.2-2: Statorwicklung einer zweipoligen Synchronmaschine (Bild T1.2-2):

Stator-„Lochzahl“ = Anzahl an Nuten je Pol und Strang:  $q_s = \frac{Q_s}{2p \cdot m} = \frac{6}{2 \cdot 3} = 1$ .

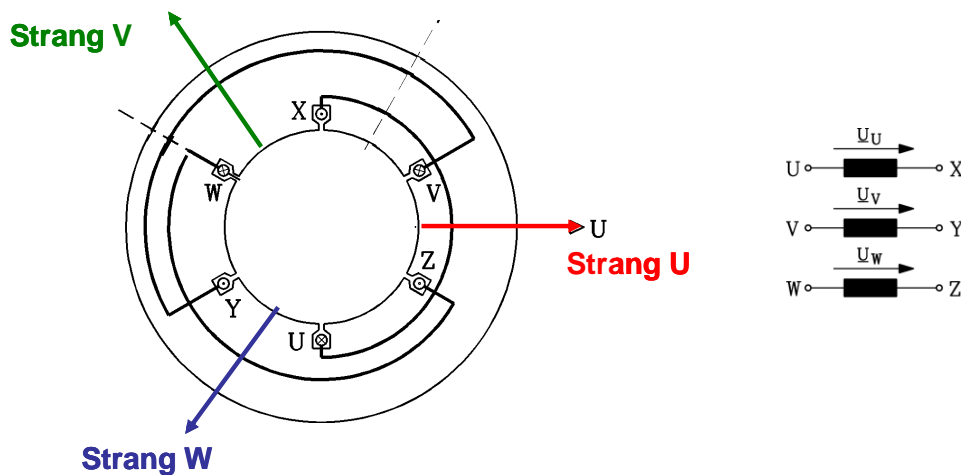


Bild T1.2-2: Räumlich um  $120^\circ$  versetzte Wicklungsstränge ( $m_s = 3$ , U-X, V-Y, W-Z): Der räumliche Versatz entlang des Umfangs führt zum zeitlichen  $120^\circ$ -Versatz der induzierten Spannungen (Beispiel T1.2-1).

Beispiel T1.2-3: Wie Bsp. T1.2-2, jedoch Stator-„Lochzahl“  $q_s = 3$  (Bild T1.2-3)!

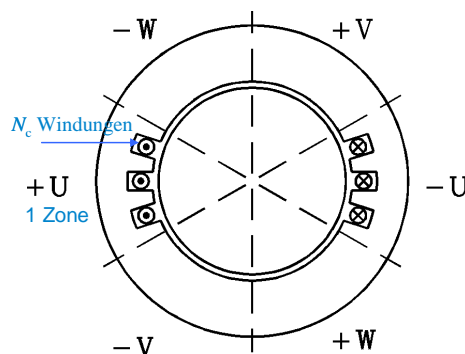


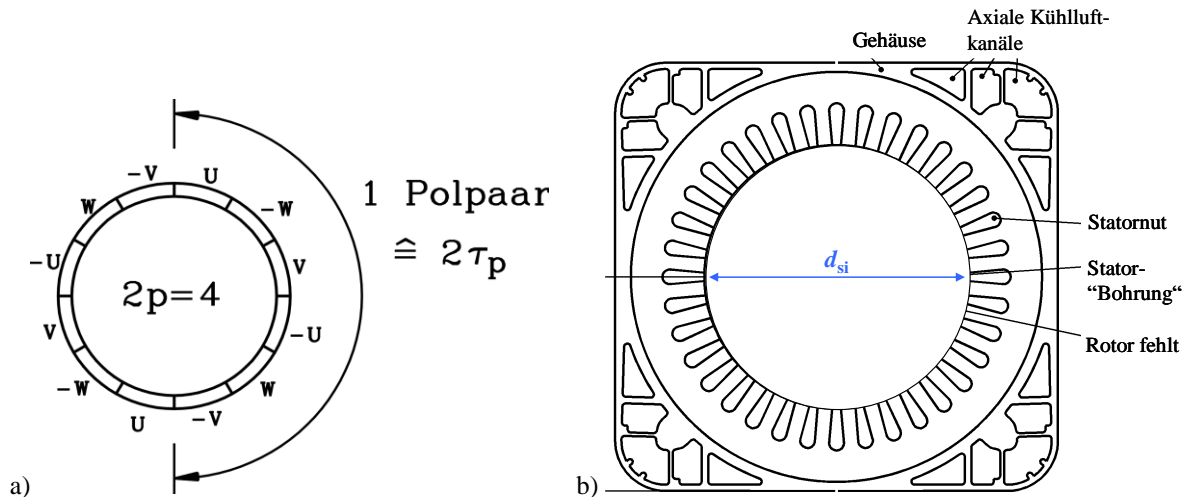
Bild T1.2-3: Spulenseiten in den Strang U zugeordneten „Wicklungszonen“ +U, -U: Auf eine Zone entfallen jeweils  $q_s = 3$  Nuten, in denen die Spulenseiten einer Spulengruppe liegen. Die Spulengruppe umfasst drei Spulen in Serie. Jede Spule hat  $N_c$  Windungen. Entlang eines Polpaars (hier der gesamte Umfang,  $2p = 2$ ) ergeben sich sechs Zonen für die drei Stränge mit Hinleitern +U, +V, +W und Rückleitern -U, -V, -W.

Um nicht zu große Statornuten zu erhalten, werden häufig statt einer großen Nut mehrere kleinere Nuten je Wicklungszone ausgeführt (Bild T1.2-3). Die daher kleineren Spulen in diesen Nuten sind in Serie geschaltet und bilden eine Spulengruppe. Die Nutbreite und damit der Einfluss der Nutöffnungen auf das Luftspalt-Magnetfeld werden durch die höhere

Lochzahl  $q_s$  verringert. Jede Spule innerhalb der Spulengruppe umfasst  $N_c \geq 1$  Windungen. Auf eine Spulengruppe entfallen damit  $q \cdot N_c$  Windungen.

**Beispiel T1.2-4:** Stator-Wicklungsanordnung für  $2p = 4$  Pole (Bild T1.2-4):

Die sechs Zonen je Polpaar (Beispiel T1.2-3) werden entlang des Umfangs  $p$ -mal (hier: 2-mal) angeordnet. Dies ergibt  $2p (=4)$  Pole, passend zur  $2p (=4)$  nicht gezeigten Läuferpolen.



**Bild T1.2-4:** a) Schematische Darstellung der Zonen entlang des Umfangs für eine Polzahl  $2p = 4$ . b) Ständer für eine 4-polige Wicklungsanordnung mit einer Ständernutzzahl  $Q_s = 2p \cdot m \cdot q = 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$  (Quelle: Siemens AG, Deutschland).

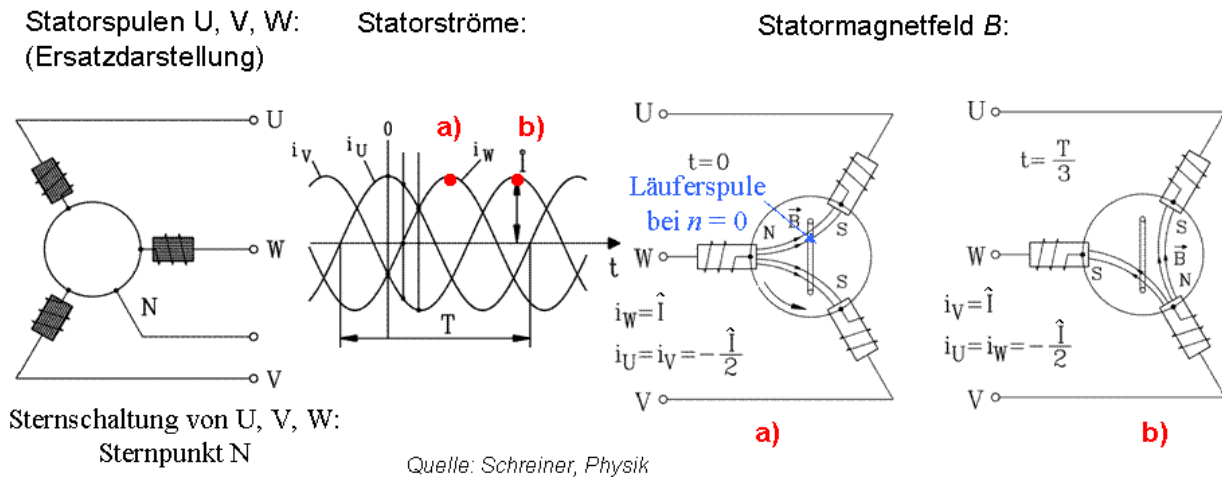
### b) Stator-Drehmagnetfeld:

Im Folgenden wird vereinfacht jeder Wicklungsstrang U, V, W durch je eine einzige Spule ersetzt ( $N_s = N_c$ ). In den drei räumlich um je ein Drittel des Umfangs versetzten Statorspulen U, V, W fließen die vom Drehstromnetz eingespeisten drei Ströme  $i_U, i_V, i_W$  (Drehstromsystem mit drei Strangströmen  $i_s$ ). Die von den drei Strangströmen erregten Einzel-Magnetfelder  $B_U, B_V, B_W$  pulsieren im Stator mit der Frequenz  $f_s = f$ . Die Ströme in den drei Spulen U, V, W sind als Stromfolge  $i_U, i_V, i_W$  oder  $i_U, i_W, i_V$  zeitlich zueinander um je ein Drittel der Schwingungsperiode  $T = 1/f$  versetzt. Das von  $i_U, i_V, i_W$  gemeinsam erregte Stator-Magnetfeld  $B_s$  als Summenwirkung der drei Einzelfelder  $B_U, B_V, B_W$  ändert seine Richtung durch Drehung bei konstanter Feldamplitude, wie Bild T1.2-5 anschaulich zeigt. Dieses mit Synchronzahl  $n_{syn}$  drehende Drehfeld  $B_s$  heißt Statorfeld.

Die Phasenfolge legt die Drehrichtung des Drehfelds fest. Die mathematisch positive Läufer-Drehrichtung (Gegenuhrzeigersinn) wird als „Linkslauf“ bezeichnet. Sie ergibt sich mit der Phasenfolge U-V-W ( $I_{sU} - I_{sV} - I_{sW}$ ). Der Läufer-„Rechtslauf“ im Uhrzeigersinn bei Blick von vorne auf die Läuferwelle ergibt sich durch Vertauschen zweier Phasen, beispielsweise bei der Phasenfolge U-W-V ( $I_{sU} - I_{sW} - I_{sV}$ ). Zur Bildung eines zeitlich konstanten Drehmoments muss die Drehrichtung des Läufer-Polrads und des Ständerdrehfelds identisch sein. Die Phasenfolge der Polradspannung und des Ständer-Drehstromsystems sind dann identisch.

Weil das von den Ständerströmen erregte Drehmagnetfeld  $B_s$  in Bezug auf die Statorspulen und das Statoreisen ein Wechselfeld darstellt, tritt eine Selbstinduktionsspannung in den Ständerspulen  $u_{s,s}(t)$  auf, die mit der Ständerwicklungselbstinduktivität  $L_d$  je Strang berechnet wird:  $u_{s,s} = L_d \cdot di_s/dt$ . Darüber hinaus tritt eine unerwünschte Induktionsspannung im Ständereisen auf, die dort Wirbelströme treibt und damit Wirbelstromverluste  $P_{Ft}$  im Eisen hervorruft. Diese unerwünschte Verlustwärme wird durch das Unterbrechen der Wirbelstromschleifen wirksam verringert. Deshalb ist der Stator-Eisenkörper aus ca. 0.5 mm

dünnen, elektrisch isolierten Eisenblechen als Blechpaket aufgebaut. Infolge des mit  $f$  periodischen Ummagnetisierens des Ständerblechpakets treten auch Hystereseverluste  $P_{Hy}$  als weitere unerwünschte Verlustwärme auf, weil die  $B(H)$ -Hysterese-Schleife des verwendeten Eisenblechs periodisch durchlaufen wird. Diese Verluste werden durch den Einsatz von Silizium-haltigen Eisenblechen mit schmaler  $B(H)$ -Hystereseschleife verringert.



**Bild T1.2-5:** Entstehung des Stator Drehfelds: Die räumlich um  $120^\circ$  entlang des Umfangs versetzten Spulen der drei Stränge U, V, W werden mit zeitlich um  $T/3$  versetzten Strömen gespeist. Das zum Zeitpunkt a) entlang der Achse von Strang W orientierte Feld (Strangstrom  $i_W$  maximal) hat sich zum späteren Zeitpunkt b) in die Strang V zugeordnete Achse bei gleicher Amplitude gedreht (Strangstrom  $i_V$  maximal) = „Drehfeld“.

Gemäß Bild T1.2-5 rotiert bei  $f = \text{konst.}$  das durch die Ständerströme erregte Stator-Magnetfeld mit derselben Drehzahl  $n$  (Synchrondrehzahl) wie der Rotor. Im Bezugssystem des drehenden Rotors stellt das Stator-Magnetfeld ein Gleichfeld dar; die Läuferwicklung wird daher nicht induziert. Aus demselben Grund kann das Läuferisen massiv ausgeführt werden, weil das Rotoreisen einem Gleichfeld ausgesetzt ist (im Läuferisen  $P_{Ft} = 0$ ,  $P_{Hy} = 0$ ).

### c) Ständerspannungsgleichung:

Die drei Stränge U-X, V-Y, W-Z der Ständerwicklung können entweder in Stern oder Dreieck geschaltet werden. Bei Generatoren wird die **Sternschaltung** bevorzugt, weil dann kein parasitärer Nullstrom fließen kann (siehe Abschnitt T2). Die Ständerwicklung wird an das Drehspannungssystem des Netzes mit der Netzspannung  $U_s$  je Strang (bei  $f_s = f_{\text{Netz}}$ ) angeschlossen. Allgemein gilt je Strang als *ohm'sch-induktiver* Kreis mit der Flussverkettung je Strang  $\psi$  und dem Wicklungs-Strangwiderstand  $R = R_s$  (T1.2-5). Die Flussverkettung  $\psi$  wird aufgetrennt in die Verkettung des Läuferfelds mit dem Ständer-Wicklungsstrang  $\psi_p$  (T1.2-2) und in die Verkettung  $\psi_s = L_d \cdot i_s$  des Ständerdrehfelds mit dem Ständerwicklungsstrang (Bild T1.2-6).

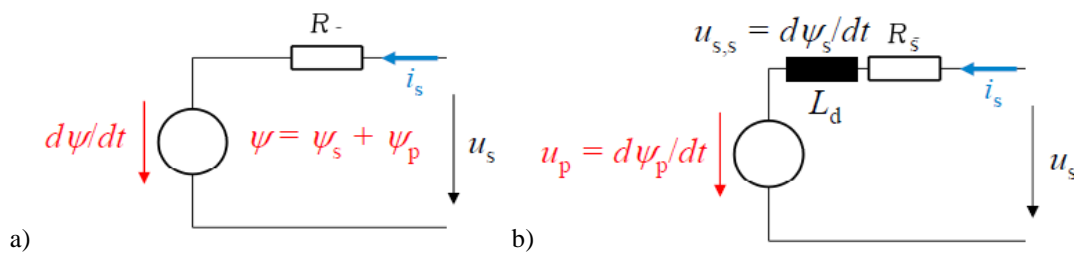
$$u_s(t) + u_i(t) = R \cdot i_s(t) = u_s(t) - d\psi(t)/dt \Rightarrow u_s(t) = R \cdot i_s(t) + d\psi(t)/dt \quad (\text{T1.2-5a})$$

$$u_s(t) = R \cdot i_s(t) + d\psi_p/dt + d\psi_s/dt = R_s \cdot i_s(t) + d\psi_p/dt + L_d \cdot di_s/dt \quad (\text{T1.2-5b})$$

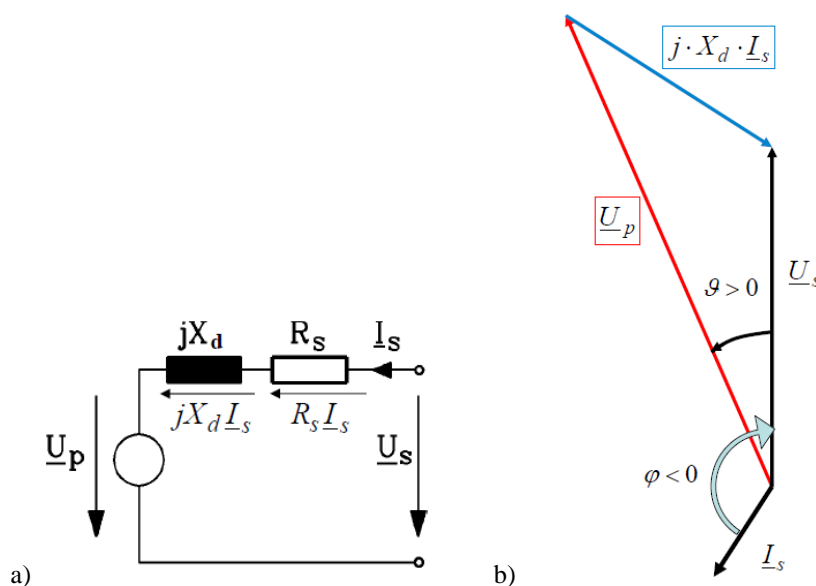
Da alle Größen in (T1.2-5b) zeitlich sinusförmig sind, verwenden wir die komplexe Rechnung und ersetzen Bild T1.2-6b durch Bild T1.2-7a. So wird die bei Wicklungsleerlauf ( $i_s = 0$ ; Index 0 für „Leerlauf“) induzierte Spannung  $u_{i0}(t)$  durch den komplexen Zeiger  $\underline{U}_p$  ersetzt (T1.2-6). Die Polradspannung  $\underline{U}_p$  entspricht somit der Leerlaufspannung je Strang in der Ständerwicklung, denn bei Leerlauf  $\underline{I}_s = 0$  ist  $\underline{U}_p = \underline{U}_s = \underline{U}_{s0}$ .



$$u_{i0}(t) = -u_p(t) = -d\psi_p(t)/dt|_{i_s=0}, \quad \underline{U}_p = j\omega_s \cdot \underline{\Psi}_p / \sqrt{2}|_{I_s=0} \quad (T1.2-6)$$



**Bild T1.2-6:** a) Jeder Statorwicklungsstrang ist ein *ohm*'sch-induktiver Kreis, an dem die Strangspannung  $u_s$  anliegt. b) Auftrennung der Flussverkeftung je Strang  $\psi$  in die vom Läuferfeld stammende Polrad-Flussverkeftung  $\psi_p$  und die vom Stator-Drehfeld stammende Flussverkeftung  $\psi_s$  ( $R_s$ : Wicklungswiderstand je Strang)



**Bild T1.2-7:** a) Aus Bild T1.2-6b entstandenes Ersatzschaltbild je Statorwicklungsstrang für die komplexe Zeigerrechnung mit der „Synchron“-Reaktanz  $X_d = \omega_s L_d$ . b) Zeigerdiagramm zu a) mit der Näherung  $R_s \approx 0$  für einen übererregten Betriebszustand bei hohem Erregerstrom  $I_f$  und damit großem  $U_p > U_s$ .

Die Differenz  $\underline{U}_p - \underline{U}_s$  treibt in Bild T1.2-7a in der Ständerwicklung den Ständerstrom je Strang  $\underline{I}_s$ . Die Selbstinduktionsspannung (T1.2-7) infolge der Flussverkeftung mit dem Stator-drehfeld wird im Ersatzschaltbild (Bild T1.2-6b) durch die Selbstinduktivität  $L_d$  bzw. die „synchrone“ Reaktanz („**Synchronreaktanz**“)  $X_d$  im entsprechenden Ersatzschaltbild Bild T1.2-7a für die komplexe Rechnung dargestellt.

$$\underline{U}_{s,s} = j \cdot \omega_s \cdot L_d \cdot \underline{I}_s = j \cdot X_d \cdot \underline{I}_s \quad (T1.2-7)$$

Damit ergibt sich mit Berücksichtigung des *ohm*'schen Spannungsfalls die **Spannungsgleichung je Ständerstrang** (T1.2-8).

$$\underline{U}_s = (R_s + jX_d) \cdot \underline{I}_s + \underline{U}_p \quad (T1.2-8)$$

$R_s$ , der *ohm*'sche Widerstand je Wicklungsstrang, ist insbesondere bei großen Synchronmaschinen viel kleiner als die Synchronreaktanz ( $R_s \ll X_d$ ). Für das Zeichnen des Zeigerdiagramms Bild T1.2-7b sowie die Analyse von Leistung und Drehmoment wird deshalb in guter Näherung  $R_s \approx 0$  gesetzt (T1.2-9).

$$\underline{U}_s \approx j \cdot X_d \cdot \underline{I}_s + \underline{U}_p \quad (T1.2-9)$$

Die Polradspannung  $\underline{U}_p$  wird als über  $I_f$  steuerbare Quellenspannung aufgefasst. Die resultierende Reaktanz je Strang  $X_d$  heißt „**synchrone Reaktanz**“ und ist gemeinsam mit  $R_s$  die „Innenimpedanz“ des als Spannungsquelle wirkenden Synchrongenerators. Das **Ersatzschaltbild** je Strang ist in Bild T1.2-7a mit positiven Spannungs- und Strom-Richtungspfeilen für das Verbraucherzählpfeilsystem dargestellt. Gleichung (T1.2-9) gilt für die Vollpol-Synchronmaschine (Bild T1.1-1), also für konstante Luftspaltweite  $\delta$ , so dass die Induktivität jeder der drei Statorwicklungsstränge U, V, W unabhängig von der Lage des Läufers (Lage der d-Achse) zu den Wicklungsachsen U, V, W (Bild T1.2-2) den konstanten Wert  $L_d$  hat. Bei Schenkelpollläufern (Bild T1.3-4) nimmt  $\delta$  vom Minimum in der d-Achse zum Maximum in der q-Achse zu, so dass die Ständerinduktivität je Strang läuferstellungsabhängig zwischen einem Maximalwert  $L_d$  und Minimalwert  $L_q$  periodisch mit der Polteilung schwankt. Das zugehörige Ersatzschaltbild mit Verwendung von  $L_d$  und  $L_q$  ist aufwändiger (siehe Vorlesung: „Elektrische Maschinen und Antriebe“). Hier wird für die Schenkelpol-Synchronmaschinen mit  $L_d = L_q$  vereinfacht auch das Ersatzschaltbild der Vollpol-Synchronmaschine Bild T1.2-7a verwendet.

Das **Zeigerdiagramm der Vollpolmaschine** (Bild T1.2-7b) je Strang zeigt ein Zeigerpaar  $\underline{I}_s$  und  $\underline{U}_s$  mit dem zwischen ihnen, vom Strom zur Spannung positiv gezählten Phasenwinkel  $\varphi$  im Gegen-Uhrzeigersinn. Im rechten Winkel zu  $\underline{I}_s$  liegt der Zeiger des induktiven Spannungsfalls an der Synchronreaktanz  $jX_d \underline{I}_s$ . Der parallel zu  $\underline{I}_s$  auftretende ohm'sche Spannungsfall  $R_s \underline{I}_s$  ist vernachlässigt. Aus dem Zeigerdiagramm ist ersichtlich, dass über die Größe und Lage von  $\underline{U}_p$  (über verändertes  $I_f$ ) bei konstanter Spannung  $\underline{U}_s$  die Lage von  $jX_d \underline{I}_s$  und damit die Lage von  $\underline{I}_s$  verändert wird. Im Bild T1.2-7b ist  $\underline{I}_s$  zur Spannung  $\underline{U}_s$  voreilend; die Maschine verhält sich demnach kapazitiv, obwohl nirgends Kapazitäten vorhanden sein („übererregter Betrieb“:  $\sin \varphi < 0$ ). Das ist möglich, weil  $\underline{U}_p$  deutlich größer ist als  $\underline{U}_s$ , was einen hohen Erregerstrom  $I_f$  bedingt. Bei kleinem  $U_p < U_s$  dreht der Zeiger  $\underline{I}_s$  hinter  $\underline{U}_s$ ; der Generator wirkt dann als Induktivität („untererregter“ Betrieb:  $\sin \varphi > 0$ ). Dazwischen liegt „Normalerregung“, wenn die Zeiger  $\underline{I}_s$  und  $\underline{U}_s$  im Generatorbetrieb antiparallel liegen. Das ist Wirkleistungsbetrieb:  $\cos \varphi = \cos(180^\circ) = -1$ ,  $\sin \varphi = 0$ . Die Synchronmaschine stellt damit eine über  $U_p(I_f)$  steuerbare Spannungsquelle dar, die in Abhängigkeit vom Erregungszustand sowohl kapazitiv als auch induktiv wirken kann. Die Polradspannung entspricht im Ersatzschaltbild einer „Wechselspannungsquelle“ mit der Innenimpedanz Null.

**Achtung:** Nicht zu verwechseln ist die Polradspannung  $\underline{U}_p$  mit der Läufergleichspannung  $U_f$ , die den Feld-Gleichstrom  $I_f$  über zwei Schleifringe in die Läufererregewicklung treibt.

### Fazit:

*Die Synchronmaschine wirkt im übererregten Zustand als kapazitiver Verbraucher, obwohl sie nur aus ohm'sch-induktiven Komponenten besteht.*

**Beispiel T1.2-5:** Zeigerdiagramm der Vollpolsynchronmaschine im übererregten, also kapazitiven generatorischen Betrieb für  $R_s = 0$  (Bild T1.2-7b):

Aus diesem Zeigerdiagramm im Verbraucherzählpfeilsystem (VZS) ist ersichtlich, dass der Ständerstromzeiger  $\underline{I}_s$  eine Wirkkomponente  $\underline{I}_{sw}$  in Gegenphase zur Ständerspannung  $\underline{U}_s$  aufweist, so dass  $P_e = 3 \cdot U_s \cdot I_{sw} < 0$ . Die Synchronmaschine arbeitet als Generator. Es wird el. Leistung vom Generator an das Netz abgegeben, daher ist im VZS die el. Wirkleistung an den Generatorklemmen negativ. Dasselbe Ergebnis erhält man über den Winkel  $\varphi$ . Er ist, gezählt auf dem kürzeren Weg von  $\underline{I}_s$  zu  $\underline{U}_s$ , bezogen auf den mathematisch positiven Zählsinn, negativ und im Betrag größer als  $90^\circ$ . Dies ergibt gemäß (T1.2-10) eine negative elektrische Wirkleistung  $P_e$ , somit im VZS eine **erzeugte** Leistung, was den Generatorbetrieb anzeigt.

$$P_e = 3 \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi < 0, \text{ wenn } |\varphi| > 90^\circ \quad (\text{T1.2-10})$$

Der Ständerstromzeiger  $\underline{I}_s$  eilt dem Ständerspannungszeiger  $\underline{U}_s$  voraus. Daher verhält sich die Synchronmaschine kapazitiv, und es ist im VZS  $\varphi < 0$ .

Bei in Phase liegender Wirkkomponente  $\underline{I}_{sw}$  ist die el. Wirkleistung  $P_e$  positiv; die Synchronmaschine nimmt als Verbraucher Wirkleistung aus dem Netz auf. Sie befindet sich im Motorbetrieb und kann z. B. eine Pumpe antreiben, um im Pumpspeicherkraftwerk (Kap. P) Wasser in das Oberbecken zu pumpen.

Bei Generatorbetrieb wie in Bild T1.2-7b eilt der Polradspannungszeiger  $\underline{U}_p$  dem Ständerspannungszeiger  $\underline{U}_s$  voraus. Der Winkel  $\vartheta$  („**Polradwinkel**“) wird vom Zeiger  $\underline{U}_s$  zum Zeiger  $\underline{U}_p$  positiv im Gegen-Uhrzeigersinn gezählt. Er ist in Bild T1.2-7b positiv:  $\vartheta > 0$ .

#### **d) Generator- und Motorbetrieb - Anschauliche Bedeutung des Polradwinkels $\vartheta$ :**

Der Winkel zwischen  $\underline{U}_p$  und  $\underline{U}_s$  heißt **Polradwinkel**  $\vartheta$  und wird im mathematisch positiven Sinn von  $\underline{U}_s$  nach  $\underline{U}_p$  positiv gezählt. Er ist in Bild T1.2-7b positiv; das ist **Generatorbetrieb**. Anschaulich entspricht der Polradwinkel  $\vartheta$  für  $R_s = 0$  dem Winkel zwischen der d-Läuferachse und der resultierenden Feldachse von Stator- und Rotorfeld. Denn die d-Läuferachse ist die Mitte des Rotorpols (Bild T1.1-1) und damit die Läuferfeldachse  $B_p$ . Sie führt gemäß (T1.2-4) auf  $\underline{U}_p$ . Die resultierende Feldachse von Stator- und Rotorfeld  $B_s$  und  $B_p$  führt gemäß Bild T1.2-6a bei  $R_s = 0$  auf  $\underline{U}_s$ .

Der Winkel zwischen  $\underline{I}_s$  und  $\underline{U}_s$  heißt **Phasenwinkel**  $\varphi$  und wird im mathematisch positiven Sinn von  $\underline{I}_s$  nach  $\underline{U}_s$  positiv gezählt. Somit werden Polradwinkel  $\vartheta$  und Phasenwinkel  $\varphi$  stets im Gegenuhrzeigersinn (= mathematisch positiver Zählsinn) positiv gezählt.

#### **d1) Generatorbetrieb:**

Der im **Generatorbetrieb** positive Winkel  $\vartheta$  entsteht, indem das Polrad mit dem Polradfluss  $\Phi_p$  durch Antreiben des Generators (durch z. B. eine Turbine) räumlich dem resultierenden Drehfeld von Stator- und Rotorfeld vorseilt. Es induziert die Ständerwicklung mit einer voreilenden Phasenlage. Das von Stator- und Rotorfeld gebildete elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  ist negativ und bremst das Polrad, um  $\vartheta$  zu verkleinern. Bei vernachlässigtem Widerstand  $R_s \approx 0$  tritt bei  $\vartheta = 0$  kein Drehmoment auf. Es ist  $M_e = 0$ , und der Winkel  $\vartheta$  zwischen d-Läuferachse und der Richtung des resultierenden Drehfelds ist Null.

#### **d2) Motorbetrieb:**

Im **Motorbetrieb** eilt  $\underline{U}_p$  der Spannung  $\underline{U}_s$  um den Winkel  $\vartheta$  nach. Der Polradwinkel ist negativ. Das Stator-Drehfeld, erregt durch die aus dem Netz gespeisten Ständerströme, zieht das Polrad mit sich und treibt so den Läufer an. Das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  ist positiv und kann eine gekuppelte Arbeitsmaschine (z. B. Pumpe) antreiben.

### **T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine**

Aus dem Zeigerdiagramm Bild T1.2-2 entsteht bei  $R_s \approx 0$  das Zeigerdiagramm in Bild T1.3-1, aus dem die Leistung der Synchronmaschine berechnet wird, ohne dafür die magnetischen Kräfte betrachten zu müssen. Gemäß Bild T1.3-1 ergibt sich über die geometrische Beziehung (T1.3-1) die elektrische **Wirkleistung**  $P_e$  in Abhängigkeit von  $\vartheta$  (T1.3-2).

$$U_p \sin \vartheta = X_d I_s \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -X_d I_s \cos \varphi \quad (\text{T1.3-1})$$

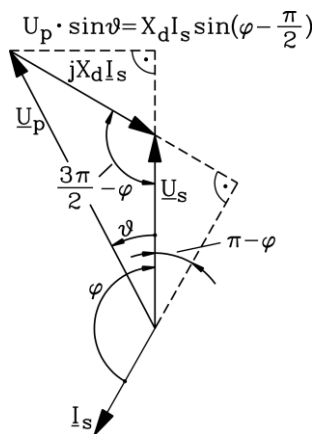
$$P_e = 3U_s I_s \cos \varphi = 3U_s \cdot \frac{-U_p \sin \vartheta}{X_d} = -3 \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \vartheta \quad (\text{T1.3-2})$$

Da die Maschine verlustlos betrachtet wurde ( $R_s = 0$ ), müssen elektrische und mechanische Leistung gleich groß sein:  $P_e = P_m$ .

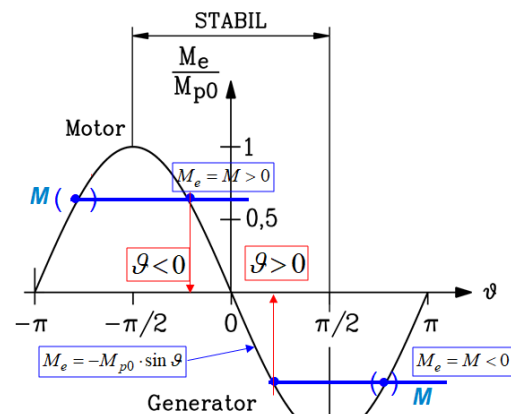
$$P_e = 3U_s I_s \cos \varphi = P_m = \Omega_{\text{syn}} M_e = -3 \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \vartheta \rightarrow M_e = -3 \frac{U_s U_p}{\Omega_{\text{syn}} X_d} \sin \vartheta \quad (\text{T1.3-3})$$

Die **Merkformel** (T1.3-3) für das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  der Vollpolmaschine führt auf die Kennlinie  $M_e(\vartheta)$  in Bild T1.3-2 und zeigt, dass bei einem Polradwinkel von  $\pm 90^\circ$  das Drehmoment maximal wird („synchrones Kippmoment“  $M_{p0}$ ) und dann wieder abnimmt. Stabil arbeitet die Maschine nur innerhalb des Winkelbereichs  $-90^\circ < \vartheta < 90^\circ$ . Wird das „synchrone Kippmoment“  $M_{p0}$  (T1.3-4) überschritten, „kippt“ der Läufer aus dem Synchronlauf und rotiert asynchron. Das Kippmoment kann durch Erhöhung der Polradspannung  $U_p$  (= Erhöhung des Feldstroms  $I_f$ ) erhöht werden.

$$M_{p0} = 3 \frac{U_s U_p}{\Omega_{\text{syn}} X_d} \quad (\text{T1.3-4})$$



**Bild T1.3-1:** Zeigerdiagramm der Synchron-Vollpolmaschine bei vernachlässigtem Ständerwicklungs-widerstand ( $R_s = 0$ ) für generatorischen Betrieb.



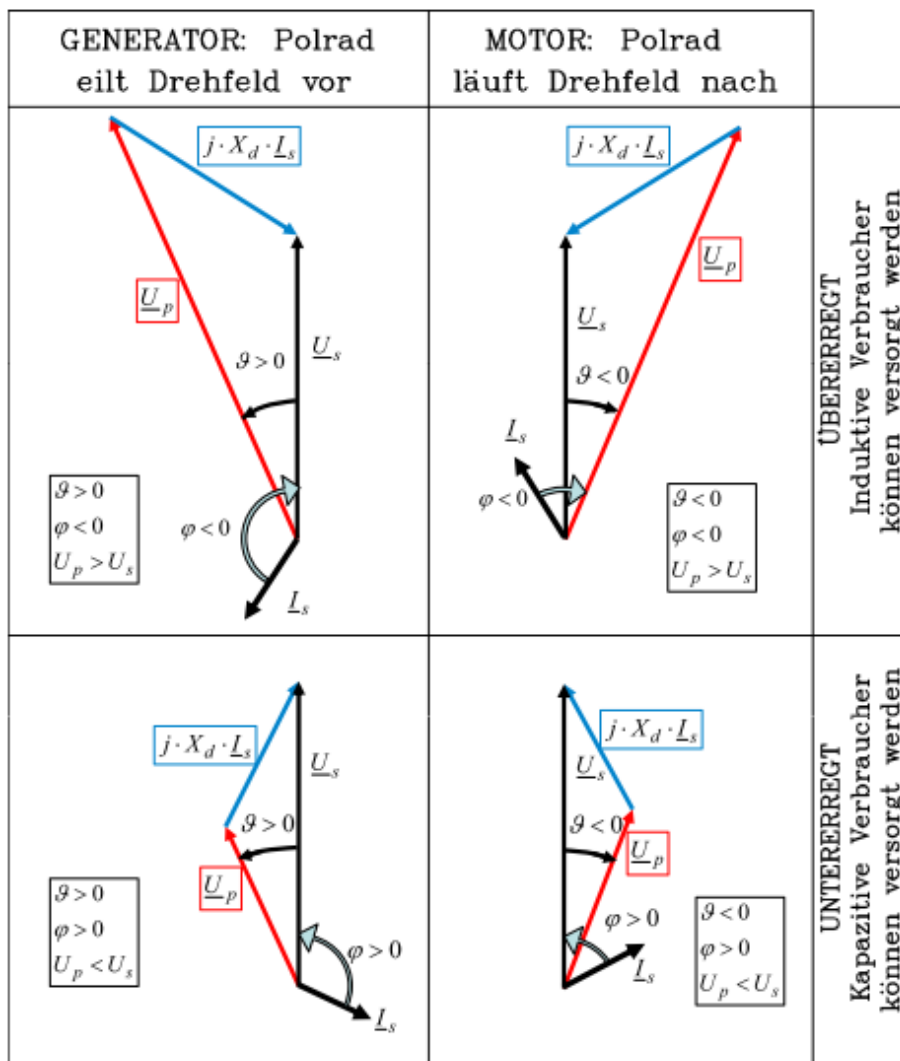
**Bild T1.3-2:** Elektromagnetisches Drehmoment  $M_e$  der Synchronmaschine gemäß (T1.3-3) bei Betrieb am starren Netz ( $U_s = \text{konst.}$ ) und konstanter Erregung ( $U_p = \text{konst.}$ ) in Abhängigkeit der Belastung (= des Polradwinkels  $\vartheta$ ).

In Bild T1.3-2 sind in die Kennlinie  $M_e(\vartheta)$  der Synchronmaschine ein motorisches Lastmoment  $M > 0$  für den Fall des Motorbetriebs und ein antreibendes Turbinenmoment  $M < 0$  für den Fall des generatorischen Betriebs eingezeichnet. Turbinen- und Lastmoment  $M$  sind unabhängig vom Polradwinkel, deshalb horizontale Geraden in Bild T1.3-2). Diese Geraden legen über die Schnittpunkte mit der Drehmomentkennlinie der Synchronmaschine den Arbeitspunkt fest. Von den zwei Schnittpunkte  $\vartheta_0$ , die sich für jede der zur Abszisse parallelen Geraden ergeben, stellt nur einer mit  $-90^\circ < \vartheta_0 < 90^\circ$  einen **stabilen** Betriebspunkt dar. Wird nämlich mit der *Newton'schen* Bewegungsgleichung (T1.3-5) beachtet, dass z. B. im Motorbetrieb  $M_e - M > 0$  eine Beschleunigung des Läufers und damit eine Drehzahlzunahme  $dn/dt \sim d\Omega_m/dt > 0$  bewirkt, so wird sich der Läufer dabei im Sinn einer Vergrößerung des Polradwinkels ( $\vartheta \uparrow$ ) bewegen.

$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e - M, \quad (J: \text{Polares Massenträgheitsmoment von Turbine und Generator}) \quad (\text{T1.3-5})$$

Wenn sich vom Arbeitspunktwert  $\vartheta_0$  (dort ist  $M_e = M$ ) aus der Polradwinkel auf Grund einer kurzfristigen Störung  $M_e - M > 0$  vergrößert und damit „positiver“ wird (in Bild T1.3-2 eine Verschiebung von  $\vartheta$  nach rechts), nimmt im Motorbetrieb  $M_e$  ab, während  $M$  konstant bleibt, so dass  $M_e - M < 0$  ist. Daher ist  $dn/dt \sim d\Omega_m/dt < 0$ , so dass der Läufer wieder gebremst

wird. Es verringert sich  $\vartheta$  und kehrt zum Ausgangspunkt  $\vartheta_0$  zurück, was ein **stabiles Verhalten** gegenüber Drehmomentstörungen ist. Wenn sich der Polradwinkel auf Grund einer kurzfristigen Störung  $M_e - M < 0$  (Läuferbremsung) wegen  $dn/dt \sim d\Omega_m/dt < 0$  vom Arbeitspunktwert  $\vartheta_0$  aus verkleinert („negativer“ wird), was in Bild T1.3-2 eine Verschiebung von  $\vartheta$  nach links ist, nimmt im Motorbetrieb  $M_e$  zu, solange  $M_e < M_{p0}$  bzw.  $-90^\circ < \vartheta_0$  ist, während  $M$  konstant bleibt, so dass  $M_e - M > 0$  ist. Daher ist  $dn/dt \sim d\Omega_m/dt > 0$ , der Läufer wird beschleunigt,  $\vartheta$  erhöht sich wieder und kehrt zu  $\vartheta_0$  zurück. Auch dies ist **stabiles Verhalten**. Wäre aber der zweite motorische Schnittpunkt in Bild T1.3-2 der Arbeitspunkt mit  $-180^\circ < \vartheta_0 < -90^\circ$ , so würde sich bei einer kurzfristigen Störung  $M_e - M < 0$  und damit einer Läuferbremsung  $dn/dt \sim d\Omega_m/dt < 0$  der Polradwinkel  $\vartheta$  verkleinern. Das ist in Bild T1.3-2 eine Verschiebung von  $\vartheta$  nach links. Das el.-magn. Drehmoment  $M_e$  wird verringert. Da  $M$  konstant bleibt, ist  $M_e - M < 0$ . Es bleibt weiterhin  $dn/dt \sim d\Omega_m/dt < 0$ . Der Läufer wird weiter gebremst und kehrt nicht zum Arbeitspunkt  $\vartheta_0$  zurück, so dass **instabiles Verhalten** auftritt. Der Läufer ist aus dem Synchronlauf „gekippt“ und wird bis zum Stillstand abgebremst. Dieselbe Stabilitätsüberlegung kann mit dem stabilen und instabilen Schnittpunkt in Bild T1.3-2 im Generatorbetrieb angestellt werden.



**Bild T1.3-3:** Betriebszustände der Vollpolysynchronmaschine im VZS [Kle]: 1) **Generator- bzw. Motorbetrieb** = Wirkleistung negativ bzw. positiv; 2a) **Maschine übererregt:** Maschine ist kapazitiver Verbraucher und kann damit andere induktive Verbraucher mit Blindleistung „versorgen“. 2b) **Maschine untererregt:** Maschine ist induktiver Verbraucher und kann damit andere kapazitive Verbraucher mit Blindleistung „versorgen“.

Ausgehend von Bild T1.2-7b sind **übererregter und untererregter Betrieb** in Bild T1.3-3 dargestellt. Die **Blindleistung**  $Q$  (T1.3-6) ist in Bild T1.2-2 negativ, die Maschine mithin ein **kapazitiver** Verbraucher. Somit werden viele Generatoren übererregt betrieben, weil viele Netzverbraucher induktiv sind (z. B. Drosseln, Asynchronmotoren ...) und daher für den ausgeglichenen Blindleistungshaushalt des Netzes kapazitive Verbraucher zur Kompensation der induktiven Blindleistung benötigt werden. Der **übererregte Betrieb** ist durch eine **große Polradspannung**  $U_p$  und damit einen **hohen Erregerstrombedarf**  $I_f$  gekennzeichnet.

Bei Verringerung von  $U_p$  wird der Leistungsfaktor  $\cos\varphi$  positiv, der Strom  $\underline{I}_s$  eilt  $\underline{U}_s$  nach (Bild T1.3-3). Die Maschine wird zum induktiven **Verbraucher (untererregter Betrieb, niedriger Erregerstrom  $I_f$ )**. In Bild T1.3-3 und Tabelle T1.3-1 sind die vier wesentlichen Betriebszustände „Generator/Motor“, „über-/untererregt“ im VZS dargestellt.

$$Q = 3U_s I_s \sin \varphi \quad (\text{T1.3-6})$$

<b>Blindleistung:</b>			
INDUKTIV	KAPAZITIV	KAPAZITIV	INDUKTIV
Erregerstrom $I_f$ klein	Erregerstrom $I_f$ groß	Erregerstrom $I_f$ groß	Erregerstrom $I_f$ klein
Polradspannung $U_p$ klein	Polradspannung $U_p$ groß	Polradspannung $U_p$ groß	Polradspannung $U_p$ klein
<b>Untererregung</b>	<i>Übererregung</i>	<i>Übererregung</i>	<i>Untererregung</i>
$\underline{I}_s$ eilt $\underline{U}_s$ nach	$\underline{I}_s$ eilt $\underline{U}_s$ vor	$\underline{I}_s$ eilt $\underline{U}_s$ vor	$\underline{I}_s$ eilt $\underline{U}_s$ nach
Phasenwinkel $\varphi > 0$	Phasenwinkel $\varphi < 0$	Phasenwinkel $\varphi < 0$	Phasenwinkel $\varphi > 0$
<b>Wirkleistung:</b>			
GENERATOR	GENERATOR	MOTOR	MOTOR
Polradwinkel $\vartheta > 0$	Polradwinkel $\vartheta > 0$	Polradwinkel $\vartheta < 0$	Polradwinkel $\vartheta < 0$
$\underline{U}_p$ eilt $\underline{U}_s$ vor	$\underline{U}_p$ eilt $\underline{U}_s$ vor	$\underline{U}_p$ eilt $\underline{U}_s$ nach	$\underline{U}_p$ eilt $\underline{U}_s$ nach
Phasenwinkel $ \varphi  > \pi/2$	Phasenwinkel $ \varphi  > \pi/2$	Phasenwinkel $ \varphi  \leq \pi/2$	Phasenwinkel $ \varphi  \leq \pi/2$

Tabelle T1.3-1: Die vier wesentlichen Betriebszustände der Synchronmaschine (vgl. Bild T1.3-3).

### Fazit:

Die Synchronmaschine hat den großen Vorteil, dass über die Erregung  $I_f$  die Blindleistung  $Q$  induktiv oder kapazitiv eingestellt werden kann, was sie zum idealen Kraftwerksgenerator macht, der den jeweiligen Netzerfordernissen gemäß betrieben werden kann.

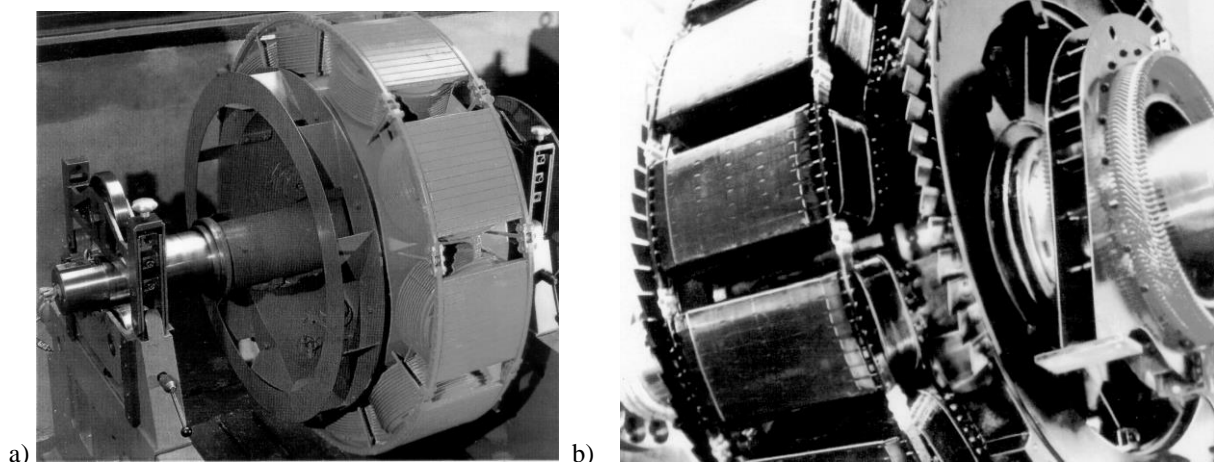
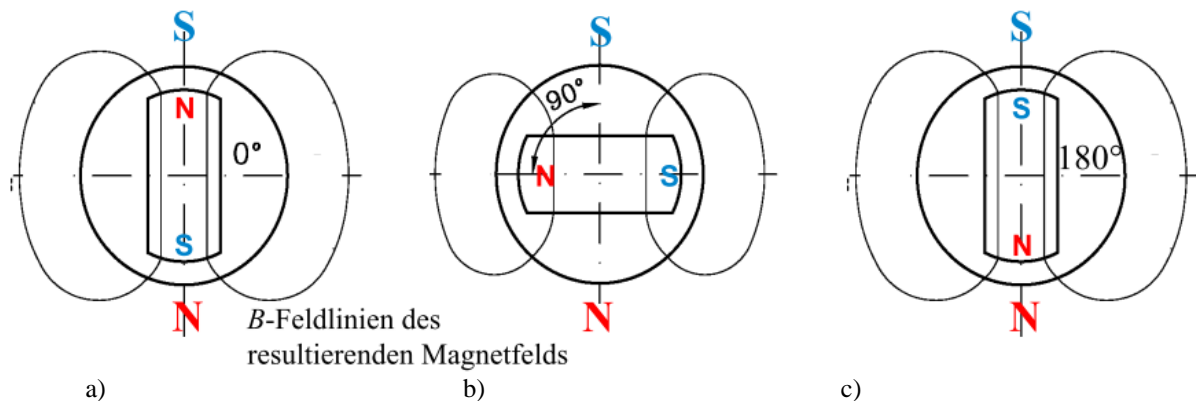


Bild T1.3-4: Schenkelpol-Synchronmaschinen-Rotoren: a) 10-poliger Motorläufer, durchgehende Dämpfering (Siemens AG), b) 14-poliger Generatorläufer, Dämpferstäbe in den Polschuhen erkennbar (Lloyd Dynamowerk).

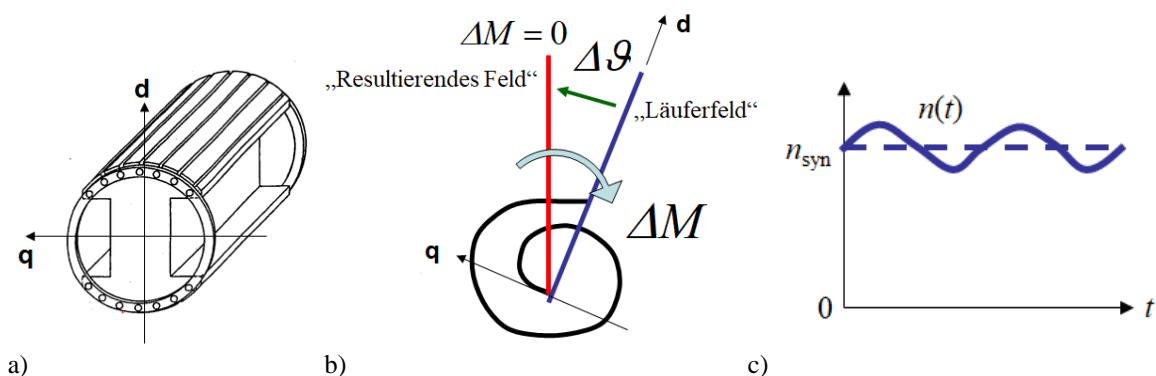
Der Betrieb bei konstanter Drehzahl ist der stationäre Betrieb  $\Omega_m = \text{konst.}$  Die *Newton'sche* Bewegungsgleichung (T1.3-5) ergibt  $M_e = M$ . Im Generatorbetrieb gilt dabei mit Verwendung des Verbraucherzählpfeilsystems  $M_e = M < 0$  bei einem Polradwinkel von  $\vartheta > 0$ . Im Motorbetrieb ist bei  $\vartheta < 0$  entsprechend  $M_e = M > 0$ .

Bild T1.3-3 veranschaulicht verschiedene Polradlagen relativ zum Ständerfeld. Für die Drehmomentbildung ist die *Lorentz-Tangentialkraft*  $F$  maßgebend, die sich zwischen dem Läuferfeld und den stromdurchflossenen Leitern der Ständerwicklung ausbildet. Das Drehmoment ist maximal, wenn die Leiter der Ständerwicklung zu dem Zeitpunkt maximalen Strom führen, wenn ihnen ein Rotorpol (d-Achse) gegenüber liegt.



**Bild T1.3-3:** Veranschaulichung des Polradwinkels: Lage des Läufer-Magnetfelds (N: Nordpol, S: Südpol) relativ zum resultierenden Magnetfeld (Ständer und Läuferfeld zusammen), dargestellt durch die Feldlinien: a)  $\vartheta = 0$ , stabile Lage, b)  $\vartheta = 90^\circ$ , Drehmoment ist maximal bei grenzstabiler Lage, c)  $\vartheta = 180^\circ$ , instabile Lage.

Bei jeder Änderung des Drehmoments  $M$  in Bild T1.3-2 ändert sich der Polradwinkel. Die rotierende, träge Läufermasse muss dabei relativ zur Polachse des Statordrehfelds etwas nach vor oder zurück versetzt werden im Sinn einer Vergrößerung oder Verkleinerung des Polradwinkels. An dieser kleinen Relativbewegung des Läufers zum Statordrehfeld möchte die tangentielle Magnetkraft  $F$  zwischen Läufer und Ständerdrehfeld den Läufer hindern. Die Magnetfeldlinien wirken dabei wie „elastische Gummischnüre“, so dass bei plötzlichen Drehmomentänderungen die träge Läufermasse Drehpendelungen (Drehzahlschwankungen), Bild T1.3-4c, ausführt. Das mechanische Analogon dazu ist die Drehfeder mit einer Drehmasse, Bild T1.3-4b. Wegen der großen Läufermassenträgheit führt der Läufer diese Drehschwingung relativ zum synchron umlaufenden Magnetfeld mit niedrigen Frequenzen von ca.  $f_d = 1 \dots 2$  Hz aus. Die Drehschwingung bewirkt eine Schwankung der Wirk- und Blindleistung, die als Netzleistungspendelung mit der zugehörigen Frequenzschwankung  $f_{\text{Netz}} \pm f_d$  im angeschlossenen el. Netz wirkt.



**Bild T1.3-4:** a) Dämpferkäfig in einem zwei-poligen Schenkelpolmaschinen-Läufer, b) Veranschaulichung von Läufer- und Gesamtfeld in Analogie einer Drehfeder, c) Schwankung der Drehzahl im Zeitablauf infolge der Drehschwingung bei einer Änderung des Drehmoments  $M$  der Lastmaschine bzw. Turbine.

