

P Prozesse

P1 Elektrische Energietechnik

P1.1 Schlüsseltechnologie „Elektrische Energietechnik“

Elektrische Energietechnik ist „die“ Schlüsseltechnologie der Zukunft, denn sie ist nahezu universell einsetzbar: Sie hat noch ungehobenes Nutzungspotential und ist eine der Säulen unseres Wohlstands. Aus unserem Leben ist sie nicht mehr wegzudenken und nimmt weltweit an Bedeutung zu. Etwa 16.6 % des weltweiten Primärenergieverbrauchs fließt in die Bruttostromerzeugung (Bild P1.1-1).

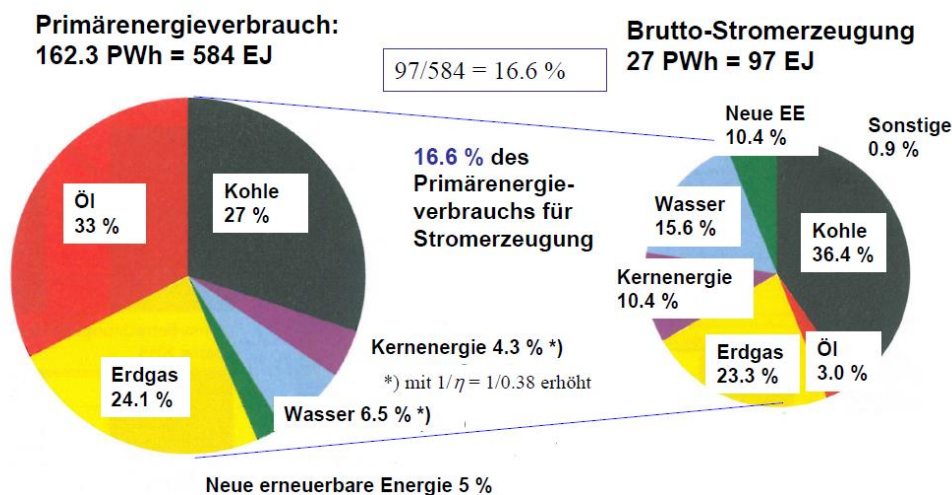


Bild P1.1-1: Weltweiter Primärenergieverbrauch und Bruttostromerzeugung (Quelle: BP Statistical Review of World Energy 2020 mit Daten aus 2019).

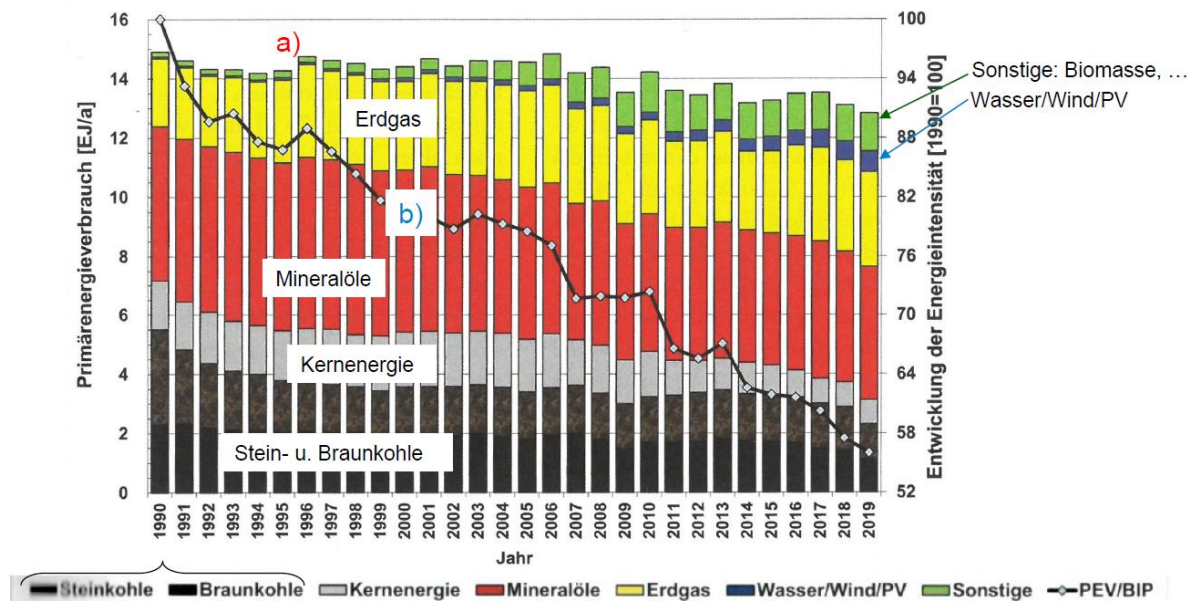
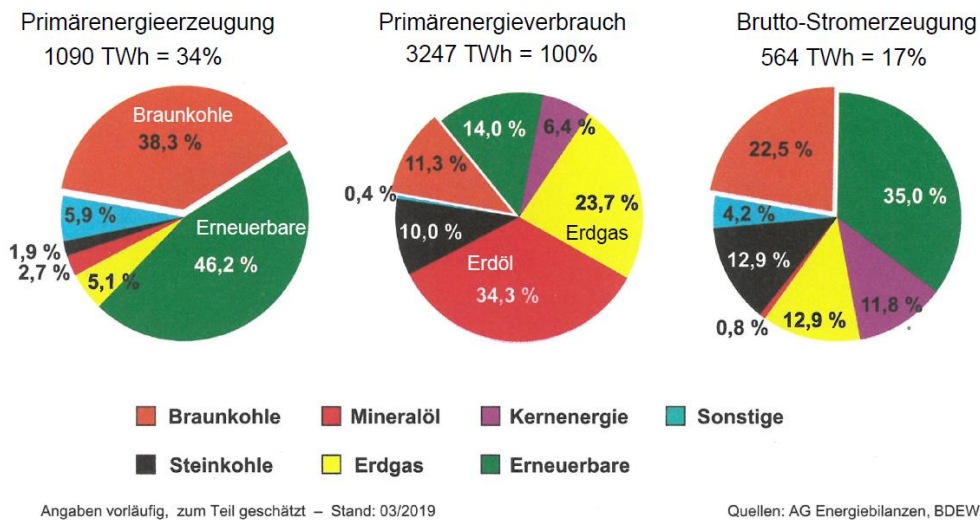


Bild P1.1-2: Primärenergieverbrauch nach Energieträgern und Energieintensität in Deutschland (BIP: Brutto-Inlandsprodukt; Quelle: BWK 72/2020, no. 8-9).

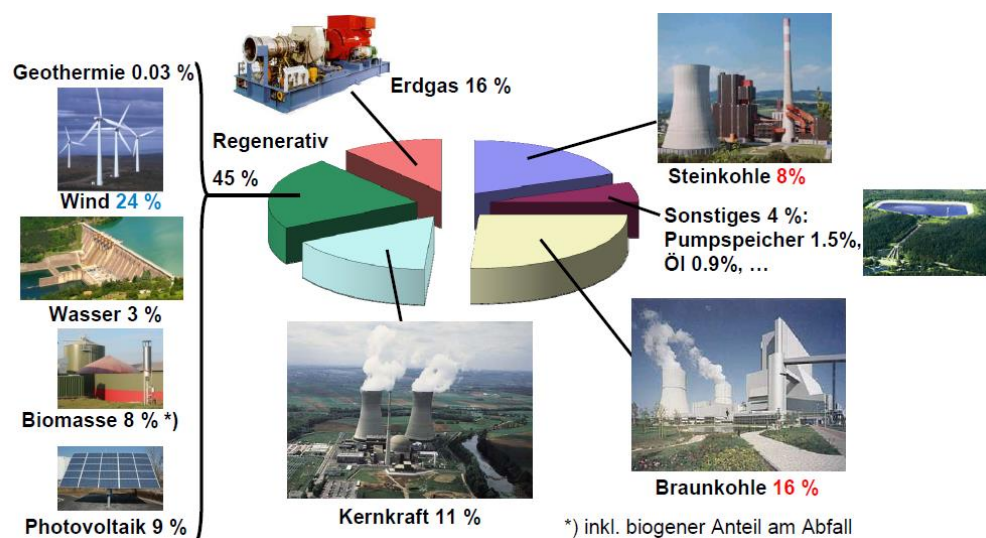
Der Primärenergieverbrauch (PEV; 2019: 12.8 EJ) nach Energieträgern und die Energieintensität = PEV/BIP in Deutschland (Bild P1.1-2) zeigen, dass hier etwa 1 % der

Weltbevölkerung 2 % der Energie benötigen, wobei aber auf Grund effizienzsteigernder Maßnahmen inflationsbereinigt die Energieintensität während der letzten 30 Jahre in *Deutschland* nahezu auf die Hälfte gesunken ist, was vorbildlich ist.



**Bild P1.1-3:** Primärenergieerzeugung und -verbrauch sowie Bruttostromerzeugung in *Deutschland* nach Energieträgern.

Für den deutschen Primärenergieverbrauch (100 %) stammen 34 % aus dem Inland, überwiegend aus Wind, Sonne, Biomasse und Braunkohle sowie 66 % aus Energieimporten (Bild P1.1-3). Dabei findet 17 % des Primärenergieverbrauchs in Form von el. Energie statt. Für die Stromerzeugung ist es wegen der thermischen Kraftwerkswirkungsgrade um ca. 2.6-fach mehr (siehe später), so dass das hoch industrialisierte *Deutschland* prozentual deutlich mehr Primärenergie für die Stromerzeugung nutzt als der Weltdurchschnitt (Bild P1.1-1). Die elektrische deutsche Bruttostromerzeugung 564 (611.5) TWh, 2020 (2019) erfolgt im Energiemix, wobei der hohe Anteil 24 % an Windstrom sichtbar wird (Bild P1.1-4).



**Bild P1.1-4:** Bruttostromerzeugung in *Deutschland* nach Erzeugungsarten (Quelle: *Bundesverband der Energie und Wasserwirtschaft e.V. & BDEW*).

Die bei der Umwandlung der Energieträger auftretenden “energiebedingten CO<sub>2</sub>-Emissionen“ nach Energieträgern in *Deutschland* 2019, in Summe 656 Mio. t (Bild P1.1-5), und die

insgesamt freigesetzten Treibhausgasen (inklusive CH<sub>4</sub> etc. CO<sub>2</sub>-„äquivalent“) von 810 Mio. t (2019) bzw. 739 Mio. t (2020) (Bild P1.1-6), zeigen dank entsprechender Maßnahmen eine fallende Tendenz. Dies wird allerdings in anderen Ländern wie z. B. *VR China* mit deutlich größerem Energieverbrauch und stark steigender Industrialisierung und damit steigendem CO<sub>2</sub>-Ausstoß bei weitem überkompensiert.

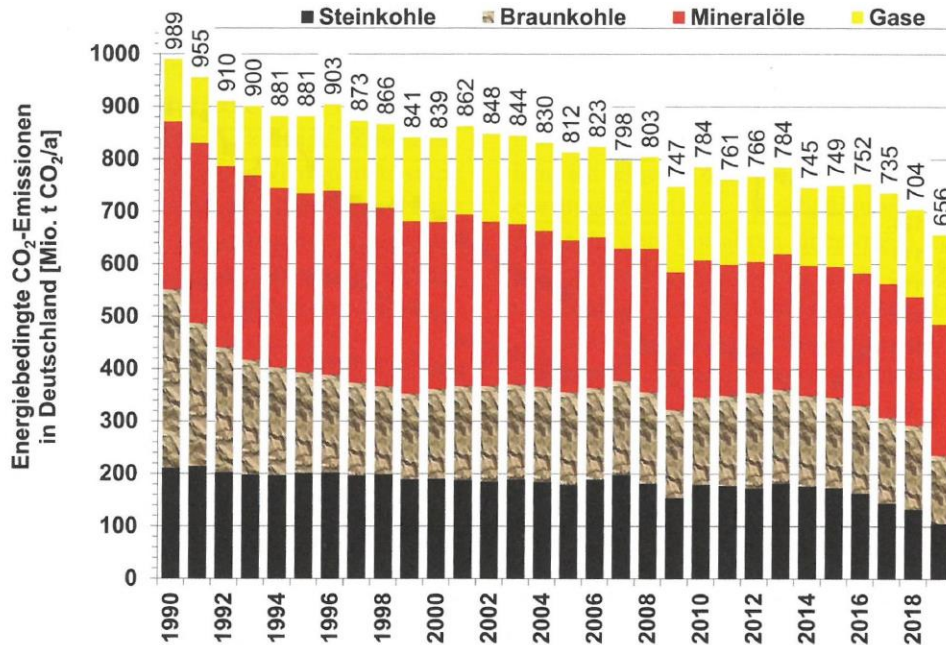


Bild P1.1-5: Bei der Umwandlung der Energieträger “energiebedingte CO<sub>2</sub>-Emissionen“ in Deutschland nach Energieträgern (Quelle: BWK 72/2020, no. 8-9).

Der energiebedingte CO<sub>2</sub>-Ausstoß für 2019 mit 656 Mio. t als 100 % verteilt sich wie folgt:

Energiewirtschaft	45 %
Verkehr	21 %
Industriefeuerung	17 %
Haushalte	12 %
Gewerbe, Handel, Dienstleistungen, Landwirtschaft, Militär	5 %

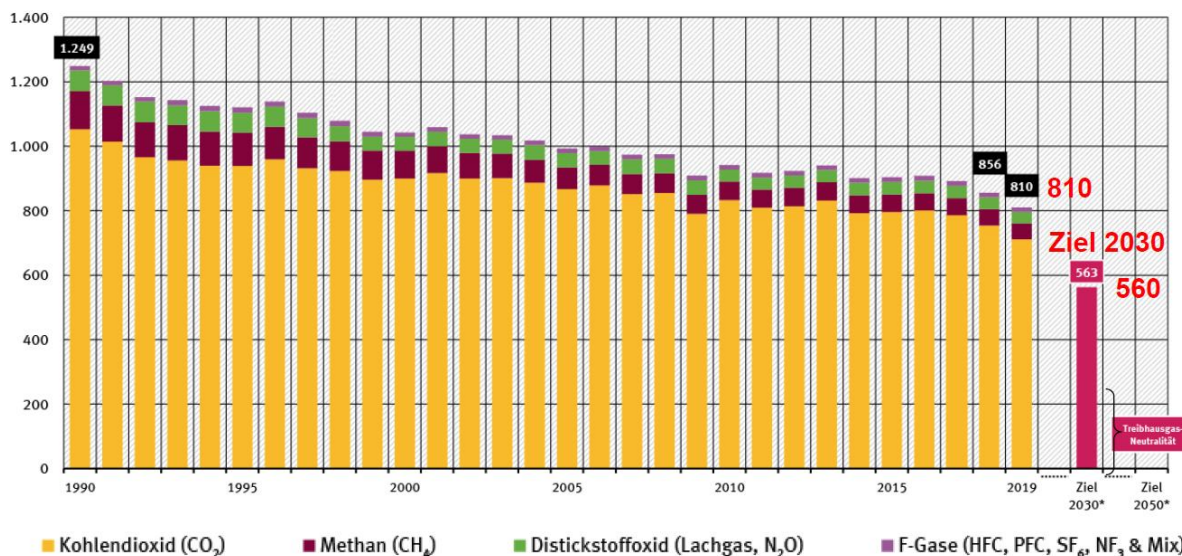
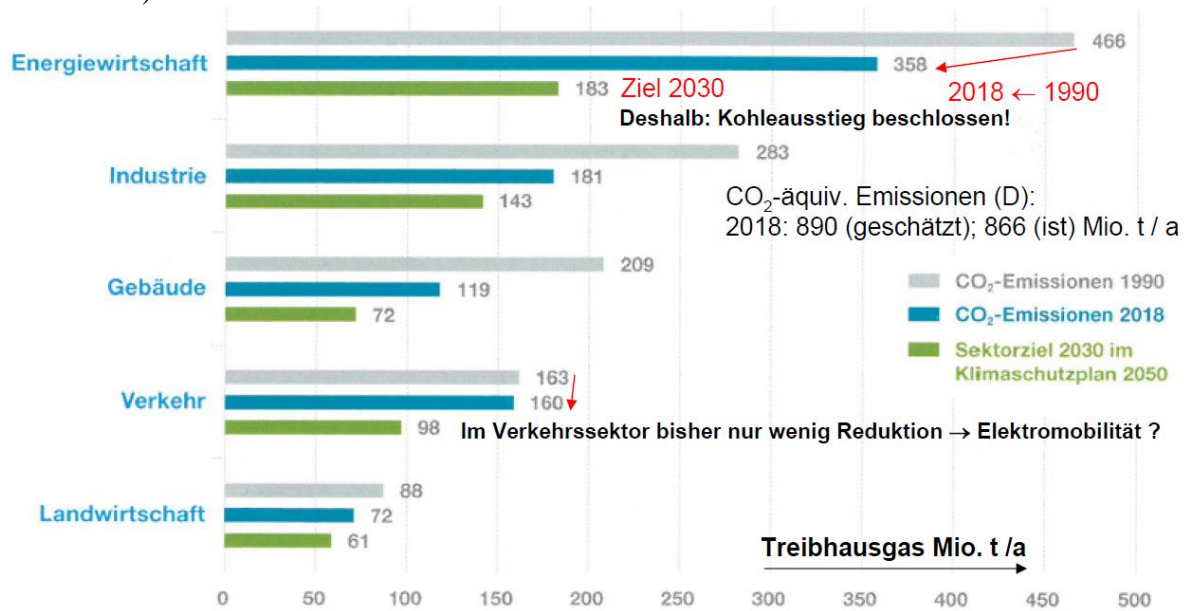
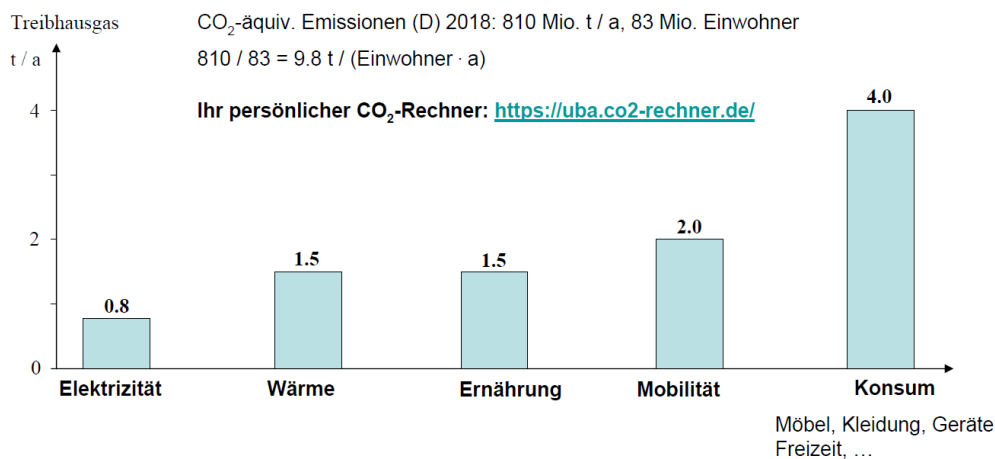


Bild P1.1-6: Gesamte CO<sub>2</sub>-äquivalente Treibhausgasemissionen in Deutschland (Quelle: Umweltbundesamt, 18.01.2021).

Der CO<sub>2</sub>-äquivalente Ausstoß (2020) von 739 Mio. t CO<sub>2</sub> hat für die Stromerzeugung einen Anteil von 188 Mio. t CO<sub>2</sub>, also 25 % (188 Mio. t / 739 Mio. t = 0.254). Das sind 333 g CO<sub>2</sub> je erzeugte el. Kilowattstunde kWh<sub>el</sub>: 188 Mio. t / 564 TWh = 333 g CO<sub>2</sub>/kWh<sub>el</sub>. Deshalb muss vor allem bei der Stromerzeugung auf eine weitere Reduktion des CO<sub>2</sub>-Ausstoßes geachtet werden (Bild P1.1-7), weshalb der „Kohleausstieg“ beschlossen wurde (siehe Kap. R8.3). Dabei wird es aber auch auf das Verbrauchsverhalten jedes und jeder Einzelnen ankommen (Bild P1.1-8).



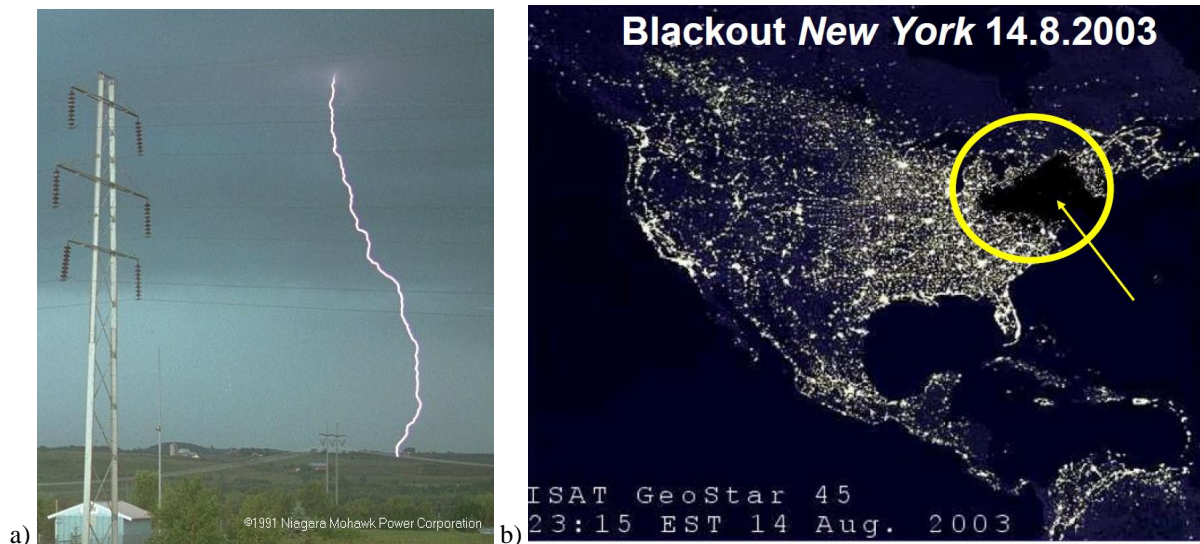
**Bild P1.1-7:** Gesamte Treibhausgas-Emissionen nach Energiesektoren (Deutschland, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>O) und die Klimaschutzziele (Quelle: Bundesumweltministerium: Klimaschutzzahlen 2017).



**Bild P1.1-8:** Verursachung der CO<sub>2</sub>-äquivalenten Treibhausgasemissionen je Person in Deutschland (Quelle: Bundesumweltministerium & Zeitschrift „alverde“ (dm) 01/2020).

Dabei sind wir in Deutschland an einen hohen Komfort, d. h. auch an einer hohen Verfügbarkeit el. Energie gewöhnt, was nicht selbstverständlich ist. Jeder Blitzschlag in eine Freileitung beispielsweise (Bild P1.1-9a) kann im ungünstigen Fall zum vorübergehenden oder gar länger andauernden Stromausfall („Black-Out“) führen (Bild P1.1-9b). Es empfiehlt sich jedenfalls, für solche Katastrophen vorbereitet zu sein, siehe die Broschüre:

<https://www.bbk.bund.de/DE/Ratgeber/VorsorgefuerdenKat-fall/Checkliste/Checkliste.html>.



**Bild P1.1-9:** a) Blitzeinschlag in eine Freileitung (Quelle: *Niagara Mohawk Power Corp., USA, 1991*), b) Blackout im Bundesstaat New York, 14. 8. 2003; 50 Mio. Menschen ohne Stromversorgung, wirtschaftlicher Schaden: 6 Milliarden US-Dollar (Quelle: *Wall Street Journal & ISAT Geostar, 14.8.2003*).

Wenn über elektrische Energie und Klimawandel gesprochen wird, denken viele an die Erzeugung elektrischer Energie. Tatsächlich betrifft es aber die „**Energiekette**“ von der Erzeugung über die Verteilung bis zur Nutzung elektrischer Energie und ihren Einfluss auf unseren Wohlstand. Im elektrischen Teil dieser Energiekette formen elektrische Energiewandler die elektrische Energie um, und zwar als Transformatoren von „elektrisch AC“ zu „elektrisch AC“ und als leistungselektronische Wandler von AC nach DC, DC nach AC oder DC nach DC. Elektromechanische Energiewandler formen als elektrische Maschinen in rotierender (seltener in linearer) Bauform der E-Motoren und E-Generatoren die Energie von „elektrisch“ in „mechanisch“ um, ebenso auch als elektromagnetischen Steller (Aktoren) z. B. zur Ventilsteuerung. Batterien, Akkumulatoren und Brennstoffzellen formen Energie von „chemische“ in „elektrische“ Form um, Akkumulatoren auch umgekehrt. Photo- bzw. Solarzellen formen von „optische“ in „elektrische“ Energie um, Leuchtdioden (LED) von „elektrischer“ in „optische“ Energie. Selten sind die Wandler von „elektrischer“ zu „fluidmechanischer“ Energieform, wie magnetohydrodynamische Wandler und Ionenantriebe z. B. in Satelliten. In Kap. T werden die Transformatoren, Synchrongeneratoren und Solarzellen behandelt, und die Akkumulatoren und Brennstoffzellen im ergänzenden Kap. S. Während in *Deutschland* bei der Endenergienutzung der Sektor Verkehr mit ca. 30 % dominiert (Kap. R13.3), dominiert bei der „Untermenge“ el. Energienutzung die Industrie mit 45 % (Bsp. P1.4-3), wovon 69 % auf el. Antriebe entfallen (Bild P1.3-1b). Im Beispiel P1.1-1 eines *deutschen* Chemieindustrie-Großbetriebs wird diese Nutzung el. Energie für die Antriebstechnik kurz erläutert (Bild P1.1-10).

**Beispiel P1.1-1:** Fa. *BASF*: Standort *Ludwigshafen/Rhein*, Herstellung chemischer Produkte: 23 Mrd. Euro Umsatz (2017) mit 39 000 Beschäftigte (21.5 % Frauenanteil). Mehrere standort eigene Kraftwerke mit einer Erzeugung von 1 GW elektrisch, 1.24 GW thermisch mit einem Bedarf von 16 TWh/a Brennstoffenergie zur Nutzung von 18.2 Mio. Tonnen/a Prozessdampf und 6.2 TWh/a el. Energie (Vergleiche: Großstadt *Berlin*: Primär-Energieverbrauch 75.5 TWh/a, davon 13.5 TWh/a el.!). Am *BASF*-Standort werden 80000 Niederspannungs-E-Motoren ( $U < 1$  kV AC) und 1000 Hochspannungs-E-Motoren ( $U > 1$  kV AC) betrieben. Davon sind 70000 Motoren direkt aus dem AC-Werksnetz gespeist, etwa 10000 zur Veränderung der Drehzahl aber über Frequenzumrichter, um z. B. Pumpen mit variablem

Förderbedarf energiesparend anzutreiben. Wegen des möglichen Austritts von entzündlichen Dämpfen sind 70 % dieser E-Motoren explosionsgeschützt ausgeführt („Ex-Schutz“).



Bild P1.1-10: BASF, Standort Ludwigshafen, Abend-Panoramaansicht vom Rhein aus gesehen (Quelle: BASF).

## P1.2 Elektrizitätswirtschaftliche Kenngrößen

### a) Wirkungsgrad und Effizienz der Energieumwandlung

Wesentlich für die Nutzung jeglicher Form von Energie ist der Umwandlungswirkungsgrad von einer in eine andere Energieform, oder bei beibehaltener Energieform von einem Energiesystem in ein anderes (z. B. elektrisch vom Wechselstrom- zum Gleichstromsystem durch Gleichrichtung). Für die je Zeiteinheit  $t$  genutzte Energie  $W$  als Leistung  $P = W/t$  ist der **Wirkungsgrad der Energieumwandlung**  $\eta = P_{ab} / P_{zu}$  das Verhältnis aus abgegebener Leistung  $P_{ab}$  der Energieform 2 und zugeführter Leistung  $P_{zu}$  der Energieform 1. Wird die Energieaufnahme  $W_{zu}$  während einer bestimmten Betriebszeit  $t_B$  betrachtet, z. B. bei einem E-Automobil mit ständig sich ändernder Leistungsaufnahme  $p_{zu}(t)$  je nach Fahrprofil, so ist die

aufgenommene Energie  $W_{zu} = \int_0^{t_B} p_{zu}(t) \cdot dt$  und die abgegebene Energie  $W_{ab} = \int_0^{t_B} p_{ab}(t) \cdot dt$ .

Ihr Verhältnis ist die **Effizienz**  $\varepsilon_{Eff} = W_{ab} / W_{zu}$ . Die **Verlustenergie**  $W_d = W_{zu} - W_{ab}$  ist zumeist Wärmeenergie (thermische Energie). Aber auch die Nutzenergie  $W_{ab}$  wird häufig bei ihrer Nutzung in Wärmeenergie umgewandelt, so dass (ungewollt) bei fast jeder Form der Energienutzung Wärmeenergie erzeugt wird (Bsp. P1.2-2).

#### Beispiel P1.2-1:

11 kW-Elektromotor (Dreiphasen-Asynchronmaschine) mit einem Wirkungsgrad  $\eta = 88\%$ : Die Nennleistung ( $P_{out} = 11$  kW) bei E-Motoren ist die mechanisch abgegebene Leistung. (Nur bei Kleinmotoren ist es die zugeführte el. Leistung). Der E-Motor wandelt elektrische in kinetische mechanische Energie mit der zugeführten el. Leistung  $P_{in} = P_{out} / \eta$ . Im Beispiel ist  $P_{in} = 11 / 0.88 = 12.5$  kW. Die auftretende Verlustleistung  $P_{in} - P_{out} = 12.5 - 11.0 = 1.5$  kW wird in Form von Wärmeleistung  $P_d = W_d / t = P_{zu} - P_{ab}$  an die Umgebung abgegeben.

#### Beispiel P1.2-2:

Der 11 kW-Elektromotor aus Bsp. P1.2-1 wird als **Pumpenantrieb** für die Bewegung von Wasser (z. B. Abwasserreinigung) verwendet. Die Wirkungsgrade sind für den Motor 88 % und die Pumpe 80 %. Die Verlustleistung im Motor ist gemäß Bsp. P1.2-2 1.5 kW und die der Pumpe demgemäß 2.2 kW. Es werden daher dem elektrischen Netz 12.5 kW elektrische Leistung entnommen und dem Wasser 8.8 kW mechanische Strömungsleistung zugeführt (Bild P1.2-1). Bei gleichmäßig strömendem Wasser z. B. in Rohrleitungen wird diese Leistung benötigt, um gegen die bremsenden Reibungskräfte im strömenden Wasser (Kap. G) dieses in Bewegung zu halten. Somit werden auch die 8.8 kW in Reibungswärmeleistung umgewandelt. Bei einer Betriebszeit von einem Jahr „rund um die Uhr“ ( $1 \text{ a} = 8760 \text{ h}$ ) beträgt die Verlustenergie im Elektromotor  $W = 1.5 \times 8760 = 13140$  kWh, während die gesamte in Wärme umgesetzte Energie  $W = 12.5 \times 8760 = 109.5$  MWh beträgt. Mit dieser Energie kann

mit einem PKW mit *Diesel*-Antrieb gemäß Kap. E eine Strecke von ca. 132000 km zurückgelegt werden, also mehr als 3-mal der Erdball umrundet werden.



Bild P1.2-1: Leistungskette eines elektrischen Pumpenantriebs zur Bewegung von Wasser.

### b) Erntefaktoren und verwandte Kenngrößen

Der **Gesamterntefaktor**  $\varepsilon_{\text{Ges}}$  gibt das Verhältnis der während der Lebensdauer  $T$  eines Kraftwerks (mit der Nennleistung  $P_N$ ) erzeugten elektrischen Energie  $W_N$  zur aufgewendeten, kumulierten Energie

a) aus Herstellung der Anlagen und Betriebsmittel  $W_{0,\text{kum}}$

und

b) aus dem Betrieb  $W_{B,\text{kum}}$  (mit der betrieblichen Leistung  $P_B$ ) an.

$$\varepsilon_{\text{Ges}} = \frac{W_N}{W_{0,\text{kum}} + W_{B,\text{kum}}} = \frac{P_N \cdot T}{W_{0,\text{kum}} + P_B \cdot T} \quad (\text{P1.2-1})$$

Der **Erntefaktor**  $\varepsilon$  ( $= \varepsilon_{\text{Ges}}(T \rightarrow \infty)$ ) gibt das Verhältnis der während der Lebensdauer eines Kraftwerks erzeugten elektrischen Energie  $W_N$  zur aufgewendeten, kumulierten Energie aus dem Betrieb  $W_{B,\text{kum}}$  an.

$$\varepsilon = \frac{W_N}{W_{B,\text{kum}}} = \frac{P_N \cdot T}{P_B \cdot T} = \frac{P_N}{P_B} \quad (\text{P1.2-2})$$

Die **energetische Amortisationszeit**  $T_a$  ist diejenige Zeit  $T_a$ , bei der der kumulierte Energieaufwand  $W_{0,\text{kum}} + W_{B,\text{kum}}$  gleich der genutzten Energie  $W_N$  ist.

$$\varepsilon_{\text{Ges}} = 1: P_N \cdot T_a = W_{0,\text{kum}} + P_B \cdot T_a \Rightarrow T_a = \frac{W_{0,\text{kum}}}{P_N - P_B} \quad (\text{P1.2-3})$$

Kraftwerkstyp	Gesamterntefaktor $\varepsilon_{\text{ges}}$	Energetische Amortisationszeit $T_a$
Kernkraft: Druckwasserreaktor, (T = 60 a) 100% Urananreicherung über Zentrifugen	106	2 Monate
Braunkohle-KW, Tagebau, (T = 50 a)	31	2 Monate
Steinkohle-KW, Untertagebau, (T = 50 a) ohne Kohletransport	29	2 Monate
Gas- und Dampf-Kombikraftwerk (GuD), Erdgas (T = 35 a)	28	9 Tage
Laufwasserkraftwerk (T = 100 a)	50	1 Jahr
200-MW-Windpark (5-MW-Anlagen), 4400 Volllaststunden (off-shore) (T = 20 a)	16	1.2 Jahre
Photovoltaik: Polykristall. Si-Zellen, (T = 25 a) 1000 Volllaststunden (Süddeutschland)	4	6 Jahre (2013) 2.5 Jahre (2021)

Bild P1.2-2: Gesamterntefaktor unterschiedlicher Kraftwerkstypen (Quelle: D. Weißbach et al. (2013): *Energy intensities, EROIs (energy returned on invested), and energy payback times of electricity generating power plants. Energy, Band 52, S. 210 ff. doi:10.1016/j.energy.2013.01.029* & Umweltbundesamt 2021).

Die **Engpassleistung (Spitzenleistung)**  $P_{\text{Spitze}}$  (meist  $P_{\text{Spitze}} = P_N$ ) ist die maximale Dauerleistung, die ein Kraftwerk liefern kann. Der leistungsschwächste Teil der Anlage als „Engpass“ bestimmt dieses Maximum. Daher besteht die Anforderung für regelmäßige Wartung und Kontrolle, um ungewollte Engpässe zu vermeiden.

Die **Ausnutzungsdauer**  $t_{\text{nutz}}$  („Volllaststundenzahl“) ist jene fiktive Zeitspanne, die die durchschnittliche Inanspruchnahme der Engpassleistung  $P_{\text{Spitze}}$  eines Kraftwerks in Jahresvolllaststunden angibt. Berechnet wird die Ausnutzungsdauer  $t_{\text{nutz}}$  und damit der **Nutzungsgrad**  $N$  aus dem Quotient aus der Gesamtenergieerzeugung eines Jahres  $W_{N,a}$  und der Engpassleistung  $P_{\text{Spitze}}$  (Bild P1.2-3).

$$t_{\text{nutz}} = \frac{W_{N,a}}{P_{\text{Spitze}}} = N \cdot 1 \text{ a} \quad , \quad (T = 1 \text{ a} : W_{N,a} = \int_0^T p(t) \cdot dt) \quad (\text{P1.2-4})$$

Die **Verfügbarkeit**  $V$  eines technischen Systems ist die Wahrscheinlichkeit, dass das System bestimmte Anforderungen innerhalb eines vereinbarten Zeitrahmens, der Gesamtzeit  $T$ , erfüllt. Dabei tritt durch Schäden etc. die Gesamtzeitausfallszeit  $T_{\text{aus}}$  auf.

$$\text{Verfügbarkeit } V = \frac{T - T_{\text{aus}}}{T} \quad , \quad \text{Nicht - Verfügbarkeit } NV = 1 - V \quad (\text{P1.2-5})$$

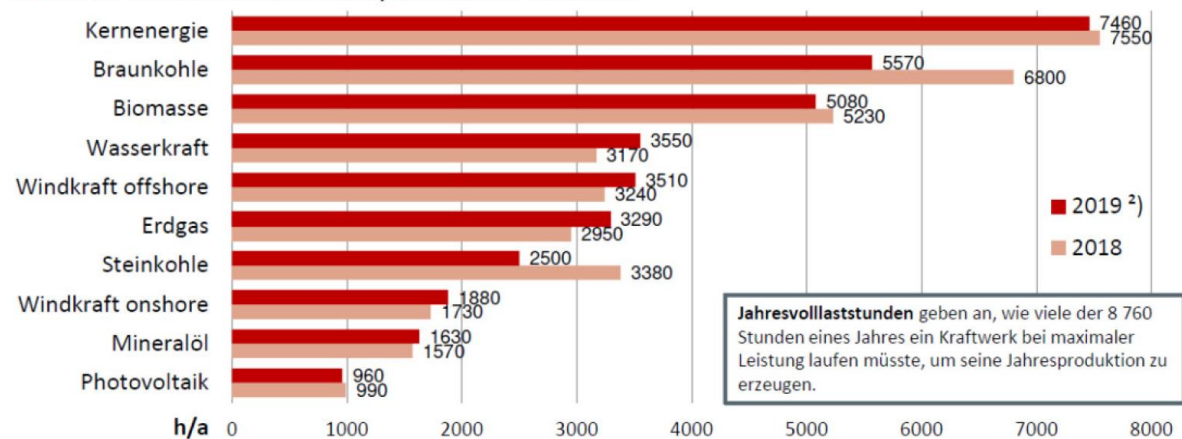
**Beispiel P1.2-3:** Ausnutzungsdauer einer Offshore-Windenergieanlage mit vereinfachten, aber typischen Annahmen: Stillstand: 2 Monate; Betrieb in % von  $P_N$  (Nennleistung) für 4 Monate 30 %, 5 Monate 70 %, 1 Monat 100 %. Es ergibt sich ein Nutzungsgrad  $N = 0.475$

$$N = \frac{2}{12} \cdot 0 + \frac{4}{12} \cdot 0.3 + \frac{5}{12} \cdot 0.7 + \frac{1}{12} \cdot 1 = 0.475 \quad .$$

Dies entspricht einer ganzjährig mit 47.5% ihrer Nennleistung betriebenen Windkraftanlage. Die Ausnutzungsdauer ist  $t_{\text{nutz}} = 8760 \text{ h} \cdot 0.475 = 4161 \text{ h}$  Volllaststunden/Jahr.

## Jahresvolllaststunden<sup>1)</sup> $t_{\text{nutz}}$

Gesamte Elektrizitätswirtschaft; Kraftwerke im Markt



Quelle: BDEW, Stand 05/2020

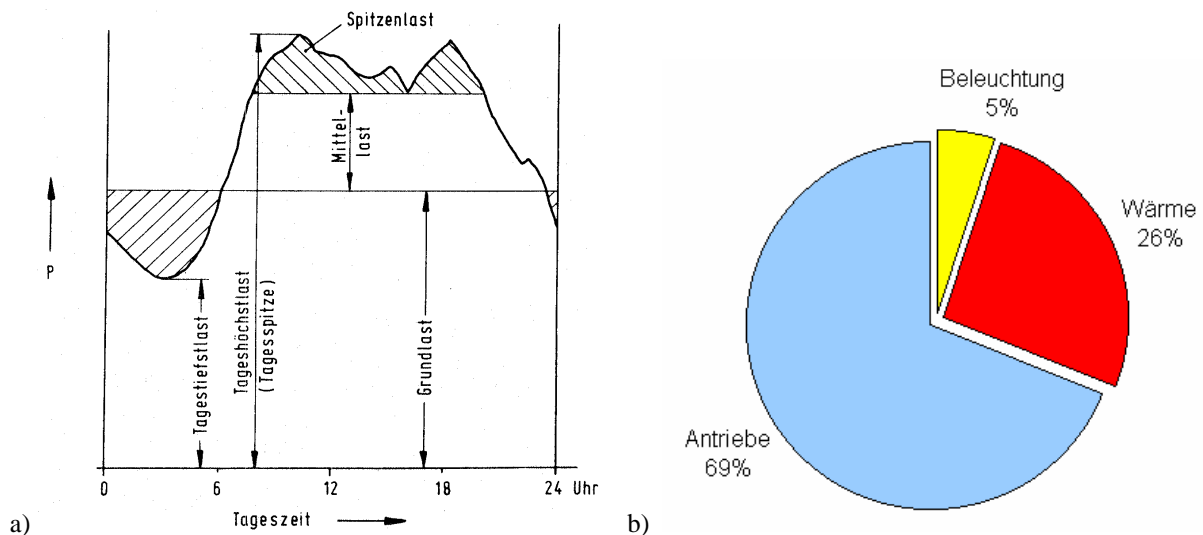
**Bild P1.2-3:** Ausnutzungsdauern unterschiedlicher deutscher Kraftwerkstypen (Quelle: BDEW; 05/2020).

## P1.3 Grundlast, Mittellast, Spitzenlast

Eine typische elektrische Tageslastkurve im deutschen Verbundnetz mit der Unterteilung in Grundlast, Mittellast und Spitzenlast zeigt Bild P1.3-1a. Die Mittags- und Abendspitzen des el. Kochens der Mahlzeiten und die Nachtabsenkung sind regelmäßig wiederkehrende Lastprofile mit einer Absenkung an den Wochenenden durch die Wochenendruhe. Die



Ausnutzungsdauern unterschiedlicher Kraftwerkstypen (Bild P1.2-3) korreliert mit dem Einsatz im Grundlastbereich durch Kraftwerke mit Kernenergie, Braunkohle und Laufwasserkraftwerke, dem Einsatz im Mittellastbereich durch Speicherwasserkraft, Biomasse und Steinkohlekraftwerke und im Spitzenlastbereich durch Erdgas-, (selten) Öl- und Pumpspeicherkraftwerke. Dieses Betriebsregime war jahrelang gültig OHNE nennenswerte Einspeisung volatiler el. Energieerzeuger Energie aus Wind und Sonne. Die thermisch trägen Braunkohle- und Kernkraftwerke wurden in ihrem Wirkungsgradbestpunkt betrieben. Das Laufwasser in den Flüssen wurde ebenfalls möglichst gut genutzt. Die dabei ggf. überschüssige el. Energie in der Nacht wurde durch Pumpspeicherkraftwerke in Form potentieller Energie in den Oberbecken gespeichert (Pumpbetrieb). Über die (beschränkte) Regelfähigkeit der Steinkohlekraftwerke, der kombinierten Gas- u. Dampf-Kraftwerk (GuD) und der Biomassekraftwerke wurde die Mittellast versorgt, ggf. unterstützt durch Speicher-Wasserkraftwerke. Schnell verfügbare Gasturbinenkraftwerke, Pumpspeicherkraftwerke im Turbinenbetrieb und Fremdbezug deckten die Leistungsspitzen ab, so dass für die Pumpspeicherkraftwerke sich ein Nacht-Tag-Zyklus (nachts pumpen, tagsüber turbinieren) einstellte. Die großen Speicherkraftwerke hingegen füllen ihre Speicher nach der Schneeschmelze in den Bergen (Frühjahr) und leeren (turbinieren) sie in der zweiten Jahreshälfte („Jahresspeicher“). Durch die hohe Einspeisung volatiler el. Energieerzeuger im *deutschen* Hochspannungsnetz werden Pumpspeicher zum „kurzatmigen“ Regelbetrieb z. B. mit 15 min-Zyklen gezwungen, so dass diese häufigen Lastwechsel eine raschere Alterung der Komponenten bedingt. Ähnliches gilt für die nunmehr im Regelbetrieb fahrenden Steinkohlekraftwerke, die im häufigen Teillastbereich einen deutlich schlechteren Wirkungsgrad aufweisen, wodurch ein Teil der regenerativ gewonnenen Energie auf diese Weise wieder verloren geht. Die thermischen Lastwechsel führen auch hier zu rascherer Alterung. Ohne große Energiespeichermöglichkeiten ist somit das Nutzen hoher Anteile volatil erzeugter regen. Energie nicht wirtschaftlich, weshalb an unterschiedlichen Großspeicher-Methoden geforscht wird (siehe Ergänzungs-Kap. S).



**Bild P1.3-1:** a) Typischer tageszeitabhängiger Stromverbrauch über einen Tag in *Deutschland* (Quelle: BWK, VDI), b) Prozentuale Aufteilung der Nutzung el. Energie in der *deutschen* Industrie.

#### P1.4 Brutto- und Nettowerte

Die **Bruttostromerzeugung BE** ist die jährlich erzeugte elektrische Energie eines Landes (Staates) ohne Berücksichtigung des Imports von el. Energie. Die **Nettostromerzeugung NE** ist die Bruttostromerzeugung, abzüglich des Eigenbedarfs KB der heimischen Kraftwerke.

Beispiel P1.4-1: Eigenbedarf KB von Kraftwerken, in % der erzeugten el. Energie:  
 Kohlekraftwerke: ca. 4 % (kleinere Kohlekraftwerke bis zu 10 %),  
 Kernkraftwerke: ca. 5 %, ohne Nachkühlungsenergieaufwand nach Abschaltung,  
 Wasserkraftwerke: ca. 1% ... 3%,  
 Gasturbinenkraftwerke: ca. 1%,  
 Windkraftwerke: ca. 0.5% .

Der **Bruttostromverbrauch BV** ist die in einer Volksgemeinschaft jährlich erzeugte und / oder eingeführte Gesamtmenge an elektrischer Energie, abzüglich der ausgeführten Energiemenge. Es werden dabei alle „Stromerzeugungsquellen“ berücksichtigt, also z. B. Wind, Wasser, Sonne, Kohle, Öl .... Die Übertragungsverluste im el. Netz NÜ und der el. Eigenenergieverbrauch der Kraftwerke KB sind im Bruttostromverbrauch enthalten.  
 Der **Nettostromverbrauch NV** ist der Bruttostromverbrauch BV abzüglich der Netzübertragungsverluste NÜ und des Kraftwerkseigenverbrauchs KB (Bild P1.4-1).

$$NV = BV - (NÜ+KB) \quad (P1.4-1)$$

$$NE = BE - (NÜ+KB) - \text{Export/Import-Saldo} \quad (P1.4-2)$$

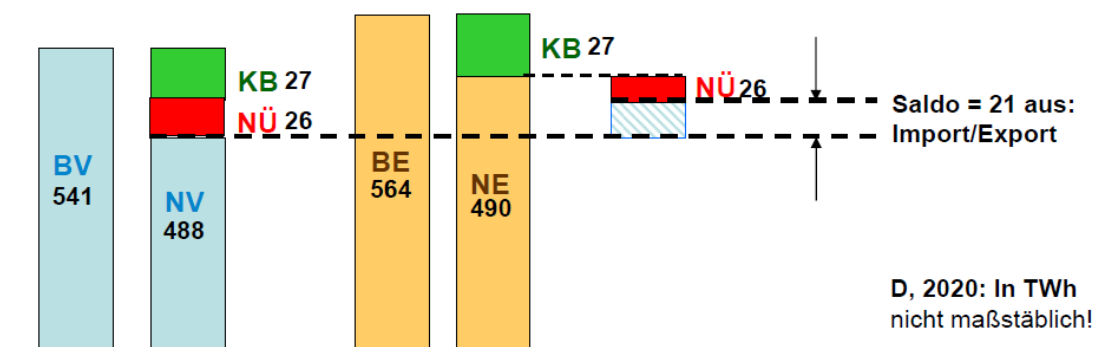


Bild P1.4-1: El. Energie in TWh in *Deutschland* 2020: Bruttostromverbrauch BV, Nettostromverbrauch NV, Bruttostromerzeugung BE, Nettostromerzeugung NE, Kraftwerkseigenbedarf KB, Netzübertragungsverluste NÜ, Saldo aus Differenz Export-Import von el. Energie.

Beispiel P1.4-2: Elektrische Energie in *Deutschland*, 2020:

Primärenergieverbrauch: 11 689 PJ = 3247 TWh,

Bruttostromverbrauch 541 TWh,

Nettostromverbrauch: 488 TWh, etwa konstant seit 3 Jahren.

Netzübertragungsverluste und Kraftwerkseigenbedarf: 53 TWh = (541 – 488) TWh,

Bruttostromerzeugung: 564 TWh,

Nettostromerzeugung: 490 TWh,

74 TWh = (564 – 490) TWh =

= 21 TWh Exporte + 53 TWh Netzübertragungsverluste und Kraftwerkseigenbedarf!

(Quelle: BDEW *Die Energieversorgung 2020 – Jahresbericht*)

Beispiel P1.4-3: Brutto-/Nettostromverbrauch in *Deutschland*, 2020:

Brutto-/Nettostromverbrauch: 541 TWh / 488 TWh.

Nettostromverbrauch %: Industrie 45 %

(Bild P1.4-2a) Gewerbe/Handel/Dienstleistg./Landwirtschaft 27 %

Haushalte 26 %

Verkehr 2 %

(Quelle: BDEW *Die Energieversorgung 2020 – Jahresbericht*)

Nahezu die Hälfte der el. Energie wird von der Industrie genutzt und zwar zu über 2/3 für die elektrische Antriebstechnik (Bild P1.3-1b).

Beispiel P1.4-4: Typischer jährlicher Stromverbrauch (*Deutschland, 2020*):

Dreipersonenhaushalt: OHNE / MIT el. Warmwasserbereitung: 3 700 kWh / 5 000 kWh.

„Überschlagsrechnung“: 26 % von 488 TWh je Dreipersonenhaushalt ergibt bei 83 Mio.

$$\text{Einwohner: } \frac{0.26 \cdot 488 \cdot 10^{12} \text{ Wh}}{83 \cdot 10^6 / 3} = 4586 \text{ kWh/Haushalt .}$$

Dabei sind Informations- und Unterhaltungselektronik (25 %!, „Bürogeräte“ & „TV/Audio“) am energieintensivsten, gefolgt von el. Energie für Warmwasser, Kühlen, Waschen, Beleuchtung, Kochen mit je ca. 10% (Bild P1.4-1b). In südlicheren hochindustrialisierten Ländern dominiert der Stromverbrauch der Klimaanlage, so dass im Sommer mehr el. Energie benötigt wird als im Winter (z. B.: *Kalifornien, USA*).

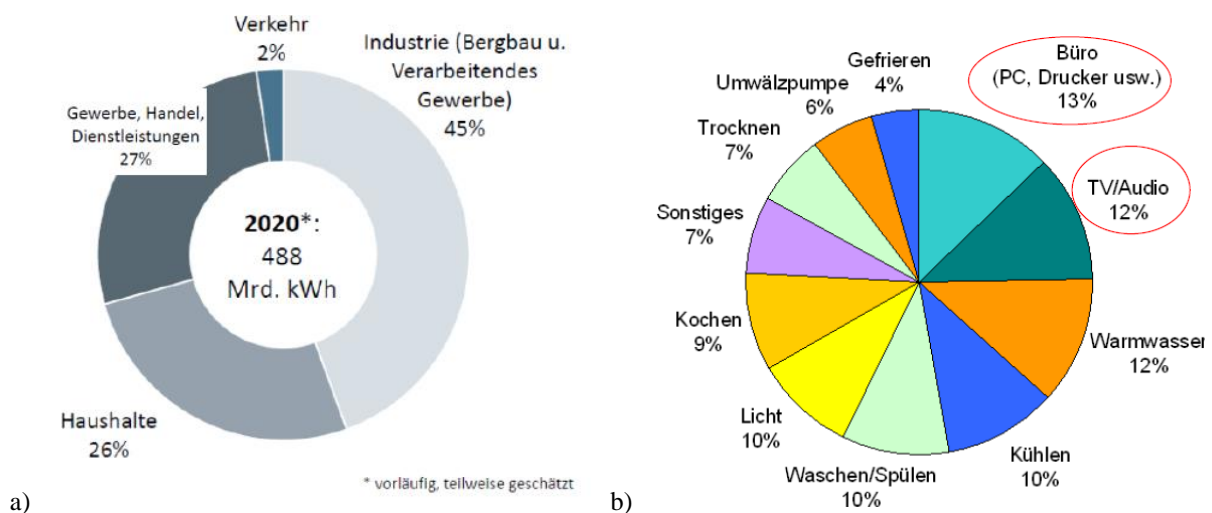


Bild P1.4-2: a) Nettostromverbrauch *Deutschland, 2020*, 488 TWh, nach Sektoren (Quelle: *BDEW Die Energieversorgung 2020 - Jahresbericht*), b) Typische el. Energienutzung im privatem *deutschen* Haushalt (Quelle: *Energieagentur Nordrhein-Westfalen: „Wo bleibt der Strom?“ Düsseldorf 2011*)

Schätzung des Primärenergieaufwands für die Bereitstellung el. Energie, *Deutschland, 2020*:

a) Kraftwerkseigenbedarf: 4.8 % d. Bruttostromerzeugung (27 TWh von 564 TWh)

b) Netzübertragungsverluste: 4.8 % d. Bruttostromerzeugung (27 TWh von 564 TWh)

El. Nettostromverbrauch (= el. Endenergie = el. Nutzenergie): 100.0 %, 488 TWh.

(i) 11.1 %: Kraftwerkseigenbedarf + Netzverluste (27+27=54 TWh): 111.1 %, 542 TWh;

(ii) 42.0 %: Mittlerer Kraftwerks-Wirkungsgrad: 111.1 %/0.42 = 264.5 %;

(iii) 153.4 %: Umwandlungsverluste: 264.5 – 111.1 = 153.4 %: 264.5 %; 1290 TWh.

Resultat: Für den el. Endenergiebedarf (100 %) müssen wegen der Umwandlungs- und Transportverluste zusätzlich ca. 160 % an Primärenergie (Kohle, Öl, Kernenergie, Gas) bereitgestellt werden, davon ca. 3/4 durch Import. Die **Bereitstellung** elektrischer Energie benötigt ca. 40 % des jährlichen Primärenergieverbrauchs (= 1290 / 3247 = 0.40).

## P2 Grundlagen des thermischen Betriebs

### P2.1 Umwandlung von Wärme in Arbeit

Wir wiederholen einige Grundbegriffe der Thermodynamik (siehe Kap. G): Ein **ideales Gas** besteht aus  $N$  nichtunterscheidbaren punktförmigen bewegten identischen Teilchen mit der

Teilchenmasse  $m$ , aber vernachlässigbar kleinem Teilchenvolumen  $V_T$ . Die Teilchen üben keine Kräfte aufeinander aus (Die Gravitationskraft zwischen ihnen ist vernachlässigbar klein). Deshalb lässt sich ein ideales Gas auch bei bel. großer Kompression nicht verflüssigen! Die mittlere kinetische Energie/Teilchen z. B. in  $x$ -Richtung ist nach  $L$ . Boltzmann ein Maß für die Temperatur  $T$  (in K) des Gases.

$$\overline{W}_{k,x} = \frac{m \cdot (v_x^2)_{av}}{2} = \frac{k \cdot T}{2} . \quad (P2.1-1)$$

Massenpunkte ohne Volumen haben nur  $f = 3$  Bewegungsfreiheitsgrade in  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Richtung, da Rotationen um die eigene Achse wegen des verschwindenden Trägheitsmoments keine energetische Wirkung haben. Somit hat ein ideales Gas mit der Temperatur  $T$  mit  $N$  Gasteilchen den kinetischen Energieinhalt als „innere Energie“  $U$

$$U = N \cdot \overline{W}_k = N \cdot \frac{f}{2} \cdot k \cdot T = N \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot T . \quad (P2.1-2)$$

Demnach hat ein ideales Gas beim absoluten Nullpunkt  $T = 0$ , wenn alle Teilchen ruhen, die innere Energie  $U = 0$ ! Wird dem Gas als Energie die Wärmemenge  $Q$  zugeführt, hat es danach die innere Energie  $U = Q$  und eine entsprechende erhöhte absolute Temperatur  $T > 0$ .

$$f = 3: U = N \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = \underbrace{\frac{N}{L}}_{\nu_m} \cdot \frac{3}{2} \cdot \underbrace{L \cdot k}_{R} \cdot T = \nu_m \cdot \underbrace{\frac{f}{2}}_{C_{mV}} \cdot R \cdot T = \nu_m \cdot C_{mV} \cdot T . \quad (P2.1-3)$$

Mit der Anzahl der Teilchen je kmol als *Loschmidt-Zahl*  $L = 6.023 \cdot 10^{26}$ /kmol bzw. auch als  $L' = 6.023 \cdot 10^{23}$ /mol (auch *Avogadro-Zahl* genannt) ergibt sich mit der Kilo-Molzahl  $\nu_m = N/L$  bzw. der Molzahl  $\nu'_m = N/L'$  die **universelle Gaskonstante**

$$R = L \cdot k = 6.023 \cdot 10^{26} \cdot 1.3805 \cdot 10^{-23} = 8314 \text{ J/(kmol} \cdot \text{K)}. \quad (P2.1-4)$$

Mit (P2.1-3) erhalten wir so die **molare Wärmekapazität** des idealen Gases bei konstantem Gasvolumen:  **$V = \text{konst.}$**

$$C_{mV} = R \cdot (3/2) = R \cdot (f/2) . \quad (P2.1-5)$$

Die **molare Wärmekapazität** des idealen Gases bei konstantem Gasdruck  $p = \text{konst.}$  ist wegen der dabei auftretenden Gasexpansionsarbeit (Kap. G) höher:

$$C_{mp} = C_{mV} + R = R \cdot (3/2) + R = R \cdot (5/2) = R \cdot (f + 2)/2 . \quad (P2.1-6)$$

Für die gesamte betrachtete Gasmenge aller  $\nu_m$  Mole ergibt sich somit dessen **Wärmekapazität (J/K)** bei konstantem Volumen bzw. bei konstantem Druck

$$C_V = \nu_m \cdot R \cdot (f/2), \quad C_p = \nu_m \cdot R \cdot (f + 2)/2 . \quad (P2.1-7)$$

Mit diesen Wärmekapazitäten bei  $V = \text{konst.}$  wird die „innere Gasenergie“ mit (P2.1-3) auch darstellbar als

$$U = \nu_m \cdot C_{mV} \cdot T, \quad U = C_V \cdot T . \quad (P2.1-8)$$

Der dabei allseitig wirkender **Gasdruck  $p$**  (siehe Herleitung in Kap. G) ist

$$p = \frac{(v^2)_{av}}{3} \cdot N \cdot m / V = (N/V) \cdot k \cdot T . \quad (P2.1-9)$$

Dies führt direkt auf die **Zustandsgleichung des idealen Gases** (P2.1-10)

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T = (N/L) \cdot (L \cdot k) \cdot T = \nu_m \cdot R \cdot T , \quad (P2.1-10)$$

wobei  $p$ ,  $V$ ,  $T$  die Zustandsgrößen des idealen Gases sind. Zwei von ihnen werden in jeweiliger Abhängigkeit mit der dritten als Parameter in den Zustandsdiagrammen dargestellt.

$$\frac{p \cdot V}{T} = \nu_m \cdot R = \text{konst.} \quad (P2.1-11)$$

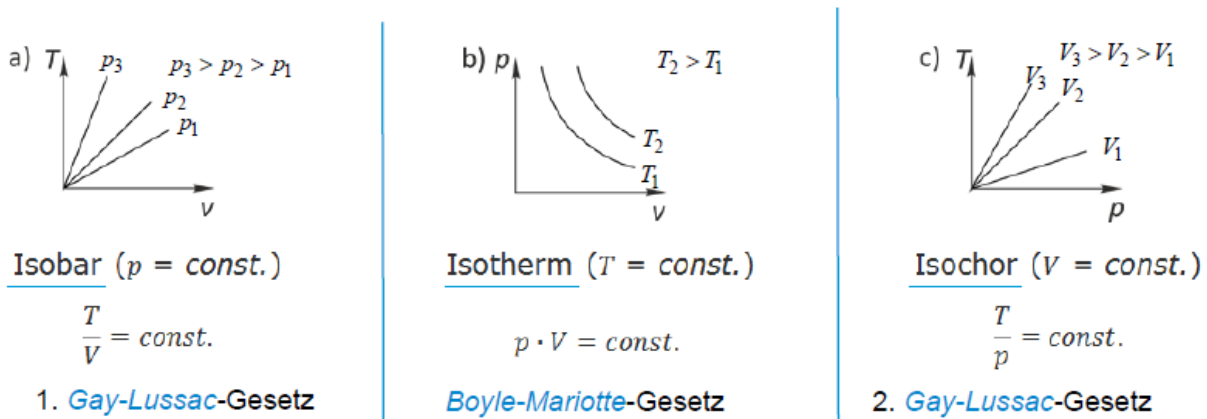


Bild P2.1-1: Zustandsdiagramme des idealen Gases: a) Isobare, b) Isotherme, c) Isochore.

Wenn ein Gas expandiert, kann es einen Kolben in einem Zylinder bewegen und damit mechanische Arbeit verrichten (Bild P2.1-2a). Umgekehrt kann über die Verrichtung von mechanischer Arbeit ein Gas komprimiert werden. Bei beiden Vorgängen ändern sich i. A. die Gaszustandsgrößen (z. B. Gasabkühlung oder Gaserhitzung). Diese Umwandlung von Wärme in mech. Arbeit u. U. wird in der Energietechnik ausgenutzt und wird hier am Beispiel des idealen Gases beschrieben, das sich mit der Temperatur  $T$  und damit inneren Energie  $U$  im Zylinder mit dem Zylinder- bzw. Gasvolumen  $V$  beim Gasdruck  $p$  befindet.