Um diese unerwünschte Drehschwingung abzdämpfen, wird ein Dämpferkäfig in das Polrad eingesetzt. Er besteht aus Kupferstäben in Nuten im Polrad etwa beim Radius  $r \approx d_r/2$  des halben Rotordurchmessers  $d_r$  mit der Stablänge  $l$  gleich der Blechpaketlänge des Läufers. Die Stäbe sind stirnseitig mit je einem Kupfer-Ring leitend zu einem Kurzschlusskäfig verlötet (Bild T1.3-4a). Schwingt der Läufer gegen das synchron umlaufende Magnetfeld  $B$ , wird auf Grund dieser (i. A. kleinen) Relativbewegung mit der Relativgeschwindigkeit  $\Delta v$  zum Statorfeld  $B$  in den Kurzschlusskäfig je Stab eine el. Stabspannung  $\Delta U_{\text{Stab}} = \Delta v \cdot l \cdot B$  induziert, die zugehörige Käfigstabströme  $\Delta I_{\text{Stab}} \approx \Delta U_{\text{Stab}} / R_{\text{Stab}}$  treibt. Diese Stabströme bewirken auf Grund einer tangentialen Lorentz-Kraft  $\Delta F \sim \Delta I_{\text{Stab}} \cdot B \cdot l$  ein (kleines) Drehmoment  $\Delta M \sim \Delta I_{\text{Stab}} \cdot l \cdot B \cdot d_r / 2$ , das seiner Ursache, der Schwingbewegung, bremsend entgegen wirkt und so die Schwingung auf Null abbremst. Die kinetische Energie des schwingenden Läufers wird dabei in Form von Stromwärmeverlusten je Stab  $\Delta I_{\text{Stab}}^2 \cdot R_{\text{Stab}}$  im Kurzschlusskäfig in Wärme umgesetzt. Der Dämpferkäfig wird daher heiß, wird aber durch die Drehbewegung des Läufers in der Luft gekühlt.

## T1.4 Synchronmaschinen - Beispiele

### a) Leistungsschild (Typenschild) einer Synchronmaschine:

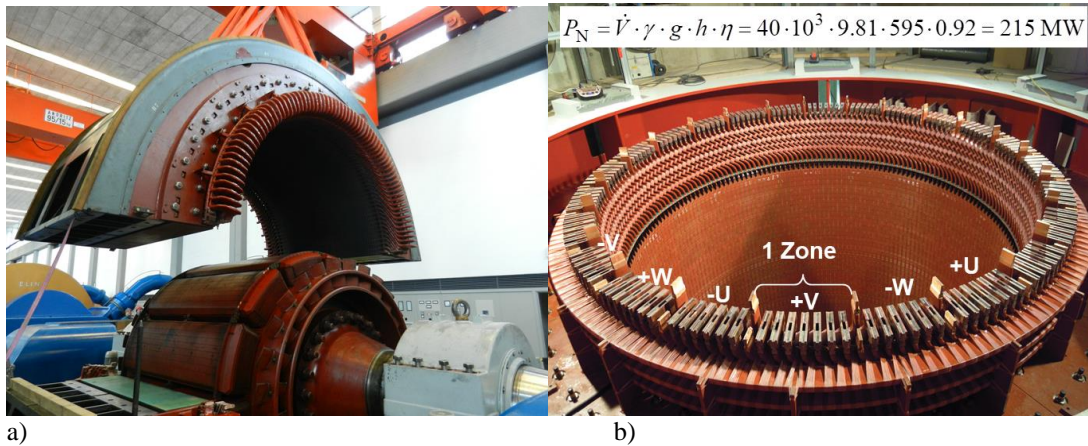
Das Leistungsschild ist die vom Hersteller angebrachte Kennzeichnung der elektrischen Maschine mit identifizierenden Daten entsprechend der gesetzlich vorgeschriebenen internationalen Norm IEC 60034. In *Deutschland* gilt die mit ihr harmonisierte Norm VDE 530 für elektrische Maschinen aller Art außer Traktionsmaschinen wie z. B. Bahnmotoren.

Beispiel T1.4-1: Typenschild eines zweipoligen Turbogenerators in einem Kohlekraftwerk, angetrieben durch eine Dampfturbine.

Type: Turbogenerator "TG-125-2"	Hersteller: ELIN-UNION AG (1981)
Typ: AC-Generator, IEC 60034	Fertigungs-Nr. 691 502
Bemessungsspannung: $U_N = 10.5 \text{ kV Y}$	Bemessungsstrom: $I_N = 6873 \text{ A}$
Bemessungs-Scheinleistung: $S_N = 125 \text{ MVA}$	Bemessungsdrehzahl: $n_N = 3000/\text{min}$
Bemessungsfrequenz: $f_N = 50 \text{ Hz}$	Leistungsfaktor: $\cos \varphi_N = 0.88$ übererregt
Bemessungs-Erregerstrom/-spannung (DC):	$I_{fN} = 2000 \text{ A}$ , $U_{fN} = 190 \text{ V}$
Wärmeklasse F (105 K)	Betriebsart: S1 (Dauerbetrieb)
Schutzart IP 23	Bauform B3
Kühlung: (Internat. Cooling IC): Wasserstoffkühlung 3 bar Überdruck, 94 % Volumenanteil $\text{H}_2$	
Rotorwicklung: Direkte Leiterkühlung, Statorwicklung: Indirekte Leiterkühlung	

Aus Typenschilddaten werden alle wesentlichen Kenngrößen für den Bemessungspunkt (Nennpunkt) ermittelt, wie z. B. die Bemessungs-Scheinleistung  $S_N = \sqrt{3} U_N I_N = 125 \text{ MVA}$ , aber auch die Erregerleistung  $P_f = U_{fN} \cdot I_{fN} = 380 \text{ kW}$ , die Polzahl  $2p = 2f_N/n_N = 2$ , die elektrische Abgabeleistung  $P_{eN} = S_N \cdot \cos(\varphi_N) = -110 \text{ MW}$ . Wegen des hier verwendeten VZS werden im Generatorbetrieb die Wirkleistung und der  $\cos \varphi_N$  negativ gezählt ( $\cos \varphi_N = -0.88$ ). Die Hersteller von Generatoren verwenden das Erzeugerzähl-pfeilsystem (EZS), so dass  $\cos \varphi_N = 0.88$  positiv angegeben wird (Bei E-Motoren verwenden die Hersteller das VZS, so dass dann  $\cos \varphi_N$  ebenfalls positiv angegeben wird). „Übererregt“ bedeutet, dass im VZS die Maschine als Kapazität wirkt, also  $\underline{I}_N$  zu  $\underline{U}_{sN}$  voreilt. Die direkte Leiterkühlung der Läufererregerwicklung erfolgt durch hohle Kupferleiter, durch die Wasserstoffgas zur Wärmeabfuhr strömt, das besser kühlt als Luft und meist ab ca. 350 MW verwendet wird.

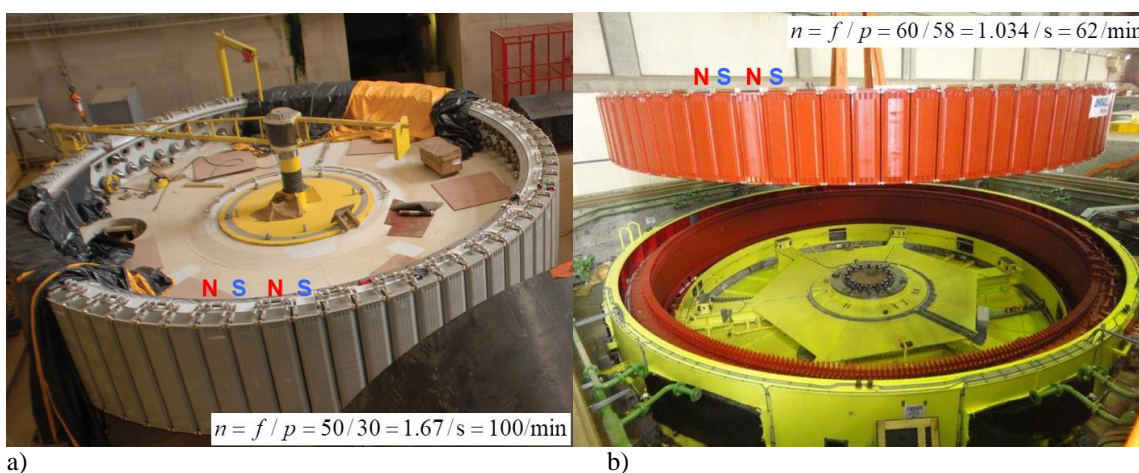




**Bild T1.4-1:**  $U_N = 10.5 \text{ kV}$ , 50 Hz: a) Teilerneuerung im Speicherkraftwerk *Kaunertal*, *Tirol*, A, fünf Generatoren je 79 MW (100 MVA), Fallhöhe  $h = 793 \dots 985 \text{ m}$ , 500/min; Antrieb durch Doppel-Pelton-Turbinen, 12-polige Generatoren mit geteiltem Stator, b) 2016: Neues Pumpspeicher-Kavernenkraftwerk *Reißbeck II*, *Kärnten*, A,  $2 \times 215 \text{ MW}$ ,  $h = 595 \text{ m}$ ,  $40 \text{ m}^3/\text{s}$ , 750/min: 3-phasige Hochspannungs-Statorwicklung der 8-poligen Generator-/Motor-Maschinen mit *Francis*-Pumpturbine (Quelle: *Andritz Hydro AG*).



**Bild T1.4-2:** Einbau des 12-poligen Rotors mit Vierfach-Hammerkopf-Befestigung der Läuferpole in eine Vertikal-Schenkelpolmaschine: 24 MW, Wasserkraftwerk *Sanchahe*, *VR China*, (Quelle: *Andritz Hydro AG*).



**Bild T1.4-2:** a) 60-poliges Polrad eines Rohrturbinen-Generators für Betrieb mit einer *Kaplan*-Turbine im Werk: 3.15 MW, Statorspannung 13.8 kV, 50 Hz, 100/min, horizontale Welle, für Wasserkraftwerk *Santo Antonio*, *Brasilien*,  $12 \times 3.15 \text{ MW}$ , b) Einsetzen des 116-poligen Rotors mit vertikaler Welle in den Stator („Hochzeit“) im Wasserkraftwerk *Kpong Dam*, *Volta-Fluss*, *Ghana*, *Afrika*.  $4 \times 40 \text{ MW}$ , 62/min, 60 Hz, Antrieb durch *Francis*-Turbinen. Dammabmessungen: Höhe: 18 m, Breite: 240 m (Quelle: *Andritz Hydro AG*).

**T2 Drehstromtechnik**

Die Synchronmaschine (Kap. T1) als elektrischer Energiewandler ist in Bild T2-1 vereinfacht dargestellt z. B. mit einem mit Permanentmagneten bestückten Läufer, der ein zweipoliges Magnetfeld erzeugt. Dieses rotiert, wenn der Läufer von einer mit ihm gekoppelten Turbine angetrieben wird. Drei Ständerspulen als Ersatz für die Ständer-Wicklungsstränge sind hier vereinfacht über Eisenkerne gewickelt und am Umfang jeweils räumlich um  $120^\circ$  versetzt angeordnet. Die Endklemmen der drei Stränge X, Y, Z (Bild T2-2a) sind im Sternpunkt N zusammen geschaltet. Die drei Anfangsklemmen U, V, W sind mit je einer Phase einer Fernleitung verbunden. Die Turbine rotiert mit der Drehzahl  $n$ , so dass die drei Ständerstränge eine Änderung der Flussverkeftung je Strang  $\Psi(t)$  mit der Frequenz  $f = n$  bzw. der **elektrischen Kreisfrequenz**  $\omega = 2\pi f$  erfahren. Synchronmaschinen sind gemäß Kap. T1 so gebaut, dass die zeitliche Änderung der Flussverkeftung je Strang hochgradig sinusförmig ist. Wegen des räumlichen Versatzes der Stränge zueinander sind die Flussverkeftungen (T2-1) um ein Drittel der Schwingungsperiode  $2\pi/3 = 120^\circ$ el phasenverschoben.

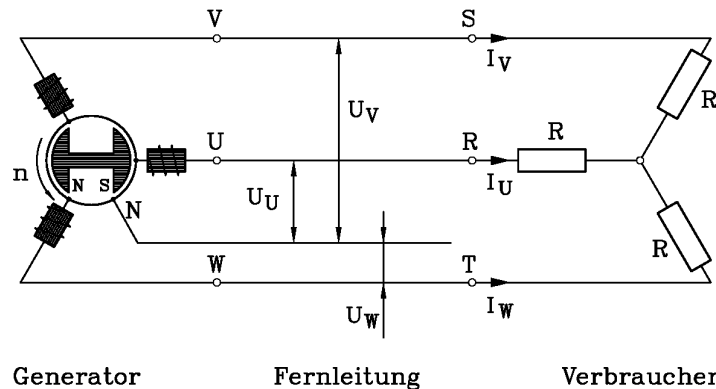


Bild T2-1: Zweipoliger Synchrongenerator (schematisch), in Stern geschaltete Wicklungsstränge U, V, W; Fernleitung; dreiphasiger, ohm'scher, symmetrischer Verbraucher mit dem Widerstand R je Strang.

Mit dem Induktionsgesetz wird die induzierte Spannung je Strang berechnet (T2-2), die im Leerlauf (Stromfluss Null, z. B. bei aufgetrennter Fernleitung) an den Klemmen U-N, V-N und W-N als Strangspannung messbar ist. In Bild T2-2b sind die zeitlichen Verläufe der drei Strangspannungen  $u_U, u_V, u_W$  dargestellt.

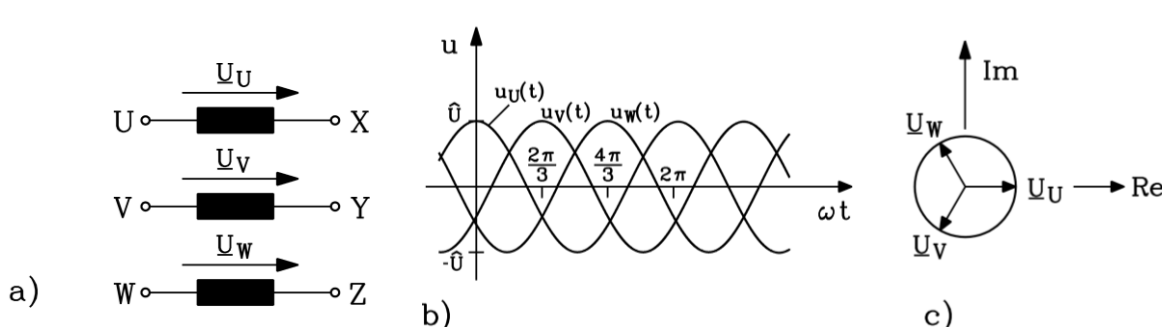


Bild T2-2: Drehstromsystem: a) die drei Wicklungen des Drehstromgenerators, b) zeitlicher Verlauf der drei Strangspannungen (T2-2), c) zugehörige komplexe Zeigerdarstellung (T2-3).

$$\begin{aligned}
 \Psi_U(t) &= -\hat{\Psi} \cdot \sin(\omega \cdot t), \\
 \Psi_V(t) &= -\hat{\Psi} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3), \\
 \Psi_W(t) &= -\hat{\Psi} \cdot \sin(\omega \cdot t - 4\pi/3)
 \end{aligned}
 \tag{T2-1}$$

$$\begin{aligned}
 u_{i,U}(t) &= -d\Psi_U(t)/dt = \omega\hat{\Psi} \cdot \cos(\omega \cdot t) & \Rightarrow & u_U(t) = u_{i,U}(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \\
 u_{i,V}(t) &= \omega\hat{\Psi} \cdot \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3) & \Rightarrow & u_V(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3) \\
 u_{i,W}(t) &= \omega\hat{\Psi} \cdot \cos(\omega \cdot t - 4\pi/3) & \Rightarrow & u_W(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t - 4\pi/3)
 \end{aligned}
 \tag{T2-2}$$

Bei zeitlich sinusförmiger Änderung von Strömen, Spannungen, Flüssen etc. ("**Wechselstromrechnung**") wird die **komplexe Zeigerrechnung** mit Vorteil verwendet. Die Länge des komplexen Zeigers  $\underline{U}$  gibt den Effektivwert der Spannung  $U$  an. Die Lage des Zeigers zur Realteil-Achse in der komplexen Zahlenebene stellt einen Phasenwinkel  $\varphi$  dar. Den realen Zeitverlauf der Wechselspannung  $u(t)$  erhält man aus  $\underline{U}$ , indem man mit  $\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}$  multipliziert und davon den Realteil bildet.

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\varphi}, \tag{T2-3}$$

$$u(t) = \operatorname{Re}\{\underline{U} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{U \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}\} = U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \tag{T2-4}$$

In Bild T2-2c sind die komplexen Zeiger  $\underline{U}_U$ ,  $\underline{U}_V$ ,  $\underline{U}_W$  passend zum Zeitverlauf Bild T2-2b graphisch dargestellt ("**Zeigerdreiein**"). Diese drei Spannungen treiben bei symmetrischer (= in allen drei Strängen gleichartiger) Belastung drei Wechselströme  $\underline{I}_U$ ,  $\underline{I}_V$ ,  $\underline{I}_W$ , die ebenfalls um jeweils  $120^\circ$  el. zueinander phasenverschoben sind, das sogenannte **Drehstromsystem**.

## T2.1 Strangspannung und verkettete Spannung

Die zwischen Anfangs- und Endklemme eines Stranges messbare Spannung heißt **Strangspannung (Phasenspannung)**, z. B. im Strang U zwischen Klemmen U und X die Spannung  $u_U$ . Auf der Fernleitung in Bild T2-1 ist nur die zwischen den Klemmen U, V, W anliegende Spannung messbar, da der Sternpunkt N nicht mitgeführt ist. Diese Spannungen heißen **verkettete Spannungen (Außenleiterspannungen)**. So ist z. B. zwischen U und V die verkettete Spannung  $u_{UV}$  messbar.

$$u_{\text{verk}} = u_{UV} = u_U - u_V \quad \text{bzw.} \quad \underline{U}_{\text{verk}} = \underline{U}_{UV} = \underline{U}_U - \underline{U}_V \tag{T2.1-1}$$

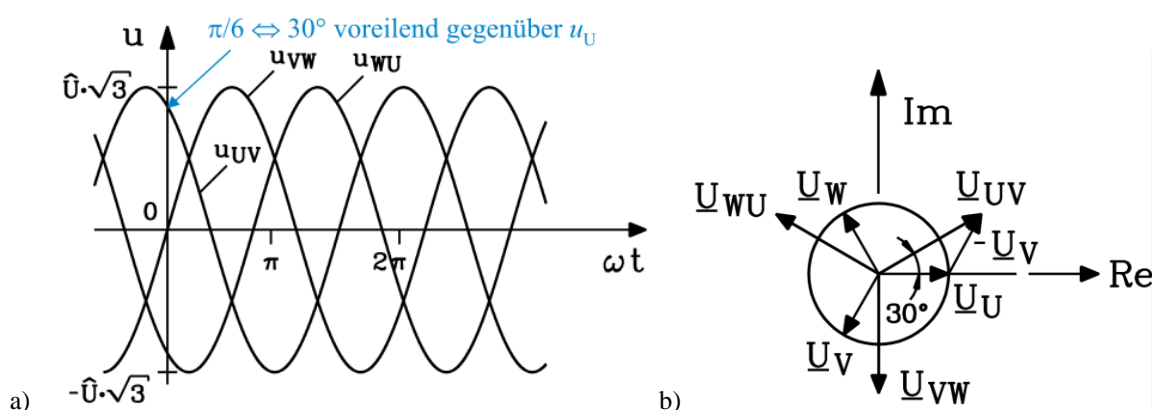


Bild T2.1-1: Symmetrische verkettete Spannungen: a) Zeitlicher Verlauf, b) komplexes Zeigerdiagramm.

Im Zeigerbild Bild T2.1-1b wird diese Differenzbildung graphisch durch Anwendung der komplexen Rechnung vorgenommen.

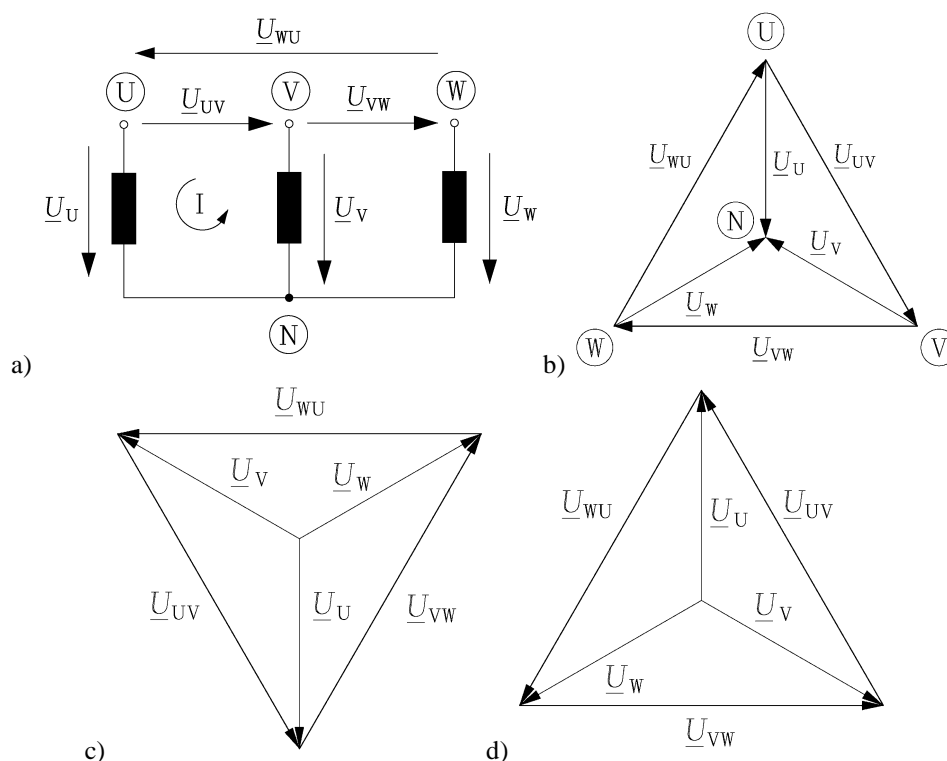
$$\underline{U}_{UV} = U \cdot (1 - e^{-j2\pi/3}) = \sqrt{3} \cdot U \cdot e^{j\pi/6} \tag{T2.1-2}$$

$$|\underline{U}_{UV}| = U \cdot \left| 1 - e^{-j2\pi/3} \right| = U \cdot \left| 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right| = U \cdot \left| 1 + \frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right| \quad (\text{T2.1-3})$$

$$|\underline{U}_{UV}| = U \cdot \sqrt{\frac{3^2}{2^2} + \frac{3}{2^2}} = U \cdot \sqrt{\frac{12}{4}} = U \cdot \sqrt{3} \quad (\text{T2.1-4})$$

Die Amplitude der verketteten Spannung  $u_{UV}$  ist um den Faktor  $2 \cdot \cos(30^\circ) = 2 \cdot \sqrt{3}/2 = \sqrt{3}$  größer als die Amplituden der Strangspannungen. Es eilt  $u_{UV}$  der Spannung  $u_U$  um  $30^\circ$  el. vor (Bild T2.1-1a). Analoges gilt für  $u_{VW}$  und  $u_V$  bzw.  $u_{WU}$  und  $u_W$ . Bei der **Darstellung der Spannungszählpfeile** in einem Schaltbild gemäß Bild T2.1-2a weisen die verketteten Spannungen von U nach V, von V nach W und von W nach U. Die Strangspannungen zeigen von U nach X, von V nach Y und von W nach Z. Im Beispiel der Sternschaltung ( $X = Y = Z = N$ ) zeigen die Strangspannungen im Zeigerdiagramm zum Neutralpunkt N hin (Bild T2.1-2b). Die eingekreisten Potentiale der Klemmen U, V, W, N stimmen im Zeigerdiagramm mit den ihnen zugeordneten Klemmen im Schaltbild überein.

Es ist allerdings in der Energietechnik unüblich, die Strangspannungszeiger im Zeigerdiagramm zur Mitte weisen zu lassen. Durch Parallelverschieben der Zeiger erhält man das Zeigerdiagramm Bild T2.1-2c aus Bild T2.1-2b, das ebenfalls richtig ist, wenn man die Potentiale der Klemmen nicht mehr mit einträgt. Die *Kirchhoff'sche* Maschenregel ergibt z. B. weiterhin richtig für Masche I:  $\underline{U}_U - \underline{U}_V = \underline{U}_{UV}$ . Nun zeigen die Strangspannungszeiger nach außen. Damit der Strangspannungszeiger  $\underline{U}_U$  nach oben zeigt, wird das Zeigerdiagramm Bild T2.1-2c um  $180^\circ$  gedreht (Bild T2.1-2d), wobei die relative Phasenlage der Zeiger zueinander erhalten bleibt, und damit auch die Knoten- und Maschenbeziehungen wie z. B.  $\underline{U}_U - \underline{U}_V = \underline{U}_{UV}$ . Dieses Drehen um  $180^\circ$  entspricht einem Umdrehen aller Spannungszeiger. Oft wird die Darstellung Bild T2.1-2a gemeinsam mit Bild T2.1-2d verwendet.



**Bild T2.1-2:** a) Spannungs-Zählpfeile bei einer dreisträngigen Sternschaltung, b) zugehöriges Spannungs-Zeigerdiagramm, zu b) äquivalentes Zeigerdiagramm durch Parallelverschieben und Neuordnen der Zeiger, d) gegenüber c) um  $180^\circ$  gedrehtes Zeigerdiagramm.

**Fazit:**

Die gemäß den üblichen Zählpfeilregeln eingetragenen Spannungszeiger (z. B. von U nach N oder von U nach V usw.) passen zur in der Energietechnik üblichen Darstellung des Zeigerdiagramms mit nach außen weisenden Strangspannungen, wenn auf das Eintragen der Klemmenpotentiale U, V, W und N im Zeigerdiagramm verzichtet wird. Es kommt nur auf die relative Phasenlage der Spannungszeiger zueinander an.

Die Summe der drei verketteten Spannungen ist stets Null, unabhängig von der Kurvenform der drei Strangspannungen  $u_U(t)$ ,  $u_V(t)$ ,  $u_W(t)$ .

$$\left. \begin{array}{l} u_{UV} = u_U - u_V \\ u_{VW} = u_V - u_W \\ u_{WU} = u_W - u_U \end{array} \right\} + \Rightarrow u_{UV}(t) + u_{VW}(t) + u_{WU}(t) = 0 \quad (\text{T2.1-5})$$

Die Summe von drei Strangspannungen bzw. ihrer el. Potentiale ist Null (Bild T2.1-2), wenn sie symmetrisch sind:  $u_U(t) + u_V(t) + u_W(t) = 0$ ,  $\varphi_U(t) + \varphi_V(t) + \varphi_W(t) = 0$ , denn es gilt

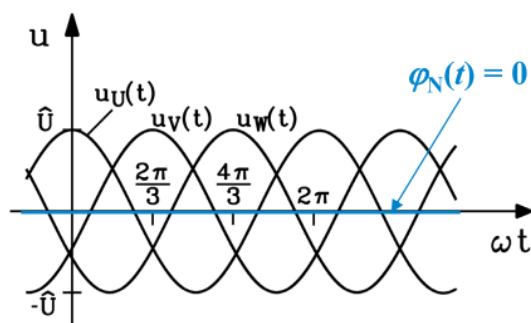
$$\underline{U}_U + \underline{U}_V + \underline{U}_W = 0 \Leftrightarrow U \cdot (1 + e^{-j2\pi/3} + e^{-j4\pi/3}) = 0.$$

Damit ist aber auch gemäß (T2.1-6) das Sternpunktspotential  $\varphi_N(t) = 0$  (Bild T2.1-3).

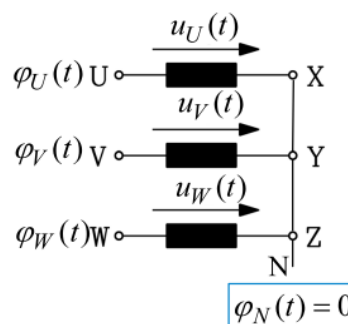
$$\left. \begin{array}{l} u_U(t) = \varphi_U(t) - \varphi_N(t) \\ u_V(t) = \varphi_V(t) - \varphi_N(t) \\ u_W(t) = \varphi_W(t) - \varphi_N(t) \end{array} \right\} + \quad (\text{T2.1-6})$$

$$0 = 0 - 3 \cdot \varphi_N(t) \Rightarrow \varphi_N(t) = 0$$

Im Bild T2-1 gilt dies sowohl für den symmetrisch aufgebauten Synchrongenerator als auch für den symmetrisch angeordneten Verbraucher. Da daher beide Sternpunkte das Potential Null haben, kann im symmetrischen Fall kein Sternpunktstrom im Leiter zwischen beiden Sternpunkten fließen. Dieser Sternpunktleiter (Bild T2-1) wird daher weggelassen. Im unsymmetrischen Fall ungleich langer Zeiger und oder ungleicher Winkel anstelle  $120^\circ$  ist das el. Potential zwischen zwei solchen Sternpunkten i. A. unterschiedlich. Ihre Differenz heißt **Sternpunktverlagerungsspannung**, die bei vorhandenem Sternpunktleiter dort einen Strom zwischen den beiden Sternpunkten treibt.



Quelle: Clausert, H.; Elektrotechnik



a)

b)

**Bild T2.1-3:** Im symmetrischen Dreiphasen-Spannungssystem ist das el. Sternpunktspotential stets Null: a) Zeitverlauf der Phasenspannungen und des Sternpunktspotentials, b) Spannungs-Zählpfeile bei einer dreisträngigen Sternschaltung.

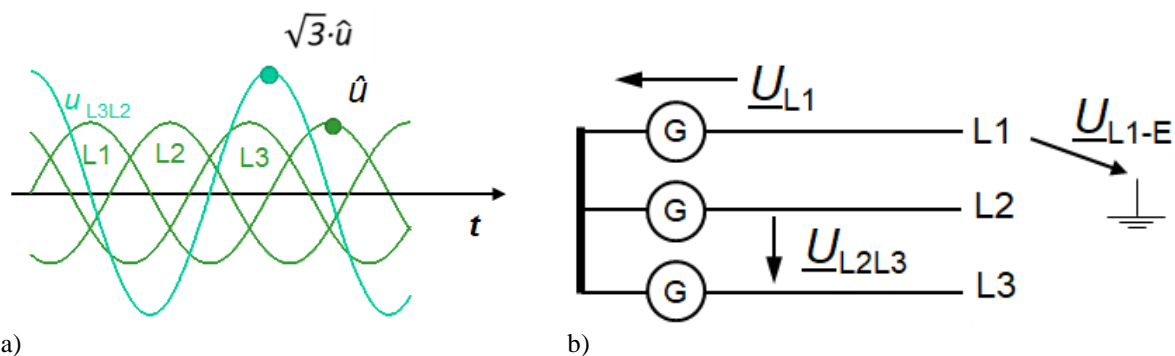
Die drei Leiter eines Drehstromsystems werden genormt mit L1, L2, L3 bezeichnet (Bild T2.1-5b). Wir verwenden wegen der kürzeren Schreibweise die älteren Bezeichnungen U, V, W für die Generatoren und R, S, T für die Verbraucher (Bild T2-1). Folgende Spannungsbegriffe sind zu unterscheiden, wobei wir sinusförmige Spannungsverläufe

betrachten. Der Amplitudenwert  $\hat{U}$  ist Höchstwert der Schwingung im Zeitablauf. Der Effektivwert  $U$  einer Spannung ist der quadratische Mittelwert der Sinusschwingung und bei Sinusspannungen mit der Amplitude  $\hat{U}$  gegeben durch  $U = \hat{U} / \sqrt{2}$ . Die verkettete Spannung (Außenleiterspannung, „Leiter-Leiter-Spannung“) ergibt sich als Differenz aus jeweils zwei Strangspannungen (z.B.  $\underline{U}_{L2L3}$  oder  $\underline{U}_{VW}$ ).

$$u_{UV} = u_U - u_V \quad u_{VW} = u_V - u_W \quad u_{WU} = u_W - u_U \quad (\text{T2.1-7})$$

$$\underline{U}_{UV} = \underline{U}_U - \underline{U}_V \quad \underline{U}_{VW} = \underline{U}_V - \underline{U}_W \quad \underline{U}_{WU} = \underline{U}_W - \underline{U}_U \quad (\text{T2.1-8})$$

Die **Strangspannung (Phasenspannung, Leiterspannung)**  $U_{\text{strang}} = U_{\text{ph}} = U_L$  liegt zwischen jeweils einem Leiter und dem Sternpunkt an. Die Leiter-Erde-Spannung ist die elektrische Potentialdifferenz zwischen dem jeweiligen Leiterpotential und Erdpotential  $\varphi_E$ . Da in einem abgeschlossenen el. System ein el. Potential willkürlich gewählt werden kann, wird meist das el. Erdpotential als el. Bezugspotential gewählt mit  $\varphi_E = 0$ . Im symmetrischen Drehstromnetz sind somit Sternpunktspotential und Erdpotential identisch Null. Daher sind dann Strangspannung und Leiter-Erd-Spannung identisch (Bild T2.1-5b:  $\underline{U}_{L1} = \underline{U}_{L1-E}$ ), bei unsymmetrischen Netzspannungen aber nicht.



a) Bild T2.1-5: a) Verkettete Spannung als Differenz der Strangspannungen, b) Veranschaulichung zur Definition von Strangspannung, verketteter Spannung (Außenleiterspannung) und Leiter-Erd-Spannung.

Diese drei "**verketteten**" **Spannungen (Außenleiterspannungen)**  $U_{\text{verk}} = U_{LL}$  haben in Haushaltsnetzen den Effektivwert  $U_{LL} = 400 \text{ V}$  bei 50 Hz Frequenz. Ist der **Sternpunktleiter (Neutralleiter) N** ebenfalls vorhanden, so können zwischen U und N die Strangspannung  $u_U$ , zwischen V und N die Strangspannung  $u_V$  und zwischen W und N die Strangspannung  $u_W$ , abgegriffen werden, wie das in Haushaltsnetzen der Fall ist. Von der speisenden Transformatorstation, welche die Spannung von z. B. 20 kV auf 400 V herunter transformiert, wird der Neutralleiter auf der Transformatorsekundärseite in die Haushalte mit verlegt (siehe Kap. T3). Der Effektivwert der Strangspannungen beträgt bei einem symmetrischen Strangspannungssystem, also gleichartigen Verbrauchern in drei Strängen  $U_L = U_{LL} / \sqrt{3}$  (z. B.:  $400 / \sqrt{3} = 231 \approx 230 \text{ V}$ ).

#### Beispiel T2.1-1: Phasenspannung im Haushalt

Im Einphasen-Haushaltsnetz wird die Spannung zwischen dem spannungsführenden „heißen“ Leiter (braun) auf endlichem, elektrischem Potential  $\varphi_U$  und dem Neutralleiter (blau) auf Nullpotential  $\varphi_N = 0$  abgegriffen. Es ergibt sich so ein Effektivwert der Phasenspannung von  $U_L = \hat{U} / \sqrt{2} = 230 \text{ V}$  (Bild T2.1-4).

$$\varphi_U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \Rightarrow u_U(t) = \varphi_U(t) - \varphi_N(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) - 0 = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{T2.1-9})$$

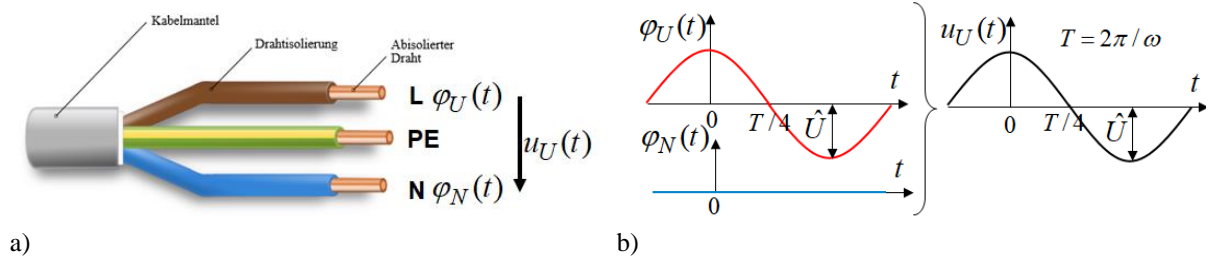


Bild T2.1-4: a) Einphasen-Leitung mit spannungsführendem „heißen“ Phaseleiter (braun), Neutralleiter (blau) auf Nullpotential und Schutzleiter PE (gelb-grün, siehe Kap. V) im Haushaltsnetz, b) Phasenspannung  $u_U$  als Differenz der el. Potentiale  $\varphi_U$  und  $\varphi_N$  (Quelle: Wikipedia.de).

## T2.2 Leistung im Drehstromsystem

Die Momentanleistung je Phase  $p(t)$  ergibt sich als Produkt aus dem (i. A. „willkürlichen“, nicht-sinusförmigen) Zeitverlauf von Phasenspannung  $u(t)$  und Phasenstrom  $i(t)$ . Hier betrachten wir den Sonderfall sinusförmiger Zeitverläufe von Phasenspannung und Phasenstrom derselben (!) Frequenz  $f = \omega/(2\pi)$ , so dass ein Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen Spannungs- und Stromverlauf definierbar ist, der positiv vom positiven Strommaximum zum zeitlich nächstgelegenen Spannungsmaximum gezählt wird (T2.2-1). Mit dem Additionstheoremen für trigonometrische Funktionen  $\cos(\omega \cdot t - \varphi) = \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos \varphi + \sin(\omega \cdot t) \cdot \sin \varphi$  werden der zeitunabhängige und der im pendelnde Anteil der Momentanleistung getrennt. Bei Einphasensystemen pulsiert folglich die elektrische Momentanleistung  $p(t)$  mit dem Anteil  $p_{\sim}(t)$  mit doppelter Frequenz  $2f$  um den Mittelwert  $P$  (T2.2-2).

$$p(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi) = P + p_{\sim}(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi) \quad (\text{T2.2-1})$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi, \quad p_{\sim}(t) = U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi), \quad U = \hat{U} / \sqrt{2}, \quad I = \hat{I} / \sqrt{2} \quad (\text{T2.2-2})$$

Es sind  $U$  und  $I$  die Effektivwerte von Strangspannung und Strangstrom. Neben der Trennung von  $p(t)$  in zeitlich konstante Leistung und Pendelleistung (T2.2-1) wird die Momentanphasenleistung mit dem Sumpensatz  $\cos(2\omega t - \varphi) = \cos(2\omega t) \cdot \cos \varphi + \sin(2\omega t) \cdot \sin \varphi$  auch in einen Wirk- und einen Blindanteil (T2.2-3) mit der Einphasen-Wirkleistung  $P_{\sim} = U \cdot I \cdot \cos \varphi$  und Einphasen-Blindleistung  $Q_{\sim} = U \cdot I \cdot \sin \varphi$  zerlegt. Beide je Phase auftretende Anteile sind mit  $2f$  zeitabhängig, wobei der Wirkanteil den von Null verschiedenen Mittelwert  $P_{\sim} = P$  hat. Jeder Strang des Drehstromsystems ist ein Einphasensystem mit der jeweiligen Einphasen-Momentanleistung  $p_U(t)$ ,  $p_V(t)$ ,  $p_W(t)$ . Allerdings kommt die Phasenverschiebung von jeweils  $120^\circ = 2\pi/3$  jeweils zwischen den elektrischen Größen  $u$ ,  $i$  der drei Stränge U, V, W hinzu (T2.2-3).

$$\begin{aligned} p_U(t) &= P_{\sim} \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q_{\sim} \cdot \sin(2\omega t) \\ p_V(t) &= P_{\sim} \cdot [1 + \cos(2\omega t - 2 \cdot 2\pi/3)] + Q_{\sim} \cdot \sin(2\omega t - 2 \cdot 2\pi/3) \\ p_W(t) &= P_{\sim} \cdot [1 + \cos(2\omega t - 2 \cdot 4\pi/3)] + Q_{\sim} \cdot \sin(2\omega t - 2 \cdot 4\pi/3) \end{aligned} \quad (\text{T2.2-3})$$

Die Summe  $p(t) = p_U(t) + p_V(t) + p_W(t)$  ergibt die gesamte, z. B. von einem Synchrongenerator erzeugte Wirkleistung. Da beide Summen der  $t$ -abhängigen Terme  $\cos(2\omega t) + \cos(2\omega t - 4\pi/3) + \cos(2\omega t - 8\pi/3) = 0$ ,  $\sin(2\omega t) + \sin(2\omega t - 4\pi/3) + \sin(2\omega t - 8\pi/3) = 0$

jeweils Null sind, folgt eine **zeitlich konstante** Summenleistung für das resultierende Drehstromsystem (T2.2-4). Das Pulsieren der Momentanleistung mit  $2f$  erfolgt nur innerhalb der jeweiligen Stränge U, V, W.

$$p(t) = p_U(t) + p_V(t) + p_W(t) = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = P = 3P_{\sim} \quad (\text{T2.2-4})$$

Die **Scheinleistung**  $S_{\sim}$  je Strang und die Drehstrom-Scheinleistung  $S$  (T2.2-5) geben die Strom- und Spannungsbelastung des el. Energiesystems bzw. -wandlers an. Die Größe  $S$  wird auch mit der verketteten Spannung  $U_{\text{verk}} = \sqrt{3} \cdot U$  (T2.2-6) ausgedrückt.

$$S = 3 \cdot S_{\sim} = 3 \cdot U \cdot I \quad (\text{T2.2-5})$$

$$S = 3 \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \quad (\text{"Faktor } \sqrt{3} \text{" im Drehstromsystem}) \quad (\text{T2.2-6})$$

Daraus folgen der **Leistungsfaktor**  $\cos \varphi$  und die Blindleistung  $Q$  (T2.2-8) im Drehstromsystem.

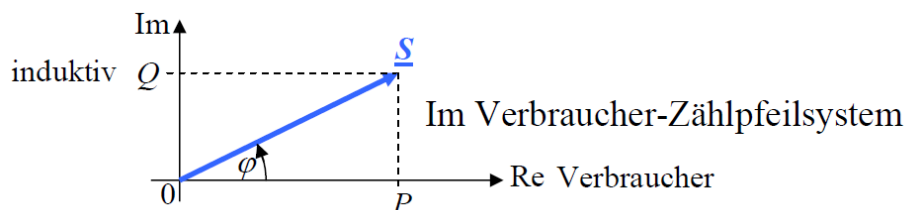
$$\cos \varphi = P / S = \lambda \quad (\text{T2.2-7})$$

$$Q = \pm \sqrt{S^2 - P^2} = 3 \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (\text{VZS: } Q > 0: \text{ induktiv, } Q < 0: \text{ kapazitiv}) \quad (\text{T2.2-8})$$

Im Rahmen der komplexen Wechselstromrechnung wird zudem eine „komplexe Scheinleistung“  $\underline{S}$  definiert (T2.2-9), deren Betrag (T2.2-10) die Scheinleistung  $S$  (T2.2-5) ist und deren Real- und Imaginärteil die Wirk- bzw. Blindleistung (T2.2-4), (T2.2-8) sind.

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + j \cdot Q \quad (\text{T2.2-9})$$

$$|\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U \cdot I = S \quad (\text{T2.2-10})$$



**Bild T2.2-1:** Zerlegung der komplexen Scheinleistung  $\underline{S}$  (hier im Drehstromsystem) in Real- und Imaginärteil, d. h. in Wirkleistung  $P$  und Blindleistung  $Q$ . Der komplexe Scheinleistungszeiger  $\underline{S}$  ist zur reellen Achse „Re“ der Gauß'schen Zahlenebene um den Phasenwinkel  $\varphi$  gedreht, wo bei  $\varphi > 0$  induktive Blindleistung  $Q$  auftritt.

Aus Bild T2.2-1 für die „komplexe Scheinleistung“  $\underline{S}$  werden Wirk- und Blindleistung (hier des Dreiphasensystems)  $P$  und  $Q$  mit der Euler-Formel  $e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \cdot \sin \varphi$  in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\varphi$  bestimmt (T2.2-11, -12, -13). Werden Wirk- und Blindleistung in Abhängigkeit von der verketteten Spannung  $U_{LL}$  geschrieben, ergibt sich der Vorfaktor  $\sqrt{3}$  (T2.2-12).

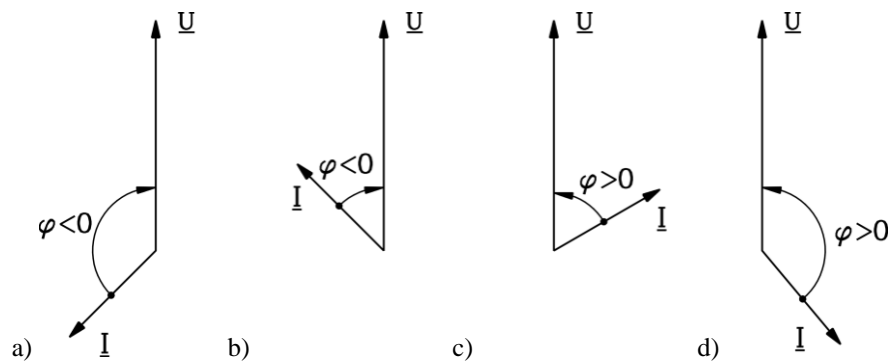
$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 3 \cdot U \cdot (I \cdot e^{-j\varphi})^* = 3 \cdot U \cdot I \cdot e^{+j\varphi} = 3 \cdot U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) \quad (\text{T2.2-11})$$

$$P = 3 \cdot \text{Re}\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\} = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (\text{T2.2-12})$$

$$Q = 3 \cdot \text{Im}\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\} = 3 \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (\text{T2.2-13})$$

Der Phasenwinkel  $\varphi$  wird VOM Strom ZUR Spannung positiv im mathematisch positiven Drehsinn gezählt (Rechts- bzw. Gegen-Uhrzeiger-Drehsinn, Bild T2.2-2).



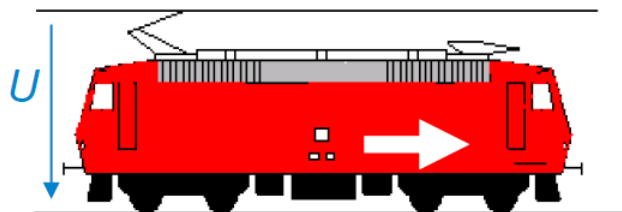


**Bild T2.2-2:** Die vier grundsätzlich unterschiedlichen Zustände im Einphasen-Wechselstromsystem bzw. im Drehstromsystem je Strang a) bis d) entsprechend den Eigenschaften in Tabelle T2.2-1.

Bild T2.2-2a)	Bild T2.2-2b)	Bild T2.2-2c)	Bild T2.2-2d)
$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ vor	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ vor	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ nach	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ nach
System kapazitiv	System kapazitiv	System induktiv	System induktiv
$Q < 0$	$Q < 0$	$Q > 0$	$Q > 0$
Erzeuger	Verbraucher	Verbraucher	Erzeuger
$P < 0$	$P > 0$	$P > 0$	$P < 0$

**Tabelle T2.2-1:** Die vier grundsätzlich unterschiedlichen Zustände in Wechselstrom- und Drehstromsystemen hinsichtlich der Vorzeichen von elektrischer Wirk- und Blindleistung im Verbraucher-Zählpeilsystem (Bild T2.2-2).

Neben Dreiphasen-Spannungssystemen werden in der el. Energietechnik teilweise auch Ein- und (sehr selten) Zweiphasen-Spannungssysteme eingesetzt. Ein Beispiel für ein Einphasennetz ist das deutsche Bahnnetz mit einer Nennspannung von 110 kV (auf der Fahrdrathleitung nur noch 15 kV) und einer auf 1/3 verminderten Frequenz 16.7 Hz. Als Rückleiter dient neben Schienen und Kabeln das (schwach) el. leitfähige Erdreich, das aber wegen des großen el. Strömungsquerschnitts einen durchaus kleinen el. Widerstand darstellt (siehe Kap. V).



**Bild T2.2-3:** Elektrische Vierachs-Lokomotive BR120, die am einphasigen Wechselstromnetz betrieben wird. In der Lokomotive wird über einen Einphasen-Transformator die hohe Fahrdrathspannung  $U = 15 \text{ kV}$  auf ca. 1 kV verringert und speist einen leistungselektronischen Gleichrichter, aus dessen Gleichspannung ein Wechselrichter ein Dreiphasensystem mit veränderlicher Frequenz und Spannungsamplitude macht. Dieses betreibt Drehstrom-Fahrmotoren (hier: Asynchronmotoren) mit veränderlicher Drehzahl für eine veränderliche Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive (Details siehe „Elektrische Maschinen und Antriebe“ und „El. Bahnen“).

Bei zweiphasigen Drehstromsystemen sind ebenso wie beim dreiphasigen System drei Leiter erforderlich (Stränge a und b sowie ein Rückleiter, Bild T2.2-4). Bei einem Phasenversatz zwischen den Wechselgrößen  $u$ ,  $i$  der beiden Stränge a und b von  $90^\circ$  können  $u$ ,  $i$  in Strang a durch Cosinus- und in Strang b durch Sinus-Funktionen dargestellt werden (T2.2-14). Es ergibt sich ebenso wie beim Dreiphasen-Netz eine zeitlich konstante Summenleistung  $p(t) = P$  (T2.2-14). Mit demselben konstruktiven Aufwand (3 Leiter erforderlich) wie beim Dreiphasen-System kann jedoch nur 2/3 der Leistung des Dreiphasen-Systems übertragen werden ((T2.2-4) vs. (T2.2-14)), deshalb kommen Zweiphasen-Netze in der Praxis kaum vor.

$$p(t) = p_a(t) + p_b(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega t) \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \varphi) + \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t - (\omega t - \varphi)) = 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (\text{T2.2-14})$$

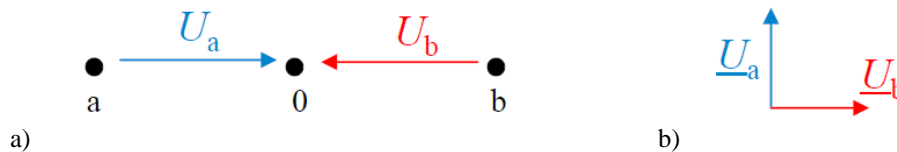


Bild T2.2-4: Zweiphasen-Spannungssystem: a) Leiter der Stränge a und b mit Rückleiter 0, b) komplexe Spannungszeiger der zwei Stränge mit einem Phasenversatz zwischen den Strängen a, b von  $90^\circ$ .

Für das Dreiphasen-System ist die Summe der Spannungen im symmetrischen Fall bei einem Phasenversatz von  $120^\circ$  zwischen den Strängen Null und auf den Rückleiter kann verzichtet werden (Bild T2.2-5).

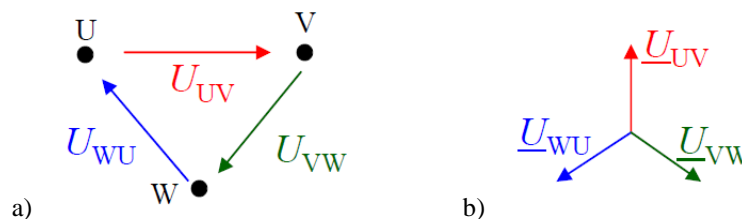


Bild T2.2-5: Dreiphasen-Spannungssystem: a) Leiter der drei Stränge U, V, W, b) Komplexe Spannungszeiger der drei Stränge mit einem Phasenversatz zwischen den Strängen U, V, W von  $120^\circ$ .

Dasselbe gilt für ein Vierphasen-System a, b, c, d mit einem Phasenversatz der el. Stranggrößen  $u, i$  von  $90^\circ$  zwischen je zwei benachbarten Strängen a-b, b-c, c-d, d-a (Bild T2.2-6). Die je Leiter übertragene Leistung ist dabei genauso groß wie im Fall des Dreiphasen-Systems, denn die zeitliche konstante Summenleistung beträgt  $P = 4 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$ , es sind aber auch vier Leiter erforderlich.

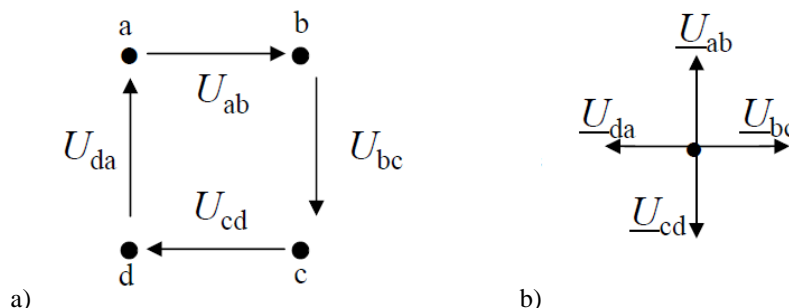


Bild T2.2-6: Vierphasen-Spannungssystem: a) Vier Leiter der vier Stränge a, b, c, d; b) Komplexe Spannungszeiger der vier Stränge mit einem Phasenversatz zwischen den Strängen von  $90^\circ$ .

Analog ist bei  $m$  Leitern (Phasen) mit einem Phasenversatz  $2\pi/m$ ,  $m$  ungerade  $\geq 3$  bzw.  $\pi/m$ ,  $m$  gerade  $\geq 4$ , die konstante Summenleistung  $P = m \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$ . Soll eine minimale Anzahl an Leitern  $m$  realisiert werden mit einer konstanten Summenleistung  $P$  und einer möglichst hohen, je Phase übertragenen Leistung, ist daher das Dreiphasen-System die wirtschaftlich optimale Lösung. Die Bezeichnung „Drehstrom“ geht dabei auf den in Darmstadt und Berlin wirkenden Russen M. v. Dolivo-Dobrovolsky 1888 als Pionier der Drehstromtechnik zurück.

### T2.3 Sternschaltung und Dreieckschaltung

Beim dreisträngigen Drehstromnetz können Verbraucher sowohl im Stern als auch im Dreieck an das Netz geschaltet werden (Bild T2.3-1). Bei der Sternschaltung sind die Strangklemmen

X, Y, Z zum gemeinsamen Sternpunkt N verschaltet. Bei der Dreieckschaltung ist das Ende eines Wicklungsstrangs mit dem Anfang eines anderen Wicklungsstrangs und zudem mit einer Phase des speisenden Drehstromnetzes verbunden. Die zwei Anschlussklemmen eines Wicklungsstrangs sind daher immer mit zwei Strängen des Drehstromnetzes verschaltet.

Bei Sternschaltung ist die Netzspannung als verkettete Spannung die Differenz benachbarter Strangspannungen, so dass sich z. B. parasitäre Strangspannungs-Oberschwingungen von dreifacher Netzfrequenz (150 Hz) in der verketteten Spannung auslöschen. Synchrongeneratoren sind daher mit ihrer Statorwicklung im Stern geschaltet. Bei Stern- und Dreieckschaltung sind beide Abfolgen der Wechselgrößen  $u$  und  $i$  in den Wicklungssträngen möglich, nämlich U-V-W und U-W-V. Wenn  $i_V$  um  $120^\circ$  zeitversetzt  $i_U$  folgt und  $i_W$  um  $120^\circ$  versetzt  $i_V$ , dann ergibt sich die Zeigerfolge gemäß Bild T2.3-2b. Wird die Phasenfolge umgekehrt (z. B. von U-V-W hin zu U-W-V durch Tausch zweier Klemmen in der Y- bzw. D-Schaltung), kehrt sich die zeitliche Phasenfolge um und  $i_W$  folgt um  $120^\circ$  zeitversetzt  $i_U$ ,  $i_V$  um  $120^\circ$  versetzt  $i_W$ .

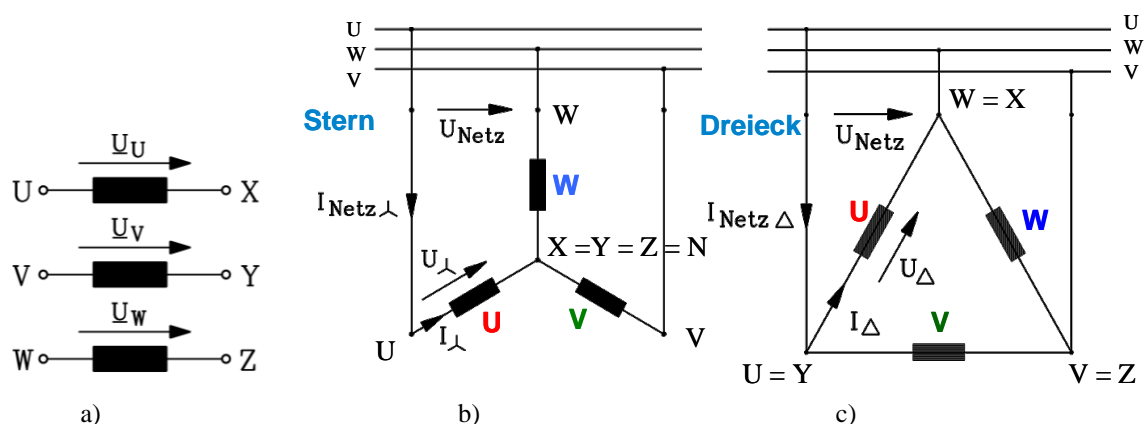


Bild T2.3-1: a) Dreiphasige unverschaltete Wicklungsstränge U-X, V-Y, W-Z, b) dreisträngige Wicklung in Sternschaltung (Phasenfolge U-V-W im Gegenurzeigersinn), c) wie b), jedoch Dreieckschaltung.

Während bei der Sternschaltung der Netzstrom auch der Strangstrom  $I_Y$  ist, teilt sich bei der Dreieckschaltung der Netzstrom, ausgehend vom Anschlusspunkt, auf zwei Wicklungsstränge auf. So gilt z. B. für den Netzstrom durch Anschlusspunkt  $U = Y$  (Bild T2.3-1c):

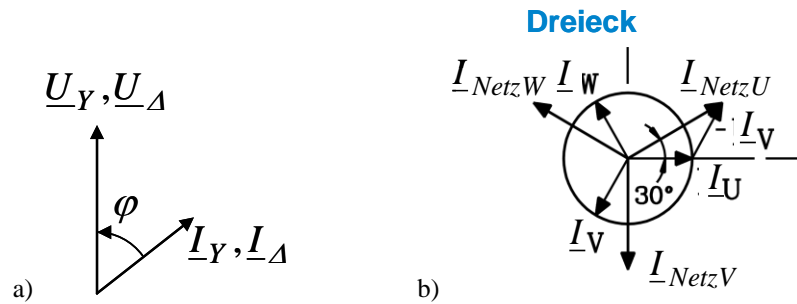
$$\underline{I}_{\text{Netz},U} = \underline{I}_{\text{Netz},\Delta} = \underline{I}_U - \underline{I}_V \quad (\text{T2.3-1})$$

Gemäß Bild T2.3-2b ist der Betrag des Netzstroms  $I_{\text{Netz},\Delta}$  der Dreieckschaltung bei einem symmetrischen Verbraucher um den Faktor  $\sqrt{3}$  höher als der Betrag des Strangstroms  $I_\Delta$ .

Umgekehrt ist bei Dreieckschaltung die anliegende Netzspannung identisch mit der an einem Wicklungsstrang anliegenden Strangspannung (Bild T2.3-1c). Bei der Sternschaltung ist die anliegende Netzspannung als verkettete Spannung die Differenz benachbarter Strangspannungen, sodass die Strangspannungen um den Faktor  $1/\sqrt{3}$  kleiner als die Netzspannung sind. Der Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen Strangstrom und Strangspannung wird positiv gezählt vom Strom zur Spannung im Gegen-Uhrzeigersinn. Er ist natürlich unabhängig von der Schaltungsart, sodass sich dieselben mathematischen Ausdrücke für die in den drei Strängen umgesetzte Leistung ergeben, wenn die Stranggrößen verwendet werden (T2.3-2), (T2.3-3). Daraus folgt, dass sich mit den Netzgrößen (Außenleitergrößen) ebenfalls schaltungsunabhängig dieselben Formeln für die Leistung ergeben, wie hier am Beispiel der Wirkleistung gezeigt ist.

$$P_Y = 3 \cdot U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I_Y \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I_{\text{Netz},Y} \cdot \cos \varphi \quad (\text{T2.3-2})$$

$$P_\Delta = 3 \cdot U_\Delta \cdot I_\Delta \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot I_{\text{Netz},\Delta} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Netz}} \cdot I_{\text{Netz},Y} \cdot \cos \varphi \quad (\text{T2.3-3})$$



**Bild T2.3-2:** a) Stranggrößen (unabhängig von der Art der Verschaltung): Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen den Zeigern der Strangspannung und des Strangstroms im Vergleich für Stern- und Dreieckschaltung Y und  $\Delta$ . Positive  $\varphi$ -Zählung im Gegen-Uhrzeigersinn vom Strom zur Spannung; b) Dreieckschaltung (Bild T2.3-1c): Phasenverschiebung zwischen den Strangstromzeigern der dreisträngigen Wicklung und den Netzstromzeigern.

### Beispiel T2.3-1: Vergleich von Dreieck- und Sternschaltung (Tab. T2.3-1)

Betrachtet wird ein dreisträngiger Verbraucher, dessen Stränge für jeweils 230 V ausgelegt sind. Weitere Daten: ( $\cos\varphi = 0.82$ ,  $f = 50$  Hz, Strangspannung 230 V). Weil bei Dreieckschaltung die verkettete Netzspannung der Strangspannung entspricht, wird hier ein 230V-Netz benötigt. Bei einem Strom 26.5 A in der Netz-Zuleitung ergibt sich wegen der Strom-Aufteilung auf zwei Wicklungsstränge mit  $120^\circ$  Phasenversatz ein Strangstrom  $26.5/\sqrt{3} = 15.2$  A. Wird der Verbraucher im Stern geschaltet, so muss gegenüber der Strangspannung 230 V die Außenleiterspannung  $\sqrt{3} \cdot 230 = 400$  V sein. Es muss ein 400V-Netz verwendet werden. Der aus dem Netz zufließende Strom als Netzstrom ist identisch mit dem Strangstrom und ist somit 15.2 A und damit niedriger als bei der Dreieckschaltung.

Schaltung der drei Wicklungsstränge	<i>Dreieck</i>	<i>Stern</i>
Strangspannung effektiv	230 V	230 V
Verkettete Spannung effektiv	230 V	400 V
Strangstrom effektiv	15.2 A	15.2 A
Netzstrom effektiv	26.5 A	15.2 A

**Tabelle T2.3-1:** Vergleich von Stern- und Dreieckschaltung für eine maximale Strangspannung von 230 V.

Bei Stern- und Dreieckschaltung ergibt sich bei identischen Stranggrößen natürlich dieselbe (Wirk-)Leistung, die in den drei Wicklungssträngen umgesetzt wird.

$$Y: P_Y = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Netz}} \cdot I_{\text{Netz}} \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 15.2 \cdot 0.82 = 8656 \text{ W} = P \quad (\text{T2.3-4})$$

$$D: P_D = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Netz}} \cdot I_{\text{Netz}} \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 26.5 \cdot 0.82 = 8656 \text{ W} = P \quad (\text{T2.3-5})$$

## T2.4 Unsymmetrische Drehstromsysteme und Leistungsmessung

### a) Mitsystem, Gegensystem und Nullsystem:

Ein Drehstromsystem oder Drehspannungssystem, dessen drei Wechselströme bzw. Wechselspannungen gleicher Frequenz dieselbe Amplitude haben, aber deren Zeitverläufe um  $120^\circ$  zueinander phasenverschoben sind, heißt **symmetrisches System**. Das „Mitsystem“ hat die Phasenfolge U, V, W: Es folgt  $i_V$  dem  $i_U$  um  $120^\circ$  zeitverzögert und  $i_W$  dem  $i_V$  um  $120^\circ$  zeitverzögert, ebenso die Spannungen (Bild T2.4-1). Beim Gegensystem ist die Phasenfolge

U, W, V: Es folgt  $i_W$  dem  $i_U$  um  $120^\circ$  zeitverzögert und  $i_V$  dem  $i_W$  um  $120^\circ$  zeitverzögert, ebenso die Spannungen. Dadurch kehrt sich z. B. in der Synchronmaschine (Abschn. T1) die Drehrichtung des magnetischen Stator-Drehfelds um (Name! „Gegen“-). Beim Nullsystem sind alle drei Strangströme bzw. Strangspannungen identisch und damit gleichphasig.

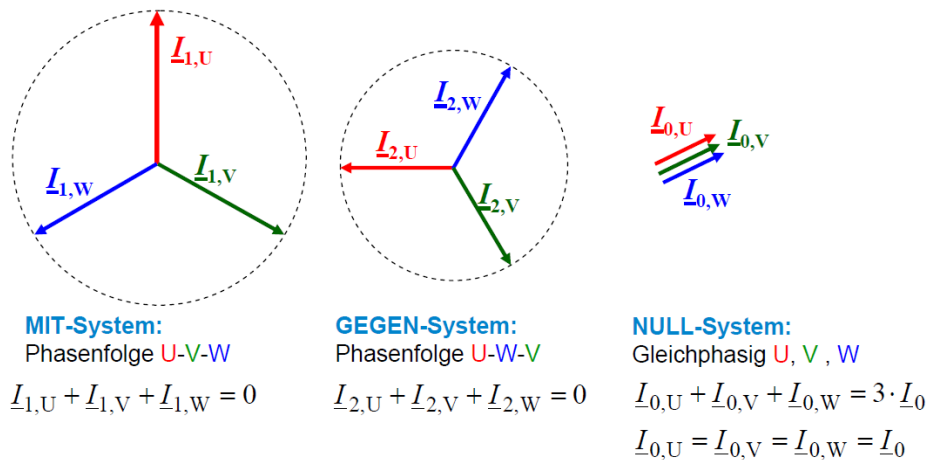


Bild T2.4-1: Dreiphasige Stromsysteme als Mitsystem, Gegensystem und Nullsystem.

Ein **unsymmetrisches sinusförmiges Dreiphasensystem** zeichnet sich aus durch

- zwar dieselbe Frequenz und Sinus-FORM der Signale je Strang,
- aber unterschiedliche Amplituden in den drei Strängen
- und/oder von  $120^\circ$  abweichenden Phasenwinkeln zwischen den Strängen.

Ein unsymmetrisches System entsteht meist dadurch, dass zwar vom Netz (Generator) symmetrische verkettete Spannungen eingeprägt werden (also gleiche Amplituden der Spannungen zwischen den drei Strängen und  $120^\circ$  Phasenverschiebung zueinander), dass aber die Lastimpedanzen in den drei Strängen (z. B. Bild T2-1) unterschiedlich groß sind. Es sind also i. A. die drei Verbraucher (Lastimpedanzen) nicht gleich („unsymmetrisch“), während die verketteten Spannungen aus dem speisenden Netz in der Regel einen symmetrischen Spannungsstern bilden. Sind lastseitig nur die drei Außenleiter U, V und W mit den symmetrischen verketteten Spannungen  $u_{UV}(t)$ ,  $u_{VW}(t)$ ,  $u_{WU}(t)$  vorhanden (Bild T2-1), so kann nur die zwischen ihnen abzugreifende Spannung

$$u_{UV}(t) = u_U(t) - u_V(t), u_{VW}(t) = u_V(t) - u_W(t), u_{WU}(t) = u_W(t) - u_U(t) \quad (T2.4-1)$$

lastseitig genutzt werden. Bei ungleichen („unsymmetrischen“) Verbrauchern weichen die Amplituden und Effektivwerte der Strangspannungen  $u_U(t)$ ,  $u_V(t)$ ,  $u_W(t)$  vom symmetrischen Wert, also effektiv  $U_{verk} / \sqrt{3}$ , ab. Die Summe dieser drei Strangspannungen und der von ihnen getriebenen Strangströme ist i. A. nicht Null (Bild T2.4-2a).

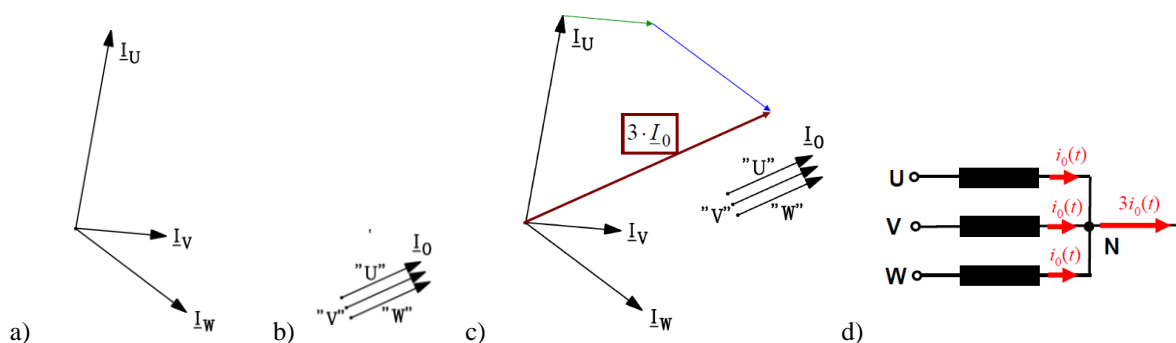


Bild T2.4-2: a) Unsymmetrisches Drehstromsystem: Die Stromsumme ist nicht Null! b) Im Stromsystem von a) „verborgenes“ Nullstromsystem  $\underline{I}_0$ . c)  $\underline{I}_0 = (\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W) / 3$ , d) Nullstrom bei angeschlossenem Sternpunkt.

Bei Sternschaltung ohne angeschlossenen Sternpunktleiter (Neutralleiter N) ist allerdings die Stromsumme der drei unsymmetrischen Strangströme auf Grund der *Kirchhoff'schen* Knotenregel am Sternpunkt jedenfalls Null:  $\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = 0$  (Bild T2.4-4).

Bei angeschlossenen Sternpunkt oder bei Dreiecksschaltung ist die Stromsumme i. A. nicht Null (T2.4-2), Bild T2.4-2a.

$$\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W \neq 0, \quad \underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = 3\underline{I}_0 \neq 0 \quad (\text{T2.4-2})$$

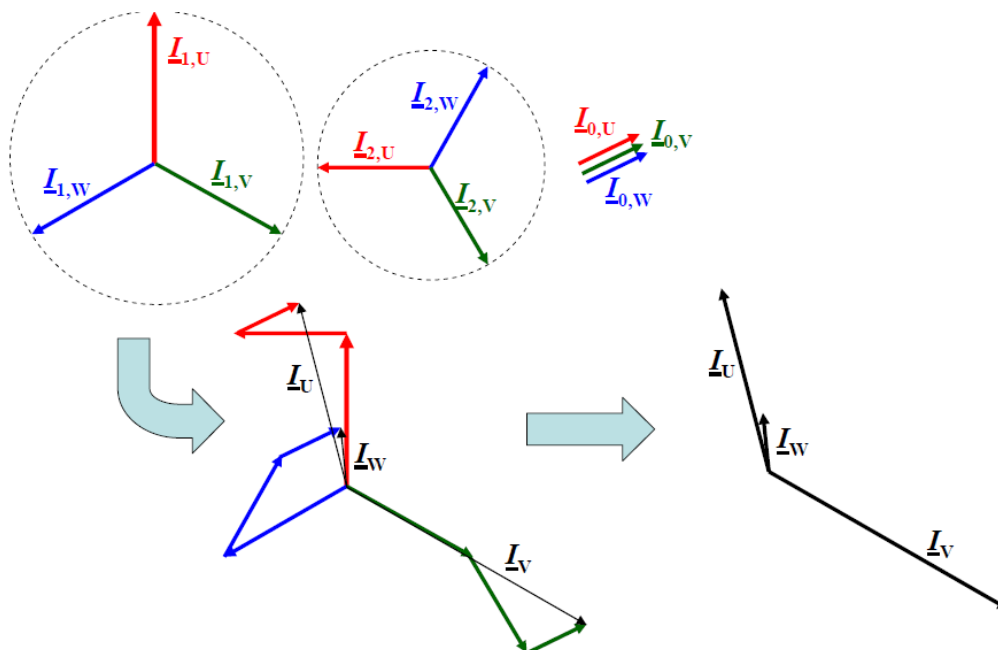
Diese Summe kann stets als das Dreifache eines Nullstroms  $\underline{I}_0$  geschrieben werden (Bild T2.4-2b). Das unsymmetrische Stromsystem  $\underline{I}_U, \underline{I}_V, \underline{I}_W$  lässt sich dann zerlegen in ein unsymmetrisches Untersystem  $\underline{I}_{U^*}, \underline{I}_{V^*}, \underline{I}_{W^*}$ , dessen Stromsumme Null ist ( $\underline{I}_{U^*} + \underline{I}_{V^*} + \underline{I}_{W^*} = 0$ ), und ein Nullstromsystem (Bild T2.4-2b). Gleiches gilt natürlich auch für ein entsprechendes Spannungssystem. Das Nullstromsystem tritt in allen drei Strängen als gleichphasiger (identischer) Nullstrom  $\underline{I}_0 = (\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W)/3$  auf (Bild T2.4-2c).

$$\underline{I}_U = \underline{I}_{U^*} + \underline{I}_0, \quad \underline{I}_V = \underline{I}_{V^*} + \underline{I}_0, \quad \underline{I}_W = \underline{I}_{W^*} + \underline{I}_0 \quad (\text{T2.4-3})$$

$$\underline{I}_{U^*} + \underline{I}_{V^*} + \underline{I}_{W^*} = 0, \quad \underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = 3\underline{I}_0 \quad (\text{T2.4-4})$$

Bei Sternschaltung mit angeschlossenen Sternpunkt (Bild T2.4-2d) fließt im Neutralleiter daher der dreifache Nullstrom  $3\underline{I}_0 = \underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W$ . Bei Dreiecksschaltung fließt der Nullstrom als Kreisstrom im Dreieck, tritt aber in den Netzzuleitungen NICHT als Anteil des Netzstroms z. B.  $\underline{I}_{\text{Netz,U}}$  auf, wegen der Differenzbildung der Strangströme:

$$\underline{I}_{\text{Netz,U}} = \underline{I}_U - \underline{I}_V = \underline{I}_{U^*} + \underline{I}_0 - (\underline{I}_{V^*} + \underline{I}_0) = \underline{I}_{U^*} - \underline{I}_{V^*}. \quad (\text{T2.4-5})$$



**Bild T2.4-3:** Ein beliebig „windschiefes“ Zeiger-Dreibein (= unsymmetrisches Drehstromsystem) lässt sich eindeutig in ein symmetrisches Mitsystem „1“ und Gegensystem „2“ und ein Nullsystem „0“ zerlegen.

Das unsymmetrische Untersystem  $\underline{I}_{U^*}, \underline{I}_{V^*}, \underline{I}_{W^*}$  lässt sich seinerseits eindeutig zerlegen in ein symmetrisches Mitsystem  $\underline{I}_{1,U}, \underline{I}_{1,V}, \underline{I}_{1,W}$  mit  $\underline{I}_{1,U} + \underline{I}_{1,V} + \underline{I}_{1,W} = 0$  und ein symmetrisches Gegensystem (Bild T2.4-1)  $\underline{I}_{2,U}, \underline{I}_{2,V}, \underline{I}_{2,W}$  mit  $\underline{I}_{2,U} + \underline{I}_{2,V} + \underline{I}_{2,W} = 0$ , so

dass sich allgemein jedes unsymmetrisches Drehstromsystem stets eindeutig in ein Mit-, Gegen- und Nullsystem zerlegen lässt (T2.4-6), (Bild T2.4-3).

$$\underline{I}_U = \underline{I}_{1,U} + \underline{I}_{2,U} + \underline{I}_{0,U}$$

$$\underline{I}_V = \underline{I}_{1,V} + \underline{I}_{2,V} + \underline{I}_{0,V} \quad \underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = 3 \cdot \underline{I}_0 \quad (\text{T2.4-6})$$

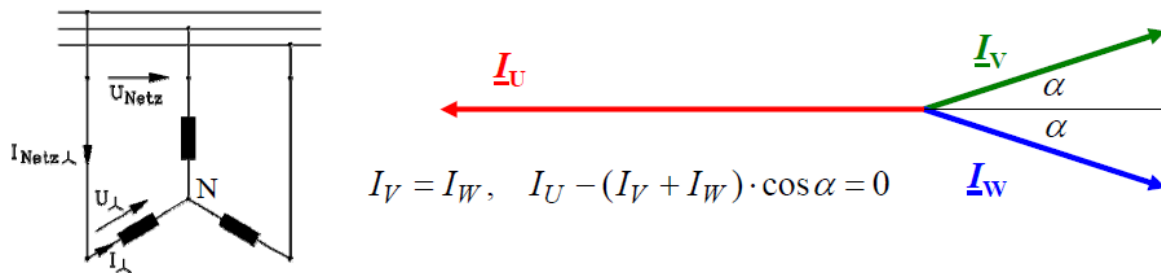
$$\underline{I}_W = \underline{I}_{1,W} + \underline{I}_{2,W} + \underline{I}_{0,W}$$

Das Behandeln unsymmetrischer Netzlasten mit dieser Methode der Zerlegung heißt „**Methode der symmetrischen Komponenten**“ und ist Gegenstand der energietechnischen Vertiefung.

Der Leistungsmittelwert  $p_{av}$  im unsymmetrischen System ergibt sich aus der Summe der drei i. A. unterschiedlichen Leistungsmittelwerte  $P_U, P_V, P_W$  pro Strang.

$$p_{av} = P_U + P_V + P_W = U_U I_U \cos \varphi_U + U_V I_V \cos \varphi_V + U_W I_W \cos \varphi_W \quad (\text{T2.4-7})$$

Gemäß (T2.2-2), (T2.2-3) heben sich wegen  $U_U \neq U_V \neq U_W$ ,  $I_U \neq I_V \neq I_W$ ,  $\varphi_U \neq \varphi_V \neq \varphi_W$  die drei mit  $2f$  pulsierenden Leistungswechselanteile der drei Stränge i. A. nicht auf. Es verbleibt eine mit  $2f$  pulsierende Wechselleistung, so dass die resultierende Momentanleistung  $p(t)$  wie beim Einphasensystem mit doppelter Frequenz  $2f$  um den Mittelwert der Momentanleistung im Drehstromsystem  $p_{av}$  mit einer von den el. Größen abhängigen Amplitude pulsiert.



**Bild T2.4-4:** Beispiel eines unsymmetrischen sinusförmigen Drehstromsystems ohne Nullsystem, denn es ist kein Sternpunktleiter angeschlossen.

Im Beispiel Bild T2.4-4 ist kein Sternpunktleiter bei der Sternschaltung angeschlossen. Bei unsymmetrischem Drehstromsystem (hier speziell  $I_U \neq I_V = I_W$ , Phasenwinkel  $180^\circ - \alpha$  vom V und W zu U) hebt sich die Leistungspulsation über die drei Stränge U, V, W nicht auf. Die resultierende Momentanleistung  $p(t)$  pulsiert mit  $2f$  um den Mittelwert  $p_{av}$ !

Die Leistungsmessungen im allgemein unsymmetrischen Drehstromsystem werden im Folgenden erläutert.

### b) Drei-Wattmeter-Methode:

Wattmeter multiplizieren eine Strom- und eine Spannungsgröße, die sie in einem Strom- und Spannungspfad messen und bilden deren Mittelwert z. B. über einen bestimmten Messzeitraum  $\tau$  (T2.4-8).

$$P_R = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau p_R(t) \cdot dt, \quad P_S = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau p_S(t) \cdot dt, \quad P_T = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau p_T(t) \cdot dt \quad (\text{T2.4-8})$$

Die gemessene Momentanleistung  $p(t)$  bei zeitlich beliebigen Strom- und Spannungskurvenformen  $u_R(t), i_R(t), u_S(t), i_S(t), u_T(t), i_T(t)$  führt mit einer Messschaltung gemäß Bild T2.4-5 auf die Momentanleistung  $p(t)$  und ihren Mittelwert  $P$ .

$$p(t) = p_R(t) + p_S(t) + p_T(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) + u_S(t) \cdot i_S(t) + u_T(t) \cdot i_T(t) \quad (\text{T2.4-9})$$

$$P = P_R + P_S + P_T \quad (\text{T2.4-10})$$

Diese Drei-Wattmetermethode zur Leistungsmessung wird vor allem bei **Vierleitersystemen** verwendet, also wo R, S, T und N vorhanden sind. Wenn der Sternpunktleiter nicht zugänglich ist, bildet man sich den symmetrischen Sternpunkt (z. B. des Generators bzw. des speisenden Transformators!) **künstlich**, indem man in die drei Spannungspfade je ein Wattmeter einschaltet und sie zu einem Sternpunkt zusammen schaltet (Bild T2.4-5). Die Summe aus Wattmeterwiderstand und eventuellem Vorwiderstand muss natürlich in allen drei Pfaden jeweils die gleiche sein. Da die drei Phasenleistungen  $p_R$ ,  $p_S$ ,  $p_T$  getrennt gemessen werden, ergibt die Summe der drei angezeigten Leistungsmesswerte auch bei unsymmetrischer Dreiphasenlast, und damit beim Vierleitersystem auch bei stromführendem Neutralleiter, die **richtige Gesamtleistung**.

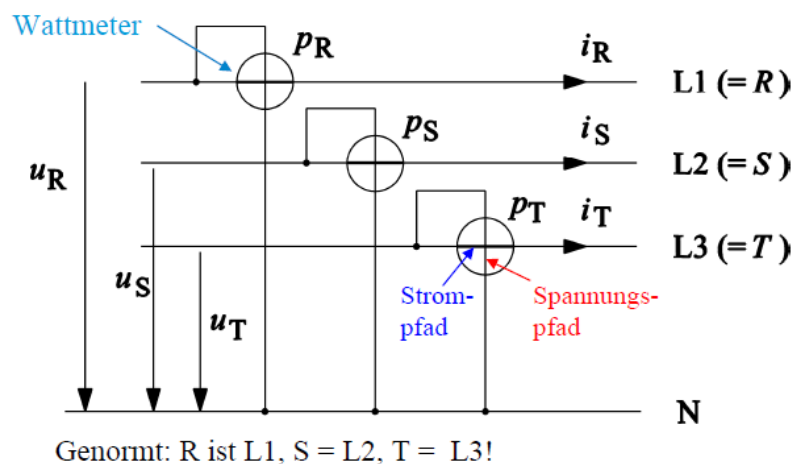


Bild T2.4-5: Drei-Wattmeterschaltung im Vierleiter-System R, S, T, N bzw. R, S, T und künstlichem Sternpunkt.

### c) Zwei-Wattmeter-Methode (ARON-Schaltung):

Bei einem Dreiphasensystem **ohne** Sternpunktleiter (also auch bei der Dreieckschaltung) kann man mit **zwei** Wattmetern auskommen. Die **Zwei-Wattmeter-Methode** gibt auch bei **unsymmetrischer Last** die richtige Gesamtleistung des Systems an (Bild T2.4-6). An zwei Außenleitern werden die Strompfade eingeschaltet, die Spannungspfade werden von diesen beiden Außenleitern in **gleicher** Weise zum dritten Außenleiter geschaltet, also nicht zyklisch vertauscht! Die von den beiden Wattmetern angezeigten Leistungswerte geben **addiert die richtige** Gesamtleistung des verketteten Dreiphasensystems an. Die Anzeigewerte sind dabei mit ihren richtigen Vorzeichen in die Summe einzusetzen; das heißt, zeigt ein Wattmeter negativ an, so ist der Leistungswert negativ zu zählen:  $P = P_{RT} + P_{ST}$ . Die Zwei-Wattmeter-Methode funktioniert dabei wie die Drei-Wattmeter-Methode für beliebige Spannungs- und Stromformen  $u_R(t)$ ,  $i_R(t)$ ,  $u_S(t)$ ,  $i_S(t)$ ,  $u_T(t)$ ,  $i_T(t)$ . Diese Schaltung ermittelt korrekte Leistungsmesswerte wie die Drei-Wattmeter-Methode. Die Momentanwerte der Leistungen in den beiden Wattmetern als Teilleistungen (T2.4-11)  $p_{RT}(t)$  und  $p_{ST}(t)$  haben für sich zwar keine physikalische Bedeutung,

$$p(t) = p_{RT}(t) + p_{ST}(t) = i_R(t)u_{RT}(t) + i_S(t)u_{ST}(t), \quad (\text{T2.4-11})$$

aber aus (T2.4-11) folgt wegen  $u_{RT} = u_R - u_T = -u_{TR}$ ,  $u_{ST} = u_S - u_T$  (T2.4-12) als korrekte Gesamtleistung  $p$ .

$$p = i_R \cdot (u_R - u_T) + i_S \cdot (u_S - u_T) = i_R \cdot u_R + i_S \cdot u_S + (-i_R - i_S) \cdot u_T \quad (\text{T2.4-12})$$



Da voraussetzungsgemäß kein Neutralleiter (Sternpunktleiter) vorhanden ist, ist gemäß dem 1. Kirchhoff'schen Gesetz  $i_R + i_S + i_T = 0$  bzw.  $i_R + i_S = -i_T$ , so dass aus (T2.4-12) der Ausdruck (T2.4-13) und damit wieder (T2.4-9) als korrekte Gesamtleistung  $p$  folgt.

$$p = p_{RT} + p_{ST} = i_R \cdot u_R + i_S \cdot u_S + (-i_R - i_S) \cdot u_T = i_R \cdot u_R + i_S \cdot u_S + i_T \cdot u_T \quad (\text{T2.4-13})$$

Da die Wattmeter die arithmetischen Mittelwerte der Momentanleistungen von (T2.4-13) bilden, erhalten wir für sinusförmige Größen (T2.4-14).

$$\begin{aligned} P &= P_{RT} + P_{ST} = I_R \cdot U_{RT} \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) + I_S \cdot U_{ST} \cdot \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) \\ &= I_R \cdot U_R \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_R) + I_S \cdot U_S \cdot \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_S) + I_T \cdot U_T \cdot \cos(\underline{I}_T, \underline{U}_T) = P_R + P_S + P_T \end{aligned} \quad (\text{T2.4-14})$$

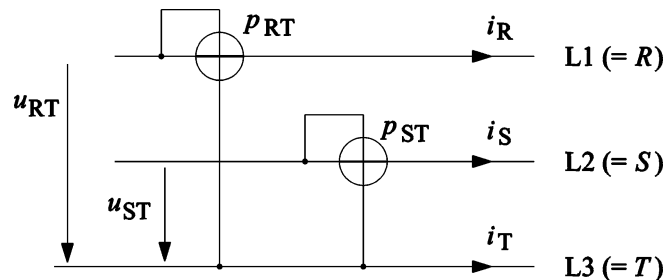


Bild T2.4-6: Zwei-Wattmeterschaltung im Dreileiter-System R, S, T OHNE Sternpunktleiter, die wie die Drei-Wattmetermethode auch bei unsymmetrischer Last verwendbar ist.

#### Fazit:

Die Summe der beiden in den Wattmetern zur Messung gelangenden Momentanleistungswerte ist gleich der Summe der drei Phasen-Momentanleistungen. Allein für sich hat jede der beiden einzelnen Teilleistungen keine besondere physikalische Bedeutung.

#### d) Zeigerdiagramm unsymmetrischer und symmetrischer Schaltungen:

Mit Verwendung der beiden von den Wattmetern angegebenen Messwerte der Zwei-Wattmeter-Methode, den Messwerten der drei Strangströme (Phasenströme) und den drei gemessenen **Strangspannungen (Phasenspannungen)** kann man das **Zeigerdiagramm** der Ströme und Spannungen auch bei unsymmetrischen Verbraucherimpedanzen zeichnen. Dies ist am Beispiel einer unsymmetrischen Sternschaltung mit drei ungleichen Verbraucher-Impedanzen  $\underline{Z}_R \neq \underline{Z}_S \neq \underline{Z}_T$ , (Bild T2.4-7a) gezeigt.

- 1) Man zeichnet zuerst das gleichseitige Dreieck der durch das speisende Netz symmetrisch eingepprägten verketteten Spannungen (Bild T2.4-7b).
- 2) Von den Eckpunkten des Dreiecks aus schlägt man mit dem Zirkel die drei i. A. ungleichen Messwerte der Phasenspannungs-Effektivwerte ab und erhält so den „unsymmetrischen Sternpunkt“ und das komplexe Phasenspannungs-Zeiger-Dreieck an der Belastungsseite.
- 3a) Die Effektivwerte der drei Außenleiterströme (= Phasenströme) werden ihrem Betrag nach mit *Ampere*-Metern gemessen. Ihre **Phasenlage** ergibt sich in folgender Weise aus den Wattmeteranzeigen: Wattmeter 1 misst  $P_1 = P_{RT} = I_R \cdot U_{RT} \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT})$ , so dass man den Phasenverschiebungswinkel über  $\cos(\dots)$  zwischen  $\underline{I}_R$  und  $\underline{U}_{RT}$  mit (T2.4-15) berechnet.

$$\cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) = \frac{P_{RT}}{I_R \cdot U_{RT}} \quad (\text{T2.4-15})$$

- 3b) Einfacher ist es, aus der Anzeige des Wattmeters  $P_{RT}$  durch Division

$$I_{Rw} = \frac{P_{RT}}{U_{RT}} = I_R \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) \quad (\text{w: „wirk“}) \quad (\text{T2.4-16})$$

die Größe  $I_{Rw}$  als die mit  $\underline{U}_{RT}$  in Phase liegende Komponente von  $\underline{I}_R$  zu bestimmen.

- 4) Zur Ermittlung von  $\underline{I}_R$  als komplexer Zeiger errichtet man im Zeigerdiagramm die Normale vom Zeiger  $\underline{U}_{RT}$  durch den Sternpunkt und trägt vom Schnittpunkt mit dem Zeiger  $\underline{U}_{RT}$  bei **positivem** Wattmetermesswert die Größe  $I_{Rw}$  **in Richtung** von  $\underline{U}_{RT}$ , bei **negativem** Wattmetermesswert **in Gegenrichtung** von  $\underline{U}_{RT}$  auf. Im Endpunkt dieser Strecke errichtet man wieder die Normale zu  $\underline{U}_{RT}$  und schlägt vom Sternpunkt aus die Größe  $\underline{I}_R$  ab. Man muss dabei denjenigen Schnittpunkt des Kreises mit der zuletzt gezeichneten Normalen suchen, der eine Lage des Stromzeigers  $\underline{I}_R$  in einem **spitzen** Winkel zur Phasenspannung ergibt, da es sich ja um die Phase eines Verbrauchers handelt ( $\cos(\underline{I}_R, \underline{U}_R) > 0$  !).
- 5) In gleicher Weise geht man beim Stromzeiger  $\underline{I}_S$  vor: Der Wattmetermesswert des zweiten Wattmeters liefert die Größe  $P_2 = P_{ST}$ . Daraus erhält man die Größe

$$I_{Sw} = I_S \cdot \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = \frac{P_{ST}}{U_{ST}}, \quad (T2.4-17)$$

die bei **positivem** Wattmetermesswert **in Richtung**  $\underline{U}_{ST}$  einzutragen ist. Mit Hilfe des mit dem Amperemeter gemessenen Betrages  $I_S$  als Effektivwert erhält man so die richtige Größe und Richtung des Zeigers von  $\underline{I}_S$ .

- 6) Die Bedingung  $\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$  liefert schließlich den dritten Stromzeiger  $\underline{I}_T$ . Zur Kontrolle muss der so aus dem Zeigerdiagramm ermittelte Betrag  $I_T$  mit dem in der Phase T gemessenen Betrag  $I_T$  (Messung mit dem Amperemeter) übereinstimmen!

In Bild T2.4-7 b) ist neben den unsymmetrischen Spannungszeigern ein symmetrisches Strangspannungssystem als Vergleich eingezeichnet, aus dem sich unmittelbar die Sternpunktverlagerungsspannung  $\Delta \underline{U} = \underline{U}_{N-N'}$  zwischen gedachtem „symmetrischem Sternpunkt“ und „unsymmetrischem Sternpunkt“ ergibt. Wäre parallel zur unsymmetrischen Sternschaltung Bild T2.4-7a eine symmetrische Sternschaltung angeschlossen, so tritt zwischen deren beiden Sternpunkten diese Spannung auf. Würden beide Sternpunkte durch einen Sternpunktstreiter verbunden, so flösse dort ein (i. A. unerwünschter) Sternpunktstrom.

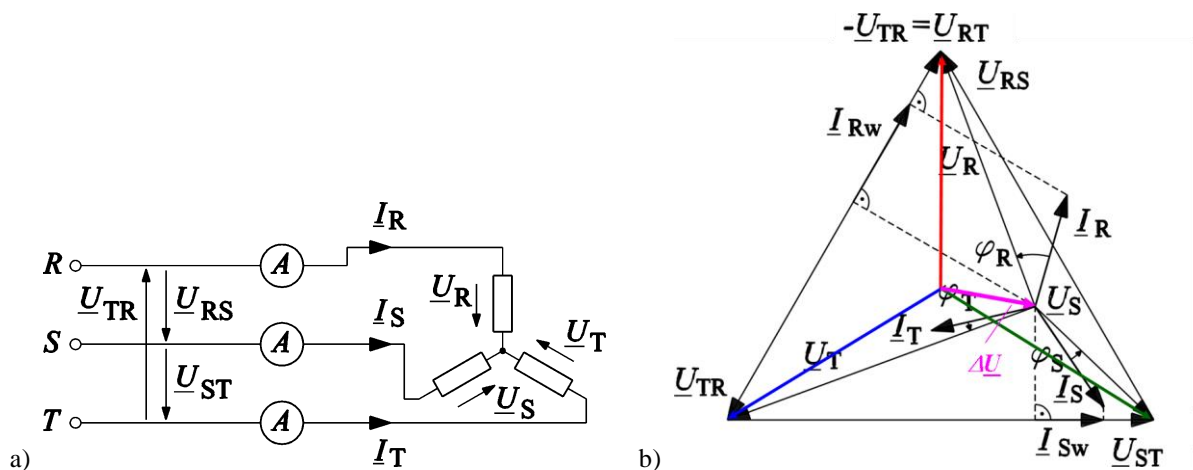


Bild T2.4-7: a) Unsymmetrische Sternschaltung ( $\underline{U}_R \neq \underline{U}_S \neq \underline{U}_T$ ), gespeist mit drei von außen eingeprägten symmetrischen verketteten Spannungen  $\underline{U}_{RS}$ ,  $\underline{U}_{ST}$ ,  $\underline{U}_{TR}$ , b) Konstruktion des Strom- und Spannungszeigerdiagramms bei unsymmetrischer Sternschaltung ( $\underline{U}_R \neq \underline{U}_S \neq \underline{U}_T$ ,  $\underline{I}_R \neq \underline{I}_S \neq \underline{I}_T$ ) aus Messwerten. Strangströme und Strangspannungen sind jeweils untereinander unterschiedlich groß! Zum Vergleich ist ein symmetrisches Strangsystem (rot, blau, grün) eingezeichnet sowie die Sternpunktverlagerungsspannung  $\Delta \underline{U}$ .

Oft sind die dreiphasigen Verbraucher **symmetrisch** (oder werden künstlich symmetriert), d. h. in jedem Strang befindet sich der gleiche Impedanzwert. Wir betrachten hier drei gleichartige in Stern geschaltete Verbraucher. Natürlich wäre auch eine Dreieckschaltung möglich. Bei der Messung mit der Zwei-Wattmeterschaltung sind die zwei Wattmeter z. B. mit den Strompfaden in Phase R und S geschaltet. Wegen der symmetrischen

Verbraucherschaltung sind die Strombeträge in allen drei Strängen gleich:  $I_R = I_S = I_T = I$ . Das symmetrisch speisende Netz ergibt für alle drei verketteten Spannungen die gleich großen Beträge  $U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U_{\text{verk}}$ . Die beiden Teilleistungen sind demnach

$$P_1 = P_{RT} = I_R \cdot U_{RT} \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) = I \cdot U_{\text{verk}} \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}), \quad (\text{T2.4-18})$$

$$P_2 = P_{ST} = I_S \cdot U_{ST} \cdot \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = I \cdot U_{\text{verk}} \cdot \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}). \quad (\text{T2.4-19})$$

Wenn der jeweilige Phasenwinkel  $\angle(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT})$  bzw.  $\angle(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST})$  Null ist, also der Cosinus dieses Winkels gleich 1 ist, tritt der maximal mögliche Messwert auf:  $P_1 = I \cdot U_{\text{verk}} = P_{\text{max}}$ ,  $P_2 = I \cdot U_{\text{verk}} = P_{\text{max}}$ , so dass man auch  $P_1 = P_{\text{max}} \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT})$ ,  $P_2 = P_{\text{max}} \cdot \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST})$  schreiben kann.

#### Beispiel T2.4-1:

**Sternschaltung einer ohm'sch-induktiven symmetrischen R-L-Last** (Bild T2.4-8a):  $R$  und  $L$  sind so bemessen, das bei Netzfrequenz  $f$  der Phasenstrom  $\underline{I}$  der Phasenspannung  $\underline{U}$  (z. B. Phase R) um den Winkel  $\varphi = \angle(\underline{I}_R, \underline{U}_R) = 60^\circ$  nacheilt, Bild T2.4-8b. Gemäß Bild T2.4-8c ist bei der Zwei-Wattmetermethode der Phasenwinkel bei der ersten Teilleistungsmessung  $\angle(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) = 30^\circ$  und bei der zweiten Teilleistungsmessung  $\angle(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = 90^\circ$ . Es gilt daher

$$P_1 = P_{\text{max}} \cdot \cos(30^\circ) = (\sqrt{3}/2) \cdot P_{\text{max}}, \quad P_2 = P_{\text{max}} \cdot \cos(90^\circ) = 0. \quad (\text{T2.4-20})$$

Es ist der Messwert der ersten Teilleistung  $P_1$  positiv, die zweite Teilleistung  $P_2$  ist Null. Die gesamte Drehstromleistung ist  $P = P_1 + P_2 = (\sqrt{3}/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I$  in Übereinstimmung mit

$$P = 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \cos(60^\circ) = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \frac{1}{2}. \quad (\text{T2.4-21})$$

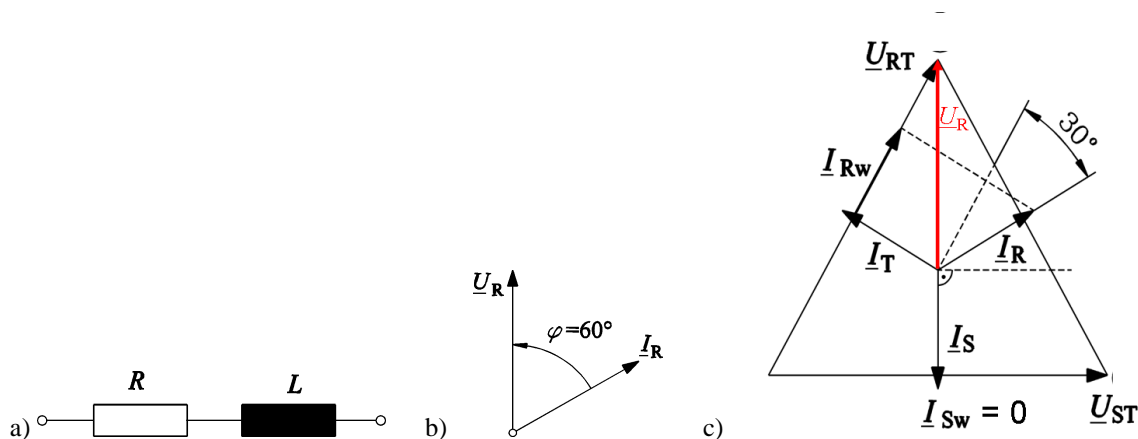


Bild T2.4-8: a) Je Strang: Ohm'sch-induktive Last mit  $\varphi = 60^\circ$ , b) Zeigerdiagramm je Strang, c) Zeigerdiagramm bei dreiphasiger Sternschaltung (Anwendung der Zweiwattmeter-Methode).

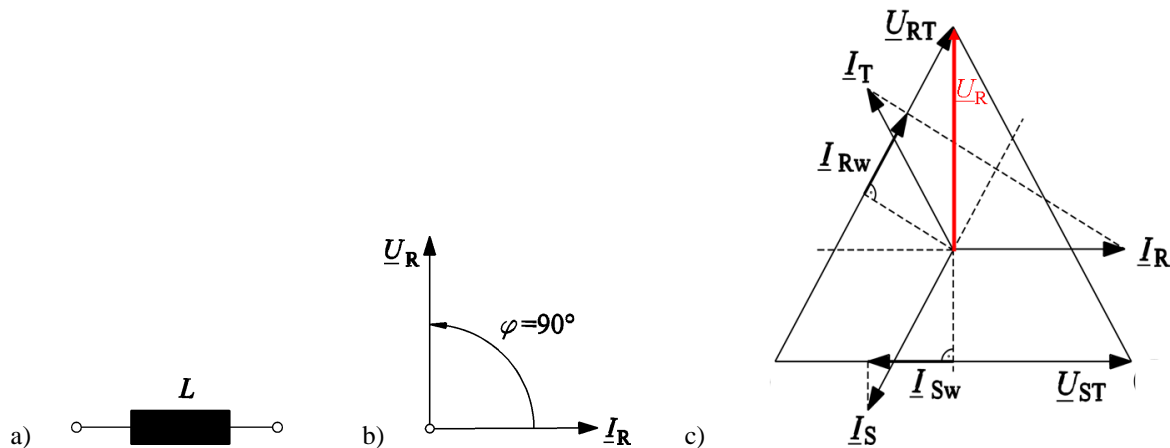
#### Beispiel T2.4-2:

**Sternschaltung einer rein induktiven symmetrischen Last  $L$**  (Bild T2.4-9a): Der Phasenstrom eilt der Phasenspannung um  $\varphi = \angle(\underline{I}_R, \underline{U}_R) = 90^\circ$  nach (Bild T2.4-9b). Gemäß Bild T2.4-9c ist der Phasenwinkel der ersten Teilleistung  $\angle(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) = 60^\circ$ , während der Phasenwinkel der zweiten Teilleistung  $\angle(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = 120^\circ$  ist.

$$P_1 = P_{\text{max}} \cdot \cos(60^\circ) = (1/2) \cdot P_{\text{max}}, \quad P_2 = P_{\text{max}} \cdot \cos(120^\circ) = (-1/2) \cdot P_{\text{max}} \quad (\text{T2.4-22})$$

Beide Teilleistungen  $P_1$  und  $P_2$  sind dem Betrag nach gleich groß, jedoch haben sie entgegengesetzte Vorzeichen, so dass die Gesamtleistung  $P$  als deren Summe Null ist. Es wird ja in rein induktiven Systemen keine Wirkleistung verbraucht. Die gesamte Drehstromleistung ist  $P = P_1 + P_2 = (1/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I - (1/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I = 0$  in Übereinstimmung mit

$$P = 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \cos(90^\circ) = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot 0 = 0. \quad (\text{T2.4-23})$$



**Bild T2.4-9:** a) Je Strang: Rein induktive Last mit  $\varphi = 90^\circ$ , b) Zeigerdiagramm je Strang, c) Zeigerdiagramm bei dreiphasiger Sternschaltung (Anwendung der Zwei-Wattmeter-Methode).

### T3 Transformatoren

Das Grundprinzip des Transformators ist in Kap. G erläutert. In energietechnischen Elektrosystemen mit Wechselgrößen soll der Transformator als „Leistungstransformator“ bei fester (Netz-)Frequenz die Spannungs- und Stromamplitude eines Primärsystems 1 über ein Übersetzungsverhältnis in einem Sekundärsystem 2 verändern. Übrigens können Mehrphasentransformatoren, eingesetzt in Mehrphasensystemen, auch die Phasenlagen von Strömen und Spannungen zwischen Primär- und Sekundärsystem ändern (siehe T3.4). Bei der Übertragung von Wirkleistung  $P$  von System 1 nach System 2 bleibt  $P$  (abzüglich der Wirkverluste  $P_d$  im Transformator) unverändert. Deshalb müssen Leistungstransformatoren einen hohen Wirkungsgrad  $\eta = (P - P_d)/P$  haben, der bei großen Transformatoren von Hunderten MVA Bemessungsleistung bis über 99,5 % beträgt. Abgesehen von der Bauform des Spartransformators erfolgt durch den Transformator eine galvanische Trennung der Stromkreise des Primär- und Sekundärsystems („Potentialtrennung“), so dass unerwünschte Störströme unterbrochen werden.

Zunächst wird der Einphasentransformator behandelt, und danach der Mehrphasentransformator in der Form des dreiphasigen Drehstromtransformators.

**a) Einphasentransformatoren** werden in einphasigen Wechselstromsystemen eingesetzt, z. B. in elektrischen Lokomotiven zum „Abspannen“ der Fahrdrabtspannung. Bei der *deutschen* Bahn wird die Oberleitungsspannung 15 kV, 16,7 Hz, auf die jeweilig erforderliche Sekundärspannung, z. B. 1000 V, 16,7 Hz, für das elektrische Lok-Antriebssystem abgesenkt. In Computernetzteilen wird die Einphasenspannung aus der Netzsteckdose (in *Deutschland*: 230 V / 50 Hz) auf die für die Elektronik deutlich niedrigere Gleichspannung (z. B. 5 ... 12 V) über einen Transformator mit nachgeschaltetem Gleichrichter verringert.

**b) Dreiphasentransformatoren** (Drehstromtransformatoren) werden in Drehstromsystemen verwendet. So wird z. B. in Kraftwerken die Generatorspannung (z. B. 27 kV, 50 Hz) über den dem Kraftwerksblock zugeordneten Blocktransformator auf die deutlich höhere Spannung

der Freileitung (z. B. 380 kV, 50 Hz) „hochgespannt“, da der Strom umgekehrt proportional sinkt ( $27/380 = 0.07$ ) und damit nur geringe Querschnitte der Freileitungsseile nötig sind. Die Scheinleistung bleibt dabei unverändert (T3-1).

$$\text{Generatorseite: } S_N = \sqrt{3} \cdot U_{N1} \cdot I_{N1} = \sqrt{3} \cdot 27 \text{ kV} \cdot 21.4 \text{ kA} = 1000 \text{ MVA} \quad (\text{T3-1})$$

$$\text{Netzseite: } S_N = \sqrt{3} \cdot U_{N2} \cdot I_{N2} = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ kV} \cdot 1520 \text{ A} = 1000 \text{ MVA}$$

Die Übertragungsverluste  $P_d$  auf der Freileitung (Kap. V) sind zum Quadrat des Stroms in den Leiterseilen proportional, z. B. (T3-2) für die Strangzahl  $m = 3$ . Die übertragene Scheinleistung ist hingegen zur Spannung und zum Strom proportional (T3-3), Bild T3-1.

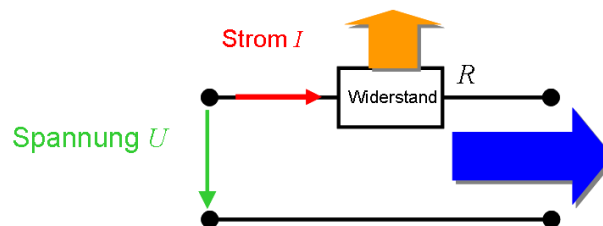
$$m = 3: P_d = 3 \cdot R \cdot I^2 \quad (\text{T3-2})$$

$$m = 3: S = 3 \cdot U \cdot I \quad (\text{T3-3})$$

Um die Übertragungsverluste  $P_d$  möglichst gering zu halten, ist eine hohe Spannung von Vorteil: Für gegebenes Leitermaterial (und damit gegebene Leitfähigkeit  $\kappa$ ), gegebene thermisch zulässige Stromdichte  $J$  im Leiterseil, gegebene Leitungslänge  $l$  und Leiterquerschnittsfläche  $A$  folgt bei einer zu übertragenden Scheinleistung  $S$  folgende Abhängigkeit (T3-4) der Übertragungsverluste  $P_d$  von  $\kappa$ ,  $J$ ,  $l$  und  $S$ .

$$J = \frac{I}{A}, \quad I = \frac{S}{3 \cdot U}, \quad R = \frac{l}{\kappa \cdot A} = \frac{l}{\kappa \cdot I/J}, \quad P_d = 3 \cdot R \cdot I^2 = 3 \cdot \frac{l \cdot J \cdot I}{\kappa} = \frac{l \cdot J \cdot S}{\kappa \cdot U} \quad (\text{T3-4})$$

Die Übertragungsverluste sinken daher mit höherer Spannung gemäß  $P_d = \frac{l \cdot J \cdot S}{\kappa \cdot U} \sim \frac{1}{U}$ .