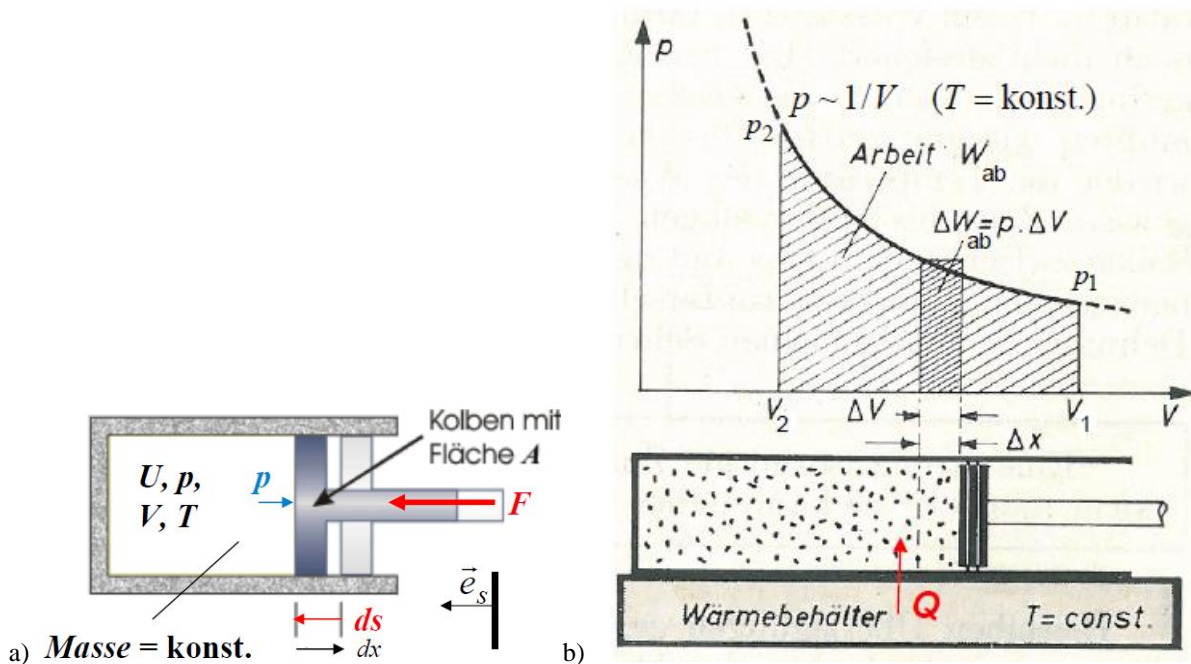


Bild P2.1-2: a) Mit idealem Gas gefüllter Zylinder und beweglicher Kolben zur Verrichtung mechanischer Arbeit (Quelle: [www.idn.uni-bremen.de](http://www.idn.uni-bremen.de)), b) Sonderfall: Isotherme Kompression (Quelle: Schreiner, Physik, 1971).

Auf die Kolbenfläche  $A$  wirkt der Gasdruck  $p$ . Beim Komprimieren des Gases wird der Koben von außen mit der Kraft  $F$  gegen diesen Druck gegen die  $x$ -Richtung bewegt. Für die differentiell kleine Wegstrecke  $ds$  muss von außen die differentiell kleine mech. Arbeit

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \vec{F} = p \cdot A \cdot \vec{e}_s \quad d\vec{s} = ds \cdot \vec{e}_s \tag{P2.1-12}$$

$$dW = p \cdot A \cdot ds = -p \cdot dV \quad dV = A \cdot dx = -A \cdot ds \tag{P2.1-13}$$

verrichtet werden. Wir nehmen an, dass der Zylinder außen thermisch isoliert ist, so dass kein Wärmeaustausch des Gases mit der Umgebung möglich ist:  $\Delta Q = 0$  bzw.  $dQ = 0$ . Dann wird

die am idealen Gas durch die äußere Kraft  $F$  verrichtete mechanische Arbeit  $W$  gänzlich in „innerer Energie“  $U$  gespeichert, wodurch  $U$  und damit die Gastemperatur  $T$  und gemäß (P2.1-9) der Druck  $p$  steigen. Das Gasvolumen verringert sich beim Komprimieren  $\Delta V < 0$  bzw. differentiell  $dV < 0$ . Aus (P2.1-13) folgt für die **mechanische Arbeit  $W$**

$$dW = -p(V) \cdot dV, \quad dQ = 0: dU = -p \cdot dV, \quad (\text{P2.1-14})$$

$$W = W_{12} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV > 0 \quad (V_1 > V_2). \quad (\text{P2.1-15})$$

$$\Delta Q = 0: \text{Zustand 1} \rightarrow \text{Zustand 2}: \Delta U = U_2 - U_1 = W_{12} = -p \cdot \Delta V > 0.$$

Das Gas nimmt beim Übergang vom Zustand 1 zum Zustand 2 mechanische Arbeit  $W_{12} > 0$  auf, wobei die zugeführte mech. Arbeit hier positiv gezählt wird:  $W_{12} = W_{\text{zu}} > 0$ . Dabei wird sein Volumen  $V$  gegen seinen Druck  $p$  komprimiert:  $V_2 < V_1$ ,  $p_2 > p_1$ ,  $U_2 > U_1$ ,  $T_2 > T_1$ . Umgekehrt verrichtet das expandierende Gas am Kolben mechanische Arbeit beim Übergang vom Zustand 2 zum Zustand 1: Mit dem Index „ab“ wird diese Arbeit positiv gezählt  $W_{21} = W_{\text{ab}} = -W_{12} = -W_{\text{zu}} > 0$ ,  $W_{21} = W_{\text{ab}} > 0$ . Dabei steigt das Gasvolumen  $V$ , sein Druck  $p$  und  $U$  sinken:  $V_2 < V_1$ ,  $p_2 > p_1$ ,  $U_2 > U_1$ ,  $T_2 > T_1$ . Ohne Index ist  $W$  stets die dem Gas zugeführte mech. Arbeit (Kompression) und wird positiv gezählt:  $W_{12} = W_{\text{zu}} = W > 0$ .

Auch Wärmezufuhr  $Q$  erhöht die innere Energie  $U$  des idealen Gases, so dass als Energiebilanz im Gas allgemein gilt:

$$dU = dQ + dW > 0, \quad \Delta U = \Delta Q + W > 0. \quad (\text{P2.1-16})$$

Die von außen zugeführte (= am System „Gas“ verrichtete) Arbeit  $W$  äußerer Kräfte  $F$  und die zugeführte Wärme  $Q$  erhöhen die innere Energie  $U$  des Arbeitsmediums „Gas“. Es wird  $W > 0$  positiv gezählt, ebenso  $Q > 0$ , wenn  $U$  zunimmt.

Beispiel P2.1-1: Isotherme Kompression  $T = \text{konst.}$  (Zustand 1  $\rightarrow$  2) bzw. Expansion (Zustand 2  $\rightarrow$  1) eines idealen Gases im Zylinder (Bild P2.1-2b): Ein Wärmebehälter am Zylinder regelt über Wärmezu- oder -abfuhr die Temperatur  $T$  im Zylinder konstant:  $T = \text{konst.}$   $\Rightarrow dT = 0: dU = 0$ . Für eine isotherme Kompression/Expansion müsste der Kolben so langsam bewegt werden, dass z. B. bei Expansion stets die vom Kolben verrichtete Arbeit  $W_{\text{ab}}$  durch zufließende Wärme  $Q$  aus dem Wärmebehälter gedeckt wird. Daher ist die isotherme Zustandsänderung ein idealisierter Vorgang!

$$dU = dQ + dW = 0 \Rightarrow dQ = -dW = dW_{\text{ab}} = p \cdot dV \quad (\text{P2.1-17})$$

$$\text{Expansion: } W_{\text{ab}} = W_{21} = p_1 V_1 \cdot \int_{V_2}^{V_1} (1/V) \cdot dV = p_1 V_1 \cdot \ln(V) \Big|_{V_2}^{V_1} = p_1 V_1 \cdot \ln(V_1/V_2) > 0 \quad (\text{P2.1-18})$$

Die beim Expandieren vom Gas verrichtete Arbeit  $W_{\text{ab}}$  ist die Fläche unter der Kurve  $p(V) = p_1 \cdot V_1/V$  (Bild P2.1-2b). Diese Arbeit wird  $U$  entzogen  $W_{\text{ab}} + \Delta U = Q$  und muss durch Wärmezufuhr wieder gedeckt werden.

Etwas anders stellen sich die Verhältnisse bei **durchströmten thermischen** Maschinen wie z. B. einem Verdichter mit rotierendem Schaufelrad zur Kompression von Gas dar (Bild P2.1-3). Hier fließt die Gasmasse (Fluidmasse)  $m_F$  je Zeit  $t$  fließt durch die mit Ein- und Auslass versehene Maschine, in der eine äußere Kraft über einen Hebelarm als Drehmoment  $M$  eines Motors das Verdichterrad antreibt („technische“ Arbeit  $W_t$ ). Weiter wirkt eine zweite äußere Kraft zum Aufbau des Gasdrucks (Druckarbeit  $W_{D1}$ ), um dieses am Einlass in die Maschine zu drücken, und die äußere Gegenkraft des Gegendrucks am Auslass (Druckarbeit  $W_{D2}$ ). Die gesamte mech. Arbeit äußerer Kräfte ist  $W = W_t + W_{D1} - W_{D2}$ .

a) Gesamte Druckarbeit  $\Delta W_D = W_{D2} - W_{D1}$  des Fluids:

$$W_D = p \cdot A \cdot x = p \cdot V, \quad \Delta W_D := p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1. \quad (\text{P2.1-19})$$

b) Die „technische Arbeit“ an der Verdichterradwelle  $W_t$  ist die Antriebsarbeit des antreibenden Motors.

Am Einlass 1 hat die Fluidmasse  $m_F$  die innere Energie  $U_1$ , die bei einem idealen Gas von den Zustandsgrößen  $p_1$ ,  $T_1$  gekennzeichnet ist, und das Volumen  $V_1$ . Sie strömt mit der Geschwindigkeit  $v_1$  in die Maschine und hat folglich die kinetische Energie  $W_{k1} = m_F \cdot v_1^2 / 2$ , und mit der geodätischen Höhe  $h_1$  des Einlasses die potentielle Energie  $W_{p1} = m_F \cdot g \cdot h_1$ . Am Auslass 2 hat dieselbe Fluidmasse  $m_F$  die innere Energie  $U_2$ , gekennzeichnet durch  $p_2$ ,  $T_2$  und das Volumen  $V_2$ . Sie strömt mit der Geschwindigkeit  $v_2$  aus der Maschine mit der kinetischen Energie  $W_{k2} = m_F \cdot v_2^2 / 2$ , und hat mit der geodätischen Höhe  $h_2$  des Auslasses die potentielle Energie  $W_{p2} = m_F \cdot g \cdot h_2$ . Die Änderung der inneren Energie, der kinetischen und der potentiellen Energie muss nach dem Energiesatz mit (P2.1-16) der zugeführten (oder abgeführten) Wärmemenge und mechanischen Arbeit entsprechen.

$$\Delta U + \Delta W_k + \Delta W_p = Q + W = Q + W_t - \Delta W_D \Rightarrow \Delta U + \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_D = Q + W_t \quad (\text{P2.1-20})$$

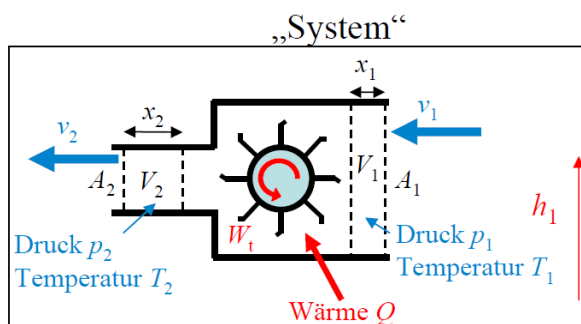
$$\Delta U = U_2 - U_1 : U_2 + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} + W_{p2} + p_2 V_2 - U_1 - m_F \cdot \frac{v_1^2}{2} - W_{p1} - p_1 V_1 = Q + W_t \quad (\text{P2.1-21})$$

$$U_2 + p_2 V_2 + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} - (U_1 + p_1 V_1 + M \cdot \frac{v_1^2}{2}) + W_{p2} - W_{p1} = Q + W_t \quad (\text{P2.1-22})$$

Der in (P2.1-22) vorkommende Ausdruck (P2.1-23) kann als vollständiges Differential der Zustandsgröße  $U$ ,  $p$ ,  $V$  dargestellt werden und ist daher selbst eine Zustandsgröße, die „Enthalpie“. In (P2.1-24) sind, wenn sie dem System (Fluid) zugeführt werden,  $Q > 0$ ,  $W_t > 0$ .

$$H := U + p \cdot V \quad (dH = dU + V \cdot dp + p \cdot dV = H_1 dU + H_2 dp + H_3 dV) \quad (\text{P2.1-23})$$

$$H_2 + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} - (H_1 + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2}) + W_{p2} - W_{p1} = Q + W_t \quad (\text{P2.1-24})$$



**Bild P2.1-3:** Mit Gas durchströmte thermische Fluidenergiemaschine als Verdichter mit rotierendem Schaufelrad zur Kompression des Gases (im Beispiel:  $h_1 = h_2 = h = \text{konst.}$ ).

Der Einfluss der potentiellen Energie  $W_p$  gegenüber  $W_k$  ist in solchen thermischen Turbomaschinen (Bild P2.1-3) auch bei  $h_2 \neq h_1$  klein, weil die Fluidgeschwindigkeit (z. B. in einer Dampfturbine der Dampfstrahl) hoch ist.

#### Beispiel P2.1-2:

Schräg aufgestellter Luftverdichter mit  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 50 \text{ m/s}$ , und  $\Delta h = h_2 - h_1 = 1 \text{ m}$ .

$$\Delta W_k / m_F = (v_2^2 - v_1^2) / 2 = 1050 \text{ m}^2/\text{s}^2 \gg \Delta W_p / m_F = \Delta h \cdot g = 9.81 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow \Delta W_p \approx 0.$$

Es kann  $\Delta W_p$  in (P2.1-24) vernachlässigt werden.

Die Anwendung von (P2.1-24) sind alle durchströmten Arbeitsmaschinen wie z. B. die **thermischen Turbomaschinen**, also die Dampf- und Gasturbinen und die Gasverdichter.

Damit keine Wärme bei ihnen verloren geht, sind sie thermisch isoliert (= keine Wärmezufuhr/abfuhr: In (P2.1-24) ist  $Q = 0$ ). Bei Verdichtern ist  $W_t > 0$ , bei Turbinen  $W_t < 0$ .

$$H_2 + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} - (H_1 + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2}) = W_t \quad (\text{P2.1-25})$$

Eine weitere Anwendung sind **hydraulische Strömungsmaschinen**, z. B. Wasserturbinen und Pumpen. Hier ist wegen der großen i. A. Höhendifferenzen und der deutlich geringeren Fluidgeschwindigkeiten die potentielle Energiedifferenz  $\Delta W_p$  nicht vernachlässigbar! Dafür ändern sich die Temperatur  $T$  des Fluids und damit dessen innere Energie  $U = C_v \cdot T$  kaum ( $\Delta U = 0$ ). Auch hier findet keine nennenswerte Wärmezufuhr/abfuhr statt:  $Q = 0$  (insbesondere bei der idealen verlustfreien Maschine). Flüssige Fluide sind inkompressibel, so dass gilt:  $\Delta V = 0 \Rightarrow V_1 = V_2 = V$ . Bei Pumpen ist  $W_t > 0$ , bei Turbinen  $W_t < 0$ .

$$m_F \cdot g \cdot h_2 + p_2 V + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} - (m_F \cdot g \cdot h_1 + p_1 V + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2}) = W_t \quad (\text{P2.1-26})$$

In (P2.1-24, -25, -26) sind die Wärmemenge  $Q$  und technische Arbeit  $W_t$  als dem System (Fluid) zugeführt positiv gezählt:  $Q_{zu} > 0$ ,  $W_{t,zu} > 0$ . Folglich gibt die Dampf- oder Gasturbine technische Arbeit  $W_{t,ab} > 0$  ab; Enthalpie und kinetische Energie des Fluids nehmen ab. Verdichter nehmen technische Arbeit auf  $W_{t,zu} > 0$ ; Enthalpie und kinetische Energie des Fluids nehmen zu.

$$\text{Dampf-/Gasturbine: } H_1 + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2} - (H_2 + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2}) = W_{t,ab} = -W_t > 0 \quad (\text{P2.1-27})$$

$$\text{Verdichter: } H_2 + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} - (H_1 + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2}) = W_{t,zu} = W_t > 0 \quad (\text{P2.1-28})$$

Auch hydraulischen Turbinen geben technische Arbeit  $W_{t,ab} > 0$  ab; kinetische und potentielle Energie und Druckenergie des Fluids nehmen ab. Pumpen nehmen technische Arbeit auf  $W_{t,zu} > 0$ ; kinetische und potentielle Energie und Druckenergie des Fluids nehmen zu.

$$\text{Wasserturbine: } m_F \cdot g \cdot h_1 + p_1 \cdot V + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2} - (m_F \cdot g \cdot h_2 + p_2 \cdot V + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2}) = W_{t,ab} > 0 \quad (\text{P2.1-29})$$

$$\text{Pumpen: } m_F \cdot g \cdot h_2 + p_2 V + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} - (m_F \cdot g \cdot h_1 + p_1 V + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2}) = W_{t,zu} > 0 \quad (\text{P2.1-30})$$

Für differentiell kleine Änderungen der Arbeit erhalten wir aus (P2.1-19) für die Differenz der Druckarbeit

$$dW_D = (p + dp) \cdot (V + dV) - p \cdot V = p \cdot dV + V \cdot dp + dp \cdot dV \approx p \cdot dV + V \cdot dp = d(p \cdot V) \quad (\text{P2.1-31})$$

und daraus für die Energiebilanz der differentiell kleinen Änderungen

$$dW = dW_t - dW_D = dW_t - d(p \cdot V). \quad (\text{P2.1-32})$$

Daraus ergeben sich die Formeln für mechanische Arbeit  $W$  und „technische Arbeit“  $W_t$ :

$$-d(p \cdot V) + dW_t = -p \cdot dV - V \cdot dp + dW_t = dW = -p \cdot dV \Rightarrow dW_t = V \cdot dp.$$

$$\text{Mech. Arbeit: } W = W_{12} = \int_1^2 dW = -\int_1^2 p \cdot dV, \quad \text{techn. Arbeit: } W_t = \int_1^2 dW_t = \int_1^2 V \cdot dp \quad (\text{P2.1-33})$$

Als Beispiel wird eine Gaskompression Bild P2.1-4 betrachtet. Gemäß

$$W_{12} = \int_1^2 dW = -\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = W_t - \Delta W_D = \underbrace{\int_{p_1}^{p_2} V \cdot dp}_{W_t} - \underbrace{\int_{p_1 V_1}^{p_2 V_2} d(V \cdot p)}_{(p_2 V_2 - p_1 V_1)}.$$

gilt  $W_{12} + p_2 V_2 = W_t + p_1 V_1$ , was geometrisch in Bild P2.1-4 durch die Flächengleichheit unter der  $p(V)$ -Kurve bzw.  $V(p)$ -Kurve zum Ausdruck kommt.



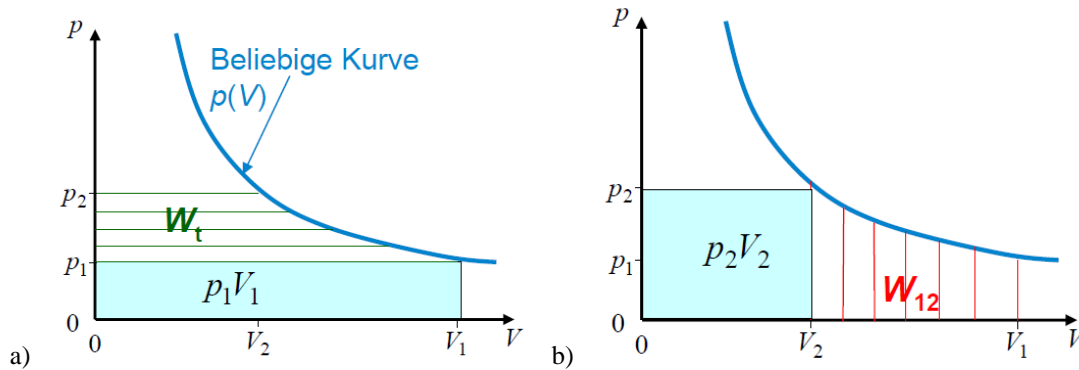


Bild P2.1-4: Kompression eines Gases vom Volumen  $V_1$  nach  $V_2$ : a) Technische Arbeit  $W_t > 0$  als Fläche unter der Kurve  $V(p)$ , b) Arbeit  $W_{12} > 0$  als Fläche unter der Kurve  $p(V)$ . Es ist  $W_t + p_1 V_1 = W_{12} + p_2 V_2$ .

Bei der gesamten zugeführte Arbeit äußerer Kräfte  $W = -\Delta W_D + W_t$  an durchströmten Maschinen mit dem Eingang 1 und Ausgang 2 tritt die Differenz der Druckarbeit auf  $\Delta W_D = p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1$ . Diese Druckarbeit kann in durchströmten Maschinen nicht als Arbeit technisch genutzt werden, sondern verbleibt als Druckenergie im Fluid, daher ist  $W \neq W_t$ . Bei Kreisprozessen hingegen wie z. B. dem später besprochenen *Stirling*-Zyklus wird zyklisch der Anfangszustand wieder eingestellt. Die gesamte Druckarbeitdifferenz  $\Delta W_D$  ist nach einem Zyklus Null!

Beweis: Sei der Zyklus in  $N$  Schritte zerlegt gedacht: Schrittzahl  $n = 1, \dots, N$ .

Beim  $n$ -ten Schritt zum  $n+1$ -Schritt im Zyklus gilt:

$\Delta W_{n \rightarrow n+1} = \Delta W_{t,n \rightarrow n+1} + (p_n V_n - p_{n+1} V_{n+1})$ . Der  $N+1$ -te Schritt ist wieder der 1. Schritt. Die Summe aller  $N$  Schritte als vollständiger Zyklus ergibt  $W = W_t$ .

$$\sum_{n=1}^N \Delta W_{n \rightarrow n+1} = \sum_{n=1}^N \Delta W_{t,n \rightarrow n+1} + \underbrace{\sum_{n=1}^N (p_n V_n - p_{n+1} V_{n+1})}_0 \Rightarrow W = \sum_{n=1}^N \Delta W_{n \rightarrow n+1} = \sum_{n=1}^N \Delta W_{t,n \rightarrow n+1} = W_t$$

Bei Kreisprozessen ist die gesamte Arbeit äußerer Kräfte  $W$  IDENTISCH mit der technischen Arbeit  $W_t$ .

Beispiel P2.1-3: Bei isothermer Gasexpansion/-kompression des idealen Gases  $p_1 V_1 = p \cdot V$  ist die gesamte mech. Arbeit IDENTISCH mit der technischen Arbeit  $W = W_t$ , denn die Druckarbeit ist NULL:  $\Delta W_D = p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 = 0$ . Die gesamte Arbeit  $W = W_{12}$  ist z. B. bei Kompression mit den Volumina  $V_1 > V_2$ , Bild P2.1-2b,

$$W = W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p_1 V_1 \cdot \int_{V_2}^{V_1} (1/V) \cdot dV = p_1 V_1 \cdot \ln(V) \Big|_{V_2}^{V_1} = p_1 V_1 \cdot \ln(V_1 / V_2) > 0 .$$

und die technische Arbeit

$$W_t = \int_{p_1}^{p_2} V \cdot dp = p_1 V_1 \cdot \int_{p_1}^{p_2} (1/p) \cdot dp = p_1 V_1 \cdot \ln(p) \Big|_{p_1}^{p_2} = p_1 V_1 \cdot \ln(p_2 / p_1) = p_1 V_1 \cdot \ln(V_1 / V_2) = W > 0 ,$$

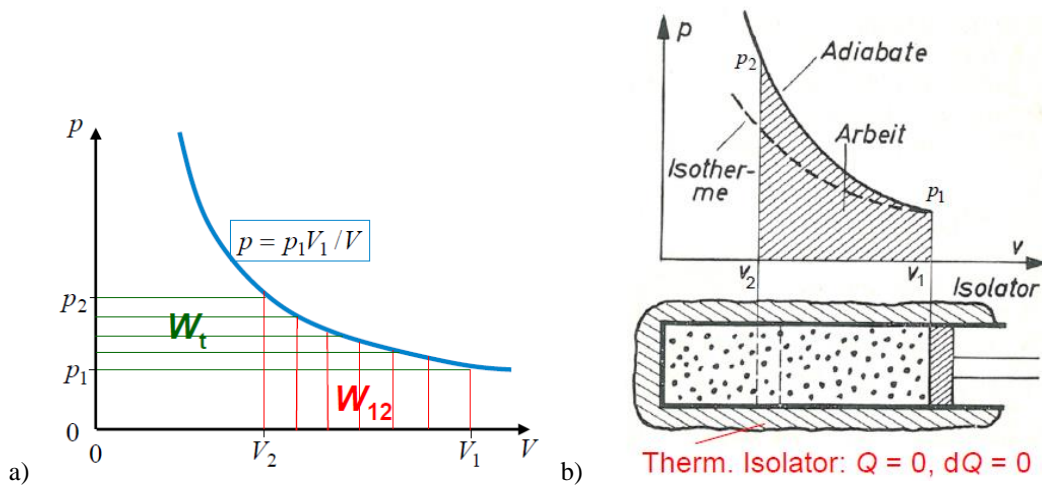
was geometrisch in Bild P2.1-5a durch die Flächengleichheit unter der  $p(V)$ -Kurve bzw.  $V(p)$ -Kurve zum Ausdruck kommt.

Bei reversibler (= verlustfreier) adiabatischer Zustandsänderung ist die Entropie konstant, d. h. der „Unordnungsgrad“ im Gas ändert sich nicht. Daher findet bei der adiabatischen („isentropen“) Expansion/Kompression eines Gases kein Austausch von Wärmeenergie mit der Umgebung statt:  $Q = 0 \Rightarrow \Delta Q = 0$ ,  $\Delta S = \Delta Q/T = 0$ , damit gilt: Entropie  $S = \text{konst.}$  Das

Gas kann weder Wärme abgeben noch aufnehmen, da die Zylinderwand ideal thermisch isoliert ist. Bei der adiabatischen Gaskompression z. B. von 1 → 2 (Bild 2.1-5b) sinkt  $V$  und  $p$  steigt, ausgehend von  $p_1, V_1$ :  $V_2 < V_1$ . Die dabei von der äußeren Kraft am Kolben verrichtete Arbeit  $W$  erhöht die innere Energie  $U$  des Gases, so dass Gastemperatur  $T$  und innere Energie  $U$  steigen!

$$dQ = 0: dU = dQ + dW = dQ - p \cdot dV = -p \cdot dV > 0 \tag{P2.1-34}$$

**Beispiel P2.1-4:** Bei der adiabatischen Kompression eines idealen Gases steigt  $U \sim T$ ; daher steigt der Gasdruck  $p \sim T/V$ . Diese  $p$ -Zunahme ist größer als bei isothermer Gaskompression  $p \sim T_1/V$  ( $T = T_1 = T_2 = \text{konst.}$ ). Folglich liegt die „adiabatische“  $p(V)$ -Kompressionskurve (**Adiabate**) ÜBER der isothermen  $p(V)$ -Kompressionskurve  $p = p_1 V_1 / V$  (Bild P2.1-5b).



**Bild P2.1-5:** a) Bei isothermer Kompression/Expansion eines idealen Gases ist  $W_t = W$ . Die Flächen unter den Kurven  $V(p)$  zwischen  $p_1$  und  $p_2$  bzw. unter der Kurve  $p(V)$  zwischen  $V_1$  und  $V_2$  sind gleich groß. b) Adiabatische Kompression des idealen Gases

Mit den Wärmekapazitäten bei  $V = \text{konst.}$  bzw.  $p = \text{konst.}$   $C_v, C_p$  und der Anzahl der Molekül-Freiheitsgrade  $f$  leiten wir die Adiabatangleichung eines idealen Gases  $U = C_v \cdot T$  her. Adiabatisch heißt  $0 = dQ = dU - dW = dU + p \cdot dV$ , also  $dU = C_v \cdot dT = -p \cdot dV$ . Mit der Gleichung für ideale Gase  $p = \nu_m \cdot R \cdot T / V$  und  $C_v = \nu_m \cdot R \cdot f / 2$  folgt

$$p \cdot dV = \nu_m \cdot R \cdot T \cdot dV / V = -dU = -\nu_m \cdot R \cdot dT \cdot f / 2: dV / V = -dT / T \cdot (f / 2).$$

Bei Kompression von  $V_1$  nach  $V < V_1$  gilt

$$\int_{V_1}^V \frac{dV}{V} = -\frac{f}{2} \cdot \int_{T_1}^T \frac{dT}{T} \Rightarrow \ln\left(\frac{V}{V_1}\right) = -\frac{f}{2} \cdot \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) = \ln\left(\left(\frac{T}{T_1}\right)^{-f/2}\right) \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^{-f/2},$$

$$\frac{p}{p_1} = \frac{T}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V} = \left(\frac{V}{V_1}\right)^{-\frac{2}{f}} \cdot \frac{V_1}{V} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^{1+\frac{2}{f}} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^\kappa; \quad \text{„Adiabate“} \quad \frac{p(V)}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^\kappa, \tag{P2.1-35}$$

mit dem „Isentropen“-Exponenten des idealen Gases

$$\kappa = C_p / C_v = (f + 2) / f > 1. \tag{P2.1-36}$$

**Beispiel P2.1-5:** Mech. Arbeit und technischen Arbeit bei der adiabatischen Kompression eines idealen Gases: Die mech. Arbeit bei der Gaskompression z. B. von 1 → 2 (Bild 2.1-6) ist (P2.1-37) und die technische Arbeit (P2.1-38). Daraus folgt  $W_t = \kappa \cdot W_{12} > W_{12}$ , da die

Druckarbeitsdifferenz  $\Delta W_D = p_2 V_2 - p_1 V_1 > 0$  ist ( $W_{12} = W_t - \Delta W_D$ )! So ist z. B. bei der Kompression von Luft (wie bei den Gasturbinen) mit  $\kappa = 1.4$ :  $W_t = \kappa \cdot W_{12} = 1.4 \cdot W_{12}$ .

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = - p_1 V_1^\kappa \cdot \int_{V_1}^{V_2} V^{-\kappa} \cdot dV = - \frac{p_1 V_1^\kappa}{1-\kappa} \cdot V^{1-\kappa} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{p_1 V_1}{\kappa-1} \cdot \left[ \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right]. \quad (\text{P2.1-37})$$

$$W_t = \int_{p_1}^{p_2} V \cdot dp = p_1^{1/\kappa} \cdot V_1 \cdot \int_{p_1}^{p_2} p^{-\frac{1}{\kappa}} \cdot dp = \frac{p_1^{1/\kappa} \cdot V_1}{1-\frac{1}{\kappa}} \cdot p^{1-\frac{1}{\kappa}} \Big|_{p_1}^{p_2} = \frac{\kappa \cdot p_1 \cdot V_1}{\kappa-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = \kappa \cdot W_{12}. \quad (\text{P2.1-38})$$

Dampfturbinen und Verdichter sind wärmeisoliert, daher findet im Idealfall verlustfreier Gasexpansion (Turbine) bzw. Gaskompression (Verdichter) je Schaufelstufe dieser Vorgang adiabatisch (isentrop) statt ( $S = \text{konst.}$ )!

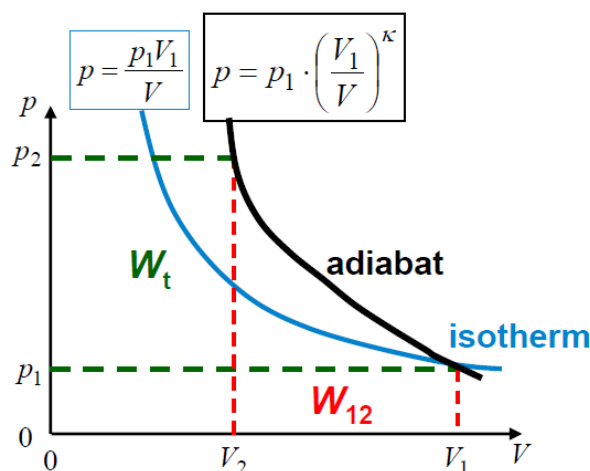


Bild P2.1-6: Adiabatische und isotherme Kompression des idealen Gases im Vergleich

Zusammengefasst haben wir somit zwei Prinzipien der Wandlung thermischer Energie in mech. Arbeit und umgekehrt:

#### a) Prinzip der Kolbenmaschinen:

Gasexpansion/-kompression über eine bewegte Kolbenwand, z. B. Dampfmaschine, *Stirling*-Maschine (ist eine Gasmaschine), Verbrennungskraftmaschinen als *Otto*-, *Diesel*- und Gasmotorprinzip. Bei Gasmaschinen führt eine **Umkehrung** (Gaskompression) der Kolbenbewegung zu den Kolbenkompressoren.

#### b) Prinzip der thermischen Turbomaschinen:

z. B. Dampf- und Gasturbine: Gasexpansion an bewegter, drehbar gelagerter Schaufelfläche: Das strömende, (im Idealfall adiabatisch) expandierende Gas bewegt die Schaufeln. Durch die Geschwindigkeitsumlenkung an den Schaufelflächen entsteht eine seitliche Kraft, so dass die Schaufeln in Rotationsbewegung versetzt werden. Dabei dehnt sich das Gas aus und kühlt ab. Die **Umkehrung** (Gaskompression) führt über von außen bewegte Schaufeln zu den Turbokompressoren.

## P2.2 Zustandsdiagramme

Die Zustandsdiagramme Bild P2.1-1 z. B. als  $p(V)$ - oder  $T(p)$ -Diagramm werden wegen der üblichen adiabatischen Gaskompression/Gasexpansion in thermischen Turbomaschinen, wo die Entropie  $S$  konstant ist, aber  $T$  sich ändert, bevorzugt als  **$T(S)$ -Diagramme** dargestellt. So wird für ein ideales Gas die Isochore ( $V = \text{konst.}$ ) im  $T(S)$ -Diagramm wie folgt ermittelt. Aus

$dQ = T \cdot dS = dU + p \cdot dV$  und  $dU = C_V \cdot dT$  folgt  $dS = C_V \cdot dT/T + (p/T) \cdot dV$  und mit der idealen Gasgleichung  $dS = C_V \cdot dT/T + \nu_m \cdot R \cdot dV/V$ . Wird dies links nach  $S$ , rechts nach  $T$  und  $V$  integriert, erhalten wir  $S - S_0 = \int dS = C_V \cdot \ln(T/T_0) + \nu_m \cdot R \cdot \ln(V/V_0)$  mit den Integrationskonstanten  $S_0, T_0, V_0$ . Die Darstellung  $T(S, V)$  und die daraus abgeleitete Isochore  $T(S, V = \text{konst.})$  ist dann (Bild P2.2-1a)

$$T = T_0 \cdot e^{(S-S_0)/C_V} \cdot (V_0/V)^{\nu_m \cdot R/C_V} = T_0 \cdot e^{(S-S_0)/C_V} \cdot (V_0/V)^{\kappa-1}. \tag{P2.2-1}$$

Die Integrationskonstanten werden häufig so gewählt, dass zu  $T_0 = 273 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$ ,  $p_0 = 1 \text{ bar}$  der Entropiewert  $S_0 = 0$  gesetzt wird. Für die Gasteilchenzahl (Stoffmenge) 1 Mol (= Mol-Anzahl  $\nu_m = 1$ ) ergibt sich das zugehörige Mol-Volumen mit der „idealen Gasgleichung“

$V_0 = \nu_m R \cdot T_0 / p_0 = 22.7 \text{ dm}^3/\text{mol}$ . In gleicher Weise wird für das  $T(S)$ -Diagramm die Darstellung der Isobaren  $p = \text{konst.}$  des idealen Gases berechnet. Aus (P2.2-1) und der idealen Gasgleichung ergibt sich

$$S - S_0 = C_V \cdot \ln(T/T_0) + \nu_m \cdot R \cdot \ln(V/V_0) = C_V \cdot \ln(T/T_0) + \nu_m \cdot R \cdot \ln(T/T_0) - \nu_m \cdot R \cdot \ln(p/p_0)$$

und über (P2.1-7)  $C_p = C_V + \nu_m \cdot R$  der Ausdruck

$$S - S_0 = (C_V + \nu_m \cdot R) \cdot \ln(T/T_0) - \nu_m \cdot R \cdot \ln(p/p_0) = C_p \cdot \ln(T/T_0) - \nu_m \cdot R \cdot \ln(p/p_0).$$

Mit den je Mol gültigen („molaren“) Wärmekapazitäten für  $V = \text{konst.}$  bzw.  $p = \text{konst.}$   $C_{mV}$ ,  $C_{mP}$  und den Beziehungen  $\nu_m \cdot R = C_p - C_V$ ,  $R = C_{mP} - C_{mV}$ , und daraus

$$\nu_m \cdot R / C_p = R / C_{mP} = (C_{mP} - C_{mV}) / C_{mP} = (\kappa - 1) / \kappa \tag{P2.2-2}$$

(siehe (P2.1-6), (P2.1-36) erhalten wir die Darstellung  $T(S, p)$  (Bild P2.2-1b).

$$\nu_m \cdot R / C_p = R / C_{mP} = (C_{mP} - C_{mV}) / C_{mP} = (\kappa - 1) / \kappa \tag{P2.2-3}$$

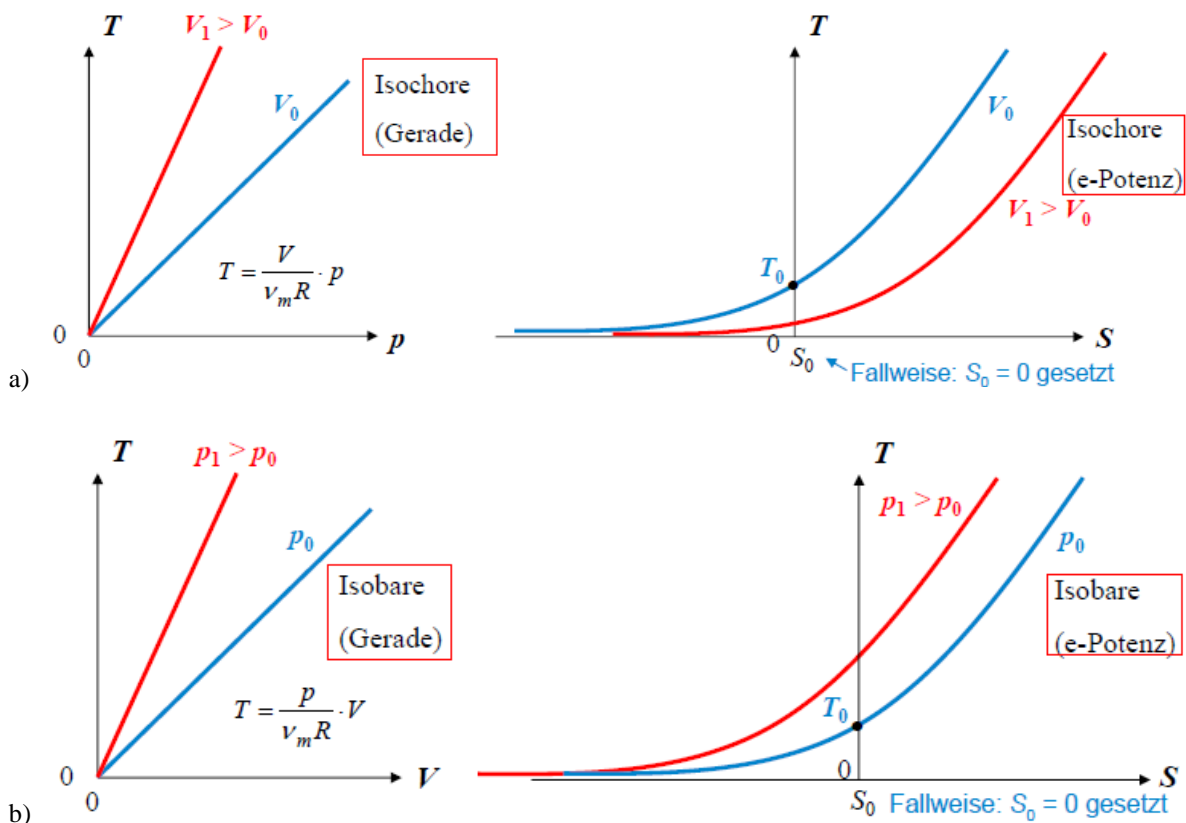


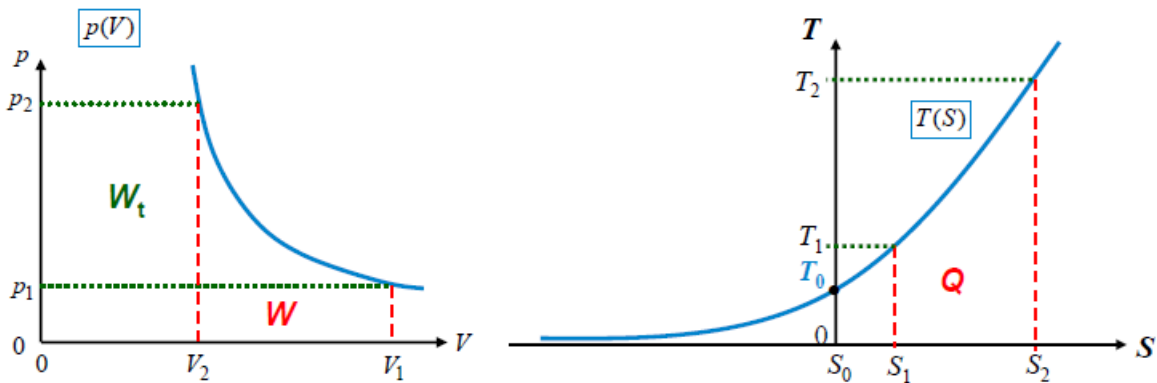
Bild P2.2-1: Ideales Gas links im  $T(p)$ -Diagramm und rechts im  $T(S)$ -Diagramm: a) Isochoren, b) Isobaren.

Die Darstellung  $T(S, p)$  und daraus die Isobare  $T(S, p = \text{konst.})$  ist dann (Bild P2.2-2)

$$T = T_0 \cdot e^{(S-S_0)/C_p} \cdot (p/p_0)^{\nu_m \cdot R/C_p} = T_0 \cdot e^{(S-S_0)/C_p} \cdot (p/p_0)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (\text{P2.2-4})$$

So ist z.B. für Luft mit  $\kappa = 1.4$  und  $\kappa - 1 = 0.4$  der Exponent  $(\kappa - 1)/\kappa = 0.29$ .

Während Isochoren und Isobaren im  $T(p)$ - bzw.  $T(V)$ -Diagramm für höhere Volumina bzw. Drücke über den Kurven geringerer Volumina bzw. Drücke liegen, ist dies im  $T(S)$ -Diagramm nur für die Isobaren der Fall, während die Isochoren unter jenen geringerer Volumina liegen.



**Bild P2.2-2:** Im  $p(V)$ -Diagramm links sind die Flächen unter der  $p(V)$ -Kurve bzw.  $V(p)$ -Kurve die mech. Arbeit  $W$  bzw. techn. Arbeit  $W_t$ . Im  $T(S)$ -Diagramm rechts sind die Flächen unter der  $T(S)$ -Kurve Wärmemengen  $Q$ .

Die Arbeit äußerer Kräfte  $W$  ist als Fläche unter der  $p(V)$ -Kurve im  $p$ - $V$ -Diagramm (Bild P2.2-2, links) sichtbar ( $dW = -p \cdot dV$ ), ebenso die technische Arbeit  $W_t$  als Fläche unter der  $V(p)$ -Kurve ( $dW_t = V \cdot dp$ ). Die ausgetauschte Wärmemenge  $Q$  ist NICHT als Fläche sichtbar. Im  $T(S)$ -Diagramm sind die Arbeiten  $W$  und  $W_t$  NICHT als Fläche sichtbar, dafür aber die Wärmemenge  $Q$  als Fläche unter der  $T(S)$ -Kurve ( $dQ = T \cdot dS$ , Bild P2.2-2, rechts).

In Turbomaschinen ist bei verlustfreier Strömungsumlenkung an der Schaufel bei konstanter Schaufelkanalbreite wegen der Gleichheit der Strömungsgeschwindigkeiten  $v_1 = v_2$  (Bild P2.2-3a) gemäß (P2.1-27) die technische Arbeit direkt gleich der Enthalpiedifferenz.

$$W_t = H_2 + m_F \cdot \frac{v_2^2}{2} - (H_1 + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2}) = H_2 + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2} - (H_1 + m_F \cdot \frac{v_1^2}{2}) = H_2 - H_1 \quad (\text{P2.2-5})$$

Deshalb wird bei Strömungsmaschinen für jede Schaufelstufe **das  $H$ - $S$ -Diagramm** bevorzugt! Wird Wärme  $Q$  einem Gas zugeführt und soll dabei der Druck  $p$  konstant bleiben, muss es expandieren können, also sein Volumen  $V$  vergrößern. Die vom Gas dabei verrichtete Expansionsarbeit gegen diesen konstanten Druck  $W = \int dW = \int p \cdot dV$  muss ebenso von dieser Wärme gedeckt werden wie die Erhöhung der inneren Energie  $U$ :  $dQ = dU + p \cdot dV$ . Wegen  $p = \text{konst.}$  ist  $dp = 0$ . Daher gilt

$$dQ = dU + p \cdot dV = dU + p \cdot dV + V \cdot dp = dU + d(p \cdot V) = d(U + p \cdot V) = dH.$$

Die spezifische Wärmekapazität  $C_p$  des Gases bei  $p = \text{konst.}$  ist somit  $dQ = \nu_m \cdot C_{p,m} \cdot dT = C_p \cdot dT$ . Folglich ist

$$H = C_p \cdot T, \quad (\text{P2.2-6})$$

wobei bei idealen Gasen (P2.1-7) für  $C_p$  gilt. Das  $H$ - $S$ -Diagramm entsteht aus dem  $T$ - $S$ -Diagramm also einfach durch Multiplikation von  $T$  mit  $C_p$ , wie Bild P2.2-3 für (P2.2-7) zeigt, das ermittelt wurde aus (P2.2-1) und (P2.2-4) über (P2.2-6).

$$H = C_p \cdot T_0 \cdot e^{(S-S_0)/C_p} \cdot (V_0/V)^{\kappa-1}, \quad H = C_p \cdot T_0 \cdot e^{(S-S_0)/C_p} \cdot (p/p_0)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (\text{P2.2-7})$$

Isochore:  $H = H(S, V = \text{konst.})$ , Isobare:  $H = H(S, p = \text{konst.})$  (Bild P2.2-3b).

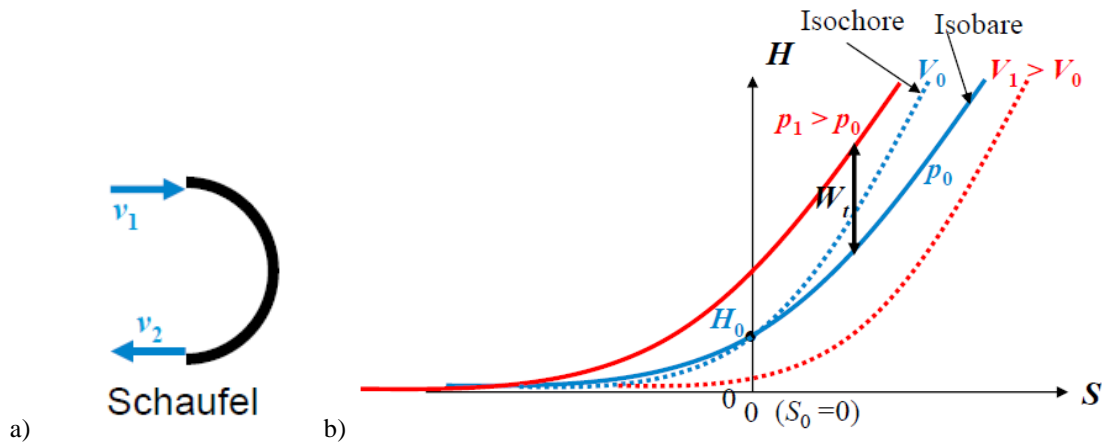


Bild P2.2-3: a) Idealisiert verlustfreie Strömungsumlenkung an einer Schaufel  $v_1 = v_2$ , b) Isochoren und Isobaren des idealen Gases im  $H$ - $S$ -Diagramm. Die techn. Arbeit  $W_t$  z. B. bei adiabatischer Kompression/Expansion zwischen zwei Drücken  $p_1, p_0$  ist als Strecke an der Abszisse sichtbar.

Aus den genannten Gründen werden in der Praxis für thermische Arbeitsmaschinen das  $T$ - $S$ - und das  $H$ - $S$ -Diagramm anstelle des  $p$ - $V$ -Diagramms verwendet. Häufig werden  $S$  und  $H$  auf die Masse  $m$  bzw. Fluidmasse  $m_F$  (z. B. 1 kg) bezogen und als „massenspezifische Größen“ angegeben:  $s = S/m$  (in  $J/(kg \cdot K)$ ) und  $h = H/m$  (Einheit:  $J/kg$ ).

Die zugehörigen Diagramme sind das  $T$ - $s$ -Diagramm und  $h$ - $s$ -Diagramm! Für die Nutzung des Wasserdampfs zur Wandlung der thermischen in mechanische Energie wurde für Wasser das  $h$ - $s$ -Diagramm erstellt und heißt *Mollier-Entropie-Enthalpie-Diagramm* für Wasser (*Richard Mollier, Dresden*). Die zur Zustandsänderung des Wassers nötigen Wärmemengen  $Q/m$  (z. B. die Verdampfungsenthalpie/kg bei  $p = \text{konst.}$ ) werden direkt an der Ordinate  $h$  abgelesen.

### P2.3 Reale Gase, Verdampfung

**Reale Gase** eines bestimmten Stoffs sind gekennzeichnet durch  $N$  identische frei bewegliche Moleküle mit der Molekülmasse  $m$ , wobei die Moleküle je nach Aufbau „hantelartige“ und komplexere Formen haben können. Dadurch haben diese Moleküle auch kinetische Freiheitsgrade für die Rotationsenergie, so dass sich die Anzahl der Freiheitsgrade  $f$  erhöht gemäß  $f > 3$  auf z. B.:  $f = 5$ . Dadurch haben diese Gase größere Wärmekapazitäten  $C_V, C_p$ ! Trotzdem sind die Molekülabmessungen  $d$  im Gaszustand klein gegenüber den mittleren Molekülabständen. Die schwachen intermolekularen Kräfte (Kohäsionskräfte) als z. B. el. Dipolkräfte werden erst bei Annäherung der Moleküle wirksam! Dadurch sind reale Gase bei entsprechend großer Kompression verflüssigbar! Zusätzlich zur kinetischen Molekülenergie  $W_k$  erhöhen weitere Energieanteile die „innere Gasenergie“  $U$ , nämlich die el. potentielle Energie der Wechselwirkungskräfte zwischen den Gasteilchen (Molekülen), die chemische Molekülbindungsenergie, die Atombindungsenergie der Atome im Molekül u.s.w., je nach dem, welcher physikalische Vorgang betrachtet wird.

In Flüssigkeiten ist zwar der Abstand zwischen den Molekülen klein, aber auch sie bewegen sich bei der Flüssigkeitstemperatur  $T$  mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten der thermischen Wimmelbewegung. In dieser Flüssigkeit (z. B. Wasser) werden durch Wärmezufuhr  $Q$  die Flüssigkeitsmoleküle im Mittel schneller; die schnellsten Moleküle verlassen die Flüssigkeitsoberfläche, so dass die Flüssigkeit (partiell) verdunstet bzw. verdampft. Nach dem Austritt befindet sich z. B. ein Flüssigkeitsmolekül in der Höhe  $h$  über dem Flüssigkeitsspiegel, so dass ein Teil seiner kinetischen Energie in potentielle Energie verwandelt wurde. Der Raum über der Flüssigkeit füllt sich mit diesen Molekülen, die auf

Grund der Stöße wieder einige Moleküle in die Flüssigkeit zurückstoßen. Im Gleichgewicht (Stationärzustand) verlassen gleich viele Moleküle die Flüssigkeit wie zurückkehren; wir nennen den Dampf „gesättigt“. Es bleiben in einem geschlossenen Gefäß ( $V = \text{konst.}$ ) Dampfdichte  $\gamma$  und Dampfdruck  $p$  („Sättigungsdampfdruck“) unverändert. Wird bei  $T = \text{konst.}$  das Volumen des gesättigten Dampfes verringert (Komprimieren), so kehren Dampfmo­leküle in die Flüssigkeit zurück, ohne dass weitere Flüssigkeitsmoleküle die Flüssigkeit verlassen. **Der Dampf wird (im Gegensatz zu einem idealen Gas) durch Kompression (teilweise) verflüssigt.** Bei höherer Flüssigkeitstemperatur  $T$  ist gemäß der *Maxwell-Boltzmann*-Verteilung (siehe Kap. G) der Anteil schneller Moleküle größer; es verlassen mehr Moleküle die Flüssigkeit, sodass der Sättigungsdampfdruck und seine Dichte (i. A. nichtlinear) mit  $T$  zunehmen (Bild P2.3-2). Wasser wird bei Normal-Luftdruck vollständig verdampft (Bild P2.3.3-2ii). Gegenüber Wasser benötigt Eisen deutlich weniger Energie, um hohe Temperaturen (z. B. für das Schmelzen, Schmieden, Härten ...) zu erreichen. Diese relativ geringe spezifische Wärmekapazität aller Metalle mit typischen Werten  $c_{\text{Metall}} \sim 450 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  verbilligt ihre großindustrielle Verarbeitung wesentlich.

**a) Beim Verdampfen im geschlossenen Gefäß** (Volumen  $V = \text{konst.}$ ) herrscht stationär bei einer bestimmten Temperatur ein Gleichgewichtszustand: Es verlassen gleich viele Moleküle die Flüssigkeit wie wieder aus dem Dampf zurückkehren. Dies ist der Zustand des „gesättigten Dampfes“. Es bleiben bei  $V = \text{konst.}$ ,  $T = \text{konst.}$  Dampfdichte  $\gamma_D$  und Dampfdruck  $p_D$  („Sättigungsdampfdruck“) unverändert. Der Verdampfungsvorgang ist umkehrbar (reversibel): Ein gesättigter Dampf lässt sich durch Kompression bei  $T = \text{konst.}$  und  $p = \text{konst.}$  vollständig verflüssigen (**Kondensation**). Die dabei frei werdende **Kondensationswärme** ist gleich der Verdampfungswärme.

Bei ganz langsamem Erwärmen der Flüssigkeit kann das Sieden trotz  $T > T_V$  ausbleiben (**Siedeverzug**), weil die Dampfblasen im Flüssigkeitsinneren sich nicht aufbauen können (Zerstörung durch die Molekülbewegung). Durch geringe Störungen des Zustands tritt das Verdampfen dann plötzlich und sehr heftig ein.

#### Beispiel P2.3-1:

Zwei Liter Wasser sollen bei normalem Luftdruck und Raumtemperatur  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  mit einem Tauchsieder der Leistung  $P = 500 \text{ W}$  zum Sieden gebracht werden? Wie lange dauert der Vorgang? Antwort: Zwei Liter Wasser haben die Masse  $m = 2 \text{ kg}$ . Es folgt mit  $\Delta Q = P \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T$ ,  $\Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T / P = 4185 \cdot 2 \cdot (100 - 20) / 500 = 1339.2 \text{ s}$ .

Der Vorgang dauert 22.3 Minuten!

**b) Beim Verdampfen im offenen Gefäß** wird die Flüssigkeit gegen den äußeren, konstanten Luft(umgebungs)druck  $p = p_L = \text{konst.}$  erhitzt. Der Dampfdruck ist durch den Luftdruck  $p_L$  vorgegeben:  $p_D = p_L$ , denn gegen diesen Druck müssen die Flüssigkeitsteilchen aus der Flüssigkeit beim Verdampfen austreten. Jene schnellen Moleküle mit ausreichender Bewegungsenergie, die gegen diesen Druck und die Kohäsionskräfte die Flüssigkeit verlassen können, führen zur „**Verdunstung**“ der Flüssigkeit. Ist die Temperatur so hoch, dass sich auch Dampfblasen im Inneren der Flüssigkeit gegen den dort wirkenden hydrostatischen Flüssigkeitsdruck  $p_H$  und den darüber lastenden Luftdruck  $p_L$  bilden können, siedet die Flüssigkeit („**Sieden**“). Der Dampfdruck ist dann  $p = p_H + p_L$ . Die Flüssigkeit kann somit bei konstantem Druck durch Temperaturerhöhung ( $T = T_V$  Siede- /Verdampfungstemperatur) ODER bei konstanter Temperatur durch Druckverminderung ( $p_L \downarrow$ ) zum Sieden gebracht werden. Die so entstehende Kurve  $p_D(T_V)$  ist die **Dampfdruckkurve (Siedepunktskurve)**. Als „**Siedepunkt**“ wird die Verdampfungstemperatur  $T_V$  bei „Normal-Luftdruck“  $1.01333 \text{ bar}$  (=  $760 \text{ Torr} = 760 \text{ mm Hg}$ ) bezeichnet. Während des Verdampfens bei konstantem Druck steigt trotz Wärmezufuhr  $Q$  die Temperatur der Flüssigkeit nicht an, sondern bleibt konstant:

$T = T_V$ , denn die zugeführte Wärmeenergie  $Q$  wird als „Austrittsarbeit“ der Moleküle aus der Flüssigkeit gegen die anziehenden Kräfte der in der Flüssigkeit verbleibenden Moleküle mitgenommen. Hinzu kommt noch die vom Dampf zu verrichtende „Expansionsarbeit“, wenn  $p_D = \text{konst.}$  gehalten werden soll. Die zugeführte Energie wird somit vollständig für die Austrittsarbeit der Moleküle verbraucht, die in erhöhter innerer Energie der Flüssigkeit (= vergrößerte Abstände der Flüssigkeitsmoleküle zueinander gegen die Kohäsionskräfte) und zum Ausdehnen des Dampfes (bei konstantem Dampfdruck = vergrößerte Abstände der Dampfmoleküle zueinander gegen die Kohäsionskräfte) als erhöhter Volumenenergie des Dampfes gespeichert ist. Die erforderliche **Verdampfungswärme**  $Q_V$  ist die benötigte Wärmeenergie (J/kg) zum Verdampfen von 1 kg einer Flüssigkeit bei einem bestimmten Druck  $p$  und einer bestimmten Temperatur  $T$ . Neben dem Verdampfen und Kondensieren interessiert auch das Schmelzen und Erstarren, wo beim Schmelzen durch Wärmezufuhr die Schwingungsenergie der Atome im Kristallverband um ihre Ruhelage so groß wird, dass der Kristallverband sich in den flüssigen Zustand auflöst. Die zum Schmelzen von 1 kg eines festen Stoffes nötige Wärmeenergie in J/kg benötigte **Schmelzwärme** wird beim Erstarren einer Flüssigkeit als **Erstarrungswärme** frei. Während des Schmelzens bei konstantem Druck steigt trotz Wärmezufuhr die Temperatur des festen Körpers nicht an, sondern bleibt konstant beim Wert der Schmelztemperatur  $T = T_S$ . Die zugeführte Energie wird vollständig zum Aufbrechen der Bindungskräfte des Kristallverbands verbraucht, die in erhöhter innerer Energie des Festkörpers und der Flüssigkeit gespeichert ist (Bild P2.3-1). Beim sehr langsamen erschütterungsfreien Abkühlen kann das Erstarren der Flüssigkeit ausbleiben (**unterkühlte Flüssigkeit**). Durch Erschütterung (z. B. Klopfen) erstarrt die unterkühlte Flüssigkeit dann plötzlich.

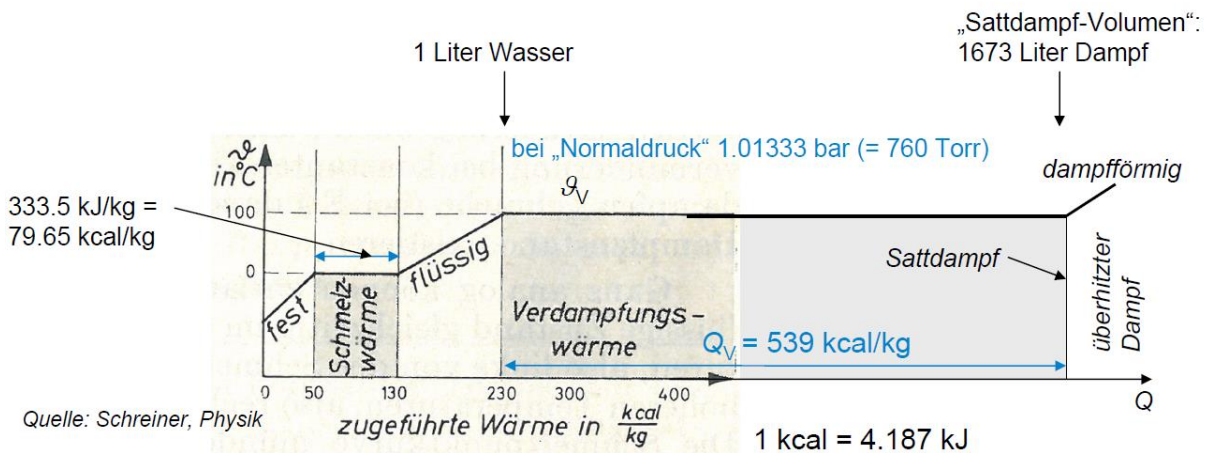


Bild P2.3-1: Wasser: Temperatur in Abhängigkeit der Wärmezufuhr  $Q$  für Schmelzen und Verdampfen. Während des Schmelz- bzw. Verdampfungsprozesses bleibt  $\vartheta = \text{konst.}$

$p_D$ / bar	0.006	0.023 *)	1.013	15.55	85.88	210.4	220.6
$\vartheta_V$ / °C	0.01	20	100	200	300	370	373

↑ Verdunstung  
bei Raumtemperatur, bis Luft gesättigt ist mit Wasserdampf (17.3 g H<sub>2</sub>O je m<sup>3</sup> Luft)

Bild P2.3-2: Dampfdruck  $p_D$  bei gesättigtem Wasserdampf in Abhängigkeit der Verdampfungstemperatur als Dampfdruckkurve von Wasser bei  $p_D = \text{konst.}$  bis zum „kritischen“ Punkt, oberhalb dessen sich Wasserdampf auch durch bel. hohen Druck (wie ein ideales Gas) nicht verflüssigen lässt. \*)  $p = 0.023$  bar ist z. B. bei 20 °C der Partialdruck des gesättigten Wasserdampfes in Luft.



Beispiel P2.3-2: Schmelzen und Verdampfen von Wasser: Bild P2.3-1. Bei  $p = 1.013 \text{ bar}$  und  $\vartheta = 100 \text{ °C}$  ist die Verdampfungswärme  $Q_V = 2257 \text{ kJ/kg} = 539 \text{ kcal/kg}$ .

Die Verdampfungsenthalpie ist die Verdampfungswärme  $Q_V$  bei  $p = \text{konst.}$  wegen  $\Delta Q = \Delta H$ , denn dann ist die Druckänderung Null, so dass wegen  $\Delta p = 0$  folgt, dass  $p \cdot \Delta V = \Delta(p \cdot V)$ . Damit ergibt sich

$$Q_V = \Delta Q = \Delta U + p \cdot \Delta V = \Delta U + \Delta(p \cdot V) = \Delta(U + (p \cdot V)) = \Delta H = H_V \quad (\text{P2.3-1})$$

Um die anziehenden Kohäsionskräfte zwischen den Wassermolekülen zu überwinden, die als *van der Waals*-Kräfte die „Wasserstoffbrücken“-Bindung bewirken, ist die Abtrennarbeit  $\Delta U$  nötig! Um den Dampf gegen den herrschenden Druck  $p$  zu expandieren, ist die mech. Expansionsarbeit  $p \cdot \Delta V$  nötig (Bild P2.3-3i)!