**Bild T3-1:** Schematische Darstellung einer (einphasigen) Übertragungsleitung mit dem Widerstand  $R$ , in dem die Übertragungsverluste  $P_d$  umgesetzt werden.

Die an der Übertragungsleitung anliegende Spannung lässt sich jedoch nicht beliebig erhöhen, weil mit steigendem  $U$  der Isolationsaufwand mit entsprechenden Kosten steigt (Kap. V). In Abhängigkeit von der Leitungslänge  $l$  haben sich daher wirtschaftliche optimale Übertragungsspannungen etabliert (verkettet, effektiv):

$$l \leq 400 \text{ km: } U_N = 380 \text{ kV}$$

$$l \leq 200 \text{ km: } U_N = 220 \text{ kV}$$

$$l \leq 100 \text{ km: } U_N = 110 \text{ kV}$$

$$l \leq 30 \text{ km: } U_N = 30 \text{ kV}$$

Hieraus lässt sich die Faustregel

„Übertragungslänge  $l$  in km  $\approx$  Verkettete Übertragungsspannung (effektiv)“ ableiten.

**Beispiel T3-1:** Drehstrom-Hochspannungs-Freileitungen,  $I_N = 2000 \text{ A}$  (eff.) pro Leiterseil:

a) Spannungsebene  $U_N = 110 \text{ kV}$  (verkettet):

$$\text{Übertragene Scheinleistung } S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = 380 \text{ MVA},$$

b) Spannungsebene  $U_N = 220 \text{ kV}$ :  $S_N = 760 \text{ MVA}$ ,

c) Spannungsebene  $U_N = 380 \text{ kV}$ :  $S_N = 1300 \text{ MVA}$ .

Für  $P_d = \text{konst.}$  steigt somit die Übertragungsleistung proportional mit der Spannung. Die Größenordnung der bisher verwendeten maximalen Spannungsebene ist durch die Drehstromleitung *Ekibastus–Kökschetau (Kasachstan)* gegeben mit ehemals  $U_N = 1150 \text{ kV}$ , was aber selten ist und nur bei sehr langen Leitungen (*Russland, VR China, Kanada ...*) Verwendung findet oder finden wird.

Beispiel T3-2: Drehstrom-Hochspannungsfreileitung:  $J_N = 3 \text{ A/mm}^2$ ,  $\kappa_{\text{Cu}} = 57 \text{ MS/m}$ ,  
 $U_N = 110 \text{ kV}$  (verkettet):

$$\frac{P_d}{l \cdot S_N} = \frac{J_N}{\kappa \cdot U_N} = \frac{3 \cdot 10^6}{57 \cdot 10^6 \cdot 110000} = 0.05/100\text{km} = 5\% / 100\text{km} \quad (\text{T3-5})$$

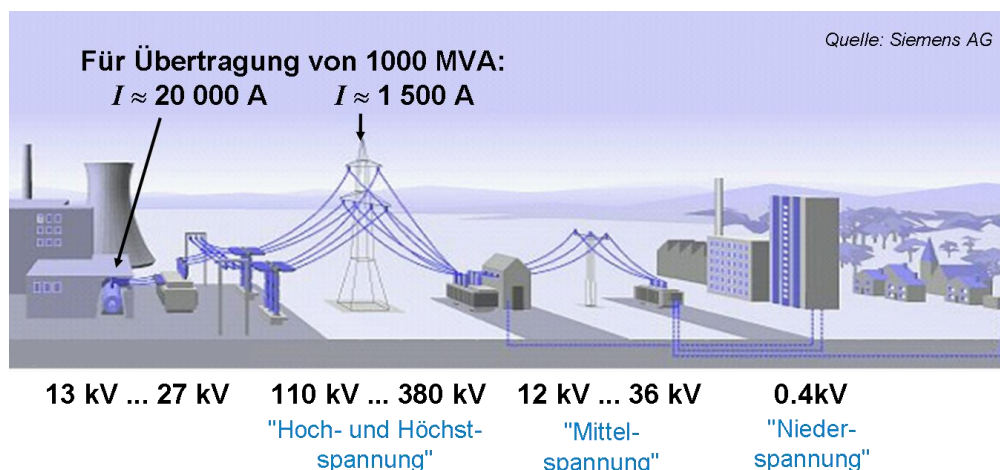
Um diese Übertragungsverluste  $P_d$  je Leitungslänge  $l$  (T3-6) zu verringern, muss die Spannung über Transformatoren angehoben werden, z. B. von 110 kV auf 800 kV (T3-7).

$$\frac{P_d}{l \cdot S_N} = \frac{J_N}{\kappa \cdot U_N} \sim \frac{1}{U_N}, \quad (\text{T3-6})$$

$$P_{d,100\text{km}} / S_N = 0.06 \cdot \frac{110}{800} = 0.0083. \quad (\text{T3-7})$$

So werden die Übertragungsverluste  $P_d$  bei

- $U_N = 110 \text{ kV}$ :  $P_d = \text{ca. } 6\%$  von  $S_N$  je 100 km, durch Erhöhung der Spannung auf
- $U_N = 800 \text{ kV}$ : auf  $P_d = \text{ca. } 0.8\%$  je 100 km verringert.



**Bild T3-2:** Drehstromtransformatoren als Blocktransformator im Kraftwerk (links), im Umspannwerk (Mitte) und als Verteiltransformator (rechts) für die Niederspannung 400 V (Quelle: Siemens AG).

Im Folgenden wird auch der praxisübliche Begriff „Mittelspannung“ (10 ... 30 kV) verwendet. Genormt sind nur die Begriffe „Niederspannung“ ( $\leq 1 \text{ kV AC}$ ) und „Hochspannung“ ( $> 1 \text{ kV AC}$ ). In den **Umspannwerken** wird über Transformatoren („Umspanner“) die hohe Übertragungsspannung der ankommenden Fernleitung auf die „Mittel“spannungsebene (z. B. 20 kV) für die verzweigte Leistungsverorgung der Verbrauchergebiete „abgespannt“. In den Ortsnetzstationen der Verbrauchergebiete wird über kleinere Verteiltransformatoren die Spannung von 20 kV auf 400 V für den Haushalts- und Gewerbebereich verringert. Für die Bereitstellung der elektrischen Energie in der „Energiekette“ vom Kraftwerk zur „Steckdose“ werden somit Drehstromtransformatoren mehrfach, durchschnittlich etwa viermal, eingesetzt (Bild T3-2). In Bild T3-2 links ist ein thermisches Kraftwerk (siehe Kap. P) dargestellt mit dem Heizkessel zur Erzeugung von Wasserdampf durch Erhitzung des Wassers mit der Verbrennungswärme von z. B. Kohle, dem Schlot zur Abfuhr der Rauchgase der verbrannten Kohle und dem Kühlturm zur Rückkühlung des Wasserdampfs im Dampfkreislauf. Dort wird eine Synchrongenerator (Kapitel T1) mit z. B. 3000/min durch eine vom heißen, expandierenden und sich dabei abkühlenden Dampf

bewegte Dampfturbine (Kap. P) angetrieben. Für eine el. Leistung von z. B.  $P_G = 1000$  MW muss über die Verbrennungsenergie im Kraftwerk (Wirkungsgrad im Bestpunkt ca. 45 %, Kap. P) eine thermische Leistung  $1000/0.45 = 2222$  MW bereitgestellt werden. Die Verlustleistung ( $2222 - 1000 = 1222$  MW) wird über den Kühlturm abgeführt, um den Dampf wieder zu Wasser zu kondensieren und den thermischen Dampfkreislauf wieder von vorne zu beginnen (Kap. P). Mit der Leistung  $P_G = 1000$  MW bei einer el. dreiphasigen Generatorspannung  $U_G = 27$  kV (verkettet), die bei einem zweipoligen Generator bei 3000/min die Frequenz  $f = 50$  Hz hat, und einen vom Generator eingestellten kapazitiven Leistungsfaktor  $\cos\varphi = -0.8$  ( $\cos\varphi = 0.8$  „übererregt“, Kap. T1) wird die el. Scheinleistung  $S_G = P_G / \cos\varphi = 1000 / 0.8 = 1250$  MVA

über die Hochspannungsfreileitung in der Mitte von Bild T3-2 mit  $U_{LL} = 400$  kV (verkettet) zu den Verbraucherzentren übertragen. Es muss dazu im **Blocktransformator**, der für 1250 MVA ausgelegt ist (Wirkungsgrad ca. 99.5 %), die Generatorspannung auf 400 kV hochgespannt werden. Dabei sinkt der Strom je „Phase“, d. h. je Leiter des Dreileiter-Drehstromsystems, vom Generatorstrom

$$I_G = S_G / (\sqrt{3}U_G) = 1250 / (\sqrt{3} \cdot 27) = 26.73 \text{ kA}$$

bei vernachlässigter Transformatorverlustleistung auf den kleineren Wert

$$I_L = S_G / (\sqrt{3}U_L) = 1250 / (\sqrt{3} \cdot 400) = 1.8 \text{ kA},$$

um die Stromwärmeverluste in der Freileitung ( $\sim I_L^2$ ) klein zu halten. Bei z. B. fünfzehn Verbraucherzentren mit einem Leistungsbedarf von je 83.3 MVA wird der elektrische Leistungsfluss in den Umspannwerken und Schaltanlagen (Bild T3-2 Mitte) aufgeteilt. Dazu spannen **Umspanntransformatoren** mit z. B.  $1000/15 \approx 85$  MVA Scheinleistung für die weitere Übertragung die 400 kV herab auf die 1/15 kleinere Spannung  $U_V = 30$  kV bei etwa gleichem Leiterstrom je Phase  $I_V = (S_G / 15) / (\sqrt{3}U_V) = 83.3 / (\sqrt{3} \cdot 30) = 1.6$  kA. Diese Leistung 83.3 MVA wird über zahlreiche Verteiltransformatorstationen (Bild T3-2 rechts) auf die für Haushalte, Industrie- und Gewerbebetriebe typische Leistungsgröße von ca. 500 kVA aufgeteilt. Die Spannung wird über die **Verteiltransformatoren** auf das kleinere Haushaltsniveau  $U_E = 400$  V (Personensicherheit, Kap. V!) oder auf das wegen der größeren Leistungen höhere Industrieniveau 690 V abgesenkt und mit Kabeln „unsichtbar“ (gestrichelt in Bild T3-2) verteilt. Bei z. B.  $S_E = 500$  kVA Endnutzerleistung je Verteiltransformator erhalten wir für Haushalte je Transformator-Sekundärphase den Strom

$$I_E = S_E / (\sqrt{3}U_E) = 500000 / (\sqrt{3} \cdot 400) = 722 \text{ A}.$$

Diese Leistung  $S_E$  wird genutzt, um in den Industriebetrieben u. A. die E-Motoren (Wechselstrom- und Drehstrommotoren; bei AC/DC-Gleichrichtung mit leistungselektronischen Stellern auch Gleichstrommotoren) zu versorgen, die mechanische Arbeit verrichten, und die Haushalte mit ca.  $3 \times 100$  A je Haushaltsabzweig zu speisen. Auf Grund des Kraftwerkseigenbedarfs, der Leitungs- und Kabelverluste (Kap. V) und der Transformatorverluste beträgt der Wirkungsgrad von der Generatorklemme zur Steckdose etwa 90 %, so dass von den 1000 MW nur etwa 900 MW genutzt werden können. Auf dem Weg vom Kraftwerk zur Steckdose befinden sich im Mittel ca. vier Transformatoren, so dass deren hohen Wirkungsgraden und ihrem zuverlässigen Funktionieren während ca. 40 Jahre Lebensdauer bei ständigem Betrieb unter Spannung hohe Bedeutung zukommt.

### T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Das **Ersatzschaltbild des Einphasentransformators** wird, basierend auf dem *Faraday'schen* Induktionsgesetz (Kap. G), mit den in Kap. G eingeführten Formelzeichen

und Begriffen über die Spannungsgleichungen für die Primärseite 1 und die Sekundärseite 2 (T3.1-1) in Bild T3.1-1 angegeben (siehe Kap. G3.12 Transformatorprinzip).

$$u_1(t) = R_1 \cdot i_1(t) + L_1 \cdot di_1(t)/dt + M_{12} \cdot di_2(t)/dt \quad (\text{T3.1-1})$$

$$u_2(t) = R_2 \cdot i_2(t) + L_2 \cdot di_2(t)/dt + M_{21} \cdot di_1(t)/dt \quad (\text{T3.1-2})$$

Der Einphasentransformator ist ein „reziprokes“ System, denn es gilt  $M_{12} = M_{21} = M$  !

$$u_1(t) = R_1 \cdot i_1(t) + (L_1 - M) \cdot di_1(t)/dt + M \cdot d(i_1(t) + i_2(t))/dt \quad (\text{T3.1-3})$$

$$u_2(t) = R_2 \cdot i_2(t) + (L_2 - M) \cdot di_2(t)/dt + M \cdot d(i_1(t) + i_2(t))/dt \quad (\text{T3.1-4})$$

Die Gleichungen (T3.1-3), (T3.1-4) führen auf das T-Ersatzschaltbild des „allgemeinen“ Einphasentransformators Bild T3.1-1.

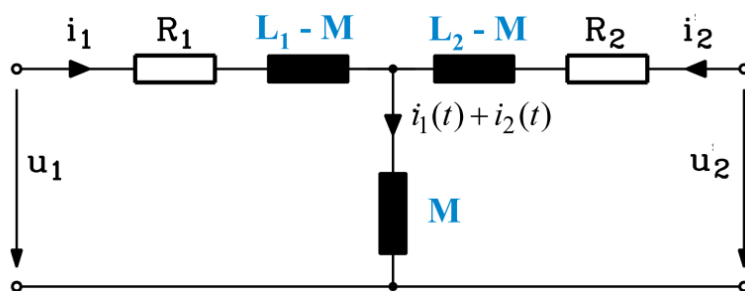


Bild T3.1-1: T-Ersatzschaltbild des „allgemeinen“ Einphasentransformators.

Die Parameter  $L_1 - M$ ,  $L_2 - M$  sind i. A. NICHT die „Streuinduktivitäten“  $L_{1\sigma}$  und  $L_{2\sigma}$ . Denn beim „allgemeinen“ Transformator ist die gegenseitige magnetische Kopplung von 1 und 2 so komplex (siehe Kap. G3.12), dass man den z. B. mit Wicklung 1 verketteten Fluss i. A. nicht eindeutig in einen Anteil, der nur mit 1 verkettet ist („Streufluss“), und einen, der mit 1 UND 2 verkettet ist („Hauptfluss“), auftrennen kann. Im Folgenden wird der „technische“ Einphasentransformator behandelt. „Technisch“ meint, dass der magnetische Hauptfluss für die Kopplung der galvanisch getrennten Primär- und Sekundärwicklung in einem geblechten Eisenkern (Bild T3.1-2) geführt wird, so dass Haupt- und Streufluss getrennt werden können.

#### a) Haupt- und Streufluss:

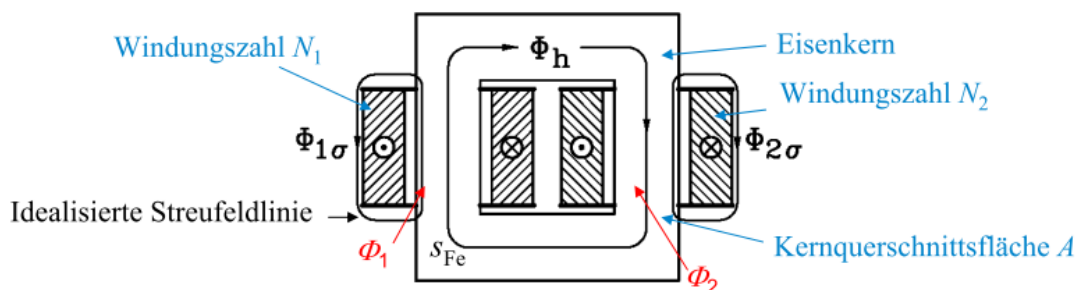


Bild T3.1-2: Prinzip des „technischen“ Einphasentransformators: Prinzipieller Verlauf der B-Feldlinien des Hauptflusses  $\Phi_h$  im Eisenkern und der beiden Streuflüsse  $\Phi_{1\sigma}$ ,  $\Phi_{2\sigma}$  der Primär- und der Sekundärwicklung.

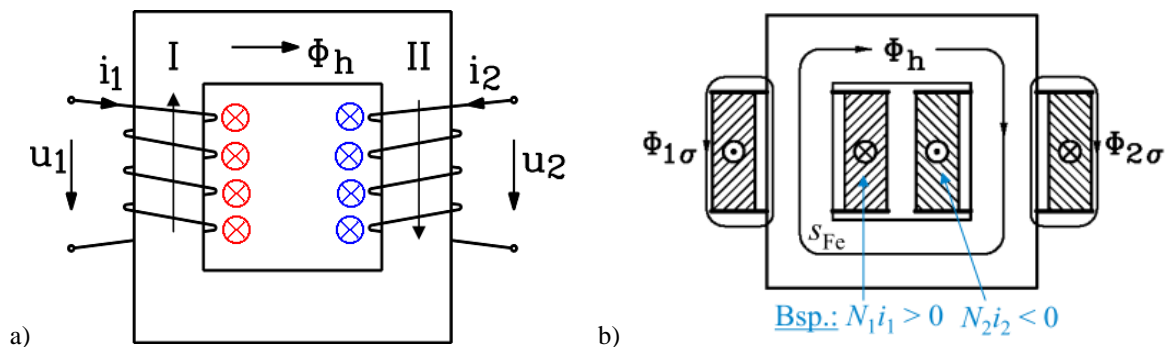
In Bild T3.1-3a ist ein geschlossener Eisenkreis (Eisenpermeabilität  $\mu_{Fe}$ , Eisenquerschnitt  $A$ ) mit der elektrisch getrennten Primärspule I und Sekundärspule II, mit den jeweiligen Windungszahlen  $N_1$ ,  $N_2$ , dargestellt. Spule I ist zunächst stromdurchflossen mit dem zeitlich beliebig veränderlichen Strom  $i_1$ . Spule II ist stromlos, die Sekundärklemmen offen:  $i_2 = 0$ . Mit dem Durchflutungssatz wird die magnetische Feldstärke  $H_{Fe}$  im Eisen berechnet. Als



geschlossene Kurve  $C$  wird der Weg einer Feldlinie des Hauptflusses  $\Phi_h$  im Eisen mit der Länge  $s_{Fe}$  verwendet (Bild T3.1-2). Aufgrund der sehr hohen magnetischen Eisenpermeabilität  $\mu_{Fe} \gg \mu_0$  des nicht hoch gesättigten Eisens verlaufen die geschlossenen Feldlinien nahezu vollständig im Eisen, abgesehen vom Streufluss. Der Magnetfluss im Eisen ist der zeitlich veränderliche **Hauptfluss**  $\Phi_h$ . Er ist auch mit Spule II verkettet und induziert dort eine Spannung. Primär- und Sekundärspule sind somit über den gemeinsamen Eisenkern, in dem der magnetische Hauptfluss geführt wird, magnetische gekoppelt.

$$\oint_C \vec{H}_{Fe}(t) \cdot d\vec{s} = \Theta(t) = N_1 \cdot i_1(t) \rightarrow \oint_C \vec{H}_{Fe}(t) \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe}(t) \cdot s_{Fe} = N_1 \cdot i_1(t) \quad (T3.1-5)$$

$$\Phi_h(t) = \int_A \vec{B}_{Fe}(t) \cdot d\vec{A} \approx B_{Fe}(t) \cdot A = \mu_{Fe} H_{Fe}(t) \cdot A = \mu_{Fe} \frac{N_1 i_1(t)}{s_{Fe}} \cdot A = A_h \cdot N_1 i_1(t) \quad (T3.1-6)$$



**Bild T3.1-3:** „Technischer“ Einphasentransformator: a) Bezeichnung von Spannung und Strom an Primär- (I) und Sekundärspule (II); Stromrichtungs-Zählsinn für den Durchflutungssatz (T3.1-5) für rechtswendig gewickelte Spulen, b) Beiträge zur Summendurchflutung  $\Theta = N_1 i_1 + N_2 i_2$  bei sekundär belastetem Transformator ( $i_2 \neq 0$ ). Eintrag der aktuellen Stromrichtungen für die typischerweise gegenphasigen Stromrichtungen  $i_2 \sim -i_1$ .

Die magnetische Kopplung der Spulen II und I wird durch die Gegeninduktivität  $M_{21}$  ausgedrückt, die den „magnetischer Leitwert“  $A$  enthält.

$$M_{21} = \Psi_{2h} / i_1 = N_2 \cdot \Phi_h / i_1 = N_1 N_2 \cdot \mu_{Fe} \frac{A}{s_{Fe}} = N_1 N_2 \cdot A_h, \quad A_h = \mu_{Fe} \cdot \frac{A}{s_{Fe}} \quad (T3.1-7)$$

Die **Selbstinduktivität des Hauptflusses**  $L_{1h}$  für Spule I beschreibt die Wirkung der Selbstinduktionsspannung durch den Hauptfluss in Spule I (T3.1-8). Die Feldlinien des **Streuflusses**  $\Phi_{1\sigma}$  von Spule I (Bild T3.1-3b) sind im „technischen“ Transformator nur mit Spule I (Primärwicklung), nicht aber mit Spule II verkettet. Die Selbstinduktionswirkung des Streuflusses in Spule I beschreibt die **Selbstinduktivität**  $L_{1\sigma}$  (T3.1-9).

$$L_{1h} = \Psi_{1h} / i_1 = N_1 \cdot \Phi_h / i_1 = N_1^2 \cdot A_h \quad (T3.1-8)$$

$$L_{1\sigma} = \Psi_{1\sigma} / i_1 = N_1 \cdot \Phi_{1\sigma} / i_1 = N_1^2 \cdot A_{1\sigma} \quad (T3.1-9)$$

Analog wird eine **Selbstinduktivität**  $L_{2\sigma}$  dem sekundären Streufluss  $\Phi_{2\sigma}$  in seiner Induktionwirkung auf die Spule II (Sekundärwicklung) zugeordnet. Die beiden Streuflüsse  $\Phi_{1\sigma}$ ,  $\Phi_{2\sigma}$  stehen über (T3.1-10), (T3.1-11) in Beziehung zur verketteten Flussdifferenz der Gesamtflüsse je Spule  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  und dem Hauptfluss  $\Phi_h$ .

$$\Phi_{1\sigma} = \frac{\Psi_{1\sigma}}{N_1} = \frac{\Psi_1 - \Psi_{1h}}{N_1} = \Phi_1 - \Phi_h \quad (T3.1-10)$$

$$\Phi_{2\sigma} = \frac{\Psi_{2\sigma}}{N_2} = \frac{\Psi_2 - \Psi_{2h}}{N_2} = \Phi_2 - \Phi_h \quad (T3.1-11)$$

Daraus folgen die **resultierenden Selbstinduktivitäten**  $L_1$ ,  $L_2$  der Spulen I und II aus der Verkettung mit jeweils Haupt- und Streufluss

$$L_1 = L_{1\sigma} + L_{1h} = N_1^2 \cdot (A_{1\sigma} + A_h), \quad L_2 = L_{2\sigma} + L_{2h} = N_2^2 \cdot (A_{2\sigma} + A_h) \quad (\text{T3.1-12})$$

sowie die **Gegeninduktivität** zwischen Spule I und II

$$M_{12} = M_{21} = N_1 N_2 A_h . \quad (\text{T3.1-13})$$

Weil die Streuflusspfade im Unterschied zum Hauptfluss teils außerhalb des Eisenkerns über Luftwege verlaufen, ist der magnetische Leitwert der Streuflüsse in guter Näherung zur Vakuumpermeabilität  $\mu_0$  proportional und damit um Größenordnungen kleiner als der magnetische Leitwert des Hauptflusspfads. Die magnetischen Streuleitwerte  $A_{1\sigma}$ ,  $A_{2\sigma}$  sind aufgrund des resultierenden Feldbilds nur gemeinsam summarisch mit i. A. numerischer Feldberechnung berechenbar und nicht getrennt als Einzelwerte (siehe Bild T3.2-7).

Beispiel T3.1-1: Induktivitäten eines Einphasentransformators:

Flussquerschnittsfläche  $A = 6400 \text{ mm}^2$ , Feldlinienlänge  $s_{\text{Fe}} = 1320 \text{ mm}$ , Spulenwindungszahlen primär und sekundär:  $N_1/N_2 = 100/10$ ,  $A_{1\sigma} = A_{2\sigma} = 0.001 \cdot A_h$ , gering gesättigtes

Eisen:  $\mu_{\text{Fe}} = 8000 \cdot \mu_0$ :  $A_h = \mu_{\text{Fe}} A / s_{\text{Fe}} = 8000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6400 \cdot 10^{-6} / 1.32 = \underline{\underline{0.0487 \text{ mVs/A}}}$ ,

$$A_{1\sigma} = A_{2\sigma} = \underline{\underline{0.0487 \text{ } \mu\text{Vs/A}}}, \quad M = N_1 N_2 A_h = 100 \cdot 10 \cdot 0.0487 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{48.7 \text{ mH}}},$$

$$L_1 = N_1^2 \cdot (A_{1\sigma} + A_h) = 100^2 \cdot 1.001 \cdot 0.0487 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{487.9 \text{ mH}}}, \quad L_2 = \underline{\underline{4.879 \text{ mH}}}.$$

### b) Spannungsinduktion:

Der von Spule I erregte Hauptfluss induziert in Spule II über **Gegeninduktion** ( $M$ ) eine Spannung, während in Spule I sowohl Haupt- als auch Streufluss eine Spannung als Selbstinduktion induzieren ( $L_{1h}$ ,  $L_{1\sigma}$ ). Im sekundären Leerlauf ( $i_2 = 0$ ) liegt nur die Gegeninduktionsspannung als  $u_2$  an den Sekundärklemmen von Spule II an (Bild T3.1-3a). Der Eisenkern wird dann ausschließlich durch die Durchflutung in Spule I magnetisiert.

Wird an Spule II eine Last angeschlossen (z. B. ein *ohm'scher* Widerstand), so fließt in Spule II ein Strom  $i_2$ , der die Spulen-Durchflutung  $N_2 i_2$  bildet (Bild T3.1-3b). Dieser Strom bildet im Lastwiderstand z. B. *ohm'sche* Verlustleistung. Somit ist ohne elektrisch leitende Verbindung (= ohne „galvanische“ Verbindung) elektrische Leistung von Spule I nach Spule II übertragen worden. Die elektrischen Potentiale von Spule I und Spule II sind damit voneinander getrennt und höchstens kapazitiv gekoppelt. Diese kleine Kopplungskapazität wird vernachlässigt.

Wenn in beiden Spulen Strom fließt, wird der Hauptfluss von beiden Strömen  $i_1$  und  $i_2$  gemeinsam mit der Summendurchflutung  $\Theta = N_1 i_1 + N_2 i_2$  erregt und induziert in beiden Spulen eine Spannung, die je Spule aus einer **Selbst- und Gegeninduktionsspannung** besteht. Diese Spannung als „innere“ Quellenspannung und der *ohm'sche* Spannungsfall an den Widerständen  $R_1$ ,  $R_2$  der beiden Spulen stellen die gesamte, an den jeweiligen Klemmen jeweils messbare Spulenspannung  $u_1$  bzw.  $u_2$  dar (T3.1-14). Damit sind die Spannungsgleichungen des „allgemeinen“ Transformators (T3.1-1), (T3.1-2) für den „**technischen**“ **Transformator** (= mit Eisenkern und gebündeltem Fluss) spezialisiert.

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (\text{T3.1-14})$$

### c) Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ :

Die Spannungen und Ströme in Primär- und Sekundärwicklung sind je nach Windungszahlen  $N_1$ ,  $N_2$  deutlich unterschiedlich. In Kap. G wurde gezeigt, das (T3.1-14) durch die Einführung

eines willkürlich gewählten **Übersetzungsverhältnisses**  $\ddot{u}$  nicht verändert wird. Wird  $\ddot{u}$  aber gemäß (T3.1-15) festgelegt,

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} \quad (\text{T3.1-15})$$

so sind die Parameter in Bild T3.1-1, also die Induktivitäten und Widerstände von Primär- und Sekundärkreis, von jeweils etwa gleicher Größe  $R_1 \approx R'_2$ ,  $L_1 \approx L'_2$ .

$$u'_2 = \ddot{u} \cdot u_2, \quad i'_2 = i_2 / \ddot{u}, \quad R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2, \quad L'_2 = \ddot{u}^2 \cdot L_2, \quad M' = \ddot{u} \cdot M_{12} \quad (\text{T3.1-16})$$

Aus (T3.1-12) und (T3.1-13) folgt weiter, dass bei Einführung von  $\ddot{u}$  gemäß (T3.1-15) in die Gleichungen (T3.1-14) nur noch eine Hauptinduktivität  $L_h$  verbleibt, die sowohl die Selbst- als auch die Gegeninduktivitätswirkung des Hauptflusses beschreibt.

$$\underline{\underline{M'}} = \frac{N_1}{N_2} \cdot N_1 N_2 A_h = N_1^2 A_h = L_{1h} = \underline{\underline{L_h}} \quad (\text{T3.1-17})$$

$$\underline{\underline{L'_{2h}}} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \cdot N_2^2 A_h = N_1^2 A_h = L_{1h} = \underline{\underline{L_h}} \quad (\text{T3.1-18})$$

Damit vereinfachen sich die Spannungsgleichungen (T3.1-14) gemäß

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \cdot \ddot{u} \cdot \frac{d(i_2 / \ddot{u})}{dt}, \quad (\text{T3.1-19})$$

$$u_2 \cdot \ddot{u} = R_2 \ddot{u}^2 \cdot \frac{i_2}{\ddot{u}} + L_2 \ddot{u}^2 \cdot \frac{d(i_2 / \ddot{u})}{dt} + M_{21} \ddot{u} \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (\text{T3.1-20})$$

zu

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_h \frac{di'_2}{dt}, \quad (\text{T3.1-21})$$

$$u'_2 = R'_2 i'_2 + L'_2 \frac{di'_2}{dt} + L_h \frac{di_1}{dt}. \quad (\text{T3.1-22})$$

#### d) Ersatzschaltbild des Einphasentransformators:

Mit der Auftrennung  $L_1 = L_{1\sigma} + L_h$ ,  $L'_2 = L'_{2\sigma} + L'_{2h} = L'_{2\sigma} + L_h$  folgt aus (T3.1-21), (T3.1-22)

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{1\sigma} \frac{di_1}{dt} + L_h \frac{d(i_1 + i'_2)}{dt}, \quad (\text{T3.1-23})$$

$$u'_2 = R'_2 i'_2 + L'_{2\sigma} \frac{di'_2}{dt} + L_h \frac{d(i_1 + i'_2)}{dt}. \quad (\text{T3.1-24})$$

Es kann damit ein fiktiver „gemeinsamer“ **Magnetisierungsstrom**  $i_m$  definiert werden, der den Hauptfluss erregt. Er entspricht der für Primär- und Sekundärwicklung gemeinsamen magnetisierenden Durchflutung  $\Theta$ , dividiert durch die Primärwindungszahl  $N_1$ .

$$i_m = i_1 + i'_2 \quad (\text{T3.1-25})$$

$$\Psi_{1h} = N_1 \Phi_h = L_h \cdot i_m = L_h \cdot (i_1 + i'_2) = N_1^2 A_h \cdot \left( i_1 + \frac{i'_2}{\ddot{u}} \right) = N_1 A_h \cdot (N_1 i_1 + N_2 i'_2) \quad (\text{T3.1-26})$$

$$\Rightarrow \Phi_h = A_h \cdot (N_1 i_1 + N_2 i'_2) = A_h \cdot \Theta \sim A_h \cdot i_m$$

Dies entspricht dem Ergebnis des Durchflutungssatzes (T3.1-5), dass Wicklung I und II i. A. gemeinsam den Hauptfluss erregen. Die Spannungsgleichungen (T3.1-23), (T3.1-24) werden in dem „**T-Ersatzschaltbild**“ des „technischen“ Einphasentransformators abgebildet (Bild T3.1-4), dass dem Ersatzschaltbild des „allgemeinen“ Transformators (Bild T3.1-1) ähnelt, nun aber den gebündelten Hauptfluss im Eisen, das Windungszahlverhältnis  $N_1/N_2$  und den gebündelten Primär- und Sekundärstreiffluss berücksichtigt.

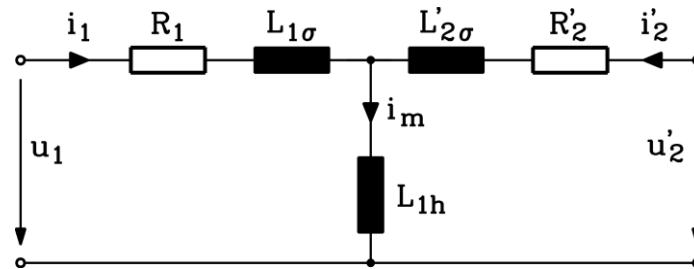


Bild T3.1-4: T-Ersatzschaltbild des „technischen“ Einphasentransformators mit Eisenkern und Auftrennung des Primär- und Sekundärflusses in Haupt- und Streufluss (ohne Berücksichtigung der Ummagnetisierungsverluste).

Das Verhältnis zwischen Sekundär- und Primärspannung im **Leerlauf** ( $i_1 \neq 0, i_2 = 0$ , offene Klemmen der Sekundärwicklung = kein Verbraucher sekundär) ergibt sich aus der von außen an die Primärwicklung angelegten zeitlich veränderlichen Spannung  $u_1$  mit der primären Selbstinduktionsspannung gemäß (T3.1-23)

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{1\sigma} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_h \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (\text{T3.1-27})$$

und der Gegeninduktionsspannung sekundär gemäß (T3.1-24)

$$u'_2 = L_h \cdot \frac{di_1}{dt}, \quad u_2 = u'_2 / \ddot{u}. \quad (\text{T3.1-28})$$

Bei Vernachlässigung des i. A. kleinen Spannungsfalls  $R_1 \cdot i_1$  ist

$$u'_2 / u_1 = L_h / (L_h + L_{1\sigma}) \approx 1, \quad (L_{1\sigma} / L_h \ll 1), \quad (\text{T3.1-29})$$

also

$$u_2 / u_1 = (u'_2 / \ddot{u}) / u_1 = (u'_2 / u_1) \cdot (1 / \ddot{u}) \approx 1 / \ddot{u} = N_2 / N_1. \quad (\text{T3.1-30})$$

Die (Leerlauf)-Spannungen übersetzen sich so wie die Windungszahlverhältnisse.

### e) Spartransformator:

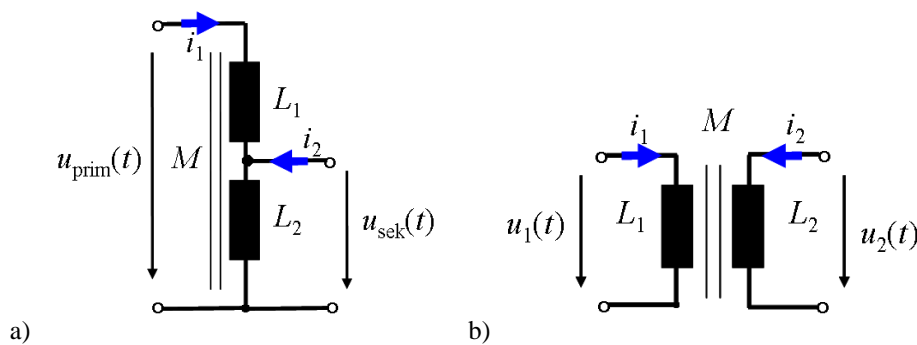


Bild T3.1-5: Vergleich von a) einem Spartransformator (= keine galvanische Trennung) und b) einem einphasigen Transformator MIT galvanischer Trennung (Erfinder: Blathy, Deri, Zipernovsky, Ganz-Werke, Budapest, k. u. k. Österreich-Ungarn, Patent 1885).

Im Gegensatz zum galvanisch trennenden Transformator ist für den Spartransformator nur eine Wicklung auf dem Eisenkern erforderlich, in der Primär- und Sekundärwicklung vereint sind. Zum Einstellen der Ausgangsspannung verfügt der Spartransformator über eine (oder mehrere) Anzapfungen (Bild T3.1-5a), wo der sekundäre Spannungsabgriff erfolgt. Durch die induktive Kopplung zwischen dem Primär- und Sekundärwicklungsteil ist das Bild T3.1-4 weiterhin gültig. Mit Bild T3.1-5a folgt für  $R_1 \approx 0, R_2 \approx 0$ :

$$u_{\text{sek}} = L_2 \cdot (d(i_1 + i_2) / dt) + M \cdot (di_1 / dt), \quad u_{\text{prim}} = u_{\text{sek}} + L_1 \cdot (di_1 / dt) + M \cdot (d(i_1 + i_2) / dt).$$

Das Verhältnis zwischen Sekundär- und Primärspannung im Leerlauf ( $i_2 = 0$ ) ist

$$\frac{u_{\text{sek}}(t)}{u_{\text{prim}}(t)} = \frac{u_{\text{sek},0}(t)}{u_{\text{prim},0}(t)} \cong \frac{L_2 + M}{L_1 + L_2 + 2M} \quad (\text{T3.1-31})$$

Mit (T3.1-11), (T3.1-12),  $M = N_1 N_2 \cdot A_h$  und bei Vernachlässigung der Streuflüsse, also  $L_1 \approx L_{1h} = N_1^2 \cdot A_h$ ,  $L_2 \approx L_{2h} = N_2^2 \cdot A_h$  ergibt sich das Verhältnis von Sekundär- und Primärspannung im Leerlauf wie bei (T3.1-30) als Verhältnis der Windungszahlen  $N_{\text{sek}}/N_{\text{prim}}$ .

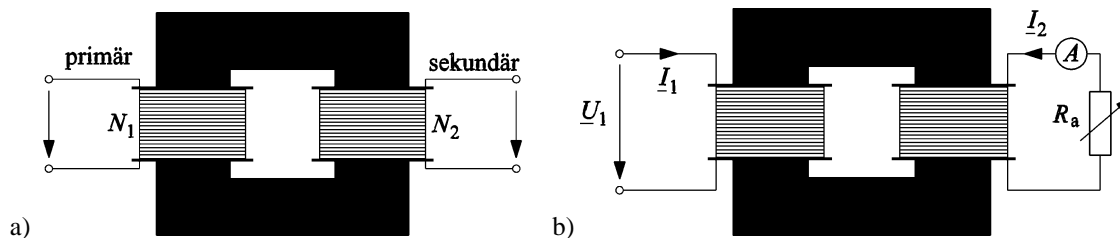
$$\frac{u_{\text{sek},0}(t)}{u_{\text{prim},0}(t)} \cong \frac{L_2 + M}{L_1 + L_2 + 2M} \cong \frac{N_2^2 + N_1 N_2}{N_1^2 + N_2^2 + 2N_1 N_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{N_{\text{sek}}}{N_{\text{prim}}} \quad (\text{T3.1-32})$$

Insofern verhalten sich galvanisch trennender Transformator und Spartransformator gleich. Letzterer aber nützt einen Teil der Primärwicklung als Sekundärwicklung und ist daher kostengünstiger, weshalb er „Spar“-Transformator heißt.

### f) Leerlaufender und belasteter Transformator:

Beim leerlaufenden Transformator (**Index 0**) liegt die Primärwicklung mit der Windungszahl  $N_1$  an der Spannung  $u_{10}(t)$ , aber die Sekundärwicklung mit der Windungszahl  $N_2$  hat offene Klemmen; es ist also sekundär kein Verbraucher angeschlossen (Bild T3.1-6a); der Sekundärstrom ist Null  $i_{20} = 0$ . Da die Primärwicklung an zeitlich veränderlicher Spannung liegt, erregt der durch sie getriebene Primärstrom  $i_{10}(t)$  über die Primärwicklung einen zeitlich veränderlichen Fluss, der eine Selbstinduktionsspannung in der Primärwicklung und eine Gegeninduktionsspannung  $u_{20}(t)$  in der Sekundärwicklung induziert.

$$u_{10} = R_1 \cdot i_{10} + (L_{1\sigma} + L_h) \cdot \frac{di_{10}}{dt}, \quad u_{20} = \frac{u'_{20}}{\ddot{u}} = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot L_h \cdot \frac{di_{10}}{dt} \quad (\text{T3.1-33})$$



**Bild T3.1-6:** a) Leerlaufender Transformator: Sekundär ist keine Last angeschlossen. b) Beim belasteten Transformator (hier: Speisung mit Wechselspannung  $\underline{U}_1$ ) ist sekundär als Last ein ohm'scher Widerstand  $R_a$  angeschlossen (Quelle: Schreiner, Physik, 1971).

Das Übersetzungsverhältnis der Spannungen bei Leerlauf ist  $u_{10}/u_{20}$  und gemäß (T3.1-33) wegen  $R_1 > 0, L_{1\sigma} > 0$  nicht gleich dem Wert  $\ddot{u}$ , der (T3.1-30) nur angenähert gilt. Erst wenn der kleine Primärwicklungswiderstand und der kleine primärer Streufluss vernachlässigt werden  $R_1 \approx 0, L_{1\sigma} \approx 0$ , gilt  $u_{10}/u_{20} \approx \ddot{u}$ . Die experimentelle Überprüfung von  $\ddot{u}$  über  $u_{10}/u_{20}$  liefert daher **etwas kleinere** Werte für  $u_{20}$  als  $u_{10}/\ddot{u}$  wegen des Spannungsfalls am  $R_1$  und  $L_1$ .

Bei Belastung sekundär (Bild T3.1-6b) fließen primär und sekundär durch die dort induzierten Spannungen die Ströme  $i_1(t), i_2(t)$ , die mit dem Ampère'schen Durchflutungssatz für eine geschlossene Kurve  $C$  (z. B. eine Hauptflussfeldlinie, Bild T3.1-3b) die Hauptfeldstärke  $H_{\text{Fe}}$  im Eisenkern ergeben. Im Eisenkern wird  $B_{\text{Fe}} \approx 1.75 \text{ T}$  eingestellt, um bei nicht zu hoher Eisensättigung einen möglichst hohen Hauptfluss zu erreichen. Zu 1.75 T ist für eine typische  $B(H)$ -Kurve des Eisens (z. B. Bild G3.8-1b, Kurve (2))  $H_{\text{Fe}} = 4 \text{ A/cm}$  und daher  $\mu_{\text{Fe,r}} = B_{\text{Fe}}/(\mu_0 H_{\text{Fe}}) = 3500$  relativ hoch, so dass näherungsweise  $H_{\text{Fe}} = 4 \text{ A/cm} \approx 0$  gilt.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{Fe} s_{Fe} = \Theta = N_1 i_1 + N_2 i_2 \rightarrow H_{Fe} \approx 0 : i_2 \approx -i_1 \cdot (N_1 / N_2) = -i_1 \cdot \ddot{u} \quad (\text{T3.1-34})$$

Mit der sehr guten Näherung  $H_{Fe} = 0$  sind die elektrischen Durchflutungen von Primär- und Sekundärwicklung in (T3.1-26) entgegengesetzt gleich groß ( $N_2 i_2 \approx -N_1 i_1$ ), so dass  $\Theta = 0$  ist („idealer Durchflutungsausgleich“). Daher übersetzen die Ströme unter Last etwa mit  $|i_1 / i_2| \approx 1 / \ddot{u}$  bzw.  $i_2' \approx -i_1$ . Das Verhältnis von Sekundär- und Primärstrom ist wie der Kehrwert des Verhältnisses der Windungszahlen.

$$\frac{|i_1|}{|i_2|} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \quad (\text{T3.1-35})$$

Bei unendlich großer Hauptinduktivität  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ,  $L_h \rightarrow \infty$  ist exakt  $H_{Fe} = 0$ . Es gilt exakt  $i_2' = -i_1$ . Wegen  $i_2' = -i_1$  fließen primär und sekundär die Ströme  $i_1$ ,  $i_2$  mit annähernd gleichem Zeitverlauf, aber entgegen gesetzter Stromrichtung (Bild T3.1-3b). Folglich ist der Magnetisierungsstrom Null:  $i_m = i_1 + i_2' = 0$ . Für  $L_h \rightarrow \infty$  ergibt sich aus Bild T3.1-4 das „vereinfachte“ Ersatzschaltbild T3.1-7.

$$u_h = \underbrace{L_h}_{\rightarrow \infty} \cdot \underbrace{\frac{di_m}{dt}}_{\rightarrow 0} \Leftrightarrow i_m = i_1 + i_2' = 0 : i_1 = -i_2' \quad (\text{T3.1-36})$$

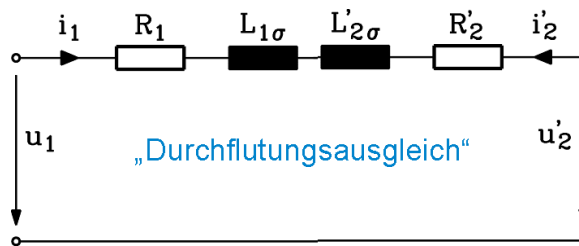


Bild T3.1-7: Vereinfachtes Ersatzschaltbild des belasteten Einphasentransformators bei Durchflutungsausgleich.

Beim „idealen“ Transformator übersetzen Spannung und Strom exakt mit  $\ddot{u}$ :

$$u_1 / u_2 = \ddot{u}, \quad |i_1 / i_2| = 1 / \ddot{u}, \quad \text{denn}$$

- alle Verluste sind vernachlässigt ( $R_1 = 0, R_2 = 0 \dots$ )
- alle Streuflüsse sind vernachlässigt; der gesamte magnetische Fluss verläuft im Eisenkern.
- das Eisen hat unendlich große Permeabilität.

Daher sind die Momentanwirkleistungen primär und sekundär  $p_1$  und  $p_2$  identisch.

$$p_1 = u_1 i_1 = (u_2 \cdot \ddot{u}) \cdot (i_2 / \ddot{u}) = u_2 \cdot i_2 = p_2 \quad (\text{T3.1-37})$$

Häufig wird der „reale“ Transformator durch diesen „idealen“ Transformator beschrieben. Dieser ideale Transformator übersetzt den Strom umgekehrt wie die Spannung. Im selben Maße, wie er etwa die Spannung herab transformiert, setzt er den Strom hinauf und umgekehrt. Tatsächlich sind die Bedingungen a) und b) wegen des auf die primäre Nennspannung  $U_{1N}$  bezogenen ohm'schen Spannungsfalls von ca. 2 ... 4 % und des induktiven Streuspannungsfalls von ca. 5 ... 10 % nicht wirklich erfüllt, während Bedingung c) wegen  $\mu_{Fe} \approx 3500 \mu_0 \gg \mu_0$  sehr gut erfüllt ist.

Transformatoren erfüllen damit folgende Zwecke:

- Spannung und Strom werden über ein Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  gegengleich erhöht bzw. erniedrigt, wobei die Wirkleistung  $P$  primär und sekundär, bis auf die i. A. kleinen Verluste im Transformator selbst, gleich bleibt.
- Bei Sinusgrößen  $u(t)$  und  $i(t)$  werden bei fester Frequenz  $f$  nur die Spannungs- und Stromamplitude  $\hat{U}, \hat{I}$  über das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  verändert. Bei Drehstromtransformatoren ändert sich ggf. auch die Phasenlage zwischen Primär- und Sekundärgrößen.

3) Die Leistungsübertragung von der Primär- auf die Sekundärseite erfolgt i. A. berührungslos über induktive Kopplung, sodass der Transformator eine galvanische Trennung von Primär- und Sekundärstromkreis ermöglicht. Ausnahme sind Spartransformatoren, mit denen keine galvanische Trennung vorhanden ist (Bild T3.1-5a).

### T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

#### a) Ersatzschaltbild bei Sinusbetrieb:

Ist die an den Spulenklemmen anliegende Spannung zeitlich sinusförmig mit der Frequenz  $f$  veränderlich, so wird i. A. die **komplexe Wechselstromrechnung** verwendet.

$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot U_1 \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \cdot U_1 e^{j\varphi_U} \cdot e^{j\omega t} \right\}, \quad \omega = 2\pi \cdot f \quad (\text{T3.2-1})$$

Es wird anstelle von  $u_1(t)$  der komplexe Zeiger  $\underline{U}_1 = U_1 \cdot e^{j\varphi_U}$  in den Spannungsgleichungen (T3.1-23), (T3.1-24) verwendet. Dies gilt sinngemäß für alle hier genannten zeitlich veränderlichen Größen. Wegen (T3.2-2) werden alle zeitlichen Ableitungen durch Multiplikation mit  $j\omega$  ersetzt, wobei der Ausdruck  $\omega L$  als **Reaktanz  $X$**  bezeichnet wird.

$$L \cdot \frac{di}{dt} = \operatorname{Re} \left\{ L \cdot \frac{d}{dt} \sqrt{2} \cdot I \cdot e^{j\varphi_I} \cdot e^{j\omega t} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \cdot j\omega L \cdot I \cdot e^{j\varphi_I} \cdot e^{j\omega t} \right\} \quad (\text{T3.2-2})$$

Die Beschreibung im Rahmen der komplexen Wechselstromrechnung ist bei sinusförmiger Speisung (z.B. Netzspannung primär) im eingeschwungenen Zustand möglich, nicht aber für transiente Vorgänge wie Ein- oder Ausschaltvorgänge, bei denen sich die Ströme und Spannungen auf Grund des Schaltens nicht zeitharmonisch verändern (siehe Vorlesung „Energy Converters - CAD & System Dynamics“).

Die Spannungsgleichungen (T3.1-23), (T3.1-24) lauten in komplexer Schreibweise:

$$\boxed{\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{1\sigma} \underline{I}_1 + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2)}, \quad \boxed{\underline{U}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + jX'_{2\sigma} \underline{I}'_2 + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2)}. \quad (\text{T3.2-3})$$

Ströme und Spannungen werden als Effektivwerte, Flüsse und Flussverkettungen wegen der durch sie bewirkten Sättigung als Scheitelwerte angegeben. Die **Hauptfeldspannung**

$$\underline{U}_h = jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) = jX_h \underline{I}_m = j\omega N_1 \underline{\Phi}_h / \sqrt{2} \quad (\text{T3.2-4})$$

ist die induzierte „**Nutzspannung**“ infolge der zeitlichen Änderung des Hauptflusses  $\underline{\Phi}_h$ . Dieser induziert auch im Eisen eine Spannung, die Wirbelströme treibt und wegen des *ohm'schen* Eisenblechwiderstands  $R_{sh}$  (sh: sheet) **Wirbelstromverluste**  $P_{Ft}$  verursacht (Ft: *Foucault*). Um sie zu begrenzen, wird der Eisenkern aus el. isolierten dünnen Blechen geblecht ausgeführt (Bild T3.2-1). Die Verluste  $P_{Ft}$  hängen dabei näherungsweise quadratisch von dem Hauptfluss und damit wegen  $U_i = U_h / N_1$  von der Hauptfeldspannung  $U_h$  ab.

$$u_i = -d\Phi_h / dt \Rightarrow U_i = \omega \cdot \Phi_h / \sqrt{2} \Rightarrow I_{Ft} \approx U_i / R_{sh}, \quad (\text{T3.2-5})$$

$$P_{Ft} \sim I_{Ft}^2 \cdot R_{sh} = \omega^2 \cdot \Phi_h^2 / (2R_{sh}) \sim U_h^2 / R_{sh}.$$

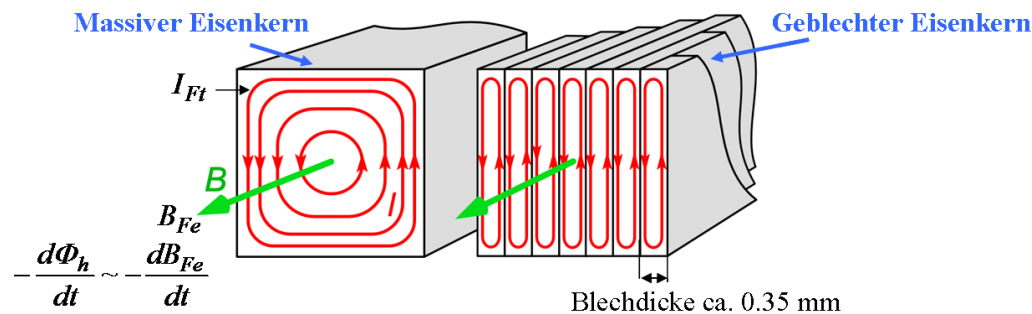
Zusätzlich treten durch die  $f$ -frequente Umorientierung des Magnetfelds im Eisenkern **Hystereseverluste**  $P_{Hy}$  auf (Bild T3.2-2). Die auf das Volumen  $V$  bezogene Verlustdichte  $w_{Hy}$  ist zu der von der mit der Kreisfrequenz  $\omega$  durchlaufenen Hystereseschleife eingeschlossenen Fläche proportional. Die Hystereseverluste sind wie die Wirbelstromverluste zum Quadrat des Hauptflusses und damit zum Quadrat der Hauptfeldspannung proportional (T3.2-6).

$$P_{Hy} = \omega \cdot w_{Hy} \cdot V, \quad w_{Hy} \sim B_{Fe} \cdot H_{Fe} \sim B_{Fe}^2 \sim \Phi_h^2 \sim U_h^2 / \omega \quad (\text{T3.2-6})$$

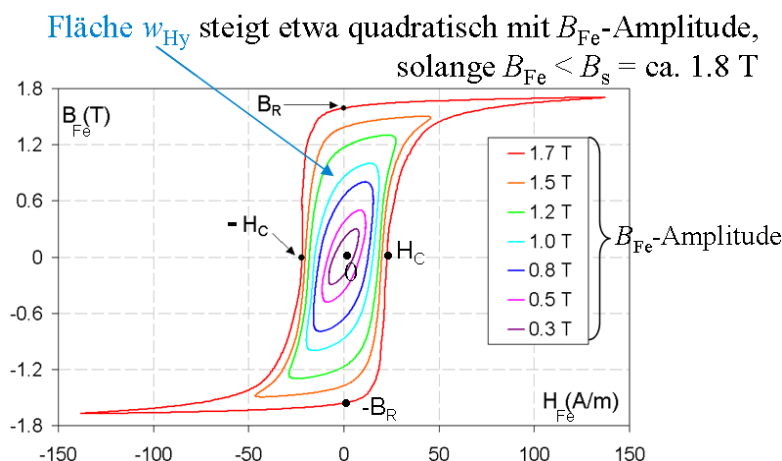
Wirbelstromverluste und Hystereseverluste werden zu den  $U_h^2$ -proportionalen Ummagnetisierungsverlusten  $P_{Fe} = P_{Ft} + P_{Hy}$  zusammengefasst. Mit dem Ersatzwiderstand  $R_{Fe}(\omega)$  bei konstanter Kreisfrequenz  $\omega$  (z. B. Netz-Kreisfrequenz) gilt

$$P_{\text{Fe}} = U_{\text{h}}^2 / R_{\text{Fe}}(\omega). \quad (\text{T3.2-7})$$

Dieser Ausdruck definiert den Eisen-Ersatzwiderstand für einen Einphasentransformator, wohingegen die Ummagnetisierungsverluste in einem Dreiphasentransformator für das Ersatzschaltbild auf die  $m = 3$  Stränge (= drei Ersatzschaltbilder) gemäß  $P_{\text{Fe}} = 3 \cdot U_{\text{h}}^2 / R_{\text{Fe}}$  aufgeteilt werden müssen.