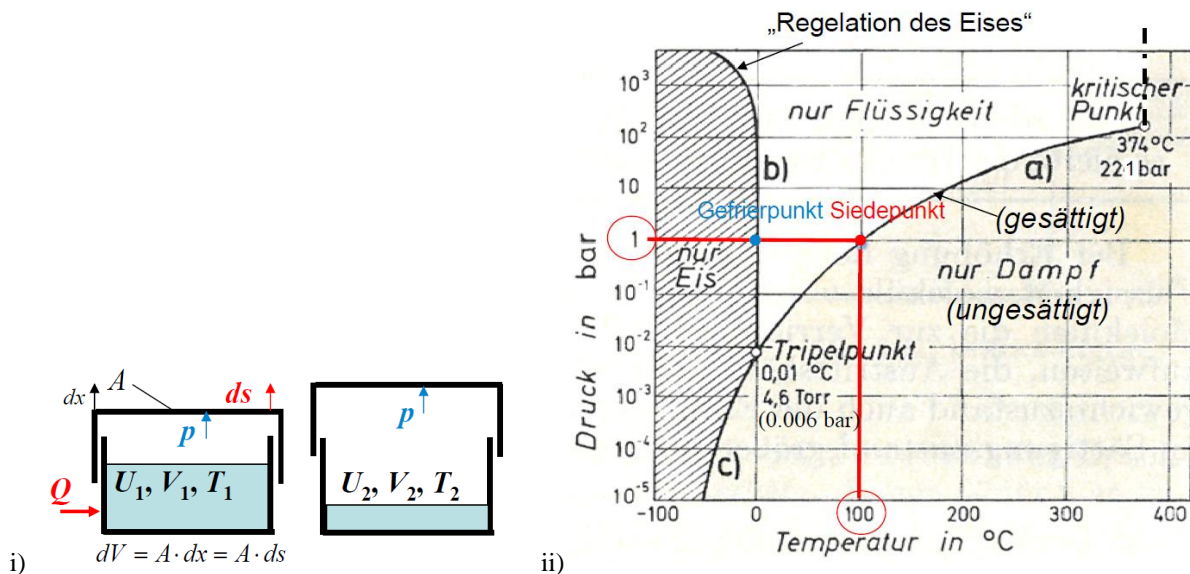


Bild P2.3-3: i) Verdampfen einer Flüssigkeit gegen konstanten Druck. Das Dampfvolmen muss expandieren, damit der Druck im Dampf konstant bleibt. Die erforderliche Verdampfungswärme  $Q_V$  muss auch die Expansionsarbeit des Dampfs verrichten, so dass  $Q_V$  höher ist als bei Verdampfen bei konstantem Dampfvolmen. ii)  $p$ - $\vartheta$ -Zustandsdiagramm des Wassers: a) Dampfdruckkurve (Siedepunktskurve): Flüssigkeit und gesättigter Dampf im Gleichgewicht; b) Schmelzpunktskurve (Erstarrungskurve): Bei Festkörpern ist die Schmelzpunktemperatur über weite Druckbereiche vom Druck unabhängig. c) Sublimationskurve: Direkter Übergang von Dampf zum festen Zustand. Tripelpunkt: „fest“, „flüssig“, „gasförmig“ gleichzeitig im dynamischen Gleichgewicht. Bei Normal-Luftdruck  $1.0133 \text{ bar}$  ist der Gefrierpunkt  $0 \text{ °C}$  und der Siedepunkt  $100 \text{ °C}$  (Quelle: Schreiner, Physik).

Bei „Normal-Luftdruck“  $p_0 = 1.013 \text{ bar}$  ist die Wasser-Siedetemperatur  $100 \text{ °C}$ . Dabei ist zur Überwindung der anziehenden Kohäsionskräfte eine Arbeit  $W_{ko} = 2088 \text{ kJ}$  nötig. Zusätzlich ist für die Expansion des Dampfs von  $V_1/m = 1 \text{ l/kg}$  auf das deutlich größere Sattdampf-Volumen  $V_2/m = 1673 \text{ l/kg}$  die Expansionsarbeit  $W_p$  nötig.

$$W_p = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p \cdot \int_{V_1}^{V_2} dV = p \cdot (V_2 - V_1) \quad (\text{P2.3-2})$$

$$W_p = 1.013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot (1673 - 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 169.4 \text{ kJ} \quad (\text{P2.3-3})$$

Die Verdampfungswärme des Wassers bei  $1.013 \text{ bar}$  und  $100 \text{ °C}$  ist die Summe  $Q_V = W_p + W_{ko} = (169.4 + 2088) \text{ kJ} = 2257.4 \text{ kJ}$ . Diese Verdampfungsenthalpie  $Q_V = H_V$  wurde für  $1.013 \text{ bar}$  empirisch für  $T = 273 \dots 473 \text{ K}$  ( $0 \dots 200 \text{ °C}$ ) ermittelt,

$$Q_V = H_V = 2779.7 - 51.6 \cdot \frac{T}{1000} - 3617.6 \cdot \left( \frac{T}{1000} \right)^2 \quad [Q_V] = \text{kJ}, \quad [T] = \text{K}, \quad (\text{P2.3-4})$$

so z.B.:  $Q_V(100 \text{ }^\circ\text{C}) = Q_V(393 \text{ K}) = 2257 \text{ kJ}$ .

Alle Werte in (P2.3-4) gelten für  $> 100 \text{ }^\circ\text{C}$  für Wasserdampf bei  $p > p_0$ , z. B.:  $180^\circ\text{C}$  bei einem Sättigungsdampfdruck  $p = 10 \text{ bar}$  gemäß der Dampfdruckkurve  $p_D(T_V)$  (Bild P2.3-3ii)! Wird „gesättigter“ Dampf von der Flüssigkeit getrennt und bei konstantem Volumen  $V$  (= konstante Molekülzahl  $N$ ) weiter erhitzt oder bei konstanter Temperatur  $T$  expandiert durch Volumenvergrößerung, so erhält man **überhitzten** (= **ungesättigten**) **Dampf**. Jeder Gaszustand im  $p$ - $T$ -Zustandsdiagramm (Bild P2.3-3ii), der unter der Dampfdruckkurve  $p_D(T_V)$  bzw.  $p_D(\vartheta_V)$  liegt, ist ungesättigter Dampf. Nur Werte auf der Dampfdruckkurve („Siedepunktskurve“)  $p_D(\vartheta_V)$  sind gesättigter Dampf. Das **Zustandsdiagramm** eines Stoffs gibt über die Druck-Temperatur-Verhältnisse beim Phasenübergang Auskunft (Bild P2.3-3ii für Wasser). Jener Zustand im Zustandsdiagramm, der über der Dampfdruckkurve  $p_D(\vartheta_V)$  liegt, ist „flüssig“, solange die **kritische Temperatur** nicht überschritten wird  $\vartheta < \vartheta_k$ ! Der „kritische Punkt“ ist das Wertepaar **kritische Temperatur  $T_k$  & kritischer Dampfdruck  $p_k$** . Dies ist das Ende der Dampfdruckkurve  $p_D(T_V)$  bzw.  $p_D(\vartheta_V)$  und ist bei Wasser  $p_k = 221 \text{ bar}$ ,  $\vartheta_k = 374 \text{ }^\circ\text{C}$ . Oberhalb der kritischen Temperatur  $T > T_k$  lässt sich der Dampf auch durch beliebig hohen Druck nicht verflüssigen, denn auf Grund dieser hohen Temperatur  $T > T_k$  sind die Moleküle im Mittel so schnell, dass die Kohäsionskräfte (*van der Waals*-Kräfte) nicht mehr ausreichen, die Moleküle zu einer Flüssigkeit zu verbinden. Daher werden oberhalb der kritischen Temperatur reale Gase in guter Näherung durch die Zustandsgleichung des idealen Gases beschrieben: Sie lassen sich nicht mehr durch Druckerhöhung verflüssigen! Ein reales Gas nähert sich dem Zustand des idealen Gases umso mehr, je höher seine Temperatur  $T$  über der kritischen Temperatur  $T_k$  liegt oder je geringer der Gasdruck  $p$  ist.

Die Schmelzpunktkurve (Erstarrungskurve: Eis und Wasser) zeigt, dass bei Festkörpern die Schmelzpunktemperatur über weite Druckbereiche vom Druck unabhängig ist. Bei sehr hohem Druck sinkt jedoch die Schmelzpunktemperatur („Regelation des Eises“). Bei tieferen Temperaturen (links von Kurve b)) kann nur der feste Zustand, bei höheren Temperaturen (rechts von b)) nur der flüssige Zustand existieren. Beim Übergang von Dampf direkt zum Festkörper (**Sublimation**) ist der Dampfdruck zwar sehr klein, aber verschwindet nicht. Reif ist sublimierter Wasserdampf. Umgekehrt heißt das, dass auch feste Körper Dämpfe entwickeln (z. B. das allmähliche Verschwinden von Mottenkugeln im Kleiderschrank).

Beim **Tripelpunkt** (Wasser:  $4.6 \text{ Torr} = 613.3 \text{ Pa}$  und  $0.01 \text{ }^\circ\text{C}$ ) treffen Siedepunkt-, Schmelzpunkt- und Sublimationskurve einander. Hier existieren die drei Aggregatzustände „fest“, „flüssig“ und „gasförmig“ gleichzeitig nebeneinander im dynamischen Gleichgewicht. Der Tripelpunkt des Wassers ist NICHT dessen **Gefrierpunkt**, der bei  $760 \text{ Torr} = 1.0133 \text{ bar}$  (also bei Normal-Luftdruck) und  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  auftritt. Auf Grund der polaren Wassermoleküle binden sich diese im Festkörper zunächst über die Wasserstoffbrückebindung, so dass die Wasserkristalle eine „luftige“ Struktur haben. Wasser dehnt sich somit beim Erstarren aus (**Anomalie** des Wassers). Deshalb erniedrigt sich auch bei erhöhtem Druck seine Schmelztemperatur (**Regelation** des Eises, Bild P2.3-3ii). Andere Stoffe ziehen sich beim Erstarren zusammen; ihr Schmelzpunkt wird durch höheren Druck erhöht. Dabei ist allgemein für alle Stoffe ein sehr hoher Druck nötig, um die Schmelztemperatur nennenswert zu verändern.

Die monoatomaren Edelgase He, Ne, Ar (Tab. P2.3-1) lassen sich bei „Zimmertemperatur“  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , die über der kritischen Temperatur dieser Gase liegt, durch Kompression nicht verflüssigen, wobei kritische Temperatur und Siedetemperatur umso niedriger sind, je geringer die Atommasse ist. Gleiches gilt für die biatomaren Gase  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ , die sich ebenfalls bei „Zimmertemperatur“  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  nicht durch Kompression verflüssigen

lassen. Auch ihre kritische Temperatur und Siedetemperatur liegen umso niedriger, je geringer ihre Molekülmassen im Vergleich zueinander sind. Da Luft zu ca. 78 % aus  $N_2$  und ca. 21 % aus  $O_2$  besteht, lässt sich Luft durch Druck bei 20 °C nicht verflüssigen. Flüssige Luft wird über das *Linde-Verfahren* verflüssigt, das den *Joule-Thomson-Effekt* nutzt.

Gas	He	Ne	Ar	$H_2$	$N_2$	$O_2$	$CO_2$
	1-atomig	1-atomig	1-atomig	2-atomig	2-atomig	2-atomig	3-atomig
	$m_{He} <$	$< m_{Ne} <$	$< m_{Ar}$	$m_{H_2} <$	$< m_{N_2} <$	$< m_{O_2}$	
$\vartheta_k / ^\circ C$	-268	-229	-122	-240	-147	-118	31
$\vartheta_V / ^\circ C$ *)	-269	-246	-186	-253	-183	-196	-78 **)

\*) bei  $p = 760 \text{ Torr} = 1.0133 \text{ bar}$ , \*\*) Sublimiert

Tabelle P2.3-1: Kritische Temperatur und Verdampfungstemperatur einiger Gase.

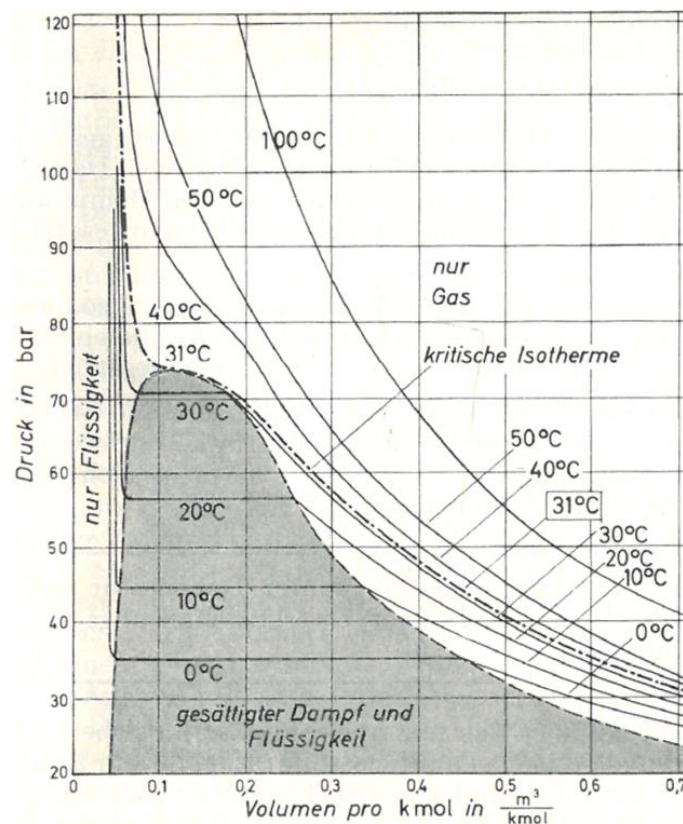


Bild P2.3-4: Druck-Volumendiagramm  $p(V)$  mit Isothermen ( $p$ - $V$ -Werte für konstante Temperatur  $T$ : Gemessene Kurven  $p(V)$  für das reale Gas Kohlendioxid für die Gasmenge 1 kmol (nach *Th. Andrews*) mit Verdampfung, Verflüssigung und gasförmigem Zustand [Sch]. Bei Temperaturen über 100 °C können die  $p(V)$ -Kurven näherungsweise von idealem Gas verwendet werden.

Kohlendioxid  $CO_2$  als dreiatomiges und damit im Vergleich zu den anderen genannten Gasen je Molekül schwereres Gas ist bei 20 °C durch Druck verflüssigbar (*Th. Andrews*, 1813-1885). Bild P2.3-4 zeigt die gemessenen Isothermen für ein 1 kmol Kohlendioxid. Oberhalb von 50 °C sind die  $p(V)$ -Kurven noch in guter Näherung Hyperbeln, so dass sich  $CO_2$  hier wie ein ideales Gas verhält. Bei 40 °C weicht die Isotherme schon merkbar von der Hyperbelform ab (Verhalten eines realen Gases). Bis zur **kritischen Isotherme** bei 31 °C lässt sich das Gas nicht durch Druckerhöhung verflüssigen. Der Druck steigt bei ca.  $0,05 \text{ m}^3/\text{kmol}$  steil an. Das Gas widersetzt sich einer weiteren Volumenverringerung ähnlich wie eine Flüssigkeit auf Grund des Eigenvolumens der Gasmoleküle. Unter 31 °C treten bei einer bestimmten Kompression z. B. auf  $0,45 \text{ m}^3$  bei 0 °C die ersten Anzeichen von Verflüssigung auf. Nun

bleibt bei weiterer Kompression der Gasdruck konstant auf dem Wert des Sättigungsdampfdrucks, während weiterer Dampf kondensiert, bis bei ca.  $0.05 \text{ m}^3$  der Dampf gänzlich verflüssigt ist. Eine weitere Kompression des Volumens ist kaum möglich, da die eng aneinander liegenden Flüssigkeitsmoleküle dies verhindern. Der Druck in der Flüssigkeit steigt steil an.

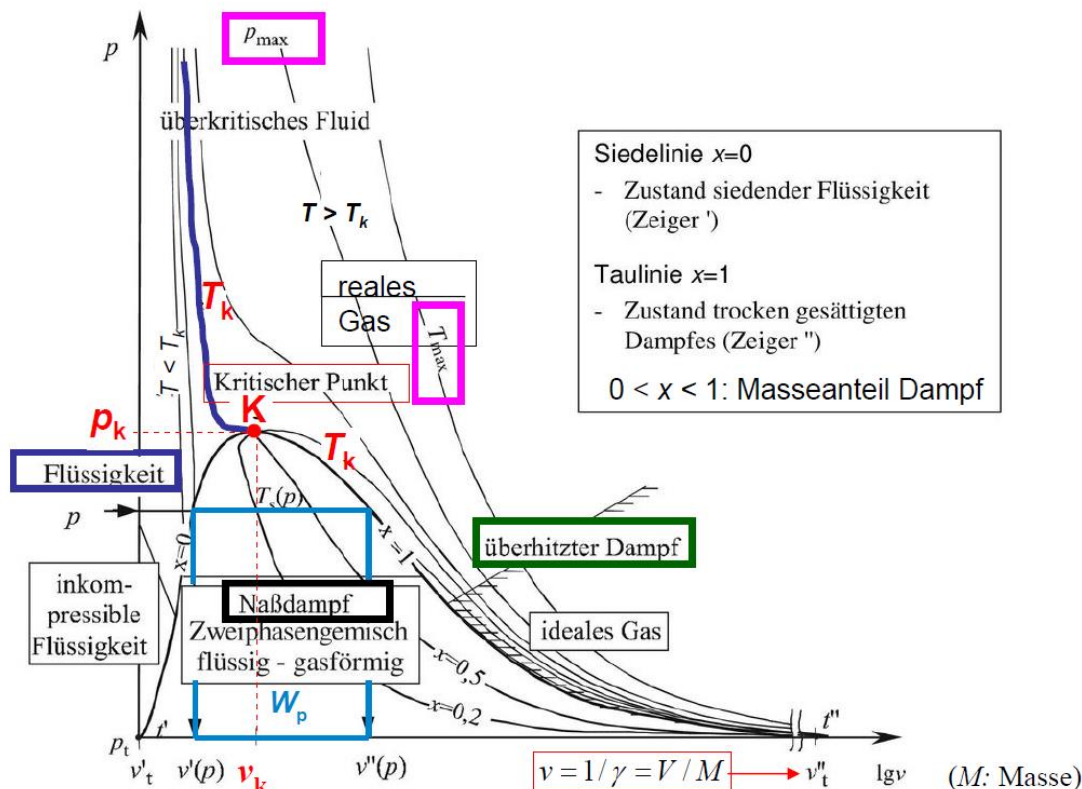


Bild P2.3-5: Wasser: „Druck-spezifisches Volumen“- $p$ - $v$ -Diagramm ( $p \leq p_{\max}$ ,  $T \leq T_{\max}$ ) (Quelle: Wikipedia.de).

In Bild P2.3-5 ist das schematische  $p$ - $v$ -Diagramm des Wassers für die Grenzen  $p \leq p_{\max}$  und  $T \leq T_{\max}$  analog zum Bild P2.3-4 dargestellt. Der „kritische Punkt“ hat den Index K:  $p_K = 221 \text{ bar}$ ,  $\vartheta_K = 374 \text{ °C}$ ,  $T_K = 647.15 \text{ K}$ , spezifisches Volumen  $v_k = 1/\gamma_k = 0.00318 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Im kritischen Punkt K verdampft die Flüssigkeit Wasser OHNE ein Nassdampfstadium, also OHNE „sprunghafte“ Volumenvergrößerung! Bei  $p < p_K$ ,  $T < T_K$  erfolgt die Verdampfung mit Nassdampfübergang bei konstantem Druck und konstanter Temperatur mit einer Volumenvergrößerung von  $V'$  auf  $V''$  bzw.  $v'$  auf  $v''$ !

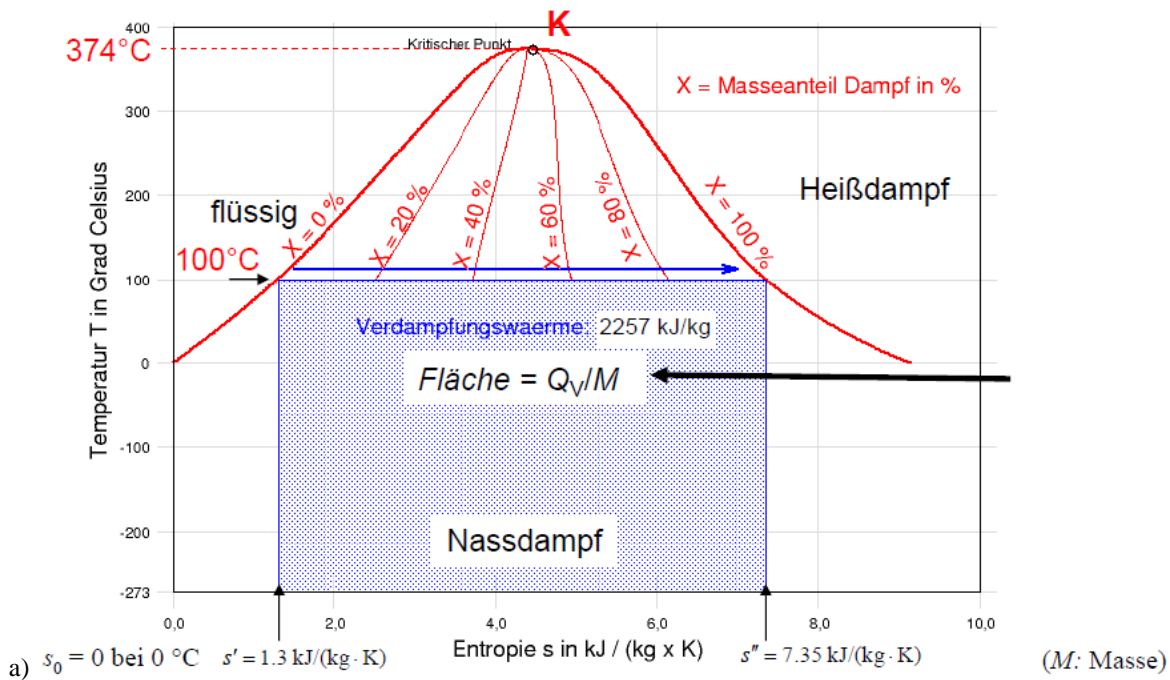
**Beispiel P2.3-3:** Verdampfen von 1 kg Wasser (= 1 Liter) bei  $p = 1.013 \text{ bar}$ ,  $100 \text{ °C}$  erhöht das Volumen von 1 Liter auf 1673 Liter: Die dafür erforderliche Expansionsarbeit  $W_p$  des Dampfs ist als Fläche in Bild P2.3-5 sichtbar:  $p = \text{konst.} : W_p = p \cdot (v'' - v') = 169.4 \text{ kJ/kg}$ .

Zugehörig zum  $p$ - $v$ -Diagramm ist in Bild P2.3-6 das  $T$ - $s$ -Diagramm des Wassers dargestellt. Im  $T$ - $s$ -Diagramm sind gemäß

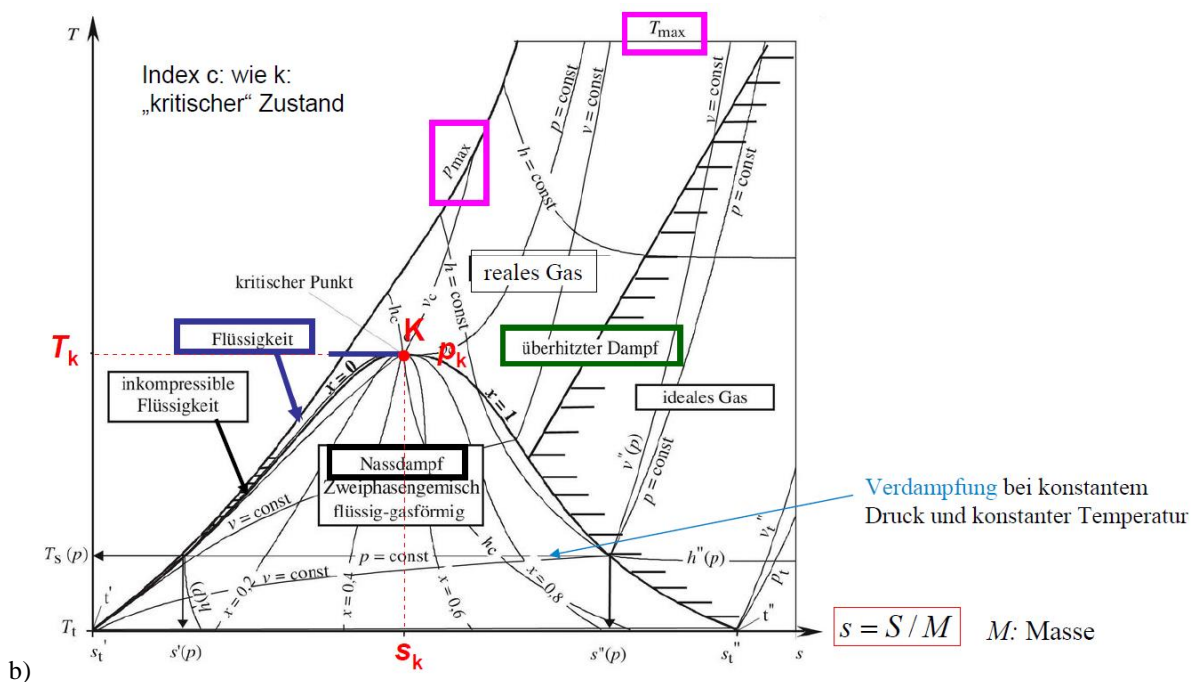
$$dS = \frac{dQ}{T} \Rightarrow \frac{Q}{m} = \int T \cdot \frac{dS}{m} = \int T \cdot ds, \quad Q/m = \int_{s_1}^{s_2} T(s) \cdot ds \quad (\text{P2.3-5})$$

die Wärmemengen  $Q$  als Flächen unter den  $T(s)$ -Kurven sichtbar! Für die Wasser-Verdampfung bei konstantem Druck 1.013 bar und konstanter Temperatur  $100 \text{ °C}$  ergibt sich somit die spezifische Verdampfungswärme als Fläche in Bild P2.3-6a:

$$Q_V/m = T \cdot (s'' - s') = 373 \cdot (7.35 - 1.3) \cdot 10^3 = 2257 \text{ kJ/kg}.$$



a)  $s_0 = 0$  bei  $0^\circ\text{C}$   $s' = 1.3 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$   $s'' = 7.35 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  ( $M$ : Masse)



b)

**Bild P2.3-6:**  $s$ - $s$ - bzw.  $T$ - $s$ -Diagramm des Wassers: a) Wasserverdampfung mit Zahlenangaben, b) schematische Darstellung für  $p \leq p_{\text{max}}$ ,  $T \leq T_{\text{max}}$  (Quelle: Wikipedia.de).

Im Bereich hoher Entropie ist der Wasserdampf „überhitzt“ und verhält sich als ideales Gas. In Bild P2.3-6b sind die Linien  $v = \text{const.}$ ,  $p = \text{const.}$ ,  $h = \text{const.}$  (massespezifische Enthalpie:  $h = H / m$ ) ergänzend dargestellt, wobei  $T(s)$  für  $v = \text{const.}$ ,  $p = \text{const.}$  im überhitzten Bereich die in Bild P2.2-1 beschriebenen e-Potenz-Kurven sind, während  $h \sim T$  bei  $T = \text{const.}$  ebenfalls konstant ist. Im Bereich des „realen“ Gases Wasserdampf mit den dort wirksam auftretenden intermolekularen Kräften nimmt  $T$  für  $h = \text{const.}$  wegen der dann größeren Expansionsarbeit zu. In Bild P2.3-7 sind die zu Bild P2.3-6b zugehörigen Kurven mit Zahlenangaben versehen. Die Sonderfälle bei Luftdruck 1 bar = 0.1 MPa a) „Wasserverdunstung“ bei  $20^\circ\text{C}$  (Dampfpartialdrucksättigungsdruck 0.023 bar), b) „Wassersieden“ bei  $100^\circ\text{C}$  und c) „Erwärmung“ des flüssigen Wassers von  $20^\circ\text{C}$  auf  $100^\circ\text{C}$  sind eingetragen. Die teilweise Wasserverdampfung im Druckkochtopf bei konstantem

spezifischem Volumen  $0.01 \text{ m}^3/\text{kg}$  und einer Temperaturerhöhung von  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  auf  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  (Kurve 1) und die vollständige isochore Verdampfung bei Erreichen von  $x = 1$  Dampfanteil (Kurve 2) bei ca.  $350 \text{ }^\circ\text{C}$  sind ebenso sichtbar wie das Verdampfen bei  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  (Sattdampfzeugung) im Kraftwerkskessel, Kurve 3, wobei eine große Volumenzunahme stattfindet. In allen drei Fällen steigt die spezifische Entropie  $s$ . Die Entspannung des überhitzten Dampfs bei gleichzeitiger Volumenzunahme und Druck- und Temperaturabnahme in den vielen Stufen einer wärmeisolierten Dampfturbine (Kurve 4) findet gemäß Bild P2.2-3 bei  $s = \text{konst.}$  statt, aber auf Grund der real nicht exakt adiabaten (isentropen) Entspannung (z. B. durch Reibungswärme!) doch mit einer gewissen  $s$ -Zunahme (polytrope Entspannung). Im Kondensator hinter der letzten Turbinenstufe werden durch das ca.  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  kalte Kühlwasser sehr große Dampfvolumina erreicht, so dass der o. g. Dampfpartialdrucksättigungsdruck  $0.023 \text{ bar}$ , also „Vakuum“ auftritt. Das zugehörige  $h$ - $s$ -Diagramm (Mollier-Diagramm) ist in Bild P2.3-8 zu sehen.

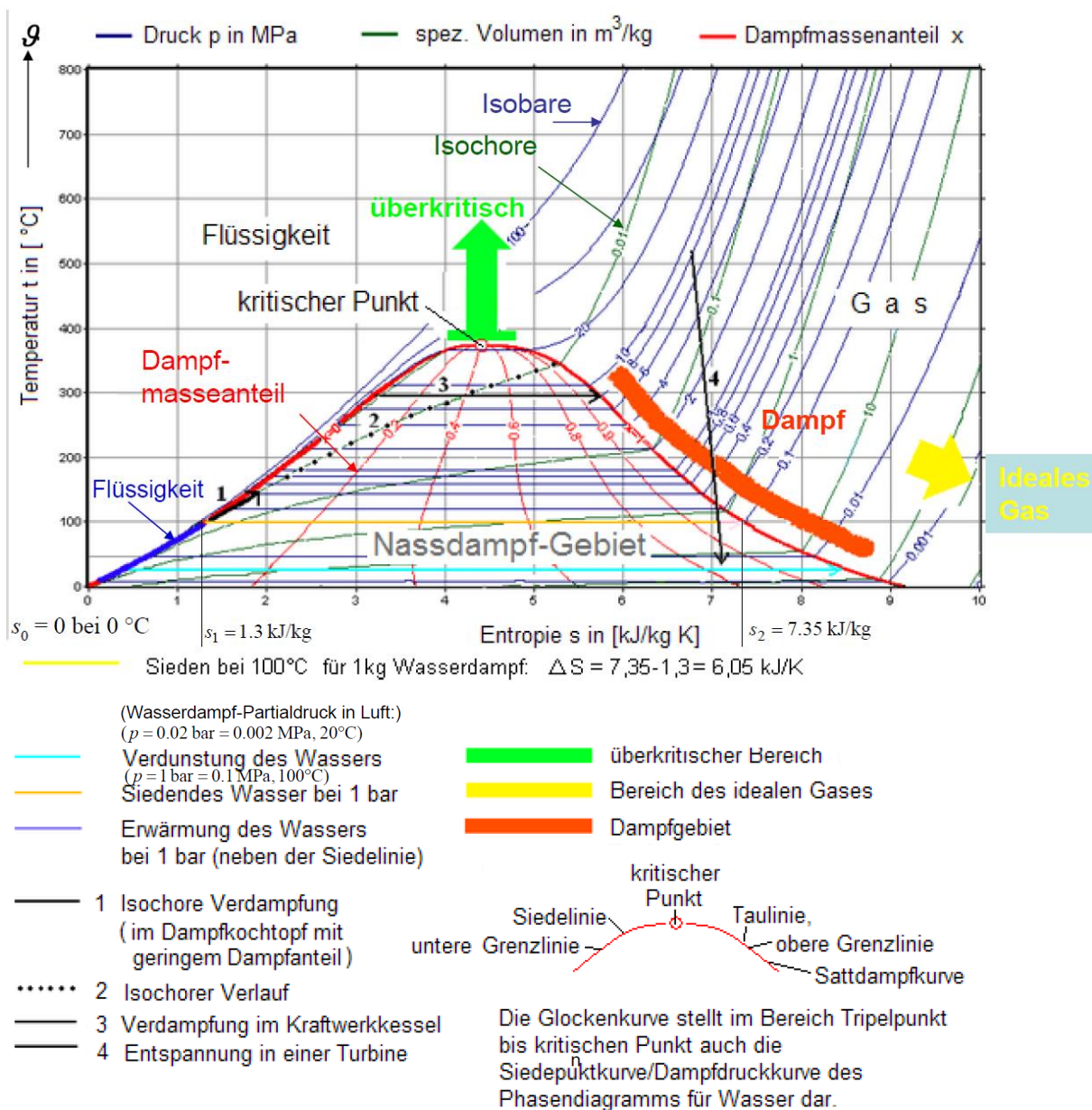


Bild P2.3-7:  $t$ - $s$ -Diagramm des Wassers mit Zahlenangaben für  $p \leq p_{\text{max}} = 10^8 \text{ Pa}$ ,  $t \leq t_{\text{max}} = 800 \text{ }^\circ\text{C}$  (Quelle: Wikipedia.de).

Als ideales Gas (überhitzter Wasserdampf) sind wegen  $\Delta h = c_p \cdot \Delta T$  das  $h$ - $s$ - und das  $T$ - $s$ -Diagramm ähnlich. Die in Bild P2.3-6b gezeigte Zunahme von  $T$  mit  $h = \text{konst.}$  für kleineres  $s$  bewirkt nun in diesem Bereich eine Stauchung, was zum charakteristischen Aussehen des *Mollier*-Diagramms führt. Als ideales Gas lesen wir aus Bild P2.3-8 die spezifische Wärmekapazität des überhitzten Wasserdampfs bei konstantem Druck ab, z. B. mit den Werten  $T = 1023 \text{ K}$ ,  $h = 4027 \text{ kJ/kg}$  und  $T = 373 \text{ K}$ ,  $h = 2675 \text{ kJ/kg}$ :

$$c_p = \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{4027 - 2675}{1023 - 373} = 2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

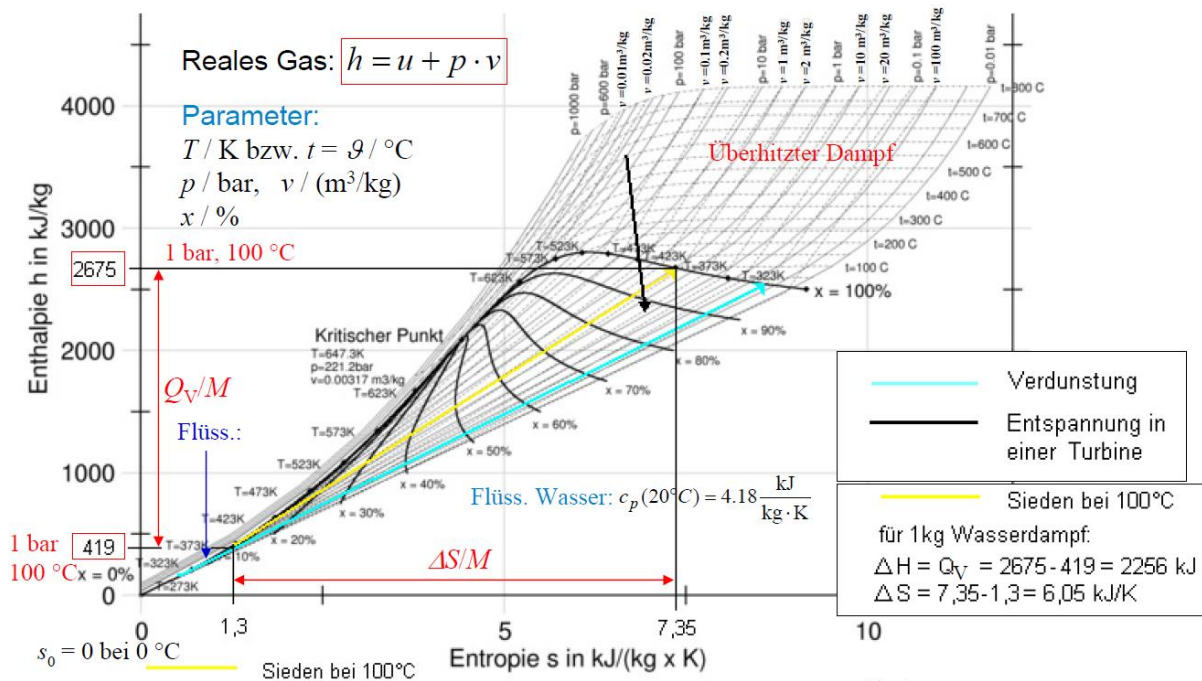


Bild P2.3-8:  $h$ - $s$ -Diagramm des Wassers (*Mollier*-Diagramm) (Masse-bezogen;  $M$ : Masse), mit Zahlenangaben für  $p \leq p_{\text{max}} = 10^8 \text{ Pa}$ ,  $\theta \leq \theta_{\text{max}} = 800 \text{ °C}$  (Quelle: Wikipedia.de).

Hingegen ist für niedrigere Temperaturen wegen der intermolekularen Kräfte  $\Delta h = c_p \cdot \Delta T$  NICHT mehr gültig. Es ist  $c_p$  deutlich höher, z. B.  $c_p(20^\circ\text{C}) = 4.18 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Für Sieden bei  $p = \text{konst.} = 1 \text{ bar}$  ist die Verdampfungswärme je Masse  $m$   $Q_v/m$  als Strecke auf der Ordinate sichtbar. Die dabei auftretende Entropieerhöhung  $\Delta s = 6.05 \text{ kJ}/(\text{K} \cdot \text{kg})$  ist sowohl in Bild P2.3-7 als auch Bild P2.3-8 auf der Abszisse sichtbar. Die Zunahme von  $h$  und  $s$  bei Verdunstung beim Dampfpartialdrucksättigungsdruck  $p = \text{konst.} = 0.023 \text{ bar}$ ,  $20^\circ\text{C}$ , ist eingetragen, ebenso die  $h$ -Abnahme bei Dampfentspannung in einer Dampfturbine, wobei die geringe Zunahme von  $s$  durch die o. g. nicht-adiabate (= „polytrope“) Entspannung bedingt ist.

## P2.4 Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung

### P2.4.1 Wärmeleitung

Die Leitung von Wärme erfolgt – wie beim 2. Hauptsatz der Thermodynamik erläutert – über Stöße der Moleküle in Gasen, aber auch über die Kopplung der Schwingungen benachbarter Atome im Kristallgitter eines Festkörpers. Ähnlich wie in einem Feder-Masse-System, wo viele regelmäßig gitterförmig im Raum angeordnete Massepunkte z. B. in allen drei Raumrichtungen mit anderen Massepunkten über masselose Federn verbunden sind, können die Atome im Kristall Schwingungen um ihre Ruhelage ausführen und über die

Kristallbindungskräfte diese Schwingungen und die damit verbundene Energie tw. auf benachbarte Atome übertragen. Dabei gehen der Wärmefluss und damit der Energietransport (mit extrem hoher Wahrscheinlichkeit) vom heißeren Ort (höherer Schwingungsenergie) zum kälteren Ort (niedrigerer Schwingungsenergie). Dies wird durch das **Fourier'sche Wärmeleitungsgesetz** (P2.4.1-1) beschrieben. Im einfachen Fall erfolgt der Wärmefluss entlang einer Linie vom heißeren Punkt 2 zum kälteren Punkt 1. In Bild P2.4.1-1a ist der Wärmefluss durch einen geraden Stab der Länge  $l$  und dem Querschnitt  $A$  dargestellt. Die Eigenschaft des Stoffs, aus dem der Stab besteht, wird durch den Stoffwert der **Wärmeleitfähigkeit**  $\lambda_{th}$  beschrieben. Die je Zeit transportierte Wärmeenergie  $\Delta Q$  ist die Wärmeleistung  $P_{th} = \Delta Q / \Delta t$  bzw.  $P_{th} = dQ / dt$  (Index th: thermisch).

$$\frac{P_{th}}{A} = \lambda_{th} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) / l = \lambda_{th} \cdot \Delta \vartheta / l \quad \text{mit} \quad \Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1. \quad (\text{P2.4.1-1})$$

Der Wärmestrom ist die Wärmeleistung  $P_{th}$  mit der Wärmestromdichte  $q_{th} = P_{th} / A$ . Der thermische Widerstand des Stabs zwischen den beiden Querschnittsebenen bei 2 und 1 ist

$$R_{th} = \frac{\Delta \vartheta}{P_{th}} \quad \Rightarrow \quad R_{th} = \frac{l}{\lambda_{th} A}. \quad (\text{P2.4.1-2})$$

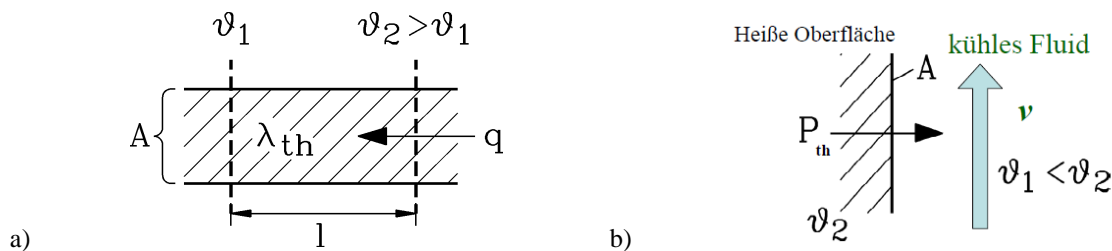


Bild P2.4.1-1: Transport der Wärmeenergie durch a) Wärmeleitung, b) durch Konvektion

Stoff	Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{th}$ W/(m·K)
Luft bei 20° / 50° / 100°C, 1 bar	0.024 / 0.028 / 0.031
Kupfer (20°C) (ele. Leiter)	380
Eisen (20°C) (ele. Leiter)	80
Polyamid-Flächenisolierstoff (ele. Isolator)	0.2
Epoxidharz (ele. Isolator)	0.3

Tabelle P2.4.1-1: Wärmeleitfähigkeit einiger technischer Stoffe.

Tabelle P2.4.1-1 zeigt, dass gute elektrische Leiter auch gute thermische Leiter sind, was vor allem für Metalle streng proportional gilt, da dort neben der Weitergabe der Schwingungsenergie der ortsfesten Atomrümpfe vor allem die im zwischenatomaren Bereich des Kristallgitters frei beweglichen Leitungselektronen auch ihre kinetische Translationsenergie durch Stöße weitergeben und damit die Wärmeleitung dominieren. Elektrische Isolatoren sind demgemäß auch schlechte Wärmeleiter.

#### Beispiel P2.4.1-1:

Elektrische Isolierung eines geraden ( $l = 380$  mm) Kupferleiters mit rechteckigem Querschnitt:  $h_Q \times b_Q = 69 \times 12.5$  mm, Isolierstoffdicke  $d = 2.7$  mm. Wie groß ist der Wärmewiderstand durch den Isolierstoff?

Antwort:

$$\text{Leiteroberfläche } A = (2 \cdot h_Q + b_Q) \cdot l = (2 \cdot 69 + 12.5) \cdot 380 = 57190 \text{ mm}^2,$$



$$\text{Wärmewiderstand } R_{\text{th}} = \frac{d}{\lambda_{\text{th}} A} = \frac{0.0027}{0.2 \cdot 0.05719} = \underline{\underline{0.236}} \text{ K/W.}$$

### P2.4.2 Konvektion

Die Wärmeleistung  $P_{\text{th}}$  wird von der heißen Oberfläche eines Körpers (Fläche  $A$ , Bild P2.4.1-1b) durch ein an dieser Oberfläche vorbeiströmendes kälteres Fluid (Flüssigkeit oder Gas) abgeführt. Da das kühlende Fluid um die Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta$  kühler ist, erwärmt sich das Fluid durch Wärmeleitung. Da es weiterströmt, nimmt es die Wärmeenergie mit, während weiteres kühles Fluid als „Kühlstrom“ nachströmt. Dieser Wärmeübergang an ein kühleres, strömendes Medium heißt konvektiver Wärmeübergang. Die **Wärmeübergangszahl  $\alpha$**  fasst summarisch alle beteiligten Effekte des Wärmeübergangs zusammen: Die Stoffeigenschaften des Fluids (z. B. Luft, Wasserstoffgas, Wasser, ...), also dessen Wärmeleitfähigkeit, seine spezifische Wärmekapazität, Dichte und Zähigkeit, aber auch die Strömungsgeschwindigkeit, der Druck und die Art der Strömung (laminar oder turbulent) über die *Reynolds-Zahl* (siehe Kap. G).

$$\frac{P_{\text{th}}}{A} = \alpha \cdot \Delta\vartheta \Rightarrow R_{\text{th}} = \frac{1}{\alpha A} \quad (\text{Newton's Gesetz}) \quad (\text{P2.4.2-1})$$

In Tabelle P2.4.2-1 sind Werte von  $\alpha$  für die Kühlung mit Luft beispielhaft angegeben, wobei ruhende Luft durch Erwärmung und damit Abnahme der Dichte leichter als die kalte Umgebungsluft wird und so durch den Auftrieb aufsteigt (**Thermosyphon-Wirkung**). Kalte Luft strömt unten nach. So kommt eine Luftzirkulation (**natürliche Konvektion**) mit geringer Geschwindigkeit  $v$  unter 0.5 m/s zustande. Bei **erzwungener Konvektion** über z. B. einen rotierenden Lüfter angetriebene Luftströmung sind deutlich höhere Luftgeschwindigkeiten möglich. Wasserstoffgas, Öl und Wasser haben im Vergleich zu Luft wegen der höheren spezifischen Wärmekapazitäten deutlich höhere Wärmeübergangszahlen bei sonst gleichen Strömungsgeschwindigkeiten  $v$ . Wasserstoffgas und Wasser werden daher bei großen Synchrongeneratoren (Kap. T, el. Spannungen  $U$  bis ca. 27 kV) zur Kühlung eingesetzt, Öl bei großen Transformatoren mit ihren deutlich höheren el. Spannungen  $U$  bis 1 MV (Kap. T), da es auch elektrisch isolierend wirkt.

Luft-Konvektion	$\alpha$ in W/(m <sup>2</sup> K), $v$ in m/s
Natürliche Konvektion ( $v = 0 \dots 0.5$ m/s)	8
Erzwungene Konvektion an blanker heißer metallischer Oberfläche	$\alpha = 15 \cdot v^{2/3}$
Erzwungene Konvektion an elektrisch isolierter heißer Oberfläche	$\alpha = 8 \cdot v^{3/4}$

Tabelle P2.4.2-1: Typische Wärmeübergangszahlen bei Luftkühlung (Zahlenwertgleichung!)

#### Beispiel P2.4.2-1:

Zwei parallele gerade ( $l = 614.8$  mm) elektrisch isolierte Kupferleiter mit jeweils rechteckigem Querschnitt  $h_Q \times b_Q = 34.5 \times 12.5$  mm, die elektrisch parallel geschaltet sind. Wie groß ist der Wärmewiderstand beider Leiter zur kühleren Luft, wenn diese mit  $v = 12$  m/s bzw.  $v = 43$  km/h vorbei strömt (erzwungene Konvektion)?

Antwort:

Leiteroberfläche  $A = 2 \cdot (h_Q + b_Q) \cdot l = 2 \cdot (34.5 + 12.5) \cdot 614.8 = 57791 \text{ mm}^2$ , bewegte Luft über elektrisch isolierter Oberfläche:  $\alpha = 8 \cdot v^{3/4} = 8 \cdot 12^{3/4} = 51.6 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ,

$$R_{\text{th}} = \frac{1}{\alpha \cdot A} = \frac{1}{51.6 \cdot 0.057791} = \underline{\underline{0.335}} \text{ K/W.}$$

### P2.4.3 Wärmestrahlung

Die **Wärmestrahlung** (siehe Kap. G) erlaubt, ohne wärmeleitenden Stoff Verlustwärme von einem Körper hin zu einer kühleren Umgebung zu transportieren. Die Abstrahlung einer Wärmeleistung  $P_{\text{th}}$  von einer heißen Oberfläche  $A$  mit der absoluten Temperatur  $T_2$  (in K) hin zum „unendlichen“ umgebenden kühleren Raum ( $T_1 < T_2$ ) wird durch

$$q = \frac{P_{\text{th}}}{A} = c_s \cdot (T_2^4 - T_1^4) \quad (\text{Stefan-Boltzmann-Strahlungsgesetz}) \quad (\text{P2.4.3-1})$$

beschrieben. Der ideale schwarze Strahler hat  $c_s = \sigma = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$  („Stefan-Boltzmann-Konstante“), während reale Körper geringere  $c_s$ -Werte aufweisen, so z. B. der „graue Strahler“ nur  $c_s = 5 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$  (Details siehe Kap. G).

#### Beispiel P2.4.3-1:

Von einem  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  heißen elektronischen Bauteil soll die Verlustwärme durch ein angebrachtes schwarzes Blech als „grauer“ Strahler sowohl a) über natürliche Konvektion mit  $\alpha = 7 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  als auch b) über Wärmestrahlung mit  $c_s = 5 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$  an die Umgebungsluft ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ) abgeführt werden. Wie groß sind die Wärmestromdichten a) und b)?

Antwort:

Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta = 80 \text{ K}$ ,  $T_2 = 20 + 273.15 = 293.15 \text{ K}$ ,

$T_1 = T_2 + \Delta\vartheta = 293.15 + 80 = 373.15 \text{ K}$ :

a)  $q = P_{\text{th}}/A = c_s \cdot (T_1^4 - T_2^4) = 5 \cdot 10^{-8} \cdot (373.15^4 - 293.15^4) = 600.1 \text{ W}/\text{m}^2$ ,

b)  $q = P_{\text{th}}/A = \alpha \cdot \Delta\vartheta = 7 \cdot 80 = 560 \text{ W}/\text{m}^2$ .

Beide Kühlmethoden tragen etwa in gleicher Weise zur Wärmeabfuhr bei. Bei erzwungener Konvektion ist diese wesentlich wirksamer als die Strahlungskühlung, da berührbare technische Objekte durch konstruktive Maßnahmen aus Sicherheitsgründen meist nicht heißer als  $100 \dots 200 \text{ }^\circ\text{C}$  sind. Oberflächen, die von Menschen zufällig berührt werden können, sollen Temperaturen von  $60 \text{ }^\circ\text{C}$  nicht überschreiten (Vermeiden der Verbrennungsgefahr!).

### P2.5 Kreisprozesse

**Kreisprozesse** sind periodische („zyklische“) Abfolgen von Zustandsänderungen eines abgeschlossenen Systems zwischen zwei Temperaturniveaus  $T_{\text{kalt}}$  und  $T_{\text{heiß}}$ . Der theoretisch maximal mögliche Wirkungsgrad für die Umwandlung von **Wärme in Arbeit** ist bei einem solchen Kreisprozess der CARNOT-Wirkungsgrad (*Sadi CARNOT, Frankreich*).

$$\eta_{\text{C}} = 1 - (T_{\text{kalt}}/T_{\text{heiß}}) \quad (\text{P2.5-1})$$

Im Verlauf dieser Zustandsänderungen wird

a) mechanische Arbeit zugeführt  $W_{\text{zu}}$  bzw. verrichtet  $W_{\text{ab}}$   
und

b) Wärme zugeführt  $Q_{\text{zu}}$  bzw. abgegeben  $Q_{\text{ab}}$ .

Wesentliches **Merkmals** eines **Kreisprozesses** ist, dass nach dem Durchlaufen des Kreisprozesses alle Zustandsgrößen z. B.  $p$ ,  $V$ ,  $T$  des abgeschlossenen Systems wieder ihre Ausgangswerte annehmen. Daher gilt:

a) Die Differenz der Druckerarbeiten  $\Delta W_{\text{D}}$  ist Null und somit die mechanische Arbeit  $W$  identisch mit der technischen Arbeit  $W_t$

b) Da Anfangszustand und Endzustand eines Zyklus bezüglich der Zustandsgrößen identisch sind, ist auch die Differenz der Zustandsgröße „Entropie“ zwischen Anfang und Ende Null: Entropieänderung  $\Delta S/\text{Zyklus} = 0!$  Dies gilt nur für den idealen (= verlustfreien) Kreisprozess. Da  $\Delta S = 0$  ist, ist der ideale Kreisprozess auch reversibel, kann also in umgekehrter Richtung ablaufen.

Beim realen Kreisprozess tritt Verlustwärme auf, so dass  $\Delta S/\text{Zyklus} > 0$  ist. Reale Kreisprozesse können daher zwar – je nach Prozesstyp – auch in umgekehrter Richtung ablaufen, sind aber wegen der verloren gegangenen Verlustwärme nicht „ideal reversibel“!

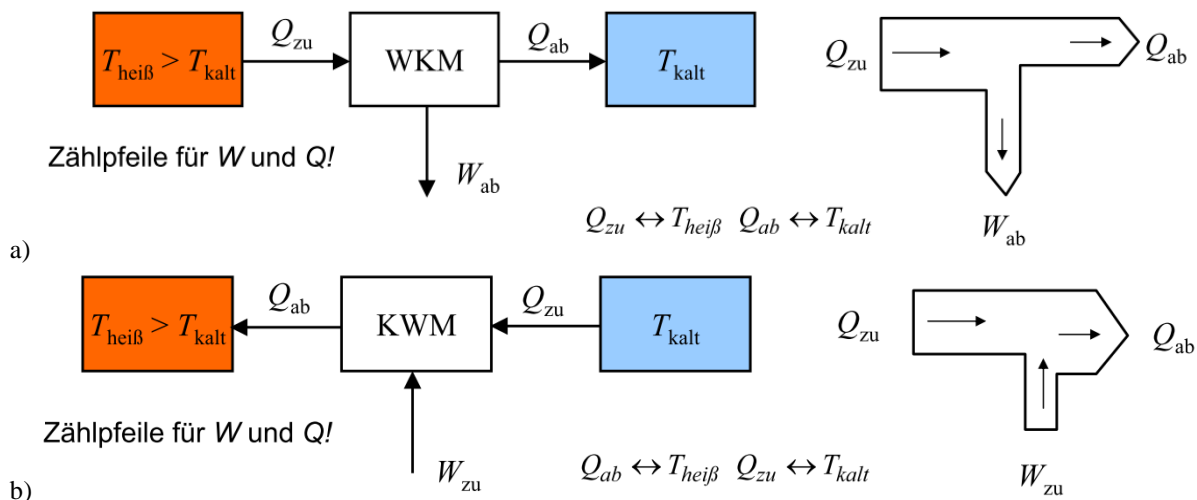


Bild P2.5-1: a) Wärmekraftmaschine (z. B.: Verbrennungskraftmotor), b) Kraftwärmemaschine (z. B.: Wärmepumpe, Kühlaggregat oder Kühlschrank).

Jede Wärmekraftmaschine verwandelt an der Heiße Seite  $T_{\text{heiß}}$  zugeführte Wärmeenergie  $Q_{\text{zu}}$  durch Expansion eines Arbeitsgases in mechanische Arbeit  $W_{\text{ab}}$  (Bild P2.5-1a), aber nicht vollständig, so dass selbst bei idealen Verhältnissen (= verlustfrei) noch Wärme  $Q_{\text{ab}}$  an der Kaltseite  $T_{\text{kalt}}$  abgegeben wird. Bei verlustfreien Zustandsänderungen zwischen zwei Zuständen 1 und 2 ändert sich (siehe oben) die Entropie nicht.

$$\Delta S = \Delta S_1 - \Delta S_2 = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (\text{P2.5-2})$$

Daher gilt  $Q_1/Q_2 = T_1/T_2$ ! Wird daher der Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschine (WKM) als je zugeführter Wärmemenge gewonnene mechanische Arbeit

$$\eta_C = W_{\text{ab}}/Q_{\text{zu}} = (Q_{\text{zu}} - Q_{\text{ab}})/Q_{\text{zu}} = 1 - (Q_{\text{ab}}/Q_{\text{zu}}) \quad (\text{P2.5-3})$$

definiert, so ist bei der idealen (= verlustfreien) WKM der Wirkungsgrad maximal und dann wegen  $Q_{\text{ab}}/Q_{\text{zu}} = T_{\text{kalt}}/T_{\text{heiß}}$  der in (P2.5-1) erwähnte CARNOT-Wirkungsgrad. Wird umgekehrt aus zugeführter mechanischer Arbeit  $W_{\text{zu}}$  und zugeführter Wärme  $Q_{\text{zu}}$  aus der Kaltseite  $T_{\text{kalt}}$  eine erhöhte Wärmemenge  $Q_{\text{ab}}$  an der Heiße Seite  $T_{\text{heiß}}$  gewonnen, also Arbeit in Wärme gewandelt (Kraftwärmemaschine, KWM, Bild P2.5-1b), so können zwei unterschiedliche Ziele verfolgt werden:

**1) Kühlung eines Objekts:** Die KWM arbeitet als „Kältemaschine“. Die Nutzwärme ist der Entzug dieser Wärmeenergie  $Q_{\text{zu}}$  aus dem Objekt („Kühlgut“, Kaltseite  $T_{\text{kalt}}$ ). Der Wirkungsgrad ist daher die je zugeführter Arbeit  $W_{\text{zu}}$  abgeführte Wärmemenge  $Q_{\text{zu}}$  aus dem Kühlgut und ist im Idealfall (verlustfreier Vorgang) mit  $Q_{\text{ab}}/Q_{\text{zu}} = T_{\text{heiß}}/T_{\text{kalt}}$

$$\eta_{C,KWM} = Q_{\text{zu}}/W_{\text{zu}} = Q_{\text{zu}}/(Q_{\text{ab}} - Q_{\text{zu}}) = 1/((Q_{\text{ab}}/Q_{\text{zu}}) - 1) = 1/((T_{\text{heiß}}/T_{\text{kalt}}) - 1). \quad (\text{P2.5-4})$$

**2) Heizung eines Objekts:** Die KWM arbeitet als „Wärmepumpe“ WP. Die Nutzwärme ist die abgegebene Wärmeenergie  $Q_{\text{ab}}$  an der Heiße Seite  $T_{\text{heiß}}$  an das zu heizende Objekt. Der Wirkungsgrad ist daher die je zugeführter Arbeit  $W_{\text{zu}}$  der Heiße Seite zugeführte Wärmemenge  $Q_{\text{zu}}$  und ist im Idealfall (verlustfreier Vorgang) mit  $Q_{\text{ab}}/Q_{\text{zu}} = T_{\text{heiß}}/T_{\text{kalt}}$

$$\eta_{C,WP} = Q_{\text{ab}}/W_{\text{zu}} = Q_{\text{ab}}/(Q_{\text{ab}} - Q_{\text{zu}}) = 1/(1 - (Q_{\text{zu}}/Q_{\text{ab}})) = 1/(1 - (T_{\text{kalt}}/T_{\text{heiß}})). \quad (\text{P2.5-5})$$

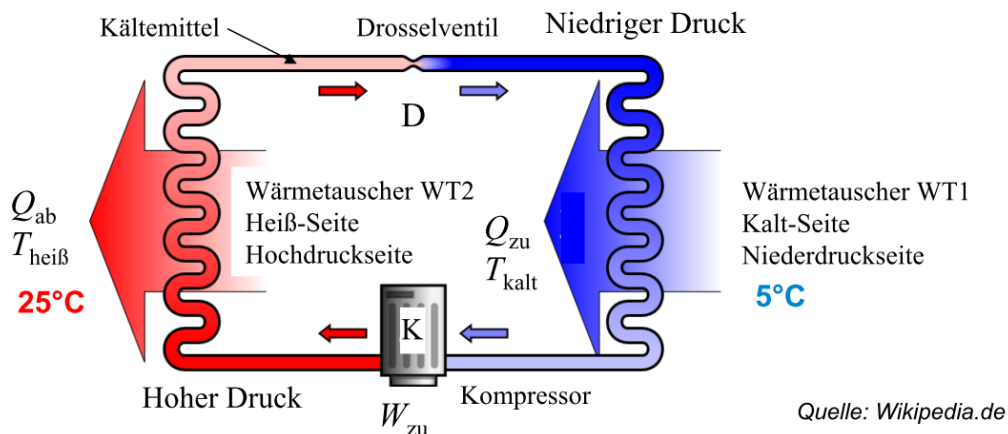
Damit sind die maximal möglichen Wirkungsgrade der KWM als CARNOT-Wirkungsgrad (P2.5-4) und (P2.5-5) hergeleitet.

**Beispiel P2.5-1:** KWM als Kompressor-Kühlschrank (Bild P2.5-2)

1) Ein unter Druck  $> 1$  bar flüssiges Kältemittel (z.B. Ammoniak  $\text{NH}_3$ , Siedepunkt  $-33^\circ\text{C}$  bei 1 bar, aber giftig!) verdampft bei verringertem Druck, der sich nach dem Drosselventil D einstellt), und nimmt dabei an der Kaltseite im Wärmetauscher WT1 die dazu erforderliche Verdampfungswärme  $Q_v$  als  $Q_{zu}$  aus dem Kühlgut auf.

2) Der mech. angetriebene Kompressor (mech. Arbeit  $W_{zu}$ ) verdichtet  $p \uparrow$  und verflüssigt dabei den Kältemittel-Dampf, so dass dessen Temperatur durch die Kompressionswärme ansteigt  $T \uparrow$ . Dabei gibt dieser die infolge der Verflüssigung frei werdende Verdampfungswärme  $Q_{zu}$  und die Kompressionswärme  $W_{zu}$  als Wärme  $Q_{ab}$  im Wärmetauscher WT2 an die kühlere Umgebungsluft ( $25^\circ\text{C}$ ) ab.

3) Am Drosselventil D tritt das flüssige Kältemittel wieder in den Bereich niedrigen Drucks, so dass es unter Wärmeaufnahme  $Q_{zu}$  aus dem Kühlgut (Druckabfall) wieder verdampft, womit der Kreisprozess erneut beginnt.



**Bild P2.5-2:** Kompressorkühlschrank als Beispiel einer Kraftwärmemaschine.

So sind z. B. bei  $\vartheta_{\text{kalt}} = 5^\circ\text{C}$  und  $\vartheta_{\text{heiß}} = 25^\circ\text{C}$  die absoluten Temperaturen  $T_{\text{kalt}} = 278$  K,  $T_{\text{heiß}} = 298$  K, was einen CARNOT-Wirkungsgrad

$\eta_{C,KWM} = Q_{zu}/W_{zu} = 1/((T_{\text{heiß}}/T_{\text{kalt}}) - 1) = 1/((298/278) - 1) = 13.9 > 1$  ergibt. Für 13.9 W abgeführte Wärmeleistung auf der Kaltseite sind zumindest 1 W Kompressorleistung nötig. Real ist wegen der Verluste wie z. B. der Reibungswärme eine deutlich höhere Kompressorleistung nötig (typisch 10-fach bei kleinen Leistungen im unteren kW-Bereich).