**Bild T3.2-1:** Entstehung von Wirbelstromverlusten  $P_{\text{Ft}}$ : Links: Ungeblechter Eisenkern, in dem sich Wirbelstromschleifen infolge des zeitlich veränderlichen Magnetfelds ungehindert ausbilden können. Rechts: Geblechter Eisenkern, in dem die Wirbelstromschleifen durch die el. isolierte Blechung wirksam unterbrochen werden, um die Wirbelstromverluste deutlich zu verringern (Quelle: *Wikipedia.de*).



**Bild T3.2-2:** Exemplarische Darstellung von Hystereseschleifen eines weichmagnetischen Eisenwerkstoffs für zunehmende Amplituden der den Werkstoff durchsetzenden Flussdichte  $B_{\text{Fe}}$ . Die eingeschlossene Fläche der periodisch durchlaufenen Hystereseschleifen ist zur Hystereseverlustdichte  $w_{\text{Hy}}$  proportional. Die Verlustdichte steigt im technisch relevanten Arbeitsbereich unterhalb der Sättigungsflussdichte  $B_{\text{s}}$  ( $B_{\text{Fe}} < B_{\text{s}} = \text{ca. } 1,8 \text{ T}$ ) näherungsweise quadratisch mit der Flussdichteamplitude  $B_{\text{Fe}}$  an (Quelle: *Wikipedia.de*).

Das Ersatzschaltbild Bild T3.2-3 folgt aus Bild T3.1-4. Strom und Spannung werden im VZS primär und sekundär als zugeführte Größen positiv gezählt. Wenn von der Primär- auf die Sekundärseite Leistung übertragen wird, die sekundär z. B. an einen Belastungswiderstand abgegeben wird, so ist die Primärleistung positiv (= aufgenommene elektrische Leistung im VZS), die Sekundärleistung negativ (= abgegebene elektrische Leistung im VZS).

### b) Zeigerdiagramm:

Der Zeiger des Hauptflusses  $\Phi_{\text{h}}$  in der komplexen *Gauß*-Ebene in Bild T3.2-4 ist gemäß (T3.2-4) in Phase mit dem Magnetisierungsstrom  $I_{\text{m}}$ . Die vom Hauptfluss induzierte Hauptfeldspannung  $U_{\text{h}}$  ist um 90° zum Hauptfluss voreilend (Multiplikation mit  $j$ ). Der Magnetisierungsstrom wird aus der Summe von Primär- und Sekundärstrom gebildet (T3.2-



4). Wegen der hohen Eisenpermeabilität  $\mu_{Fe}$  ist die Hauptinduktivität  $L_h$  sehr groß (Bsp. T3.2-1). Daher ist  $I_m$  sehr klein. Folglich ist  $I_1$  viel größer als  $I_m$ , was mit der Zeigersumme von Primär- und Sekundärstrom einen **zum Primärstrom nahezu gegenphasigen** Sekundärstrom ergibt:  $I_1 \approx -I'_2$  („realer Durchflutungsausgleich“). Im Bild T3.2-4 ist die sekundäre Belastung *ohm*'sch-induktiv (z. B. Drosselspule als Last), sodass auch primär der Strom  $I_1$  der Spannung  $U_1$  nacheilt. Die *ohm*'schen Spannungsfälle sind in Phase zu den jeweiligen Strömen, die Spannungsfälle zufolge der Streuinduktivitäten eilen um 90° den jeweiligen Strömen vor (Multiplikation mit  $j$ ).

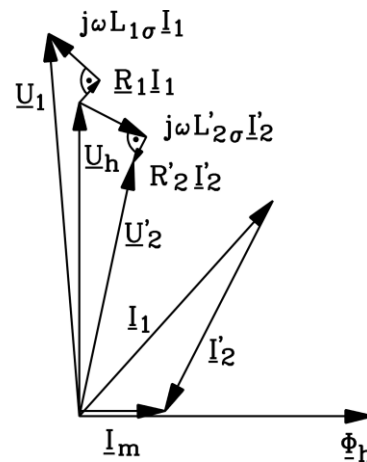
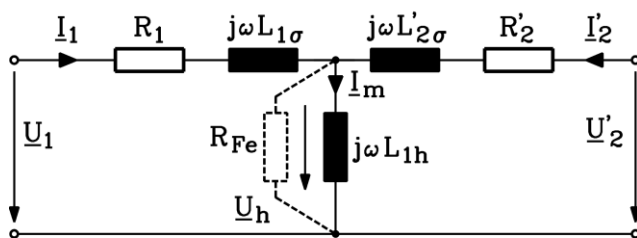


Bild T3.2-3: T-Ersatzschaltbild des Einphasentransformators für zeitlich sinusförmig veränderliche Spannungen, Ströme und Flüsse (mit Ummagnetisierungsverluste im  $R_{Fe}$ ) [14].

Bild T3.2-4: Zeigerdiagramm für Spannungen und Ströme beim Einphasentransformator,  $R_{Fe} \rightarrow \infty$ , überwiegend induktive Last sekundär.

Die Klemmenspannungen  $U_1$ ,  $U_2$  primär und sekundär unterscheiden sich von der Hauptfeldspannung um die *ohm*'schen und streuinduktiven Spannungsfälle. Beim idealen Transformator sind  $U_1$ ,  $U_h$  und  $U_2$  identisch. Primär- und Sekundärstrom  $I_1$ ,  $I_2$  unterscheiden sich um den i. A. sehr kleinen Magnetisierungsstrom  $I_m$  (ca. 1 ... 2 % des Nennstroms  $I_{1N}$ ).

#### Beispiel T3.2-1:

Einphasentransformator im Leerlaufbetrieb: Es ist  $I_1 = I_m$ , da  $I_2 = 0$  ist.

$$U_{1N} = 350 \text{ V}, I_{1N} = 80 \text{ A}, f = 50 \text{ Hz}, R_1 = R'_2 = 16 \text{ m}\Omega, M = 49 \text{ mH}, L_{1\sigma} = 0.5 \text{ mH},$$

$$L_{2\sigma} = 0.005 \text{ mH}, N_1 / N_2 = 100 / 10: \ddot{u} = 100/10 = 10, L_h = \ddot{u} \cdot M = 10 \cdot 49 = 490 \text{ mH},$$

$$L'_{2\sigma} = \ddot{u} \cdot L_{2\sigma} = 10^2 \cdot 0.005 = 0.5 \text{ mH}, X_{1\sigma} = \omega L_{1\sigma} = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} = 0.157 \Omega,$$

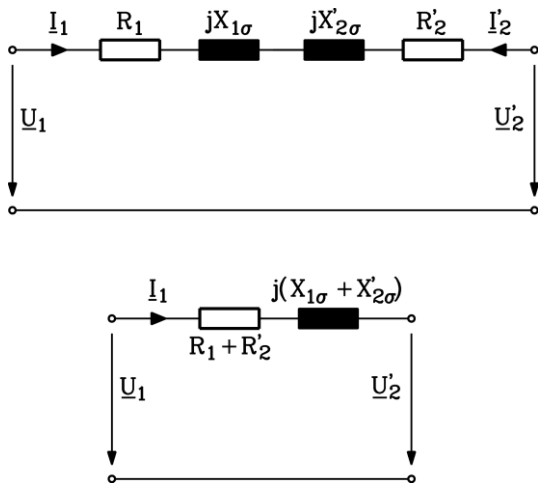
$$X_h = \omega L_h = 2\pi 50 \cdot 0.49 = 154 \Omega, X'_{2\sigma} = 0.157 \Omega.$$

$$\text{Leerlaufstrom: } I_{10} = U_{1N} / \sqrt{(R_1^2 + (X_{1\sigma} + X_h)^2)} = 2.27 \text{ A} = 2.8 \% \text{ des Nennstroms } I_{1N}.$$

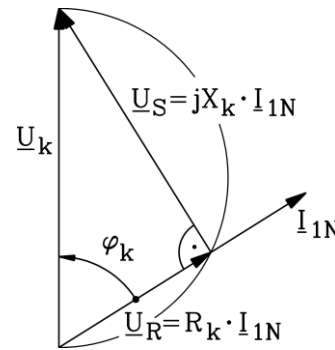
#### c) Vereinfachtes Ersatzschaltbild - Kurzschlussspannung

Jeder Transformator ist für einen bestimmten **Nennstrom**  $I_{1N} = I_N$  bemessen, den er dauernd führen kann, ohne thermisch überlastet zu werden und für eine bestimmte **Nennspannung**  $U_N$ , ohne dass ein el. Überschlag erfolgt. Der Magnetisierungsstrom  $I_m$  im Transformator beträgt wegen der großen Hauptinduktivität nur 1 % ... 2 % des Nennstroms (Bsp. T3.2-1), sodass er für Untersuchungen des belasteten Transformators vernachlässigt werden kann (Bild T3.1-7). Bei Leerlauf allerdings nicht, denn dann ist der Magnetisierungsstrom  $I_{10} = I_m$  als Leerlaufstrom direkt messbar! So entsteht gemäß Bild T3.1-7 das vereinfachte Ersatzschaltbild Bild T3.2-5 für Sinusbetrieb, das nur aus den Streureaktanzen und den *ohm*'schen Widerständen besteht. Aus (T3.2-4) folgt

$$I_m = 0 \Rightarrow I_1 = -I'_2 = I_2 / \dot{u} \Rightarrow N_1 I_1 = -N_2 I_2. \quad (\text{T3.2-8})$$



**Bild T3.2-5:** Vereinfachtes T-Ersatzschaltbild des Einphasentransformators für zeitlich sinusförmig veränderliche Spannungen, Ströme und Flüsse.



**Bild T3.2-6:** Zeigerdiagramm des sekundär kurzgeschlossenen Transformators ( $u_2 = 0$ : zu Bild T3.2-5).

Es herrscht näherungsweise der **ideale Durchflutungsungleich**  $\Theta = 0$ . Der Primär- und der Sekundärstrom sind gegenphasig und übersetzen sich umgekehrt proportional zu  $\dot{u}$ , so dass sich die Primär- und Sekundär-Spulendurchflutung gegenseitig aufheben. Das entspricht dem ideal magnetisierbaren Eisenkreis ( $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$ ,  $X_h \rightarrow \infty$ ). Primär- und Sekundärspannung unterscheiden sich gemäß Bild (T3.2-5) um den Spannungsfall an den *ohm'schen* Widerständen und an den Streuinduktivitäten. Dieser resultierende Spannungsfall heißt "**Kurzschlussspannung**"  $U_k$ , wenn der Primärstrom  $I_1$  den Nennwert  $I_{1N}$  hat.

$$U_k = \sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})^2} \cdot I_{1N} \quad (\text{T3.2-9})$$

Die Kurzschlussspannung tritt primär messbar auf, wenn der Transformator sekundär kurzgeschlossen ist ( $U_2 = 0$ ). Sie ist jene primäre Klemmenspannung, die in der Primärwicklung dabei den Nennstrom  $I_1 = I_{1N}$  treibt (Bild T3.2-6). Das aus den Zeigern der *ohm'schen* und streuinduktiven Spannungsfällen gebildete rechtwinklige Dreieck (Bild T3.2-6) heißt **Kapp'sches Dreieck** (*Gisbert Kapp*). Der kurzgeschlossene Transformator verhält sich *ohm'sch-induktiv*, sodass der Strom  $I_{1N}$  der Spannung  $U_k$  nacheilt.

Werden diese Spannungsfälle auf die Nennspannung  $U_{1N}$  bezogen als  $u_1 = U_1/U_{1N}$ , so erhält man sie in Prozent der Nennspannung bzw. als „**Per-Unit-Wert (p. u.)**“. Der p.u.-Wert einer Spannung  $u_1 = 1$  bedeutet Nennspannung. Die bezogene Kurzschlussspannung  $u_k = U_k/U_{1N}$ ,  $u_k = u_R + j \cdot u_S$  kennzeichnet den Transformator bei Belastung (Bild T3.2-5).

$$u_R = \frac{(R_1 + R'_2) \cdot I_{1N}}{U_{1N}} = \frac{R_k \cdot I_{1N}}{U_{1N}}, \quad u_S = \frac{(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}) \cdot I_{1N}}{U_{1N}} = \frac{X_k \cdot I_{1N}}{U_{1N}} \quad (\text{T3.2-10})$$

$$u_k = \sqrt{u_R^2 + u_S^2} = \frac{U_k}{U_{1N}} \quad (\text{T3.2-11})$$

### Beispiel T3.2-2:

1) Typische Werte für die „bezogene Kurzschlussspannung“  $u_k$ :

1a) Kleinere Leistungstransformatoren: Nennscheinleistung  $S_N = U_N I_N = \text{ca. } 1 \dots 1000 \text{ kVA}$ :

$$u_k = \text{ca. } 3 \% \dots 8 \% \text{ bzw. } 0.03 \dots 0.08 \text{ p. u.}$$

1b) Große Leistungstransformatoren:  $S_N = 1 \dots 1000 \text{ MVA}$ :

$$u_k = \text{ca. } 8 \% \dots 15 \% \text{ bzw. } 0.08 \dots 0.15 \dots 0.25 \text{ p. u. und mehr.}$$

## 2) Ausgewählte Beispiele:

2a) Einphasentransformator:  $S_N = 1 \text{ kVA}$ ,

Nennspannung  $U_{1N} = 400 \text{ V}$ ,  $U_k = 20 \text{ V}$ ,  $u_k = 20 / 400 = 0.05 \text{ p. u.} = 5\%$ .

2b) Dreiphasentransformator:  $S_N = 400 \text{ kVA}$ ,

Nennspannung  $U_N = 6300 \text{ V}$  (laut Leistungsschild, daher verkettet),

$U_k = 180 \text{ V}$  je Strang (Phasenspannung!),

Nennstrangspannung:  $u_k = U_k / U_{1N} = 180 / 3637 = 5\% = 0.05 \text{ p. u.}$

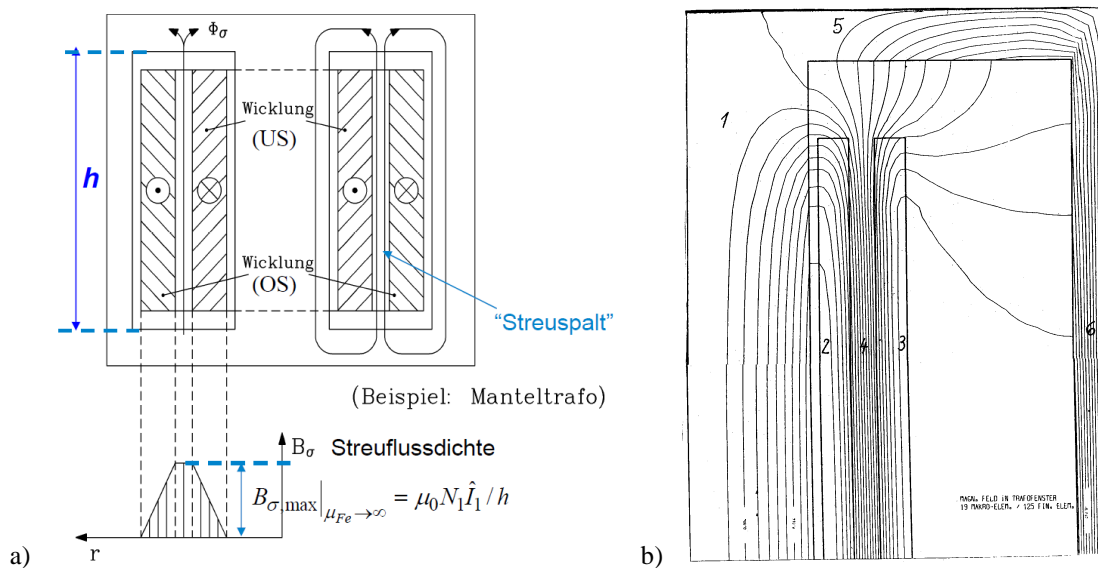
Beispiel T3.2-2 zeigt, dass  $u_k$  mit steigender Baugröße der Transformatoren zunimmt. Wird ein Transformator im Betrieb bei primärseitiger Nennspannung  $U_1 = U_{1N}$  sekundär kurzgeschlossen ( $U_2 = 0$ ), fließt ein zu hoher Strom  $I_{2k}$  als sekundärer Kurzschlussstrom sowie primär ein zu hoher Strom  $I_{1k} = I_{2k}/\dot{u}$ . Diese Betriebsart ist ein Störfall und nicht dauernd zulässig, weil nur die kleine Selbstinduktionsspannung der Streuflüsse und die kleinen Wicklungswiderstände den Strom begrenzen.

### Beispiel T3.2-3:

Primärer Kurzschlussstrom bei primärseitiger Nennspannung:

$$I_{1k} / I_{1N} = U_{1N} / (\sqrt{R_k^2 + X_k^2} \cdot I_{1N}) = U_{1N} / U_k = 1 / u_k$$

Bei  $u_k = 4\%$  fließt im Kurzschluss  $1/0.04 = 25$ -facher Nennstrom:  $I_{1k} / I_{1N} = 1 / u_k = 25$ .



**Bild T3.2-7:** Streufluss in einem Einphasentransformator in Mantelbauweise: a) Schematische Streufeldlinien, b) Numerische  $B$ -Feldberechnung für Rotationssymmetrie; 1: Eisenkern, 2: US-Wicklung, 3: OS-Wicklung, 4: Streuspalt, 5: Eisenjoch, 6: Eisenrückschluss. Wegen der Annahmen  $N_1 I_1 = -N_2 I_2$  (Bild T3.2-5) bzw.  $I_m = 0$  und endlichem  $\mu_{Fe} = 8000\mu_0$  ist der Hauptfluss Null  $\Phi_h \sim \mu_{Fe} \cdot I_m = 0$  und daher nicht sichtbar.

In Bild T3.2-7 sind für einen Einphasentransformator in Mantelbauweise (siehe Kap. T3.3) für idealen Durchflutungsungleich  $I_1 = -I_2$  die  $B$ -Streufeldlinien schematisch dargestellt. Der große Hauptfluss  $\Phi_h \sim \mu_{Fe} \cdot I_m$  mit  $I_m = 0$  und  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  hat eine gegenüber dem Streufluss sehr hohe Feldliniendichte, die hier nicht dargestellt ist. Wir verwenden die Kurve  $C$  einer geschlossenen Streufeldlinie für den Durchflutungssatz zur Berechnung des Streufelds im Streuspalt zwischen der Sekundärwicklung (Unterspannung, US) und der Primärwicklung (Oberspannung, OS) zum Zeitpunkt des Stromsichelwerts.

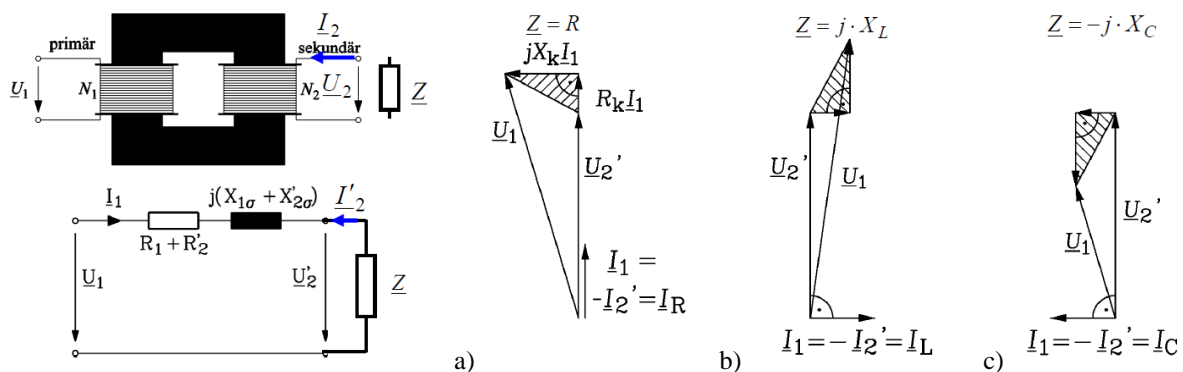
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \stackrel{\mu_{Fe} \rightarrow \infty}{=} \hat{H}_\sigma \cdot h = \hat{\Theta} = N_1 \cdot \hat{I}_1 = -N_2 \cdot \hat{I}_2, \quad \hat{B}_\sigma = B_{\sigma, \max} = \frac{\mu_0 N_1 \cdot \hat{I}_1}{h} \quad (T3.2-12)$$

Innerhalb der Wicklungen nehmen  $H_\sigma$  und  $B_\sigma$  linear über dem Radius  $r$  ab, wenn die Kurve  $C$  einerseits weiterhin im Eisen, andererseits aber innerhalb einer der beiden Wicklungen vertikal verlaufen soll, da weniger Durchflutung umfasst wird. Sie sind am inneren Rand der Sekundärwicklung (US) und am äußeren Rand der Primärwicklung (OS) Null. Dort wird gar keine Durchflutung umfasst. Damit ergibt sich der trapezförmige Verlauf der vertikalen Streuflusskomponente (Bild T3.2-7), die integriert über  $r$  und den Umfang den gesamten Streufluss  $\Phi_\sigma = \Phi_{1\sigma} + \Phi_{2\sigma}$  ergibt. Er wird gemäß (T3.2-12) gleichermaßen von  $i_1$  und  $i_2$  erregt. Er kann daher nicht eindeutig in zwei Anteile  $\Phi_{1\sigma}$  bzw.  $\Phi_{2\sigma}$  zerlegt werden, die entweder nur als  $\Phi_{1\sigma} \sim i_1$  von  $i_1$  oder als  $\Phi_{2\sigma} \sim i_2$  nur von  $i_2$  erregt sind.

**d) Vereinfachtes Zeigerdiagramm für  $I_m = 0$ :**

Zum vereinfachten Ersatzschaltbild (Bild T3.2-5) gehört wegen (T3.2-13) das vereinfachte Zeigerdiagramm Bild T3.2-8, das für die drei besonderen sekundären Belastungsfälle  $\underline{Z}'_2 = R'_a$ ,  $\underline{Z}'_2 = j\omega L'_a = jX'_L$ ,  $\underline{Z}'_2 = 1/(j\omega C'_a) = -jX'_C$  gezeichnet ist.

$$\underline{U}'_2 + (R_k + jX_k) \cdot \underline{I}_1 = \underline{U}_1 \Rightarrow \underline{U}'_2 = \underline{U}_1 - (R_k + jX_k) \cdot \underline{I}_1 \quad \text{mit} \quad \underline{I}_1 = -\underline{I}'_2 \quad (T3.2-13)$$



**Bild T3.2-8:** Vereinfachtes Zeigerdiagramm für Spannungen und Ströme beim Einphasentransformator mit sekundär a) *ohm'scher*, b) induktiver, c) kapazitiver Belastung.

Bei sekundär *ohm'scher* Belastung sind  $-\underline{I}'_2$  und  $\underline{I}_1$  in Phase mit  $\underline{U}'_2$ , bei induktiver Belastung eilt  $-\underline{I}'_2$  der Spannung  $\underline{U}'_2$  um  $90^\circ$  nach. Daher ist  $U'_2$  in beiden Fällen kleiner als  $U_1$ . Bei rein induktiver Belastung ist der "Spannungseinbruch" von  $U'_2$  am größten. Bei kapazitiver Belastung ist  $U'_2$  höher als  $U_1$  (**Ferranti-Effekt**). Die Spannung  $U_2$  nimmt bei Belastung des Transformators gegenüber Leerlauf ZU (Leerlauf:  $\underline{I}_1 \approx 0$ ,  $\underline{U}'_2 = \underline{U}_1$ ). Diese Zunahme ist i. A. unerwünscht, da die Betriebsmittel sekundär mit zu hoher Spannung belastet werden. Bild T3.2-8 zeigt auch anschaulich, dass auf Grund des *Kapp'schen* Dreiecks die Spannungsübersetzung  $U_1/U_2$  NICHT exakt gleich dem Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u} = N_1/N_2$  ist, sondern je nach Belastungsart etwas kleiner oder größer.

**Beispiel T3.2-4:**

Einphasentransformator bei rein kapazitiver Belastung  $I_2 = I_{2N}$  mit den Daten

$$U_{1N} = 350 \text{ V}, I_{2N} = 800 \text{ A}, f = 60 \text{ Hz}, R_1 = R'_2 \approx 0 \text{ m}\Omega, L_{1\sigma} = L'_{2\sigma} = 0.5 \text{ mH}, N_1/N_2 = 100/10:$$

$$\ddot{u} = 100/10 = \underline{10}, X_{1\sigma} = X'_{2\sigma} = 2\pi \cdot 60 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} = \underline{0.188} \Omega, X_k = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} = \underline{0.376} \Omega,$$

$$|\underline{I}_1| = |-\underline{I}'_2| = I_{2N} / \ddot{u} = 800/10 = 80 \text{ A}, U'_2 = U_1 + X_k \cdot I_1 = 350 + 0.376 \cdot 80 = \underline{380} \text{ V},$$

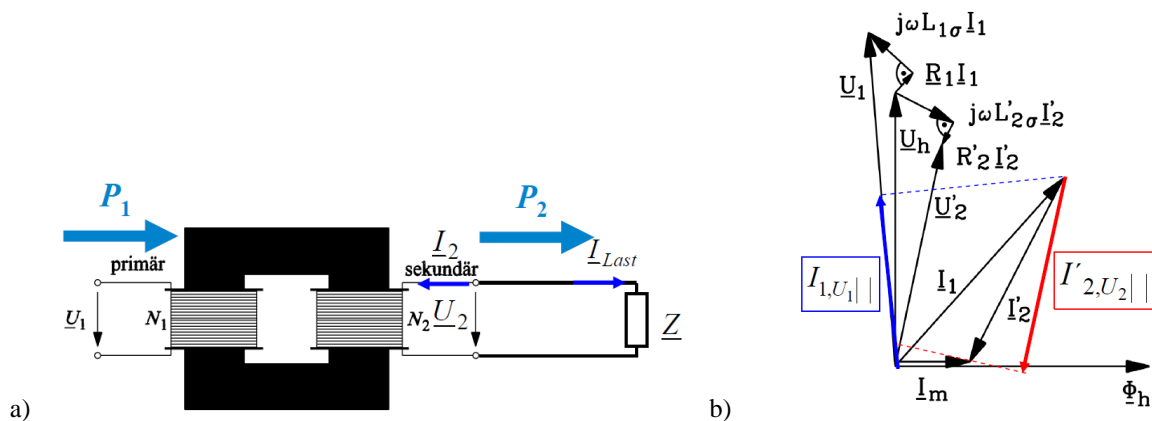
$$U_2 = U'_2 / \ddot{u} = 380/10 = \underline{38} \text{ V}.$$

Die Sekundärspannung nimmt von 35 V bei Leerlauf um 8 % auf 38 V bei Belastung zu.

Wird der Transformator sekundär *ohm*'sch-induktiv mit einer Impedanz  $\underline{Z} = R + j \cdot X$  belastet (Bild T3.2-9a), eilt primär der Strom  $\underline{I}_1$  der Spannung  $\underline{U}_1$ , ebenso der Strom durch die Last  $\underline{I}'_{\text{Last}} = -\underline{I}'_2$  der Spannung  $\underline{U}'_2$  (Bild T3.2-9b). Durch den Spannungsfall über Wicklungswiderständen und Streureaktanzen (*Kapp*-Dreieck) ist der Betrag der mit  $\hat{u}$  umgerechneten Sekundärspannung im realen Transformator kleiner als der Betrag der Primärspannung:  $|\underline{U}'_2| < |\underline{U}_1|$ . Weil im realen Transformator ein endlicher Magnetisierungsstrom zur Magnetisierung des Eisenkreises erforderlich ist, ist der mit  $\hat{u}$  umgerechnete Sekundärstrom kleiner als der Primärstrom:  $|\underline{I}'_2| < |\underline{I}_1|$ .

Für den Wirkleistungsfluss  $P$  sind die Wirkstromkomponenten  $I_{1,U_1||}$  parallel zu  $\underline{U}_1$  sowie  $I'_{2,U_2||}$  parallel zu  $\underline{U}'_2$  maßgebend (Bild T3.2-9b). Infolge der Wicklungswiderstände ist die Ausgangsleistung  $P_2$  des Transformators kleiner als die Eingangsleistung  $P_1$ .

$$P_{\text{in}} = P_1 = U_1 \cdot I_{1,U_1||} > P_{\text{out}} = P_2 = -U'_2 \cdot I'_{2,U_2||} > 0 \quad (\text{T3.2-14})$$



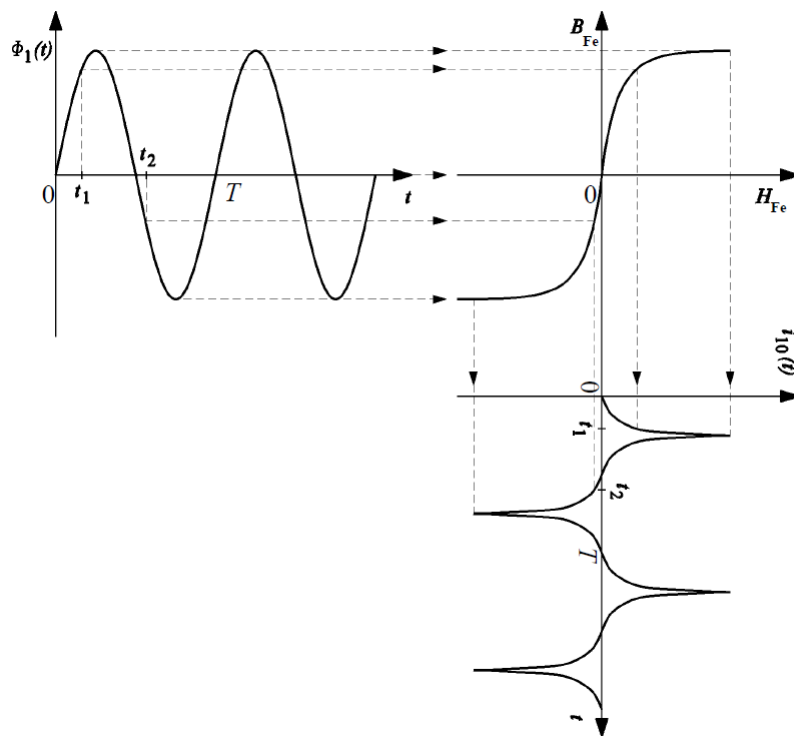
**Bild T3.2-9:** a) Belasteter Transformator mit zugehörigem Leistungsfluss, b) Zeigerdiagramm des *ohm*'sch-induktiv belasteten Transformators: Der blaue und der rote Stromzeiger sind die Wirkstromkomponenten in Phase mit  $\underline{U}_1$  und in Gegenphase zu  $\underline{U}'_2$ .

### e) Zeitlicher Stromverlauf bei Leerlauf und Belastung:

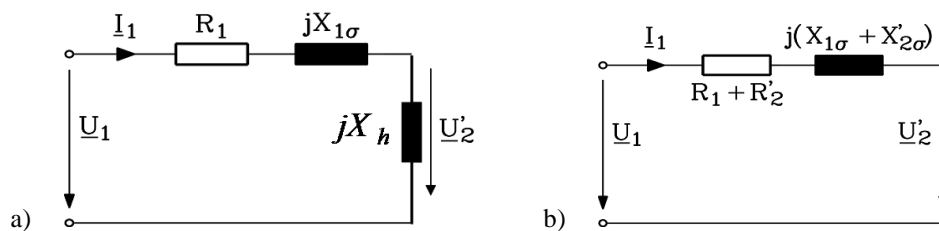
**Leerlauf:** Der Zeitverlauf des Leerlaufstroms (ohne Hystereseinfluss) ist wegen der nichtlinearen  $B_{\text{Fe}}(H_{\text{Fe}})$ -Kennlinie (siehe z. B. Bild G3.8-1b bzw. Bild T3.2-13) trotz sinusförmig speisender Primärspannung nicht sinusförmig (Bild T3.2-10), sondern weist im Vergleich zum niedrigem Effektivwert einen hohen Spitzenwert auf. Die eingepreßte kosinusförmige Netzspannung  $u_1$  erzwingt wegen des Induktionsgesetzes bei vernachlässigtem Widerstand  $R_1$  einen zeitlich sinusförmigen Flussverlauf  $\Phi_1 = \Phi_{1\sigma} + \Phi_h$  und damit auch einen entsprechenden Zeitverlauf der Flussdichte  $B_{\text{Fe}} = \Phi_h / A$  im Eisenkern.

$$R_1 \cong 0 \Rightarrow u_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} = \hat{U}_1 \cos(\omega t) \Rightarrow B_{\text{Fe}} = \frac{\hat{U}_1}{A \cdot N_1} \cdot \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \quad (\text{T3.2-15})$$

Damit ergibt sich aber wegen der nichtlinearen (= gekrümmten)  $B_{\text{Fe}}(H_{\text{Fe}})$ -Kennlinie des Eisenkerns ein nichtsinusförmiger Verlauf  $H_{\text{Fe}}(t)$  gemäß Bild T3.2-10. Wegen des *Ampère*'schen Durchflutungssatzes  $N_1 i_{10}(t) = H_{\text{Fe}}(t) \cdot s_{\text{Fe}} = H_{\text{Fe}}(B_{\text{Fe}}(t)) \cdot s_{\text{Fe}}$  ist damit auch der Leerlaufstrom  $i_{10}(t)$  zeitlich nicht sinusförmig. Das Ersatzschaltbild Bild T3.2-11a stimmt nur näherungsweise.



**Bild T3.2-10:** Entstehung des nichtsinusförmigen Verlaufs des Leerlaufstroms  $i_{10}(t)$  bei sinusförmigem Primär-Flussverlauf  $\Phi_1(t) \sim B_{Fe}(t)$  wegen der nichtlinearen  $B_{Fe}(H_{Fe})$ -Kennlinie des Eisenkerns ohne Hystereseeinfluss.



**Bild T3.2-11:** a) Das Ersatzschaltbild des Einphasentransformators bei Leerlauf gilt im Sinusbetrieb nur näherungsweise, weil die nichtlineare Induktivität  $L_h(i_m)$  (T3.2-16) den Zeitverlauf des Leerlaufstroms  $i_{10}(t)$  bestimmt. Mit einer konstanten Reaktanz  $X_h$  wird ein sinusförmiger Leerlaufstrom  $i_{10}(t)$  berechnet, was nur näherungsweise stimmt. b) Ersatzschaltbild des Einphasentransformators unter Last: Die konstanten Streureaktanzen und Wicklungswiderstände bestimmen den sinusförmigen Zeitverlauf des Stroms  $i_1(t)$ .

**Belastung:** Der Zeitverlauf des primären und sekundären Stroms bei Belastung des Transformators ist weitgehend sinusförmig, denn nun herrscht Durchflutungsausgleich durch den Sekundärstrom (Ersatzschaltbild Bild T3.2-11b). Nicht mehr die nichtlineare Eisenkennlinie der Hauptinduktivität, sondern die magnetisch linearen Streuinduktivitäten und die sinusförmige Gegenspannung  $\underline{U}_2$  begrenzen den daher sinusförmigen Strom. Der kleine nichtlineare Magnetisierungsstrom als Anteil des Gesamtstroms ist kaum merkbar.

### f) Fe-Werkstoffe für Transformatoren:

Weil reines Eisen (lat. „ferrum“, Fe) zu „weich“ für technische Anwendungen ist, werden allgemein Eisen-Kohlenstoff-Legierungen (Fe-C-Legierungen) in unterschiedlichen Arten eingesetzt.

1) **Gusseisen** (Grauguss) ist Eisen mit graphitischen (hexagonal kristallisierten) Kohlenstoff-Einlagerungen mit einem C-Anteil von 2.06 % ... 6 %. Grauguss weist eine relativ niedrige Permeabilität auf und ist zu spröde, als dass aus ihm Bleche gewalzt werden könnten. Wirbelstromverluste können daher durch Blechung nicht hinreichend verringert werden, sodass Grauguss im Transformatorbau für den Eisenkern nicht eingesetzt wird.

2) **Stahlguss** ist Eisen mit einem C-Anteil  $< 2.06 \%$ , wie aus dem „Eisen-Kohlenstoff-Diagramm“ (siehe z. B. Vorlesung „Werkstoffkunde“ oder [Gro], Kap. A) ersichtlich ist. Stahlguss weist hohe relative Permeabilitäten auf und ist gut walzbar. Er wird deshalb bevorzugt z. B. für den Öl-Stahlkessel oder die Öl-Ausdehnungsgefäße verwendet.

3) **Elektroblech** ist eine Fe-Si-Legierung mit durch das Silizium erhöhtem *ohm*'schem Blechwiderstand (Si-Anteil ca. 1 % ... 3 %). Das Elektroblech verfügt über eine hohe Permeabilität und wird bevorzugt für die geblechten („lamellierte“) Eisenkerne aus elektrisch isolierten („silizierten“) Blechen verwendet, um die Wirbelstromverluste zu reduzieren.

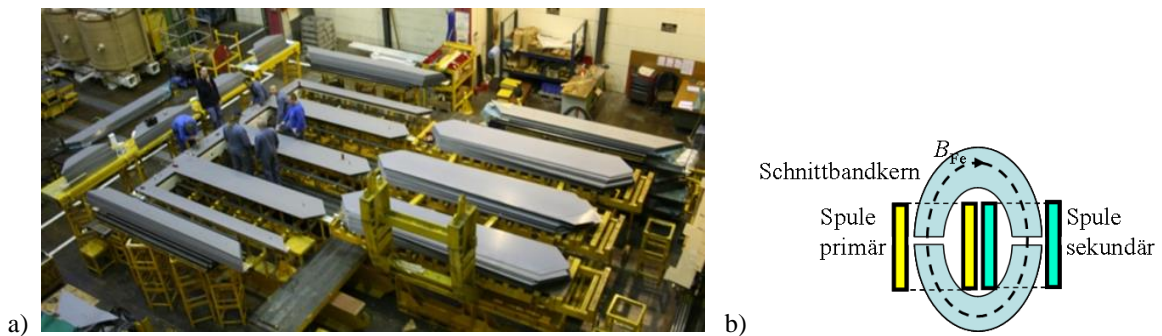


Bild T3.2-12: a) Kernfertigung für einen großen 5-Schenkel-Drehstrom-Transformator aus kornorientierten Bleche im zig-MW-Bereich (Quelle: *Wikipedia.nl*), b) Prinzipdarstellung eines Transformators mit Schnittbandkern.

Elektroblech wird in Abhängigkeit von der Transformatorleistung und damit von der Baugröße in verschiedenen Formen für Eisenkerne verwendet.

(i) Isotropes Elektroblech („Dynamoblech“) hat unabhängig von der Orientierung des Magnetfelds in der Blechebene stets dieselbe Magnetisierbarkeit. Die silizierten Fe-Bleche verhalten sich magnetisch isotrop in der Blechebene mit einer richtungsunabhängigen Permeabilität  $\mu_{Fe}$ . Sie werden elektrisch gegeneinander isoliert (z.B. durch eine Phosphatschicht). Eisenkerne aus isotropem Elektroblech werden außer für rotierende elektrische Maschinen (z. B. die Synchronmaschinen) für Kleintransformatoren im unteren kW-Bereich bei Netzfrequenz 50...60 Hz verwendet.

(ii) Kornorientierte Transformatorbleche (Hi-B-Bleche) haben infolge eines speziellen Kaltwalzverfahrens stark anisotrope magnetische Eigenschaften. Die „Kristallkörner“ des polykristallinen Materials sind durch den Walzprozess der Blechherstellung parallel zur Walzrichtung orientiert, so dass in dieser Vorzugsrichtung eine hohes  $\mu_{Fe}$  auftritt, wohingegen die Permeabilität quer zur Vorzugsrichtung niedrig ist. Kornorientierte Bleche werden bei großen Transformatoren im MW-Bereich eingesetzt, um die erzielbaren Flussdichten zu erhöhen. Denn die Kerne sind so aufgebaut, dass die Orientierung der Walzrichtung der Bleche in Richtung der Flussführung ist (Bild T3.1-2 und Bild T3.2-12a).

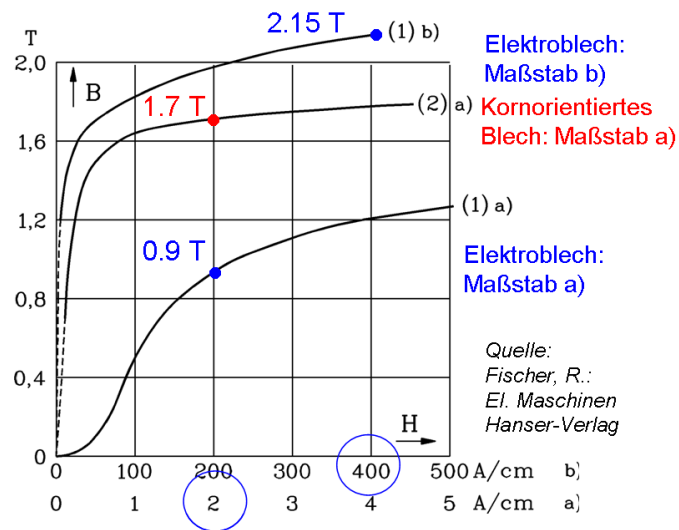
(iii) Schnittbandkerne werden bei Kleinstransformatoren bei hohen Frequenzen im kHz-Bereich v. a. in der Nachrichtentechnik eingesetzt. Um die Wicklungen auf den Kern aufstecken zu können, müssen die runden, rechteckigen oder ovalen Blechwickel aufgeschnitten werden (U-Form, Bild T3.2-12b).

Neben der erzielbaren Sättigungsflussdichte spielen insbesondere die Ummagnetisierungsverluste eine entscheidende Rolle bei der Materialwahl. Je dünner die Bleche sind (Bild T3.2-1), desto höher ist  $R_{Fe}$  und desto kleiner  $P_{Fe}$ . Mit steigendem Siliziumgehalt (nur wenige %!) sinkt zwar die Permeabilität etwas, denn Silizium ist amagnetisch, aber  $R_{Fe}$  steigt deutlich.

Beispiel T3.2-5: Bild T3.2-13:

(1) **Isotropes Elektroblech:** Dicke 0.5 mm,  $P_{Fe} = 3 \text{ W/kg}$  bei 50 Hz, 1 T, geeignet für elektrische Maschinen mit „rotierenden“ Magnetfeldern im Joch und Kleintransformatoren,

(2) **Kornorientiertes Blech** (anisotrop): Vorzugsrichtung in Walzrichtung, Dicke 0.35 mm,  $P_{Fe} = 0.45 \text{ W/kg}$  bei 50 Hz, 1 T, geeignet für größere Transformatoren mit nur einer Orientierung des Magnetfelds im jeweiligen Kernabschnitt (Bild T3.2-12a).



**Bild T3.2-13:** Magnetisierungskennlinien  $B(H)$  im Vergleich: (1) Elektroblech, Maßstäbe a) und b); (2) kornorientiertes Blech, Maßstab a). Eingetragen sind drei magnetische Arbeitspunkte: ungesättigt 0.9 T; Sättigungsgrenze 1.7 T, hoch gesättigt 2.15 T.

Mit steigender Flussdichte  $B_{Fe}$  bzw. Feldstärke  $H_{Fe} \sim i_m$  steigt die Eisensättigung. Daher sinkt die Hauptinduktivität  $L_h(i_m)$  deutlich ab.

$$L_h = N_1^2 \cdot \mu_{Fe} \cdot A / s_{Fe} = N_1^2 \cdot \mu_0 \mu_{Fe,r} \cdot A / s_{Fe} \sim \mu_{Fe,r} \quad (\text{T3.2-16})$$

Für die  $B(H)$ -Kennlinien von (1) Elektroblech und (2) kornorientiertes Blech (Bild T3.2-13) ergeben sich folgende Werte für  $\mu_{Fe,r} \sim L_h$ :

$$\text{Kennlinie (1): Isotropes Elektroblech ungesättigt a): } \mu_{Fe,r} = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{0.9 \text{ T}}{\mu_0 \cdot 2 \text{ A/cm}} = 3580,$$

$$\text{Kennlinie (1): Isotropes Elektroblech hoch gesättigt b): } \mu_{Fe,r} = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{2.15 \text{ T}}{\mu_0 \cdot 400 \text{ A/cm}} = 43,$$

$$\text{Kennlinie (2): Kornorientiertes Elektroblech: Sättigungsgrenze a): } \mu_{Fe,r} = \frac{1.7 \text{ T}}{\mu_0 \cdot 2 \text{ A/cm}} = 6765.$$

Das kornorientierte Blech hat bei gleicher Magnetfeldstärke  $H$  tw. sogar eine doppelt so hohe Permeabilität wie das isotrope Elektroblech. Es ermöglicht damit eine entsprechend höhere Hauptinduktivität (T3.2-16), weshalb es bevorzugt für Großtransformatoren verwendet wird.

### T3.3 Bauformen von Einphasentransformatoren

Die Eisenkerne der Transformatoren bestehen aus den vertikalen Schenkeln und den horizontalen Jochen. Sie sind aus elektrisch isolierten Stahlblechen (Eisenkohlenstoff Fe-C, ca. 0.35 mm dick) geschichtet als „lamellierte“ Kerne, um Wirbelströme zu unterbrechen. Es werden bei größeren Transformatoren die verlustarmen kornorientierten „Hi-B“-Bleche mit hoher Sättigungsflussdichte („high B“) verwendet, deren Vorzugsrichtung in Richtung der Flussführung angeordnet ist. Die Primär- und Sekundärspulen (Spulen I und II) sind zur maximalen magnetischen Kopplung **koaxial** angeordnet. Die Unterspannungswicklung



befindet sich innen, näher am geerdeten Kern (der liegt auf Nullpotential) wegen der geringeren Leiter-Erde-Spannungsdifferenz.

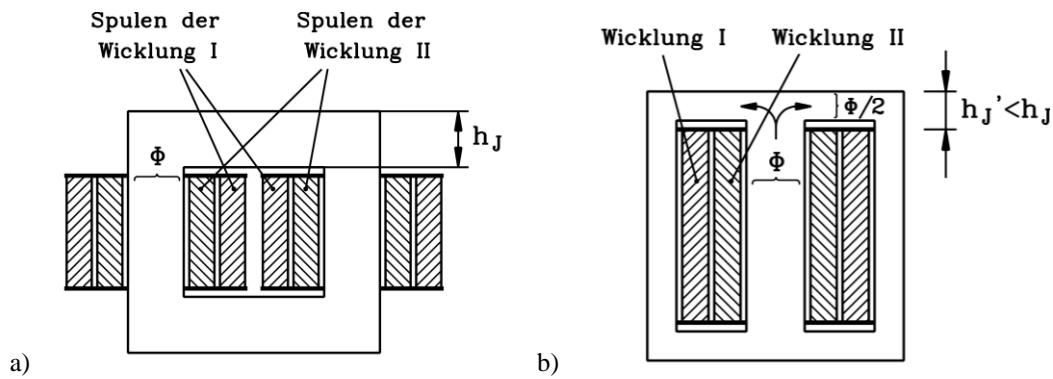


Bild T3.3-1: Bauformen von Einphasentransformatoren: a) Kerntyp, b) Manteltyp.

- **Kerntransformatoren** (Bild T3.3-1a) haben Primär- und Sekundärspule geteilt auf zwei Schenkeln angeordnet, wobei diese primärseitig (OS) und sekundärseitig (US) jeweils in Serie oder parallel geschaltet sein können, z. B. primär (Windungszahl  $N_{OS}$  je Spule) in Serie für hohe Windungszahl  $2N_{OS} = N_1$ , sekundär (Windungszahl  $N_{US}$  je Spule) parallel für niedrige Windungszahl  $N_{US}/2 = N_2$ . Kerntransformatoren werden als Netztransformatoren in senkrechter Anordnung, als Lokomotiv-Transformatoren in horizontaler Lage (Bild T3.3-2) und als Kleintransformatoren eingesetzt.

- Beim **Manteltransformator** sind Primär- und Sekundärspule ungeteilt auf einem Mittelkern angeordnet. Sie sind von den z. B. zwei Rückschlussjochen wie von einem Mantel umschlossen (Bild T3.3-1b). Dadurch teilt sich der Hauptfluss nach links und rechts und benötigt bei gleicher Flussdichte eine geringere Jochhöhe  $h_J' < h_J$ , was zu einer Verringerung der Bauhöhe des Transformators führt. Manteltransformatoren wurden früher in senkrechter Anordnung im Bahnnetz 16.7 Hz als Lokomotivtransformatoren verwendet wegen der beschränkten Höhe in den Loks. Sie werden oft als E-Kern-Kleintransformatoren eingesetzt.

Für Kühlung und elektrische Isolation wird bei kleineren Transformatoren Luft verwendet, bei größeren Transformatoren ab ca. 100 kVA meist Öl, so dass die Transformatoren in ölfüllten Stahlkesseln untergebracht sind (Bild T3.3-2).

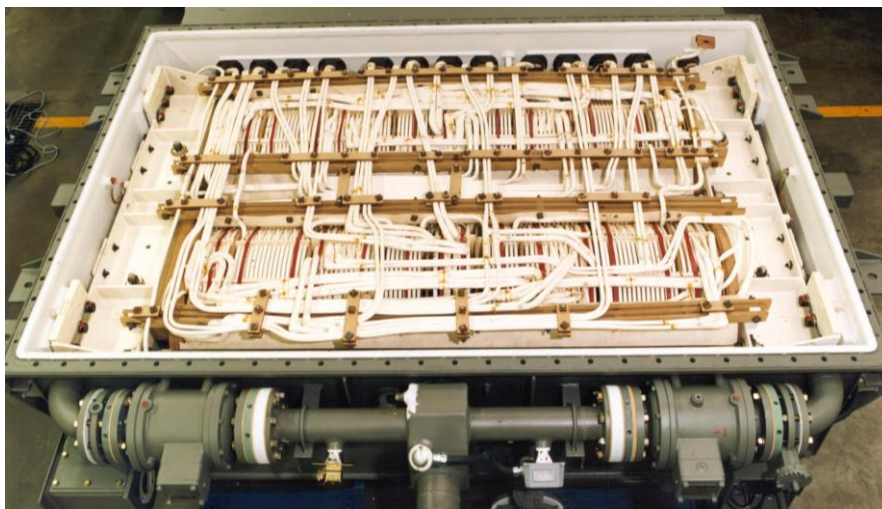
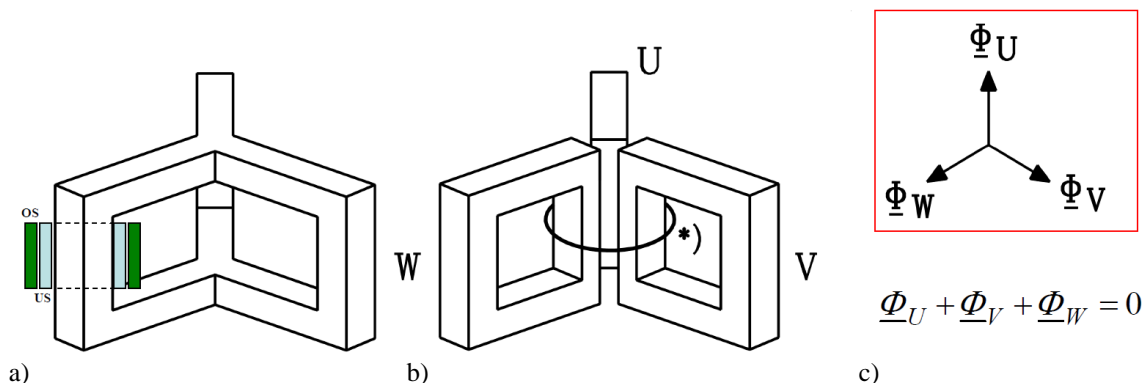


Bild T3.3-2: Einphasen-Traktionstransformator 4.6 MVA. 9.1 Tonnen, Kernbauweise, für den Triebzug ICE 3, DB AG. Horizontal für Unterflureinbau im Ölkessel vor der Ölfüllung. Primär  $1 \times 15$  kV, 16.7 Hz (Fahrdrathspannung 15 kV), sekundär:  $4 \times 1.1$  kV, je 1 MVA für die vier Stromrichter, welche die Fahrmotoren speisen. Weitere zwei Sekundärwicklungen  $2 \times 0.3$  MVA für Hilfsbetriebe. Wicklungs-Erwärmung: 125 K über 40 °C Umgebungstemperatur (Quelle: Siemens AG).

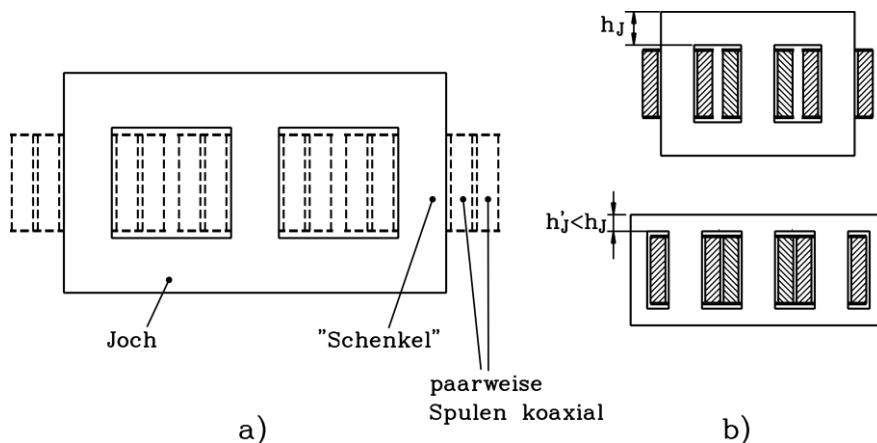
**T3.4 Drehstromtransformatoren**

**a) Bauformen von Drehstromtransformatoren:**

Werden drei Einphasentransformatoren mit einem Drehspannungssystem gespeist, so ist der Hauptfluss in den drei Transformatoren jeweils um 120° phasenverschoben (Bild T3.4-1b). Durch die mit \*) gekennzeichnete Kontrollfläche in Bild T3.4-1b treten alle drei Hauptflüsse  $\underline{\Phi}_U, \underline{\Phi}_V, \underline{\Phi}_W$  hindurch und ergänzen sich wegen der 120°-Phasenverschiebung stets zu Null ( $\underline{\Phi}_U + \underline{\Phi}_V + \underline{\Phi}_W = 0$ ). Damit kann dieser Bereich des Eisens eingespart werden; es entsteht der „Tempeltyp“-Drehstromtransformator (M. v. Dolivo-Dobrowolsky, 1890, Berlin, Bild T3.4-1a), der aber schwierig zu bauen ist. Die Magnetkreise von U, V, W sind voneinander magnetisch unabhängig. Daher sind die für den Einphasentransformator hergeleiteten Formeln, Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme auch für den Drehstromtransformator je Strang U, V, W gültig, solange das Drehspannungssystem „symmetrisch“ ist, d.h. in allen drei Strängen die gleichen Amplituden bei einer Phasenverschiebung von jeweils 120° vorhanden sind. Die technisch realisierte Bauform entsteht aus dem Tempeltyp durch Klappen aller drei Schenkel U, V, W in eine Ebene (**Dreischenkel-Transformator**, Bild T3.4-2a). Auf jedem der Schenkel U, V, W sind koaxial innen die Unter- und außen die Oberspannungsspule der Stränge U, V, W angeordnet. Der mittlere Schenkel ist nun kürzer, aber diese kleine magnetische Unsymmetrie zwischen dem Mittel- und den Außenschenkeln ist vernachlässigbar. Bei Hinzufügen zweier Außenjoch (Mantelbauform) kann wieder die Jochhöhe verringert werden (**Fünfschenkel-Transformator**, Bilder T3.4-2b, T3.4-4b). Deshalb werden große Transformatoren als Fünfschenkel-Transformator gebaut, um für den Bahntransport noch in das „Bahnprofil“, das durch Tunnel etc. vorgegeben ist, zu passen.



**Bild T3.4-1:** Entstehung des a) Drehstromtransformators (Tempeltyp) aus b) drei Einphasentransformatoren. c) Der Kernfluss durch die Fläche \*) in b) ist stets Null.



**Bild T3.4-2:** Bauformen von Drehstrom-Transformatoren: a) Dreischenkel-Typ (Kerntyp), b) Fünfschenkel-Typ (Manteltyp), unten, im Vergleich zum Dreischenkeltyp, oben [Kle].

Wie beim Einphasentransformator wird der Eisenkern aus Blechen **stufig geschichtet**, so dass der Kernquerschnitt annähernd eine Kreisform hat, über die die röhrenförmig gewickelten Spulen passen (Bild T3.4-3). Die Joche aus Eisenblech werden nach Aufschieben der Röhrenspulen in die senkrechten Kernenden "eingebuchtet".

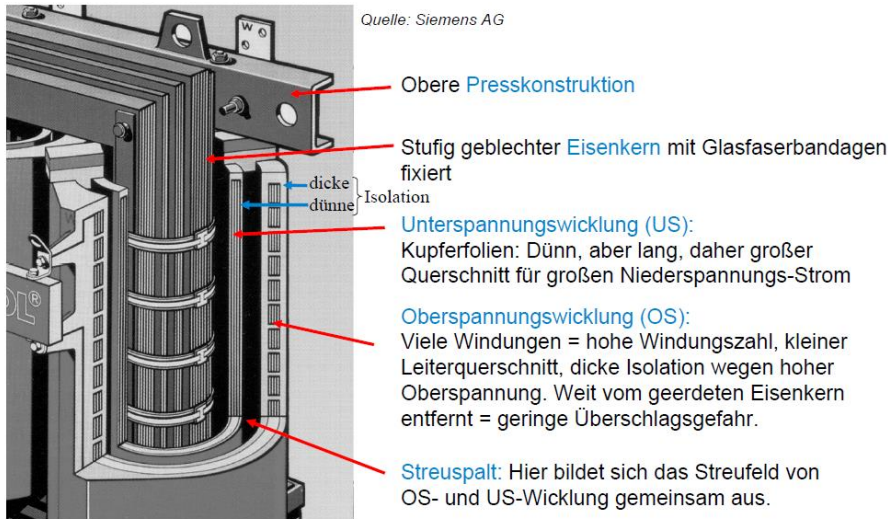
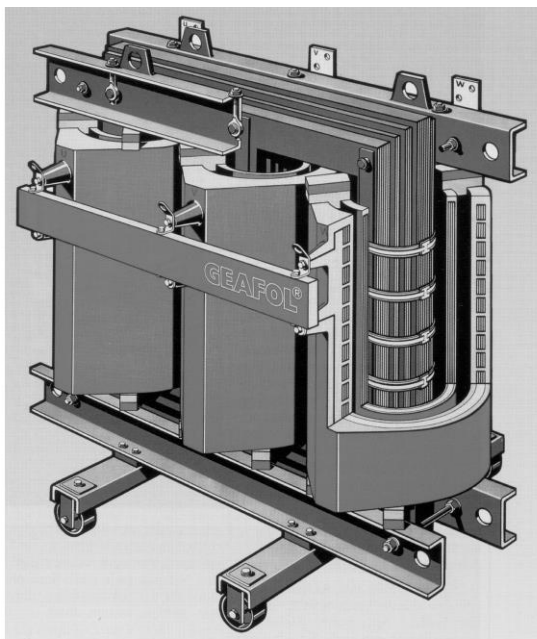
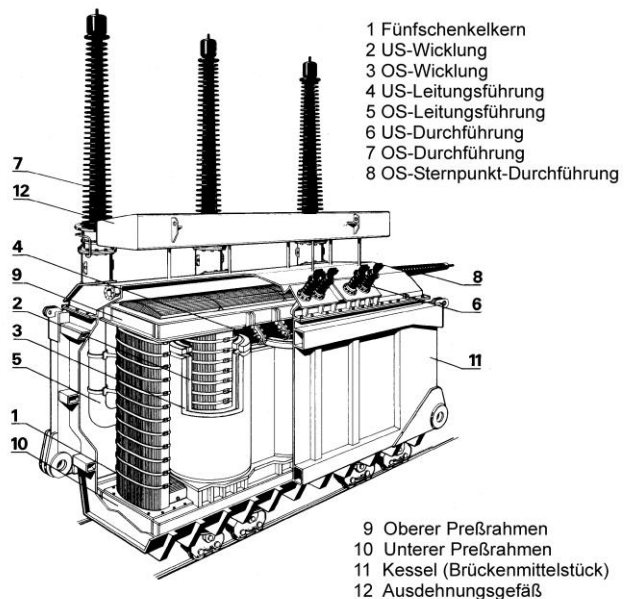


Bild T3.4-3: Eisenkern, Eisenjoch, Primär- und Sekundärwicklung eines gießharzisierten Drehstromtransformators.



a)



b)

Bild T3.4-4: Ausführungsformen von Drehstromtransformatoren: a) Gießharz-Transformator: Typische Nenndaten: 20 kV/400 V, 400 kVA (Siemens AG), b) Öl-Transformator: Typisch Nenndaten: 380 kV/20 kV, 1300 MVA (Quelle: Bohn, T.: *El. Energietechnik, TÜV Rheinland*).

Die „Einheitsleistung“ eines Transformators ist die Bemessungs-Scheinleistung  $S_N$  je Transformator als „Baueinheit“. Die Baugröße des Transformators (Bild T3.4-6) wird

a) von der Bemessungs-Scheinleistung  $S_N$  und

b) von der Oberspannung  $U_{1N}$  wegen der erforderlichen großen Spannungsabstände (Bild T3.4-7b) bestimmt.

Bei 400 kV Oberspannung ist die zurzeit weltgrößte Einheitsleistungen ca.  $S_N = 1500$  MVA bei 50 Hz. Bei 60 Hz ist bei gleicher Spannung der Fluss um 17 % kleiner ( $1 - (50/60) = 0.17$ ),

so dass die Kernfläche  $A_K$  bei gleicher Flussdichte  $B_K = \text{ca. } 1.8 \text{ T}$  ebenfalls 17 % kleiner ist. Damit sind 60 Hz-Transformatoren (z. B. USA) entsprechend kleiner als 50 Hz-Transformatoren, während 16.7-Hz-Bahntransformatoren um den Faktor 3 ( $50/16.7 = 3$ ) größer sind.



**Bild T3.4-5:** Transport eines großen Dreiphasen-Transformators mit dem Schnabelwagen auf der Bahn. Der Schnabelwagen kann ca. 20 Tonnen je Achse als Last tragen. Bei 32 Achsen sind das ca. 640 Tonnen max. Transformatormasse, die ohne Ölfüllung und Hochspannungsdurchführungen transportiert wird (Quelle: *ELIN Transformatoren GmbH, Weiz, Österreich, jetzt: Siemens AG*).



**Bild T3.4-6:** Blocktransformator 800 MVA, 27 kV / 380 kV im Braunkohle-Kraftwerk *Schwarze Pumpe, Deutschland*. Hinten oben das lange Ölausdehnungsgefäß. Ölkühler außerhalb des Bilds (Quelle: *Siemens AG*).

Bei noch größeren Bemessungsleistungen als 1.5 GVA wie z. B. 1800 MVA in Kernkraftwerken werden wegen der für den Transport (Bild T3.4-5) zu großen Transformatoren fallweise drei 1/3 kleinere Einphasentransformatoren (Bild T3.4-7a) z. B. je 600 MVA für U, V, W zu einer „**Drehstrombank**“ 1.8 GVA verschaltet. Ein weiterer Vorteil dabei ist, dass für die Reservehaltung nur ein Einphasentransformator 600 MVA benötigt wird, z. B. bei einem Fehler in einer Wicklung, und nicht ein großer 1.8 GVA-Drehstromtransformator. Alternativ werden auch zwei Drehstromtransformatoren 900 MVA parallel geschaltet, so dass für die Reservehaltung nur ein weiterer Drehstromtransformator 900 MVA nötig ist. Wichtig bei der **Parallelschaltung** auch von Transformatoren

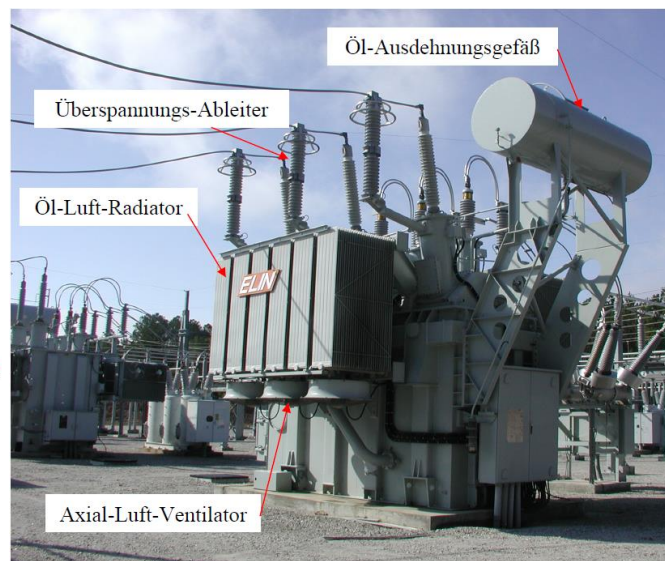
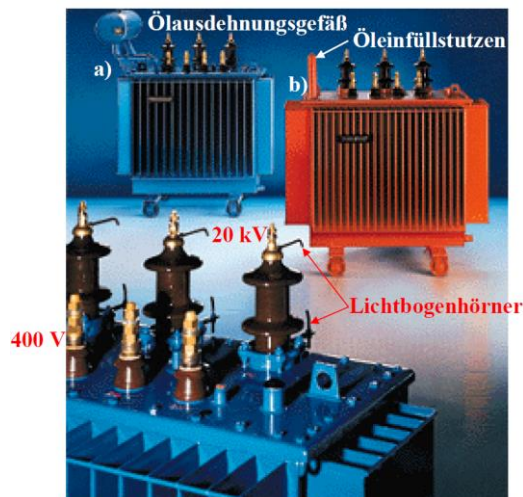
unterschiedlicher Nennleistung ist, dass sie alle dieselbe Nennspannung  $U_{1N}$ ,  $U_{2N}$  und dieselbe Kurzschlussspannung  $U_k$  haben. Dann teilt sich der Strom auf die parallelen Transformatoren nach ihrer Baugröße größenrichtig so auf, dass keiner von ihnen einen zu hohen Strom führt und damit thermisch überlastet wäre.



a)

b)

Bild T3.4-7: Hochspannungsprüfung von Transformatoren im Hochspannungsprüffeld (Kühlung OFAF): a) Einphasen-Transformator einer Drehstrombank, b) Dreiphasen-Großtransformator mit drei dreiphasigen Wicklungssystemen (links vorne: Marx-Stoßspannungserzeugung für die Blitzstoßprüfung) (Quelle: *ELIN Transformatoren GmbH, Weiz, Österreich, jetzt: Siemens AG*).



A)

B)

Bild T3.4-8: A) Kleine Verteiltransformatoren bis ca.  $S_N = 600$  kVA, 20 kV/ 400 V, 50 Hz, Kühlung ONAN: a) Starrer Ölkessel mit zylindrischem Ölausdehnungsgefäß, b) dehnbare Kessel mit Öleinfüllstutzen (Quelle: *BWK*), B) Großer Transformator im Umspannwerk, Kühlung OFAF (Quelle: *ELIN Transformatoren GmbH, Weiz, Österreich, jetzt: Siemens AG*).

Einphasen- und Drehstromtransformatoren werden bei kleineren Leistungen im Hunderte-kVA-Bereich bis ca. 30 kV in brandgefährdeter Umgebung luftgekühlt und **gießharz-** oder **luftisoliert** (Bild T3.4-4a) ausgeführt, ansonsten stets **ölisoliert** und **ölgekühlt** (Bild T3.4-4b). Öl hat eine 3-bis 6-fach höhere Durchschlagfeldstärke  $E_D$  als reine Luft, z. B. bei  $d = 1$  cm:  $E_D = 100$  kV/cm und eine höhere relative Permittivität  $\epsilon_r = 2.2$ . Es sind wesentlich kleinere Spannungsabstände  $d$  in Öl möglich als in Luft. Die Wicklungen sind durch Ölkanäle und

ölgetränktes Isolationspapier elektrisch isoliert. Öl besitzt auch eine höhere Wärmeleitfähigkeit und Wärmekapazität als Luft. So können Öl-Transformatoren viel kompakter gebaut werden als luftisolierte Transformatoren, benötigen aber einen Ölkessel und eine Ölwanne unter dem Transformator für das Auffangen des Öls im Störfall. Bei den kleinen Verteiltransformatoren (Bilder T3.4-8A, T3.4-9) werden zwei Arten von Ölkessel-Varianten alternativ verwendet, einerseits der **starre Stahlkessel**, der für das heiße, sich ausdehnende Öl folglich ein Ölausdehnungsgefäß (an der höchsten Stelle) benötigt und andererseits **der dehnbare Stahlkessel**, der nur einen Öleinfüllstutzen benötigt. Bei größeren Transformatoren sind wegen der größeren Kräfte nur starre Stahlkessel mit Ölausdehnungsgefäß im Einsatz (Bild T3.4-8B).

Öltransformatoren in Kesseln mit Ölfüllung verwenden den Ölumlaufl auch zur Kühlung, wobei unterschieden wird zwischen

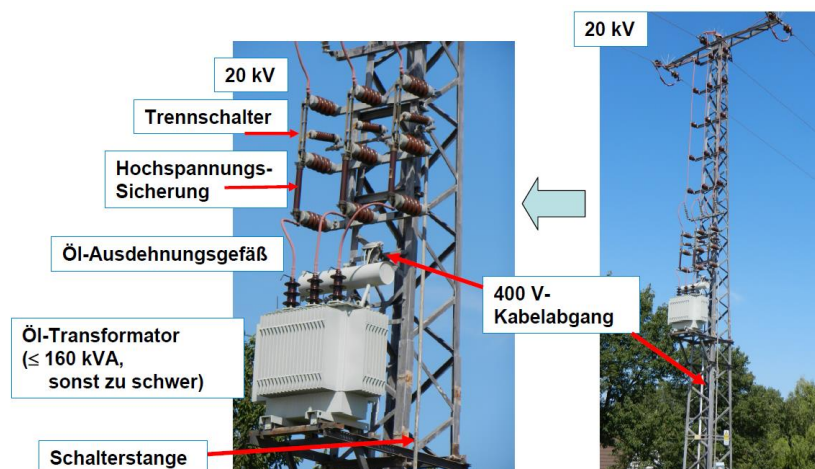
- (a) natürlicher Konvektion (Oil natural) ON,
- (b) Zwangsumlauf (Pumpen) (Oil forced) OF.

Das heiße Öl wird in Radiatoren durch Luft zurückgekühlt. Für diese äußere Luftbewegung unterscheidet man zwischen

- (c) natürliche Konvektion (air natural) AN,
- (d) forcierte Luftströmung durch Ventilatoren (air forced) AF.

Daher sind die Kombinationen ONAN (Bild T3.4-8A), ONAF, OFAN, OFAF (Bild T3.4-7) möglich und üblich! Da Öl brennbar ist, ist eine Störlichtbogenerkennung im Öl nötig, was durch den Buchholz-Schutz erreicht wird. Er besteht aus einem Schwimmkörper auf der Öloberfläche mit einem el. Kontakt. Wenn ein Wicklungs-Störlichtbogen Öl verbrennt, so bewegen die aufsteigenden Brandgasblasen den Schwimmkörper. Durch diese Bewegung wird der Kontakt geschlossen und löst ein Alarmsignal aus.

Bei Luftspulen- und Gießharztransformatoren herrscht nur Luftkühlung vor, zumeist nur mit natürlicher Konvektion ON, also relativ schwacher Kühlwirkung. Deshalb werden diese Transformatoren nur für kleine Leistungen und damit auch kleine Verlustleistungen gebaut. Die Durchschlagfeldstärke  $E_D$  in trockener Luft 20 °C bei 1 bar und Schlagweiten  $d = 1$  cm ist bei homogenem  $E$ -Feld  $E_D = 30$  kV/cm (Kap. V), und im stark inhomogenen  $E$ -Feld nur etwa  $E_D = 5$  kV/cm. Es müssen somit größerer Abstände  $d$  zwischen spannungsführenden Teilen bei Gießharz- oder Luftisolation eingehalten werden als bei Öl. Deshalb ist der Einsatz von Trockentransformatoren auf niedrigere Spannungsniveaus bis ca.  $U_N = 30$  kV begrenzt, z. B. als Verteiltransformatoren bis ca. 400 kVA in Gebäuden wegen der geringeren Brandlast.



**Bild T3.4-9:** Mast-Transformatorstation bei *Bechtolsheim/Pfalz*: Auf dem Abspannmast montierter Verteiltransformator für das Abspannen von 20 kV auf 400 V für ein einzelnes Gehöft (Quelle: A. Binder).

Während für Verteiltransformatoren am Land Masttransformatorstationen bei kleinen Transformatoren bis ca. 300 kVA üblich sind, muss im städtischen Bereich auf engstem

Raum eine größere Zahl von Haushalten versorgt werden. Größere Verteiltransformatoren mit Leistung bis ca. 13 000 kVA werden verwendet. Die Ummagnetisierung des Eisenkerns mit 50 Hz führt trotz der nur sehr kleinen Längenänderung der Kerne durch Magnetostriktion mit  $2 \times 50 \text{ Hz} = 100 \text{ Hz}$  zur Abstrahlung von Luftschallwellen über die Kesseloberfläche („**Trafo-Brummen**“). Zum Schallschutz werden vor allem größere Verteiltransformatoren eingehaust („Transformatorhäuschen“ bzw. Turmtransformatorstation, Bild T3.4-10).



**Bild T3.4-10:** Eingehauste Verteiltransformatorenstation: a) *Bernburg/Saale, D:* Umspannen von z. B. 20 kV-Kabel auf 400 V-Kabel, b) *Turmtransformatorstation bei Jakobsruh, D:* Umspannen von z. B. 20 kV-Freileitung auf 400 V-Kabel (Quelle: *Wikipedia.de*).

### b) Wirkungsgrad von Transformatoren:

Die Verlustleistungen im Transformator bei Leerlauf ( $I_1 = I_m$ ,  $I_2 = 0$ ) mit dem Index 0 heißen Leerverluste  $P_0$

$$P_0 = P_{Fe} + P_{Kühl} + P_{Cu10} \quad (T3.4-1)$$

und umfassen die

- b1) Ummagnetisierungsverluste  $P_{Fe}$  im geblechten Kern,
- b2) Kühlungsverluste  $P_{Kühl}$  mit den Antriebsleistungen für Ölpumpen und Luft-Ventilatoren,
- b3) Stromwärmeverluste  $P_{Cu10}$  des sehr kleinen Primärstroms  $I_{10}$  je Strang.

Die Ummagnetisierungsverluste  $P_{Fe}$  im Eisen infolge des Hauptflusses bestehen aus Wirbelstrom- und Hystereseverlusten und treten schon bei Leerlauf und Nennspannung ( $U_1 = U_{1N}$ ) in voller Größe auf. Die Stromwärmeverluste hingegen sind wegen des kleinen Primärstroms im Leerlauf ( $I_1 = I_m = \text{ca. } 0.01 \cdot I_{1N}$ ) vernachlässigbar klein.

$$\text{Drehstromtransformator: } P_{Cu10} = 3R_1 I_{10}^2 = \text{ca. } 3R_1 \cdot (I_{1N}/100)^2 = 0.0001 \cdot 3R_1 I_{1N}^2 \approx 0 \quad (T3.4-2a)$$

$$\text{Einphasentransformator: } P_{Cu10} = R_1 I_{10}^2 = \text{ca. } R_1 \cdot (I_{1N}/100)^2 = 0.0001 \cdot R_1 I_{1N}^2 \approx 0 \quad (T3.4-2b)$$

Bei Belastung ( $I_2 > 0$ ) kommen Stromwärmeverluste als Lastverluste hinzu, die quadratisch von den Strömen abhängen.

$$\text{Drehstromtransformator: } P_{Cu1} + P_{Cu2} = 3 \cdot (R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2) = P_{Cu,1+2} \quad (T3.4-3a)$$

$$\text{Einphasentransformator: } P_{Cu1} + P_{Cu2} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = P_{Cu,1+2} \quad (T3.4-3b)$$

Der **Wirkungsgrad**  $\eta$  ist das Verhältnis von abgegebener el. Leistung  $P_{out}$  zu zugeführter elektrischer Leistung  $P_{in}$  und ist bei Großtransformatoren bei Nennbetrieb größer als 99.5 %.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{in} - P_d}{P_{in}} = \frac{P_{in} - P_0 - P_{Cu,1+2}}{P_{in}} \quad (T3.4-4)$$

Transformatoren sind optimiert für möglichst geringe Gesamtverluste  $P_d$ , da sie nahezu ständig unter Spannung stehen, auch wenn sekundär kein Strom fließt, so dass die Leerverluste  $P_0$  stets vorhanden sind. Weiter wird die installierte Kraftwerksleistung auf dem Weg bis zum Verbraucher ca. 4-mal in Transformatoren umge"spannt", so dass die Transformatorverluste im Mittel 4-mal auftreten. Typische Wirkungsgrade bei Nennbetrieb sind  $\eta$  ca. 97 % ... 99.5 %, wobei die höheren  $\eta$ -Werte für Großtransformatoren gelten!

### T3.5 Schaltungsvarianten von Drehstromtransformatoren

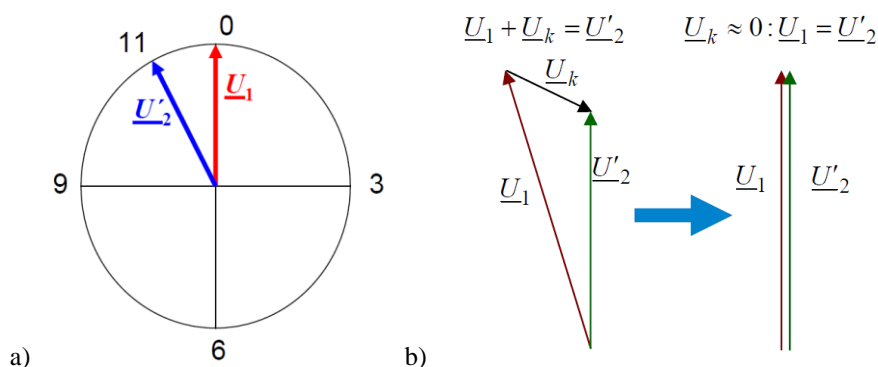
Im Folgenden werden die Primärklemmen mit Großbuchstaben, die Sekundärklemmen mit Kleinbuchstaben gekennzeichnet, auch wenn die genormte Bezeichnung DIN42402 nur mit Großbuchstaben und Zahlen auskommt, was aber eine umständlichere Schreibweise ergibt.

Primäranschlüsse: U-X, V-Y, W-Z, Sternpunkt N; Sekundäranschlüsse: u-x, v-y, w-z, n = N<sub>2</sub>.

Genormt: Primär: 1U1-1U2, 1V1-1V2, 1W1-1Z2; Sekundär: 2U1-2U2, 2V1-2V2, 2W1-2W2.

#### a) Schaltgruppen, Stundenziffer:

Bei Einphasentransformatoren hat man nur die Möglichkeit, sekundär u-x oder x-u anzuschließen, so dass gegenüber der Primärspannung die Sekundärspannung entweder in Phase oder um 180° phasenversetzt ist. Für diese Beschreibung wird die stromabhängige Phasenverschiebung durch  $\underline{U}_k$  (Kapp-Dreieck) nicht berücksichtigt (Bild T3.5-3b), so dass  $U_1 = U'_2$  ist (Bild T3.5-1b)! Bei Drehstromtransformatoren hat man mehrere Möglichkeiten, die Wicklungsenden der Primärwicklungsstränge U-X, V-Y, W-Z bzw. der Sekundärwicklungsstränge u-x, v-y, w-z untereinander zu verbinden, da die jeweils drei Stränge zu Stern (Y), Dreieck (D) und bei geteilter Wicklung je Strang auch zu Zick-Zack (Z) verschaltet werden können. Damit hat man 9 Kombinationen („Schaltgruppen“), wobei man wie beim Einphasentransformator noch Anfang und Ende je Strang tauschen kann, was 18 Kombinationen ergibt. Nur ca. 10 davon sind häufiger in Verwendung. Sonderschaltungen mit Wicklungsanzapfungen wie beim Längs-, Quer- und Schräg-„Regel“-Transformator werden hier nicht besprochen (siehe „Aufgabensammlung“).



**Bild T3.5-1:** a) Stundenziffer: Beispiel: Stundenziffer 11: Phasenverschiebung zwischen  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$  ist 330°, gezählt von  $\underline{U}_2$  zu  $\underline{U}_1$  im mathem. pos. Zähl Sinn. Wenn  $\underline{U}_1$  bei „0 Uhr“ steht, dann steht  $\underline{U}_2$  bei „11 Uhr“. b) Wegen  $\underline{U}_k = 0$  wird keine zusätzliche Phasenverschiebung durch das KAPP-Dreieck berücksichtigt.

#### Beispiel T3.5-1:

In Bild T3.5-2 ist primärseitig eine Sternschaltung „Y“ und sekundärseitig eine Dreieckschaltung „d“ ausgeführt: **Schaltgruppe** Yd. Dabei sind primär X, Y, Z über  $X = Y = Z = N_1$  als Sternpunkt miteinander verbunden und sekundär die Verbindungen u-y, v-z, w-x ausgeführt.



Mit den genannten Schaltgruppen ist eine Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärspannung beim Drehstromtransformator in Schritten von 30° möglich wie beim Uhrzifferblatt! Für die Beschreibung der Phasenverschiebung wird ein idealer Transformator angenommen, so dass wegen  $\underline{U}_k = 0$  keine zusätzliche Phasenverschiebung durch das *Kapp*-Dreieck berücksichtigt wird! Die in der Primärwicklung des Strangs U (Klemmen U-X) induzierte Spannung ist in Phase mit der auf demselben Schenkel befindlichen Wicklung unterspannungsseitig (Klemmen w-u), da sie denselben Fluss  $\Phi_U$  umfasst.

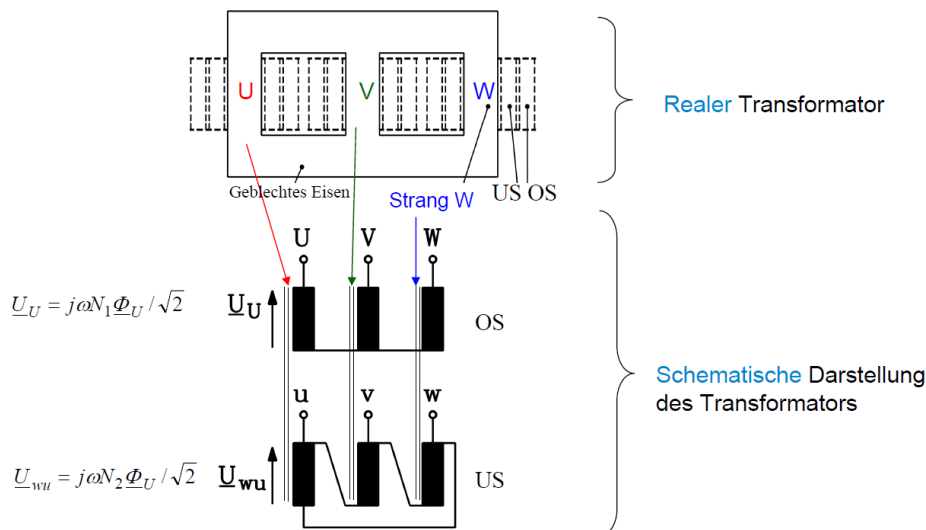


Bild T3.5-2: Darstellungsmethodik für die Schaltungsvarianten bei Drehstromtransformatoren.

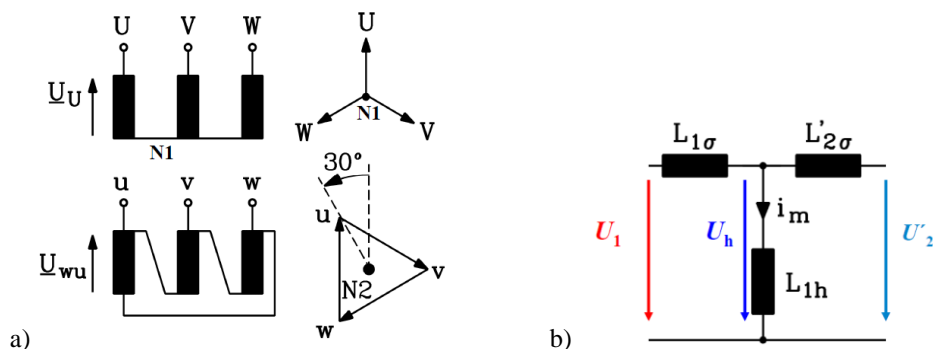


Bild T3.5-3: a) Schaltungsgruppe (links) und Spannungs-Zeigerdiagramm (rechts) zur Schaltungsgruppe Yd11 von Bild T3.5-2, b) Induktiver Anteil des T-Ersatzschaltbilds. Für die Stundenziffer in Bild T3.5-1 wurden  $L_{1\sigma}$ ,  $L'_{2\sigma}$  vernachlässigt.

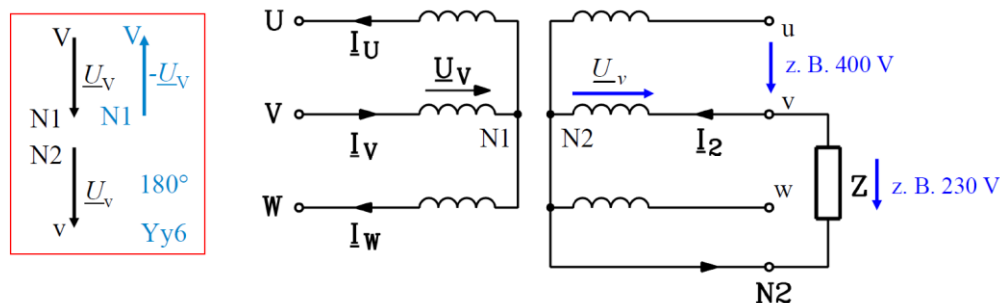
Vom realen Transformator (Bild T3.5-2 oben) geht man auf eine vereinfachte Darstellung der drei Primär- und Sekundärwicklungsstränge und ihrer Verschaltung über (Bild T3.5-2 unten), wobei Wicklungsstränge auf demselben Schenkel untereinander gezeichnet sind (Bild T3.5-3a links). Auf Grund der Dreieckschaltung ist die Sekundärspannung eine verkettete Spannung  $\underline{U}_{wu}$ , während die Primärspannung eine Phasenspannung  $\underline{U}_U$  ist. Die Schaltungsart (z. B. Stern) wird durch das lagerichtige Spannungs-Zeigerdiagramm beschrieben (Bild T3.5-3a rechts) zugehörige fiktive Strangspannung (Phasenspannung) ist um 30° voreilend oder 330° nacheilend. Diese Phasenverschiebung wird als nacheilend in 11 Schritten von 30° mit der „**Stundenziffer**“ 11 (Vergleich mit dem Zifferblatt einer Uhr, Bild T3.5-1a) angegeben: Yd11. Die Übersetzung der Spannung von der Primär- auf die Sekundärseite ist (Bild T3.5-3a rechts) entweder durch den Vergleich der verketteten Spannungen  $U_{verk}$  oder der Strangspannungen primär und sekundär zu ermitteln.

$$\dot{u} = \frac{U_{1verk}}{U_{2verk}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_U}{U_{wu}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_1}{U_2} = \sqrt{3} \cdot \frac{N_1}{N_2} \tag{T3.5-1}$$

Die Spannungsübersetzung  $U_{1\text{verk}}/U_{2\text{verk}}$  von Drehstromtransformatoren ist daher selbst bei Vernachlässigung des *Kapp'schen* Dreiecks nicht mehr nur durch das Verhältnis der Windungszahlen  $N_1/N_2$ , sondern auch durch die Schaltgruppe bestimmt (T3.5-1). Nur bei gleicher Schaltgruppe primär und sekundär (z. B. Yy-Schaltung = Stern primär und sekundär) ist die Spannungsübersetzung wie beim Einphasentransformator nur durch das Verhältnis der Strangwindungszahlen  $N_1/N_2$  und bei Last auch durch das *Kapp'sche* Dreieck bestimmt.

**b) Unsymmetrische Belastung des Drehstromtransformators:**

In Bild T3.5-4 ist die Schaltung Yyn6 dargestellt. Durch Vertauschen der Spulenanschlüsse sekundär ist die sekundäre Strangspannung gegenphasig zur primären Strangspannung, was einer Phasenverschiebung von  $6 \times 30^\circ = 180^\circ$  (Stundenziffer 6) entspricht. Sekundär ist der Sternpunkt „N2“ als Klemmenanschluss heraus geführt. Wird diese Schaltungsvariante für eine unsymmetrische, nämlich einphasige Belastung mit der Impedanz  $Z$  sekundär verwendet (z. B. Haushaltsanschluss: sekundär verkettet 400 V, Strangspannung 230 V), so fließt der Strom  $I_2$  sekundär nur im Strang „v“ und über den Sternpunktanschluss. Primär fließt der Strom  $I_V$  über Strang V zu und zu gleichen Teilen  $I_U = I_W$  über die Stränge W und U ab. Damit existiert aber KEIN Durchflutungsausgleich  $\Theta = 0$  für Schenkel U und W. Da  $I_U$  und  $I_W$  abhängig von der Belastung  $Z$  deutlich größer sind als der kleine Magnetisierungsstrom (typisch ca.  $I_m \approx 0.01I_N$ ), wird der magnetische Fluss in diesen Schenkeln durch  $\Theta > 0$  sehr hoch erregt. Damit sättigt aber das Eisen gemäß der  $B(H)$ -Kennlinie Bild T3.2-13 sehr stark, wodurch  $\mu_{Fe} = B_{Fe}/H_{Fe}$  sehr klein wird. Folglich ist auch  $L_h \sim \mu_{Fe}$  sehr klein.



**Bild T3.5-4:** Bei einphasiger Belastung der Yyn6-Schaltung werden die Wicklungen der Schenkel U, W nur primär stromdurchflossen, so dass kein Durchflutungsausgleich stattfindet, was zu hoher Eisensättigung führt.

Der Stromfluss in Strang U und W der Primärwicklung ist somit deren Magnetisierungsstrom und bei Nennstrom in Phase V gemäß  $I_U = I_W = I_{Um} = I_{Wm} = I_V/2 = I_{1N}/2 \gg I_m \approx I_{1N}/100$  sehr viel höher als der übliche kleine Nenn-Magnetisierungsstrom! Der Durchflutungssatz führt mit dem Feldpfad im Eisen  $s_{Fe}$  auf  $H_{Fe} = N_1 \cdot i_1 / s_{Fe}$ . Diese Eisenfeldstärke  $H_{Fe}$  in den Kernschenkeln U und W ist so hoch, dass das nun sehr stark gesättigte Eisen nur noch eine kleine Permeabilität  $\mu_{Fe}$  hat, die wenig größer als  $\mu_0$  ist. Die Hauptinduktivität  $L_h \sim \mu_{Fe} A_K / s_{Fe}$  wird fast so klein wie die primäre Streuinduktivität  $L_{1\sigma}$ . Mit dem T-Ersatzschaltbild Bild T3.5-3b folgt, dass der *Kapp'sche* Spannungsfall zu einer sekundär sehr kleinen induzierte Spannung führt, wie folgende Abschätzung zeigt. Bei **symmetrischer Dreiphasen-Last** herrscht wegen des Durchflutungsausgleichs je Schenkel normale (kleine) Eisensättigung, so dass  $L_h$  sehr groß ist z. B.  $L_h = 1000 \cdot L_{1\sigma}$ . Bei z. B. sekundär induktiver Belastung und Vernachlässigung von  $R_1$ ,  $R_2$  ist das Verhältnis von Hauptfeldspannung  $U_h$  zu Primärspannung  $U_1$

$$\frac{U_h}{U_1} = \frac{L_h}{L_h + L_{1\sigma}} = \frac{1000}{1001} \approx 1. \quad (\text{T3.5-2})$$

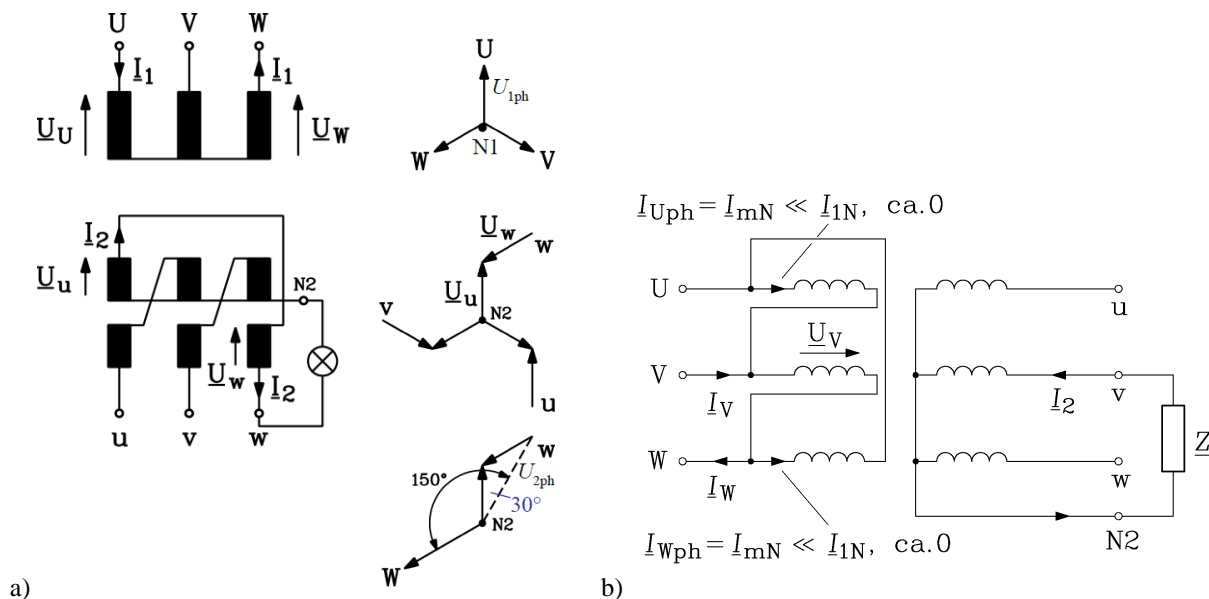
Bei **einphasiger Belastung Yy** tritt sehr hohe Eisensättigung auf, so dass  $L_h$  sehr klein wird, z. B.  $L_h = 2 \cdot L_{1\sigma}$ .

$$\frac{U_h}{U_1} = \frac{L_h}{L_h + L_{1\sigma}} = \frac{2}{2+1} = 0.66 \quad (\text{T3.5-3})$$

Im symmetrischen Fall und damit schwach gesättigtem Eisenkern ist  $L_h \gg L_{1\sigma}$  und damit  $U'_2 \approx U_h \approx U_1$ . Bei einphasiger Belastung Yy ergibt sich gegenüber  $U_h \approx U_1$  ein **Spannungseinbruch** von 33 %. Statt der z. B. erwarteten 230 V liefert der Transformator nur ca.  $U_2 \approx 0.66 \cdot 230 = 153 \text{ V}$ . Das ist technisch unbrauchbar. Daher darf die Schaltung Yy6n nicht einphasig belastet werden, da  $U$  sonst sekundär "zusammenbricht", so dass eine zu große Spannungsabsenkung zwischen Leerlauf und Nennlast auftritt!

Es dürfen folglich nur jene Schaltgruppen einphasig belastet werden, wo stets je Eisenkernschenkel Primär- und Sekundärwicklung stromdurchflossen sind, so dass ein "Durchflutungsausgleich" je Schenkel auftritt und damit je Schenkel primär der Nenn-Magnetisierungsstrom. Verteiltransformatoren als Ortsnetztransformatoren werden durch die einphasigen Lasten der Haushalte sekundär einphasig belastet, daher sind Schaltgruppen Dy5n oder Yz5n nötig.

Die **Schaltgruppe Dy5n** ist sekundär einphasig belastbar, da der Eisenschlenkel V in Bild T3.5-5b über die Primärwicklung und über die Sekundärwicklung im Durchflutungsausgleich ist, so dass KEINE hohe Sättigung auftritt. Der Primärstrom  $I_V$  fließt als Strom  $I_W = -I_V$  über die D-Schaltung ab, ohne den Schenkel U zu magnetisieren! Es tritt bei Belastung sekundär kein Spannungszusammenbruch auf.



**Bild T3.5-5:** a) Bei einphasiger Belastung der Yzn5-Schaltung erfolgt auf den Schenkeln U, W Durchflutungsausgleich, so dass kein Spannungszusammenbruch sekundär auftritt (Quelle: Kleinrath, H.: El. Maschinen). b) Bei einphasiger Belastung der Dyn5-Schaltung erfolgt auf dem Schenkel V Durchflutungsausgleich, so dass kein Spannungszusammenbruch sekundär auftritt (Quelle: Fischer, R.: El. Maschinen).

Bild T3.5-5a zeigt eine weitere mögliche Abhilfe für dieses Problem, indem man die Sekundärspulen in zwei gleich große Teilspulen trennt und jede Teilspule mit der Teilspule des benachbarten Schenkels verbindet. Die Spannungszeiger der beiden Teilspulen je Strang ergeben einen „zickzack“-förmigen Zeigerstern („Zickzack-Schaltung“). Die Phasenverschiebung der Primär- und Sekundärstrangspannung ist  $150^\circ$  ( $= 5 \times 30^\circ$ ) (**Schaltgruppe Yzn5**). Bei einphasiger Belastung sekundär zwischen  $N_2$  und  $w$  fließt sekundär der Strom in einer Teilspule auf Schenkel U und Schenkel W, ebenso primär, so dass für beide Schenkel ein Durchflutungsausgleich auftritt. Damit erfolgt kein Spannungszusammenbruch sekundär. Die Spulen auf Schenkel V sind stets stromlos.

Das Übersetzungsverhältnis bei Zickzackschaltung Yz5n wird wie folgt bestimmt und ist größer als  $N_1/N_2$ !

$$\ddot{u} = \frac{U_{1\text{verk}}}{U_{2\text{verk}}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{1\text{ph}}}{\sqrt{3} \cdot U_{2\text{ph}}} = \frac{U_{1\text{ph}}}{U_{2\text{ph}}}, \quad \frac{U_U}{U_u} = \frac{N_1}{N_2/2}, \quad (\text{T3.5-4})$$

$$\ddot{u} = \frac{U_{1\text{ph}}}{U_{2\text{ph}}} = \frac{U_U}{2 \cdot U_u \cdot \cos 30^\circ} = \frac{U_U}{2 \cdot U_u \cdot \sqrt{3}/2}, \quad \ddot{u} = \frac{U_U}{U_u \cdot \sqrt{3}} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} > \frac{N_1}{N_2}. \quad (\text{T3.5-5})$$

		Y y 0
		Y y 6
		Y d 5
		Y z 5
		D d 0
		D y 5
		D y 11
		D z 6

**Bild T3.5-6:** Typische Schaltgruppen der Wicklungen von dreiphasigen Transformatoren: U, V, W: Oberspannung (OS), u, v, w: Unterspannung (US), Y: Sternschaltung OS, D: Dreieckschaltung OS, y: Sternschaltung US, d: Dreieckschaltung US, z: Zickzackschaltung US (Quelle: *Kleinrath, H.:* El. Maschinen).

### T3.6 Leistungsschildangaben bei Drehstromtransformatoren

Für die Nenn-Scheinleistung gilt unabhängig von der Schaltgruppe (T3.6-1), wobei die auf dem Leistungsschild angegebenen Nennspannungen **stets die verketteten Spannungen** und die Nennströme **stets die Außenleiterströme** darstellen.

$$S_N = \sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_{1N} = \sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N} \quad (\text{T3.6-1})$$

Beispiel T3.6-1: Leistungsschild eines Drehstromtransformators

Type: Dreiphasentransformator TT-3-111  
 Typ: Dreischenkel, IEC 60076  
 Bemessungsspannung primär:  $U_{1N} = 20 \text{ kV}$   
 Bemessungsspannung sekundär:  $U_{2N} = 525 \text{ V}$   
 Bemessungs-Scheinleistung:  $S_N = 315 \text{ kVA}$   
 Schaltgruppe Dy5  
 Wärmeklasse F (105 K)  
 Kühlungsart: ONAN

Hersteller/Jahr: Firma xyz (Jahreszahl)  
 Fertigungs-Nr. 733 221  
 Bemessungsstrom primär:  $I_{1N} = 9.1 \text{ A}$   
 Bemessungsstrom sekundär:  $I_{2N} = 346.4 \text{ A}$   
 Bemessungsfrequenz:  $f_N = 50 \text{ Hz}$   
 Bezogene Kurzschlussspannung:  $u_k = 5 \%$   
 Betriebsart: S1 (Dauerbetrieb)  
 Ölkühlung

Da im T-Ersatzschaltbild je Strang stets **Strangwerte** verwendet werden, auf dem Leistungsschild aber verkettete Spannungen und Außenleiterströme angegeben sind, muss man diese Werte für das Ersatzschaltbild auf Strangwerte **umrechnen**.

Nennscheinleistung  $S_N = 315 \text{ kVA}$ , Nennspannungen  $U_{1N}$ ,  $U_{2N}$  (verkettet)  $20 \text{ kV} / 525 \text{ V}$ :

Nennströme: primär:  $I_{1N} = S_N / (\sqrt{3}U_{1N}) = 315 / (\sqrt{3} \cdot 20) = \underline{9.1 \text{ A}}$ ,

sekundär:  $I_{2N} = S_N / (\sqrt{3}U_{2N}) = 315 / (\sqrt{3} \cdot 0.525) = \underline{346.4 \text{ A}}$ ,

$$\ddot{u} = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{20000}{525} = 38, \quad \ddot{u} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{3} \cdot \ddot{u} = 1.732 \cdot 38 = 66.$$

**T4 Solarzellen**

Solarzellen sind elektronische Bauelemente in der Form großflächiger Photodioden, die elektromagnetische Strahlungsenergie (meist Sonnenlicht), direkt in elektrische Energie in Form von Gleichspannung und Gleichstrom umwandeln. In der Energietechnik wird die Solarzelle bei der Photovoltaik verwendet, um aus Sonnenlicht direkt elektrische Energie zu erzeugen. **Photovoltaik** gründet auf den Worten photo (phos, gr. Licht) und Volta (Graf A. Volta, italienischer Physiker, 1745-1827). Ein Elektron wird aus einer Bindung in einem Atom (oder Atomverband im Festkörper) gelöst, indem es ein Lichtteilchen (Photon mit Energie  $W = h \cdot f$ , siehe Kap. G) einer einfallenden elektromagnetischen Strahlung absorbiert. Die Bedingung ist, dass die Photonenergie  $W$  zumindest gleich der Elektronen-Bindungsenergie in der Atomhülle  $W_e$  ist:  $W \geq W_e$ . Man unterscheidet dabei den

- äußeren photoelektrischen Effekt,
- die Photoionisation als atomarer Photoeffekt und den
- inneren photoelektrischen Effekt (in Halbleitern), der die Funktionsweise der Solarzelle begründet.

**a):** Beim **äußeren photoelektrischen Effekt** (Photoemission, *Hallwachs*-Effekt) erfolgt das Herauslösen der Elektronen aus den Oberflächen von Halbleitern oder Metallen durch Lichtbestrahlung.

**b):** Bei der **Photoionisation (atomarer Photoeffekt)** erfolgt die Ionisation einzelner Atome oder Moleküle durch Bestrahlung mit Licht ausreichend hoher Energie  $W = h \cdot f$ , also hoher Frequenz  $f$ .

**c):** Beim **inneren photoelektrischen Effekt**, der in Halbleitern auftritt, werden die äußeren und damit am schwächsten gebundenen Elektronen der Atomhülle im Kristallverband durch Licht abgetrennt. Die Stelle in der Atomhülle, wo vorher das Elektron gebunden war, heißt „Loch“ („Defektelektron“). Das Abtrennen der Elektronen führt zu einem zur **Photoleitung**, also der Zunahme der elektrischen Leitfähigkeit des Halbleiters durch die Bildung von nicht aneinander gebundenen Elektron-Loch-Paaren infolge Lichteinstrahlung.

Wenn der Halbleiter als Zweischicht-Objekt mit zwei unterschiedlich dotierten Halbleiterschichten, der  $p$ -Schicht und  $n$ -Schicht, in Form einer Diode ausgebildet ist, tritt der **photovoltaische Effekt** auf. Die Elektron-Loch-Ladungsträgerpaare, die in der sogenannten „Raumladungszone“ am  $p$ - $n$ -Übergang dieser Diode entstehen, werden durch das elektrische Feld in der Raumladungszone getrennt. Die Elektronen wandern in die  $n$ -Schicht, die Löcher in die  $p$ -Schicht. So entsteht ein elektrischer Strom als „Photostrom“ gegen die Durchlassrichtung des  $p$ - $n$ -Übergangs.

Historische Meilensteine zur Entwicklung dieser Technologie sind:

1839: Entdeckung des äußeren Photoeffekts durch A. E. *Becquerel*,

1949: Modell des  $p$ - $n$ -Übergangs in Halbleiterdioden durch W. *Shockley* als Grundlage für die Untersuchung des „photovoltaischen Effekts“.

1954: Basierend auf dem photovoltaischen Effekt werden die ersten Solarzellen in den USA mit einem Umwandlungswirkungsgrad  $\eta = 5\%$  gefertigt.

Ab 1955: Rasche Entwicklung zunächst in USA v. A. für die Raumfahrt als „Sonnensegel“.

Zurzeit (2021) ist der typische Wirkungsgrad handelsüblicher Siliziumsolarzellen  $\eta > 20\%$ . Die theoretische Wirkungsgradobergrenze von Siliziumphotozellen beträgt dabei  $\eta_{\max} = 30\%$  für die Direktumwandlung von Lichtenergie in elektrische Energie!

#### T4.1 Energiebänder in Solarzellen

Halbleiter sind i. A. kristalline Festkörper, bei denen die Atome in einem fest geordneten Kristallverband eingebunden sind. Dabei sind die äußersten Elektronen je Atom nur schwach elektrisch gebunden, da der positive Kern durch die negativ geladenen inneren Elektronen abgeschirmt ist. Ihre elektrische potentielle Energie  $W_e$  gegenüber dem positiv geladenen, sie über die *Coulomb*-Kraft anziehenden Atomkern ist somit klein. Sie heißen **Valenzelektronen**, wobei wir annehmen, dass je Atom nur ein Elektron als Valenzelektron auftritt. Ihre energetische Situation wird durch die *Schrödinger*-Gleichung der Quantenmechanik beschrieben, wobei ihr Aufenthaltsort nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit angegeben werden kann (Kap. G). Diese Wahrscheinlichkeit kann aus dem Betrag des Quadrats der Amplitude der dem Elektron zugeordneten „Materiewelle“ berechnet werden. Im *Kronig-Penney*-Modell wird der Halbleiterkristall vereinfacht als eindimensionales Modell längs einer Koordinate ( $x$ -Koordinate) dargestellt zur Erklärung der Bindungssituation der Valenzelektronen in kristallinen Festkörper. Die enger gebundenen Elektronen und die jeweiligen Atomkerne werden dabei nicht betrachtet. In Bild T4.1-1 wird eine lineare Kette von Atomen im Kristall im Atomabstand  $a + b$  modelliert. Der Nullpunkt der elektrischen potentiellen Energie der Valenzelektronen wird im an das Atom gebundenen Zustand willkürlich Null gesetzt, was im Bereich  $a$  je Atom der Fall ist. Um vom Atom getrennt zu werden, muss das Valenzelektron die Energiebarriere  $W_e$  seiner Bindungsenergie überwinden, indem ihm z. B. durch Licht diese Bewegungsenergie zugeführt wird.