Als Beispiel einer KWM für Heizzwecke wird die „**Wärmepumpe**“ WP genannt, die bevorzugt als Niedrigtemperaturheizung (z. B. Fußbodenheizung) zum Einsatz kommt und als „umgekehrter“ Kühlschrank arbeitet. Die Nutzseite ist im Gegensatz Bild P2.5-2 die Heißseite als Heizung mit  $Q_{ab}$ . In einem „Zwei-Kreis-System“ (Bild P2.5-3) fließt im Kreislauf 1 durch Kompressorantrieb K das Kältemittel, das wie beim Kühlschrank eine niedrige Verdampfungstemperatur (Siedepunkt) haben soll, z. B. fluorierte Kohlenwasserstoffe (FKW). Freigesetzte FKW haben ein gegenüber  $\text{CO}_2$  4.4-faches Rückhaltevermögen für von der Erde abgegebene Wärme im Infrarotbereich (Global warming potential GWP = 4.4.). Deshalb werden u. A. auch  $\text{CO}_2$  (Siedepunkt  $-78^\circ\text{C}$  bei 1 bar), Propan und Ammoniak  $\text{NH}_3$  (Siedepunkt  $-33^\circ\text{C}$  bei 1 bar, giftig!) eingesetzt. Die früher verwendeten Fluor-Chlor-Kohlenwasserstoffe (FCKW) zersetzen das gegen UV-Einstrahlung schützende Ozon  $\text{O}_3$  in der Atmosphäre und dürfen deshalb nicht mehr in Neuanlagen eingesetzt werden. Die

Wärmepumpe als „umgekehrter“ Kühlschrank kühlt einen Wärmespender über das Kältemittel mit der dem Spender entzogenen und dem Kältemittel zugeführten Wärme  $Q_{zu}$  ab. In Bild P2.5-3 wird z. B. die Außenluft in einem Luft-Wärme-Tauscher abgekühlt, wobei das kältere Kältemittel durch diese Wärmezufuhr  $Q_{zu}$  verdampft. Durch Kompression  $K$  wird diese Verdampfungswärme gemeinsam mit der Kompressionswärme  $W_{zu}$  als Wärme  $Q_{ab}$  im Inneren des Hauses in einem zweiten Wärmetauscher freigesetzt und an einen zweiten Kreislauf, den Heizwasser- und Brauchwasserkreislauf für die Zentralheizung bzw. Fußbodenheizung und die Warmwassernutzung (Dusche etc.) abgegeben. Über das Drosselventil  $D$  wird das Kältemittel wieder auf niedrigen Druck entspannt.

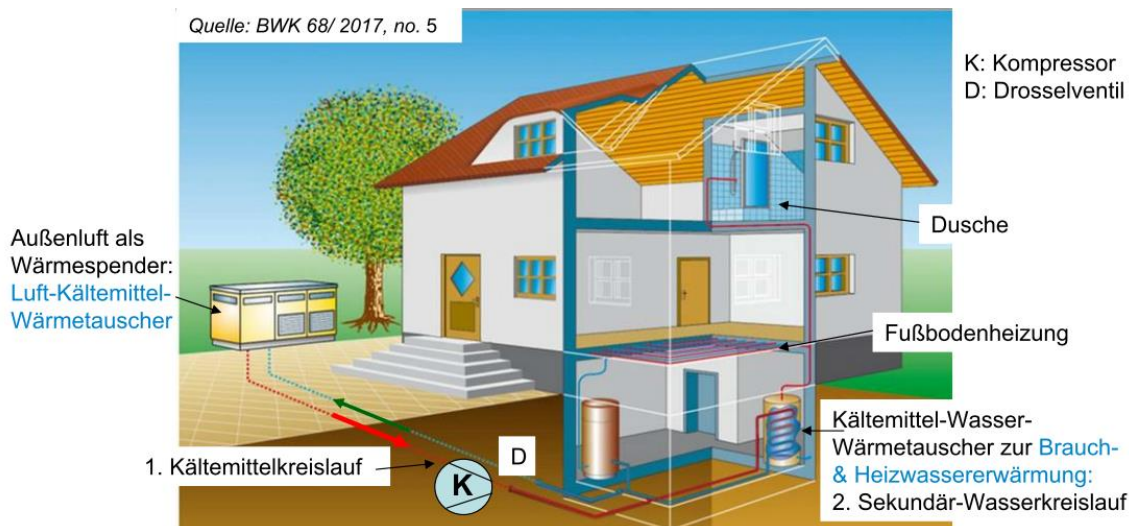


Bild P2.5-3: KWM als „Wärmepumpe“ für z. B. eine Niedrigtemperaturheizung.

### Beispiel P2.5-2: KWM als Wärmepumpe

Eine das Grundwasser abkühlende Wärmepumpe soll eine Fußbodenheizung betreiben. Die erforderliche Kompressorleistung  $P = W_{zu}/t$  komprimiert das Kältemittel, so dass die vom Grundwasser (Temperatur  $\vartheta_{kalt} = 10\text{ °C}$  bzw.  $T_{kalt} = 283.15\text{ K}$ ) entnommene Wärme  $Q_{zu}$  gemeinsam mit  $W_{zu}$  als Nutzwärme  $Q_{ab}$  bei  $\vartheta_{heiß} = 50\text{ °C}$  ( $T_{heiß} = 323.15\text{ K}$ ) auf den Heizwasserkreislauf übertragen wird. Die Heizung empfängt somit im Idealfall die Nutzwärme als Heiz-Wärme  $Q_{ab} = W_{zu} + Q_{zu}$ . Der CARNOT-Wirkungsgrad (P2.5-5) wird als CARNOT-Leistungszahl  $COP_C$  (Coefficient of performance CARNOT) bezeichnet.

$$COP_C = \eta_{C,WP} = Q_{ab}/W_{zu} = 1/(1 - (T_{kalt}/T_{heiß})). \quad (P2.5-6)$$

$$COP_C = \eta_{C,WP} = 1/(1 - (283.15/323.15)) = 8.1$$

Gemäß S. CARNOT benötigt der ideal reversible Wärmepumpenprozess für  $Q_{ab}/t = 8.1\text{ W}$  Heizwärmeleistung (zumindest)  $1\text{ W}$  Kompressorleistung. Real treten Wärmeverluste auf, so dass die „echte“ Leistungszahl  $COP$  (coefficient of performance) deutlich kleiner ist:

$$COP = k \cdot COP_C, \quad k < 1 \quad . \quad (P2.5-7)$$

Die Größe der Verlustwärme hängt von der Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_{heiß} - T_{kalt}$ , von  $T_{kalt}$  selbst und von der Kompressorleistung  $P = W_{zu}/t$  ab.

$$COP = k(\Delta T, \vartheta_{kalt}, P) \cdot \eta_{C,WP} \quad \Delta T = T_{heiß} - T_{kalt} \quad (P2.5-8)$$

Die Größe  $k < 1$  hat typische Werte  $k \approx 0.5 \dots 0.55$  für  $\Delta T = 40\text{ K}$ ,  $\vartheta_{kalt} = 10\text{ °C}$  und  $P \approx 1 \dots 10\text{ kW}$ .

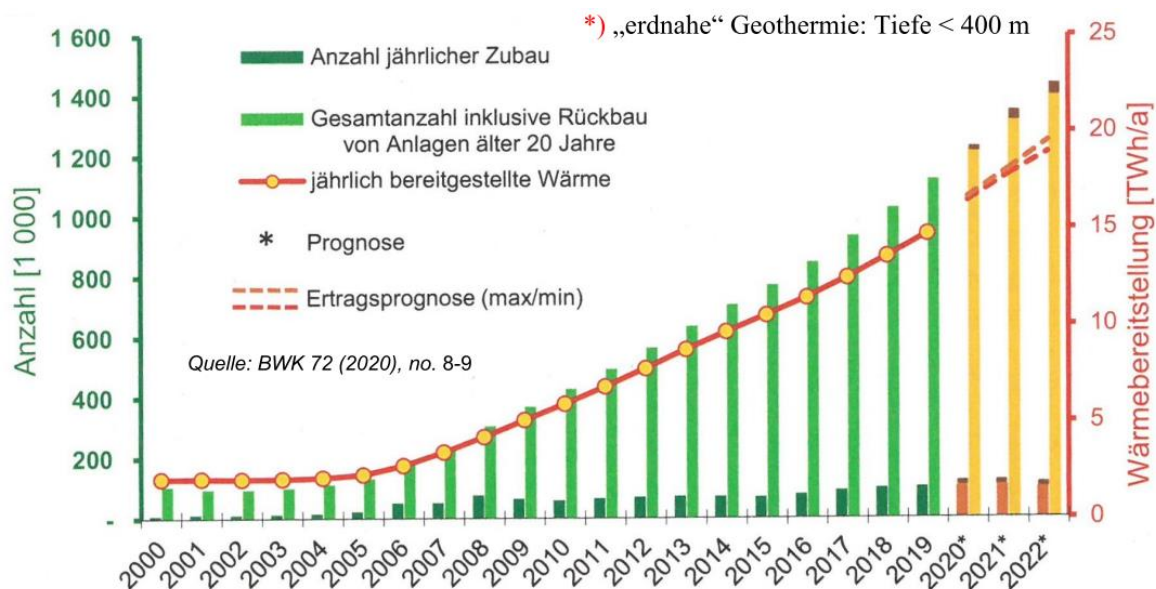
$$COP = k \cdot COP_C = 0.55 \cdot 8.1 = 4.5$$

Es wird somit real  $1\text{ W}$  Kompressorleistung benötigt, um  $4.5\text{ W}$  Heizleistung bereitzustellen. Für  $Q_{ab} = 4.5\text{ kWh}$  Heizwärme (bei  $50\text{ °C}$  Vorlauftemperatur  $T_{heiß}$  der Heizung) berechnen wir mit  $\eta_{C,WP} = Q_{ab}/W_{zu} = 4.5$  eine erforderliche mech. Energiezufuhr

$$W_{zu} = Q_{ab}/4.5 = 4.5\text{ kWh}/4.5 = 1\text{ kWh},$$

die über den E-Motor, der den Kompressor K antreibt, dem öffentlichen el. Netz entnommen wird. Es wird somit  $Q_{zu} = Q_{ab} - W_{zu} = 4.5 - 1 = 3.5$  kWh an Grundwasserwärme benötigt, so dass nur der kleinere Teil der Heizwärme  $Q_{ab}$  aus der el. zugeführten Kompressorenergie  $W_{zu} = P \cdot t = 1$  kWh stammt.

Die energetische Gesamtbetrachtung bei ausschließlicher Verwendung thermischer Kraftwerke mit einem mittleren Kraftwerkswirkungsgrad 38 % und einem Wirkungsgrad der el. Netzübertragung 92 % ergibt einen Wirkungsgrad für die Brennstoffnutzung zur Bereitstellung der el. Energie  $\eta = 0.38 \cdot 0.92 = 0.35 = 35$  %. Für 1 kWh Kompressorenergie ist dann eine Primärenergie  $1/0.35 \times 1$  kWh = 2.86 kWh nötig. Würde diese Primärenergie 2.86 kWh direkt vor Ort zur Beheizung des Hauses anstelle der WP genutzt (mit  $\eta_{Heiz} = 0.95$ ), so ergäbe dies eine Heizungsenergie  $2.86$  kWh  $\times 0.95 = 2.71$  kWh, was deutlich weniger ist als bei Einsatz der WP mit 4.5 kWh. Der energetische Vorteil der Wärmepumpe ist somit 66% ( $4.5$  kWh/ $2.71$  kWh = 1.66), so dass der großflächige Einsatz von WP energetisch sinnvoll ist. In *Deutschland* nimmt der Einsatz von WP derzeit stetig zu (Bild P2.5-4).



**Bild P2.5-4:** Energiegewinnung mit Wärmepumpen in *Deutschland*: Art der Wärmespender: 20 % Erdreich („Erdkopplung“) aus „erdnahe“ Geothermie mit Tiefen < 400 m \*), 80 % Umgebungsluft und Grundwasser („Luft- oder Grundwasser-Kopplung“).

Nach diesem Exkurs zu Kraftwärmemaschinen widmen wir uns ab nun den Wärmekraftmaschinen (WKM). Jede Wärmekraftmaschine verwandelt zugeführte Wärmeenergie  $Q_{zu}$  an der Heißseite durch **Expansion** eines Arbeitsgases in **mechanische Arbeit**  $W_{ab}$ .

WKM mit Kreisprozess werden unterschieden in

**a) Heißgasmaschinen,**

**b) Verbrennungskraftmaschinen.**

WKM mit einem offenem Prozess sind die **thermischen Turbomaschinen**, deren Arbeitsvorgang selbst kein Kreisprozess ist.

**a) Dampfturbinen:** Sie sind in den Dampfkreislauf im Kraftwerk, das ist der Kraftwerkskreisprozess (*Clausius-Rankine-Prozess*), eingebunden.

**b) Gasturbinen:** Es tritt kein Kreisprozess auf.

Bei **Heißgasmaschinen** wird ein in einem Zylinder eingeschlossenes und komprimiertes „Arbeitsgas“ (z. B. Luft) zyklisch von außen (z. B. durch Sonnenwre, ggf. ber eine Linse fokussiert) erwärmt. Es expandiert und bewegt dabei einen Kolben, wobei es sich abkühlt.

Damit verrichtet es mech. Arbeit und wird danach wieder komprimiert. Das Arbeitsgas verbleibt stets im Zylinder und wird chemisch nicht verändert. Das Arbeitsmedium ist somit ein „abgeschlossenes“ Gas. Der Arbeitsprozess ist umkehrbar, wie z. B. die *Stirling*-Maschine als Motor und Kältemaschine. Die technische **Bedeutung** der Heißgasmaschinen liegt bei der Anwendung als Kältemaschinen, also besser „Kaltgas“-Maschinen. Typische Kreisprozesse sind der *Stirling*-Kreisprozess oder der *Gifford-MacMahon*-Kreisprozess. Sie werden in der Energietechnik z. B. zur Stickstoffverflüssigung (LN<sub>2</sub>, Siedepunkt bei 1 bar: -196 °C) eingesetzt. Mit LN<sub>2</sub> werden z. B. „Hochtemperatur-Supraleiter“-Kabel auf ihre erforderliche niedrige Betriebstemperatur -196 °C gekühlt. Als WKM haben Heißgasmaschinen wegen ihres niedrigen CARNOT-Wirkungsgrads nur geringe Bedeutung und werden daher kaum als Antrieb eingesetzt.

Bei **Verbrennungskraftmaschinen** wird Luft in einen Zylinder über ein Einlassventil eingesaugt und komprimiert. Benzin- oder Dieselmotorkraftstoff wird eingespritzt, das Gemisch gezündet, verbrannt und über die Verbrennungswärme aufgeheizt. Das heiße Rauchgas expandiert über einen bewegten Kolben mit Arbeitsverrichtung, kühlt dabei ab und wird beim erneuten „Komprimieren“ über das Auslassventil „ausgepufft“. Danach erfolgt die Ansaugung der nächsten Arbeitsgasmenge. Das Arbeitsgas im Zylinder wird chemisch verändert (Verbrennung) und ständig ausgetauscht. Der Arbeitsprozess ist folglich NICHT umkehrbar. Das Arbeitsmedium ist mit Luft verbrannter Kraftstoff, das je Zyklus zu- und abgeführt wird, wobei im *Diesel*-Motor der „Diesel“-Kraftstoff „Heizöl leicht“ eingesetzt wird, im *Otto*-Motor der Kraftstoff „Benzin“ (überwiegend Oktan), und im Gasmotor der Kraftstoff Erdgas (Methan) oder Biogas (überwiegend Methan). Die **Bedeutung** der Verbrennungskraftmaschinen als Antriebe ist enorm. Sie sind in vielen Bereichen derzeit der Antrieb „schlechthin“, so im Verkehrswesen als Antrieb für Motorräder, Automobile, Schiffe und Kleinflugzeuge, in der Industrie, im Gewerbebereich und in der Landwirtschaft als Antrieb für Baumaschinen, Traktoren, Werkzeuge, etc. und im Haushaltsbereich als Antrieb für diverse Kleingeräte wie Rasenmäher, Sägen, etc.

In der Energietechnik werden sie als Antriebe für Notstromaggregate verwendet, in Blockheiz-Kraftwerken (BHKW, Bild P2.5-5) als Generatorantriebe mit gleichzeitiger Nutzung der Abwärme für Heizzwecke und in vielen Ländern (und auch auf Schiffen) als (Groß-)Antriebe für *Diesel*-Kraftwerke zur Speisung des elektrischen Netzes (auf Schiffen das Bordnetz).



**Bild P2.5-5:** 12-Zylinder-Verbrennungskraftmotor mit 2 x 6 Zylindern in V-Anordnung als Antrieb für einen el. Synchrongenerator (im Hintergrund) in einem Biogas-Blockheizkraftwerk (BHKW), *Güssing, Österreich* (Quelle: *Wikipedia.de*).

Bei **thermischen Turbomaschinen** wird in einem offenen Kreislauf ein heißes Arbeitsgas (überhitzter Wasserdampf in der Dampfturbine bzw. Rauchgas in der Gasturbine) mit hohem Druck über sich bewegende Schaufeln expandiert, wobei i. A. mehrere, größer werdende Schaufelreihen hintereinander angeordnet sind. An den bewegten Schaufeln wird Arbeit durch das Gas verrichtet. Der Druck im sich abkühlenden Gas sinkt. Das abgekühlte Gas verlässt die Turbomaschine, wird also ständig ausgetauscht.

Die zyklische Arbeitsweise der Wärmekraftmaschinen wird am Beispiel einer Heißgasmaschine, der **Stirling**-Maschine, erläutert (Bild P2.5-6, -7). Die Maschine arbeitet mit vier Takten. Ihr Zylinder ist mit einem Arbeitsgas gefüllt, das hier als ideales Gas mit der Masse  $m$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c_V$  angenommen wird, und das sich zu Beginn des ersten Arbeitstakts im oberen Zylinderhalbraum befindet, wobei durch die Kolbenstellung das kleine Volumen  $V_1$  eingestellt ist. Das komprimierte Gas hat somit einen hohen Druck  $p_1$  und die hohe Temperatur  $T_1$  (Punkt 1 in Bild P2.5-6).

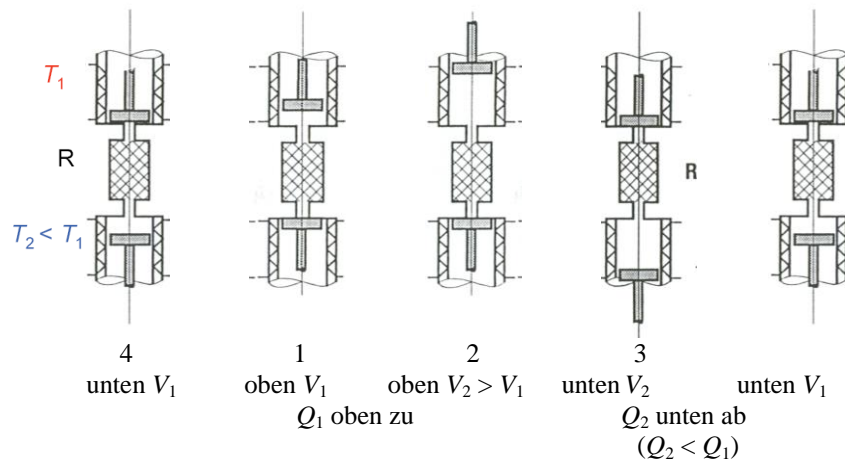
**1. Arbeitstakt (isotherme Expansion  $T_1 = \text{konst.}$ ):** Wir expandieren das Gas isotherm bis zum Volumen  $V_2$  (Kurvenstück 12), wobei das Gas am bewegten oberen Kolben Arbeit  $W_1$  verrichtet, welche im Arbeitsdiagramm Bild P2.5-7a der Fläche unterhalb des  $p(V)$ -Linienzugs 12 entspricht. Damit die Temperatur dabei nicht absinkt, sondern konstant  $T_1$  bleibt, fließt Wärmeenergie  $Q_1 = W_1$  aus dem oberen Wärmebehälter (der über einen Wärmetauscher konstant auf der Temperatur  $T_1$  gehalten wird) in das Gas.

**2. Arbeitstakt (isochore Abkühlung  $V_2 = \text{konst.}$ ):** Oberer und unterer Kolben werden nun gemeinsam nach unten bewegt (Bild P2.5-6), so dass das Gas mit konstantem Volumen  $V_2$  (isochor) vom oberen Halbraum in den unteren Halbraum strömt. Dabei muss es durch den vorerst kalten „Regenerator“ strömen und kühlt sich dabei auf die Temperatur  $T_2 < T_1$  ab, weil es Wärme an den kälteren Regenerator abgibt. Der Regenerator ist eine hochporöse schwammartige (z. B. metallische) Struktur mit großer Oberfläche für guten Wärmeaustausch mit dem Gas. Er ist lang genug, um die Druckdifferenz zwischen Ein- und Ausgang des Regenerators aufrecht zu erhalten. Das Gas gibt beim Durchtritt durch den Regenerator an diesen Regenerator infolge von Wärmeleitung die Wärmemenge  $Q_{12} = \nu_m \cdot c_V \cdot m \cdot (T_1 - T_2)$  ab. Dies kann man sich als schrittweisen kontinuierlichen Vorgang in Wärmeportionen  $\Delta Q = \nu_m \cdot c_V \cdot m \cdot \Delta T$  gemäß Bild P2.5-7a vorstellen und ist als Kurvenzug 23 im Arbeitsdiagramm angegeben.

**3. Arbeitstakt (isotherme Kompression  $T_2 = \text{konst.}$ ):** Der untere Kolben wird nun durch eine ausgeklügelte Mechanikvorrichtung (z. B. gemäß Bild P2.5-7b) nach oben bewegt und komprimiert das Gas isotherm ( $T_2 = \text{konst.}$ ) auf das kleinere Volumen  $V_1$  (Kurvenstück 34 im Arbeitsdiagramm Bild P2.5-7a). Die dafür benötigte Arbeit am unteren Kolben  $W_2$  entspricht der Fläche unter dem Kurvenstück 34. Diese Kompression heizt aber das Gas nicht auf, weil die Wärmeenergie  $Q_2 = W_2$  in den unteren Wärmebehälter (der konstant über einen zweiten Wärmetauscher auf der Temperatur  $T_2$  gehalten wird) fließt.

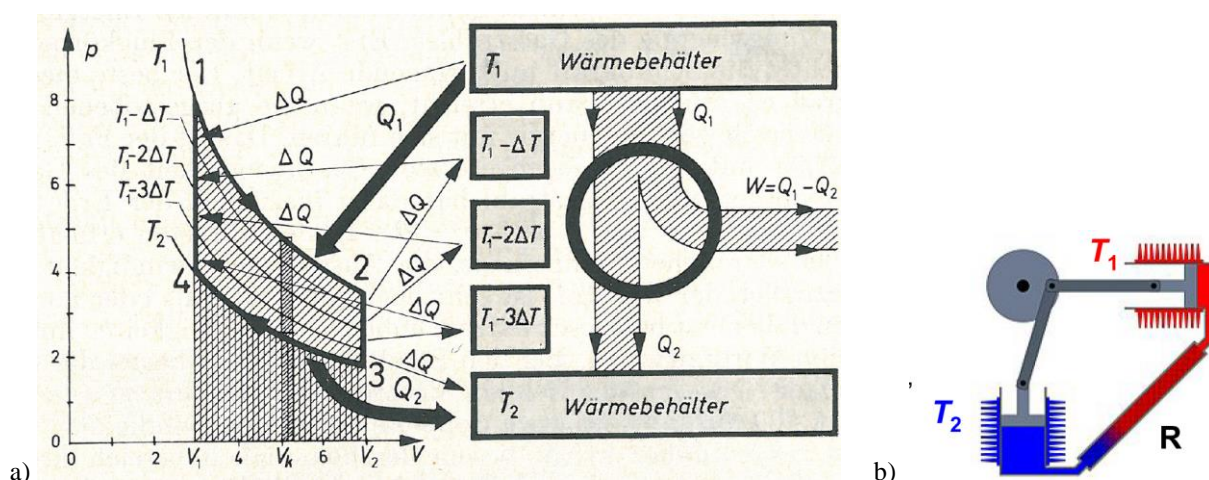
**4. Arbeitstakt (isochore Erwärmung  $V_1 = \text{konst.}$ ):** Oberer und unterer Kolben werden nun gemeinsam nach oben bewegt (Bild P2.5-6), so dass das Gas mit konstantem Volumen  $V_1$  (isochor) vom unteren Halbraum in den oberen Halbraum strömt. Dabei strömt es durch den heißen Regenerator und erwärmt sich wieder auf die Temperatur  $T_1 > T_2$ , indem es die im Regenerator gespeicherte Wärmemenge  $Q_{12} = \nu_m \cdot c_V \cdot m \cdot (T_1 - T_2)$  wieder aufnimmt. Diese kontinuierlichen Vorgang der Wärmeleitung kann man sich wieder schrittweise einer Zufuhr in Wärmeportionen  $\Delta Q = \nu_m \cdot c_V \cdot m \cdot \Delta T$  gemäß Bild P2.5-7a vorstellen und wird durch den Kurvenzug 41 im Arbeitsdiagramm angegeben, womit ein vollständiger Zyklus durchlaufen ist.





**Bild P2.5-6:** Prinzipianordnung einer *Stirling*-Maschine mit einem Arbeitsgas, das zwischen zwei voneinander getrennt bewegten Kolben in einem Zylinder eingeschlossen ist. Der Zylinderraum wird durch einen für das Gas durchlässigen Regenerator R (z. B. Kupferdrahtgeflecht) in zwei Zylinder-Räume getrennt. Der Regenerator nimmt Wärme vom heißen Gas ( $T_1$ ) auf, wenn es ihn durchströmt und speichert es bzw. er gibt an das kalte Gas ( $T_2 < T_1$ ) diese Wärme wieder ab. Der obere bzw. untere Zylinderhalbraum ist von je einem Wärmebehälter (z. B. Wassermantel als Wärmetauscher) mit unterschiedlichem Temperaturniveau ( $T_1$  bzw.  $T_2$ ) umgeben, der die Wärme an das Arbeitsgas abgibt (oben) oder aufnimmt (unten) (Quelle: Komarek, Teubner-Verlag [Kom]).

Es wurde aus dem Wärmebehälter mit der hohen Temperatur  $T_1$  die Wärmemenge  $Q_1$  beim 1. Takt (12) entnommen und in Arbeit  $W_1 = Q_1$  verwandelt. An den Wärmebehälter mit der tiefen Temperatur  $T_2$  wurde die kleinere Wärmemenge  $Q_2 < Q_1$  beim 3. Takt (34) abgegeben. Es wurde dazu eine Arbeit  $W_2 = Q_2$  benötigt. Die aus dem Prozess je Zyklus im Endeffekt gewonnene Arbeit ist  $W = W_1 - W_2 = Q_1 - Q_2$ . Diese Arbeit entspricht im Arbeitsdiagramm Bild P2.5-7a der im Uhrzeigersinn von dem Kurvenzug 1-2-3-4-1 umrandeten durchlaufenen Fläche (P2.5-12). Es wird also von der bei der hohen Temperatur  $T_1$  der Maschine zugeführten Wärmemenge  $Q_1$  nur der Teil  $Q_1 - Q_2$  in Arbeit verwandelt. Der Teil  $Q_2$  muss über eine Kühleinrichtung abgeführt werden, um das Temperaturniveau  $T_2$  konstant zu halten. Er geht dem Prozess energetisch verloren. Der energetische Wirkungsgrad  $\eta$  je Zyklus als Verhältnis aus gewonnener Arbeitsenergie  $W$  und dafür eingesetzter Wärmeenergie  $Q_1$  ist kleiner als Eins.



**Bild P2.5-7:** a)  $p(V)$ -Arbeitsdiagramm des reversiblen *Stirling*-Prozesses (mit willkürlichen Einheiten) und dessen Energieflussbild. Die Temperaturänderungen  $T_1 - \Delta T$ ,  $T_1 - 2\Delta T$ , ... finden im Regenerator R (Bild P2.5-6 bzw. Bild P2.5-7b) bei den Prozessschritten 4→1 und 2→3 statt (Quelle: Schreiner, Physik [Sch]). b) Mögliche Anordnung eines *Stirling*-Motors mit zwei getrennten Zylinderhalbräumen und Kolben (Quelle: Wikipedia.de).

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (\text{P2.5-9})$$

Gemäß der Zustandsgleichung für ideale Gase  $p \cdot V = \nu_m \cdot R \cdot T$  verhalten sich die Drücke der oberen Kurve 12 ( $T_1$ ) und der unteren Kurve 34 ( $T_2$ ) bei einem bestimmten Volumen  $V$  wie

$$\frac{p_1 \cdot V}{p_2 \cdot V} = \frac{\nu_m R \cdot T_1}{\nu_m \cdot R \cdot T_2} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (\text{Gay-Lussac-Gesetz}) . \quad (\text{P2.5-10})$$

Die beiden Flächen  $\int p \cdot dV$  unter den Kurvenabschnitten 12 und 34 verhalten sich daher wie  $T_1/T_2$ . Da diese beiden Flächen wegen  $\Delta S = 0$  (idealer = verlustfreier Kreisprozess) aber auch den Wärmemengen  $Q_1, Q_2$  entsprechen ( $T_1/T_2 = Q_1/Q_2$ ), erhalten wir für den *Stirling*-Prozess als Ideal-Wirkungsgrad den **Carnot-Wirkungsgrad**.

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_C \quad (\text{P2.5-11})$$

Da der beschriebene Zyklus genau genommen wegen der Wärme Flüsse nur unendlich langsam ausgeführt werden darf, um isotherme Zustandsänderungen zu erhalten, und auch alle ungewollten Wärmeabflüsse an die Umgebung sowie jegliche Reibung vernachlässigt wurde, ist **Kreisprozess idealisiert**.

Er kann auch umgekehrt (**reversibel**) durchlaufen werden (1-4-3-2-1), so dass der Einsatz als **Wärmepumpe** oder **Kältemaschine** möglich ist. Dann wird infolge der verrichteten Arbeit  $W$  Wärme vom kälteren Behälter  $T_2$  zum wärmeren  $T_1$  transportiert, ohne den 2. Hauptsatz der Thermodynamik zu verletzen (der selbsttätige Prozesse beschreibt), da Arbeit aufgewendet werden muss. Es wird dabei die Wärmemenge  $Q_2$  dem kälteren Behälter  $T_2$  entnommen und die größere Wärmemenge  $Q_1 = Q_2 + W$  dem wärmeren Behälter  $T_1$  zugeführt. Bei der idealen, reversibel arbeiteten Wärmekraftmaschine werden in beiden Richtungen dieselben Arbeits- und Wärmemengen umgesetzt.

Bei der realen *Stirling*-Maschine wird die Bewegung der beiden Kolben relativ zueinander über einen speziellen Kurbeltrieb mit eigens dafür ausgeführtem Gestänge verwirklicht (Bild P2.5-7b). Diese reale *Stirling*-Maschine kann zwar ebenfalls als Motor bzw. Wärmepumpe arbeiten, aber bei der Umkehr des Energieflusses wird wegen der unvermeidlichen Verluste nicht der gesamte Energieaustausch ideal umgekehrt. Auch die Gestaltung eines möglichst gut funktionierenden Regenerators ist problematisch. Wegen der Verluste und der endlichen Zeiten für die Wärmeübertragung zum und vom Arbeitsgas ist der *Carnot*-Wirkungsgrad der theoretisch höchste Wert und umso größer, je höher das Verhältnis  $T_1/T_2$  ist. Der Wirkungsgrad der realen Wärmekraftmaschine ist stets kleiner. Da die niedrige Temperatur  $T_2$  in der Regel nicht unter der Umgebungstemperatur liegen kann, muss für einen hohen Wirkungsgrad  $T_1$  groß sein.

Als Ergänzung ist im Folgenden die mathematische Beschreibung des idealen *Stirling*-Kreisprozess als Wärmekraftmaschine im  $p$ - $V$ -Diagramm und im  $T$ - $S$ -Diagramm angegeben. Im  $p$ - $V$ -Diagramm wird direkt die Arbeit  $W$  durch Integration als Fläche unter Zustandskurve ermittelt (Bild P2.5-8).

a) 1  $\rightarrow$  2: Expandierendes Gas verrichtet Arbeit  $W_1 = W_{ab1} > 0$ :

$$W_1 = \int_{V_1}^{V_2} p(T = T_1) \cdot dV > 0 \quad .$$

b) 3  $\rightarrow$  4: Kolben komprimiert Gas: Zugeführte Arbeit  $W_2 = W_{zu2} > 0$ :

$$-W_{zu2} = -W_2 = \int_{V_2}^{V_1} p(T = T_2) \cdot dV = - \int_{V_1}^{V_2} p(T = T_2) \cdot dV < 0 \quad .$$

c) Resultierend verrichtete Arbeit vom Kolben  $W_{ab} > 0 = \text{Fläche unter 12} - \text{Fläche unter 43}$ :

$$W_{ab} = W_1 - W_2 = \oint_{1-2-3-4} p \cdot dV \quad . \quad (P2.5-12)$$

Die zugeführte ( $Q_1$ ) und abgeführte ( $Q_2$ ) Wärmemengen sind im  $p$ - $V$ -Diagramm NICHT als Flächen sichtbar. Daher ist auch die Regeneratorwärme  $Q_R$  nicht sichtbar. Aus (P2.5-12) folgt mit der Annahme eines idealen Arbeitsgases (Gleichung des idealen Gases (P2.5-13) verwenden!)

$$dU = C_V \cdot dT \quad dQ_1|_{T=\text{konst.}} = (dU + p \cdot dV)|_{T=\text{konst.}} = p \cdot dV|_{T=\text{konst.}} = dW_1 \quad (P2.5-13)$$

$$Q_1 = \int_{V_1}^{V_2} p(T = T_1) \cdot dV = W_1 = \int_{V_1}^{V_2} (v_m \cdot R \cdot T_1) / V \cdot dV = v_m \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln(V_2 / V_1) > 0$$

$$-Q_2 = - \int_{V_1}^{V_2} p(T = T_2) \cdot dV = -W_2 = -v_m \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln(V_2 / V_1) < 0$$

Daraus folgt mit  $Q_1 / T_1 = Q_2 / T_2$  als idealer Wirkungsgrad (siehe (P2.5-11)) der *Carnot*-Wirkungsgrad.

$$\eta = \frac{W_{ab}}{Q_1} = \frac{W_1 - W_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_C \quad (P2.5-14)$$

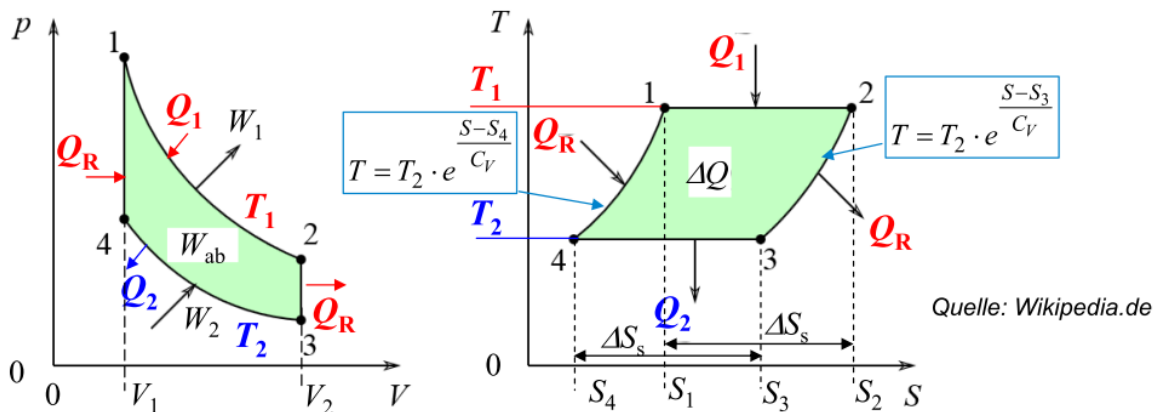


Bild P2.5-8: Links  $p(V)$ -Arbeitsdiagramm und rechts  $T(S)$ -Arbeitsdiagramm des reversiblen *Stirling*-Prozesses.

Im  $T$ - $S$ -Diagramm Bild P2.5-8 sind die Wärmemengen  $Q$  als Flächen, aber nicht die Arbeitsgrößen  $W$  sichtbar. Die Umrechnung der Kurvenabschnitte 1-2, 2-3, 3-4, 4-1 vom  $p$ - $V$ -ins  $T$ - $S$ -Diagramm liefert für die Kurvenabschnitte 4-1 & 2-3 ( $V = \text{konst.}$ ) mit der für ideales Gas gültigen Gleichung  $V = \text{konst.} : dU = C_V \cdot dT$  die e-Potenz-Darstellung  $T(S)$ .

$$dS = dQ/T = C_V \cdot dT/T \Rightarrow \int_{S_0}^S dS = S - S_0 = C_V \cdot \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = C_V \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \Rightarrow \frac{T}{T_0} = e^{\frac{S-S_0}{C_V}}$$

$$\frac{T_{(4 \rightarrow 1)}}{T_2} = e^{\frac{S-S_4}{C_V}}, S \geq S_4 \quad , \quad \frac{T_{(3 \rightarrow 2)}}{T_1} = e^{\frac{S-S_3}{C_V}}, S \geq S_3$$

Dies sind zwei parallel verschobene e-Potenz-Kurven, so dass gilt:  $\Delta S = S_1 - S_4 = S_2 - S_3$  und  $\Delta S_s = S_3 - S_4 = S_2 - S_1$ . Für die Kurvenabschnitte 1-2 und 3-4 gilt  $T = T_1$  bzw.  $T = T_2$ ,

so dass sich das Diagramm in Bild P2.5-8 rechts ergibt. Mit  $dQ = T \cdot dS$  werden die Wärmemengen erhalten und sind im  $T(S)$ -Diagramm sichtbar.

$$Q_1 = \int_{S_1}^{S_2} T_1 \cdot dS = T_1 \cdot (S_2 - S_1) = T_1 \cdot \Delta S_s$$

$$-Q_2 = \int_{S_3}^{S_4} T_2 \cdot dS = - \int_{S_4}^{S_3} T_2 \cdot dS = -T_2 \cdot (S_3 - S_4) = -T_2 \cdot \Delta S_s$$

Die Regeneratorwärme tritt unter den Kurvenabschnitten 4-1 und 2-3 als aufgenommene und abgegebene Wärme auf.

$$Q_R = \int_{S_4}^{S_1} T \cdot dS = \int_{S_4}^{S_1} T_2 \cdot e^{\frac{S-S_4}{C_V}} \cdot dS = T_2 \cdot e^{-\frac{S_4}{C_V}} \cdot C_V \cdot e^{\frac{S}{C_V}} \Big|_{S_4}^{S_1} = C_V \cdot T_2 \cdot (e^{\frac{S_1-S_4}{C_V}} - 1)$$

$$\int_{S_2}^{S_3} T \cdot dS = - \int_{S_3}^{S_2} T_2 \cdot e^{\frac{S-S_3}{C_V}} \cdot dS = -C_V \cdot T_2 \cdot (e^{\frac{S_2-S_3}{C_V}} - 1) = -C_V \cdot T_2 \cdot (e^{\frac{S_1-S_4}{C_V}} - 1) = -Q_R$$

Die gesamte Wärmemenge ergibt sich aus dem  $T(S)$ -Diagramm gemäß

$$\Delta Q = \int_{1-2-3-4} T \cdot dS = Q_1 - Q_R - Q_2 + Q_R = Q_1 - Q_2 \quad (\text{P2.5-15})$$

und damit der Wirkungsgrad bei Idealbedingungen wieder als der *Carnot*-Wirkungsgrad.

$$\eta = \frac{W_{ab}}{Q_1} = \frac{W_1 - W_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\Delta Q}{Q_1} = \frac{(T_1 - T_2) \cdot \Delta S_s}{T_1 \cdot \Delta S_s} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_C \quad (\text{P2.5-16})$$

Der *Stirling*-Motor ist eine interessante Anwendung für Gegenden mit schwacher Infrastruktur (z. B. keine Treibstoffversorgung für *Diesel*-Aggregate, keine elektrische Versorgung, etc.), da z. B. direkt gebündelte Sonnenwärme in Arbeit und damit zum Antreiben (z. B. von Grundwasserpumpen in ländlichen Räumen) verwendet werden kann. Mit dem Arbeitsgas Luft und der Verbindung der Heißeite des Motors mit einer sonnengespeisten Wärmequelle (z. B. über einen Parabolspiegel konzentrierte Sonnenstrahlung) ist somit ein autarker und robuster Pumpenantrieb möglich. In südlichen heißen Gegenden mit einer Umgebungstemperatur  $\vartheta_2 = 35 \text{ °C}$  ( $T_2 = 273.15 + 35 = 308.15 \text{ K}$ ) ergibt sich z. B. bei  $\vartheta_1 = 200 \text{ °C}$  ( $T_1 = 273.15 + 200 = 473.15 \text{ K}$ ) ein *Carnot*-Wirkungsgrad  $\eta_C = 1 - T_2/T_1 = 1 - 308/473 = 34.88 \%$ . Der reale Wirkungsgrad kleinerer Einheiten im kW-Bereich ist deutlich niedriger (siehe Beispiel P2.5-3). Nachteilig ist die relativ große Bauweise für einen wirksamen Regenerators R und damit einen hohen Wirkungsgrad!

Beispiel P2.5-3: Pumpenantrieb für Grundwasser (Bild P2.5-9a) („Solar-Stirling“)

10-kW-Dish-Stirling-Anlage, *Font-Romeu-Odeillo* / Frankreich.

Parabolspiegeldurchmesser: 8.5 m, Parabolspiegel-Fläche:  $A = 56.7 \text{ m}^2$

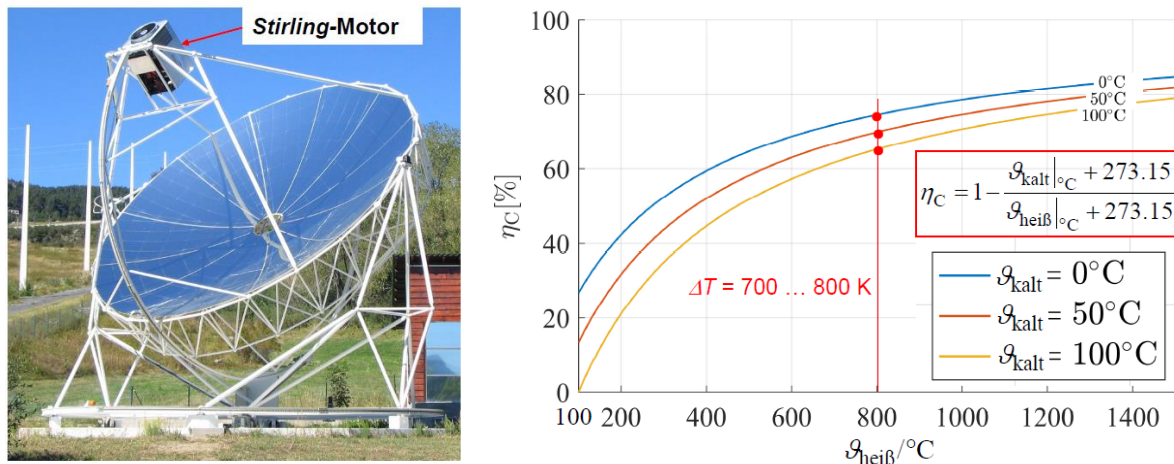
Gemessene mech. Leistung:  $P = 9.2 \text{ kW}$ , gemessener Wirkungsgrad:  $\eta = 16 \%$ . Wir schätzen den Wirkungsgrad ab mit den Temperaturen  $\vartheta_1 = 150 \text{ °C}$ ,  $\vartheta_2 = 30 \text{ °C}$ .

a) *Carnot*-Wirkungsgrad:  $\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{30 + 273.15}{150 + 273.15} = 28.36\%$ ,

b) Verhältnis zum realen Wirkungsgrad:  $\eta/\eta_C = 16/28.36 = 0.56$ .

Mit einer geschätzten solaren Einstrahlung von  $q = 1000 \text{ W/m}^2$  ergibt sich eine mechanische Abgabeleistung des *Stirling*-Motors:  $P = \eta \cdot q \cdot A = 0.16 \cdot 56.7 \cdot 1000 = 9.1 \text{ kW}$ , was gut zur

oben vermerkten Angabe passt. Mit einem Pumpenwirkungsgrad von ca. 70 % ... 80 % wird die mech. Förderleistung von ca. 6 ... 7 kW erhalten.



a)

b)

Bild P2.5-9: a) 10-kW-Dish-Stirling-Anlage Font-Romeu-Odeillo/Frankreich (Quelle: Wikipedia.de), b) Carnot-Wirkungsgrad in Abhängigkeit von  $\theta_{\text{heiß}}$  mit dem Parameter  $\theta_{\text{kalt}}$ .

Der Carnot-Wirkungsgrad  $\eta_C = \Delta T/T_{\text{heiß}}$  steigt mit der Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}$  (Heißtemperatur - Kalttemperatur) gemäß Bild P2.5-9b, das den Carnot-Wirkungsgrad in Abhängigkeit von  $\theta_{\text{heiß}}$  (Heißtemperatur) mit dem Parameter  $\theta_{\text{kalt}}$  (Kalttemperatur) zeigt. Für ausreichend hohe Carnot-Wirkungsgrade von über 60 % sind hohe Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  von ca. 700 K ... 800 K nötig, denn der **Real-Wirkungsgrad  $\eta$**  eines Kreisprozesses ist stets kleiner als der Wirkungsgrad des ideal verlustfreien Prozesses, der wiederum je nach Kreisprozess im Bestfall der **Carnot-Wirkungsgrad  $\eta_C$**  ist. Der Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschine  $\eta_{\text{WKM}}$  ist das Verhältnis von abgegebener Arbeit (Nutzenergie)  $W_{\text{ab}}$  zu zugeführter Wärme  $Q_{\text{zu}}$   $\eta_{\text{WKM}} = W_{\text{ab}}/Q_{\text{zu}}$ . Durch Wärmeaustausch infolge Wärmestrahlung, Wärmeleitung und Konvektion vom heißeren Temperaturniveau an die kältere Umgebung treten selbst bei reibungsfreien Bewegungsabläufen Wärmeverluste  $Q_{\text{d}}$  der Heißseite auf. Daher ist die abgeführte Wärmemenge an der Kaltseite  $Q_{\text{ab,real}} = Q_{\text{ab}} + Q_{\text{d}}$  um  $Q_{\text{d}}$  gegenüber dem idealen Kreisprozess erhöht und verringert den Wirkungsgrad gegenüber (P2.5-16).

$$\eta_{\text{WKM}} = \frac{W_{\text{ab}}}{Q_{\text{zu}}} = \frac{Q_{\text{zu}} - Q_{\text{ab,real}}}{Q_{\text{zu}}} = 1 - \frac{Q_{\text{ab,real}}}{Q_{\text{zu}}} = 1 - \frac{Q_{\text{ab}} + Q_{\text{d}}}{Q_{\text{zu}}} = \eta_C - \frac{Q_{\text{d}}}{Q_{\text{zu}}} < \eta_C \quad (\text{P2.5-17})$$

Auf Grund der „Wärmeverluste  $Q_{\text{d}}$ “ und weiterer unvermeidlicher Verlustwärmern z. B. durch Reibung, aber auch durch Gasverluste infolge Dichtungsproblemen ist somit stets  $\eta_{\text{WKM}} \leq \eta_C$ , wobei das Verhältnis  $\eta_{\text{real}}/\eta_C$  i. A. umso kleiner ist, je kleiner die Bemessungsleistung  $W_{\text{ab}}/t$  der WKM oder KWM ist.

### P3 Energiewandlung in Kraftwerken

In größeren Kraftwerken zur el. Energiegewinnung wird die Energiewandlung in mechanische Rotationsbewegungsenergie überwiegend mit Turbinen durchgeführt, die ihrerseits geeignete Synchrongeneratoren antreiben, welche die mech. Bewegungsenergie in el. Energie wandeln. Dabei werden drei Gruppen von Turbinentypen unterschieden: **(1) Thermische Turbomaschinen (Dampf- und Gasturbinen)**, **(2) Luftkraftturbinen (Windturbinen)** und **(3) hydraulische Turbinen (Wasserkraftturbinen)**.

### P3.1 Kraftwerks- und Turbinentypen

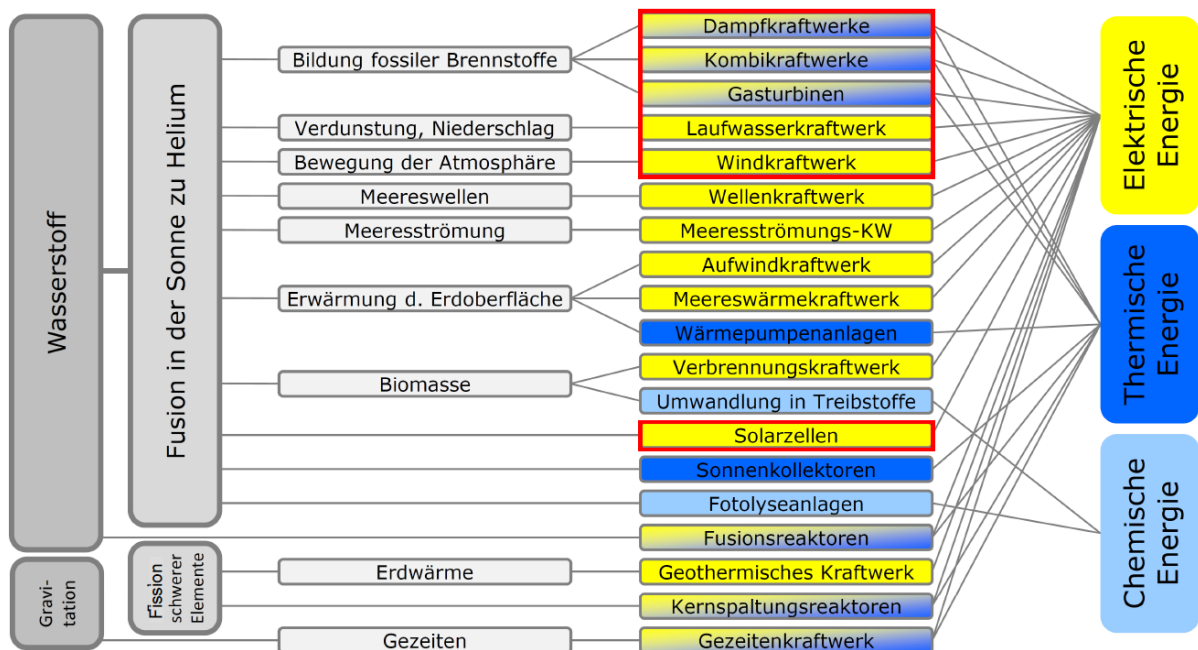


Bild P3.1-1: Überblick über die Energieumwandlungsprozesse in Kraftwerken (Quelle: Hanson J.; Skript zur Vorlesung „Kraftwerke und Erneuerbare Energien“; 2016; [HAN]).

Die in Kap. R beschriebenen Energiequellen sind in Bild P3.1-1 zusammengefasst und die zugehörigen Kraftwerkstypen gelistet. Die eingerahmten Kraftwerkstypen werden in Kap. P und T näher beschrieben, ohne dass dies eine eigenständige Vorlesung zu Kraftwerken ersetzen kann. Dunkelblau eingefärbt sind Kraftwerke zur thermischen Energieerzeugung genannt, hellblau eingefärbt Kraftwerke zur Bereitstellung von chemisch gebundener Energie und gelb eingefärbt Kraftwerke zur Bereitstellung el. Energie sowie fallweise gekoppelt auch thermischer Energie z. B. als ausgekoppelte Fernwärme oder Wärme für industrielle Prozesse. In Bild P3.1-2 ist eine Übersicht über die eingangs genannten drei Turbinengruppen gegeben.

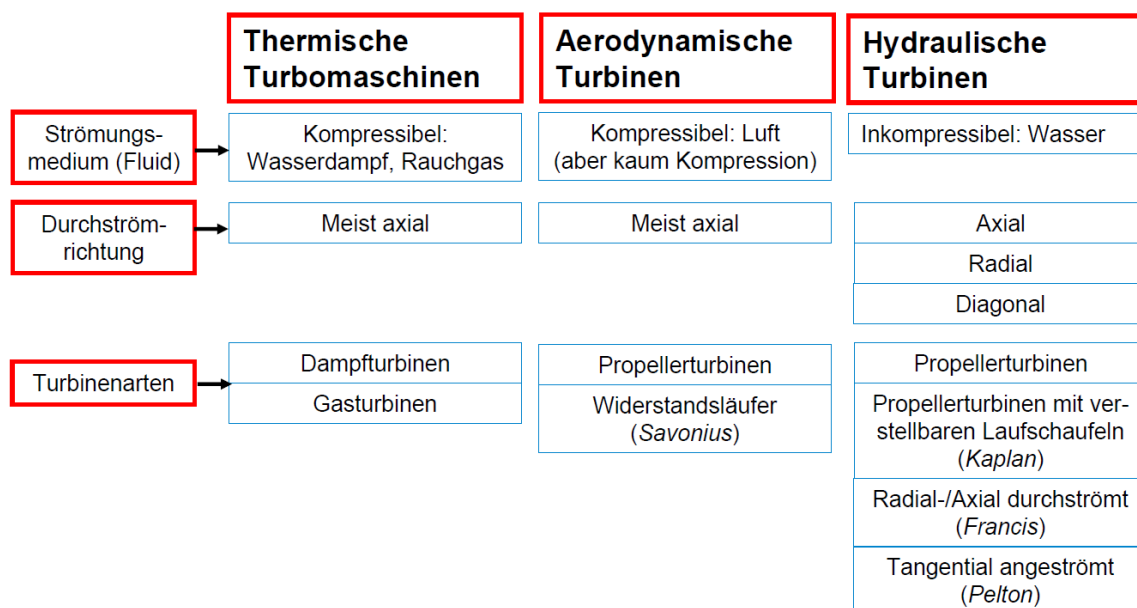


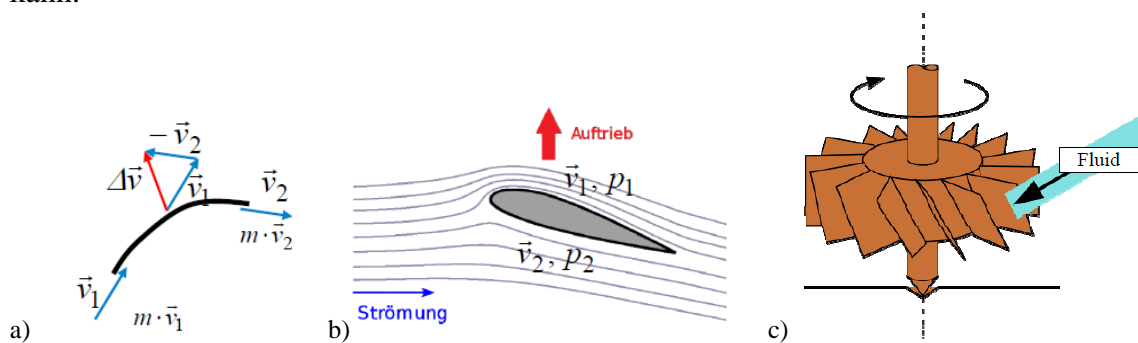
Bild P3.1-2: Überblick über die wichtigsten Turbinentypen (Quelle: Prandtl, L. et al.: Führer durch die Strömungslehre, Vieweg, 1969).

Die Kraftübertragung durch das strömende Fluid (Luft, Wasser, Gas ... ) auf die Schaufel erfolgt auf drei mögliche Arten:

- 1) Strömungsumlenkung,
- 2) aero- oder hydrodynamischer Auftrieb,
- 3) Strömungswiderstandskraft.

### Zu 1) Strömungsumlenkung:

Die Teilchen des bewegten Fluids (Transportgeschwindigkeit  $v_1$ ) mit der Masse  $m$  werden an der gekrümmten Schaufeloberfläche (Schaufeldicke ist konstant) umgelenkt und übertragen einen Teil ihres Bewegungsimpulses  $m \cdot v_1$  an die Schaufel, so dass die Kraft als eine „Impulsänderung“  $m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot \vec{v}_1 - m \cdot \vec{v}_2$  je Zeit auftritt:  $\vec{F} = m \cdot \Delta \vec{v} / \Delta t$  (Bild P3.1-3a). Dadurch wird die drehbar gelagerte Schaufel (Turbinenläufer) bewegt. Wichtig ist die Änderung der Richtung der Strömungsgeschwindigkeit  $\Delta \vec{v}$ , wobei durchaus  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$  sein kann.



**Bild P3.1-3:** a) Impulsänderung: An- und Abströmgeschwindigkeit  $v_1, v_2$  eines Fluids mit der Masse  $m$  relativ zu einem gekrümmten Schaufelprofil und an diese Schaufel übertragener Impuls  $\Delta v \cdot m$  als Impulsänderung der Strömung durch deren Umlenkung, b) Dynamischer Auftrieb an einem Schaufeltragflächenprofil durch höhere Geschwindigkeit  $v_1 > v_2$  und kleineren Druck  $p_1 < p_2$  an der Schaufeloberseite, c) Der Strömungswiderstand der Schaufel in Richtung der Anströmgeschwindigkeit (schwarzer Pfeil) wirkt antreibend auf die drehbar gelagerte Schaufel (Quelle: Wikipedia).

### Zu 2) Auftriebsläufer:

Das bewegte Fluid strömt asymmetrisch zu beiden Seiten der asymmetrisch geformten Schaufelfläche („Tragflächenprofil“) mit unterschiedlicher Strömungsgeschwindigkeit  $v_1 > v_2$  relativ zum Profil. Dadurch sinkt der Druck im Fluid  $p_1 < p_2$  einseitig stärker ab. Am Schaufelprofilende erfolgt durch Reibung in der Strömung eine Strömungsablösung, so dass die Druckdifferenz  $p_1 - p_2 < 0$  über das **gesamte** Profil auftritt. Diese resultierende Druckdifferenz  $p_2 - p_1$  führt über die Schaufelfläche zu einer normal auf die Anströmrichtung (blauer Pfeil „Strömung“ in Bild P3.1-3b) und daher nach oben gerichteten „dynamischen Auftriebskraft“ (Auftrieb  $F_A$ ). Diese bewegt die entsprechend drehbar gelagerte Schaufel.

Bei realen Turbinen sind häufig die Schaufeln gekrümmt (Effekt 1) UND haben ein Tragflächenprofil, so dass die Schaufelkraft als eine Mischform aus beiden Effekten 1) und 2) nutzbar ist (z. B. in der *Francis-Turbine*).

### Zu 3) Widerstandsläufer:

Durch den Strömungswiderstand der Schaufel im Teilchenstrom des bewegten Fluids wird auf die Schaufel eine Antriebskraft übertragen, die in Richtung der Anströmgeschwindigkeit wirkt und die drehbar gelagerte Schaufel entsprechend bewegt (Bild P3.1-3c). Der Strömungswiderstand ist die Widerstandskraft  $F_W$ , deren Ursache die dynamische Viskosität  $\eta$  des Fluids ist. Widerstandsläufer haben eine geringere technische Bedeutung als Turbinentyp, aber der Strömungswiderstand tritt auch bei 1) und 2) stets als i. A.

unerwünschter Effekt auf. Zwei Wirkungsbeiträge a) der **Reibungswiderstand** an der Oberfläche des angeströmten Körpers und b) der **Formwiderstand** des angeströmten Körpers bilden  $F_W$ . Beide hängen vom Strömungstyp ab. Zähle Fluide oder langsam strömende Fluide bilden eine geschichtete (laminare) Strömung aus, während Fluide mit geringer Viskosität (Zähigkeit) oder schnell strömende Fluide verwirbelt (turbulent) strömen („chaotisches“ Strömungsbild mit ggf. geordneten Strömungswirbelbildern (siehe Kap. G Grundlagen). Den Strömungstyp kann man durch die *Reynolds-Zahl*  $Re$  (P3.1-1) charakterisieren. Dabei ist  $Re$  das Verhältnis aus der Trägheitskraft  $F_T$  der bewegten Fluidmasse zur zwischen den Fluidteilchen auftretenden Reibungskraft  $F_\eta$ , beschrieben durch die Fluidzähigkeit („dynamische Zähigkeit“  $\eta$  bzw.  $\nu = \eta/\gamma$  „kinematische Zähigkeit“ des Fluids).

$$Re = F_T / F_\eta \quad (P3.1-1)$$

Unterhalb der für eine bestimmte Strömungsanordnung charakteristischen „**kritischen**“ **Reynolds-Zahl**  $Re < Re_{krit}$  ist die Strömung laminar, darüber turbulent.

$Re < Re_{krit}$ : laminare (geschichtete) Strömung;

$Re > Re_{krit}$ : turbulente (verwirbelte) Strömung.

In energietechnischen Anwendungen ist die Strömung „global“ meist turbulent, aber an den (immer rauhen) Oberflächen durch Haften stets so langsam, dass die Strömungsrandschichten laminar sind („laminare Grenzschicht“).

#### Zu a) Reibungswiderstand:

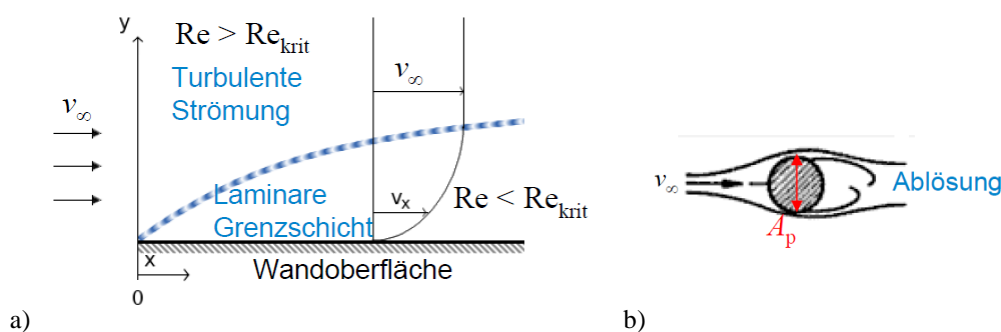
Die Oberflächenreibung der Fluidmoleküle, die an der (rauen) Körperoberfläche haften, bedingt, dass die Geschwindigkeit  $v_{\text{Oberfläche}} = 0$  (Bild P3.1-4a), so dass lokal in Oberflächennähe eine kleine Geschwindigkeit  $v_x$  auftritt. Damit ist lokal  $Re < Re_{krit}$ , und es tritt eine laminare Grenzschicht auch bei global turbulenter Strömung  $v_\infty$  (= „sehr weit weg“ vom umströmten Körper:  $Re > Re_{krit}$ ) auf, in der die Reibungsverluste zu einer bremsenden Reibungskraft, verbunden mit Reibungswärme, führen.

#### Zu b) Formwiderstand:

Auf Grund der **Oberflächenreibung** tritt an der ablaufenden Seite des umströmten Körpers, sehr stark abhängig von der Körperform, Strömungsverwirbelung auf, die zu einer **Ablösung** der Strömung ab einer bestimmten Geschwindigkeit  $v$  führt (Bild P3.1-4b). Diese lokale Turbulenz (Verwirbelung der Strömung) führt ebenfalls zu Reibungsverlusten (Wärme) in der Strömung und zu einer Strömungsbremskraft, der Formwiderstandskraft.

Die Summe aus Reibungs- und Formwiderstandskraft ist die Kraft des Strömungswiderstands (P3.1-2).

$$F_W = c_W \cdot \gamma \cdot A_p \cdot v_\infty^2 / 2 \quad (P3.1-2)$$



**Bild P3.1-4** a) Profil der laminaren Grenzschicht an der (stets rauhen) Körperoberfläche in einer global turbulenten Strömung führt zum Reibungswiderstand, b) Strömungsablösung an einem angeströmten Zylinder an der Abströmseite infolge der laminaren Grenzschicht führt zum Formwiderstand (Quelle: Wikipedia).  $A_p$ : „Projizierte“ Fläche,  $v_\infty$ : Geschwindigkeit der (unendlich weit entfernt) ungestörten Strömung.



In (P3.1-2) ist  $c_W$  der dimensionslose Widerstandsbeiwert,  $\gamma$  die Massendichte des Fluids,  $A_p$  die „projizierte“ Fläche des umströmten Körpers und  $v_\infty$  die Strömungsgeschwindigkeit der (unendlich weit vom Körper entfernten) ungestörten Strömung. Bei inkompressiblen Fluiden (Flüssigkeiten, z. B. Wasser) hängt  $c_W$  nur von  $Re$  ab:  $c_W = f(Re)$ , während bei kompressiblen Fluiden (Gasen, z. B. Wasserdampf)  $c_W$  von  $Re$  und der *Mach-Zahl*  $Ma = v/v_S$  ( $v_S$ : Schallgeschwindigkeit) abhängt.

Beispiel P3.1-1: Angeströmte Kugel (Durchmesser  $d$ ):

$Re = (v_\infty \cdot d \cdot \gamma) / \eta$ ,  $c_W = f(Re)$ : Für  $Re = 10^3 \dots 10^5$  folgt  $c_W = 0.3 \dots 0.4$ , wobei 10 % Reibungswiderstand und 90 % Formwiderstand sind!

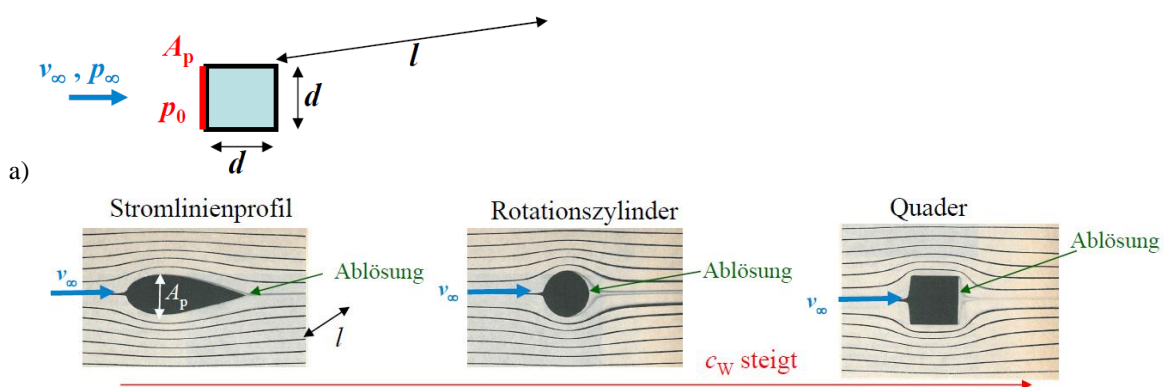
Beispiel P3.1-2: Strömungswiderstand „zylindrischer“ Körper

„Zylindrische Körper“ werden gebildet durch eine Grundfläche (Randkurve  $C$ ) und in der dritten Dimension durch zueinander parallele Strecken, die von  $C$  ausgehen und die Mantelfläche bilden, die den Körper begrenzt. Hier sollen diese Strecken senkrecht auf die Grundfläche stehen und unendlich lang sein (Bild P3.1-5a:  $l \rightarrow \infty$ ). Eine einfache Grundfläche ist das Quadrat (Seitenlänge  $d$ , Bild P3.1-5a). Die projizierte Fläche  $A_p$  normal zur Anströmrichtung von  $v_\infty$  ist dann  $A_p = d \cdot l$ . Die Abschätzung für  $c_W$  mit der *Bernoulli-Gleichung* (P3.1-3) sowie mit der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und dem Druck in der Strömung  $p$  (Index  $\infty$ : Sehr weit weg vom Körper  $v_\infty, p_\infty$ ; Index 0: An der Fläche  $A_p$ , wo  $v$  auf  $v_0 = 0$  abgebremst wird und  $p_0$  als „Staudruck“ auftritt) ergibt mit (P3.1-2) und der Druckdifferenz  $p_0 - p_\infty$  den Wert  $c_W = 1$ , was gut zum Experiment-Wert passt (Bild P3.1-5b).

$$p_\infty + \gamma \cdot (v_\infty^2 / 2) = p_0 + \gamma \cdot (v_0^2 / 2) = p_0 \tag{P3.1-3}$$

$$F_W = (p_0 - p_\infty) \cdot A_p = \gamma \cdot v_\infty^2 \cdot A_p / 2 \rightarrow c_W = 1 \tag{P3.1-4}$$

Dieser Wert gilt für unendliche lange „zylindrische“ Körper (näherungsweise auch gültig für  $l \gg \sqrt{A_p}$ ). An den „Enden“ des Körpers tritt wiederum infolge Reibung Strömungsablösung (**Wirbelzopf-Abblösung**) auf, die den Strömungswiderstand erhöht:  $c_W > 1$ !



**b)  $c_W$ -Werte für  $Re = 10^4$ :**  $A_p = d \cdot l$ ,  $d = 50$  cm bei Wasserströmung

$c_W = 0.055$

$c_W = 0.6 \dots 1.0$

$c_W = 1.1 \dots 1.3$

**Bild P3.1-5:** a) Normal zu einer Seitenfläche angeströmter Quader mit quadratischem Querschnitt und Länge  $l$ , b) Photographien von in laminarer Strömung angeströmten zylindrischen Körpern „Stromlinienprofil“, „Rotationszylinder“, „Quader“ mit Ablösung der Strömung an der Körperhinterseite. Die zugehörigen experimentell ermittelten  $c_W$ -Werte sind für inkompressible Strömung bei  $Re = 10000$  angegeben (Quelle: Schreiner, Physik, 1971).

Beispielhaft sind in Bild P3.1-5b fotografierte Strömungsbilder für eine stationäre, global laminare Wasserströmung mit  $v = 2 \text{ cm/s}$  mit Tinte-Strömungsfäden angegeben (Wasserdichte  $\gamma = 10^3 \text{ kg/m}^3$ , dynamische Wasserzähigkeit ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ )  $\eta = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ :  $\text{Re} = 10^4 < \text{Re}_{\text{krit}}$ , also laminare Strömung!) Der Wert  $c_W$  hängt wegen der Inkompressibilität nur von  $\text{Re}$  ab und ist bei  $\text{Re} = 10000$  mit  $c_W = 0.055$  klein für ein Strömungsprofil und groß für einen Quader ( $c_W = 1.1 \dots 1.3$ ), da der Formwiderstand deutlich zunimmt, wie die deutlich größere Zone der Strömungsablösung beim Quader auch zeigt. Bei reibungsloser Strömung („trockenes“ Wasser,  $\eta = 0$ ) träte keine Ablösung auf und  $c_W$  wäre Null.

Mit denselben Bedingungen wie in Bild P3.1-5b ist in Bild P3.1-6 neben der laminaren Anströmung eines „Stromlinienprofils“ auch die Anströmung eines „Tragflächenprofils“ gezeigt.

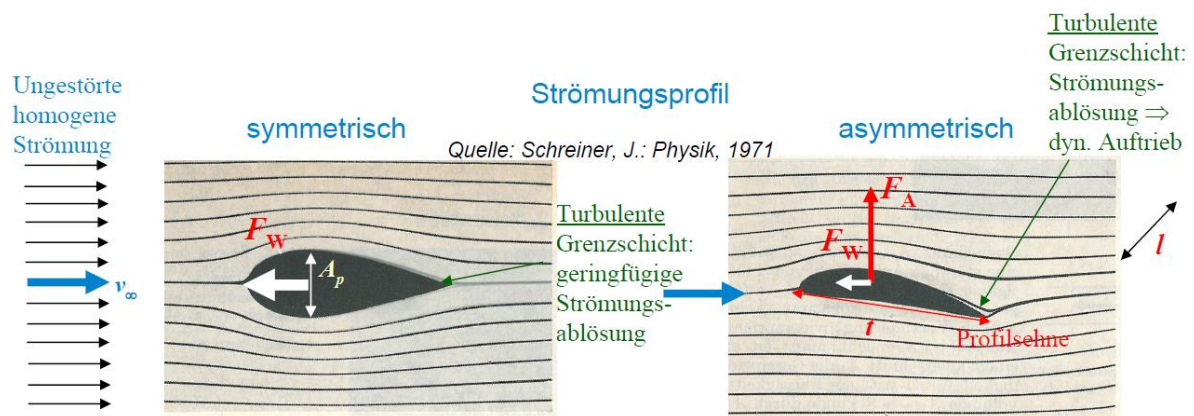


Bild P3.1-6: Wie Bild P3.1-5b, jedoch frontale Anströmung eines „Stromlinienprofils“ (links) und eines „Tragflächenprofils“ (rechts)

Das „Stromlinienprofil“ wird dank der frontalen Anströmung oberhalb und unterhalb symmetrisch umströmt und erfährt daher nur den Strömungswiderstand  $F_W$  (P3.1-2), aber keine dynamische Auftriebskraft  $F_A = 0$ . Das dem gegenüber gekrümmte „Tragflächenprofil“ hat ebenfalls Stromlinienform, um  $F_W$  zu minimieren, aber erfährt gemäß Bild P3.1-3b auf Grund der asymmetrischen Umströmung ober- und unterhalb und der Strömungsablösung am Profildende neben dem Strömungswiderstand  $F_W$  auch eine **dynamische Auftriebskraft  $F_A$**  (P3.1-5), die nicht mit  $A_p$ , sondern dem Inhalt  $A = t \cdot l$  der angeströmten Fläche berechnet wird. Diese Kraft steht normal auf die Anströmrichtung von  $v_\infty$ .

$$F_A = c_A \cdot \gamma \cdot A \cdot v_\infty^2 / 2 \quad c_A: \text{Auftriebsbeiwert} \quad (\text{P3.1-5})$$

Dabei ist  $t$  die „Profilsehne“ der angeströmten Fläche. Experimente zeigen, dass  $c_A$  in Unterschallströmungen  $\text{Ma} < 1$  weitgehend unabhängig von *Reynolds*-Zahl  $\text{Re}$  und damit von der dynamischen Viskosität  $\eta$  ist. Für die  $c_A$ -Berechnung kann daher die Näherung des reibungsfreien Fluids verwendet werden, so dass für inkompressible, reibungsfree Fluide mit  $\gamma = \text{konst.}$ ,  $\eta = 0$  der Strömungswiderstand Null ist  $F_W = 0$ . Für die  $c_A$ -Abschätzung wird wieder die Stromfadentheorie für die „mittlere“ Strömung mit der *Bernoulli*-Gleichung verwendet, und zwar zwischen den Punkten  $\infty$  und 1 (oberhalb des Tragflügels) bzw.  $\infty$  und 2 (unterhalb des Tragflügels), Bild P3.1-7.

$$p_\infty + \gamma \cdot v_\infty^2 / 2 = p_1 + \gamma \cdot v_1^2 / 2, \quad p_\infty + \gamma \cdot v_\infty^2 / 2 = p_2 + \gamma \cdot v_2^2 / 2 \quad (\text{P3.1-6})$$

Gemäß dem Strömungsbild in Bild P3.1-7 ist  $v_1 > v_2$ , da oberhalb des Profils sich die Stromfäden zusammendrängen (= engerer Strömungsquerschnitt = höhere Strömungsgeschwindigkeit). Aus (P3.1-6) folgt daher  $p_1 < p_2$ , wie (P3.1-7) zeigt.

$$p_1 - p_\infty = \gamma \cdot \frac{v_\infty^2}{2} - \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2}, \quad p_2 - p_\infty = \gamma \cdot \frac{v_\infty^2}{2} - \gamma \cdot \frac{v_2^2}{2} \Rightarrow p_2 - p_1 = \gamma \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} > 0 \quad (\text{P3.1-7})$$

Wegen  $v_1 > v_2$  ist im Mittel  $v_1 \approx v_\infty + \Delta v$  und  $v_2 \approx v_\infty - \Delta v$ , wobei  $\Delta v$  von  $\alpha$  und der Profilform abhängt. Damit ist  $v_1^2 - v_2^2 = 4 \cdot v_\infty \cdot \Delta v$ , und aus (P3.1-7) folgt

$$F_A = A \cdot (p_2 - p_1) = A \cdot \gamma \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = A \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot v_\infty \cdot \Delta v = c_A \cdot A \cdot \gamma \cdot \frac{v_\infty^2}{2} > 0, \quad (\text{P3.1-8})$$

$$c_A = 4 \cdot \Delta v / v_\infty. \quad (\text{P3.1-9})$$

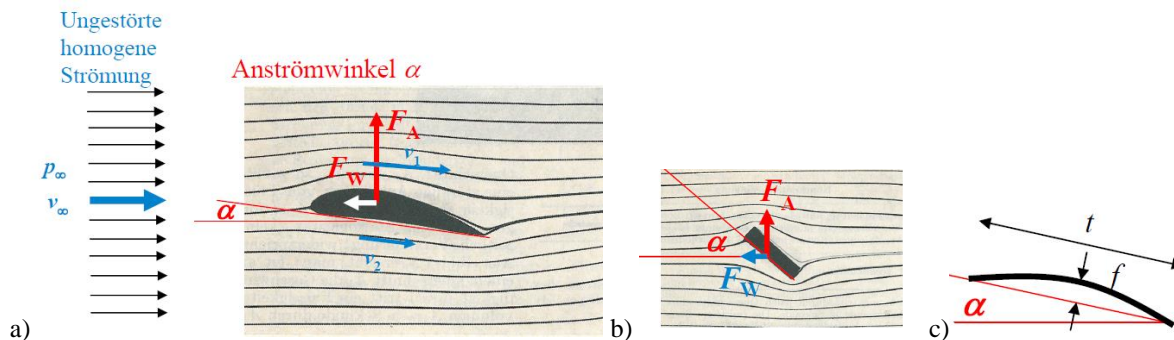


Bild P3.1-7: a) Wie Bild P3.1-6 (rechts), jedoch mit Angabe des Anströmwinkels  $\alpha$  zwischen der Anströmrichtung  $v_\infty$  und der Profilschne  $t$ , b) Auch eine um  $\alpha$  schräg gestellte Platte erfährt eine asymmetrische Umströmung und damit eine dynamische Auftriebskraft  $F_A$  (Quelle: Schreiner, J.: Physik, 1971), c) Die Auftriebskraft wird vergrößert, wenn die schräg gestellte Platte gekrümmt ist (Quelle: Prandtl, L. et al.: Führer durch die Strömungslehre, Vieweg, 1969).

### Beispiel P3.1-3: Dynamischer Auftrieb an einer schräg angestellten dünnen Platte

a) Ebene Platte (Bild P3.1-7b):

Bei  $\alpha = 0$  erfolgt die Anströmung ober- und unterhalb der Platte symmetrisch. Es ist daher die Differenzgeschwindigkeit  $\Delta v = 0$ , und somit  $c_A = 0$ . Es tritt kein dynamischer Auftrieb auf.

Bei  $\alpha > 0$  ist gemäß Bild P3.1-7b die Strömung ober- und unterhalb der Platte asymmetrisch, so dass  $\Delta v > 0$  und  $c_A > 0$  ist. Es tritt ein dyn. Auftrieb auf. In „Prandtl, L. et al.: Führer durch die Strömungslehre“, wird für  $\alpha \ll 1$  hergeleitet  $\Delta v / v_\infty \approx (\pi/2) \cdot \alpha$  ( $\alpha$  in rad). Damit erhalten wir für den Auftriebsbeiwert

$$c_A = 4 \cdot \Delta v / v_\infty = 4 \cdot (\pi/2) \cdot \alpha \Rightarrow c_A = 2\pi \cdot \alpha. \quad (\text{P3.1-10})$$

b) Gewölbte Platte als Kreisbogenprofil, Wölbungsmaß  $f$  (Bild P3.1-7c):

Dank der Wölbung erhöht sich  $c_A$  für  $\alpha \ll 1$  gemäß L. Prandtl auf

$$c_A = 2\pi \cdot (\alpha + 2 \cdot f / t) \quad (\text{P3.1-11})$$

Erst bei negativem Anströmwinkel  $\alpha = -2 \cdot f / t$  ist  $c_A = 0$ , so dass selbst bei  $\alpha = 0$  ein dynamischer Auftrieb dank der Wölbung auftritt (Bild P3.1-8a)!

So ist z. B. für einen kleinen Anstellwinkel  $\alpha = 4^\circ = 0.07$  rad der Auftriebsbeiwert der ebenen dünnen Platte  $c_A = 2\pi \cdot \alpha = 0.44$ , und für das dünne Kreisbogenprofil mit der bezogenen Wölbung  $f/t = 0.02$  deutlich größer  $c_A = 0.7$ .

Alternativ findet man (z. B. V. Quaschnig) auch Näherungsformeln für kleine Anstellwinkel wie z. B.

$$c_A \approx 5.5 \cdot \alpha, \quad \alpha \ll 1. \quad (\text{P3.1-12})$$

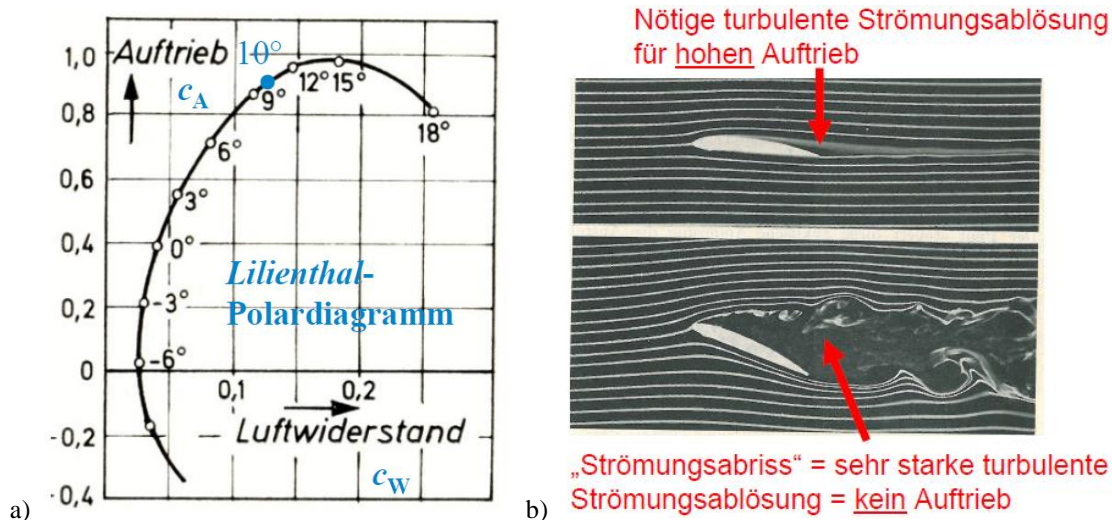
In der realen Strömung eines inkompressiblen ( $\gamma = \text{konst.}$ ), zähen ( $\eta > 0$ ) Fluids tritt Reibung auf, so dass  $F_W > 0$  ist. Aber erst durch diese Reibung tritt die Strömungsablösung am Profildende in Bild P3.1-7a bzw. Bild P3.1-8b (oben) auf, so dass die mittlere Geschwindigkeit

$v_1$  größer als  $v_2$  auch am Profilenende bleibt und damit die Bedingung  $p_1 < p_2$  über der gesamten Fläche  $A$ , was erst zu (P3.1-8, -9) führt und so den dynamischen Auftrieb ergibt. In einer reibungslosen Strömung, die bei  $v_\infty$  homogen ist und daher keine Wirbel enthält („wirbelfreie“ Strömung), wäre trotz Tragflächenprofil der dyn. Auftrieb Null. Im Folgenden wird auch für  $F_W$  als Bezugsfläche  $A$  statt  $A_p \ll A$  verwendet (P3.1-10), so dass  $c_W$  als auf  $A$  bezogener Wert deutlich kleiner als in Bild P3.1-5 ist, in welchem auf  $A_p$  bezogen wird.

$$F_W = c_W \cdot \gamma \cdot A \cdot v_\infty^2 / 2, \quad F_A = c_A \cdot \gamma \cdot A \cdot v_\infty^2 / 2 \quad (\text{P3.1-13})$$

Daher ist für Fluide mit geringer Viskosität  $\eta$  wie Wasser, Luft, Wasserdampf oder Rauchgas  $c_A(\alpha) \gg c_W(\alpha)$ , z. B.  $c_A(10^\circ) = 0.9 \gg c_W(10^\circ) = 0.12$  (Bild P3.1-8a).

Mit  $\alpha = 10^\circ = 0.17 \ll 1$  können näherungsweise die Formeln (P3.1-10, -12) verwendet werden:  $c_A(10^\circ) \approx 1.07$  bzw.  $c_A(10^\circ) \approx 0.96$ . Die Kraft  $F_W$  ist definitionsgemäß in der Richtung von  $v_\infty$  orientiert und die Kraft  $F_A$  senkrecht dazu.



**Bild P3.1-8:** NASA-Tragflächenprofil: a) Gemessene Werte für  $c_A(\alpha)$ ,  $c_W(\alpha)$ , bezogen auf die Tragfläche  $A$ , dargestellt im Polardiagramm nach Otto Lilienthal. Für  $c_W$  ist der Maßstab um den Faktor 4 gedehnt! b) Fotografie einer laminaren Luftanströmung mit Rauchfäden zum sichtbar machen der Strömung bei kleinem Anströmwinkel  $\alpha \approx 5^\circ$  (oben) und großem  $\alpha \approx 20^\circ$  (unten) mit großem Strömungsabriss an der ablaufenden Profilerseite (Quelle: J. Schreiner, Physik, 1971).

Während  $c_W$  bei  $\alpha = 0$  gemäß Bild P3.1-6 wegen des minimalen Strömungsabrisses minimal ist und für  $\alpha \neq 0$  zunimmt, nimmt  $c_A$  von etwa  $-6^\circ$  ausgehend mit steigendem  $\alpha$  zunächst zu (Bild P3.1-8b oben). Bei zu großem  $\alpha$  ab ca.  $15^\circ$  wird aber der Strömungsabriss zu groß, und  $c_A$  sinkt wieder ab (Bild P3.1-8b unten). Bei negativeren  $\alpha$ -Werten als ca.  $-6^\circ$  „drückt“ die Strömung von oben auf das Profil. Es ergibt sich ein dynamischer „Abtrieb“ mit einer nach unten gerichteten Kraft  $F_A$ . Eine so angeströmte Turbine dreht mit umgekehrtem Drehsinn.

**Beispiel P3.1-4:** Dynamischer Auftrieb an einem Schaufel-Tragflächenprofil gemäß Bild P3.1-8a für  $\alpha = 4^\circ = 0.07$  rad, Schaufelfläche  $A = 1 \text{ m}^2$ :  $c_A = 0.63$ ,  $c_W = 0.06$ ,  $c_W / c_A = 0.1$  !

a) Wasserströmung: Stauhöhe  $h = 10 \text{ m}$ ,  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $v_\infty = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 14 \text{ m/s}$

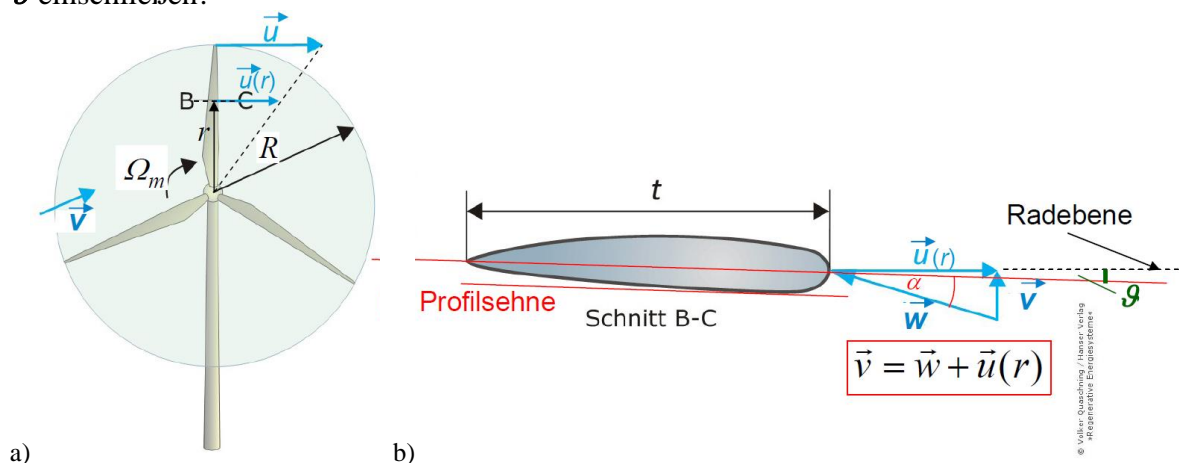
$$F_A = 0.63 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 14^2 / 2 = 61740 \text{ N}, \quad F_W = 0.06 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 14^2 / 2 = 5880 \text{ N}.$$

b) Windströmung:  $10^\circ \text{C}$ , Luftdichte  $\gamma = 1.247 \text{ kg/m}^3$ . Die Windgeschwindigkeit beträgt  $v_\infty = 50.4 \text{ km/h} = 14 \text{ m/s}$ .

$$F_A = 0.63 \cdot 1.247 \cdot 1 \cdot 14^2 / 2 = 77 \text{ N}, \quad F_W = 0.06 \cdot 1.247 \cdot 1 \cdot 14^2 / 2 = 7.3 \text{ N}.$$

Für Windturbinen sind wegen der geringen Luftdichte  $\gamma$  große Schauffelflächen  $A$  nötig, um nennenswert große Auftriebskräfte zu erzeugen. Daher sind die Rotorblätter der Windturbinen lang, um große Flächen  $A$  zu erzielen, z. B.  $R = 80$  m. Um die dann große Umfangsgeschwindigkeit  $u(R)$  der Schauffelspitzen zu begrenzen (Bild P3.1-9a), müssen die Drehzahlen  $n$  der Windturbinen niedrig sein (mit ca. 10 ... 15/min etwa 1/10 der Drehzahlen vergleichbarer Wasserturbinen). Folglich sind die erzielbaren Windturbinen-Leistungen  $P$  trotz deutlich größerer Abmessungen gegenüber vergleichbaren Auftriebsläufer-Wasserturbinen (*Kaplan*-Turbinen) 1/10 kleiner mit ca. 2 ... 8 ... 10 MW statt 20 ... 30 MW.

Zur Drehzahl  $n$  bzw. mechanischer Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_m = 2\pi \cdot n$  ist die Umfangsgeschwindigkeit der Schauffelspitzen  $u = 2R \cdot \pi \cdot n = u(R)$  (Bild P3.1-9a). Bezogen auf die Fluidgeschwindigkeit  $v$  (z. B. Windgeschwindigkeit) ergibt sich die **Schnellaufzahl**  $\lambda = u/v$ . Bei einem Radius  $r \leq R$  ist  $u(r) = 2r \cdot \pi \cdot n$ . Relativ zum Rotorblatt-Tragflächenquerschnitt ist die Anströmgeschwindigkeit  $w$  gemäß  $\vec{v} = \vec{w} + \vec{u}(r)$  und entspricht  $v_\infty$  bei ruhendem Profil Bild P3.1-7! Der Winkel zwischen  $w$ -Richtung zur Profilschne  $t$  definiert den Anströmwinkel  $\alpha$ , während die Profilschne  $t$  und Radebene den **Anstellwinkel**  $\vartheta$  einschließen!



**Bild P3.1-9:** a) Dreiflügelige Windturbinen mit Auftriebsläufer-Rotorblättern, b) Geschwindigkeitsdreieck am Rotorblattquerschnitt (Schnittebene B-C beim Radius  $r$ ) mit Neigungswinkel  $\vartheta$  der Profilschne  $t$  zur Drehebene (Radebene). Auf Grund der Eigenbewegung des Profils (Umfangsgeschwindigkeit  $u(r)$ ) ist für das Profil nicht die Fluid-Strömungsgeschwindigkeit  $v$  (Windgeschwindigkeit über Grund), sondern die relativ zum Profil auftretende Fluidgeschwindigkeit  $w$  maßgebend, welche den Anströmwinkel  $\alpha$  definiert (Quelle: *Quaschnig*, Regen. Energien, Hanser-Verlag).

Meist sind „Wenig-Schaufel“-Turbinen wie z. B. Windturbinen gemäß Bild P3.1-9a (Drei Rotorblätter) propellerartig und somit als Auftriebsläufer ausgeführt. „Viel-Schaufel“-Turbinen mit z. B. 19 Schaufeln am Umfang bilden ein „Schaufelgitter“ zur Strömungsumlenkung, so dass die Turbinenkraft im Wesentlichen durch Impulsänderung der Strömung erzeugt wird. Bei thermischen Turbinen und Wasserturbinen wird zusätzlich über einen Leitapparat als ruhendes Schaufelgitter die Strömungsführung zum Rotor optimiert, während Windturbinen wie in Bild P3.1-9 ohne Leitapparat auskommen müssen!

## P3.2 Wasserturbinen

### P3.2.1 Wasserturbinen - Arbeitsprinzip

Wasserturbinen sind Strömungsmaschinen, die in der Regel die potentielle Energie  $W_p$  des Wassers in mechanische Arbeit ( $W$ ) umwandeln. Nur sehr selten wie bei Wasserturbinen im Meer zur Ausnutzung der Meeresströmung wird die kinetische Strömungsenergie direkt

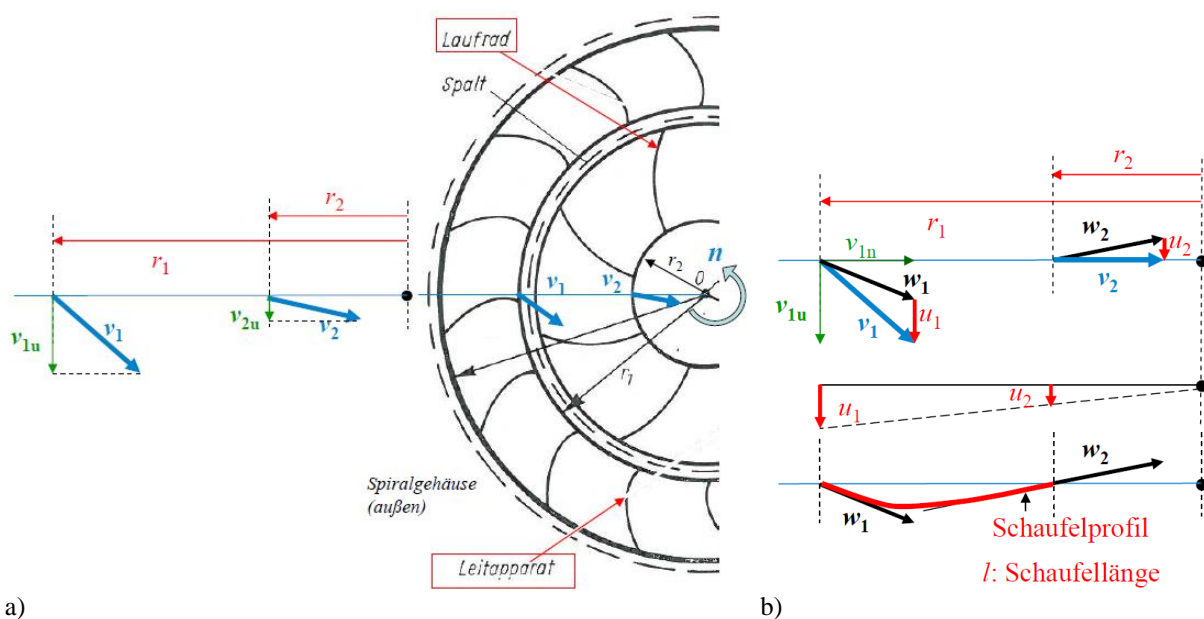
genützt (ähnlich wie bei Windturbinen gemäß Bild P3.1-9). Über die Rohrleitung und die Einlaufspirale wird die potentielle Energie des Wassers in kinetische Strömungsenergie gewandelt. Im Leitapparat oder der Zuströmdüse (bei *Pelton*-Turbinen) wird das strömende Wasser auf eine möglichst hohe Geschwindigkeit beschleunigt und seine Geschwindigkeit so gerichtet, dass bei gegebener Rotorumfangsgeschwindigkeit  $u$  ein optimaler Anströmwinkel  $\alpha$  eingestellt wird. Im Laufrad werden der Strömungsimpuls des Fluids durch Strömungsumlenkung und zusätzlich der dyn. Auftrieb als antreibende Schaufelkraft nutzbar gemacht. Diese Wasserturbinenrotoren treiben elektrische Generatoren an (bei größeren Leistungen  $> 1$  MW meist Synchron-Generatoren, Kap. T). Bei Leistungen ab ca. 4 MW erfolgt eine direkte Kupplung des Turbinenrotors mit dem Generatorrotor ohne Getriebe. Da die Dreiphasenwicklung des Generators zumeist direkt am Sinusnetz betrieben wird (ohne zwischengeschalteten Frequenzumrichter), muss die Turbinenrotordrehzahl  $n$  konstant geregelt sein, damit auch die elektrische Generatorfrequenz  $f = n \cdot p$  ( $2p$ : Generator-Magnetpolzahl) konstant ist und gleich der Netzfrequenz (z. B. 50 Hz oder 60 Hz) ist. So erfordern langsam drehende *Kaplan*-Wasserturbinen in Laufkraftwerken aufgestauter Flüsse den Einsatz hochpoliger Schenkelpol-Synchron-Generatoren.

Beispiel P3.2.1-1: Kaplan-Wasserturbinen  $n = 300/\text{min} = 5/\text{s}$ :

Für  $f = 50$  Hz ist ein Synchron-Generator mit der Polzahl 20 nötig:

$$f = 50 \text{ Hz} = n \cdot p, \quad n = 300/\text{min} = 5/\text{s}; \quad \text{Polzahl } 2p = 2 \cdot (f/n) = 2 \cdot (50/5) = \underline{20}.$$

Für die überwiegende Nutzung der Impulsänderung der Strömung durch ihre Umlenkung an den Schaufeln zur Krafterzeugung werden viele Schaufeln im Turbinenlaufrad als regelmäßiges „Schaufelgitter“ ausgebildet, wie Bild P3.2.1-1a am Beispiel einer radial durchströmten Innenläuferturbine zeigt. Im (nicht dargestellten) Spiralgehäuse wird das zufließende Fluid (Masse  $m$ , Massestrom  $\dot{m} = m/t$ ) in Rotation gebracht und fließt über die feststehende Leitschaufeln (Schaufelgitter des „Leitapparats“) in radialer Richtung auf das innen liegende Laufrad zu. Dort hat das Fluid auf Grund des Abströmens tangential zur Austrittskante der Leitschaufeln mit  $v_1$  je nach Leitschaufelkrümmung auch eine Geschwindigkeitskomponente  $v_{1u}$  in Umfangsrichtung. An den Laufradschaufeln wird die Strömung umgelenkt, treibt das Laufrad wegen der Impulsänderung an und tritt mit  $v_2$  aus.



a)

b)

Bild P3.2.1-1: a) Vielschaufelige radial durchströmte Turbine mit Leitapparat und Laufrad. Geschwindigkeiten  $v_1$ ,  $v_2$  am Laufradeintritt (Radius  $r_1$ ) und Laufradaustritt (Radius  $r_2$ ) (Quelle: Ziegler, F., Techn. Mechanik, Springer-Verlag). b) Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradschaufel-Eintritt und -Austritt für  $v_{2u} = 0$ .

Der Impuls der Strömung am Laufschaufeleintritt  $r = r_1$  ist  $m \cdot v_1$ , sein Anteil in Umfangsrichtung  $m \cdot v_{1u}$  und somit sein Drehimpuls (siehe Kap. G)  $m \cdot v_{1u} \cdot r_1$ . Der zugehörige Drehimpuls/Zeit  $\dot{m} \cdot v_{1u} \cdot r_1 = M_1$  ist das Drehmoment  $M_1$  des rotierenden Fluid-Zustroms. Tritt das Fluid bei  $r = r_2$  auch mit einer Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung  $v_{2u}$  aus, so hat der rotierende Abstrom dort das Drehmoment  $M_2 = \dot{m} \cdot v_{2u} \cdot r_2$ . Das resultierende Laufrad-Drehmoment, das vom Fluid auf das Laufrad übertragen wurde, ist demnach

$$M = M_1 - M_2 = \dot{m} \cdot (v_{1u} \cdot r_1 - v_{2u} \cdot r_2) \quad (\text{Euler-Turbinengleichung}). \quad (\text{P3.2.1-1})$$

Aus dem Laufrad-Drehmoment erhalten wir mit  $n$ , der Laufrad-Drehzahl, die Laufradleistung.

$$P = 2\pi \cdot n \cdot M = 2\pi \cdot n \cdot \dot{m} \cdot (v_{1u} \cdot r_1 - v_{2u} \cdot r_2) \quad (\text{P3.2.1-2})$$

Das Laufrad-Drehmoment  $M$  ist maximal, wenn  $v_{2u} = 0$  ist, also „radialer (drallfreier) Abstrom“ erfolgt (Bild P3.2.1-1b). Es tritt die maximale Turbinenleistung auf:  $P_{\max} = 2\pi \cdot n \cdot \dot{m} \cdot v_{1u} \cdot r_1$ . Mit der Radumfangsgeschwindigkeit  $u_1 = 2\pi \cdot r_1 \cdot n$  und dem durch die Radialkomponente der Geschwindigkeit  $v_{1n}$  bestimmten Massestrom  $\dot{m} = \gamma \cdot 2\pi \cdot r_1 \cdot l \cdot v_{1n}$  am Laufschaufeleintritt erhalten wir die max. Turbinenleistung

$$P_{\max} = \dot{m} \cdot v_{1u} \cdot u_1 = \gamma \cdot 2\pi \cdot r_1 \cdot l \cdot v_{1n} \cdot v_{1u} \cdot u_1 \quad (\text{P3.2.1-3})$$

als Produkt  $P_{\max} \sim v_{1n} \cdot v_{1u}$  der Strömungsgeschwindigkeit  $\vec{v} = v_{1n} \cdot \vec{e}_r + v_{1u} \cdot \vec{e}_t$ , das es beim Turbinenentwurf zu maximieren gilt. Für geringe Reibungsverluste in der Strömung muss die Eintrittsgeschwindigkeit  $v_1$ , die tangential zur Leitschaufelaustrittskante auftritt, als Geschwindigkeit  $w_1$  gemäß  $\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{w}_1$  relativ zur Schaufel (Bild P3.2.1-1b) am Laufschaufeleintritt tangential zu diesem gerichtet sein. Dies ist für eine bestimmte Drehzahl  $n \sim u_1$  und einen bestimmten Massestrom  $\dot{m} \sim v_{1n}$  in Bild P3.2.1-1b dargestellt. Im Laufschaufelkanal zwischen zwei benachbarten Schaufeln im Abstand  $b$  erfolgt die günstigstenfalls „reibungsfreie“ Umlenkung der Strömung  $w_2 = |\vec{w}_2| \approx w_1 = |\vec{w}_1|$  und die Impulsübertragung. Da der Kanal sich bei konstanter Schaufellänge  $l$  (in axialer Richtung) nach innen zu einengt (der Schaufelabstand  $b$  sinkt von  $b_1$  auf  $b_2$ ), wird auf Grund der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Fluide  $w_1 \cdot b_1 \cdot l = w_2 \cdot b_2 \cdot l$  (Kap. G) die Fluidgeschwindigkeit im Schaufelkanal etwas zunehmen  $w_2 > w_1$ . Mit  $\vec{v}_2 = \vec{u}_2 + \vec{w}_2$  ist die Laufschaufelkrümmung so eingestellt, dass die Austrittsgeschwindigkeit  $v_2$  im Idealfall rein radial („drallfrei“) auftritt.

Die Leit- und Laufschaufelanzahl soll ungleich sein (in Bild P3.2.1-1 z. B. 16 und 8), um die stoßartige, periodisch auftretende Strömungsbeeinflussung beim Treffen von Lauf- und Leitschaufelkante zu minimieren. Die Schaufelanzahl sollte nicht zu klein sein. Sonst ist die Schaufelkanalbreite  $b$  zu groß. Das führt zu einer schlechteren Strömungsführung beim Umlenken der Strömung im Schaufelkanal. Die Anzahl soll aber auch nicht zu groß sein. Sonst wird die Schaufelwandreibung („Kanalreibung“) zu groß.

Der in Bild P3.2.1-1 dargestellte rein radial durchströmte Turbinentyp wurde von *Henschel* (D) 1837 erfunden, aber für *Jonval* (F) 1843 in Frankreich patentiert und heißt **Henschel-Jonval-Turbine**. Bei ihr erfolgte der Zufluss über den Leitapparat von innen, so dass sie eine „Außenläufer“-Turbine ist (Bild P3.2.1-2).

*Beispiel P3.2.1-2: Henschel-Jonval-Wasserturbine: Ausführungsbeispiel nach Escher-Dubs* (1928) für einen Volumenstrom  $2 \text{ m}^3/\text{s}$ , die Fallhöhe  $h = 10 \text{ m}$  und die Drehzahl  $n = 164/\text{min}$ .

Raddurchmesser und Breite:  $d_2 = 2r_2 = 1.1 \text{ m}$   $l = 0.2 \text{ m}$ .

Zugeführte Leistung in der Strömung:

$$P_{zu} = \dot{m} \cdot g \cdot h = \gamma \cdot \dot{V} \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 2 \cdot 9.81 \cdot 10 = 196.2 \text{ kW}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit des Rads ist gemäß Bild P3.2-2

$$u_2 = d_2 \pi \cdot n = 1.1 \cdot \pi \cdot 164 / 60 = 9.4 \text{ m/s}.$$

Die radiale Abflussgeschwindigkeit ist  $\dot{V} = v_{2n} \cdot l \cdot d_2 \cdot \pi = 2 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow v_{2n} = 2.89 \text{ m/s}$ .

Die Zuflussgeschwindigkeit vor der Einlaufspirale ist  $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 14 \text{ m/s}$ . Die Verlustgruppen a) ... e) in der Turbine und ihr Wirkungsgrad sind in Tab. P3.2-1 angegeben.

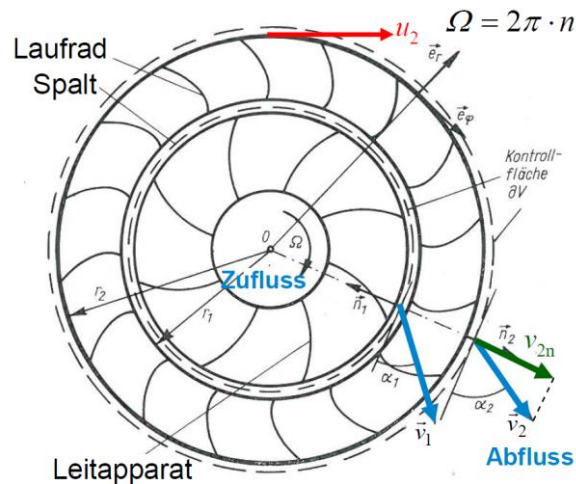


Bild P3.2.1-2: Radial von innen nach außen durchströmte Henschel-Jonval-Außenläuferturbine (Quelle: Ziegler, F., Techn. Mechanik, Springer-Verlag).

a) Verluste im Leitapparat:	
- Stoßverlust an den Leitschaufeleintrittskanten	0.15%
- Leitschaufelkanal-Reibung	4.6%
b) Wasserspalt:	
Wasserverlust (By-pass-Strömung) beim Übertritt:	4.25%
c) Verluste im Laufrad:	
- Stoßverlust an den Laufschaufeleintrittskanten	0.25%
- Laufschaufelkanal-Reibung	4.3%
- Austrittsverlust (Verwirbelung bei Kanalerweiterung)	3%
d) „Saugrohr“ (= Wasserabflussrohr)	
NICHT drallfreie Abströmung: Reibung an Wand:	2%
e) Lagerreibung	2%
<b>Verlustsumme</b>	<b>20.55%</b>

**Verlustleistung**  $P_d = 0.2055 \cdot P_{zu} = 0.2055 \cdot 196.2 = 40.3 \text{ kW}$

**Mechanische Abgabeleistung**  $P_{ab} = P_{zu} - P_d = 196.2 - 40.3 = 155.9 \text{ kW}$

**Drehmoment**  $M = P_{ab} / (2\pi \cdot n) = 155900 / (2\pi \cdot 164 / 60) = 9078 \text{ Nm}$

**Wirkungsgrad**  $\eta = P_{ab} / P_{zu} = 155.9 / 196.2 = 79.46\%$

Tabelle P3.2.1-1: Verlustbilanz einer ausgeführten Henschel-Jonval-Außenläuferturbine (Quelle: Escher-Dubs).

Der statische Wasserdruck ist entsprechend der Stauhöhe  $h = 10 \text{ m}$  um 1 bar größer vor der Turbine als hinter der Turbine, so dass sie eine Überdruckturbine ist. Gemäß Tab. P3.2.1-2 werden **Gleichdruckturbinen**, bei denen der statische Wasserdruck am Laufradeintritt gleich groß ist wie am Austritt, und **Überdruckturbinen** unterschieden. Gleichdruckturbinen sind die Pelton-Turbine, die Ossberger-Durchströmturbine für Wasserkraftwerke bis ca. 100 kW



und die historisch bekannten überschlächtigen und unterschlächtigen Wasserräder, die früher weit verbreitet waren an Wassermühlen, Hammerwerken, .... **Überdruckturbinen** sind die älteren Turbinenformen der *Fourneyron*-Turbine und *Henschel-Jonval*-Turbine, aber auch die *Francis*-Turbine, die Wasserwirbelturbine, alle Arten von Axialturbinen, aber auch rückwärts laufende Industriepumpen im Turbinenbetrieb, die antike *Archimedische* Schraube und das *Segner*-Wasserrad, das nach dem Rückstoßprinzip arbeitet und für das *L. Euler* die Gleichung (P3.2.1-1) ursprünglich hergeleitet hat.

Die Untergruppe der **Axialturbinen** umfasst die *Kaplan*-Turbine, die Propellerturbine, die Schrägpropeller- oder *Lawaczeck*-Turbine und die *Dériaz*-Turbine. Sonderbauformen der *Kaplan*-Turbine sind die Bauformen als Rohrturbine und Straight-Flow-Turbine („Straflo“).

Ab einer bestimmten Leistung von etwa 500 kW dominieren als Wasserturbinen für „Niederdruck“-Flusskraftwerke, in welchen ein niedriger Wasserdruck auf Grund einer niedrigen Fallhöhe  $h < \text{ca. } 10 \text{ m}$  gegeben ist, **Kaplan-Turbinen** (Bild P3.2.1-3a). Bei diesen Turbinen kann der Volumenstrom durch die Turbine sehr groß sein. Die *Kaplan*-Turbinen haben eine niedrige Drehzahl  $n$  (i. A.  $< 100/\text{min}$ ).

**Francis-Wasserturbinen** (Bild P3.2.1-3b,c) werden für höher gestaute Flusstäler und damit größere Fallhöhen  $h < \text{ca. } 100 \text{ m}$  („Mitteldruck“-Kraftwerke) eingesetzt. Für die dabei auftretenden mittelgroßen Volumenströme drehen diese *Francis*-Turbinen mit mittelgroßen Drehzahlen  $n$  bis ca. 400/min.

**Pelton-Wasserturbinen** (Bild P3.2.1-3d) werden in Speicherkraftwerken mit hochgelegenen Wasserspeicherbecken und damit großen Fallhöhen  $h$  bis ca. 1500 m („Hochdruck“-Kraftwerke) verwendet. Bei den dann relativ kleinen Volumenströmen drehen *Pelton*-Turbinen mit relativ hohen Drehzahlen  $n$  von ca. 500/min bis 1000/min.



Bild P3.2.1-3: Schematische Darstellung der Turbinenläufer für a) *Kaplan*-, b) und c) *Francis*-, d) *Pelton*-Turbinen. Die Unterscheidung bei *Francis*-Läufern als langsam und schnell meint: „Langsam“-Läufer haben eine kleine „spezifische“ Drehzahl  $n_q$  und sind damit für hohe mechanische Drehzahl  $n$  und eher kleineren Volumenstrom geeignet. „Schnell“-Läufer haben eine hohe spezifische Drehzahl und sind daher für eine eher niedrige mech. Drehzahl, aber größeren Volumenstrom geeignet, weshalb auch die Schaufeln höher sind (Quelle: G.U.N.T Gerätebau GmbH, Hamburg).

KAPLAN-, FRANCIS-Turbine:

#### Überdruckturbinen (Reaktionsturbinen)

- **Wasserüberdruck** wird in Einlaufspirale und Leitapparat in Geschwindigkeit umgesetzt
- Kinetische Austrittsenergie wird im „Saugrohr“ in Druckenergie „abgebremst“
- Druck vor/nach Schaufel ist nicht gleich
- FRANCIS-Rad auch als Pumpe einsetzbar, KAPLAN-Rad nicht!
- KAPLAN: Auftriebsläufer  
FRANCIS: Überwiegend Strömungsumlenkung

PELTON-Turbine:

#### Gleichdruckturbine (Aktionsturbine)

- **Wasserüberdruck** des Hochbeckens wird in der Rohrleitung in Geschwindigkeit umgesetzt  $\Rightarrow$  Düse  $\Rightarrow$  Schaufel
- Kinetische Austrittsenergie möglichst Null
- Druck vor/nach Schaufel ist gleich = Umgebungsdruck = „Gleichdruck“
- PELTON-Rad kann nicht pumpen!
- PELTON: Strömungsumlenkung

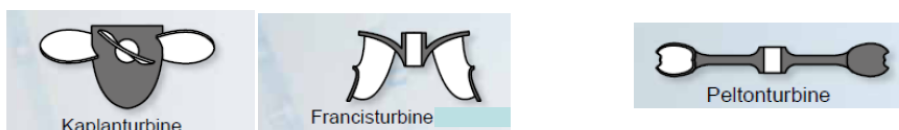
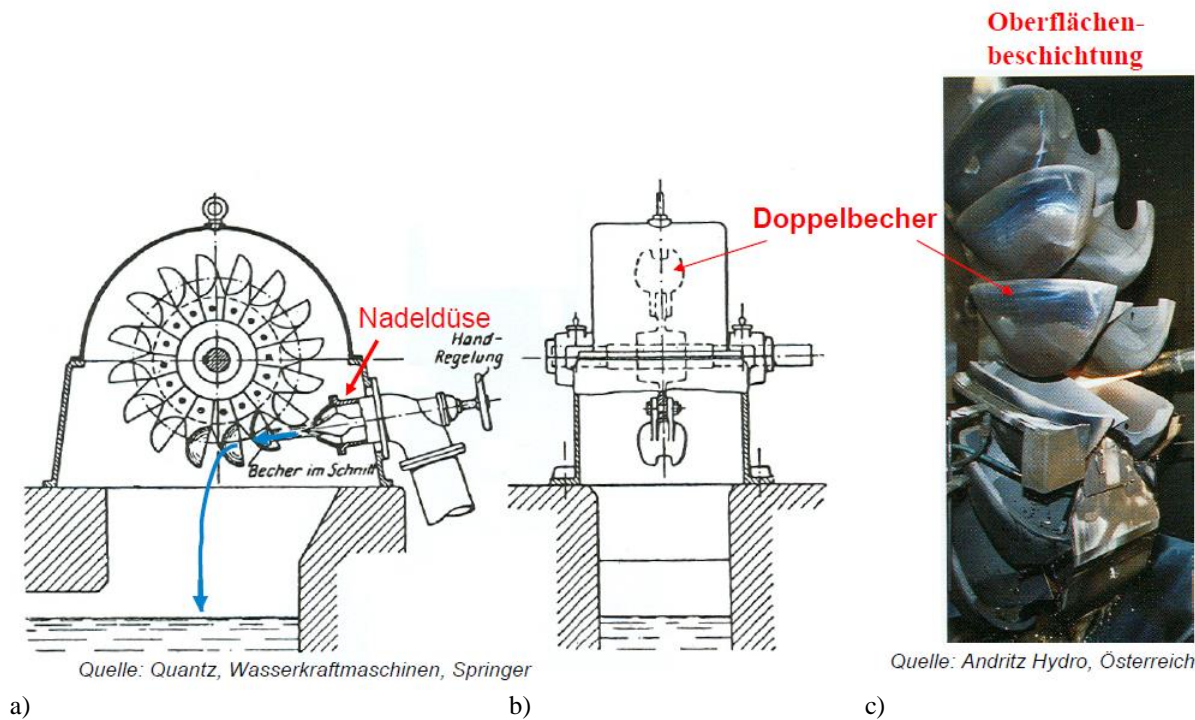


Tabelle P3.2.1-2: Überblick über die Eigenschaften von *Kaplan*-, *Francis*- und *Pelton*-Turbinen.

### P3.2.2 Pelton-Turbine

Geringe Durchflussmengen und hoher statischer Wasserdruck ist typisch für **Speicherkraftwerke**, erzeugt durch große Gefällehöhen von etwa 100 m ... 1500 m zwischen der Wasseroberfläche des Stausees und dem Wassereinlauf im Krafthaus, das sich auf der Talsohle befindet. Sie erfordern den Einsatz der **Pelton-Turbine** (Bild P3.2.2-1a,b). Die **Pelton-Turbine** ist eine Freistrahlturbine, deren Läufer als „Löffelrad“ mit zwei Bechern je Schaufel aus i. A. mehreren am Umfang angeordneten "Nadeldüsen" tangential mit einem gebündelten Wasserstrahl („Freistrah“) beaufschlagt wird. Sie ist somit wegen des den Freistrah umgebenden konstanten Luftdrucks eine (über die Düsen teilbeaufschlagte) Gleichdruckturbine, die 1879 von *Lester Pelton, USA*, erfunden wurde. Jede der Nadeldüsen hat eine verstellbarer Düsenöffnung und einen „Strahlabschneider“ für rasche Verminderung des Drehmoments. Wegen des Freistrahls ist eine Umkehr der Strömungsrichtung nicht möglich. In Pumpspeicherkraftwerken ist deshalb eine meist mehrstufige radial wirkende Pumpe (Bild P3.2.2-8b) an das zweite Maschinenwellenende des el. Motor-Generators gekuppelt. Die Turbine rotiert auf Grund der hohen Strahlgeschwindigkeit mit relativ hoher Drehzahl, z. B. 500/min, 750/min, 1000/min am 50 Hz-Netz, so dass typisch 6 ... 14-polige, also eher hochdrehende Synchronmaschinen als Motor-Generatoren zum Einsatz kommen.



**Bild P3.2.2-1:** a), b) Horizontal gelagerte **Pelton-Turbine**: Die becherförmigen Schaufeln werden aus Wasserdüsen, über die die Strahlstärke eingestellt werden kann (im Bild: Handrad für Nadelventil! Eine Düse dargestellt), mit hohem Wasserdruck, aber geringer Wasserdurchflussmenge beaufschlagt (Quelle: *Quantz, Wasserkraftmaschinen, Springer*). Die hohe Wasserstrahlgeschwindigkeit schädigt durch Flüssigkeitsreibung die Becheroberfläche, deshalb wird widerstandsfähiges Hartmetall als Oberflächenbeschichtung aufgetragen.

#### Beispiel P3.2.2-1:

Polzahl eines schnell laufenden E-Generators für den Antrieb durch eine **Pelton-Turbine**:  
 $n = 1000/\text{min}$ ,  $f_{\text{Netz}} = 50 \text{ Hz}$ :  $2p = 2f_{\text{Netz}}/n = 2 \cdot 50 / (1000 / 60) = \underline{6}$  Pole: 3 N- und 3 S-Pole!

In Bild P3.2.2-2 ist  $v$  die absolute Wasserstrahlgeschwindigkeit,  $w$  die Strahlgeschwindigkeit relativ zur bewegten Schaufel und  $u$  die Umfangsgeschwindigkeit der Laufradschaufel auf Strahlhöhe (Radius  $r$ ):  $\vec{v} = \vec{u} + \vec{w}$ . Ein- und Austrittswinkel des Wasserstrahls sind  $\beta_1 = 0^\circ$  und  $\beta_2 = \text{ca. } 170^\circ$ . Mit der Annahme einer reibungsfreien Strahlumlenkung  $|\vec{w}_1| = |\vec{w}_2|$  ergibt das

Geschwindigkeitsdreieck  $\vec{v}_2 = \vec{u}_2 + \vec{w}_2$  die Geschwindigkeit des abströmenden Wassers, wobei  $v_2 \ll v_1$ , so dass nahezu die gesamte kinetische Energie  $W_{k,zu}$  im Freistrah in mech. Bewegungsenergie des Turbinenläufers umgesetzt wird, da die kinetische Restenergie im Wasser  $W_{k,ab}$  wegen  $v_2 \ll v_1$  sehr klein ist.

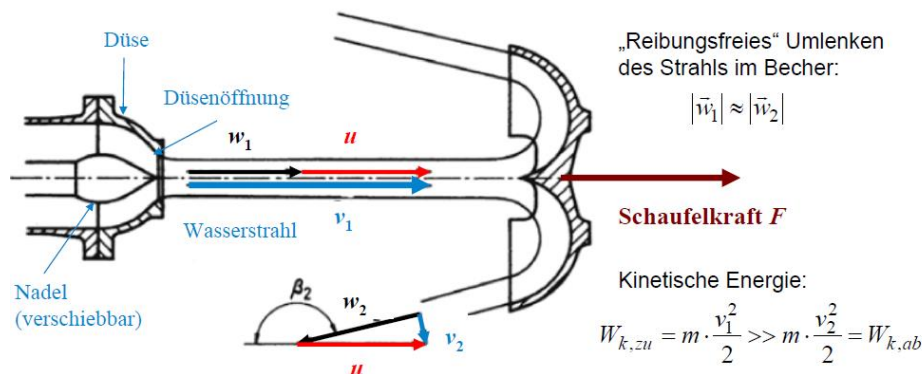


Bild P3.2.2-2: Düse, Wasserfreistrah und becherförmige Schaufel mit dort geteiltem, umgelenkten Wasserstrahl zum Antrieb der Schaufel (Quelle: Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungstechnik, Univ. Magdeburg).

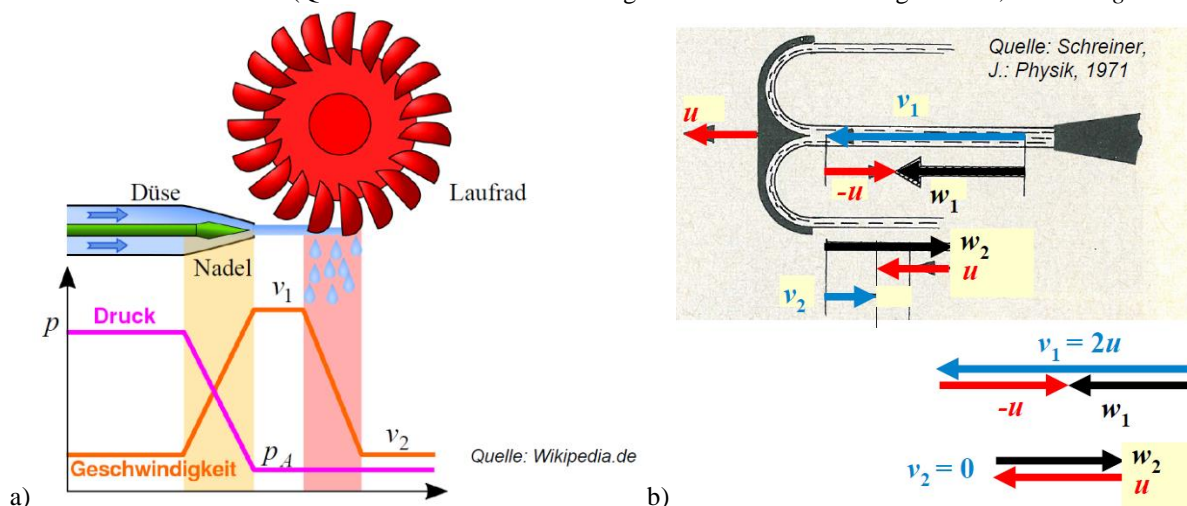


Bild P3.2.2-3: a) Druck- und Geschwindigkeitsverlauf von der Düse zum Laufrad, b) Geschwindigkeitsdiagramme bei idealer 180°-Umlenkung des Wasserstrahls.

Der hohe hydrostatische Druck  $p = \gamma \cdot g \cdot h$  des Hochbeckens wird in der Düse in eine hohe Austrittsgeschwindigkeit  $v_1$  des Fluids umgesetzt (Bild P3.2.2-3a) und bewirkt die hohe Wasserstrahlgeschwindigkeit in der Luft außerhalb der Düse. Dieser Wasserstrahl ist überall vom Luftdruck umgeben („Freistrah“), so dass zwischen Laufradein- und Laufradaustritt stets derselbe Luftdruck  $p_A$  herrscht. An der Turbine gibt es folglich kein Druckgefälle, weshalb die Pelton-Turbine eine Gleichdruckturbine („Aktionsläufer“) ist. In Bild P3.2.2-3b ist idealisiert der Strahlaustrittswinkel  $\beta_2 = 180^\circ$ , so dass bei vernachlässigter Schaufelreibung die Beziehung  $w_1 = -w_2$  für den um  $180^\circ$  umgelenkten Wasserstrahl relativ zur Schaufel gilt. Damit maximale kinetische Strömungsenergie auf das Laufrad übertragen wird, muss die kinetische Energie  $W_{k,ab} = 0$  sein, also  $v_2 = 0$ . Dies ist bei  $180^\circ$ -Umlenkung für eine Umfangsgeschwindigkeit  $u = v_1/2$  der Fall, denn es gilt mit Bild P3.2.2-3b

$$v_1 = w_1 + u \quad v_2 = w_2 + u = 0 \Rightarrow u = -w_2 \tag{P3.2.2-1}$$

$$w_1 = -w_2 = u \Rightarrow v_1 = w_1 + u = 2 \cdot u \quad v_1 = 2 \cdot u = 2 \cdot u_N \tag{P3.2.2-2}$$

Wenn die Strahlgeschwindigkeit  $v_1$  im Nennbetrieb die doppelte Radumfangsgeschwindigkeit  $2u = 2u_N$  aufweist, dann ist kinetische Strahlenergie vollständig in Turbinenarbeit umgesetzt.