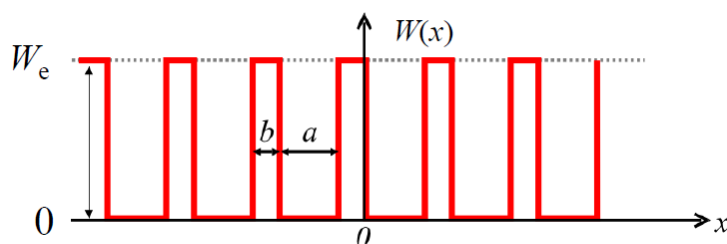


Bild T4.1-1: Periodische Funktion der potentiellen Valenzelektronen-Energie  $W(x)$  (Quelle: *Wikipedia.de*).

Im Bereich  $b$  sind die Valenzelektronen nur schwach an den Atomkern gebunden, da ihnen die Energie  $W_e$  zugeführt wurde. Wird diese periodische Funktion der potentiellen elektrischen Elektronenenergie  $W(x)$  mit  $W_e \cdot b = \text{konst.}$ ,  $W_e \rightarrow \infty$ ,  $b \rightarrow 0$  in die

*Schrödinger*-Gleichung der Wellenfunktion der Elektronen im Kristall eingesetzt, so liefert diese die möglichen Energiezustände der Valenzelektronen im Kristall. Es ergeben sich Energiebereiche („Bänder“), welche die Valenzelektronen annehmen können, die aber getrennt sind durch dazwischen liegende „verbotene“ Energiebereiche. Somit gibt es im Kristall keine Elektronen mit Energien aus den verbotenen Energiebereichen, sondern nur mit Energien aus den Energiebändern. Der Energiebereich des an das Atom gebundenen Valenzelektrons heißt Valenzband (Bild T4.1-2), der erste Energiebereich, den das Valenzelektron annehmen kann, sobald es vom Atom getrennt ist, heißt Leitungsband. Weitere Energiebänder mit höheren Energien sind hier nicht von Interesse. Zwischen Valenz- und Leitungsband liegt eine verbotene Energiezone mit der Breite  $W_g$  (Bild T4.1-3). Energien aus dieser Zone können die Valenzelektronen nicht annehmen.

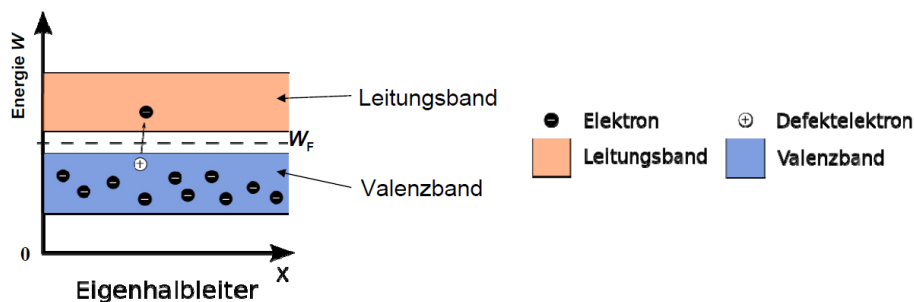


Bild T4.1-2: Mögliche Energiebereiche des an das Atom gebundenen Valenzelektrons (als Valenzband) und des vom Atom getrennten Elektrons (als Leitungsband) im Halbleiterkristall ( $W_F$ : Fermi-Energie). Dargestellt ist die Energiesituation für 11 Kristallatome des *Kronig-Penney*-Modells, wobei bei einem das Valenzelektron durch Energiezufuhr abgetrennt wurde und nun einen Energiewert aus dem Leitungsband hat. Zurück bleibt in der betreffenden Atomhülle eine Fehlstelle (Loch, Defektelektron) (Quelle: *Wikipedia.de*).

Die Energiebänder geben somit an jedem Ort  $x$  im Festkörper die möglichen Energiezustände der am schwächsten gebundenen Elektronen je Atom (Valenzelektronen) an.

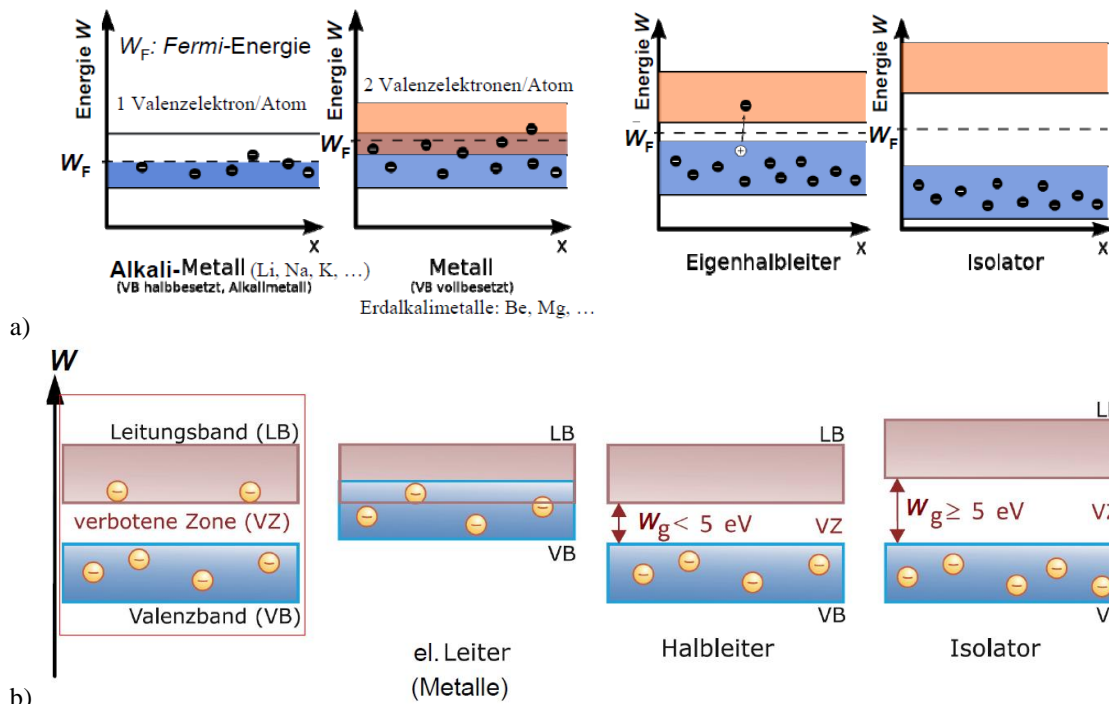
**a) Leitungsband:** Energiebereich der vom Atom abgetrennten Valenzelektronen, die sich frei im Kristall bewegen können.

**b) Valenzband:** Bei diesen Energien befindet sich das Valenzelektron noch bei „seinem“ Atom.

Die abgetrennten Elektronen im Leitungsband sind im Kristall frei beweglich, so dass er elektrisch leitfähig wird (Eigenleitfähigkeit des Halbleiters, „Eigenhalbleiter“). Die Energiezufuhr zum Abtrennen der Valenzelektronen von ihren Atomen kann über Licht (Photoleitung), aber auch Wärme erfolgen. Somit steigt mit steigender Kristalltemperatur dessen Eigenleitfähigkeit, denn mit steigender Temperatur  $T$  nimmt die Elektronenenergie zu. Mehr Valenzelektronen können von ihren Atomen getrennt werden und wechseln energetisch vom Valenz- in das Leitungsband. Durch die zurückgelassenen Lücken in den Atomhüllen (Loch, „Defektelektron“) sind diese Atome resultierend positiv geladen. Bei  $T = 0$  am absoluten Nullpunkt (Kap. G) haben alle Elektronen niedrige Energien  $W < W_F$  ( $W_F$ : Fermi-Energie, ein materialspezifischer Wert) und sind gebunden. Der Halbleiter leitet nicht.

**Elektrische Isolatoren** ( $W_g \geq 5$  eV) und **Halbleiter** ( $W_g < 5$  eV) sind somit Körper, deren Valenzband bei Elektronenenergien  $W < W_F$  voll mit ihren Valenzelektronen „besetzt“ sind und daher elektrisch nicht leiten. Valenzband und Leitungsband überlappen sich NICHT; es gibt ein „verbotenes“ Band, dessen Energiebreite überwunden werden muss, um (schwach) elektrisch leitfähig zu werden (Bild T4.1-3a).

Bei **Metallen** hingegen ist zwar auch bei  $W < W_F$  das Valenzband (VB) voll mit Elektronen „besetzt“, aber VB und Leitungsband überlappen sich, so dass stets einige dieser Elektronen auch im Leitfähigkeitsband sind und damit als „freie“ Elektronen für die elektrische Leitfähigkeit zur Verfügung stehen.



**Bild T4.1-3:** a) Energiebänder für Valenzelektronen in Metallen (links), Halbleitern und Isolatoren (rechts), Quelle: *Wikipedia.de*, b) Bei einer Breite der verbotenen Energiezone  $W_g < 5 \text{ eV}$  spricht man vom Halbleiter (Quelle: *V. Quaschnig*, Regenerative Energien).

Um zu bestimmen, wie viele Valenzelektronen im Kristall bei einer bestimmten Temperatur  $T$  welche Energie  $W$  haben, muss das *Pauli-Verbot* der Quantenmechanik beachtet werden, welches besagt, dass je zwei Elektronen in einem Atom nicht in allen Quantenzahlen übereinstimmen können (Kap. G). Somit kann kein Energiezustand im Kristall von mehr als einem Elektron eingenommen werden. Weiter sind die Elektronen prinzipiell nicht unterscheidbar, so dass die Vertauschung zweier Elektronen, also der Tausch ihrer Energiezustände, keinen neuen energetischen Zustand des Festkörpers ergibt, der bei der in statistischen Betrachtung (= Zählung aller möglichen energetischen Zustände des Kristalls) extra zu zählen wäre. Mit diesen Voraussetzungen ergibt sich anstelle der Energieverteilung auf alle Valenzelektronen des Kristalls nicht die *Maxwell-Boltzmann-Verteilung* idealer Gase (Kap. G), sondern die quantenmechanisch bedingte **Fermi-Dirac-Verteilung**  $g_e(W)$  für die Wahrscheinlichkeit, ein Valenzelektron im Festkörper bei der Temperatur  $T$  mit einer Energie aus dem Energiebereich  $[W, W + dW]$  anzutreffen (*Boltzmann-Konstante*  $k = 1.3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ,  $T$ : Absolute Temperatur des betrachteten Festkörpers, siehe Kap. G), Bild T4.1-4.

$$g_e(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k \cdot T}} + 1} \tag{T4.1-1}$$

Die *Fermi-Energie*  $W_F$  als materialabhängige Energiekenngröße beträgt z. B. für Metalle  $W_F = \text{ca. } 2 \dots 10 \text{ eV}$ , z. B. bei Kupfer  $7 \text{ eV}$ . Unabhängig von der Temperatur  $T$  ist für alle Valenzelektronen die Wahrscheinlichkeit stets 50 %, dass sie die Energie  $W_F$  haben. Bei  $0 \text{ K}$  haben gemäß (T4.1-2) alle Valenzelektronen eine Energie  $W < W_F$ :

$$g_e(W < W_F) = 1, \quad g_e(W > W_F) = 0.$$

$$g_e(W < W_F) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k \cdot T}} + 1} \Bigg|_{T \rightarrow 0} = \frac{1}{e^{-\infty} + 1} = 1, \quad g_e(W > W_F) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k \cdot T}} + 1} \Bigg|_{T \rightarrow 0} = \frac{1}{e^{\infty} + 1} = 0 \tag{T4.1-2}$$

Durch Kombination der *Fermi-Dirac-Verteilung* mit dem Energiebänder-Modell des Halbleiterkristalls (Bild T4.1-5) wird ermittelt, wie groß der Anteil der im Leitungsband



befindlichen Elektronen bei einer bestimmten Temperatur  $T$  ist. Bei Halbleitern liegt  $W_F$  in der „verbotenen Zone“. Bei  $T > 0$  haben einige Valenzelektronen Energiewerte größer als die **Fermi-Energie**  $W_F$ . Dieser Anteil steigt mit  $T$ . Damit steigt auch der Anteil der Elektronen des Leitungsbands („thermisch aktivierte Elektronen“), da auf Grund der *Fermi-Dirac*-Verteilung immer mehr Elektronen eine ausreichend große Energie aufweisen, um „im Leitungsband zu sein“.

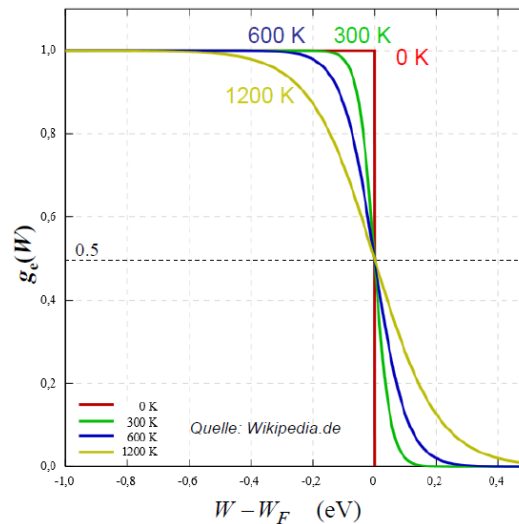


Bild T4.1-4: *Fermi-Dirac*-Verteilung der Energie der Valenzelektronen im Festkörper (Quelle: Wikipedia.de).

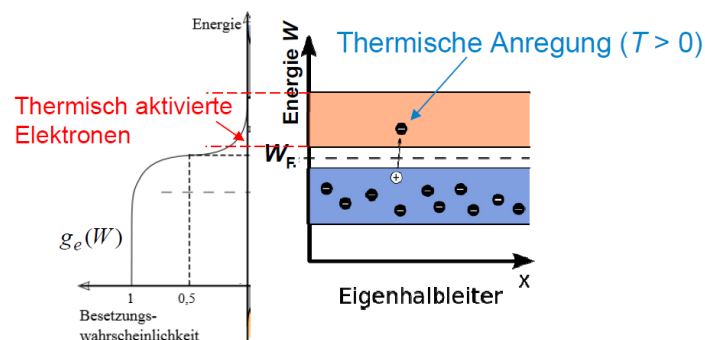


Bild T4.1-5: Kombination der *Fermi-Dirac*-Energieverteilung mit dem Energiebänder-Modell eines Halbleiterkristalls (Quelle: Wikipedia.de).

Das erklärt die Eigenschaft der **Halbleiter** als Festkörper mit einer mit  $T$  stark veränderbaren elektrischen **Eigenleitfähigkeit** mit kleinen Werten  $\kappa \approx 10^{-7}$  S/m bei tiefen Temperaturen bis zu relativ großen Werten  $\kappa \approx 10^5$  S/m bei hohen Temperaturen. Bei tiefsten Temperaturen von  $T \approx 0$  sind Halbleiter Nichtleiter und haben keine freien Elektronen („unbesetztes Leitungsband“), da die *Fermi*-Energie  $W_F$  oberhalb der größten Energie des Valenzbandes ist. Freie Ladungsträger müssen (im Gegensatz zu Metallen) erst z. B. durch thermische Anregung ( $T > 0$ ) entstehen. Die „energetisch verbotene Zone“ zwischen Leitungs- und Valenzband ist mit  $W_g < 5$  eV deutlich geringer als bei el. Isolatoren. Bei el. Isolatoren ist  $W_g$  zu groß, als das nennenswert viele Elektronen in das Leitungsband gelangen.

## T4.2 Innerer Photoeffekt und Halbleiter

Elektronen können durch Wärme oder elektromagnetische Strahlung (Licht, Photonen) soviel Energie aufnehmen, dass sie in „das Leitungsband angehoben werden“. Beim **inneren Photoeffekt** erfolgt das Anheben durch Photonen (= Lichteinstrahlung) als Lichtanregung. Ist die Photonenergie wegen  $h \cdot f < W_g$  zu gering, so erfolgt kein Anheben eines Elektrons ins Leitungsband. Ist die Energie des Photons zu groß, so erfolgt zwar eine Anhebung des

Elektrons in das Leitungsband LB, aber u. U. wird diese Energie wieder abgegeben (Energieeinbuße), so dass ein Rückfall des Elektrons ins Valenzband VB stattfindet. Es muss daher  $h \cdot f > W_g$  sein für eine erfolgreiche Lichtanregung, aber nicht zu groß (Bild T4.2-1).

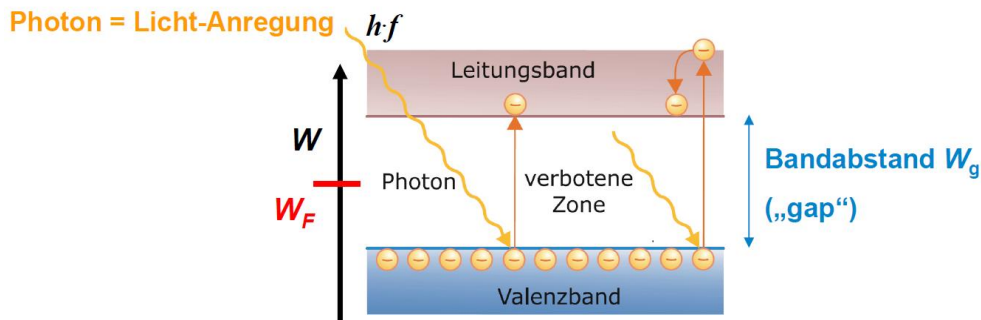


Bild T4.2-1: Erfolgreiche Lichtanregung im Halbleiter links und instabile Anregung rechts mit zuviel Lichtenergie (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

Durch den Aufenthalt von Elektronen im Leitungsband als „freie Elektronen“ ist nun elektrischer Stromfluss möglich (**Photoleitung**). Diese beschriebenen Halbleitereffekte haben unterschiedliche Elemente bzw. Verbindungen in kristallinem und amorphem Zustand, so z. B. die vierwertigen Elementhalbleiter Silizium und Germanium, die aus einem einzigen Element aufgebaut sind. Ihnen gemeinsam ist die kovalente chemische Bindung eines Atoms im Verband an vier Nachbaratome auf Grund der Verschmelzung von s- und p-Orbital zur **s-p<sup>3</sup>-Hybridisierung** (Kap. G) (Bild T4.2-2: Gruppe IV). Auch durch Verbindungen von Elementen der Gruppe III und Gruppe V (z. B. III-V-Verbindungshalbleiter Galliumarsenid) oder der Gruppe II und VI (z. B. CdTe) entstehen Halbleiter (Bild T4.2-3). Diese unterschiedlichen Halbleiter haben auch unterschiedliche Bandabstände  $W_g$  zwischen VB und LB. Mit steigender Temperatur  $T$  sinkt dieser Bandabstand  $W_g \downarrow$ ,  $T \uparrow$  wegen der zunehmenden Gitteratomschwingungen (Bild T4.2-3). Bevorzugt wird für Solarzellen bisher Silizium (Si) mit 4 Valenzelektronen je Atom, da  $W_g = 1.1$  eV ausreichend klein ist.

		I		II		III ... VIII		I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		
		s-p-Elemente				d-Elemente								s-p-Elemente										
	1	1	2	Elementhalbleiter: <b>Si, Ge, Sn</b> Verbindungshalbleiter: <b>GaAs, InSb, InP, GaP, CdTe, ZnSe, ZnTe, HgSe</b>																		18		
	1	1	2																			2		
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
	2	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne															He
	3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar															
	4	K	Ca	Sc ... Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr											
	5	Rb	Sr	Y ... Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe											
								80																

Bild T4.2-2: Ausschnitt aus dem Periodensystem (siehe Kap. G) mit bevorzugten chemischen Elementen für die Halbleiterindustrie (Quelle: Wikipedia; Joshua D. Wondrousch, Matlaabs).

IV-Halbleiter		III-V-Halbleiter		II-VI-Halbleiter	
Material	$W_g$	Material	$W_g$	Material	$W_g$
Si	1,107 eV	GaAs	1,35 eV	CdTe	1,44 eV
Ge	0,67 eV	InSb	0,165 eV	ZnSe	2,58 eV
Sn	0,08 eV	InP	1,27 eV	ZnTe	2,26 eV
Werte bei $T = 300\text{ K}$		GaP	2,24 eV	HgSe	0,30 eV

Bild T4.2-3: Übersicht über Halbleitermaterialien und ihre Bandabstände  $W_g$  bei ca. 27 °C (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

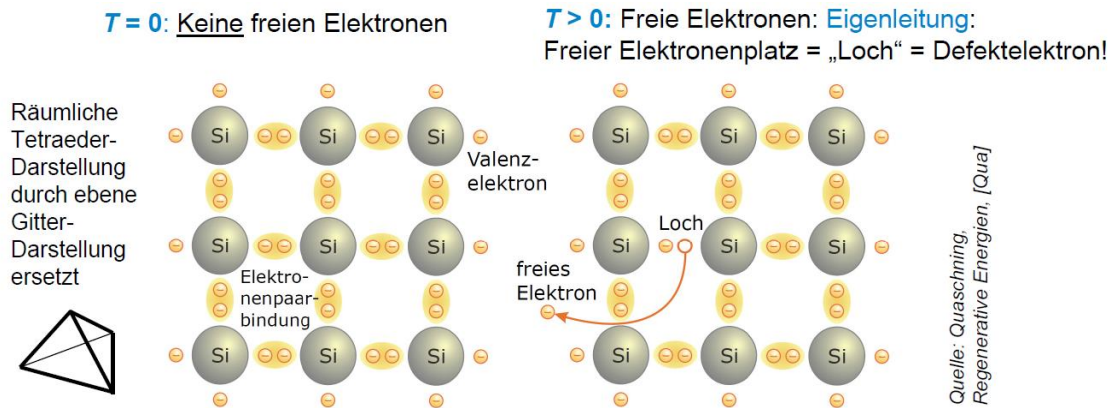


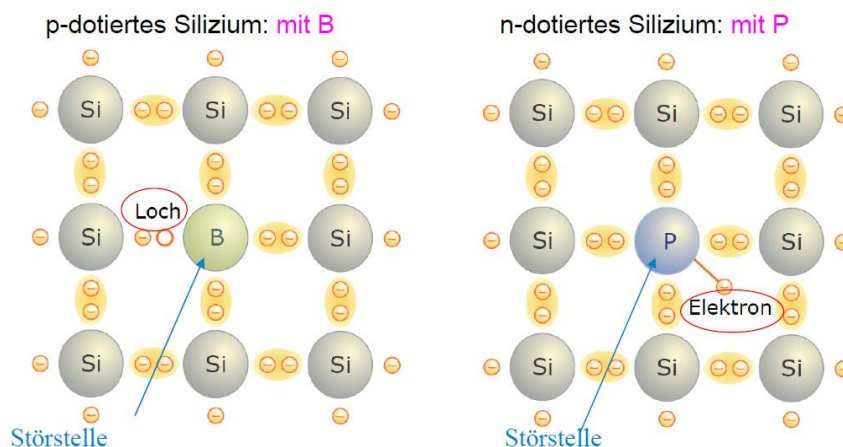
Bild T4.2-4: Silizium-Halbleiter-Kristallgitter in ebener Darstellung: Links ohne freie Elektronen, rechts: Entstehung eines freien Elektrons und eines Lochs durch thermische Anregung (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

Im Silizium-Kristallgitter gehen je zwei Elektronen zweier benachbarter äußerer Atomhüllen eine Elektronenpaarbindung (kovalente Bindung) ein, wobei vier solcher Paarbindungen je Atom an vier Nachbaratome vorhanden sind. Dies führt zur Tetraederstruktur der vier Bindungen bezüglich des Atomkerns, die aber vereinfacht in ebener Darstellung durch vier um 90° versetzte Bindungsarme dargestellt wird (Bild T4.2-4). Bei niedrigen Temperaturen ist das „Valenzband voll besetzt“ und das „Leitungsband leer“. Es gibt keine freien Elektronen, da alle Valenzelektronen durch kovalente Bindungen gebunden sind. Durch Energiezufuhr  $W > W_g$  (Anhebung eines Elektrons ins Leitungsband durch thermische oder Lichtanregung) erfolgt Eigenleitung des Si-Halbleiters auf Grund der freien Elektronen (Bild T4.2-4, rechts). Allerdings fließt elektrischer Strom (wie bei Metallen) nur bei Anlegen einer äußeren elektrischen Spannung  $U$ . Die Photo-Eigenleitung wird daher in Photo-Widerständen für die lichtabhängige Widerstandsgröße verwendet. Sie bildet folglich keine eigenständige Spannungsquelle und ist daher zum Einsatz für die Stromerzeugung nicht geeignet.

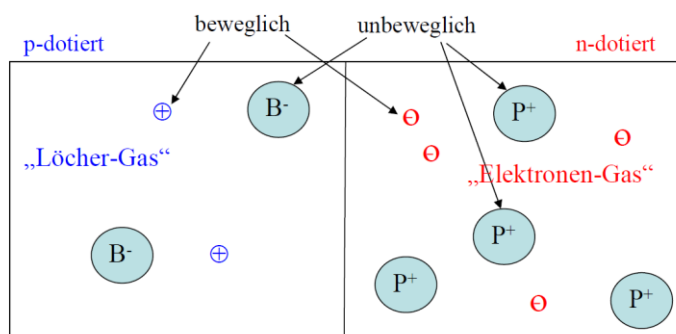
Das „Loch“ (Defektelektron) ist der freie „Elektronenplatz“ im Si-Atom nach Abtrennen eines Valenzelektrons aus der Atomhülle. Ein leicht bewegliches Leitungselektron entspricht einem ebenso leicht beweglichen hinterlassenen „Loch“. Ein anderes benachbartes Valenzelektron verlässt durch geringe Energiezufuhr seine Bindung und nimmt den Platz am „Loch“ ein, so dass es verschwindet. Aber das Valenzelektron hat ein neues Loch hinterlassen. So wandert ein „Loch“ wie ein freies Elektron durch geringe Energiezufuhr leicht im Kristall von Atom zu Atom in entgegengesetzte Richtung wie die ihren Platz wechselnden Valenzelektronen. Es verhält sich wie ein „Positron“  $p$ , das dieselbe Masse wie das Elektron hat, aber eine positive Elementarladung (Antimaterie zum Elektron).

Der Bau eines el. Generators über eine „Spannungsquelle“ im Halbleiter ist durch eine „Störstellenleitung“ möglich. Durch den gezielten Einbau („Dotierung“) von Atomen mit fünf Valenzelektronen (z.B. Phosphor P, Bild T4.2-2) als Störstellen ins Siliziumgitter kann das freie (fünftes) Valenzelektron von P keine Bindung eingehen. Seine Bindungsenergie an das

Atom ist damit geringer als der anderen Valenzelektronen. Dieses leicht bewegliche Elektron kann durch geringe Energiezufuhr  $\Delta W = 0.01 \text{ eV}$  vom P-Atom („Störstelle“) getrennt werden und wird zum Leitungselektron.  $P^+$  bleibt zurück (P-Dotierung = ***n*-Dotierung**, Bild T4.2-5 rechts). Erfolgt der Einbau von Fremdatomen („Störstellen“) mit drei Valenzelektronen (z. B. Bor B) ins Siliziumgitter, erhalten wir eine ***p*-Dotierung**. Das freie (vierte) Valenzelektron des benachbarten Si-Atoms kann keine kovalente Bindung eingehen, denn ihm fehlt das Partnerelektron. Durch geringe Energiezufuhr  $\Delta W = 0.01 \text{ eV}$  kann ein Valenzelektron eines benachbarten Si-Atoms getrennt werden und sich an das B-Atom anlagern ( $B^-$ ). Es ersetzt das fehlende Partnerelektron. Dadurch wird sein Platz im Si-Atom als „Loch“ frei, in das sich mit geringer Energie ein Valenzelektron eines weiteren Nachbar-Si-Atoms begeben kann, so dass das „Loch“ in entgegen gesetzter Richtung wandert (Bild T4.2-5 links). Im *n*-dotierten Halbleiter bewegen sich die Elektronen, im *p*-dotierten die Löcher als „Majoritäts-Ladungsträger“. Es verbleiben ortsfeste Ladungen  $P^+$  bzw.  $B^-$ . Es sind gleich viele Majoritäts-Ladungsträger wie ortsfeste ionisierte Dotierungsatome vorhanden, so dass sowohl *p*-dotierter als auch *n*-dotierter Si-Bereich elektrisch neutral ist (Bild T4.2-6). Zusätzlich besteht die in Kap. T4.1 thermisch aktivierte Eigenleitung, so dass im *n*- und im *p*-Bereich zusätzliche Löcher und Elektronen vorhanden sind (Minoritätsladungsträger), aber viel weniger als Majoritäts-Ladungsträger, da für ihre Entstehung eine viel größere Aktivierungsenergie von  $W_g = 1.1 \text{ eV} \gg \Delta W = 0.01 \text{ eV}$  nötig ist.



**Bild T4.2-5:** Silizium-Halbleiter-Kristallgitter mit Störstellen (Dotierungsatomen): Links mit 3-wertigem B (Bor) als *p*-Dotierung, rechts mit 5-wertigem P (Phosphor) als *n*-Dotierung (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).



**Bild T4.2-6:** Silizium-Halbleiter-Kristallgitter mit zwei unterschiedliche dotierten Bereichen: Die linke Hälfte ist mit Bor *p*-dotiert, die rechte ist mit Phosphor *n*-dotiert. Im Bild ist die *n*-Dotierungskonzentration doppelt so groß. Die Gesamtanordnung ist elektrisch neutral.

Das Aufeinandertreffen einer *p*-dotierten und einer *n*-dotierten Zone im Si-Halbleiter heißt ***p-n*-Übergang**. Im *p*-Bereich dominieren bewegliche Löcher als Majoritätsladungsträger im LB (hohe Löcherkonzentration). Im *n*-Bereich dominieren freie Elektronen als Majoritäts-

ladungsträger im LB (= hohe Elektronenkonzentration). Diese frei beweglichen Löcher und Elektronen bewegen sich im Leerraum zwischen den Atomrümpfen wie ein „Gas“. Dieses hat das Bestreben, Konzentrationsunterschiede durch Stöße (Diffusion!) auszugleichen (siehe „ideales Gas“: Kap. G). So diffundieren zum „Druckausgleich“ (= Konzentrationsausgleich) Löcher aus dem  $p$ -dotierten ins  $n$ -dotierte Gebiet und Elektronen aus dem  $n$ -dotierten ins  $p$ -dotierte Gebiet (Bild T4.2-7). Der Konzentrationsunterschied („Gradient“) der Majoritäts- $n$ - und  $p$ -Ladungsträger führt den mit  $T$  zunehmenden Diffusionsstrom herbei. Ein Teil der  $n$ - und  $p$ -Ladungsträger wandert so in den jeweils anders dotierten Halbleiter. Die Minoritätsladungsträger der Eigenleitung werden hierbei vernachlässigt.

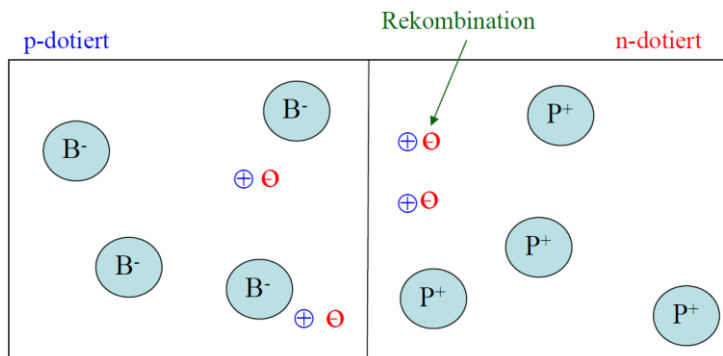


Bild T4.2-7: Silizium-Halbleiter-Kristallgitter mit  $p$ -dotiertem und  $n$ -dotiertem Bereich mit gleicher Störstellendichte (B-Dichte links = P-Dichte rechts). Zwei von vier Löchern bzw. Elektronen diffundieren in den jeweils anders dotierten Bereich und rekombinieren dort mit den jeweils beiden verbliebenen freien Ladungsträgern.

In der el. neutralen Anordnung Bild T4.2-7 sind  $n$ - und  $p$ -Dotierungskonzentration gleich groß. Zunächst sind daher Löcherkonzentration links und freie Elektronenkonzentration rechts ebenfalls gleich groß (links: 4 Löcher, rechts: keine Löcher; rechts: 4 Elektronen, links: keine), daher rechts die Löcherkonzentration und links die freie Elektronenkonzentration Null. Infolge Konzentrationsausgleich fließt ein Teil der Löcher nach rechts und ein Teil der Elektronen nach links. Im Bild T4.2-7 sind das jeweils 2, die einander am  $p$ - $n$ -Übergang begegnen. Dabei „fällt“ das freie Elektron in das ihm begegnende Loch (= lokaler Ladungsausgleich als „Rekombination“). Somit diffundieren zum Konzentrationsausgleich Elektronen aus dem  $n$ - in den  $p$ -Kristall und rekombinieren dort mit Löchern. Löcher diffundieren aus dem  $p$ - in den  $n$ -Kristall und rekombinieren dort mit freien Elektronen. In dieser Rekombinationszone des  $p$ - $n$ -Übergangs, die durch Rekombination von Majoritätsladungsträgern frei ist, verbleiben in der  $p$ -dotierten Seite des Halbleiters die ortsfesten Störstellen  $B^-$  (negativ geladen), in der  $n$ -dotierten Seite die ortsfesten Störstellen  $P^+$  (positiv geladen). Der Halbleiter ist weiterhin el. neutral, aber  $B^-$  und  $P^+$  sind als „Raumladungen“ ortsfest getrennt. Zwischen diesen getrennten „Raumladungen“ entsteht daher ein elektrisches Raumladungsfeld  $E$ , dessen Feldlinien bei  $P^+$  entspringen und bei  $B^-$  enden (Bild T4.2-8).

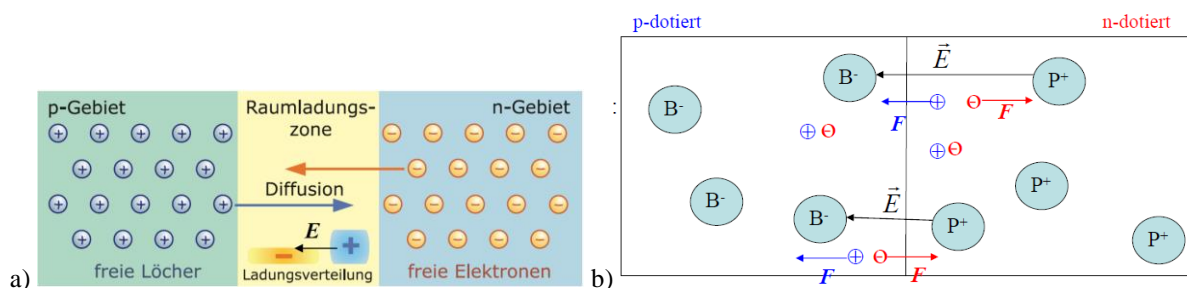
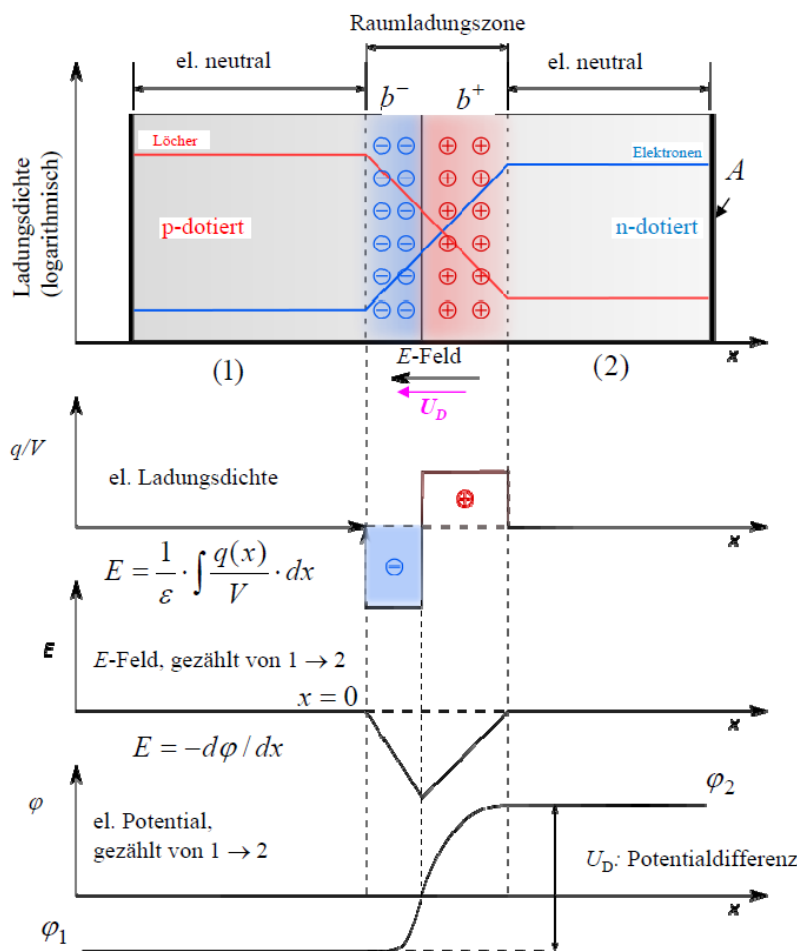


Bild T4.2-8: a)  $p$ - $n$ -Übergang mit Ausbildung eines  $E$ -Felds in der Raumladungszone (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien), b) Zurücktreibende Coulomb-Kraft  $F$  des Felds  $E$  auf freie Ladungsträger.

Somit herrscht in der „Raumladungszone“ das Raumladungsfeld  $E$ . In dieses Gebiet durch Diffusion nachrückende freie Ladungsträger erfahren die *Coulomb*-Kraft  $F$  dieses Felds. In Bild T4.2-8b sind je zwei Elektronen und Löcher aus ihrem  $n$ - bzw.  $p$ -Gebiet ins andere Gebiet abgewandert. Es verbleiben je zwei positive bzw. negative raumfeste Ionen  $B^-$  und  $P^+$ , die das  $E$ -Feld erregen. Dieses Raumladungsfeld  $E$  übt mit der *Coulomb*-Kraft  $F = q \cdot E$  auf diese nachrückenden freien Ladungsträger eine „zurückziehende“ Kraft aus, so dass sich diese mit einer Driftbewegung gegen die Diffusionsbewegungsrichtung in ihr Gebiet als Driftstrom zurück bewegen. Dadurch kompensieren sie dort einige der felderzeugenden Raumladungen, so dass das  $E$ -Feld geschwächt wird. Es stellt sich schnell ein Gleichgewicht zwischen Diffusionsbewegung durch Konzentrationsunterschied und el. Driftbewegung durch das  $E$ -Feld ein (Bild T4.2-8a)! Im Bild T4.2-8b verbleibt z. B. im Gleichgewicht je zwei positive bzw. negative raumfeste unkomensierte Ionen als Raumladungen  $B^-$  und  $P^+$ .



**Bild T4.2-9:** Oben:  $p$ - $n$ -Übergang mit Ausbildung eines  $E$ -Felds in der Raumladungszone mit etwas breiterer Schicht positiver Raumladungen: Räumlich konstant verteilte angenommene Raumladungsdichte  $q/V$ , dadurch linear zu- und abnehmende el. Feldstärke  $E$ , daher quadratisch zu- und abnehmendes el. Potential  $\varphi$  (Quelle: Wikipedia.de).

In Bild T4.2-9 ist angenommen, dass die Raumladungen  $P^+$ ,  $B^-$  mit jeweils gleichem räumlichen Abstand verteilt sind, wobei der Abstand der  $P^+$  z. B. etwas größer ist. Daher ist die Breite  $b^+$  der positiven Raumladungszone entsprechend größer als die der negativen Raumladungszone  $b^-$ . Zone  $b^+ + b^-$  ist durch Rekombination ohne Majoritätsladungsträger. Es verbleiben die ortsfesten Raumladungen der Dotierungsatome  $B^-$  und  $P^+$  als Raumladungszone. Die positive und negative Raumladungsmenge  $q$  und  $-q$  ist gleich groß; sie erregen das  $E$ -Feld mit ihren Raumladungsdichten  $\rho^+ = q/V^+ = q/(b^+ \cdot A)$ ,

$\rho^- = -q/V^- = q/(b^- \cdot A)$ . Mit der Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon$  des Halbleiters folgt  $E$  in der negativen Raumladungszone

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \int \frac{q(x)}{V} \cdot dx: E(x) = -\frac{q \cdot x}{\varepsilon \cdot A \cdot b^-}, \quad 0 \leq x \leq b^-, \quad (\text{T4.2-1})$$

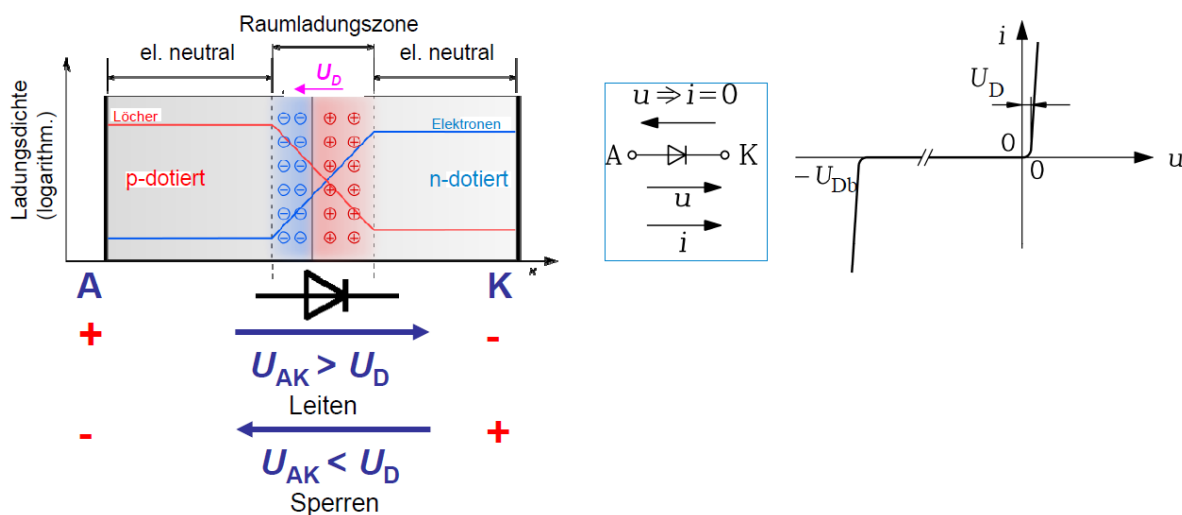
und in der positiven Raumladungszone

$$E(x) = -\frac{q}{\varepsilon \cdot A} + \frac{q \cdot (x - b^-)}{\varepsilon \cdot A \cdot b^+}, \quad b^- \leq x \leq b^- + b^+. \quad (\text{T4.2-2})$$

Das  $E$ -Feld ist positiv gerichtet von 2 nach 1 und holt einen Teil der diffundierenden Majoritätsladungsträger wieder zurück. Die diesem  $E$ -Feld entsprechende Potentialdifferenz heißt „**Diffusionsspannung**“  $U_D$  und ist negativ von 1 nach 2, daher positiv von 2 nach 1!

$$U_D = \int_1^2 E \cdot dx = -\int_1^2 \frac{d\varphi}{dx} \cdot dx = -\int_1^2 d\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q \cdot (b^+ + b^-)}{\varepsilon \cdot A} < 0 \quad (\text{T4.2-3})$$

Mit den Materialdaten für den  $p$ - $n$ -Übergang in Silizium ergibt sich  $U_D = 0.6 \dots 0.7$  V. Dieser  $p$ - $n$ -Übergang wirkt als Diode (Bild T4.2-10).



**Bild T4.2-10:** Links:  $p$ - $n$ -Übergang als Diode mit den Anschlüssen Anode (+) A und Kathode (-) K; Mitte: Ersatzschaltbild; rechts: Strom-Spannungs-Kennlinie der Diode (Quelle: *Wikipedia.de*).

Eine an diese Diode von außen angelegte el. Spannung  $U_{AK}$  von A nach K an den  $p$ - $n$ -Übergang wirkt, wenn  $U_{AK} > U_D$  ist, so dass die Majoritäts-Ladungsträger fließen können: Die Elektronen von K nach A und die Löcher von A nach K; die Diode leitet el. Strom in Richtung des Diffusionstroms. Wenn  $U_{AK} < U_D$ , dann können die Majoritäts-Ladungsträger nicht fließen, insbesondere dann, wenn  $U_{AK} < 0$  ist. Die Elektronen werden in den  $n$ -Bereich und die Löcher in den  $p$ -Bereich zurückgedrängt. Allerdings befinden sich infolge thermischer Anregung noch (wenige) Minoritäts-Ladungsträger im Halbleiter. Die so entstandenen Leitungselektronen im  $p$ -Bereich werden bei  $U_{AK} < 0$  in den  $n$ -Bereich und die Löcher im  $n$ -Bereich in den  $p$ -Bereich befördert, so dass ein kleiner Strom von K nach A fließt (negativer Strom = Sperrstrom  $I_s$ ).

$$I_s(T) = I_s(T_0) \cdot e^{\frac{T}{T_0} - 1} \cdot W_g(T) / (m \cdot k \cdot T) \cdot \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/m} \quad (\text{T4.2-4})$$

Die Anzahl der Minoritäts-Ladungsträger hängt von der aktivierenden Wärmeenergie und damit von der Temperatur  $T$  ab, um sie von VB ins LB anzuheben, daher vom Bandabstand  $W_g$ . Weiter hängt  $I_s$  vom Korrekturfaktor  $m$  (Emissionskoeffizient) ab, der eine Eigenschaft des Halbleitermaterials ist. Für die „ideale“ Diode ist  $m = 1$ . Dieser sehr kleine Sperrstrom wird von  $U_{AK} < 0$  bis zum Durchbruch kaum beeinflusst, weshalb er Sättigungssperrstrom

heißt. Bezogen auf einen Sperrstromwert bei der Bezugstemperatur  $T_0$  wird er mit (T4.2-4) auf andere Temperaturen  $T$  umgerechnet. Für Si-Halbleiter beträgt er bei 25 °C bzw.  $T_0 = 273.15 + 25 = 298.15$  K ca.  $I_s(T_0) = 10^{-10}$  A.

Bei  $U_{AK} < 0$  sperrt die Diode el. Strom (abgesehen von  $I_s$ ), bis das  $U_{AK}$  entsprechende  $E$ -Feld so groß wird, dass ein zerstörender el. Durchschlag (siehe Kap. V) erfolgt, wenn  $U_{AK}$  die Durchbruchspannung  $U_{Db}$  des Halbleitermaterials erreicht. Bei der Durchbruchspannung nimmt durch Stoßionisation der Sperrstrom lawinenartig zu und zerstört die Diode. Die genannten Eigenschaften werden mit der Strom-Spannungs-Kennlinie der Diode (Bild T4.2-10 rechts) beschrieben. Auf Basis der Ergebnisse von (T4.2-3) wird diese Diodenkennlinie ohne Berücksichtigung von  $U_{Db}$  berechnet (T4.2-5), wobei  $I_s(T)$  der temperaturabhängige Sättigungssperrstrom,  $k$  die Boltzmann-Konstante,  $T$  die absolute Temperatur,  $e$  die Elementarladung und  $m$  der Emissionskoeffizient.

$$i = I_s(T) \cdot (e^{\frac{e \cdot u}{k \cdot T}} - 1), \quad U_T = \frac{k \cdot T}{e} \Big|_{25^\circ\text{C}} = 25.7 \text{ mV} \quad (\text{T4.2-5})$$

Die „Temperaturspannung“  $U_T$  beträgt bei 25 °C 25.7 mV. Eine Diode leitet, wenn Die Spannung  $U_{AK} > U_D$  ist. Sie lässt sich nicht ausschalten und sperrt erst, wenn der Strom durch äußeren Eingriff erlischt, und auch dann nur, wenn danach  $U_{AK} < U_D$  ist oder in etwa, wenn  $U_{AK} < 0$  ist. Sie sperrt, wenn  $U_{AK} < 0$  ist, bis zur Durchbruchspannung  $U_{Db}$ , wenn sie i. A. leitend zerstört wird (z. B. Kurzschluss zwischen A und K).

Mit  $I_s(25^\circ\text{C}) = 10^{-10}$  A wird aus (T4.2-5) beim Leiten der Diode für die positiv anliegende Spannung  $U_{AK} > 0$  der exponentiell stark ansteigende Strom sichtbar (Bild T4.2-10 rechts, Bild T4.2-11):

$$U_{AK} = U = 0.5 \text{ V} : i(25^\circ\text{C}) = 10^{-10} \text{ A} \cdot (e^{\frac{0.5\text{V}}{0.0257\text{V}}} - 1) = 0.03 \text{ A},$$

$$U_{AK} = U = 0.7 \text{ V} : i(25^\circ\text{C}) = 10^{-10} \text{ A} \cdot (e^{\frac{0.7\text{V}}{0.0257\text{V}}} - 1) = 67.5 \text{ A}.$$

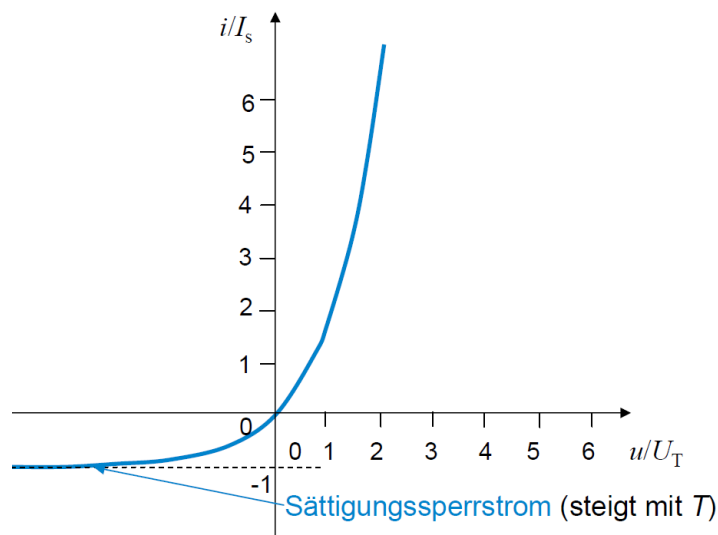


Bild T4.2-11: Strom-Spannungs-Kennlinie der idealen Diode ( $m = 1$ ) gemäß (T4.2-5) (Quelle: Wikipedia.de).

Abschließend soll der Einfluss der  $p$ - und  $n$ -Dotierung im Halbleiter auf dessen Fermi-Energie und die Energiebänder dargestellt werden. Die Fermi-Energie  $W_F$  liegt beim undotierten Halbleiter und beim el. Isolator etwa in der Mitte der Bandlücke. Durch die Dotierung im Halbleiter wird  $W_F$  verschoben. Bei  **$p$ -Dotierung** sinkt  $W_F$  auf  $W_{F,p}$  durch die erhöhte Anzahl an „Löchern“, verschiebt sich also in Richtung des Valenzbands. Bei  **$n$ -**



**Dotierung** erhöht sich  $W_F$  auf  $W_{F,n}$ , verschiebt sich also durch die erhöhte Anzahl an freien Elektronen in Richtung des Leitungsbands. Die Austrittsarbeit  $W_D$  der „frei beweglichen“ Ladungsträger aus dem  $n$ - bzw.  $p$ -Bereich in den jeweils anders dotierten Bereich ist dann der Energieunterschied zwischen den beiden *Fermi*-Energien:  $W_D = W_{F,n} - W_{F,p}$  (Bild T4.2-12).