Diese Nenndrehzahl  $n_N$  ( $u_N = 2r \cdot \pi \cdot n_N$ ) wird durch die Regulierung der Wassermenge über die Nadelstellung an der Düse eingestellt, wobei dies über eine Drehzahlregelung der Turbine erfolgt! Im plötzlichen elektrischen Leerlauf wird der Generator infolge einer Störung (z. B. Netzkurzschluss) vom elektrischen Netz überraschend getrennt („Lastabwurf“). Damit ist die Generator-Statorwicklung (Kap. T) stromlos, so dass mit dem Magnetfeld des Generatorrotors keine bremsende tangentielle *Lorentz*-Kraft mehr gebildet wird:  $F = 0$ . Das zugehörige die Turbine bremsende elektromagnetische Drehmoment ist Null:  $M_e \sim F = 0$ . Die noch immer mit Wasser beaufschlagte Turbine wird aber weiter angetrieben, so dass ihre Drehzahl  $n$  (und damit die des gekoppelten Generators) steigt. Auf Grund dieser Drehzahlzunahme wird mit dem „Strahlabschneider“ der Wasserstrahl von den Schaufeln wegelenkt, so dass das Turbinenmoment ebenfalls Null ist und der auf Grund der Reibung der rotierende Maschinensatz austrudelt. Auf welche maximale Drehzahl  $n_{max}$  (Leerlaufdrehzahl der Turbine, auch **Durchgangs- oder Durchbrenndrehzahl**) dreht der Maschinensatz hoch, wenn das Wasserstrahlableiten versagen sollte? Im idealen (= verlustfreien) Leerlauf wird dem Wasser bei Erreichen von  $n_{max}$  von der Turbine keine kinetische Energie mehr entzogen, denn sonst würde die Turbine noch weiter beschleunigen. Die Turbinenarbeit ist dann (reibungsfrei) Null. Wegen  $W_{k,zu} = W_{k,ab}$  gilt  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$ ,  $v_1 = v_2$ . Mit  $w_1 = -w_2$  und  $u_{max} = 2r \cdot \pi \cdot n_{max}$  folgt Bild P3.2.2-4a.

$$v_1 = w_1 + u_{max} \quad v_2 = w_2 + u_{max} = v_1 \Leftrightarrow v_1 - u_{max} = w_1 = -w_2 = -(v_2 - u_{max}) \quad (P3.2.2-3)$$

$$v_1 - u_{max} = -v_2 + u_{max} = -v_1 + u_{max} \Rightarrow v_1 = u_{max} : w_1 = v_1 - u_{max} = -w_2 = 0 \quad (P3.2.2-4)$$

Das Wasser wird mit (theoretisch unendlich langsamer) Geschwindigkeit  $w = 0$  umgelenkt und tritt mit  $v_2 = v_1$  aus der Schaufel aus. Aus (P3.2.2-3, -4) folgt für gleiche Strahlgeschwindigkeit  $v_1$  wegen

$$\frac{n_{max}}{n_N} = \frac{2r \cdot \pi \cdot n_{max}}{2r \cdot \pi \cdot n_N} = \frac{u_{max}}{u_N} = \frac{v_1}{v_1/2} = 2 \quad (P3.2.2-5)$$

als Maximaldrehzahl der doppelte Wert der Nenndrehzahl und damit vierfache Fliehkraftbelastung der rotierenden Teile. Im Realbetrieb wird durch Reibung und  $\beta_2 < 180^\circ$  nur ca.  $n_{max} = 1.8 \cdot n_N$  erreicht. Für diesen „worst-case“ müssen Turbinen- und Generatorrotor mit einem Schleudertest mit der „Schleuderdrehzahl“  $n_{max}$  für 2 min. (lt. Norm IEC 60034) im Schleuderbunker geprüft werden.

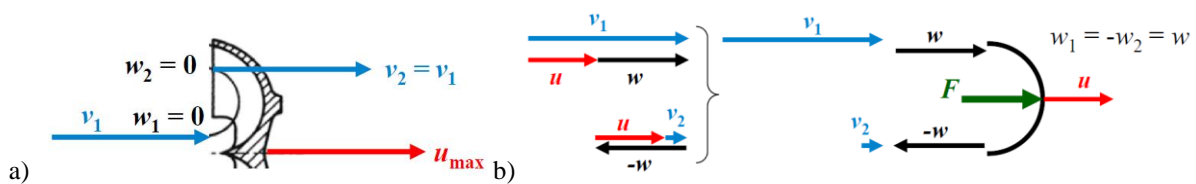


Bild P3.2.2-4: Geschwindigkeitsdiagramm an der Schaufel a) bei Durchgangsdrehzahl  $n_{max}$ , b) bei beliebiger Drehzahl  $0 < n < n_{max}$ .

Die Abhängigkeit des Turbinendrehmoments  $M$  von der Drehzahl  $n$  bei veränderlicher Strahlgeschwindigkeit  $v_1$  wird mit den Geschwindigkeitsdiagrammen am Schaufeleintritt und Austritt (Bild P3.2.2-4b) mit  $w_1 = w = -w_2$ ,  $u = 2r \cdot \pi \cdot n$  und  $\beta_2 = 180^\circ$  ermittelt. Es ist

$$v_1 = w + u \quad , \quad v_2 = -w + u \quad : \quad u = (v_1 + v_2)/2 \quad \text{und} \quad v_1 - v_2 = \Delta v = 2 \cdot w \quad .$$

Impulsänderung der Strömung an der Schaufel:  $m \cdot v_1 - m \cdot v_2 = m \cdot (v_1 - v_2) = m \cdot \Delta v = m \cdot 2w$ ,  
 Schaufelkraft = Impulsänderung/Zeit:  $F = m \cdot \Delta v / \Delta t = (m \cdot 2w) / \Delta t = (m / \Delta t) \cdot 2w = \dot{m} \cdot 2w$ ,

$$\text{Leistung je Schaufelbecher: } P = F \cdot u = \dot{m} \cdot 2w \cdot u = \dot{m} \cdot 2 \cdot \frac{v_1 - v_2}{2} \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} = \dot{m} \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \quad ,$$

oder alternativ:  $P = \frac{\Delta W_k}{\Delta t} = \frac{(m \cdot v_1^2 / 2) - (m \cdot v_2^2 / 2)}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = \dot{m} \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}$ . Damit folgt

mit  $d = 2r$  das Drehmoment  $M$  bei  $2z$  angeströmten Schaufelbechern bzw.  $z$  Schaufeln, angeströmt aus  $z$  Düsen (z. B.  $z = 6$  bei 6 Düsen)

$$M(n) = 2z \cdot F \cdot r = z \cdot F \cdot d = z \cdot d \cdot \dot{m} \cdot 2w = 2z \cdot d \cdot \dot{m} \cdot (v_1 - d \cdot \pi \cdot n) \quad (P3.2.2-6)$$

und die zugehörige Turbinenleistung  $P$  in Abhängigkeit von  $n$  (Bild P3.2.2-5a):

$$P(n) = 2\pi \cdot n \cdot M = 4\pi \cdot z \cdot d \cdot \dot{m} \cdot n \cdot (v_1 - d \cdot \pi \cdot n) \quad (P3.2.2-7)$$

Das Drehmoment sinkt linear mit steigender Drehzahl vom Anfahrmoment  $M_{\max}$  bei  $n = 0$

$$M_{\max} = M(n = 0) = 2z \cdot d \cdot \dot{m} \cdot v_1 \quad (P3.2.2-8)$$

bis zur Leerlaufdrehzahl  $n_{\max}$  bei  $M = 0$ . Die maximale Leistung  $P_{\max}$  tritt auf bei  $u = v_1/2$ ! Dies wird als Nennpunkt  $n_N$  festgelegt!

$$P_{\max} = P\left(\frac{n_{\max}}{2}\right) = P\left(u = \frac{v_1}{2}\right) = 2z \cdot 2 \cdot \dot{m} \cdot \underbrace{\pi \cdot d \cdot n}_{u=v_1/2} \cdot \left(v_1 - \underbrace{d \cdot \pi \cdot n}_{u=v_1/2}\right) = 2z \cdot 2 \cdot \dot{m} \cdot \left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = z \cdot \dot{m} \cdot v_1^2$$

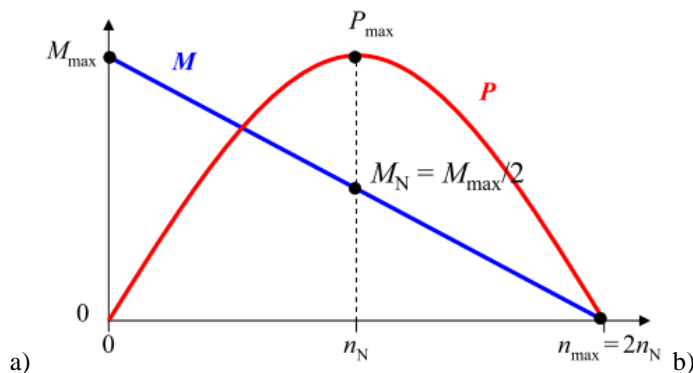
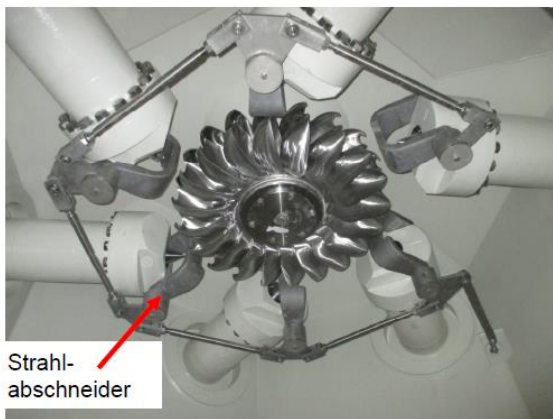


Bild P3.2.2-5: Pelton-Turbine a) Idealisiert: Drehmoment  $M$  und Leistung  $P$  in Abhängigkeit von  $n$ , Anfahr-drehmoment  $M_{\max}$ , Leerlaufdrehzahl  $n_{\max}$ . b) Schaufelfertigung: Oberflächenvergütung (Quelle: Andritz Hydro).

• Klein-Wasserkraftwerk Grünsee, A

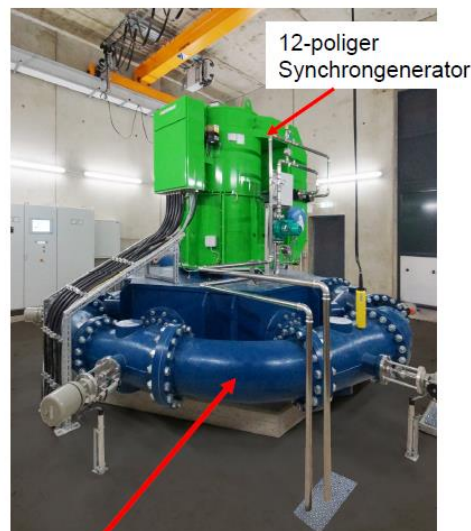
811 kW,  $h = 80.1$  m Fallhöhe,  $n_N = 500$ /min, Laufraddurchmesser  $D = 707$  mm



Sechs Düsen, vertikale Turbinewelle:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 80.1} = 39.6 \text{ m/s}$$

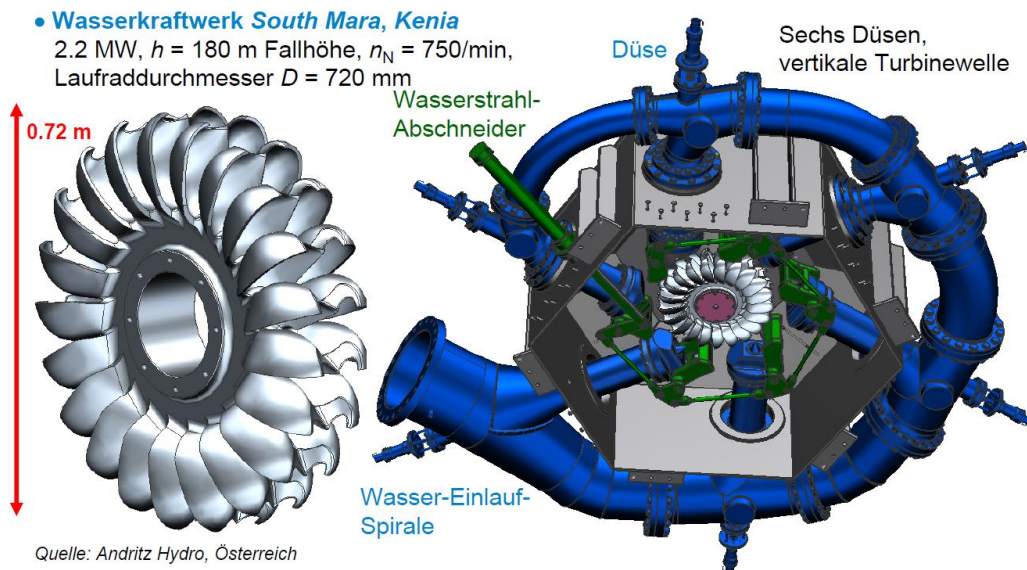
$$f = 50 \text{ Hz} = n \cdot p \Rightarrow 2p = 2 \cdot 50 / (500 / 60) = 12$$



Wassereinflaufspirale ringförmig zu den sechs Düsen

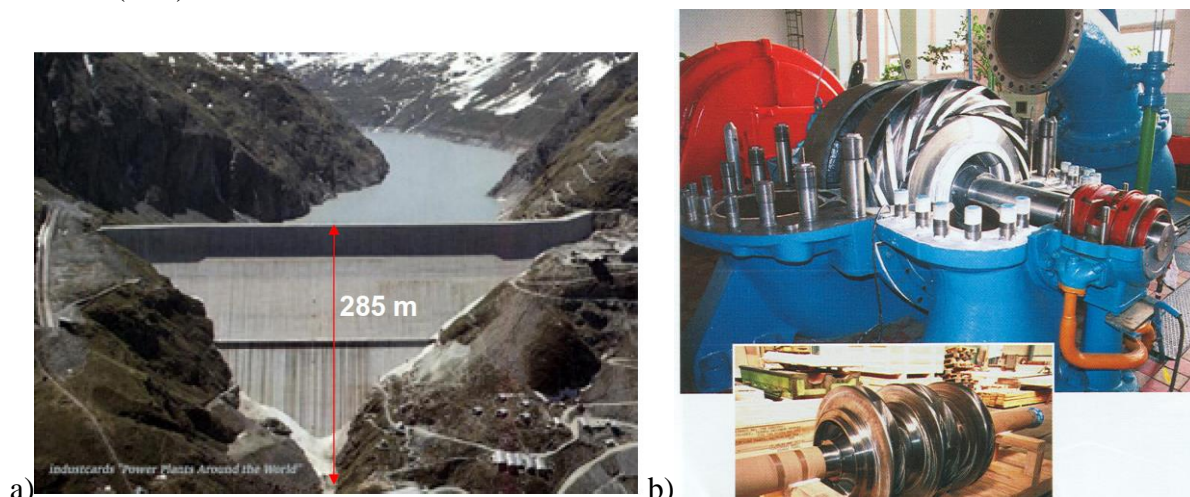
Quelle: Andritz Hydro, Österreich

Bild P3.2.2-6: Ausgeführte Pelton-Turbine mit vertikaler Welle (links) und Turbine mit gekuppeltem Generator (rechts).



**Bild P3.2.2-7:** 3D-CAD-Darstellung einer ausgeführten *Pelton*-Turbine mit vertikaler Welle: links: Turbinenrad, rechts: Turbine und Einlaufspirale sowie Strahlabschneideranordnung.

**Beispiel P3.2.2-2:** Drei *Pelton*-Turbinen mit je ca. 450 MW (die größten je gebauten *Pelton*-Turbinen!) im Kraftwerk *Bieudron/Wallis, Schweiz*, gespeist aus dem Stausee *Lac de Dix, Schweiz* (Bild P3.2.2-8a): Rohfallhöhe  $h = 1883$  m (Weltrekord), Wassergeschwindigkeit am Druckrohrleitungsaustritt zufolge der Fallhöhe  $v = \sqrt{2g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1883} = 192$  m/s. Real ist durch Reibungsverluste diese Wassergeschwindigkeit etwas kleiner:  $v = 600$  km/h = 166.6 m/s. Über die NadeldüsenEinstellung wird  $v_1 = 207$  m/s größer als  $v$  eingestellt (Bild P3.2.2-3a), so dass die Radumfangsgeschwindigkeit  $u = v_1/2 = 103.5$  m/s =  $d \cdot \pi \cdot n$  ist. Mit der Drehzahl  $n = 428.6$ /min ergibt sich ein Raddurchmesser von ca.  $d = 4.65$  m. Die Durchgangsdrehzahl ist mit 1.86-fach  $n_{\max} = 800$  /min, was zu 3.5-facher Fliehkraftbelastung führt, für die der Rotor zu bemessen ist. Das Nenndrehmoment beträgt  $M = P/(2\pi n) = 10$  MNm.

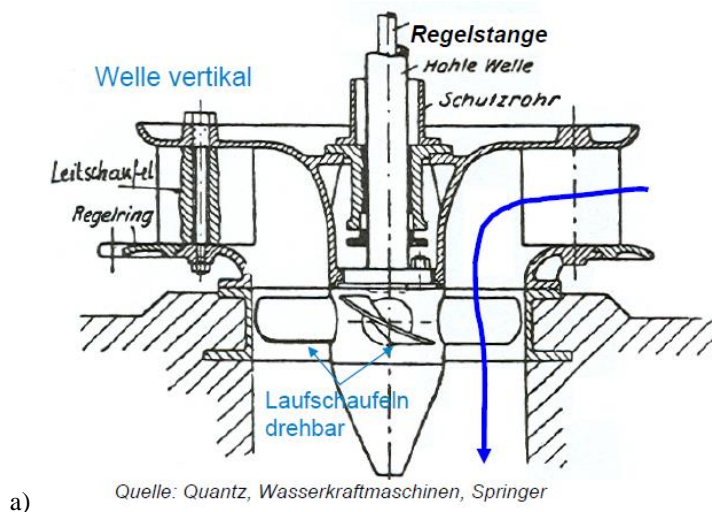


**Bild P3.2.2-8:** a) Speichersee *Lac de Dix* im Tal *Grande Dixence (CH)*, Staudammhöhe 285 m (vgl. *Eiffelturm, Paris, F:* 324 m). Rohfallhöhe vom Speichersee bis zum Turbineneintritt im *Rhone-Tal (Wallis)* über Druckrohrleitungen: 1883 m (Quelle: *Wikipedia.de*), b) 3-stufige Radialpumpe, unten: Pumpenrad (*Andritz Hydro*).

### P3.2.3 Kaplan-Turbine

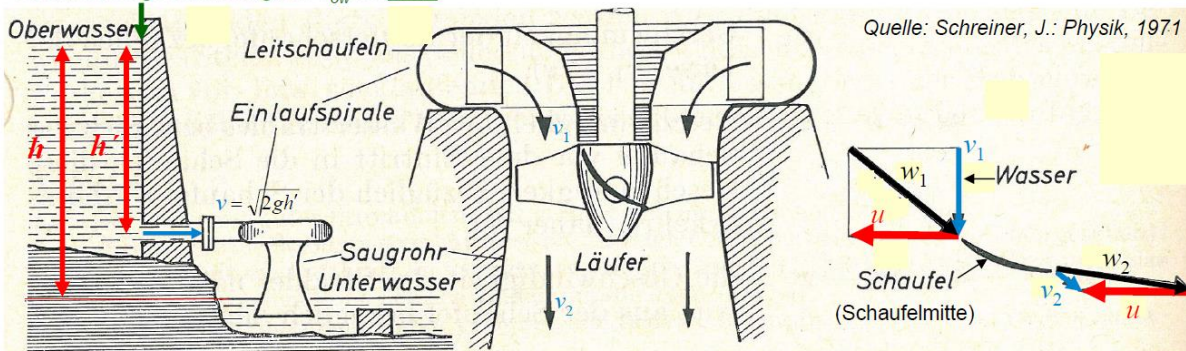
**Laufkraftwerke** an großen Flüssen mit einer hohen Wasserdurchflussmenge und einem niedrigen Druckgefälle (= niedrige Stauhöhe  $h$  von wenigen Metern) bedürfen einer speziellen

Wasserturbine, der **Kaplan-Turbine** (V. Kaplan, 1913, A), einer Propellerturbine mit verstellbaren Laufschaufeln (typisch vier Schaufeln) innerhalb eines Leitapparats mit verstellbaren Leittradschaufeln, um auch bei unterschiedlicher Durchflussmenge (Winter: zumeist wenig Wasser, nach der Schneeschmelze: viel Wasser) trotz konstanter Drehzahl für konstante Netzfrequenz einen jeweils optimalen Wirkungsgrad zu gewährleisten (Bild P3.2.3-1). Durch gleichzeitiges Verstellen der Leittradschaufeln und (über die Regelstange) der Laufschaufeln ist nämlich auch bei unterschiedlichem Wasserstrom stets eine tangential und damit stoßarme (= verlustarme) Laufschaufelanströmung einstellbar.



**Bild P3.2.3-1:** a) Vertikal gelagerte Kaplan-Turbine mit vier Laufschaufeln („Propellerflügel“): Da die Turbine bei unterschiedlicher Wasserdurchflussmenge stets mit konstanter Drehzahl drehen soll, werden über die Regelstange die Laufschaufeln verdreht und über den Regelring die Schaufeln des Leitapparats (Wasserzustrom) verstellt, damit stets optimale Anströmwinkel und damit optimaler Wirkungsgrad gegeben sind. b) Kaplan-Turbinenläufer mit waagrechter Welle für das Rohrturbinen-Kraftwerk Greifenstein an der Donau, A.

Oberwassergeschwindigkeit  $v_{ow}$  ist klein!

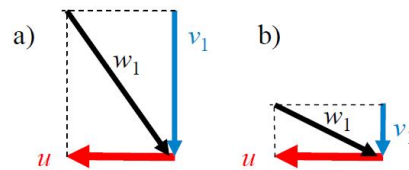
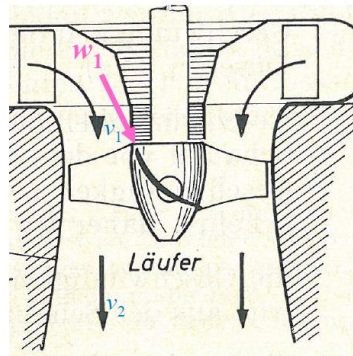


**Bild P3.2.3-2:** Links: Schematische Darstellung eines Wasserkraftwerks mit vertikal gelagerter Kaplan-Turbine; Mitte: Kaplan-Turbine mit Wasserzustrom und Wasserabstrom; Rechts: Geschwindigkeitsdreiecke am Tragflächenschaufelprofil mit stoßarmem (= tangentialem) Schaufelzustrom und Schaufelabstrom.

Die Wasserströmung oberhalb des Staudamms  $v_{ow}$  ist klein, aber der Strömungsquerschnitt groß (Bild P3.2.3-2 links). Am Dammaustritt ist sie im Wasserzulaufrohr  $v = \sqrt{2g \cdot h'}$  deutlich größer, dafür der Rohrquerschnitt entsprechend kleiner. In der Einlaufspirale wird über die aktuelle Leitschaufelstellung  $v_1$  so eingestellt, dass der Wassereintritt auf die Laufschaufel stoßfrei ist (Bild P3.2.3-2 rechts). Die Umlenkung der Strömung an der Schaufel ist gering und verlustarm  $|\vec{w}_1| \approx |\vec{w}_2|$ , so dass die Schaufelkraft hauptsächlich durch den dynamischen Auftrieb entsteht. Die Abströmgeschwindigkeit  $v_2$  ist klein. Der Großteil der kinetischen Strömungsenergie wird in Schaufelarbeit gewandelt. In Bild P3.2.3-2 (links) ist

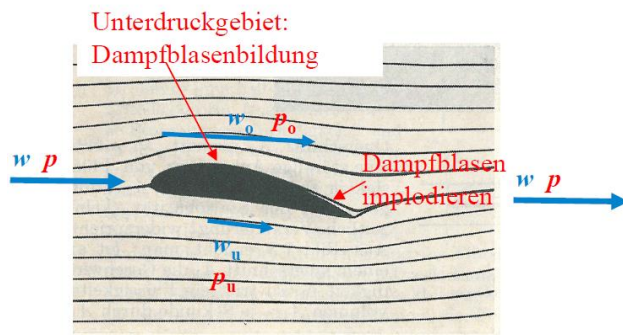
die Nutzfallhöhe  $h' < h$ , da die Turbine oberhalb des Unterwasserspiegels angeordnet ist, so dass nur  $W_p = m \cdot g \cdot h'$  für die Turbinenarbeit genutzt wird!

Die Laufschaufelstellung abhängig von der Wasserdurchflussmenge veranschaulicht Bild P3.2.3-3. Bei großem Wasserdurchfluss je Zeit ist  $v_1$  groß. Daher tritt bei konstanter Umfangsgeschwindigkeit  $u$  (z. B. bezogen auf die Schaufelmitte) und damit konstanter Drehzahl  $n \sim u$  für konstante Netzfrequenz  $f \sim n$  ein steiler Winkel für die relative Eintrittsgeschwindigkeit  $w_1$  auf (Bild P3.2.3-3: rechts a). Für tangentielle Anströmung müssen die Laufschaufeln sehr schräg gestellt werden, was über die Regelstange (Bild P3.2.3-1a) erfolgt. Bei geringem Wasserdurchfluss ist  $v_1$  klein. Es tritt bei gleichem  $u$  ein flacher Winkel von  $w_1$  auf; die Laufschaufeln müssen flach gestellt werden für stoßarmen Wassereintritt.

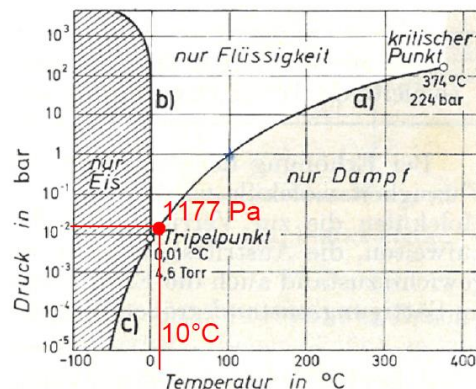


Quelle: Schreiner, J.: Physik, 1971

**Bild P3.2.3-3:** Links: Vertikal gelagerte Kaplan-Turbine mit durchflussabhängiger Leitschaufel- und Laufschaufelverstellung. Rechts: Geschwindigkeitsdiagramm am Laufschaufeleintritt für  $n = \text{konst.}$ ,  $u = \text{konst.}$  bei a) großem und b) kleinem Wasserstrom (a) große bzw. b) kleine Geschwindigkeit  $v_1$ ).



Quelle: Schreiner, Physik, 1971



**Bild P3.2.3-4:** a) Strömungslinien am Schaufelprofil, b)  $p(\theta)$ -Phasendiagramm des Wassers (vgl. Bild P2.3-3).

Allerdings tritt bei den Turbinenschaufeln, wie bei allen Propeller-Turbinen, Kavitationsgefahr an der ablaufenden Kante auf, die von Kaplan zuerst beschrieben wurde und in kurzer Zeit die Schaufeln zerstören kann. Gemeinsam mit Prof. Thoma (Univ. München, D) konnte dies erforscht und damit beherrscht werden. Der Wasserdampfdruck  $p_D$  ist bei  $10 \dots 20 \text{ °C}$  (Bild P3.2.3-4b)  $1177 \dots 2325 \text{ Pa}$  und damit deutlich kleiner als der Luftdruck  $p_A \approx 10^5 \text{ Pa}$ . Oberhalb des Schaufelprofils erfolgt durch die Erhöhung der Geschwindigkeit  $w_o > w$  eine Druckabsenkung  $p_o < p$  (Bild P3.2.3-4a), unterhalb durch die Geschwindigkeitsverringernung  $w_u < w$  eine Druckerhöhung  $p_o > p$ . Wenn die Strömung schnell ist, so kann  $p_o$  unter den lokalen Dampfdruck  $p_D$  sinken, so dass dort das Wasser verdampft und sich kleine Wasserdampfblasen bilden! Am Schaufelende herrscht wieder der Ursprungsdruck  $p > p_D$ , so dass die Dampfblasen schlagartig verflüssigen („implodieren“), was lokale Druckstöße auf die Schaufeloberfläche von ca.  $10 \dots 100 \text{ MPa}$  ergibt. Die Schaufeloberfläche wird grubchenförmig ausgeschlagen und die ablaufende Schaufelkante zerstört (Bild P3.2.3-5a). Wir schätzen die relativ zur Schaufeloberseite auftretende



Geschwindigkeit  $w_o = w_{o,krit}$  ab, bei der der lokale Druck  $p_o$  den Dampfdruck  $p_o = p_D$  erreicht. An der Wasseroberfläche des Oberwassers herrscht der Luftdruck  $p_A$ . Dort ist die Oberwassergeschwindigkeit  $v_{ow}$  (Bild P3.3.3-2) wegen des großen Strömungsquerschnitts des Staubeckens sehr klein, so dass  $(v_{ow})^2 \approx 0$ . Die Fallhöhe ist  $h \approx h'$ . Die Bernoulli-Gleichung für einen Stromfaden vom Staubecken (1) zur Schaufeloberfläche (2) liefert

$$(1) \Rightarrow h' \cdot g + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_{ow}^2}{2} = \frac{p_o}{\gamma} + \frac{w_o^2}{2} = \frac{p_D}{\gamma} + \frac{w_{o,krit}^2}{2} \quad (P3.2.3-1)$$

$$h' \cdot g + \frac{p_A}{\gamma} \approx \frac{p_D}{\gamma} + \frac{w_{o,krit}^2}{2} \Rightarrow w_{o,krit} = \sqrt{2 \cdot (h' \cdot g + \frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_D}{\gamma})} \quad (P3.2.3-2)$$

So tritt zum Beispiel bei  $h' = 10$  m und einer Wassertemperatur von  $10^\circ\text{C}$  gemäß (P3.2.3-3) der Wert  $w_{o,krit} = 19.8$  m/s auf. Bei  $w_o \geq w_{o,krit}$  tritt Kavitation auf.

$$w_{o,krit} = \sqrt{2 \cdot (10 \cdot 9.81 + \frac{10^5}{10^3} - \frac{1177}{10^3})} = 19.8 \text{ m/s} \quad (P3.2.3-3)$$



a)



b)

Bild P3.2.3-5: a) Kavitation an einem Schiffspropeller (Quelle: Wikipedia.de), b) Kaplan-Laufrad beim Einbau in eine Rohrturbine (Quelle: Andritz Hydro).

• **Beispiel:**

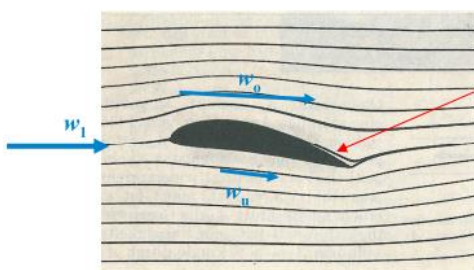
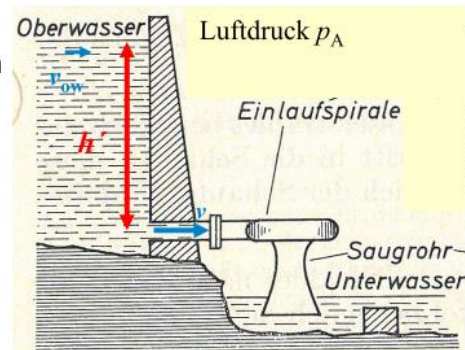
Turbinendrehzahl 75/min, Laufraddurchmesser  $d = 4$  m  
 $u = d\pi \cdot n = 15.7$  m/s

$h' = 10$  m,  $p_A = 10^5$  Pa,  $p_{D,10^\circ\text{C}} = 1177$  Pa,

$v = \sqrt{2gh'} = 14$  m/s, Einlaufspirale:  $v_1 \approx v/8$

$v_1 = 14/8 = 1.75$  m/s, Annahme:  $w_o/w_1 \approx 1.3$

$$\sqrt{v_1^2 + u^2} = w_1 = 15.8 \text{ m/s}$$



$$w_o = 1.3 \cdot w_1 = 1.3 \cdot 15.8 = 20.5 \text{ m/s} > w_{o,krit} = 19.8 \text{ m/s}$$

**Kavitation tritt HIER auf!**

**Abhilfe:**  
 Begrenzung der Schaufelumfangsgeschwindigkeit  $u$

Quelle: Schreiner, Physik, 1971

Bild P3.2.3-6: Beispiel zu einer Abschätzung der Geschwindigkeit  $w_o$  an der Schaufeloberseite, die Kavitation erwarten lässt.

Gemäß (P3.2.3-2) steigt die kritische Geschwindigkeit mit steigender Fallhöhe  $h$ , so dass z. B. bei  $h = 30$  m Kavitation erst bei dem größeren Wert  $w_{o,krit} = 28$  m/s auftritt. *Kaplan*-Turbinen sind eigens für niedrige Fallhöhen entwickelt worden, so dass speziell *Kaplan*-Turbinen kavitationsgefährdet sind und deshalb bei der Auslegung darauf geachtet werden muss, dass  $w_o < w_{o,krit}$  bleibt! Eine beispielhafte grobe Abschätzung für eine bestimmte Turbinenauslegung ist in Bild P3.2.3-6 dargestellt.

Alternativ zur Ausführung mit vertikaler Welle (Vertikalbauweise) existiert die Bauform mit horizontaler Welle als „Rohrturbine“ (Bild P3.2.3-7), die eine niedrigere Bauhöhe zulässt, so dass das Wasserkraftwerk „optisch“ besser in die Landschaft passt. Gleichzeitig wird die Strömung weniger stark umgelenkt. Da jede Umlenkung mit Strömungsverlusten durch erhöhte innere Strömungsreibung und äußere Wandreibung verbunden ist, steigt gleichzeitig der Wirkungsgrad! Der Generator ist einer torpedoförmigen Stahlkuppel untergebracht, die vom Wasser umflossen wird, und so die warme Generatorkühlluft abkühlen kann (Bild P3.2.3-9).

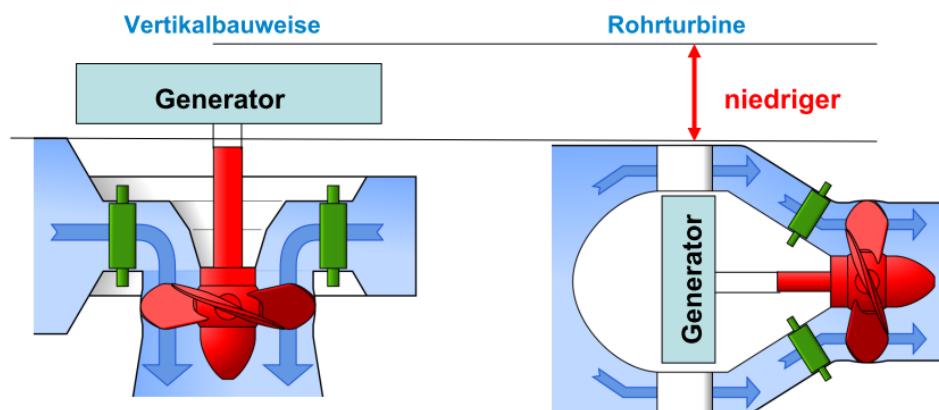


Bild P3.2.3-7: *Kaplan*-Turbine und Synchron-Generator: Links: Schematische Anordnung der Vertikalbauweise; rechts: Niedrigere Rohrturbinenbauweise (Quelle: Wikipedia.de).



Laufwasserkraftwerk *Ybbs-Persenbeug*, A, *Donau*-Fluss

6 x 35.4 MW + 1 Rohrturbine 48 MW  
 $h = 10.6$  m, Drehzahl:  $n_N = 68.2$ /min, 50 Hz,  
 88-polige 35.4 MW-Synchrongeneratoren



Laufwasserkraftwerk *Muskrat Falls*, *Nalcor Energy*, Kanada, *Churchill*-Fluss

4 x 209 MW,  $h = 32.3 \dots 37.5$  m,  
 Drehzahl:  $n_N = 85.7$ /min,  
 Laufraddurchmesser:  $d = 8.8$  m, 50 Hz  
 70-polige Synchrongeneratoren, 15 kV

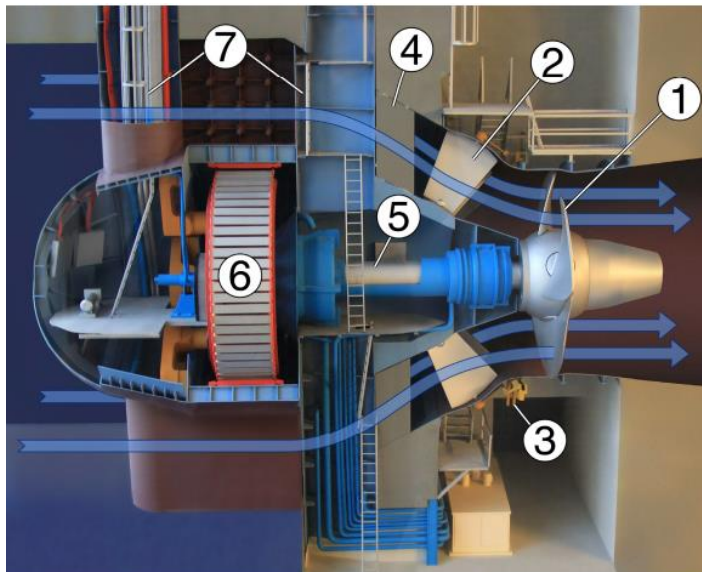
Bild P3.2.3-8: Zwei Ausführungsbeispiele großer *Kaplan*-Turbinenläufer in Vertikalbauweise (Quelle: *Andritz Hydro*, A).

Die Turbinendrehzahl ist in beiden Fällen klein. Der direkt gekoppelte Synchrongenerator muss folglich eine hohe Polzahl haben, um trotz der niedrigen Drehzahl (z.B. 50/min) 50 Hz Wechselspannung zu induzieren. Diese als *Schirmgeneratoren* in Vertikalbauweise oder als

Rohrturbinengeneratoren in Horizontalbauweise ausgeführten Schenkelpolmaschinen weisen Leistungen von typisch 20 MVA bis 40 MVA je Maschine auf.

Beispiel P3.2.3-1:

Die Bemessungswirkleistung des elektrischen Generators ist annähernd die Wirkleistung  $P$  der Wasserturbine, z. B.  $P = 24 \text{ MW}$ . Der geforderte Leistungsfaktor ist häufig  $\cos\varphi = 0.8$  (kapazitiv, siehe Kap. T), daher ist die Bemessungsscheinleistung  $S = P / \cos\varphi = 30 \text{ MVA}$ . Die Drehzahl des langsam laufenden Schirmgenerators für den Antrieb durch eine *Kaplan*-Turbine ist z. B.  $n = 50/\text{min}$ . Daher ist für  $f_{\text{Netz}} = 50 \text{ Hz}$  die erforderliche Polzahl  $2p = 2f_{\text{Netz}} / n = 2 \cdot 50 / (50 / 60) = 120$  Pole: 60 Nordpole und 60 Südpole!



- 1 Laufradschaufeln (*Kaplan*-Turbine)
- 2 Leitschaufeln
- 3 Leitradverstell-Ring
- 4 Stützkonstruktion
- 5 Turbinenwelle horizontal
- 6 Synchron-Generator
- 7 Einstiegsschacht

**Daten:**

48 MW, 500 m<sup>3</sup>/s, 75/min,  
Laufraddurchmesser 7.5 m

80-poliger Synchrongenerator,  
8 kV, 50 Hz

Bild P3.2.3-9: Modell einer *Kaplan*-Turbine in Rohrturbinen-Bauweise, Wasserkraftwerk *Ybbs-Persenbeug* an der *Donau*, A (Quelle: *Wikipedia.de*).

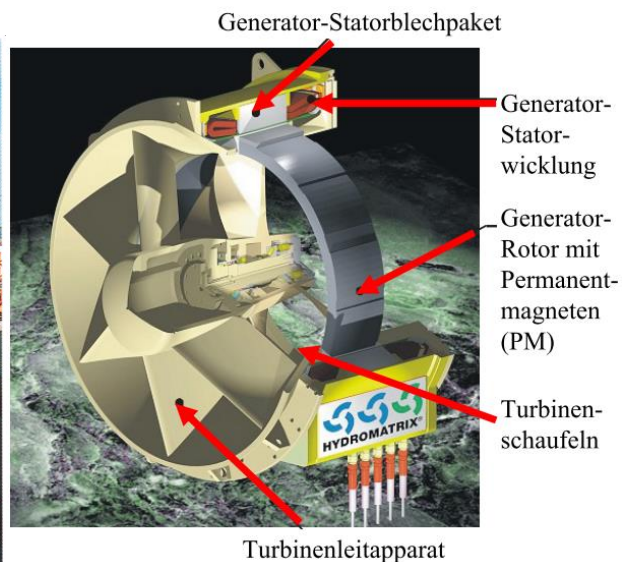


Bild P3.2.3-10: Links: Einbau des Leitapparats einer *Kaplan*-Turbine in Rohrturbinenbauweise in einem Flusswasserkraftwerk, b) Rechts: Sonderbauform der Propellerturbine als Straight-Flow-Turbine, an deren Außenkranz um die Schaufeln der Rotor des Synchrongenerators direkt befestigt ist (Quelle: *Andritz Hydro*, A).

Bild P3.2.3-10 zeigt an der Baustelle eines Laufwasser-Flusskraftwerks mit zwei Rohrturbinen mit einer Leistung von ca. 2 x 4 MW den Einbau des Leitapparats einer der zwei *Kaplan*-Turbinen, also die hintere Hälfte des Wasserkanal-Außenmantels, der die den Rohrturbinen-, „Torpedo“ umschließt (siehe auch Bild P3.2.3-5b).

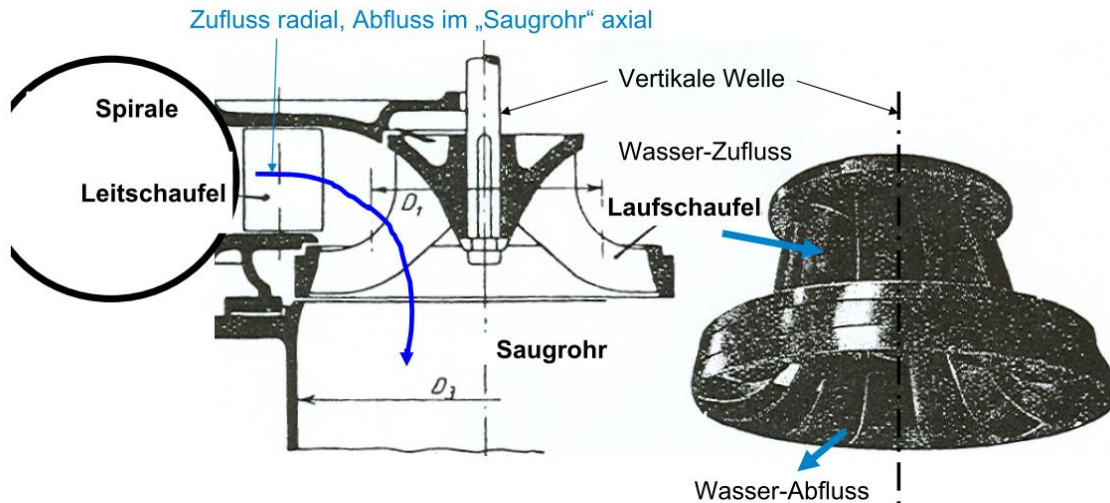
Propellerturbinen sind wie *Kaplan*-Turbinen aufgebaut, aber ohne dass die Laufschaufeln verstellbar sind. Sie ist daher kostengünstiger, aber der Wirkungsgrad sinkt mit veränderlichem Durchfluss bei geforderter konstanter Drehzahl deutlich ab. Sie ist für kleinere Leistungen unter ca. 1 MW im Einsatz. Für diese kleineren Turbinenleistungen ist die Sonderbauform der Straight-Flow-Propellerturbine (selten als *Kaplan*-Turbine) direkt im axialen Wasserstrom angeordnet und wird in Flusskraftwerken, aber auch im Gezeitenstrom des Meeres verwendet. Die sehr geringe Strömungsumlenkung erlaubt sehr geringe Strömungsverluste. Wenn der Generatorläufer, wie in manchen Flusskraftwerken (z. B. Kraftwerk *Weinzödl* an der *Mur*, A), direkt an einem Außenkranz der Laufschaufeln angebracht ist, verschmelzen Turbine und Generator zu einer Einheit. Das technische Problem ist dann die Abdichtung des Generators gegenüber dem Wasserstrom, besonders der rotierenden Läuferwicklung. Deshalb verwendet man meist im Läufer eine Permanentmagnet-Erregung des Magnetfelds und kapselt die Magnete wasserdicht, so dass der komplette Läufer im Wasser dreht (Bild P3.2.3-11). Nur der Stator (Kap. T) ist durch ein Kunststoffrohr vom Wasser abgetrennt. Solche Straight-flow-Turbinenläufer („Straflo“) i. A. kleinerer Leistung mit PM-Generator-Rotor und nicht verstellbaren Leitschaufeln sind ausreichend klein, so dass man im Fluss nebeneinander und selten auch übereinander solche Turbinen in Matrixform in einer Dammtafel anordnen kann und so eine kostengünstige Bauweise ohne Krafthaus erhält.

### P3.2.4 Francis-Turbine

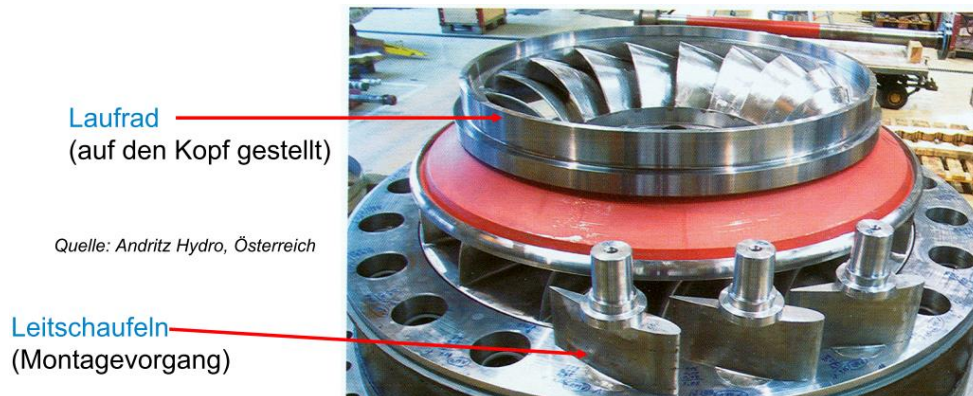
Bei **Mitteldruckkraftwerken** mit Stauhöhen bis ca. 30 m ist die **Francis-Turbine** (*James Francis*, 1849, USA) mit ihren dreidimensional gekrümmten, nicht verstellbaren Laufschaufeln in großer Zahl im Einsatz (Bild P3.2.4-1). Das Wasser wird durch die schneckenförmige Einlaufspirale zugeführt und damit in Drall versetzt und fließt anschließend durch den fest stehenden Leitapparat mit seinen verstellbaren Schaufeln radial auf die Turbinen-Laufradschaufeln zu. Je nach Durchflussmenge werden die Leitschaufeln so verstellt, dass die Turbinendrehzahl konstant bleibt (Betrieb für konstante Netzfrequenz  $f \sim n$ ). In den zu den Leitschaufeln gegenläufig gekrümmten, nicht verstellbaren Laufradschaufeln wird das Wasser in axiale Richtung umgelenkt und fließt nach unten in das „Saugrohr“ möglichst drallfrei ab (Bild P3.2.4-2), so dass möglichst der gesamte Strömungs-Drehimpuls auf das Laufrad als Drehmoment übertragen wird. Die Schaufelkraft entsteht überwiegend durch das Umlenkungsprinzip und z. T. durch das Auftriebsprinzip. Es überwiegt die Vertikalbauweise mit direkt gekoppeltem Synchron-Schenkelpolgenerator. Wenn die Turbine vollständig unter Wasser ist und damit unterhalb des Unterwasserspiegels, kann sie bei umgekehrter Drehrichtung über das Saugrohr Wasser ansaugen und als Pumpe arbeiten (z. B. in Pumpspeicher-Kraftwerken als „Pumpturbine“).



Bild P3.2.4-1: Läufer einer **Francis-Turbine**: Die gekrümmten Laufschaufeln sind gegossen und nicht verstellbar (Quelle: Wikipedia.de).

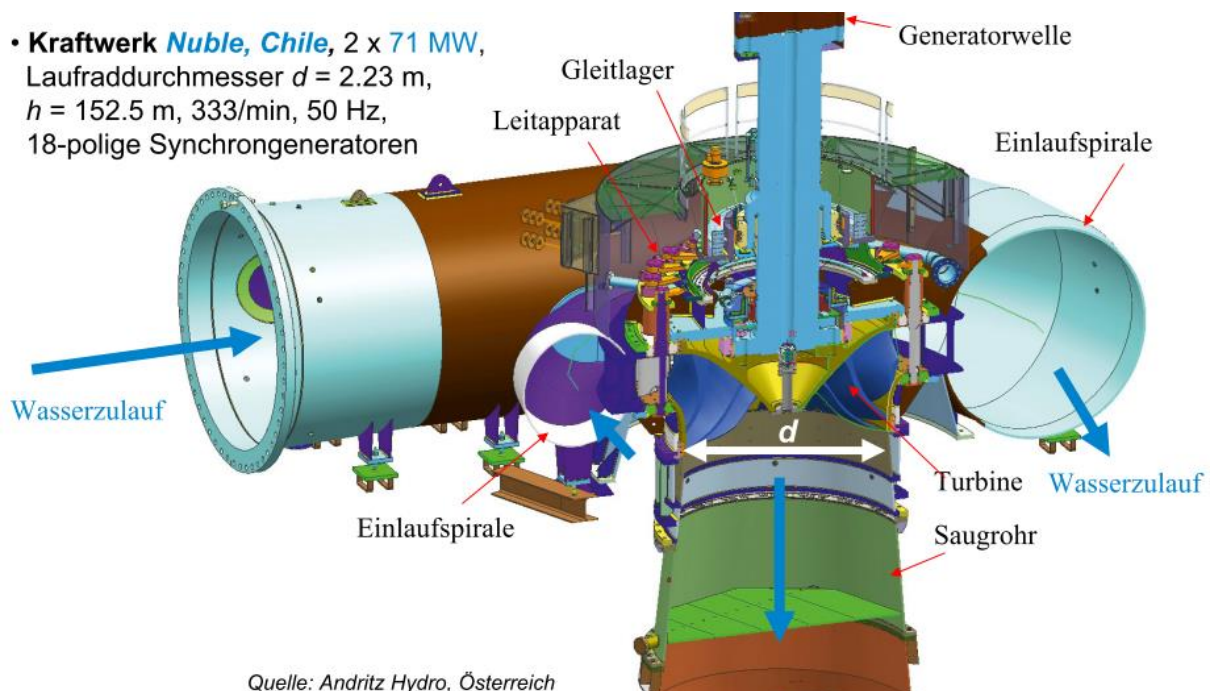


**Bild P3.2.4-2:** Vertikal gelagerte **Francis-Turbine**: Die Laufschaufeln sind gegossen und daher nicht verstellbar. Der Anströmwinkel der Wasserströmung wird durch die verstellbaren Leitschaufeln bei unterschiedlichem Wasserdurchfluss stets so eingestellt, dass die Drehzahl konstant bleibt (Quelle: *Quantz*, Wasserkraftmaschinen, Springer-Verlag).



**Bild P3.2.4-3:** Umgekehrt aufgestellte **Francis-Turbineneinheit** während der Leitschaufelmontage: Die verstellbaren Leitschaufeln sind vor dem Eintritt in den Laufschaufelkanal angeordnet (Quelle: *Andritz Hydro, A*).

- **Kraftwerk Nuble, Chile**, 2 x 71 MW,  
 Laufraddurchmesser  $d = 2.23$  m,  
 $h = 152.5$  m, 333/min, 50 Hz,  
 18-polige Synchrongeneratoren



Quelle: *Andritz Hydro, Österreich*

**Bild P3.2.4-3:** CAD-Schnittdarstellung einer **Francis-Turbineneinheit** mit Einlaufspirale und Saugrohr.



**Wasserkraftwerk Temascal I, Mexiko**  
 4 x 38.5 MW,  $h = 50$  m, 180/min, 60 Hz,  
 Laufraddurchmesser  $d = 3.6$  m,  
 40-polige Synchrongeneratoren



**Wasserkraftwerk Belo Monte, Brasilien**  
 18 x 611 MW = 11 GW (viertgrößtes Wasser-KW der Welt!),  
 $h = 87$  m, 85.7/min, 60 Hz, Laufraddurchmesser  $d = 8.27$  m,  
 Fluss Rio Xingu, 84-polige Synchrongeneratoren

Quelle: Andritz Hydro, Österreich

**Bild P3.2.4-4:** Links: Bearbeitung der Oberflächen der ablaufenden Kanten der 13 Laufschaufeln eines **Francis-Turbinenläufers** zum Schutz gegen Kavitation; rechts: Anlieferung des schweren Turbinenläufers für das KW *Belo Monte (Brasilien)* in einem vielachsigen Schnabelwagen-Tiefloader.

Die größten Wasserkraftwerksleistungen treten bei Mitteldruckkraftwerken auf (*Drei-Schluchten, VR China; Itaipu, Brasilien-Paraguay; Belo Monte, Brasilien ...*), so dass die größten Einheitsleistungen je Turbine bis zu ca. 800 MW mit *Francis*-Turbinen gebaut sind (Bild P3.2.4-4 rechts).

### P3.2.5 Turbinenvergleich

Zum Vergleich unterschiedlicher Wasserturbinengrößen und ihrer Bauarten wurde die spezifische Drehzahl  $n_q$  eingeführt. Sie ist die gedachte Drehzahl  $n_q$  einer Strömungsmaschine (Turbine, Kreiselpumpe), die eine geometrisch ähnliche Maschine mit der hydraulischen Fallhöhe (Turbine) oder Förderhöhe (Kreiselpumpe) von  $h_0 = 1$  m bei einem Volumenstrom  $\dot{V}_0 = 1 \text{ m}^3/\text{s}$  aufweist. Ihre Herleitung erfolgt mit der Radumfangsgeschwindigkeit  $u_1 = d_1 \pi \cdot n$  für Innenläuferturbinen oder Innenläuferpumpen mit dem Raddurchmesser  $d_1$ . Die Zuflussgeschwindigkeit  $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$  führt mit dem Zuflussquerschnitt  $A_1 \sim d_1^2 \cdot \pi / 4$  auf den Volumenstrom  $\dot{V} = A_1 \cdot v_1$ . Mit der proportionalen Abschätzung  $v_1 \sim u_1$  folgt

$$n = u_1 / (d_1 \pi) \sim v_1 / (d_1 \pi), \quad d_1 \sim \sqrt{4A_1 / \pi} = \sqrt{4\dot{V} / (v_1 \cdot \pi)}, \quad (\text{P3.2.5-1})$$

$$n \sim v_1 / \sqrt{4\pi\dot{V} / v_1} = v_1^{3/2} / \sqrt{4\pi\dot{V}} = (2g)^{3/4} \cdot h^{3/4} / \sqrt{4\pi\dot{V}}. \quad (\text{P3.2.5-2})$$

Für die o. g. Förderhöhe und Volumenstrom folgt aus (P3.2.5-2) definitionsgemäß

$$h = h_0 = 1 \text{ m}, \quad \dot{V} = \dot{V}_0 = 1 \text{ m}^3/\text{s} : n_q \sim (2g)^{3/4} \cdot h_0^{3/4} / \sqrt{4\pi\dot{V}_0} \quad \text{bzw.} \quad (\text{P3.2.5-3})$$

$$\frac{n_q}{n} = \frac{(2g)^{3/4} \cdot h_0^{3/4} / \sqrt{4\pi\dot{V}_0}}{(2g)^{3/4} \cdot h^{3/4} / \sqrt{4\pi\dot{V}}} = \frac{h_0^{3/4} / \sqrt{\dot{V}_0}}{h^{3/4} / \sqrt{\dot{V}}}. \quad (\text{P3.2.5-4})$$

Somit erhalten wir die Formel für die „spezifische Drehzahl“  $n_q$  einer Turbine/Kreiselpumpe:

$$n_q = n \cdot \frac{\sqrt{\dot{V} / \dot{V}_0}}{(h / h_0)^{3/4}}. \quad (\text{P3.2.5-5})$$

Beispiel P3.2.5-1:

Für die in Bsp. P3.2.1-1 vorgestellte *Henschel-Jonval*-Wasserturbine mit einem Volumenstrom  $2 \text{ m}^3/\text{s}$ , einer Fallhöhe  $h = 10 \text{ m}$  und einer Drehzahl  $n = 164/\text{min}$  ist die spezifische Drehzahl  $n_q = 164 \cdot \sqrt{2} / 10^{0.75} = 41.2/\text{min}$ , also für die baulich kleinere Modellturbine deutlich kleiner.

Auf Grund des hohen Volumenstroms, aber der niedrigen Fallhöhe  $h$  hat die langsam drehende *Kaplan*-Turbine eine schnell drehende Modell-Vergleichsturbine und heißt deshalb **Schnellläufer** (Tab. P3.2.5-1)!

	<i>Pelton</i>	<i>Francis</i>	<i>Kaplan</i>
Max. Umfangsgeschwindigkeit $u_{\text{max}}$	90 m/s (max. realisierte Fallhöhe $h = 1600 \text{ m}$ )	70 m/s (Kavitationsgrenze)	50 m/s (Kavitationsgrenze)
Max. Wirkungsgrade	92 ... 93%	93 ... 93.5%	94%
Einsatzgebiet	<b>Speicherkraftwerke:</b> hoher Wasserdruck, kleiner Volumenstrom	<b>Mitteldruckkraftwerke:</b> mittlerer Wasserdruck, mittlerer Volumenstrom	<b>Niederdruckkraftwerke:</b> niedriger Wasserdruck, hoher Volumenstrom
Typ. Drehzahlen, max. Leistungen	$n$ ca. 500 ... 1000/min bis ca. 450 MW	$n$ ca. 200 ... 500/min bis ca. 800 MW	$n$ ca. 80 ... 150/min bis ca. 100 MW
<i>Beispiel:</i> $\dot{V} / \text{m}^3/\text{s}, h / \text{m}$	0.5 $\text{m}^3/\text{s}$ , 1000 m	5 $\text{m}^3/\text{s}$ , 100 m	50 $\text{m}^3/\text{s}$ , 10 m
$P = \dot{V} \cdot \gamma \cdot g \cdot h$	4.9 MW	4.9 MW	4.9 MW
$n_N, M_N$ , Generatorpolzahl für 50 Hz	1000/min, 46.8 kNm; 6-polig	600/min, 78.1 kNm; 10-polig	167/min, 280.5 kNm; 36-polig
Spez. Drehzahl $n_q$	4 / min	43 / min	210 / min

Tabelle P3.2.5-1: Vergleich der drei unterschiedlichen Turbinentypen allgemein und für 4.9 MW Turbinenleistung

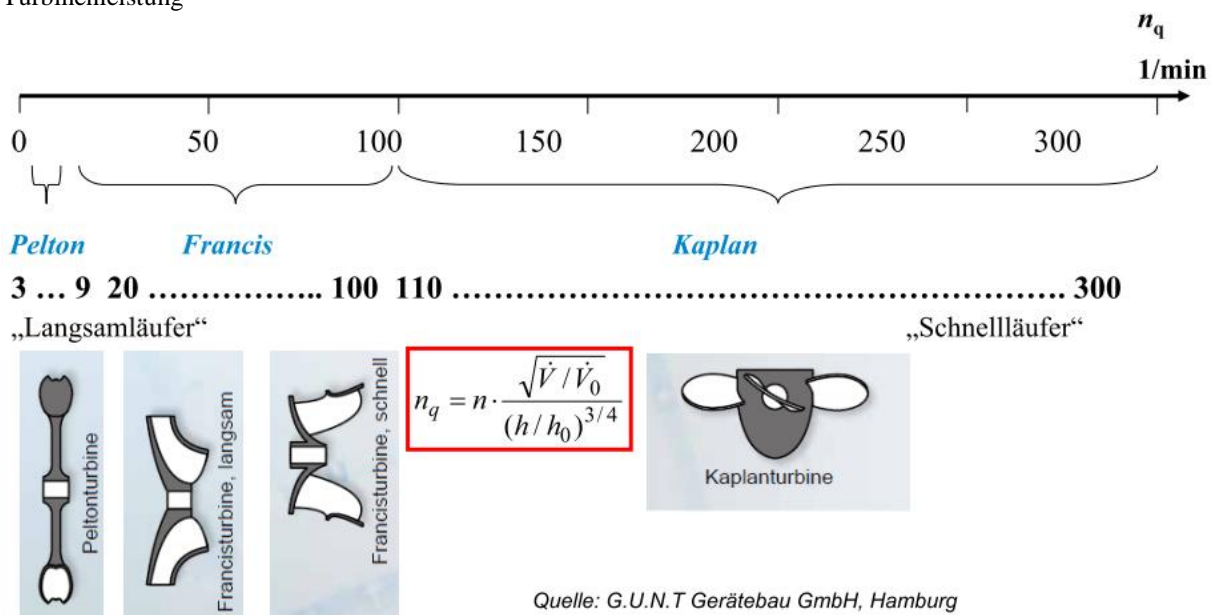


Bild P3.2.5-1: Turbinenvergleich mit der „spezifischen Drehzahl  $n_q$ “

Logarithmiert man die Leistungsgleichung für Energiegewinnung aus der potentieller Energie  $P = g \cdot \gamma \cdot \dot{V} \cdot h \Rightarrow \lg h = \lg P - \lg \dot{V} - \lg(g \cdot \gamma)$

und verwendet sie als Zahlenwertgleichung mit den Einheiten W, l/s, m und mit  $g \cdot \gamma \approx 10^4 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})^2$ , so erhält man  $h(\dot{V})$  als Geraden mit  $P$  als Parameter in Bild P3.2.5-2. Darin sind die typischen Arbeitsgebiete der *Pelton*-, *Kaplan*- und *Francis*-Turbine gemäß Tab. P3.2.5-1 eingetragen. Wir erhalten z. B. für  $P = 100 \text{ W}$ ,  $\dot{V} = 1 \text{ l/s}$  die Fallhöhe  $h = 10 \text{ m}$  gemäß  $\lg h = \lg 10 = 1 = \lg P - \lg \dot{V} - \lg(g \cdot \gamma) = \lg 100 - \lg 0.001 - \lg 10^4 = 2 - (-3) - 4 = 1$ , wofür eine kleine *Kaplan*-Turbine geeignet wäre.

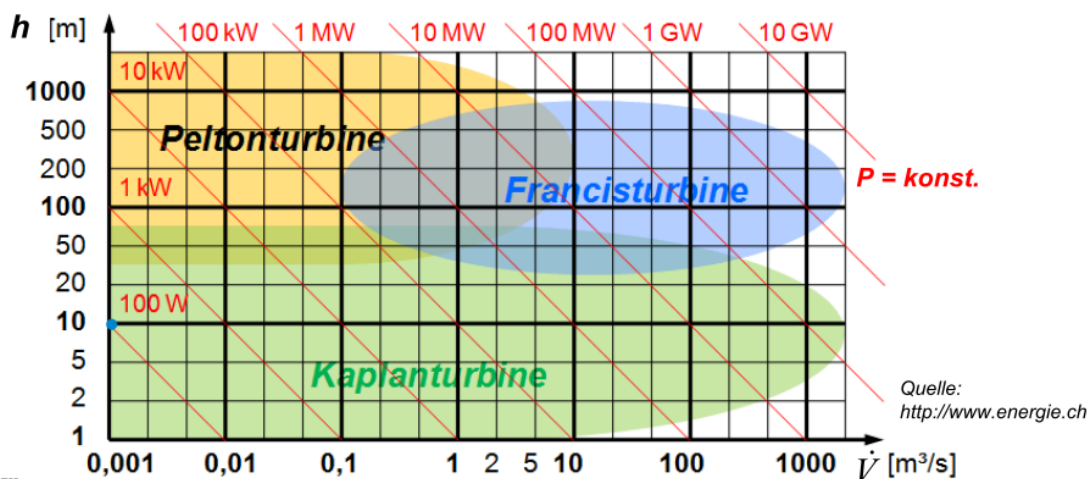


Bild P3.2.5-2: Turbineneinsatzgebiete geordnet nach Fallhöhe  $h$ , Durchflussmenge  $\dot{V}$  und Leistung  $P$ .

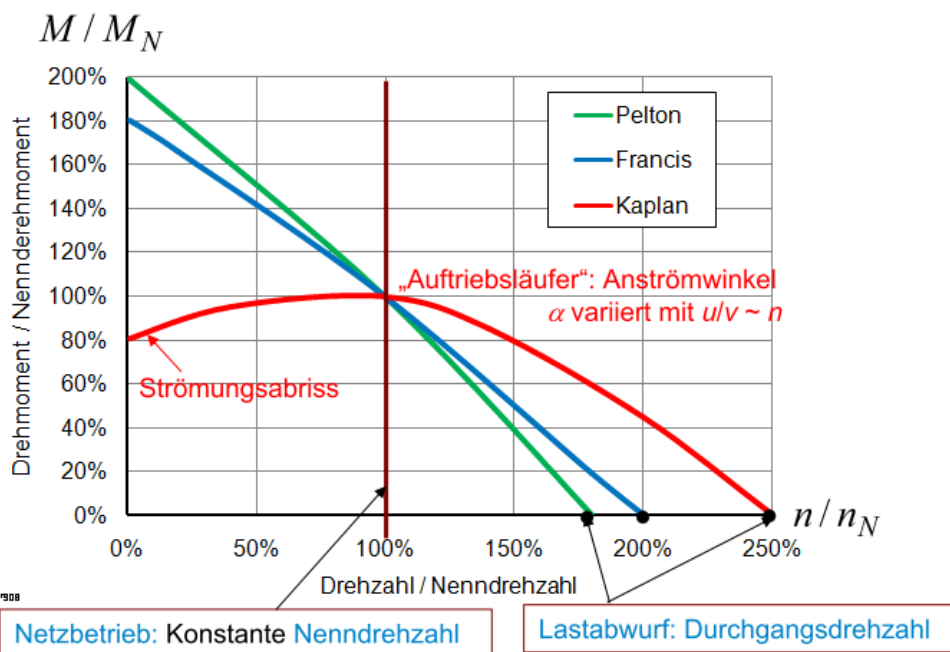


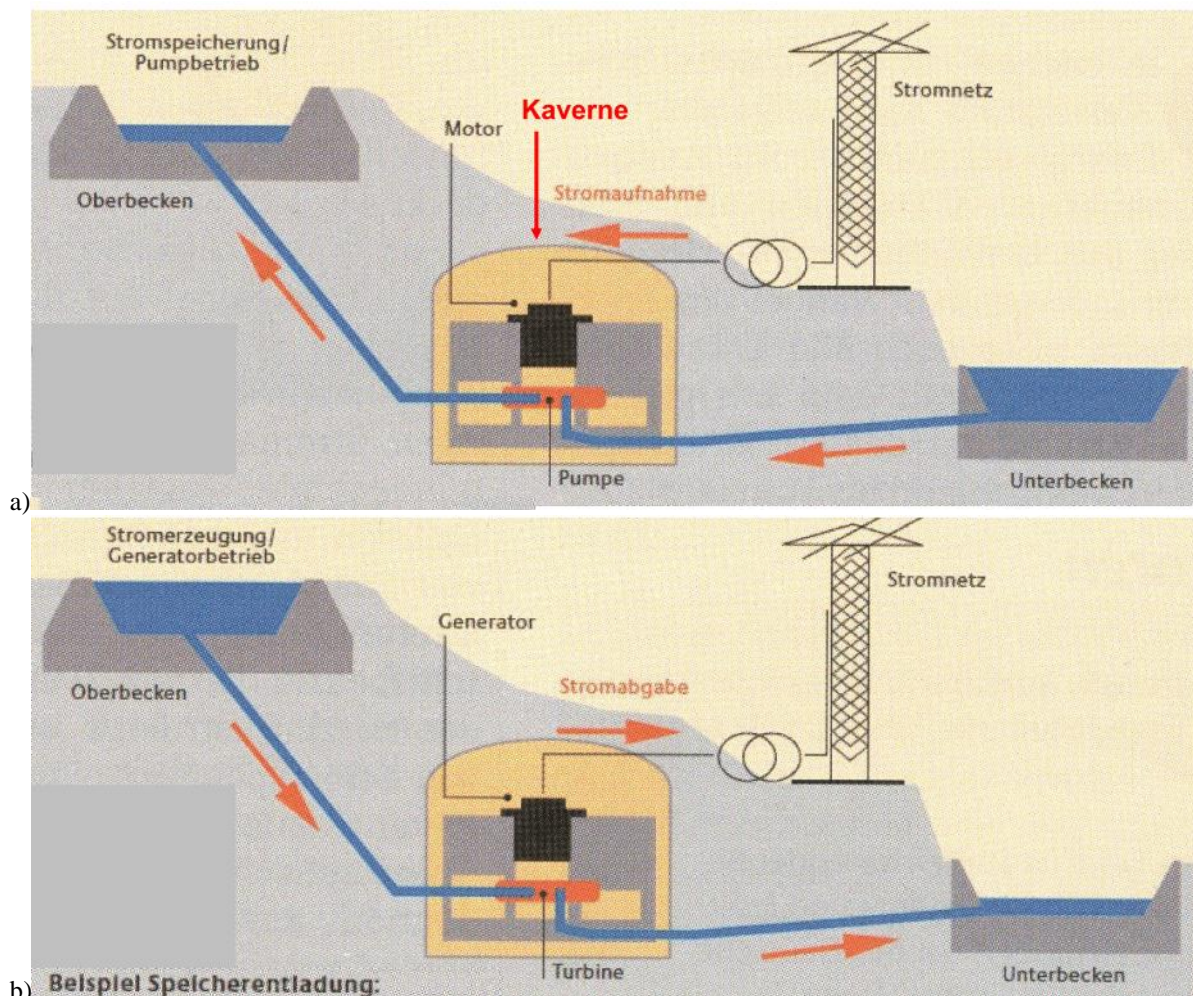
Bild P3.2.5-3: Turbinenvergleich mit dem Drehmoment-Drehzahl-Diagramm (Quelle: <http://www.energie.ch>).

Das Drehmoment  $M$  in Abhängigkeit von  $n$  wurde für die *Pelton*-Turbine in Bild P3.2.2-5a für idealisierte Bedingungen dargestellt und ist in Bild P3.2.5-3 für reale Turbinen angegeben. Da die Impulsänderung der Strömung die Schaufelkraft ergibt, nimmt das Drehmoment nahezu linear mit  $n$  ab. Bei der *Francis*-Turbine ist dies in ähnlicher Weise der Fall, da der dyn. Auftrieb nur einen kleinen Anteil an der Schaufelkraft hat. Die *Kaplan*-Turbine ist überwiegend ein Auftriebsläufer, dessen parabolische Drehmomentkurve beim Auftriebsläufer der Windturbine (Kap. P.3.3) physikalisch begründet wird. Da das Nennmoment  $M_N$  etwa an der Stelle maximaler Leistung festgelegt wird und so die



Nenndrehzahl  $n_N$  definiert, beträgt bei *Pelton*-Turbinen die Durchgangsdrehzahl ca. 180 % der Nenndrehzahl, bei *Francis*-Turbinen ca. 200 %, jedoch bei *Kaplan*-Turbinen ca. 250 %, was zu der Fliehkrafterhöhung  $\sim n^2$  von 625 % führt! Die Bemessung der Rotorkomponenten (auch des Generators) für diese hohe Rotorbeanspruchung ist anhand der „Schleuderprobe“ beim Hersteller zwingend erforderlich.

Ein Sonderfall der Wasserkraftwerke sind die **Pumpspeicherkraftwerke** (Bild P3.2.5-4). Die Wasserbewegung (Wassermasse  $m$ ) zwischen Ober- und Unterbecken mit dem Höhenunterschied  $h$  führt zur Speicherung der potentiellen Energie des Wassers im Oberbecken, wobei das Einspeichern durch Hochpumpen erfolgt. Dabei wird der el. Generator mit Umkehr des Leistungsflusses als el. Motor betrieben (Kap. T1), benötigt aber fallweise eine gesonderte Pumpe (Bild P3.2.5-5 u. P3.2.2-8b), z. B. in Hochdruckkraftwerken, wo *Pelton*-Turbinen eingesetzt werden, da *Pelton*-Räder nicht pumpen können.



**Bild P3.2.5-4:** Pumpspeicherkraftwerk: a) Speicherbeladung (Pumpbetrieb): Überschüssige el. Energie wird aus dem Netz entnommen und treibt die el. Maschine als Motor an, der seinerseits eine im Wasser „watende“ Pumpe antreibt, die Wasser aus dem Unterbecken über den Druckstollen in das Oberbecken hoch pumpt. b) Speicherentladung (Turbinenbetrieb): Wasser wird aus dem Oberbecken über den Druckstollen auf die Turbine geleitet und von dort ins Unterbecken. Die Turbine treibt die el. Maschine als Generator, der el. Energie ins Netz liefert (Quelle: Jerin, TU München, aus: BWK 64, 2012, no. 11).

In Mitteldruckkraftwerken kommen *Francis*-Turbinen zum Einsatz, die als speziell ausgelegte Pumpturbinen sowohl den Pumpbetrieb als auch das „Turbinieren“ (el. Generatorbetrieb) beherrschen (Bsp. P3.2.5-3). Der **Nutzen** der Pumpspeicherung ist das Speichern überschüssiger el. Energie aus dem el. Netz mit großen Leistungen und Energiemengen, sowie die Abgabe von dringend benötigter Engpass-Leistung bei el. Lastspitzen zur

Stabilisierung des el. Netzes. Deshalb ist die Pumpspeicherung wichtig für die Netzregelung (siehe Kap. V)! Durch Hilfsgeneratoren mit Dauermagneterregung und el. Batterienetze zur Eigenbedarfsversorgung sind diese Kraftwerke auch meist „Schwarzstart“-fähig, können also ohne el. Netz in Betrieb genommen werden, um den el. Netzaufbau nach einem großen Blackout zu ermöglichen! Der Speicherwirkungsgrad, also das Pumpen UND Turbinieren (Motor- & Generatorbetrieb) ist das das Produkt aus den Wirkungsgraden von Pumpen und Turbinieren von jeweils ca. 85 %, somit ca.  $0.85 \times 0.85 = 0.72$ .

Für das Pumpspeichern in *Deutschland* zum Ausgleich von Energieschwankungen im deutschen Netz beträgt die gesamte deutsche Pumpspeicherleistung ca. 7 GW und kann für 6 h/Tag eingesetzt werden, denn dann sind die Speicher voll, was einer gespeicherten Energie von ca.  $W = 40$  GWh entspricht. Die daraus erzeugte el. Energie pro Jahr ist ca. 4100 GWh. Die dafür aufgewandte Pumparbeit beträgt ca. 5900 GWh, so dass der Wirkungsgrad ca.  $4100/5900 = 70\%$  beträgt. Deshalb hat *Deutschland* z. B. mit Pumpspeicherkraftwerken in *Österreich* (ca. 3.5 GW installierte Leistung) Verträge. So betrug z. B. 2014 der Stromexport von *Deutschland* nach *Österreich* 39.2 TWh, der Import von *Österreich* nach *Deutschland* 17.0 TWh. Um die Speicherleistung  $P_S$  bei gleichbleibender Speicherenergie zu erhöhen, wurde in *Österreich* der Ausbau einiger Pumpspeicherkraftwerke durch zusätzliche Turbinen und Generatoren vorangetrieben, z. B.:

- 1) Kraftwerk *Kops / Vorarlberg*:  $P_S = 247$  MW („alt“) +  $P_S = 450$  MW („neu“) = 697 MW,
  - 2) Kraftwerk *Reißeck / Kärnten*: Speicher-KW 67 MW („alt“), „neu“:  $P_S = 430$  MW,
  - 3) Kraftwerk *Kaprun / Salzburg*:  $P_S = 130$  MW („alt“) +  $P_S = 480$  MW („neu“) = 610 MW.
- Derzeit wird 1) ausschließlich für *deutsche* Speicherzwecke genutzt. Eine Erhöhung auch der Speicherenergie würde vergrößerte Speicherbecken mit entsprechenden Baumaßnahmen erfordern, was in der Öffentlichkeit wegen Landschaftsschutz tw. abgelehnt wird.

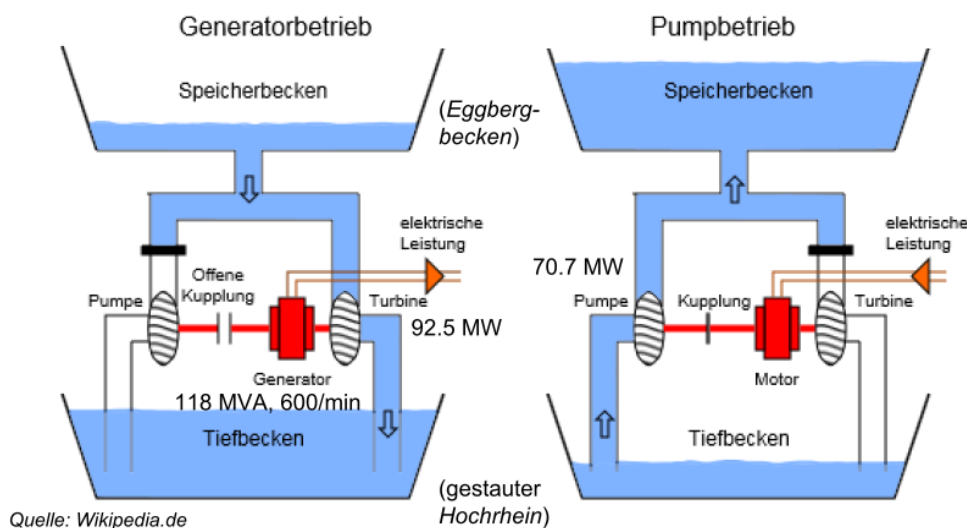


Bild P3.2.5-5: Pumpspeichern mit getrennter Turbine und Pumpe, z. B. im PS-KW *Bad Säckingen*, 50 Hz, zwischen gestautem *Hochrhein* als Unterbecken und dem *Eggberg*-Becken als Oberbecken.

Bis ca. 2010 waren die Pumpspeicherkraftwerke in der Nacht meist im Pumpbetrieb, um die Dampfkraftwerke konstant möglichst im Bestpunkt zu belasten, während sie tagsüber im Turbinenbetrieb zusätzlich el. Netzlast abdeckten (Bild P3.2.5-6b, „klassischer“ Tagesgang). Durch den sehr stark schwankenden el. Energiefluss in *Deutschland* mit dem stetig steigenden Einspeisen el. Energie aus Wind- und PV-Solar-Kraft hat der Lastwechsel vom Pumpen zum Turbinieren vom früheren Nacht-Tag-Zyklus zum sehr viel häufigeren Lastwechseln oft im Halbstundentakt zugenommen. Dadurch altern die Komponenten der Turbinen und Generatoren deutlich rascher wegen der nun größeren dynamischen Wechselbelastung (vgl.: *Wöhler*-Kurve der zulässigen mechan. Bauteil-Wechselspannung!). Erhöhter Aufwand für

Instandhaltung und Komponententausch ist die Folge. An Alternativen für die großtechnische Speicherung von Energie wird derzeit geforscht. Details dazu sind im ergänzenden ppt-Kapitel S (Speicher) für Interessierte angegeben.

Beispiel P3.2.5-2: Pumpspeicherkraftwerk *Geesthacht, Elbe*, bei *Hamburg*, Bild P3.2.5-6a: Drei *Francis*-Pumpturbinen mit je 40 MW; nutzbares Speicherseevolumen:  $V = 3\,300\,000\text{ m}^3$  auf einer mittleren Höhendifferenz  $h = 67\text{ m}$ . Gespeicherte potentielle Wasserenergie:

$$W_p = \frac{m}{\gamma \cdot V} \cdot g \cdot h, W_p = 1000 \cdot 3.3 \cdot 10^6 \cdot 9.81 \cdot 67 = 2.17 \cdot 10^{12}\text{ J}, W_p = 600\text{ MWh}.$$

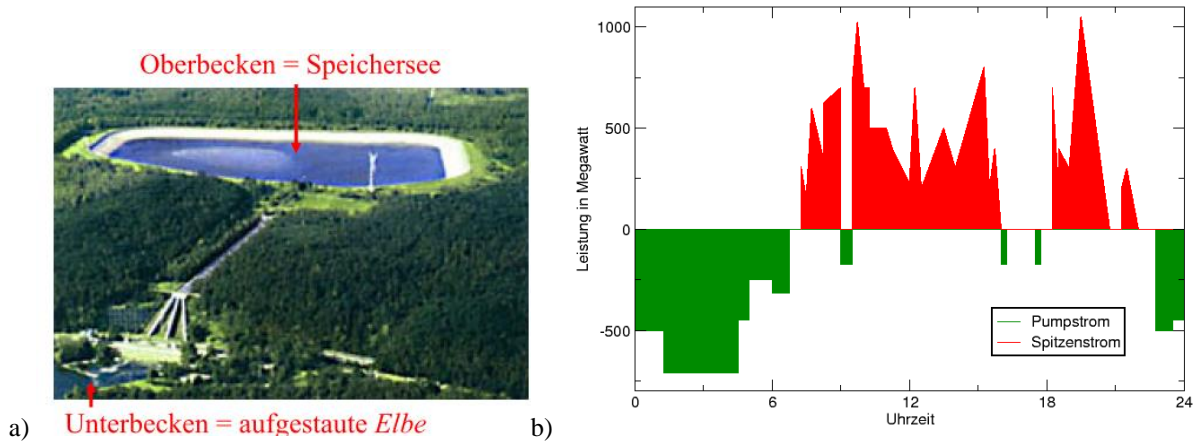


Bild P3.2.5-6: Pumpspeicherkraftwerk (PS): a) PS *Geesthacht* (Quelle: *BWK, VDI*), b) „Klassischer“ Tagesgang eines großen PS ohne Einfluss volatiler el. Energieerzeugung (Quelle: *Wikipedia.de*).

Für den optischen Landschaftsschutz wurden/werden neuere Pumpspeicherkraftwerke als **Kavernenkraftwerke** ausgeführt. Das Maschinenhaus und die Druckstollen sind nicht sichtbar, z. B. in den Pumpspeicherkraftwerken *Kops, A, Goldisthal, D* (Bilder P3.2.5-7, P3.2.5-8). Zur weiteren Steigerung der ein- und ausgespeicherten Energie/Zeit sind moderne Pumpspeicherkraftwerke mit drehzahlveränderbaren Turbinen-Generator-Einheiten über einen großen Frequenzumrichter zwischen Generator und Netz ausgerüstet (z. B. *Goldisthal, D*), da mit Erhöhung/Verringerung der Drehzahl sich auch die erforderliche Pumpleistung überproportional erhöht/verringert. Dadurch kann z. B. auch bei weniger Leistung als der Kraftwerksnennleistung  $P_s$  bereits Wasser gepumpt und gespeichert werden, was die mögliche Einsatzzeit des Pumpspeicherkraftwerks erhöht

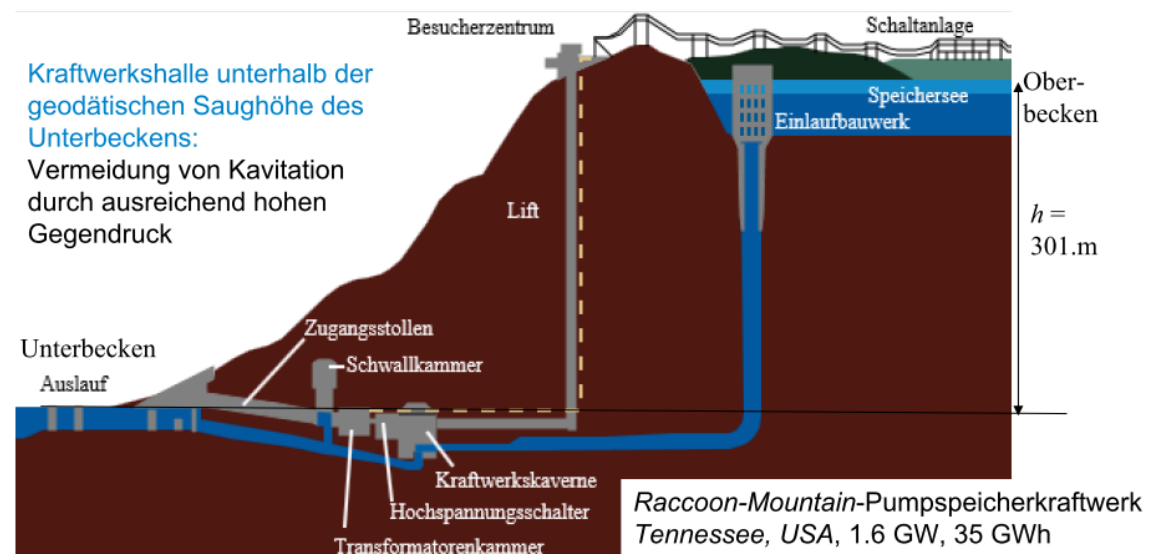


Bild P3.2.5-7: Schnittbild durch das Kavernen-Pumpspeicher-Kraftwerk *Raccoon Mountain, USA* (Quelle: *Wikipedia*).

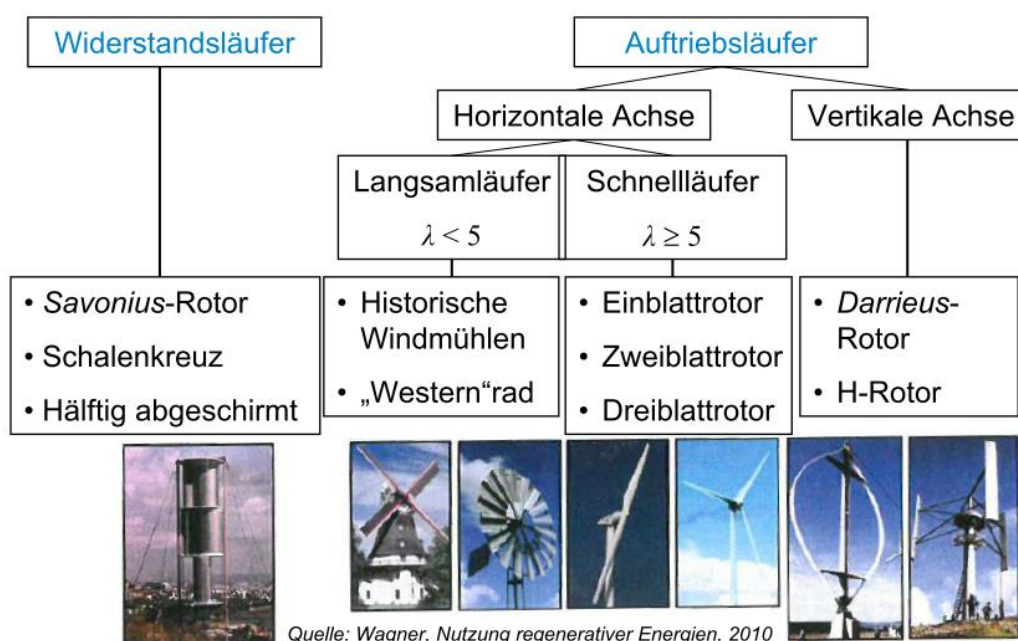


Bild P3.2.5-8: Kavernen-Pumpspeicher-Kraftwerk Goldisthal/Thüringen, D, 1060 MW mit vier Francis-Pumpturbinen. Zwei der vier Turbinen-Generator-Einheiten sind drehzahlveränderbar (Quelle: BWK 67, 2015, no. 1/2).

### P3.3 Windturbinen

#### P3.3.1 Windturbinen – Bauformen

Bild P3.3.1-1 zeigt die in Kap. P3.1 erläuterten Widerstandsläufer und Auftriebsläufer für die Anwendung als Windturbine. Da die Windturbinen ihre Energiewandlung direkt der kinetischen Strömungsenergie des Winds entziehen, also eine Förderhöhe  $h$  eines gestauten Fluids nicht vorkommt, ist auch die Verwendung der spezifischen Drehzahl  $n_q$  nicht sinnvoll, sondern es wird für die Auftriebsläufer die Schnelllaufzahl  $\lambda$  als Kennzahl für „Langsamläufer“  $\lambda < 5$  und „Schnellläufer“  $\lambda \geq 5$  verwendet, wie sie der Österreicher U. Hütter in seiner richtungsweisenden Dissertation 1942 über Windrotoren verwendet hat. Für große Windenergieanlagen haben sich Schnellläufer mit der Rotorblattzahl 3 durchgesetzt.



Quelle: Wagner, Nutzung regenerativer Energien, 2010

Bild P3.3.1-1: Bauformen von Windturbinen, eingeteilt nach der Schnelllaufzahl  $\lambda = u / v$ .

Für Kleinwindanlagen sind aber auch Widerstandsläufer im Einsatz, da sie ohne Nachführeinrichtung bei jeder Windrichtung anlauffähig sind. Das **Schalenkreuz** zur Windenergiemessung enthält das Grundprinzip des Widerstandsläufers (Bild P3.3.1-2a). Der Widerstandsbeiwert  $c_{W1}$  der zum eintreffenden Wind hin offenen Schale ist größer als  $c_{W2}$  der Schalenrückseite:  $c_{W1} > c_{W2}$  (Bild P3.3.1-2b). Die relative Anströmgeschwindigkeit bezüglich der offenen Schale  $w_1 = v - u$  ist kleiner als die der Schalenrückseite  $w_2 = v + u > w_1$ . Mit den sich ergebenden Widerstandskräften

$$F_{W1} = c_{W1} \cdot \gamma \cdot A \cdot w_1^2 / 2 \quad F_{W2} = c_{W2} \cdot \gamma \cdot A \cdot w_2^2 / 2 \quad (\text{P3.3.1-1})$$

und der Schalenumfangsgeschwindigkeit  $u$  erhalten wir die resultierende Leistung  $P$ , die vom Wind auf die beiden Schalen übertragen wird.

$$P = F_{W1} \cdot u - F_{W2} \cdot u = u \cdot \gamma \cdot \frac{A}{2} \cdot (c_{W1} \cdot (v - u)^2 - c_{W2} \cdot (v + u)^2) \quad (\text{P3.3.1-2})$$

Dies wird in Abhängigkeit von  $\lambda$  angegeben,

$$\lambda = u/v: P = \gamma \cdot \frac{A}{2} \cdot v^3 \cdot \lambda \cdot (c_{W1} \cdot (1 - \lambda)^2 - c_{W2} \cdot (1 + \lambda)^2) \quad (\text{P3.3.1-3})$$

so dass ein Leistungsbeiwert  $c_P$ , bezogen auf die kinetische Windenergie/Zeit für den Widerstandsläufer mit Halbschalen angegeben wird:

$$c_P = \frac{P}{\gamma \cdot \frac{A}{2} \cdot v^3} \Rightarrow c_P = \lambda \cdot (c_{W1} \cdot (1 - \lambda)^2 - c_{W2} \cdot (1 + \lambda)^2) \quad (\text{P3.3.1-4})$$

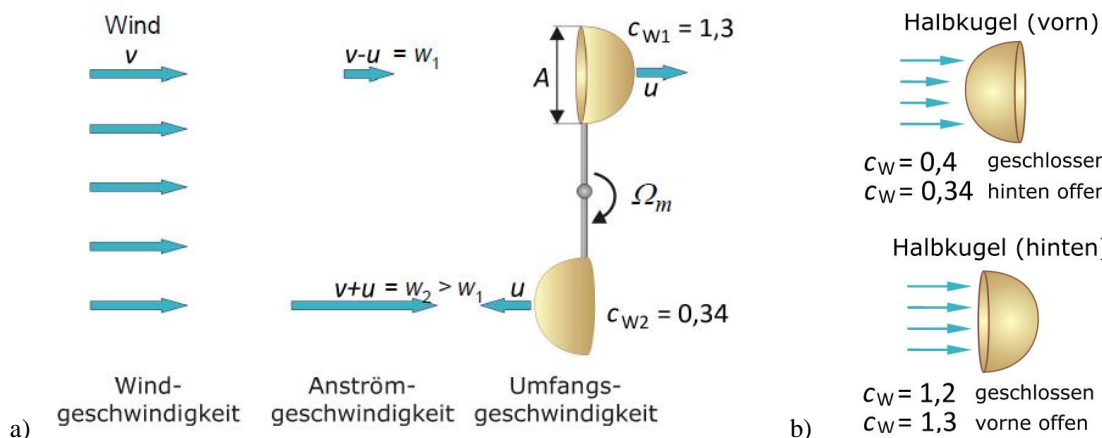


Bild P3.3.1-2: a) Halbschalen-Widerstandsläufer als Windturbine, b) Widerstandsbeiwerte  $c_W$  geschlossener und offener Halbkugelelemente für Reynolds-Zahlen  $Re = 10^3 \dots 10^5$  (Quelle: Quaschnig, V., Regenerative Energien, Hanser-Verlag).

Mit  $dc_P/d\lambda = 0$  wird

$$\lambda_{opt} = C - \sqrt{C^2 - (1/3)} \quad , \quad C = 4 \cdot (c_{W1} + c_{W2}) / [3 \cdot (c_{W1} - c_{W2})] \quad (\text{P3.3.1-5})$$

bestimmt. Die Lösung  $\lambda = C + \sqrt{C^2 - (1/3)}$  liefert ein unphysikalisches Ergebnis. Für die in Bild P3.3.1-2 angegebenen Werte für die Halbschalen  $c_{W1} = 1.3$ ,  $c_{W2} = 0.34$  wird  $\lambda_{opt} = 0.16$  erhalten und damit  $c_{P,max} = c_P(\lambda_{opt}) = 0.073$ . Es wird dem Wind bestenfalls nur 7.3 % seiner kinetischen Strömungsenergie entzogen. Dieser maximal mögliche Leistungsbeiwert ist gegenüber dem theoretischen Betz-Maximalwert  $c_P = 0.593$  (Kap. R) deutlich kleiner und wird nur erreicht, wenn die Windgeschwindigkeit  $v/u = 1/\lambda = 1/0.16 = 6$  die 6-fache Umfangsgeschwindigkeit der Halbschalen beträgt. Für größere oder kleinere Windgeschwindigkeiten ist er stets kleiner. Um eine Obergrenze für  $c_P$  des

Widerstandsläufers zu ermitteln, vereinfachen wir mit  $c_{W2} = 0$ , so dass  $c_P \leq \lambda \cdot c_{W1} \cdot (1 - \lambda)^2$  gilt. Der dann maximal mögliche  $c_P$ -Wert gemäß  $dc_P/d\lambda = 0$  führt auf  $\lambda_{opt} = 1/3$ , so dass

$$c_{P_{max}} = \frac{1}{3} \cdot c_{W1} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = c_{W1} \cdot \frac{4}{27} \quad , \quad (P3.3.1-6)$$

für die Halbschale  $c_{W1} = 1.3$  den Wert  $c_{P_{max}} = c_P(1/3) = 1.3 \cdot 4/27 = 0.19 < 0.593$  hat. Es wird dem Wind mit Halbschalen als Obergrenze 19 % seiner kinetischen Strömungsenergie entzogen, und zwar dann, wenn die Windgeschwindigkeit  $v/u = 1/\lambda = 3$  die 3-fache Umfangsgeschwindigkeit der Halbschalen beträgt. Selbst wenn  $c_{W1}$  noch etwas erhöht werden kann, hat der Widerstandsläufer gegenüber der *Betz*-Formel und dem Auftriebsläufer eine mit ca. 30% deutlich geringere Energieausbeute! Für diesen theoretischen Grenzfall  $c_{W2} = 0$  ist die auf den Windrotor übertragene mechanische Leistung (P3.3.1-3)

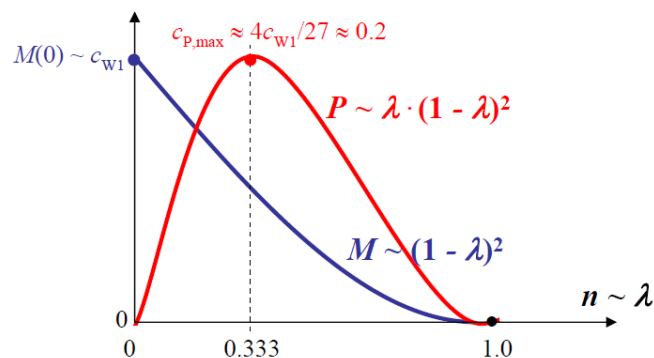
$$P = F_{W1} \cdot u = u \cdot \gamma \cdot \frac{A}{2} \cdot c_{W1} \cdot (v - u)^2 = \gamma \cdot \frac{A}{2} \cdot v^3 \cdot c_{W1} \cdot \lambda \cdot (1 - \lambda)^2 \quad (P3.3.1-7)$$

und das zugehörige Drehmoment mit dem Hebelarm des Schalenmittelpunkts  $r_{av}$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u = 2\pi \cdot r_{av} \cdot n$  bei der Läuferdrehzahl

$$M = \frac{P}{2\pi n} = \frac{2\pi \cdot r_{av} \cdot n}{2\pi \cdot n} \cdot \gamma \cdot \frac{A}{2} \cdot c_{W1} \cdot (v - u)^2 = r_{av} \cdot \gamma \cdot \frac{A \cdot v^2}{2} \cdot c_{W1} \cdot (1 - \lambda)^2 \quad (P3.3.1-8)$$

Bei konstanter Windgeschwindigkeit  $v$  ist die Drehzahl  $n$  über  $u$  direkt zu  $\lambda$  proportional (Bild

$$P3.3.1-3): n = \frac{u}{2\pi \cdot r_{av}} = \frac{v}{2\pi \cdot r_{av}} \cdot \lambda \Rightarrow n \sim \lambda .$$



**Bild P3.3.1-3:** Qualitative Darstellung von Drehmoment und Leistung eines Widerstandsläufers als Windturbine (für Widerstandsbeiwerte  $c_{W2} = 0$ ,  $\lambda_{opt} = 1/3$ ).

### P3.3.2 Windenergieanlagen mit vertikaler Achse

Die Vorteile von Windenergieanlagen mit vertikaler Rotationsachse sind die einfache Gestaltung der Windkraftanlage, wobei Generator, Getriebe und Steuerung in der Regel am Boden installiert werden, so dass eine einfache Zugänglichkeit für die Wartung besteht. Windkraftanlagen mit vertikaler Drehachse müssen nicht der Windrichtung nachgeführt werden. Sie sind also besonders gut geeignet für Gebiete mit ständig wechselnden Windrichtungen. Es existieren die beiden Bauarten als Widerstandsläufer nach *Savonius* und als Auftriebsläufer nach *Darrieus*, auch in der Sonderbauform *H-Darrieus*-Läufer.

Der Widerstandsläufer mit **Savonius-Rotor** wurde von *Sigurd Savonius*, *Finnland*, 1924, erfunden. Als Widerstandsläufer mit vertikaler Drehachse besteht er aus zwei halbzylinderförmigen Schaufeln, die in entgegen gesetzte Richtungen geöffnet sind (Bild P3.3.2-1). In Achsnähe überlappen sich die Schaufeln, wobei neben dem Strömungswiderstand auch die Effekte der Strömungsumlenkung und des dynamischen Auftriebs genutzt werden. Der Rotor erreicht deshalb mit einem maximalen Leistungsbeiwert

$c_{Pmax} = 0.2 \dots 0.25$  einen höheren Wert als für die einfache Anordnung mit Halbschalen, die nur  $c_w$  nützen. Vorteilhaft ist das selbstständige, windrichtungsunabhängige Anlaufen schon bei geringen Windgeschwindigkeiten. Nachteilig ist der relativ hohe Materialaufwand bei doch geringer Leistungsausbeute von nur ca. 20 % der angebotenen kinetischen Windenergie. Ihr Einsatzgebiet sind daher Kleinwindanlagen (Bild P3.3.2-4a).

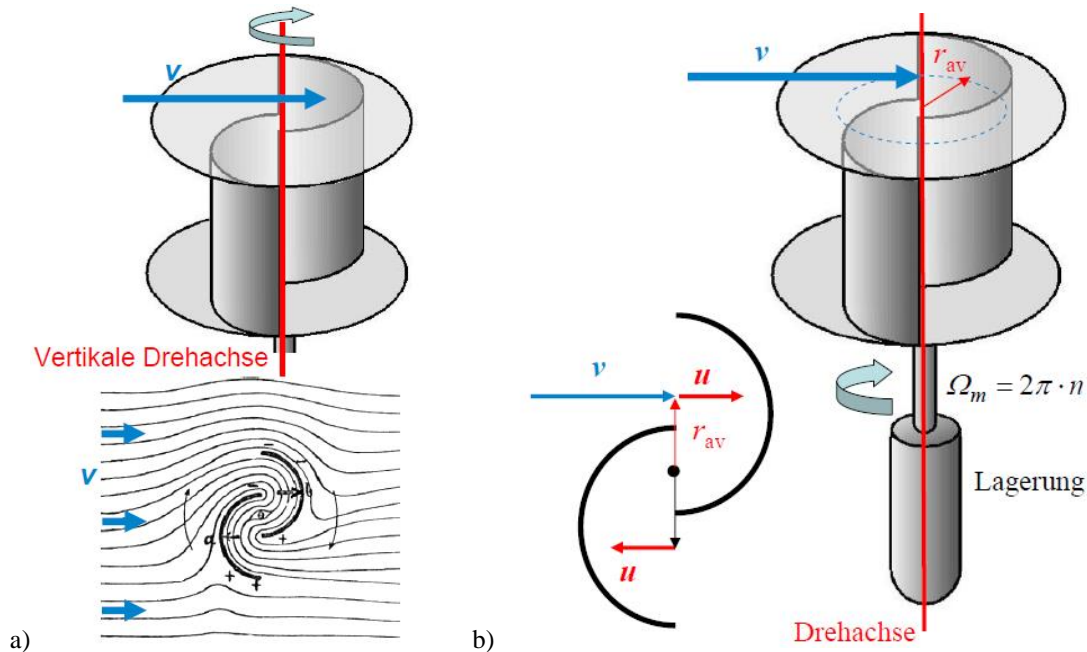


Bild P3.3.2-1: a) Savonius-Rotor mit einer Strömungsskizze von Sigurd Savonius, Finnland, b) Qualitative Darstellung der Savonius-Windturbine mit Ansicht der beiden zueinander versetzten Halbzylinder von oben (Quelle: Quaschnig, Regenerative Energien & Wikipedia.de).

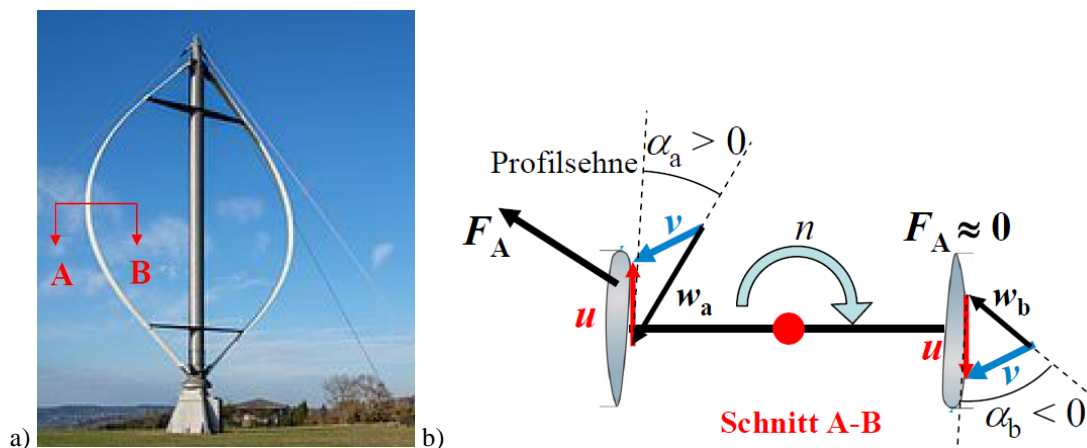


Bild P3.3.2-2: a) Zweiflügel-Darrieus-Rotor als Prototyp-Anlage, b) Schnittebene A-B durch die beiden Flügel mit einer Windanströmung  $v$  von rechts oben mit dem strömungstechnisch günstigen Anströmwinkel  $\alpha_a$  und einem ungünstigen Anströmwinkel  $\alpha_b$ , so dass dort die antreibende Auftriebskraft  $F_A$  nahezu Null ist (Quelle: wikipedia.de).

Der **Darrieus-Rotor** ist ein Auftriebsläufer mit vertikaler Drehachse, der i. A. aus 2, 3 oder 4 parabolförmig gebogenen Rotorblättern mit Tragflächenprofil besteht und von G. Darrieus, F, 1929 erfunden wurde (Bild P3.3.2-2a). Vorteile sind ein gegenüber dem Savonius-Rotor etwa doppelt so hoher Leistungsbeiwert  $c_p$  (max. ca. 0.4) als beim Savonius-Rotor und ebenfalls die Unabhängigkeit von der Windrichtung. Nachteilig ist der gegenüber Auftriebsläufern mit Horizontalachse kleinere maximale Leistungsbeiwert von nur ca. 75 %, da bei Rotation eine

ständige Änderung des Anströmwinkels  $\alpha$  erfolgt, so dass kein optimaler Winkel beibehalten werden kann (Bild P3.3.2-2b). Der Rotor ist aus diesem Grund i. A. nicht in der Lage, selbstständig anzulaufen. Er benötigt dafür einen zusätzlichen Antrieb, wie z. B. einen kleineren *Savonius*-Rotor, der auf derselben Drehachse montiert ist. Er wird eher selten eingesetzt.



**Bild P3.3.2-3:** a) Prinzipanordnung eines Dreiflügel-H-Darrieus-Rotors, b) Zweiflügel-H-Darrieus-Rotor Dülmen-Rorup, D, c) Zweiflügel-H-Darrieus-Rotoren im Windenergiepark Westküste, Kaiser-Wilhelm-Koog, Schleswig-Holstein, D (Quelle: Quaschnig, Regenerative Energien & Wikipedia.de).



**Bild P3.3.2-4:** a) Drei gegenläufige, dreiflügelige *Savonius*-Rotoren (UDX-Hochhaus Akihabara, Tokio, Japan), b) Zwei *Savonius*-Rotoren nahe der Drehachse, zum Selbstanlauf des Vier-Flügel-Darrieus-Rotors (außen) (Jinguashi, New Taipei City, Taiwan) (Quelle: Wikipedia.de).

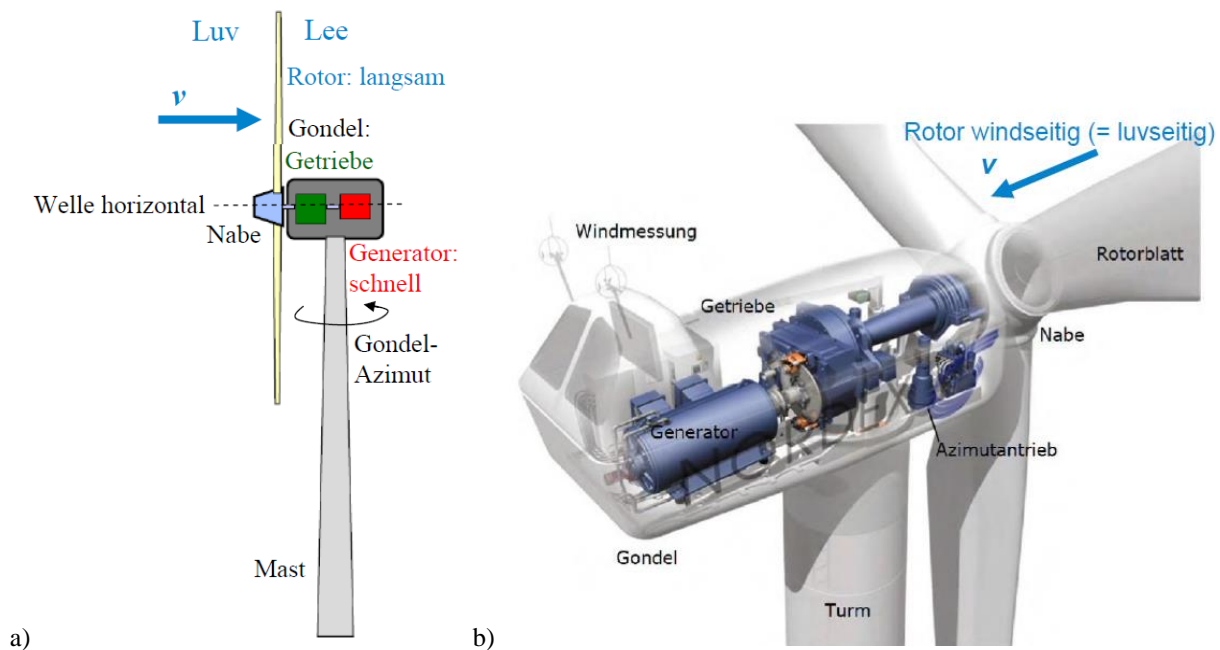
Der **H-Rotor (H-Darrieus-Rotor)** mit vertikaler Achse (Bild P3.3.2-3a) funktioniert so wie der *Darrieus*-Rotor, aber hat gerade Rotorblätter, so dass der Hebelarm zur Drehachse konstant bleibt. Fallweise wird beim H-Rotor der elektrische Generator direkt (= OHNE Getriebe) in die Rotorkonstruktion integriert am Fuß der Drehachse. Vorteilhaft



ist die gegenüber dem *Darrieus*-Rotor robustere Bauweise, so dass der Einsatz sich für extreme Witterungsbedingungen (z. B. arktische Regionen, Hochgebirge) empfiehlt (Bild P3.3.2-3b, c). Wie der *Darrieus*-Rotor ist er aber auch nicht in der Lage, selbstständig anzulaufen und benötigt daher einen zusätzlichen z. B. *Savonius*-Antrieb (Bild P3.3.2-4b).

### P3.3.3 Windenergieanlagen mit horizontaler Achse

Windenergieanlagen mit horizontaler Achse verwenden ausschließlich Auftriebsläufer und zwar als Luvläufer, also den Rotor vor dem Mast der Windanströmung zugewandt. Dadurch erfährt der Windrotor keine Windabschattung durch den Mast (Bild P3.3.3-1a)! Allerdings ist eine Windrichtungsnachführung anhand der Windmessung über eine Azimutwinkelverstellung (Bild P3.3.3-1b), z. B. einen Zahnkranz und entsprechende Stellmotoren, nötig.



**Bild P3.3.3-1:** a) Windenergieanlage mit horizontaler Achse mit Auftriebs-Luvläufer: Über ein Getriebe wird die niedrige Drehzahl und das große Drehmoment des Windrotors auf die schnelle Drehzahl und das kleine Drehmoment des dadurch auch kleinen Generators in der Gondel übersetzt. b) Anordnung von Azimutantrieb, Getriebe mit Feststellbremse und Generator (hier: stator- und rotorseitig doppeltgespeister Asynchrongenerator) in der Gondel (Quelle: [wind-energie.de](http://wind-energie.de)).

Beim Überstreichen der Rotorkreisfläche  $A$  wird dem Wind kinetische Strömungsenergie  $\Delta W_k$  entzogen und in mechanische Rotationsenergie gewandelt. Dafür benötigt der Ein-Blatt-Läufer eine Umdrehung, um  $\Delta W_k$  umzusetzen, der Zwei-Blatt-Läufer nur eine halbe Umdrehung, der Drei-Blatt-Läufer eine  $1/3$ -Umdrehung usw., also sinkt die Drehzahl  $n$  bei einer bestimmten Windgeschwindigkeit  $v$  mit der Zahl der Rotorblätter. Somit ist in etwa das Drehzahlverhältnis  $n_{1\text{-Blatt}} \approx 2 \cdot n_{2\text{-Blatt}} \approx 3 \cdot n_{3\text{-Blatt}}$  usw., so dass die Ein-Blatt-Rotoren am schnellsten drehen, während Vielblatt-Rotoren (wie die amerikanische Western-Turbine) sehr langsam drehen. Der Ein-Blatt-Rotor benötigt jedoch eine Ausgleichsmasse zur Vermeidung einer Lager-Unwuchtkraft durch die einseitige Fliehkraftwirkung des einen Rotorblatts, daher ist sein Einsatz selten. Experimentell hat *U. Hütter* ermittelt, dass Drei-Blatt-Rotoren die höchsten  $c_p$ -Werte von ca. 0.5 aufweisen. Dieses Schaufelzahloptimum ist der Kompromiss zwischen guter Strömungsführung (dafür sind mehr Rotorblätter nötig) und geringer Schaufelreibung, was weniger Rotorblätter erforderlich macht.

Eine häufige Antriebsstrang-Anordnung ist die Kupplung des langsam drehenden Windturbinen-Rotors (z. B.  $n = 15/\text{min}$ ) mit einem schnell drehenden, weil dann relativ

kleinen Generator (z. B.  $n_G = 1500/\text{min}$ ) über ein mehrstufiges Getriebe mit einer Getriebeübersetzung  $i = n_G : n = 1500 : 15 = 100$  (z. B. ein dreistufiges Getriebe mit Planeten-Eingangsstufe, Bild P3.3.3-1b). Der Azimut-Antrieb dreht den Windrotor mit seiner Radebene senkrecht zur Windanströmungsrichtung  $v$  (Bild P3.3.3-2). Dabei ist der Schnitt des Tragflächenprofils des Rotorblatts beim Radius  $r$  mit seiner Profilsehne unter dem Anstellwinkel  $\vartheta$  gegen die Radebene geneigt. Die dort auftretende Umfangsgeschwindigkeit  $u = 2\pi \cdot r \cdot n = u(r)$  führt über  $\vec{v} = \vec{u} + \vec{w}$  von der absoluten Windgeschwindigkeit  $v$  zur relativen Anströmgeschwindigkeit  $w = w(r)$ , die unter dem Anströmwinkel  $\alpha$  zur Profilsehne geneigt ist. Das rechtwinklige Geschwindigkeits-Dreieck ergibt mit  $w(r)^2 = u(r)^2 + v^2$

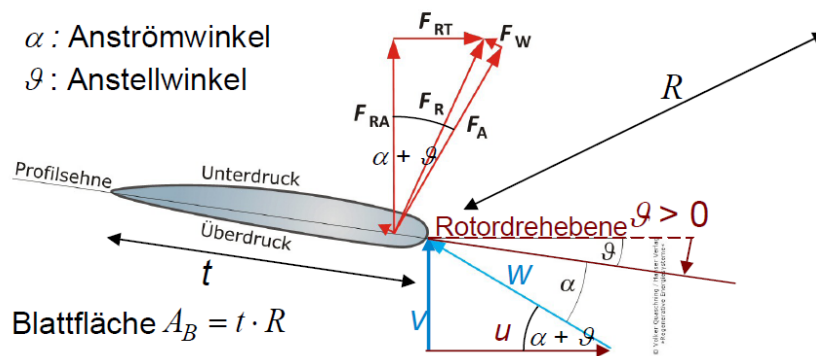
$$v = w \cdot \sin(\alpha + \vartheta) , \quad u = w \cdot \cos(\alpha + \vartheta) . \tag{P3.3.3-1}$$

die dynamische **Auftriebskraft**  $F_A$  normal zur  $w$ -Richtung und die **Widerstandskraft**  $F_W$  in  $w$ -Richtung dieser Windanströmung  $w$

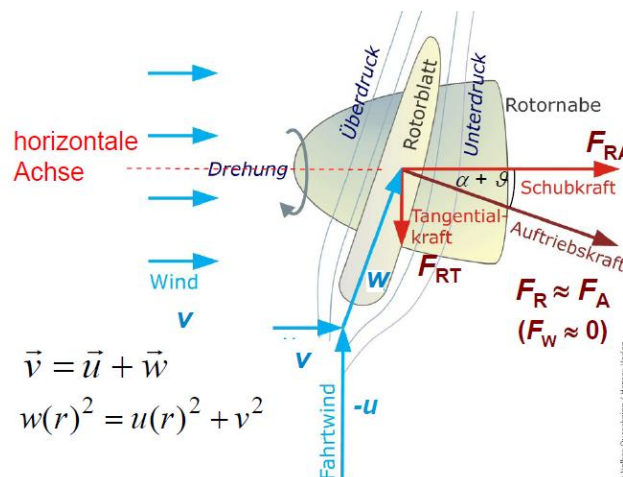
$$F_A = c_A \cdot \gamma \cdot A_B \cdot \frac{w^2}{2} , \quad F_W = c_W \cdot \gamma \cdot A_B \cdot \frac{w^2}{2} , \tag{P3.3.3-2}$$

ergeben vektoriell addiert die resultierende Schaufelkraft

$$\vec{F}_R = \vec{F}_A + \vec{F}_W = \vec{F}_{RA} + \vec{F}_{RT} , \quad F_R = \sqrt{F_A^2 + F_W^2} . \tag{P3.3.3-3}$$



**Bild P3.3.3-2:** Geschwindigkeitsdreieck der Blattanströmung und zugehörige Strömungskräfte-Dreieck in einer Schnittebene eines Rotorblatts (Quelle: *Quaschning*, Regenerative Energien).



**Bild P3.3.3-3:** Geschwindigkeitsdreieck der Blattanströmung und zugehörige Strömungskräfte-Dreieck in einer Schnittebene eines Rotorblatts für  $\alpha = 0$  (Quelle: *Quaschning*, Regenerative Energien).

Dabei wurde stark vereinfacht angenommen, dass dieses Geschwindigkeitsdreieck über der gesamten Rotorblattlänge  $R$  dasselbe ist, so dass als wirksame Fläche die Blattfläche  $A_B$  verwendet wurde. Es ist in (P3.3.3-3)  $F_{RT}$  die tangentielle  $F_R$ -Komponente, die in der Rotordrehebene liegt und folglich das Rotorblatt antreibt (Nutzkraft). Weiter ist  $F_{RA}$  die axiale

$F_R$ -Komponente, also normal zur Rotordrehebene. Sie wirkt als „Schubkraft“ auf das Rotorblatt. Durch diesen „Winddruck“ werden das Rotorblatt und den Turm auf Biegung beansprucht. Das Turmfundament muss dagegen abgestützt werden, Bild P3.3.3-3. Zwar ist  $F_A < F_R$ , aber dank der Stromlinienform des Tragflächenprofils ist  $F_W \ll F_A$ , so dass  $F_A \approx F_R$  gilt. Deshalb gilt annähernd

$$F_{RT} \approx F_A \cdot \sin(\alpha + \vartheta) \quad , \quad F_{RA} \approx F_A \cdot \cos(\alpha + \vartheta) \quad . \quad (P3.3.3-4)$$

Für große Bemessungsleistungen  $P_N$  müssen große Kräfte  $F_{RT}$  wirken. Somit muss wegen der geringen Luftdichte  $\gamma$  die Blattfläche  $A_B$  groß sein, so dass die Rotorblätter lang sein müssen ( $R$  in Bild P3.3.3-2 muss groß sein!). Es werden daher große Luft“flächen“  $A = R^2 \cdot \pi$  als Rotor-Kreisflächen von den drehenden Rotorblättern überstrichen.

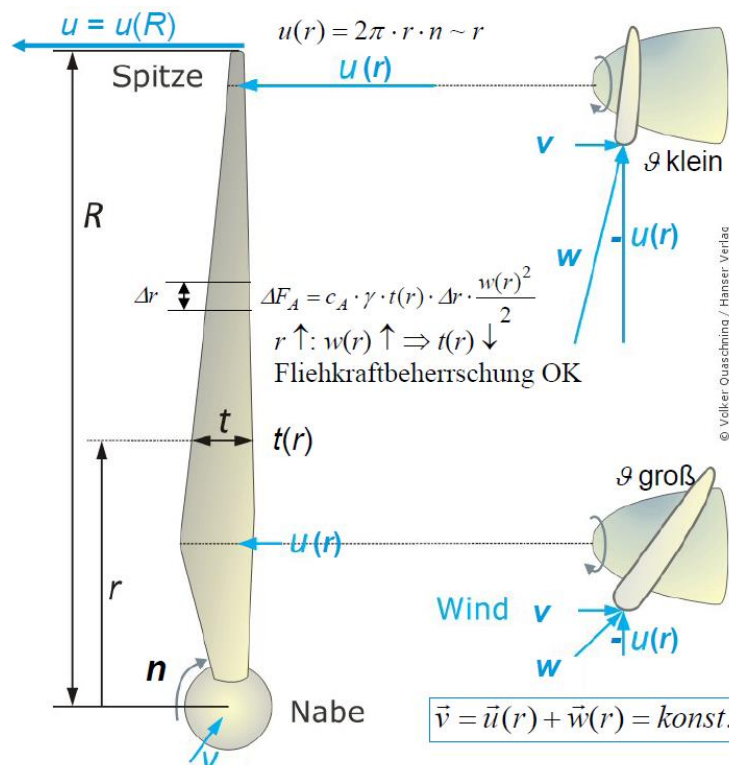


Bild P3.3.3-4: Geschwindigkeitsdreieck der Blattanströmung und zugehörige Strömungskräfte-Dreieck in einer Schnittebene eines Rotorblatts für  $\alpha = 0$  (Quelle: Quaschnig, Regenerative Energien).

Diese langen Rotorblätter müssen gewunden sein, um an jedem Radius  $r$  des Blatts den optimalen Anströmwinkel  $\alpha_{opt}$  zu erhalten. Die Umfangsgeschwindigkeit  $u(r)$  nimmt nach außen hin mit  $r$  zu, so dass wegen der vom Radius  $r$  unabhängigen absoluten Windanströmung  $v = konst.$  das rechtwinklige Geschwindigkeitsdreieck gemäß  $w(r)^2 = u(r)^2 + v^2 : \uparrow w, r$ , eine mit  $r$  zunehmende relative Windanströmung  $w(r)$  ergibt (Bild P3.3.3-4). Gleichzeitig dreht der  $\vec{w}$ -Vektor mit steigendem  $r$  in die Blattebene. Bei unabhängig von  $r$  konstantem  $\alpha_{opt}$  zwischen  $\vec{w}$  und der Profilschneide muss gemäß Bild P3.3.3-2 der Anstellwinkel  $\vartheta$  kleiner werden. Das Blattprofil ist daher außen schwächer geneigt gegen die Drehebene, d. h. der Anstellwinkel  $\vartheta$  wird kleiner mit steigendem  $r$ ! Die maximale Umfangsgeschwindigkeit bei  $r = R$  ist die Flügelspitzen-Geschwindigkeit  $u = u(R) = \lambda \cdot v = \Omega_m \cdot R = 2\pi R \cdot n$ . Sie muss auf  $u_{max} \leq ca. 320 \text{ km/h}$  begrenzt werden wegen des sonst zu großen aerodynamischen Geräusches infolge der Wirbelablösung an den Blattspitzen in Form einer *Karman*'schen Wirbelstraße (siehe Kap. G: „Wirbelzopfbildung“). Je größer die Leistung der Windenergieanlage, desto länger sind die Rotorblätter und desto niedriger muss die Drehzahl  $n$  sein.