Im Halbleiter muss eine einheitliche *Fermi*-Energie auftreten, so dass sich von diesem Bereich der Raumladungszone aus in die beiden Halbleiterbereiche die Energiebänder „verbiegen“, um weit weg vom  $p$ - $n$ -Übergang die ungestörten Energiebandwerte der jeweiligen Dotierungsbereiche anzunehmen. Die so entstehende Energiebarriere  $W_D$  je Elektronen- oder Löcherladungsmenge  $q$  ist gemäß (T4.2-3) die durch die Diffusionsspannung  $U_D$  bestehende Barriere, die überwunden werden muss, damit die Diode leitet.

$$W_D = \int_1^2 F \cdot dx = \int_1^2 q \cdot E \cdot dx = q \cdot \int_1^2 E \cdot dx = q \cdot U_D \quad . \quad (T4.2-6)$$

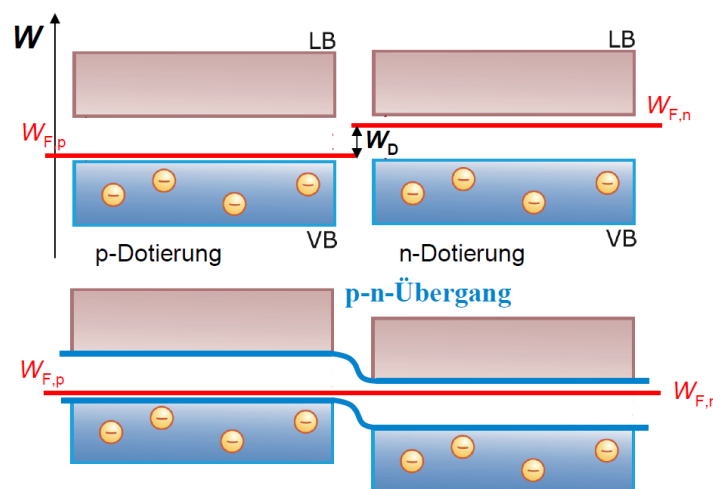


Bild T4.2-12: Einfluss der  $p$ - und  $n$ -Dotierung im Halbleiter auf dessen *Fermi*-Energie und die Energiebänder (VB: Valenzband, LB: Leitungsband) (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

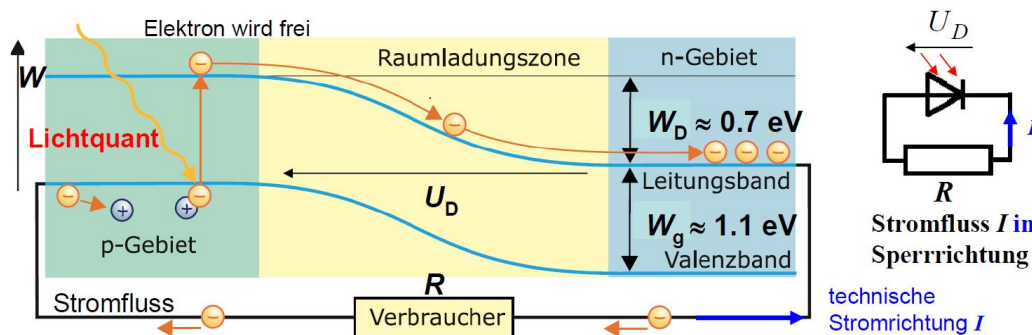


Bild T4.2-13: Bei der Photodiode werden durch Lichteinfall Elektronen aus den Außenhüllen der Gitteratome im  $p$ - $n$ -Übergang befreit und im Raumladungsfeld über das  $n$ -Gebiet und den äußeren Lastwiderstand  $R$  in das  $p$ -Gebiet getrieben. Dies entspricht einem „technischen Stromfluss positiver Ladungsträger“ in entgegengesetzter Richtung (Sperrichtung der Diode) (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

Der Diffusionsvorgang gleicht lokal die Energiedifferenz  $W_{F,n} - W_{F,p}$  aus, was durch die Krümmung des Valenz- und Leitungsbands im Bereich des  $p$ - $n$ -Übergangs zum Ausdruck kommt. Für die Majoritätsladungsträger (Ladung/Träger  $\pm e$ ) stellt die Krümmung der Energiebänder einen „Potentialwall“ der Energiehöhe  $W_D = U_D \cdot e = 0.7 \text{ V} \cdot 1e = 0.7 \text{ eV}$  dar. Lichteinfall erzeugt in der **Photodiode** freie Elektronen als zusätzliche Majoritätsladungsträger im  $p$ - $n$ -Übergang. Diese werden durch  $U_D$  den Wall abwärts vom  $p$ - ins  $n$ -Gebiet befördert. Der Stromkreis der Photodiode wird durch einen außen angeschlossenen Widerstand  $R$  geschlossen, der niederohmiger ist als die Raumladungszone. So erfolgt el.

Stromfluss mit diesen negativen Ladungsträgern außen über  $R$  zurück zum  $p$ -Gebiet (Bild T4.2-13). Bezüglich der technische Stromrichtung fließt der Strom in Dioden-Sperrichtung.

### T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Gemäß T4.2 besteht die physikalische Wirkungskette der **Solarzelle** (als großflächige Photodiode für das Einfangen eines möglichst großen Lichteinfalls) aus den Schritten 1. bis 4.

1. Elektronen werden im  $p$ -Gebiet durch elektromagnetische Strahlung (Photonen) in der Raumladungszone vom Valenz- ins Leitungsband angehoben, wenn die Photonenenergie ausreichend groß ist:  $h \cdot f > W_g$ .

2. Diese im Halbleiter erzeugten Leitungselektronen sind ebenso frei beweglich wie die dabei verursachten Löcher.

3. Die Elektronen werden durch das elektrische Raumladungsfeld  $E$  ins  $n$ -Gebiet gezogen.

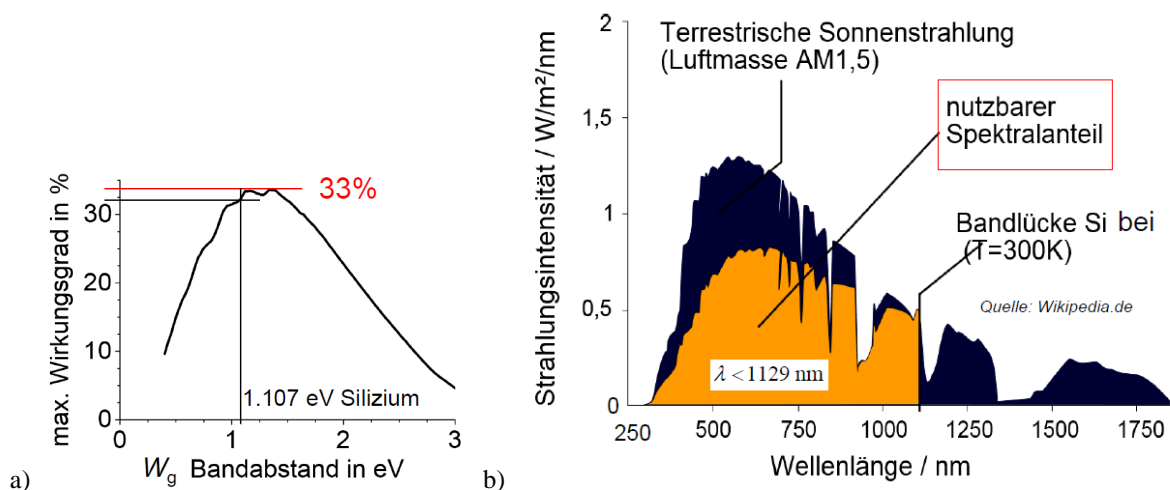
4. Über einen äußeren elektrischen Lastwiderstand  $R$  wird der Stromkreis geschlossen: Die Elektronen fließen über  $R$  vom  $n$ -Gebiet ins  $p$ -Gebiet zurück als Gleichstrom  $I$ ! Die dabei erzeugte elektrische Leistung  $P_e$  wird im Widerstand  $R$  in Wärmeleistung umgesetzt.

Lichtanregung erfolgt im Si-Halbleiter-Kristall für Photonenenergien  $h \cdot f > W_g = 1.1 \text{ eV}$ .

$$h \cdot f > 1.1 \text{ eV} \Rightarrow f > \frac{1.1 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 265.7 \text{ THz} \Rightarrow \lambda < \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{265.7 \cdot 10^{12} / \text{s}} = 1129 \text{ nm} \quad (\text{T4.3-1})$$

Erst bei Lichtwellenlängen  $\lambda < \text{ca. } 1000 \text{ nm}$  (gültig für das Material Silizium, Bild T4.3-1b) erfolgt Elektronen“freisetzung“. Daher kann die Solarzelle nur den kurzwelligeren Teil der gesamten Photonenenergie  $W_S$  des Sonnenlichts nutzen! Der Wirkungsgrad  $\eta$  der Solarzelle (Verhältnis nutzbarer el. Leistung  $P_e$  zur gesamten Sonnenstrahlungsleistung  $P_S = W_S/t$ ) ist

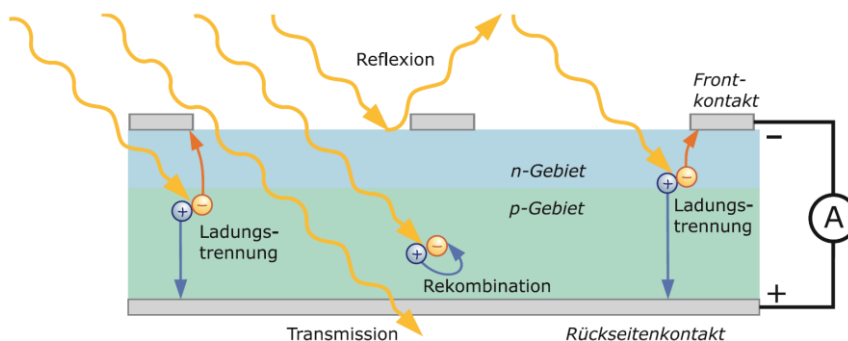
$$\eta = \frac{P_e}{P_S} = \frac{R \cdot I^2}{W_S/t} < 1 \quad (\text{Solarer Gleichstrom } I). \quad (\text{T4.3-2})$$



**Bild T4.3-1:** a) Theoretisches Wirkungsgradmaximum in Abhängigkeit der Energiebandlücke nach *Shockley-Queisser* (Quelle: *Wikipedia.de*), b) Ausnutzung der Sonnenstrahlung durch mono- und polykristalline Silizium-Solarzellen (Air-mass AM1.5: Sonnenstrahlen-Einfallswinkel  $48^\circ$ , Kap. R).

Der maximal mögliche Wirkungsgrad  $\eta$  einer Solarzelle, basierend auf dem  $p$ - $n$ -Übergang, ist wegen  $h \cdot f > W_g$  jedenfalls  $< 1$ . Er wurde von *Shockley* und *Queisser* in Abhängigkeit der Energiebandlücke  $W_g$  (Materialeinfluss) untersucht. Unabhängig davon, wie weit das Elektron über den unteren Energiewert des Leitungsbands angeregt wird, erhält man pro durch Licht angeregtem Elektron maximal die Energie der Bandlücke  $W_g$  als el. Energie. Der Rest geht

durch Stöße mit den Atomrümpfen (Phononen = Gitterschwingungen) an den Halbleiter als Wärme verloren. Ist  $W_g$  klein, so ist  $f_{\min} > W_g / h$  klein und der nutzbare Bereich des Sonnenstrahlungsspektrums (Kap. R) größer. Aus der gesamten eingestrahnten Lichtenergie  $W_S$  werden mehr Elektronen angeregt, aber mit geringer nutzbarer Energie  $W_g$ . Ist  $W_g$  groß, so ist  $f_{\min}$  größer und der nutzbare Bereich des Solarspektrums kleiner. Aus der gleichen Energie  $W_S$  werden weniger Elektronen angeregt, die aber eine höhere Energie  $W_g$  haben. *Shockley* und *Queisser* zeigten, dass mit dem Strahlungsspektrum des schwarzen Körpers (Kap. G) die maximale Energieausbeute mit 44 % bei einem mittlerem  $W_g = 1.1$  eV liegt, also beim Werkstoff Silizium. Da manche angeregte Elektronen mit vorhandenen Löchern rekombinieren und dabei ihre Anregungsenergie abstrahlen, geht diese Energie der el. Energiewandlung verloren, so dass  $\eta_{\max} = \text{ca. } 33 \%$  bei  $W_g = 1.3$  eV (*Shockley-Queisser-Grenze*) ist (Bild T4.3-1a). Für die kristalline Si-Solarzelle mit  $W_g = 1.107$  eV ergibt sich mit Bild T4.3-1a  $\eta_{\max, \text{theoret}} = 31 \%$  und typisch  $\eta_{\max} = 29 \%$ . Weitere Verluste sind die Reflexion eines Anteils der solaren Einstrahlung, der ungenutzte Durchgang eines Teils dieser Strahlung als „Transmission“ und der Rückfall einiger durch Strahlung angeregter Elektronen mit zu hohem Energiegehalt (Bild T4.3-2). Daher ist der typische Wirkungsgrad monokristalliner bzw. polykristalliner Si-Solarzellen 20 % bzw. 16 %. Durch ihre große Fläche sollen Solarzellen möglichst viel Licht einfangen, das durch die Flächen zwischen dem fingerförmig ausgebildeten Frontkontakt auf die Zelle trifft (Bild T4.4-1).



**Bild T4.3-2:** Verluste in einer Solarzelle durch tw. Reflexion des eingestrahnten Sonnenlichts an der Oberfläche, durch tw. Transmission und durch rekombination angeregter Elektronen (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

**Monokristallines Silizium** besteht aus einkristallinen Siliziumscheiben von ca. 250  $\mu\text{m}$  Dicke. Der Einkristall wird aus der Si-Schmelze bei hoher Temperatur 1425  $^{\circ}\text{C}$  mit dem *Czochralski-Kristallziehverfahren* (AEG, 1916, *Berlin*) mit bis zu 0.3 m Durchmesser und ca. 2 m Länge gezogen und in Wafer geschnitten. Mit diesem teuren Fertigungsverfahren wird ein Zellenwirkungsgrad von 20 % erreicht. Daraus gefertigte **Solarmodule** bestehen aus in Serie und/oder parallel geschalteten Solarzellen mit Solarmodulwirkungsgraden von 18 %. Beim **polykristallinen Silizium** sind die Kristallorientierungen in den ca. 250  $\mu\text{m}$  dicken Scheiben unterschiedlich ausgerichtet. Die Rohlinge können dadurch mit einem preiswerteren Gießverfahren des geschmolzenen Siliziums hergestellt werden, haben aber kleinere Modulwirkungsgrade von ca. 16.8 %.

**Dünnschichtzellen** haben deutlich geringere Dicken von ca. 1 ... 5 ... 20  $\mu\text{m}$  und werden gefertigt aus

a) **amorphem Silizium**, dünnen, nichtkristallinen („glasartigen“) Siliziumschichten, die durch Aufdampfen entstehen! Wegen des kleineren Wirkungsgrads von ca. 10 % werden sie in Taschenrechnern, Uhren, ... eingesetzt.

b) aus **mikrokristallinem Silizium**, das einen höheren Wirkungsgrad als amorphe Si-Dünnschichtzellen hat.

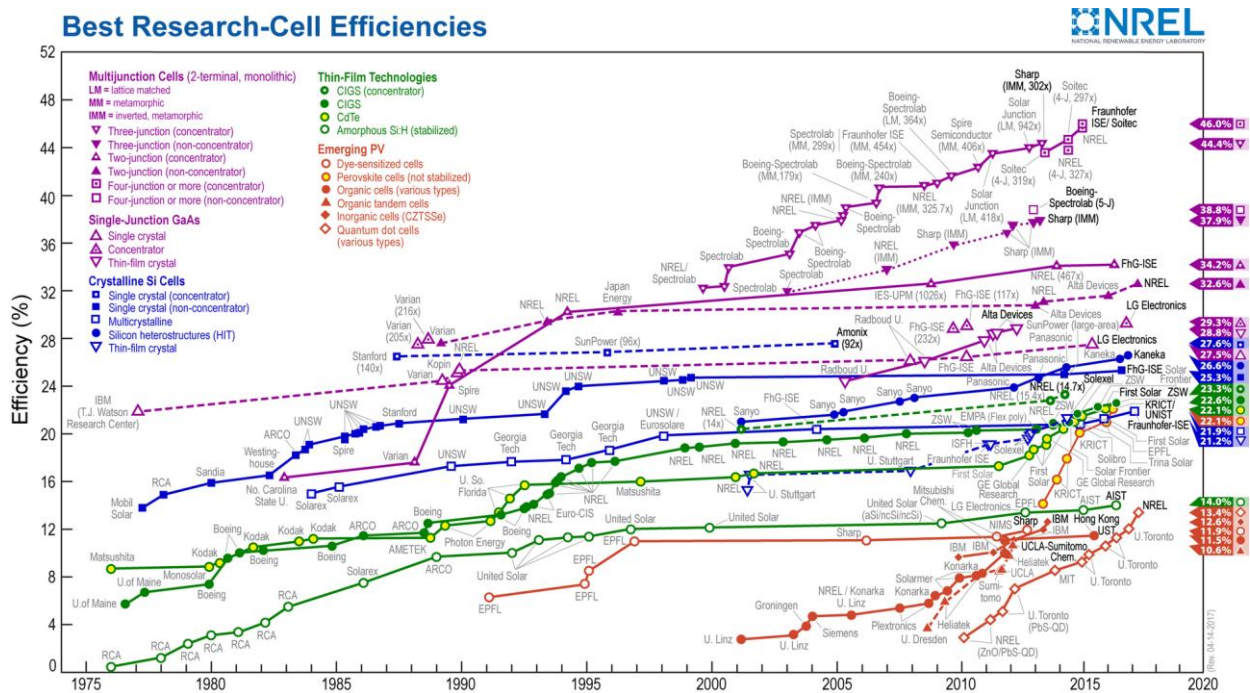
c) aus **Cadmiumtellurid** (CdTe) als II-VI-Verbindungshalbleiter, bestehend aus *n*-dotiertem CdS und *p*-dotiertem CdTe als „Lichtabsorber“ mit einem Wirkungsgrad ca. 17 %.

d) aus **Kupfer-Indium-(Gallium)-Schwefel-Selen** Cu(In,Ga)Se<sub>2</sub> (CIGS), bestehend aus *n*-dotiertem Al-ZnO und *p*-dotiertem CIGS als 1 ... 2 µm dickem „Lichtabsorber“ mit einem Wirkungsgrad ca. 14.6 %.

**Tandem-Solarzellen** (Multi-junction cell) bestehen aus übereinander geschichtete Solarzellen aus unterschiedlichem Material, das auf einen jeweils anderen Licht-Wellenlängenbereich abgestimmt. Die zuoberst angeordnete Zelle absorbiert nur einen Teil des Lichtspektrums, der Rest kann durchtreten und von der darunter angeordneten Schicht verwertet werden. Durch diese mehrfachen *p-n*-Übergänge erfolgt ein breiteres Ausnutzen des Sonnenlichtspektrums, was einen höheren Wirkungsgrad ergibt. Sie sind aber aufwändiger herzustellen und daher relativ teuer.

Solarzellen mit **Heterostruktur** haben *p-n*-Übergang mit zwei unterschiedlichen Halbleitermaterialien, z. B. amorphes Silizium als Material mit großem  $W_g$  und kristallines Silizium. Auch das erhöht den Wirkungsgrad.

Bei der **Konzentratorzelle** wird das Licht mit Linsen gebündelt, so dass Halbleiterfläche eingespart wird. Der Wirkungsgrad pro Zellenoberfläche steigt. Die höchsten Wirkungsgrade 46 % wurden mit Konzentration-Tandemzellen erreicht.



**Bild T4.3-3:** Maximale erzielte Wirkungsgrade für unterschiedliche Solarzellentypen nach Jahreszahlen bis 2018 geordnet: Tandemzellen mit 3 und 4 Zellschichten, GaAs-Zellen, kristalline Si-Zellen, Dünnschichtzellen und „neue“ Zelltypen wie z. B. Perowskit-Zellen (Quelle: Wikipedia.de).

**T4.4 Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild**

Solarzellen werden an der Vorder- und Rückseite elektrisch kontaktiert und müssen wegen der kleinen Zellspannungen und Zellströme zur Energiegewinnung zu Solarmodulen in Serie und parallel verschaltet werden. Kristalline Zellen werden dafür mit Leiterbahnen an Vorder- und Rückseite in Reihe geschaltet (Bild T4.4-1). Die el. Ersatzschaltung erfolgt mit einer idealen Stromquelle  $I_{Ph}$  (sie hat den Innenwiderstand  $R_i \rightarrow \infty$ ), die den lichterzeugten Photostrom einprägt und einer antiparallelen idealen Diode (D in Bild T4.4-2a) mit der

Kennlinie  $I_D(U)$  gemäß Bild T4.2-11. Dabei werden im Folgenden die inneren Verluste vernachlässigt.

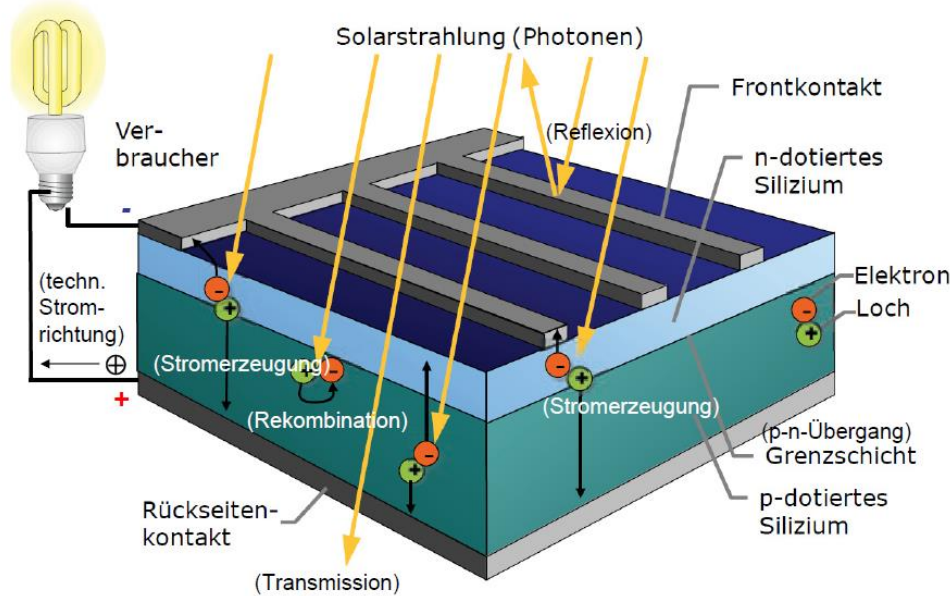


Bild T4.4-1: Prinzipaufbau einer kristallinen Si-Solarzelle (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

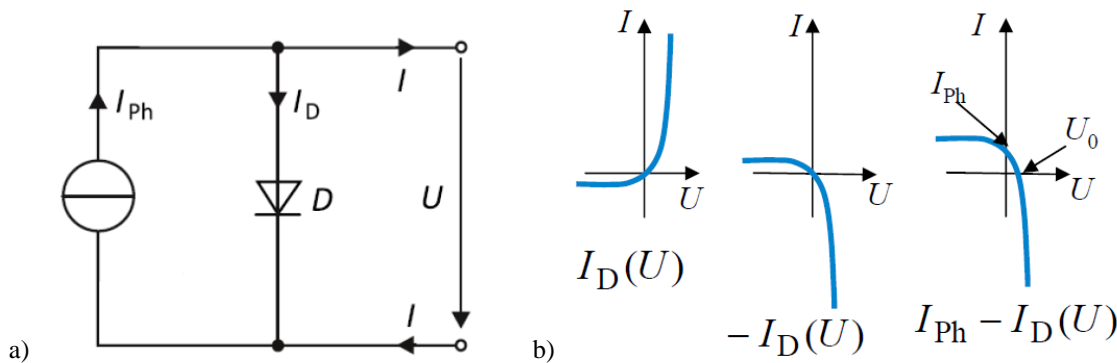


Bild T4.4-2: a) Elektrisches Ersatzschaltbild einer Solarzelle (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien), b) Entstehung der  $I(U)$ -Kennlinie einer Solarzelle gemäß dem Ersatzschaltbild a).

Der lichterzeugte „Zellstrom“  $I$  fließt in Diodensperrichtung, wobei die technische Stromrichtung  $I > 0$  im Erzeugerzählpeilsystem (EZS) verwendet wird.

$$I(U) = I_{Ph} - I_D = I_{Ph} - I_s(T) \cdot \left( e^{\frac{U}{m \cdot U_T}} - 1 \right) \quad m \approx 1 \dots 5 \tag{T4.4-1}$$

Der „Photostrom“  $I_{Ph}$  wird durch die Photonenenergie  $W = h \cdot f$  aus der solaren Strahlungsleistung  $P_S$  je Solarzellenfläche  $A$  erzeugt!

$$I_{Ph} = k_0 \cdot P_S / A \tag{T4.4-2}$$

In (T4.4-2) ist  $k_0$  eine materialspezifische Konstante des jeweils verwendeten Zellenmaterials und  $A$  die bestrahlte Zellen-Oberfläche. Die „Strom-Spannungs-Kennlinie“  $I(U)$  der Solarzelle entsteht aus der Diodenkennlinie der Diode  $D$ , die invertiert zum Photostrom addiert wird (Bild T4.4-2b), im 1. Quadranten der  $I-U$ -Ebene. Sie enthält den Parameter „Strahlungsleistung/Fläche“  $q = P_S/A$  und die Leerlaufspannung  $U_0 = U(I = 0)$ . Diese Leerlaufspannung  $U_0$  sinkt mit steigender Temperatur  $T$ . Der Einfluss dieser Sonnenlicht-Bestrahlungsstärke  $q = P_S/A$  auf den Verlauf der  $I-U$ -Kennlinie einer polykristallinen Si-Solarzelle bei 20 °C zeigt Bild T4.4-3. Mit steigendem  $q$  stellen sich gering zunehmende Leerlaufspannungen ein, aber linear mit  $q$  zunehmende Zell-Kurzschlussströme  $I_k = I(U = 0)$ .

Im Erzeugerzählpeilsystem wird die abgegebene (= erzeugte) Leistung  $P$  positiv gezählt (Bild T4.4-4). Mit dem äußeren Lastwiderstand  $R$  wird der Arbeitspunkt  $(I, U)$  eingestellt.

$$I(U) = U / R: \text{ a) } R \rightarrow \infty : I = 0 \text{ Leerlauf, b) } R \rightarrow 0 : I = I_k = I_{sc} \text{ Kurzschluss} \quad (\text{T4.4-2})$$

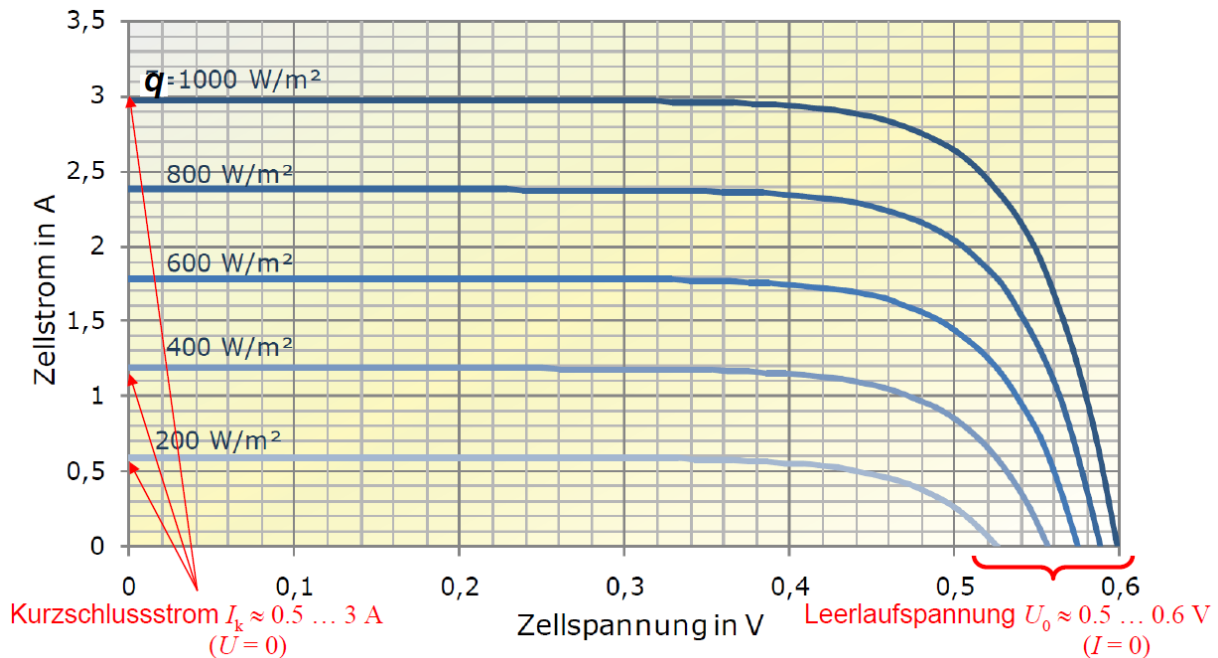


Bild T4.4-3:  $I(U)$ -Kennlinie einer polykristallinen Si-Solarzelle bei unterschiedlicher Beleuchtungsstärke  $q$  (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).

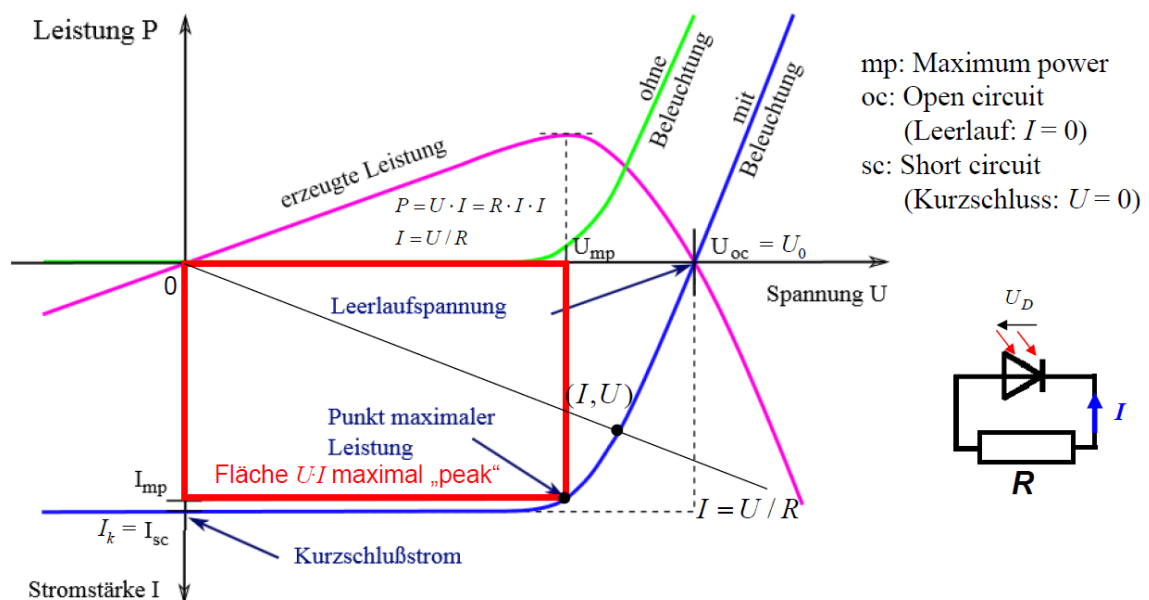


Bild T4.4-4: Solarzelle bei konstanter Temperatur  $T$ : Strom-Spannungs-Kennlinie  $I(U)$  ohne Beleuchtung ( $q = 0$ ) und bei konstanter Beleuchtungsstärke  $q > 0$ . Mit dem äußeren Lastwiderstand  $R$  wird der Arbeitspunkt  $(I, U)$  eingestellt. Die zugehörige abgegebene el. Leistung  $P$  entspricht der Fläche des  $U$ - $I$ -Rechteck im Arbeitspunkt. Beim Arbeitspunkt maximaler Leistung  $P_{max}$  ist diese Rechteckfläche maximal (mp). Die Kurve  $P(U)$  wird durch die Veränderung von  $R$  zwischen  $0$  (Kurzschluss sc) und  $\infty$  (Leerlauf oc) eingestellt (Quelle: Wikipedia.de).

Aus (T4.4-1) wird der „Kurzschlussstrom“  $I_k$  je Zelle bestimmt gemäß

$$I_k = I(U = 0) = I_{ph} - I_s(T) \cdot (e^{0/(m \cdot U_T)} - 1) = I_{ph} \quad (\text{T4.4-3})$$

und die Leerlaufspannung  $U_0$  je Zelle mit der Bedingung

$$I = 0 = I_{\text{Ph}} - I_s(T) \cdot (e^{U_0/(m \cdot U_T)} - 1) \Rightarrow U_0 = m \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{I_{\text{Ph}}}{I_s(T)} + 1\right). \quad (\text{T4.4-4})$$

**Beispiel T4.4-1:**

Gemäß Bild T4.4-3 ist bei  $q = 1000 \text{ W/m}^2$  der Kurzschlussstrom  $I_{\text{Ph}} = 3 \text{ A} = I_k$ . Mit den Daten bei  $25 \text{ }^\circ\text{C}$   $I_s(25 \text{ }^\circ\text{C}) = 10^{-10} \text{ A}$ ,  $W_g = 1.1605 \text{ eV}$ ,  $U_T = 25.4 \text{ mV}$  wird die Leerlaufspannung für  $m = 1$  bestimmt  $U_0(25 \text{ }^\circ\text{C}) = 25.4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{3}{10^{-10}} + 1\right) = 0.61 \text{ V}$ .

Bei  $60 \text{ }^\circ\text{C}$  sinkt  $W_g$  etwas ab:  $W_g = 1.1586 \text{ eV}$ , während  $U_T$  zunimmt:

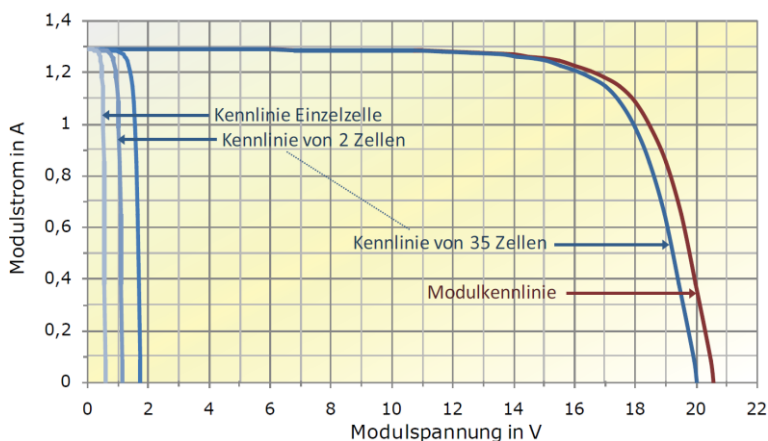
$U_T = 25.4 \cdot (273 + 60)/(273 + 25) = 28.4 \text{ mV}$ . Der Sperrstrom nimmt deutlich zu:

$$I_s(60 \text{ }^\circ\text{C}) = I_s(25 \text{ }^\circ\text{C}) \cdot e^{\left(\frac{273+60}{273+25} - 1\right) \cdot \frac{1.1586}{28.4 \cdot 10^{-3}}} \cdot \left(\frac{273+60}{273+25}\right)^3 = 168.1 \cdot I_s(25 \text{ }^\circ\text{C}).$$

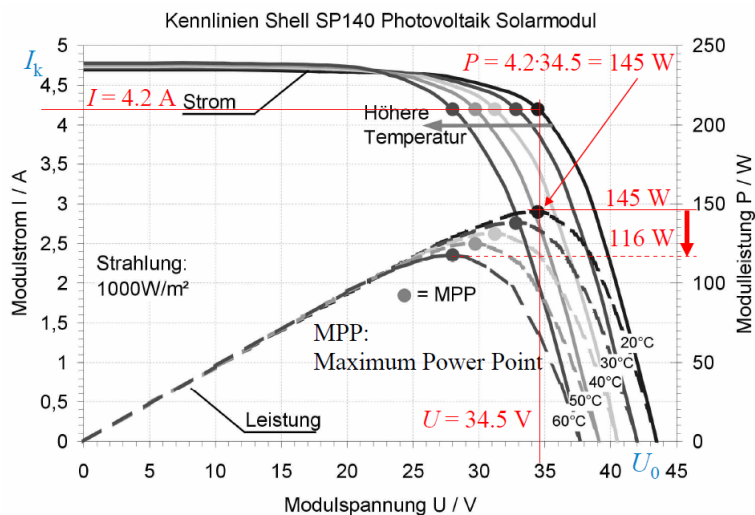
Daher nimmt die Leerlaufspannung mit steigender Temperatur  $T$  ab (Bild T4.5-2):

$$U_0(60 \text{ }^\circ\text{C}) = 28.4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{3}{168.1 \cdot 10^{-10}} + 1\right) = 0.54 \text{ V}.$$

Um bei jeder Temperatur die maximale Leistung aus der Solarzelle zu entnehmen (Bild T4.4-4), muss die Zellenbelastung angepasst werden. Mit dem **Maximum Power Point Tracking (MPP-Tracking)** erfolgt eine Suche nach dem Maximal-Leistungspunkt. Der Strom des über einen Wechselrichter elektrisch belasteten Solarmoduls wird so eingestellt, dass dem Solarmodul die größtmögliche Leistung  $P_{\text{max}}$  entnommen wird. Dieser Betriebspunkt  $P_{\text{max}}$  hängt (Bild T4.4-4) von der Bestrahlungsstärke  $P_s \sim q$ , der Temperatur  $T$  und der  $U(I)$ -Kennlinie des Modultyps ab. Die einfachste MPP-Tracking-Methode ist die **Methode der Spannungserhöhung**. Der „MPP-Tracker“ erhöht über den Wechselrichter kontinuierlich die Last-Gleichspannung  $U$  am Solarmodul von Null beginnend, wodurch die abgegebene Leistung zunächst  $P$  steigt. Wird  $P_{\text{max}}$  überschritten, so sinkt  $P$  wieder, was das Abbruchkriterium der Suche ist. Dieses iterative Suchverfahren wird von dem Mikroprozessor des MPP-Trackers, der die Spannungspulsweiten des Wechselrichters steuert und damit den Spannungsmittelwert  $U$  ändert, ständig durchgeführt. So wird auch bei wechselnden Bestrahlungsverhältnissen  $P_s$  immer ein Betrieb im maximalen Leistungspunkt  $P_{\text{max}}$  erzielt.

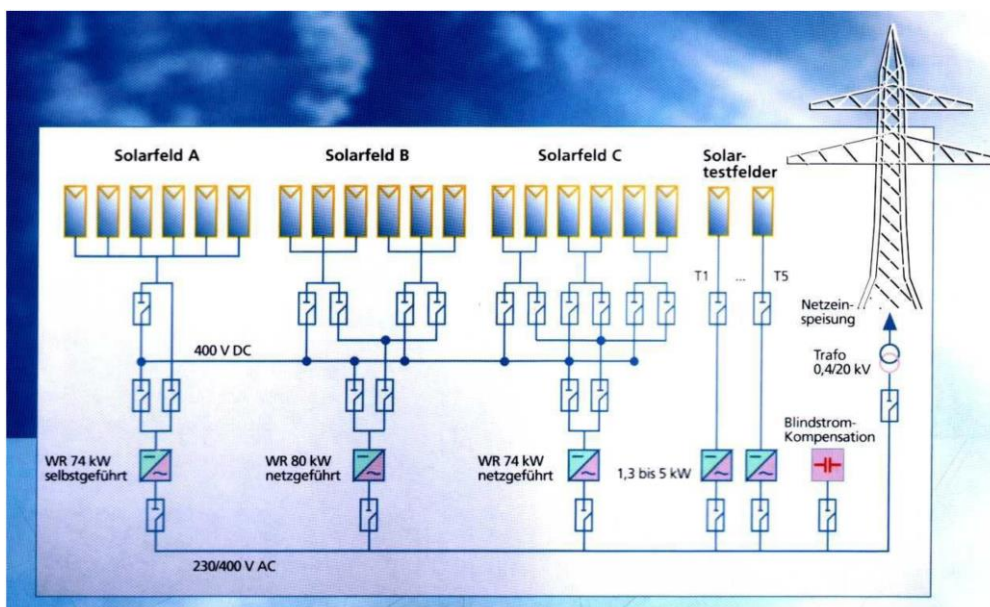
**T4.5 Photovoltaik-Anlagen**

**Bild T4.5-1:** Serienschaltung von 36 Solarzellen zum Solarmodul bei konstanter Temperatur  $\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  und einer Solareinstrahlung  $q = 450 \text{ W/m}^2$  (Quelle: V. Quaschnig, Regenerative Energien).



**Bild T4.5-2:** 30V-Solarmodul mit einer Maximalleistung 145 W peak bei 20 °C. Die Leistung sinkt um 20 % auf 116 W bei steigender Temperatur auf 60 °C, da  $U_0$  sinkt (Quelle: "Shell SP140 Photovoltaik Solarmodul", Shell Solar, Produktinformation, 2006).

Die Leerlaufspannung  $U_0$  (T4.4-4) einzelner Si-Solarzellen beträgt je nach  $q$  ca. 0.5 ... 0.65 V bei  $I = 0$ , die im  $P_{\max}$ -Punkt bei  $q = 1000 \text{ W/m}^2$  von ca. 0.65 V auf ca. 0.5 V absinkt. Bei Serienschaltung aller Zellen werden deren Teilspannungen zur Modulspannung aufsummiert. Bei gleicher Bestrahlung  $q$  und bei gleichem Verlustverhalten aller Zellen erfolgt diese Summierung bei der üblichen Anzahl von 60 Zellen in Serie zu einer typischen Arbeitsspannung von 30 V und einer Leerlaufspannung von 38.4 V bei  $q = 1000 \text{ W/m}^2$ . Diese Solarmodule werden mit Steckverbindern an Kabeln in Reihe geschaltet, um die Spannung weiter zu erhöhen auf Leerlaufspannungen bis zu 1 kV bei Umgebungstemperaturen unter  $-10 \text{ °C}$ . Als Schutz vor einem Lawinendurchbruch in den einzelnen Zellen müssen parallel zu den Zellen Bypass-Dioden vorgesehen werden, welche die abgeschatteten Zellen elektrisch überbrücken. In Generatoranschlusskästen werden diese Modulstränge über Sicherungen parallel geschaltet, um den Strom zu erhöhen, so dass Großanlagen entstehen (Bild T4.5-3). Die Degradierung der Solarzellen durch Kristallschädigung infolge solarer Einstrahlung mit ca. 0.5 % Leistungsverlust/Jahr infolge sinkenden Wirkungsgrads über die Lebensdauer von ca. 20 Jahren muss berücksichtigt werden.



**Bild T4.5-3:** Struktur und Einspeisung eines Photovoltaikfeldes in das elektrische Versorgungsnetz mit 20 kV (WR: Wechselrichter; Quelle: Hanson J.; Skript zur Vorlesung „Kraftwerke und Erneuerbare Energien“; 2016).



Zwischen den Modulen mit ihrer Gleichspannung und den drei Wechselspannungen des Drehstromnetzes sind leistungselektronische Wechselrichter (WR, Bild T4.5-3) angeordnet. Sie formen über Pulsweitenmodulation die Gleichspannung  $U_{DC}$  der Solarmodule in 3-Phasen-Wechselspannung  $3 \times U_{AC}$  von meist  $3 \times 400$  V, 50 Hz, um. Über Transformatoren wird die Spannung entsprechend für das Übertragungsnetz hoch transformiert, um das Photovoltaikfeld (PV-Feld) in das elektrische Versorgungsnetz einzuspeisen. Dabei wird die Anlage nach ihrer Maximalleistung  $P_{max}$  (Einheit: „Watt peak“, Wp) bezeichnet (Bild T4.5-4). Die Solarmodule sind dabei auf eine mittlere Sonnenstandshöhe ausgerichtet. In speziellen Fällen werden PV-Module mit PV-Solartrackern dem Sonnenstand nachgeführt mit dem Ziel, eine möglichst senkrechte Sonneneinstrahlung über einen großen Tagesverlauf zu ermöglichen. So wird der Energieertrag gesteigert (Bild T4.5-5).



a)



b)

**Bild T4.5-4:** a) Solarpark *Serpa, Portugal*: 11 MWp, 60 ha (2007), 58 Mio. Euro Invest, 18.3 Wp/m<sup>2</sup>; b) Solarpark am Flughafen *Neuhardenberg* östlich *Berlin*, 145 MWp, 240 ha (2013), 200 Mio. EUR Invest, 60 Wp/m<sup>2</sup> (Quelle: *Wikipedia.de*).



a)



b)

**Bild T4.5-5:** a) PV-Solartracker-Park im SO der Insel *Kreta, Griechenland* (Quelle: *Josef Binder, 2019*), b) *Deutschland*: Durch das Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG) wird die bevorzugte Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Quellen ins Stromnetz mit garantierten Einspeisevergütungen sichergestellt. Deshalb haben viele private Haushalte PV-Anlagen auf ihren Hausdächern in Betrieb (Quelle: *Wikipedia.de*).

In *Deutschland* ist die mittlere solare Einstrahlung ca. 600 W/m<sup>2</sup> (Kap. R) und der Maximalwert ca. 1000 W/m<sup>2</sup> (peak: Ist ca. 75 % des AM0-Werts). Aus der 2020 in *Deutschland* installierten Peak-Leistung 54 GWp und der dabei erzeugten el. Energie über PV von 50 TWh werden 925 Volllaststunden/a errechnet (Bild T5.4-6).

$$t_{\text{Nutz}} = 50 \cdot 10^{12} \text{ Wh} / 54 \cdot 10^9 \text{ W} = 925 \text{ h}$$

Der typische Solarmodul-Wirkungsgrad beträgt derzeit ca. 15 %. Die mittlere Leistung und die peak-Leistung je Modulfläche sind daher  $600 \cdot 0.15 = 90$  W/m<sup>2</sup> bzw. 150 Wp/m<sup>2</sup>. Rechnet man die zusätzliche anteilige Grundstücksfläche dazu, ist bei einem typischen *deutschen* Solarpark die Peak-Leistung je Grundfläche ca. 60 Wp/m<sup>2</sup>, wie z. B. *Neuhardenberg* (Bild T4.5-4b) 145 MWp, 240 ha, zeigt. Der Jahresertrag je Grundfläche, berechnet mit 1000 Voll-Laststunden, bezogen auf die Peak-Leistung, ist demnach

$$(1000 \text{ h/a}) \cdot (60 \text{ Wp/m}^2) = 60 \text{ kWh/(m}^2 \cdot \text{a)}.$$

In *Deutschland* wird im Rahmen der elektrischen Energiewende auch auf die Photovoltaik als el. Energiequelle gesetzt (Kap. R). In *Deutschland* war 2019 der Primärenergiebedarf 12.8 EJ und der Bruttostromverbrauch 564 TWh = 2.0 EJ. Angenommen, man könnte die mit Photovoltaik (PV) erzeugte el. Energie jederzeit speichern. Welche el. Energie stünde uns dann abrufbar zur Verfügung? Das Potential, el. Energie aus PV in *Deutschland* zu erzeugen, schätzen wir mit der Bundesfläche 357 375 km<sup>2</sup> und dem für *Deutschland* typischen Wert 925 Volllaststunden ab. Die Peak-Leistung je m<sup>2</sup> bei derzeitigen deutschen PV-Solarparks beträgt 60 Wp/m<sup>2</sup>, was einen el. Energieertrag  $W = 60 \cdot 357375 \cdot 10^6 \cdot 925 \cdot 3600 = 71.4 \text{ EJ}$  pro Jahr ergäbe, wenn die gesamte Bundesfläche für Solarparks genutzt würde. Dies ist der 5.6-fache Primärenergiebedarf und der 35.7-fache Bruttostromverbrauch ( $71.4/12.8 = 5.6$ ,  $71.4/2.0 = 35.7$ ). Bei Nutzung von  $1/5.6 = 18\%$  der Bundesfläche kann der Primärenergiebedarf aus PV-Energie gedeckt werden. Bei Nutzung von  $1/35.7 = 2.8\%$  der Bundesfläche kann der Bruttostromverbrauch aus PV-Energie gedeckt werden. Beide Flächenbedarf 18 % und selbst 2.8 % der Bundesfläche sind angesichts der dichten Besiedlung und intensiven Nutzung der Bundesfläche unrealistisch HOCH. Daher werden zu PV-Nutzung Dachflächen, Randflächen zu Autobahnen und Bahntrassen o. ä. bevorzugt genutzt. Auch eine Überdachung der Autobahnen zur PV-Nutzung wurde vorgeschlagen. Allerdings ist die Speicherung el. Energie IN GROSSEM MASSSTAB ist derzeit noch völlig ungenügend realisiert, wobei die Speicherung von el. Energie aus Windkraft noch hinzu kommt. Trotzdem ist die direkte Umwandlung von Sonnenlicht in el. Energie in Solarzellen in den letzten Jahren sehr stark ausgebaut worden, die vorrangig gemäß EEG ins el. Netz eingespeist wird. Vor allem die Steinkohle-KW, Gas-KW und Wasser-KW müssen daher – soweit technisch möglich - im fluktuierenden Betriebsmodus betrieben werden, um die Schwankungen der PV-Energie auszugleichen. Dies hat ungünstige Belastungswechsel mit deutlich erhöhter Materialabnutzung und energetisch ungünstigen Teillastbetrieb dieser Kraftwerke zur Folge, womit ein Teil des energetischen Vorteils der PV-Nutzung wieder aufgezehrt wird. Modellrechnungen geben bis zu ca. 25 % Energieverlust, bezogen auf die eingespeiste el. Energie aus regenerativen Quellen, durch diesen fluktuierenden Betrieb an. Bild T4.5-6 zeigt den forcierten Ausbau der *deutschen* PV-Anlagen in den letzten Jahren als Beitrag zur „Energiewende“.

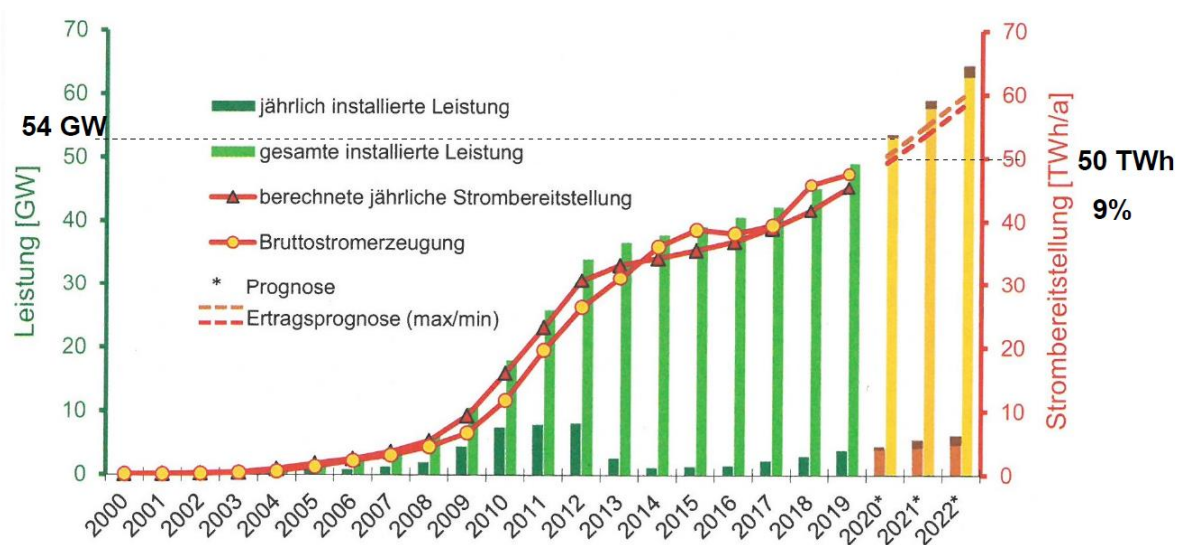


Bild T4.5-6: Photovoltaik-Anlagen in *Deutschland* (Quelle: BWK 72/ 2020, no. 8-9).

Zum Vergleich ist in Bild T4.5-7 die solarthermische Wärmebereitstellung aus (Flach- und Röhren-)Kollektoren in *Deutschland* für die Heizung und Warmwasserbereitung dargestellt.

Diese über die Sonne bereitgestellte thermische Energie betrug nur 17 % der PV-Energie ( $8.5/50 = 0.17$ ), da die staatliche finanzielle Förderung für diese Anlagen bei privaten Haushalten unattraktiver ist, obwohl der Energiewandlungswirkungsgrad deutlich höher ist ( $\eta = \text{ca. } 50 \% \text{ statt ca. } 15 \%$ ) und die Energiespeicherung über Heißwassertanks viel einfacher! Weiter ist es schwierig, Großanlagen zur Wärmebereitstellung in Stadtnähe wegen des räumlich begrenzten Fernwärmenetzes zu installieren.

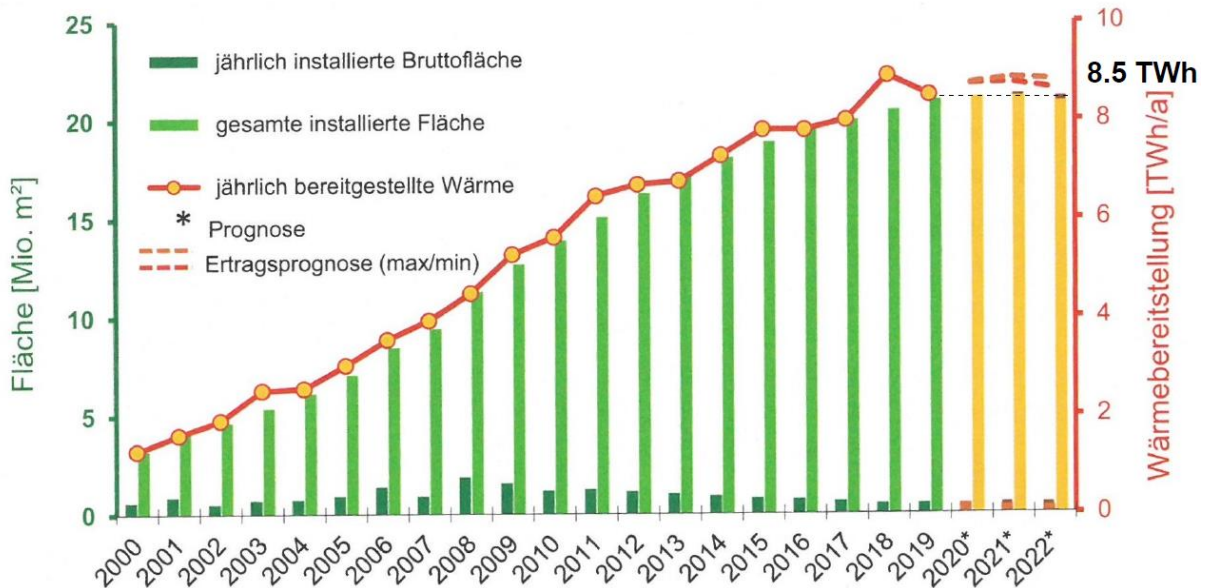


Bild T4.5-7: Solarthermische Wärmebereitstellung aus Flach- und Röhren-Kollektoren, Deutschland (Quelle: BWK 72/ 2020, no. 8-9).

Die vermehrte Nutzung der Solarthermie im Verbund mit einer verbesserten Wärmedämmung bei Gebäuden hat im Endnutzerebereich, bezogen auf die gleiche Personenzahl und genutzte Grundfläche, ein deutlich höheres Potential zur Verringerung von CO<sub>2</sub>-Erzeugung als die PV-Nutzung, was im Sinne einer „Wärmewende“ als Teil einer Gesamt-Energiewende wesentlich mehr vorangetrieben werden müsste.