Das erzielbare Drehmoment  $M$  des Auftriebsläufers für eine vorgegebene absolute Windgeschwindigkeit  $v$  und eine bestimmte Rotordrehzahl  $n$  wird nun für die Vereinfachung  $c_w \approx 0$  abgeschätzt, also für  $F_w = 0$ , somit  $\vec{F}_R = \vec{F}_W + \vec{F}_A \approx \vec{F}_A$ . Die (differentiell) kleine Auftriebskraft  $dF_A(r)$  am Rotorblatt beim Radius  $r$  für einen (differentiell) kleinen Blattabschnitt  $\Delta r \rightarrow dr$  (Bild P3.3.3-4), bedingt durch die lokale relative Anströmgeschwindigkeit  $w(r)$  und die lokale Blattbreite  $t(r)$

$$\Delta F_A(r) = c_A \cdot \gamma \cdot t(r) \cdot \Delta r \cdot \frac{w(r)^2}{2} \rightarrow dF_A(r) = c_A \cdot \gamma \cdot t(r) \cdot dr \cdot \frac{w(r)^2}{2} . \quad (\text{P3.3.3-5})$$

bildet den (differentiell) kleinen Beitrag zur tangentialen, das Rotorblatt antreibenden Umfangskraft

$$dF_{RT}(r) \approx dF_A(r) \cdot \sin(\alpha + \vartheta(r)) . \quad (\text{P3.3.3-6})$$

Dabei ist die Blattverwindung für  $\alpha = \text{konst.}$  über den mit  $r$  sinkenden Anstellwinkel  $\vartheta(r)$  berücksichtigt, so dass  $c_A(\alpha)$  wegen dieser Blattverwindung entlang des Blatts konstant ist. Das Drehmoment  $M$  bei  $z_R$  bei Rotorblättern des Windturbinenrotors wird durch Integration der Drehmomentbeiträge  $dF_{RT}(r) \cdot r$  entlang jedes Rotorblatts bestimmt.

$$M = z_R \cdot \int_0^R dF_{RT}(r) \cdot r = z_R \cdot \int_0^R dF_A(r) \cdot \sin(\alpha + \vartheta(r)) \cdot r \quad (\text{P3.3.3-7})$$

$$M(v, n) = z_R \cdot \int_0^R c_A \cdot \gamma \cdot t(r) \cdot dr \cdot \frac{w(r, v, n)^2}{2} \cdot \sin(\alpha + \vartheta(r)) \cdot r \quad (\text{P3.3.3-8})$$

Die Abschätzung von  $M$  erfolgt mit den Zahlenwerten bei  $r = R/2$  ohne Ausführung der Integration. Bei  $r = R/2$  ist die relative Anströmgeschwindigkeit  $w(r, v, n)$  wegen  $w(r)^2 = u(r)^2 + v^2 = (2r \cdot \pi \cdot n)^2 + v^2$  (Bild P3.3.3-3) und  $u(r = R/2) = u_{\max} / 2 = u(R) / 2$

$$w\left(\frac{R}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{u(R)}{2}\right)^2 + v^2} = v \cdot \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4}} \quad \text{mit der Schnelllaufzahl } \lambda = u(R) / v . \quad (\text{P3.3.3-9})$$

Gemäß Bild P3.3.3-2 ist

$$\sin(\alpha + \vartheta(R/2)) = \frac{v}{w(R/2)} . \quad (\text{P3.3.3-10})$$

Aus (P3.3.3-6) ergibt sich damit

$$F_{RT}\left(\frac{R}{2}\right) \approx F_A\left(\frac{R}{2}\right) \cdot \sin(\alpha + \vartheta\left(\frac{R}{2}\right)) = c_A \cdot \gamma \cdot A_B \cdot \frac{w(R/2)^2}{2} \cdot \frac{v}{w(R/2)} , \quad (\text{P3.3.3-11})$$

wenn die Geschwindigkeitsverhältnisse bei  $r = R/2$  für die gesamte Blattfläche  $A_B$  verwendet werden. Das abgeschätzte Drehmoment  $M$  ist daher mit dem Hebelarm  $R/2$  und

$$F_{RT}\left(\frac{R}{2}\right) \approx c_A \cdot \gamma \cdot A_B \cdot \frac{w(R/2) \cdot v}{2} \Rightarrow M(v, n) = z_R \cdot A_B \cdot c_B \cdot \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{R}{2} \cdot w\left(\frac{R}{2}\right) \cdot v . \quad (\text{P3.3.3-12})$$

Die zugehörige mechanische Turbinenleistung  $P$  ist

$$P(v, n) = 2\pi \cdot n \cdot M(v, n) = \frac{u_{\max}}{R} \cdot M = \frac{\lambda \cdot v}{R} \cdot M(v, n) \quad (\text{P3.3.3-13})$$

mit der Abschätzung von  $M$  mit Werten bei  $R/2$

$$P(v, n) = \frac{\lambda \cdot v}{R} \cdot \underbrace{z_R \cdot A_B}_{k_A \cdot A = R^2 \pi} \cdot c_A \cdot \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{R}{2} \cdot \underbrace{w\left(\frac{R}{2}\right)}_{v \cdot \sqrt{1 + \lambda^2 / 4}} \cdot v \quad \text{bzw.} \quad (\text{P3.3.3-14})$$

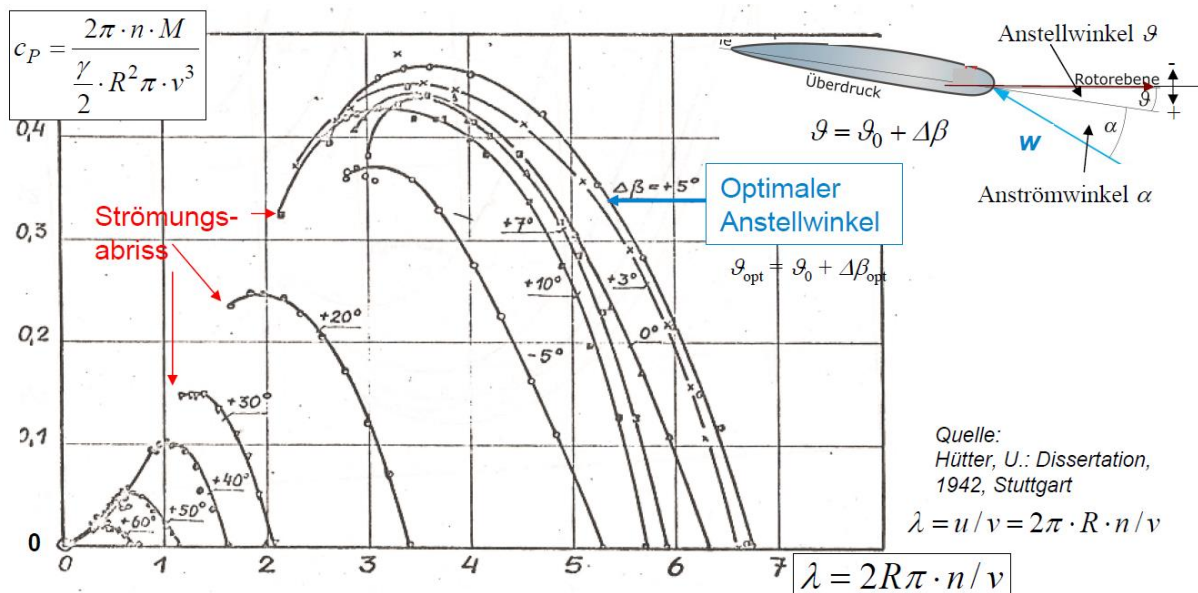
$$P(v, n) = \lambda \cdot v \cdot k_A \cdot A \cdot c_A \cdot \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot v \cdot \sqrt{1 + \lambda^2 / 4} \cdot v = c_P(\lambda) \cdot \frac{\gamma}{2} \cdot A \cdot v^3 . \quad (\text{P3.3.3-15})$$

Das Verhältnis der gesamten Blattfläche  $z_R \cdot A_B$  zur umschriebenen Rotor-Kreisfläche  $A$  ist kleiner als Eins:  $k_A = z_R \cdot A_B / A$ ,  $0 < k_A < 1$ . Der in (P3.3.3-15) definierte Leistungsbeiwert der Windturbine  $c_P$  hängt von der Schnelllaufzahl und vom Anströmwinkel ab

$$c_P(\lambda) = k_A \cdot c_A(\alpha) \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sqrt{1 + \lambda^2 / 4} \sim c_A(\alpha) \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sqrt{1 + \lambda^2 / 4} = f(\alpha, \lambda) \quad , \quad (P3.3.3-16)$$

und ist bspw. mit  $c_A(14^\circ) = c_{A,max} = 1.0$  aus Bild P3.1-8 und den Daten  $k_A = 0.053$ ,  $\lambda = 6.5$ ,  $\vartheta(R/2) = 3^\circ$  gemäß unserer Abschätzung (P3.3.316):

$c_{P,max} \approx 0.053 \cdot 1.0 \cdot (6.5/2) \cdot \sqrt{1 + 6.5^2 / 4} = 0.58$ . Real ist ein **maximaler Leistungsbeiwert**  $c_{P,max} = \text{ca. } 0.5$  bei Dreiblattrotoren erreichbar (Bild P3.3.4-1), wie die Messungen des Leistungsbeiwerts  $c_P$  an Modellrotoren im Windkanal zeigen. So ist z. B. für einen Vierblatt-Modell-Propeller mit dem Durchmesser  $2R = 2 \text{ m}$  von U. Hütter das Drehmoments  $M$  bei unterschiedlichem Blattanstellwinkeln  $\vartheta$  und veränderlicher Drehzahl  $n$  bei  $v = \text{konst.}$  gemessen und daraus  $c_P(\lambda) \sim M(n)$  ermittelt worden (Bild P3.3.3-5). Der Maximalwert  $c_{P,max}$  beträgt dabei ca. 0.48. Das Maximum 0.5 wird bei Dreiblattrotoren  $z_R = 3$  erreicht und nimmt mit  $z_R > 3$  und  $z_R < 3$  ab. Diese typische Kurve  $M(n)$  mit ihrem Maximum gilt generell für Auftriebsläufer und erklärt somit auch die  $M(n)$ -Kurve der Kaplan-Turbine in Bild P3.2.5-3.



**Bild P3.3.3-5:** Im Windkanal gemessenes Drehmoment  $M$  an einem Vierflügel-Propeller mit 2 m Durchmesser bei unterschiedlichen Blattanstellwinkeln  $\vartheta$  und veränderlicher Rotordrehzahl  $n$ .

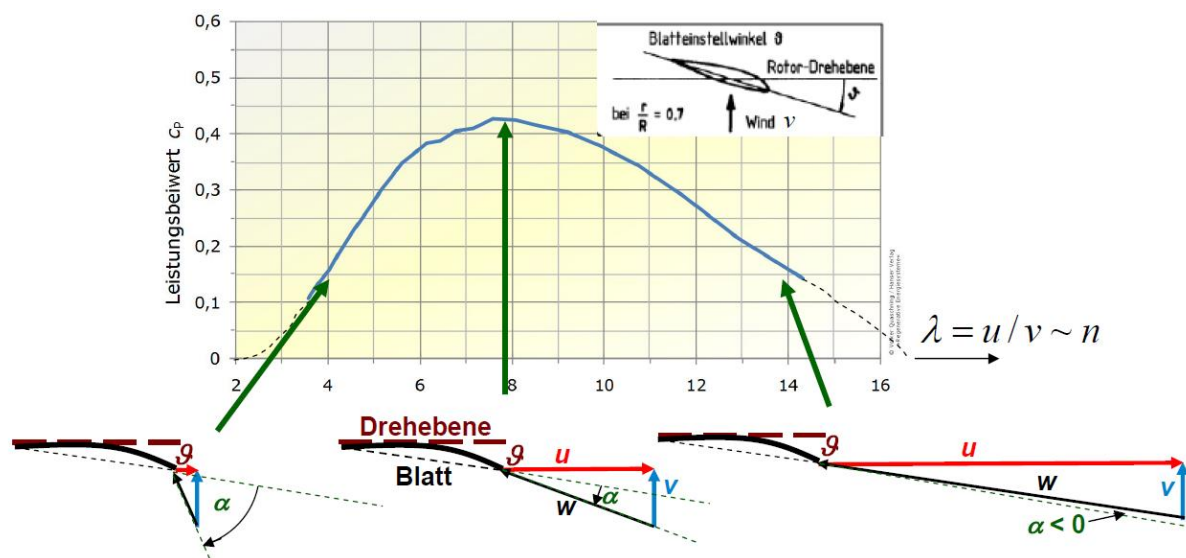
Um die Kurvenverläufe  $c_P(\lambda) \sim M(n)$  zu verstehen, wird (P3.3.3-16) verwendet (Bild P3.3.3-6). Bei kleiner Drehzahl ist  $u$  klein, so dass sich z. B.  $\lambda = 4$  ergibt. Dadurch ist auch  $w$  klein, was einen großen Anströmwinkel  $\alpha > 20^\circ$  zur Folge hat. Gemäß Bild P3.1-8 mit dem dort verwendeten ähnlichen NASA-Tragflächenprofil tritt dann **Strömungsabriss („Stall“-Effekt)** auf und  $c_A$  sinkt ab (z. B. auf ca. 0.6), was das kleine Drehmoment bei kleinem  $\lambda$  erklärt.

Gemäß (P3.3.3-16) ist dann der Leistungsbeiwert proportional zu  $c_P \sim f_A$  und ergibt

$c_P \sim f_A = c_A \cdot \lambda \cdot \sqrt{1 + \lambda^2 / 4} = 0.6 \cdot 4 \cdot \sqrt{1 + 4^2 / 4} = 5.4$ . Bei mittlerer (optimaler) Drehzahl ist  $u$  bereits so groß, dass sich z. B.  $\lambda = 8$  ergibt. Dadurch ist auch  $w$  bereits so groß, dass sich der für das verwendete Blattprofil optimale Anströmwinkel  $\alpha_{opt}$  einstellt, z. B.  $c_{A,max} = 1$  (Bild P3.1-8) und erklärt das maximale Drehmoment bei  $\lambda = 8$ . Gemäß (P3.3.3-16) ist

$c_P = c_{P,max} \sim f_A = 1 \cdot 8 \cdot \sqrt{1 + 8^2 / 4} = 33$ ; es haben sich der Leistungsbeiwert und damit das

Drehmoment um  $33/5.4 = 6.1$  auf den Maximalwert erhöht. Die Messung in Bild P3.3.3-6 ergibt nur  $0.43/0.15 = 2.9$  auf Grund der groben Abschätzung von  $c_p$  in (P3.3.3-16), welche nur den prinzipiellen physikalischen Zusammenhang erklären soll. Bei hoher Drehzahl und Schnelllaufzahl von z. B.  $\lambda = 14$  sind  $u$  und  $w$  bereits groß, dass der Anströmwinkel negativ ist ( $\alpha < 0$ , z. B.  $-9^\circ$ ), so dass die Relativströmung das Profil „von vorne“ trifft. Dabei ist gemäß Bild P3.1-8 noch immer positiver Auftrieb möglich, aber sehr klein, z. B.  $c_A = 0.05$ . Die Abschätzung (P3.3.3-16)  $c_p \sim 0.05 \cdot 14 \cdot \sqrt{1+14^2}/4 = 5$  ergibt ein ähnlich kleines Drehmoment wie bei  $\lambda = 4$ . Auch die Messung in Bild P3.3.3-6 ergibt einen ähnlich großen Beiwert  $c_p$  wie bei  $\lambda = 4$ . Das Drehmomentmaximum ist somit im Wesentlichen durch das Maximum  $c_A$  bei mittleren Drehzahlen bedingt.



**Bild P3.3.3-6:** Gemessener Leistungsbeiwert  $c_p(\lambda)$  eines Dreiblattrotors mit dem Rotorblattprofil der Windturbine der *Fa. Vestas V44* (Nennleistung 600 kW) bei variabler Drehzahl  $n$  bei  $v = \text{konst.}$ ,  $\vartheta = \text{konst.}$  Die in den drei Drehzahlpunkten eingetragenen Geschwindigkeitsdreiecke sind nicht maßstäblich (Quelle: *Hau, E.: Windkraftanlagen, 2014, Springer & Quaschnig, V.: Regen. Energien, 2015*).

### P3.3.4 Windenergieanlagen, Leistungsbeiwert

Die Schnelllaufzahl  $\lambda = u/v$  als das Verhältnis der Rotor-Umfangsgeschwindigkeit  $u = u_{\max} = u(R)$  zur absoluten (wahren) Windgeschwindigkeit  $v$  wird zur Unterscheidung „Langsamläufer“ ( $\lambda < 5$ ) und „Schnellläufer“ ( $\lambda \geq 5$ ) verwendet (Bild P3.3.4-1). Hohe Schnelllaufzahlen treten, wie zuvor erläutert, bei Rotoren mit kleiner Blattzahl auf, wobei die größten Werte bei Dreiblattrotoren von bis zu  $c_{p,\max} = 0.48 \dots 0.5$  immer noch deutlich kleiner sind als der von *A. Betz* hergeleitete obere Grenzwert von 0.593 (Kap. R). Diese obere Grenzwert ist bei Berücksichtigung des durch die Windturbine in die Strömung eingebrachten Dralls (= Drehbewegung des Abluftstroms) und der damit verbundenen abtransportierten (und damit für die Energiewandlung verlorenen) kinetischen Strömungsenergie vor allem bei kleinem  $\lambda < 5$  kleiner als der von *A. Betz* angegebene Grenzwert von 0.593.

Die Windturbinen können bei **konstanter und bei variabler Drehzahl** betrieben werden. Der zugehörige, in der Regel direkt oder über ein Getriebe starr gekuppelte, Drehstromgenerator erzeugt dann entweder ein Drehspannungssystem mit konstanter oder variabler Frequenz. Beim Betrieb mit variabler Drehzahl  $n$  und damit variablem  $u$  wird versucht, bei der unvermeidlich veränderlichen Windgeschwindigkeit  $v$  die Drehzahl stets so einzustellen, dass sich eine optimale Schnelllaufdrehzahl  $\lambda_{\text{opt}} = u/v$  für maximales Drehmoment einstellt. Dann wird jedoch ein Frequenzwandler zwischen Generator und Netz benötigt, um die Generatorspannung auf eine netzfrequente Spannung zu wandeln. Einfacher ist der Betrieb

der Windturbinen als **Festdrehzahl-Läufer  $n = \text{konst.}$** , da dann der Generator direkt am Netz mit konstanter Netzfrequenz betrieben werden kann („Stall“-Betrieb).

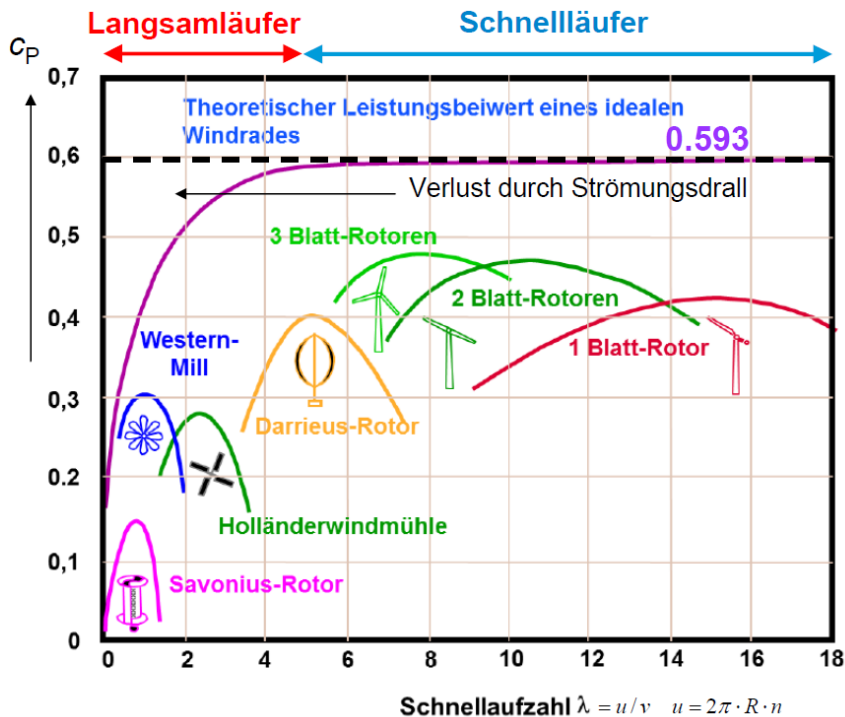


Bild P3.3.4-1: Leistungsbeiwert  $c_p$  unterschiedlicher Windturbinen-Typen (Quelle: Wagner, Nutzung regenerativer Energien, 2010, aus: Wilson-Lissaman: Applied Aerodynamics of Wind Power Machines, 1974).

Der Festdrehzahl-Windrotor ist mit einem Asynchron- oder Synchrongenerator (Polzahl  $2p$ , Nennleistung  $P_N$ , siehe Kap. T) meist über ein drehzahl-hochsetzendes Getriebe gekuppelt, so dass trotz der niedrigen Turbinendrehzahl die Generator Drehzahl  $n_G$  so groß ist, dass die Polzahl und damit die Baugröße des Generators klein ist ( $2p = 2f_{\text{Netz}}/n_G$ ). Der el. Generator wird direkt am Netz (Frequenz  $f_{\text{Netz}}$ ) betrieben, sodass seine Drehzahl im Fall eines Synchrongenerators (siehe Kap. T) streng konstant ist ( $n_G = f_{\text{Netz}}/p$ ) im Fall eines Asynchrongenerators nahezu konstant (siehe Vorlesung: Elektrische Maschinen und Antriebe).

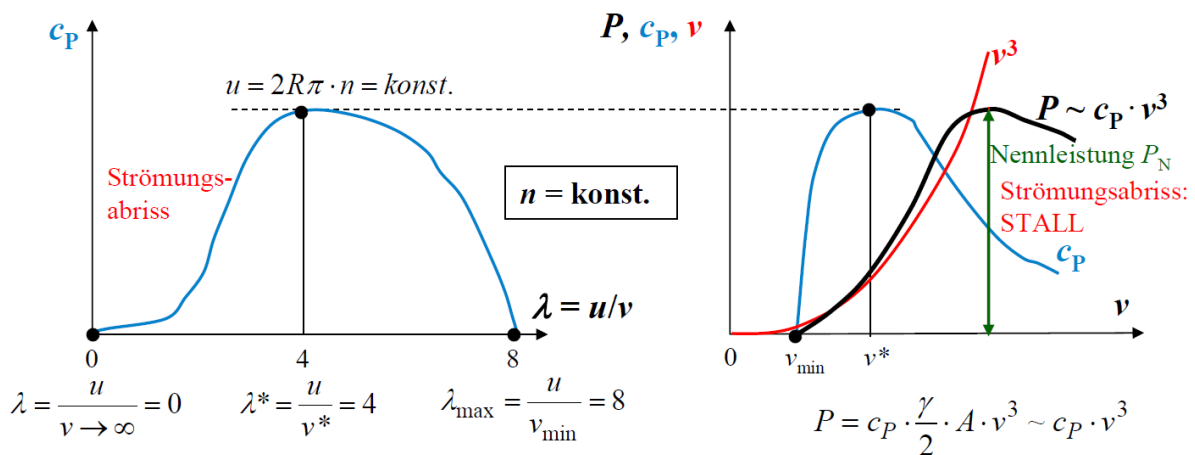


Bild P3.3.4-2: Festdrehzahl-Windturbine  $n = \text{konst.}$  bzw.  $u = \text{konst.}$  („Stall“-Betrieb) bei veränderlicher Windgeschwindigkeit  $v$  und damit veränderlichem  $\lambda = u/v$ . Links: Leistungsbeiwert  $c_p(\lambda)$ , rechts:  $c_p(v)$  und  $P(v)$ .

In Bild P3.3.4-2 ist links  $c_p(\lambda)$  ähnlich wie in Bild P3.3.3-6 dargestellt, wobei  $\lambda = u/v$  über  $v$  variiert, während  $u$  konstant ist. Rechts ist derselbe Beiwert  $c_p(v)$  dargestellt, wobei der

Maximalwert  $\lambda_{\max} = 8 = u/v_{\min}$  entspricht. Erst ab dieser Minimal-Windgeschwindigkeit  $v_{\min}$  gibt die Turbine Leistung ab. Bei  $v^*$  ist  $c_P(v^*) = c_{P,\max}$  maximal, was im Bildbeispiel  $\lambda^* = 4 = u/v^*$  entspricht. Für  $v \gg v^*$  tritt der in Bild P3.1-8b gezeigte Strömungsabriss („Stall“-Effekt) auf und  $c_A$  und damit  $c_P$  sinken drastisch ab. Wegen  $P \sim c_P \cdot v^3$  bleibt dann dort die Leistung  $P$  etwa konstant und entspricht der installierten Generatorleistung  $P_N$  („Stall“-Betrieb), während sie bei  $v < v^*$  stark zunimmt. Es ergibt sich so die Leistungskennlinie  $P(v)$ ,  $v > v_{\min}$ , die auf den Maximalwert  $P_N$  der Komponenten Getriebe, Generator und Netztransformator begrenzt ist.

Bei drehzahlveränderbarem Turbinenbetrieb wird der Drehstromgenerator über einen Spannungsumrichter zum Netz **drehzahlvariabel**  $f \sim n \sim n_G$  betrieben. Der Umrichter formt die Generator-Spannungsfrequenz  $f$  auf die netzfrequente Spannung  $f_{\text{Netz}} = 50$  Hz um. Auf Grund der veränderlichen Drehzahl  $n$  kann der Windrotor auch bei veränderlicher Windgeschwindigkeit  $v$  stets mit dem optimalen Blattanstellwinkel  $\vartheta_{\text{opt}}$  betrieben werden, denn es wird mit zunehmender Windgeschwindigkeit  $v$  auch die Drehzahl  $n$  über den Umrichter und Generator erhöht, so dass der Anströmwinkel optimal  $\alpha = \alpha_{\text{opt}}$  ist und konstant bleibt. Stets wird so die maximal mögliche Leistung  $P \sim c_{P,\max} \cdot v^3 \sim c_{P,\max} \cdot n^3$  dem Wind entnommen! In Bild P3.3.4-3 ist links  $c_P(\lambda)$  für zwei Windgeschwindigkeiten  $v_1 < v_2$  dargestellt, so dass sich dafür die beiden  $\lambda$ -Skalierungen um die Streckung  $v_2/v_1$  unterscheiden. Die beiden Geschwindigkeitsdreiecke für optimalen Anströmwinkel  $\alpha_{\text{opt}}$  sind zueinander ähnlich, weil  $n \sim v$  verändert wird. Die zugehörige Turbinenleistung rechts  $P(n)$  für  $c_{P,\max} = c_P(\lambda_{\text{opt}})$  nimmt mit  $n^3 \sim v^3$  zu.

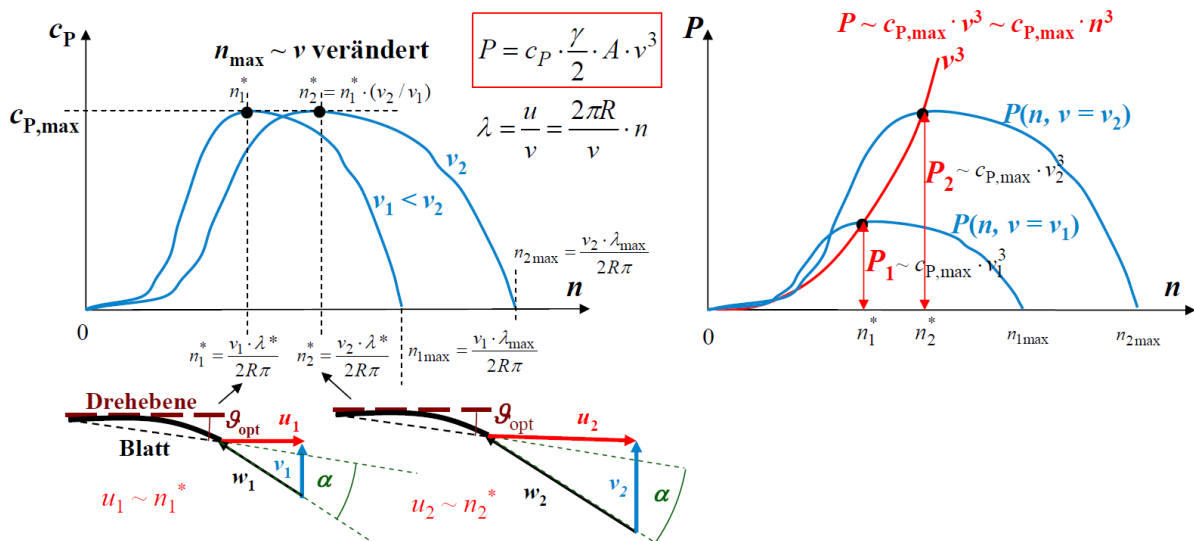
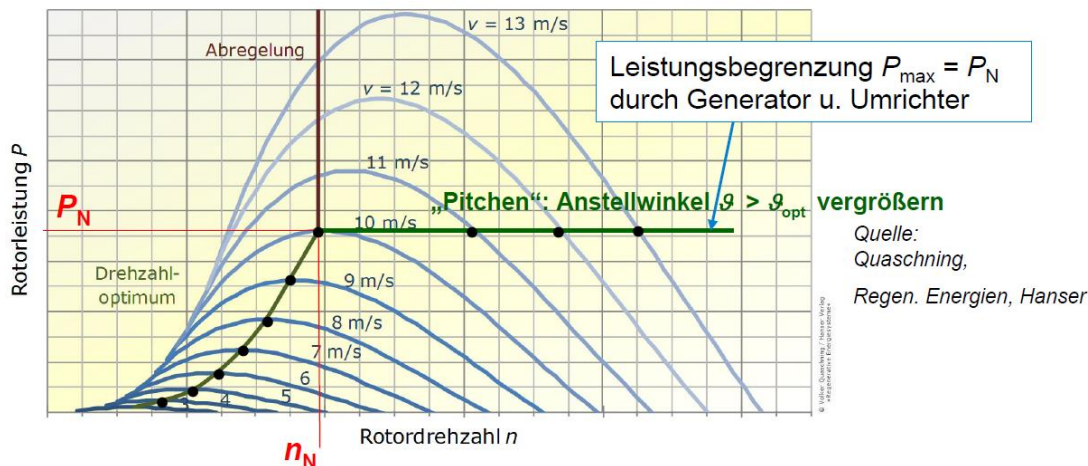


Bild P3.3.4-3: Variabler Drehzahlbetrieb einer Windturbine  $n \sim v$  bzw.  $u \sim v$  bei veränderlicher Windgeschwindigkeit  $v$  und damit konstantem  $\lambda = u/v = \lambda_{\text{opt}}$ . Links: Leistungsbeiwert  $c_P(\lambda)$  für zwei Windgeschwindigkeiten  $v_1 < v_2$ , rechts:  $P(n)$  für  $c_{P,\max} = c_P(\lambda_{\text{opt}})$  (Geschwindigkeitsdreiecke NICHT maßstäblich).

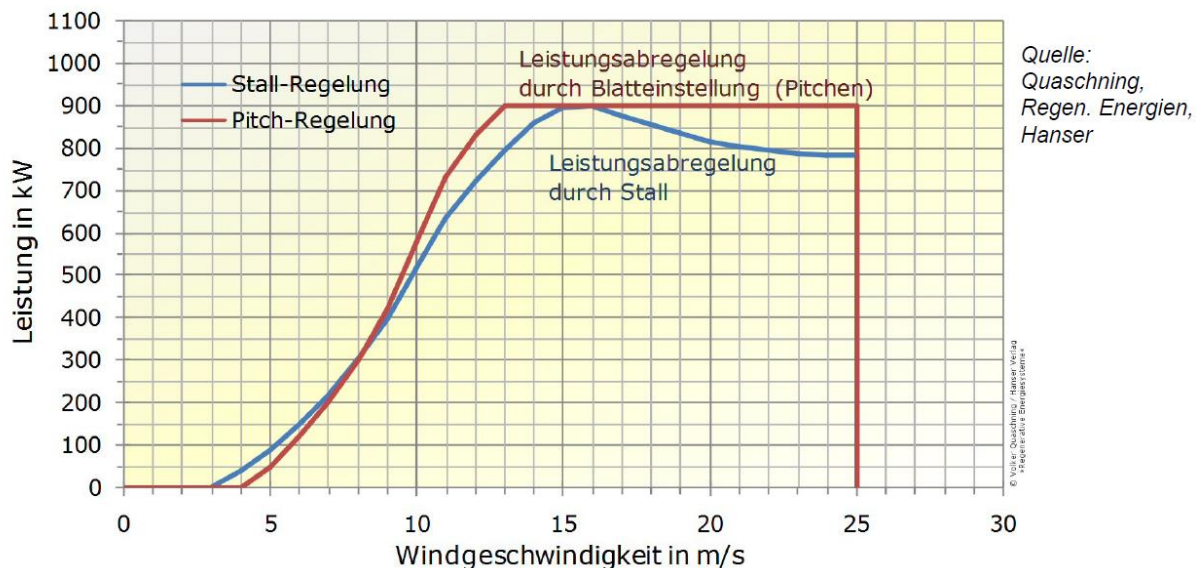
Der Windrotor wird nur für  $0 < n \leq n_N$  mit optimalem Blattanstellwinkel  $\vartheta_{\text{opt}}$  betrieben (und damit für  $\alpha = \alpha_{\text{opt}} = \text{konstant}$ ), denn die Leistung  $P \sim c_{P,\text{opt}} \cdot v^3 \sim n^3$  erreicht bei  $n_N$  den Nennwert  $P_N$  des Generators und muss dann konstant gehalten werden, obwohl  $v$  und damit  $n$  weiter zunehmen. Es wird für  $n > n_N$  der Anstellwinkel  $\vartheta$  („Pitch“-Winkel) durch Drehen der Rotorblätter um ihre Längsachse über Hilfsantriebe kontinuierlich vergrößert  $\vartheta > \vartheta_{\text{opt}}$  (Bild P3.3.4-4), so dass sich der Auftriebsbeiwert  $c_A$  verringert  $\alpha < \alpha_{\text{opt}}$ . Dies führt gemäß Bild P3.3.3-5 (dort für  $\Delta\vartheta = \Delta\beta > 5^\circ$ ) zu einer Abnahme („Abregeln“) von  $c_P$  bzw. des Drehmoments  $M$ . Wird dies so eingestellt, dass  $M \sim 1/n$  sinkt, bleibt die Leistung  $P$  konstant beim Maximalwert  $P_N$  trotz der steigenden Windgeschwindigkeit  $v$ , so dass der Generator nicht überlastet wird (**Pitch-Betrieb**). Da beim Stall-Betrieb die Leistung bei  $0 < n \leq n_N$  etwas



kleiner ist und bei  $n > n_N$  nicht genau konstant gehalten werden kann (sie sinkt bei Strömungsabriss etwas unter  $P_N$ , Bild P3.3.4-5), wird Stall-Betrieb für kleinere Anlagen bis ca. 1 MW eingesetzt. Der aufwändigere Pitch-Betrieb erfordert im Betrieb drehbare Rotorblätter, aber erlaubt eine höhere Leistungsausbeute. Für höhere Leistung  $> 1$  MW ist dies daher die Standardlösung für Windturbinen. Eine Rotorblattverstellung benötigen aber beide Prinzipien, um eine „Fahnenstellung“ der Rotorblätter bei Sturm bzw. Orkan bei  $v > 25$  m/s einstellen zu können.



**Bild P3.3.4-4:** Drehzahlvariabler Pitch-Betrieb,  $n \neq \text{konst.}$ : Turbinenleistung  $P$  bei variablem Drehzahlbetrieb einer Windturbine  $n \sim v$  bzw.  $u \sim v$  bei veränderlicher Windgeschwindigkeit mit optimalem Anstellwinkel bis zu  $v = 10$  m/s und einer Vergrößerung des Anstellwinkels („Pitchen“) bei  $v > 10$  m/s.



**Bild P3.3.4-5:** Vergleich der Turbinenleistung  $P(v)$  bei drehzahlkonstantem Stall-Betrieb und drehzahlvariablem Pitch-Betrieb.

**Beispiel P3.3.4-1:** Offshore-Windenergieanlage  $P_N = 5$  MW im Nordsee-Windpark ALPHA VENTUS für Pitch-Betrieb: Nenn Drehzahl  $n_N = 14.8$  /min, Rotordurchmesser  $2R = 116$  m, Nenn-Windgeschwindigkeit  $v_N = 12$  m/s (Bild P3.3.4-6a). Die Nabenhöhe beträgt 90 m, die Meerestiefe 30 m, die Rotorscheitelhöhe  $H = 148$  m, die Anlagenmasse 1000 t und die Blattspitzengeschwindigkeit 324 km/h. Das ist die zulässige Grenze hinsichtlich des Strömungsgeräusches:  $u = 2R \cdot \pi \cdot n_N = 116 \cdot \pi \cdot 14.8 / 60 = 90$  m/s = 324 km/h. Mit den Werten  $A = R^2 \pi = 58^2 \pi = 10568$  m<sup>2</sup>,  $\gamma_{L,10^\circ\text{C}} = 1.247$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_p = 0.48$  ergibt sich für die

Windleistung rechnerisch  $P = c_p \cdot \frac{\gamma_L}{2} \cdot A \cdot v_N^3 = 0.48 \cdot \frac{1.247}{2} \cdot 10568 \cdot 12^3 = 5.47 \text{ MW}$ . Daraus wird der Anlagenwirkungsgrad  $\eta_N = P_N / P = 5 / 5.47 = 0.91$  ermittelt.



**Bild P3.3.4-6:** a) Off-shore-Windenergieanlage  $P_N = 5 \text{ MW}$  im Nordsee-Windpark ALPHA VENTUS für Pitch-Betrieb mit dreistufigem Getriebe und schnell drehendem Asynchrongenerator (Quelle: M. Nyfeler, A. Moglestue, ABB Technik 3/2010), b) Im Jahr 2019 größte Windturbine Haliade-X,  $P_N = 12 \text{ MW}$ , Firma GE, St. Nazaire, F, mit direkt gekuppeltem langsam drehendem ringförmigem Synchrongenerator (Quelle: GE).

**Beispiel P3.3.4-2:** Windenergieanlage  $P_N = 12 \text{ MW}$ , Haliade-X, Fa. GE.

Installation des Prototyps 2019 bei Rotterdam, NL, mit Rotorblattlängen  $R = 107 \text{ m}$ . Das war 2019 Rekord! Die Rotorscheitelhöhe beträgt  $H = 260 \text{ m}$ , die Nennwindgeschwindigkeit beträgt  $v_N = 10.5 \text{ m/s}$  (Bild P3.3.4-6b). Mit  $A = D^2 \pi / 4 = 38000 \text{ m}^2$ ,  $\gamma_{L,10^\circ\text{C}} = 1.247 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 0.48$  wird die Windleistung ermittelt:

$$P = c_p \cdot \frac{\gamma_{L,10^\circ\text{C}}}{2} \cdot A \cdot v_N^3 = 0.48 \cdot \frac{1.247}{2} \cdot 38000 \cdot 10.5^3 = 13.2 \text{ MW}, \text{ und damit der Anlagen-}$$

wirkungsgrad  $\eta_N = P / P_N = 12 / 13.2 = 0.91$ . Es werden 5583 h Volllaststunden für Nordsee-Windverhältnisse prognostiziert, so dass die jährlich gewandelte Energie  $W$

$$W = T \cdot P_N = 5583 \text{ h} \cdot 12 \text{ MW} = 67 \text{ GWh} \text{ beträgt.}$$

Die Windenergieanlagen liefern erst ab einer minimalen Windgeschwindigkeit  $v_{\min}$  Energie (Phase I in Bild P3.3-4-7 als Anlaufbereich a) mit  $v_{\min} = 2.5 \dots 4.5 \text{ m/s}$ ). In Phase II nimmt die Leistung mit  $v$  gemäß der angebotenen Windleistung  $\sim v^3$  zu b), von der über den maximalen Leistungsbeiwert  $c_{p,\max} \cong 0.48 \dots 0.5$  theoretisch 48 ... 50% Leistung entnommen werden kann c). Real ist auf Grund der Verluste (Gesamtwirkungsgrad  $\eta = \text{ca. } 91\%$ ) die el. Ausgangsleistung kleiner d). Sie ist begrenzt auf die el. Maximalleistung e) als

Generatornennleistung von z. B. 5 MW (Phase III). In Phase IV erfolgt die Abschaltung bei Starkwind ab ca. 25 ... 34 m/s f).

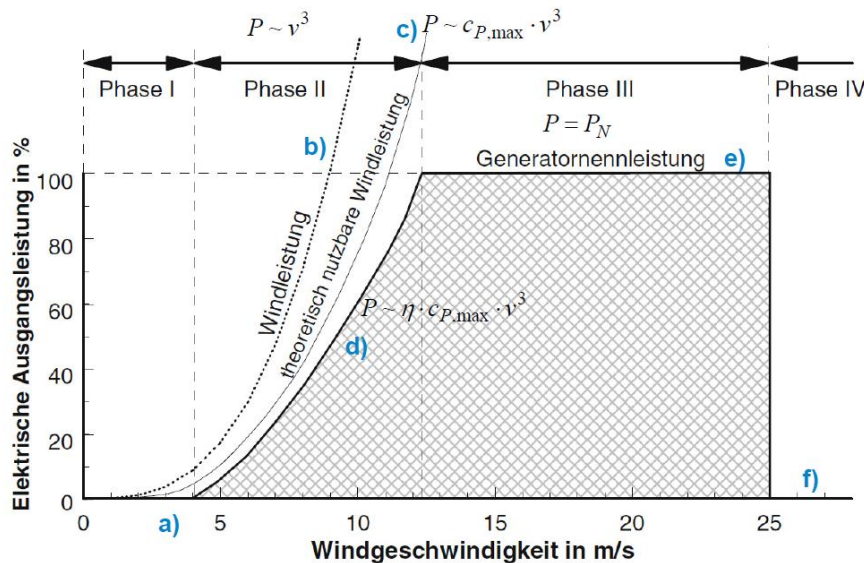


Bild P3.3.4-7: Vier Phasen der el. Ausgangsleistung einer Windkraftanlage in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit (Quelle: M. Kaltschmitt, Erneuerbare Energien).

Die el. Energieertragsberechnung  $W_{el}$  (Bild P3.3.4-8) einer Windenergieanlage gemäß (P3.3.4-1) für den Zeitraum  $t = 1$  Jahr = 8760 h bildet aus  
 a) der in Kap. R beschriebenen  $i$ -te Auftrittshäufigkeit  $h_i = h(v_i)$ ,  $i = 1 \dots n$ , einer bestimmten Windgeschwindigkeit  $v_i$  (mathematisch angenähert z. B. durch eine Weibull-Verteilung) aus langjährigen Windmessungen am Standort und  
 b) der Leistungskurve  $P_{el,i} = P_{el}(v_i)$  der Windkraftanlage gemäß Bild P3.3.4-7 das Produkt (P3.3.4-1) für jede  $i$ -te Windklasse und multipliziert dies mit dem Zeitraum  $t = 1$  Jahr.

$$W_{el} = t \cdot \sum_{i=1}^n h_i \cdot P_{el,i} \tag{P3.3.4-1}$$

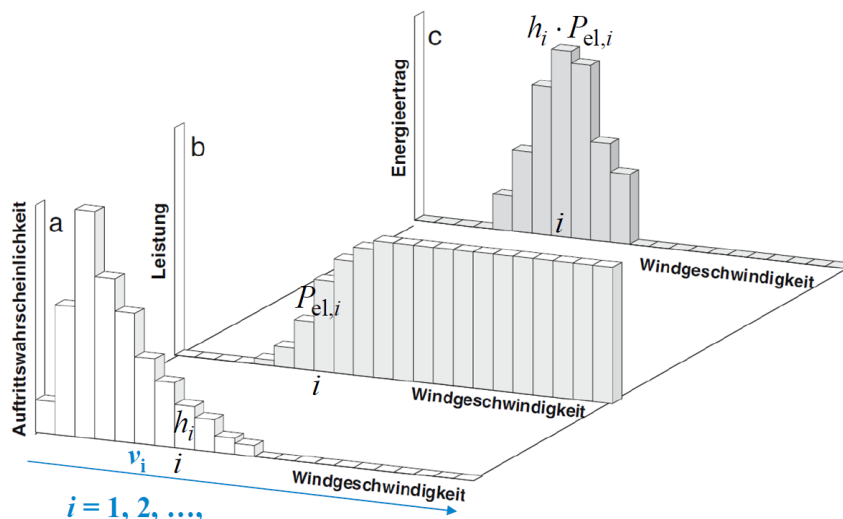
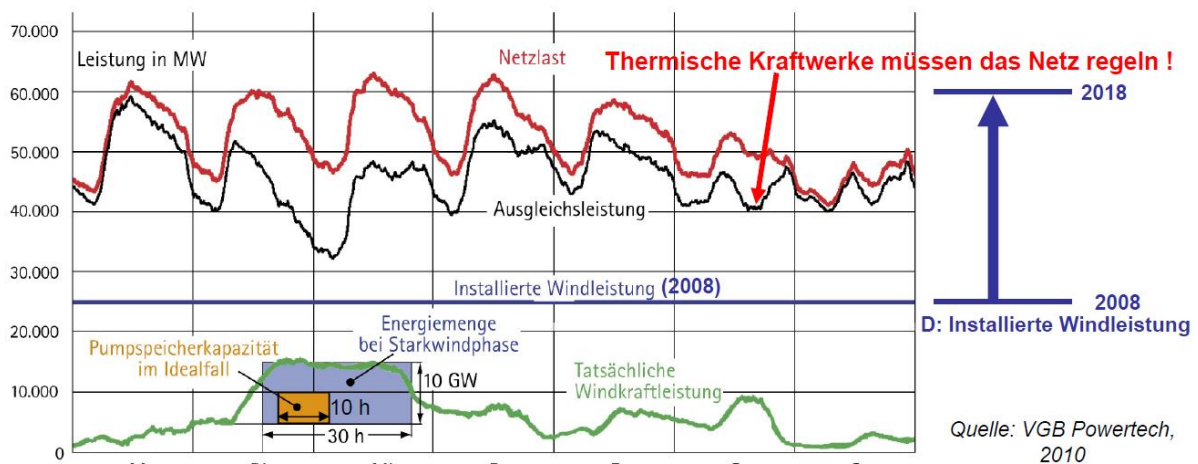


Bild P3.3.4-8: El. Energieertragsberechnung einer Windenergieanlage gemäß (P3.3.4-1) (Quelle: M. Kaltschmitt, Erneuerbare Energien).

Die Integration der fluktuierenden Windenergie in das öffentliche Netz bereitet allerdings Probleme, da große Energiespeicher (bis auf die Pumpspeicherwerke) fehlen. Die Forderung nach Gleichgewicht zwischen angebotener el. Leistung und genutzter elektrischer Leistung zu

jedem Zeitpunkt erfordert eine mehrstufige Netzregelung (Kap. V), die durch das fluktuierende Leistungsangebot von Wind- und Photovoltaik-Solarenergie vor erheblichen Herausforderungen steht. In Bild P3.3.4-9 ist als Beispiel der Leistungsverlauf im *deutschen* Hochspannungsnetz (220 kV und 380 kV-Ebene) während einer Woche dargestellt. Die im Jahr 2008 in *Deutschland* installierte Windleistung war ca. 25 GW (im Jahr 2018 bereits 60 GW!). Im Beispiel werden Dienstag und Mittwoch während einer Starkwindphase 10 GW für 30 h als Windenergie eingespeist. Diese 300 GWh Energie müssen laut Energieeinspeisegesetz (EEG) verwendet werden, so dass die thermischen Kraftwerke in ihrer Leistung zurückgenommen werden müssen („Teillastbetrieb“). Damit sinkt ihr Wirkungsgrad deutlich unter den Bestpunkt ab. Die Dynamik des Auf- und Abregels thermischer Kraftwerke mit den zugehörigen Temperaturschwankungen und damit verbundenen veränderlichen Wärmedehnungen beanspruchen ihre Kraftwerkskomponenten erheblich und verringern ihre Lebensdauer. Ein Auffangen dieser Leistungsschwankungen in den deutschen Pumpspeicherwerken ist nur bis ca. 7 GW möglich. Sie können nur maximal ca.  $W = 40$  GWh speichern, das sind 13 % der Starkwindenergie von Bild P3.3.4-9, so dass ein dynamischer, die Lebensdauer verzehrender Regelbetrieb der thermischen Kraftwerke unabdingbar ist. Bei Schwachwind muss andererseits Reserveenergie bereit gestellt werden, z. B. durch elektrischen Energieimport oder rasch einschaltbare Reservekraftwerke (z. B. Gasturbinen-KW). Da die Kohlekraftwerke auf Grund des beschlossenen Kohleausstiegs in *Deutschland* künftig abgebaut werden müssen, ist die Entwicklung zusätzliche Energie-Großspeicher ein aktueller Forschungsschwerpunkt (siehe das ppt-Ergänzungskapitel S Speicher).



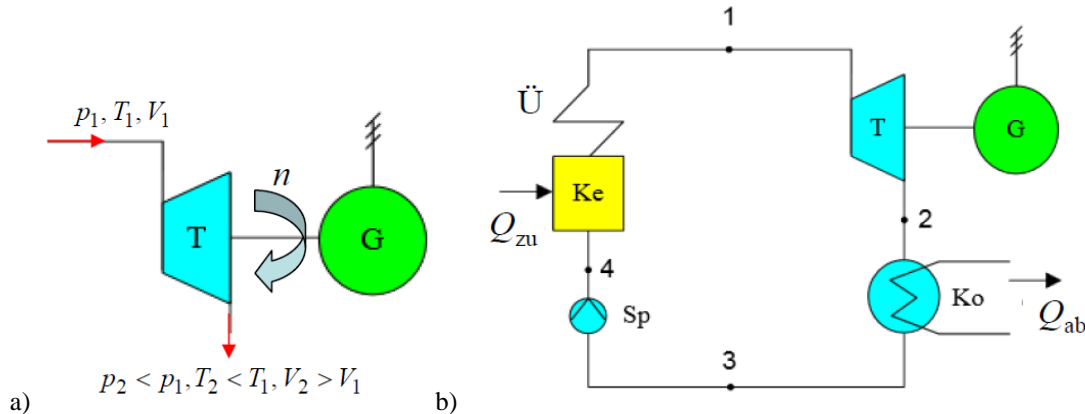
**Bild P3.3.4-9:** Leistungsverlauf im deutschen Hochspannungsnetz für eine Woche (2008), eingespeiste Windleistung und die von anderen Kraftwerken zu erbringende Ausgleichsleistung („Residualleistung“).

## P3.4 Dampfturbinen

### P3.4.1 Thermische Turbomaschinen - Arbeitsprinzip

Dampfturbinen und Gasturbinen sind die wichtigsten Vertreter thermischer Turbomaschinen. Bei diesen wird in einem offenen Kreislauf („Durchströmung“) ein heißes Arbeitsgas (z. B. bei der Dampfturbine überhitzter Wasserdampf, bei der Gasturbine heißes Rauchgas) mit hohem Druck  $p_1$  in der Turbine T über sich bewegende Schaufeln expandiert (Bild P3.4.1-1a). Durch stufenweisen Druckabbau  $p$  von  $p_1$  auf  $p_2 < p_1$  des Arbeitsgases bleibt die Drehzahl  $n$  ausreichend klein für die Begrenzung der Fliehkraft auch des gekuppelten el. Generators G. Für diesen stufenweisen Druckabbau sind wegen der Expansion des Arbeitsgases mit seiner Volumenzunahme von  $V_1$  auf  $V_2 > V_1$  i. A. mehrere, länger werdende Schaufelreihen hintereinander in T angeordnet. An den bewegten Schaufeln wird technische Arbeit  $W_t$  durch

das auf Grund der thermischen Isolierung der Turbine adiabatisch expandierende Gas verrichtet. Der Druck  $p$  im sich von  $T_1$  auf  $T_2 < T_1$  abkühlenden expandierten Arbeitsgas sinkt auf  $p_2 < p_1$ . Das abgekühlte Arbeitsgas verlässt die Turbine mit entsprechender Druckerarbeit  $\Delta W_D$ , wird also in der Turbine ständig ausgetauscht. Es wird nicht die Gesamtarbeit  $W$  des heißen Arbeitsgases, sondern nur die technische Arbeit  $W_t = W - \Delta W_D$  genutzt, um in Generator in el. Energie gewandelt zu werden.



**Bild P3.4.1-1:** a) Schema zum Arbeitsprinzip einer thermischen Turbomaschine T mit gekuppeltem el. Generator G, b) Schema eines Dampfkraftwerks-Kreisprozesses als Kondensationsanlage mit Kessel Ke, Überhitzer Ü, Speisepumpe Sp, Kondensator Ko (Quelle: Wikipedia.de).

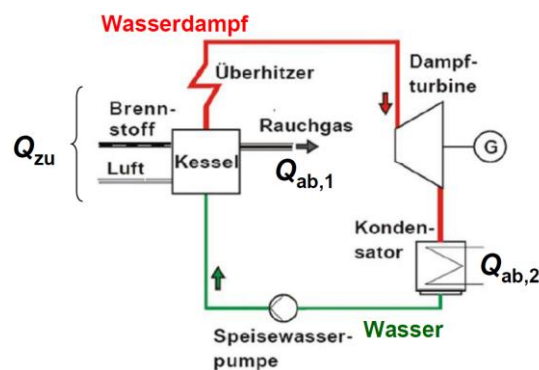
### P3.4.2 Clausius-Rankine-Kreisprozess

Der Einsatz der Dampfturbine erfolgt zur Erzeugung elektrischer Energie aus fossilen Brennstoffen über die Wasserdampf-Expansion in der Turbine. Durch Wärmezufuhr  $Q_{zu}$  in einem Kessel, in dem Wasser in Stahlrohren fließt, wird aus Wasser Wasserdampf erzeugt. Die Wärme  $Q_{zu}$  wird entweder durch Verbrennung fossiler Brennstoffe (Kohle, Gas, Öl) oder durch Kernspaltung erzeugt. Bei der Kohleverbrennung wird über die dabei entstehenden heißen Rauchgase das Wasser im Stahlrohrensysteem verdampft. Der Kessel Ke ist somit ein Wärmetauscher. (Die Wärmeerzeugung durch Kernfusion ist noch Entwicklungsgegenstand). Ein Teil der Wärme  $Q_{zu}$  geht z. B. im Rauchgas des Schlots  $Q_{ab,1}$  verloren. Die Ausnutzung der zugeführten Wärme  $Q_{zu} - Q_{ab,1}$  im Wasserdampf erfolgt im Wasser-Dampf-Kreislauf über die Wandlung zu technischer Arbeit in der Dampfturbine. Basis dazu ist der *Clausius-Rankine*-Kreisprozess, ein thermodynamischer Kreisprozess als Vergleichsprozess für das Prinzip des Dampfkraftwerks (Bild P3.4.1-1b) mit der Dampfturbine T, dem el. Generator (meist Synchrongenerator) G und dem Kondensator Ko, in dem der Wasserdampf zu Wasser kondensiert wird, in dem von außen zugeführtes Kühlwasser in diesem Wärmetauscher die Kondensationswärme  $Q_{ab,2}$  abführt. Die Speisepumpe Sp führt dann das Wasser wieder dem Kessel Ke zu. Der Dampf-Überhitzer Ü ist jener Teil des Röhrensystems im heißesten Kesselbereich und erzeugt aus dem Satttdampf einen überhitzten, überkritischen Dampf! Dieser verhält sich wegen der hohen Temperatur wie „ideales Gas“, heißt „Frischdampf“ und wird in T expandiert, womit der Wasser-Dampf-Kreislauf geschlossen ist! Der thermische Wirkungsgrad dieses *Clausius-Rankine*-Kreisprozesses als Verhältnis von technischer Arbeit  $W_t$  zu zugeführter Wärme  $Q_{zu}$  ist etwas kleiner als der max. mögliche thermische Wirkungsgrad des *Carnot*-Kreisprozesses!

Die **Energie-Wirkungskette im Kohlekraftwerk** beginnt mit der Kohleverbrennung im Kessel, wo chemische Energie  $Q_{zu}$  des Brennstoffs Kohle in thermische Energie und Strömungsenergie im Wasserdampf und im Rauchgas (dort:  $Q_{ab,1}$ ) umgewandelt wird. In der Turbine erfolgt die Umwandlung im Wasserdampf enthaltenen Energie in kinetische Rotationsenergie der Turbine und des el. Generators  $W_t$ , wo die Umwandlung in elektrische Energie des Dreiphasen-Wechselstromsystems (Kap. T) erfolgt! Es ist energetisch deutlich günstiger, den abgekühlten Wasserdampf in dem als **Kondensationsanlage** (Bilder P3.4.1-1b,

3.4.2-1) konzipierten Dampfkraftwerk im Kondensator zu kondensieren und die freiwerdende Kondensationswärme  $Q_{ab,2}$  über das Kühlsystem (z. B. Kühlturm) an die Umgebung abzuführen, als diesen Dampf über einen Verdichter gegen den hohen Kesseldampfdruck wieder dem Kessel-Röhrensystem zuzuführen. Es bedarf deutlich weniger Energie, das kondensierte Wasser über eine Speisepumpe  $Sp$  in das Kessel-Röhrensystem hinein zu pressen als den Dampf. Diese Energieeinsparung überwiegt  $Q_{ab,2}$  bei weitem.

In Industrie-Dampfkraftwerken wird häufig Wasserdampf als Prozessdampf für diverse Herstellungsprozesse (z. B. Papier-/Zellulose-Herstellung) benötigt. In diesen als **Gegendruckanlage** konzipierten Industriekraftwerken wird der Prozessdampf der Turbine mit einem bestimmten (Gegen-)Druck entnommen. Dafür muss Frischwasser für die Dampferzeugung nachgeliefert werden.



**Bild P3.4.2-1:** Schema eines Dampfkraftwerks-Kreisprozesses als Kondensationsanlage (Quelle: *Hanson J.*; Skript „Kraftwerke und Erneuerbare Energien“; 2016).

Der *Clausius-Rankine*-Kreisprozess wird mit den vier Punkten 1, 2, 3, 4 des Wasser-Dampf-Kreislaufs (Bilder P3.4.1-1b und P3.4.2-2) besprochen.

1 → 2: Adiabate Dampfexpansion ( $dQ = 0$ ) in der Dampfturbine:  $dS = dQ/T = 0$ ;  $S = \text{konst.}$  = isentrope Expansion: Das Dampfvolument nimmt zu  $V \uparrow$  auf  $V_{\max}$ , Dampfdruck & Dampftemperatur sinken:  $p \downarrow, T \downarrow$  auf  $p_{\min}, T_{\min}$ .

2 → 3: Isobare Dampfkondensation zu flüssigem Wasser im Kondensator durch Kühlung mit Kühlwasser beim Wasserdampfdruck bei Umgebungstemperatur  $p_D = \text{konst.} = p_{\min} = \text{ca. } 0.025 \text{ bar}$  bei  $T = \text{konst.} = T_{\min} = 25 \text{ °C} + 273.15 \text{ K}$  (Bild P2.3-2, isobare und isotherme Kondensation des Nassdampfs zu Wasser): Das Dampfvolument  $V$  sackt zum Wasservolument  $V_{\min}$  zusammen, so dass auf Grund des geringen Drucks 0.025 bar im Kondensator nahezu Vakuumverhältnisse herrschen!

3 → 4: Das inkompressible Wasser („Kondensat“,  $V = V_{\min} = \text{konst.}$ ) erfährt in der Kesselspeisepumpe  $Sp$  durch den dortigen Druckaufbau eine isochore ( $V = \text{konst.}$ ) Druckerhöhung auf  $p_{\max}$  bis ca. max. 270 ... 285 bar. Dieses Wasservolument wird mit diesem hohen Druck in die Dampfkesselsröhren befördert!

4 → 1: Im Dampfkessel erfolgt die isobare Wärmezufuhr ( $p = \text{konst.} = p_{\max}$ ). Das Wasser bis zum Sieden erwärmt ( $T$  steigt), dann erfolgt die Verdampfung bei  $T = \text{konst.}$ , der Siedetemperatur mit der Wärmezufuhr  $Q_{zu\text{Verd}}$ . So entsteht der Sattdampf, wobei das Wasservolument sich auf das Sattdampfvolument vergrößert hat ( $V \uparrow$ ). Danach erfolgt die weitere Erwärmung zum „überhitzten Dampf“ (Frischdampf) im Überhitzer, wo die Wärme  $Q_{zu\ddot{U}}$  zugeführt wird. Die Dampftemperatur steigt weiter  $T \uparrow$  auf bis zu ca. 600 °C, wobei die Grenze durch die Warmfestigkeit der verwendeten Stähle begrenzt ist. Die gesamte dem Wasser zugeführte Wärme ist  $Q_{zu} - Q_{ab,1} = Q_{zu\text{Verd}} + Q_{zu\ddot{U}}$ . Der idealisierte Wirkungsgrad des *Clausius-Rankine*-Prozesses ohne Berücksichtigung der Speisewasserpumpen-Leistung, der Rauchgasabwärme  $Q_{ab,1}$  und weiterer Verlustenergien (z. B. Wärmeverluste in der Turbine etc.) ist kleiner als der *Carnot*-Wirkungsgrad.

$$\eta = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}} \approx \frac{Q_{zu} - Q_{ab,2}}{Q_{zu}} < \eta_C \tag{P3.4.2-1}$$

Für Frischdampf mit den Daten  $\vartheta_{max} \leq 600 \text{ °C}$ ,  $p_{max} \leq 270 \dots 285 \text{ bar}$  muss im Überhitzer hochtemperaturfester austenitischer (das ist amagnetischer) Edelstahl verwendet werden. In Entwicklung sind spezielle (teure) Stähle mit Nickel-Legierung, die eine weitere Erhöhung von Druck und Temperatur ( $\vartheta_{max} \uparrow$ ,  $p_{max} \uparrow$ ) zulassen auf ca.  $\vartheta_{max} \leq 700 \text{ °C}$ ,  $p_{max} \leq 350 \text{ bar}$ , so dass eine Erhöhung des thermischen Wirkungsgrads um einige %-Punkte möglich ist!

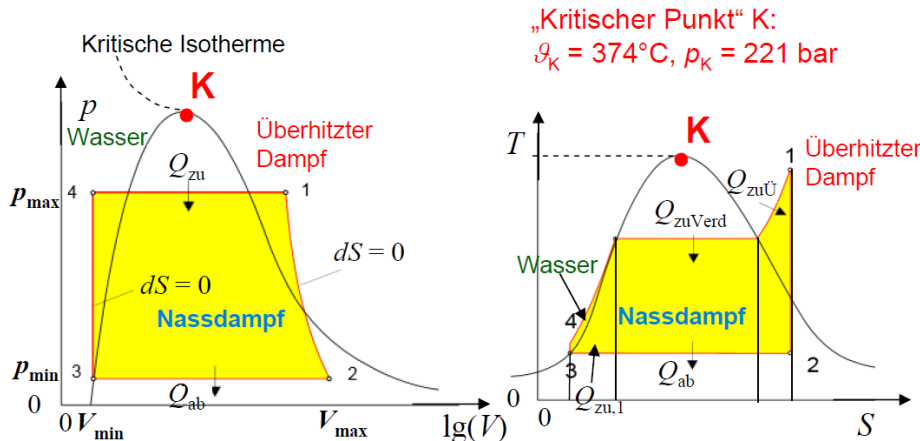


Bild P3.4.2-2: Clausius-Rankine-Prozess (ohne Zwischenüberhitzung) im p-V- und T-S-Diagramm (Quelle: Wikipedia.de). Die Punkte 1, 2, 3, 4 sind im Schema Bild P3.4.1-1b zu sehen.

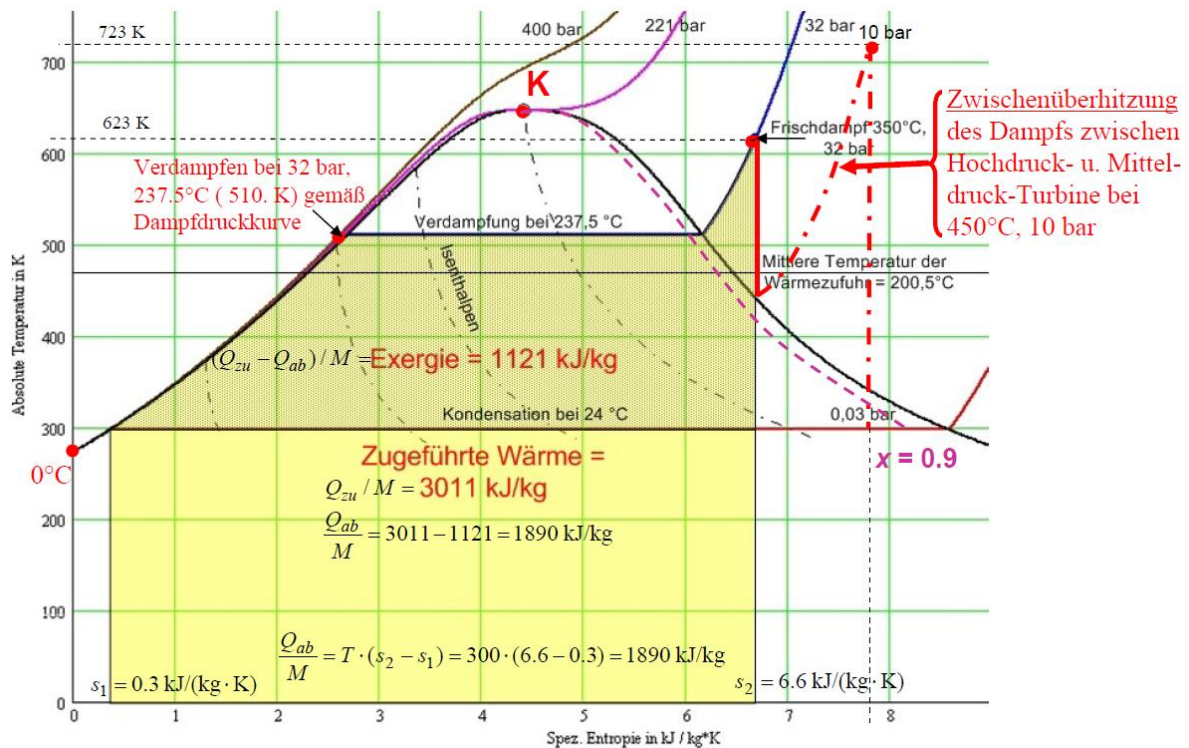


Bild P3.4.2-3: Clausius-Rankine-Prozess im T-s-Diagramm ohne und mit Zwischenüberhitzung (nach Überhitzung Frischdampf bei  $\vartheta = 350 \text{ °C}$  bzw.  $623 \text{ K}$ ,  $p = 32 \text{ bar}$ , nach Zwischenüberhitzung Dampf Temperatur  $\vartheta = 450 \text{ °C}$  bzw.  $723 \text{ K}$ ,  $p = 10 \text{ bar}$ ) (Quelle: Wikipedia.de).

Der Wasserdampf kühlt in der letzten Niederdruck-Turbinenstufe stark ab, so dass dort tw. Kondensation (Tröpfchenbildung) auftritt (Bild P3.4.2-2: Übergang von 1 nach 2; Punkt 2 liegt unter der Verdampfungsgrenzkurve im Nassdampfbereich). Damit diese Nässe nicht zu groß ist, wurde die Dampf-Zwischenüberhitzung (Bild P3.4.2-4) eingeführt. Als weiterer Vorteil findet dadurch eine Wirkungsgraderhöhung statt, wie am **Beispiel** in Bild 3.4.2-3 mit

überhitztem Frischdampf bei  $\vartheta = 350 \text{ °C}$ ,  $p = 32 \text{ bar}$  am Eingang der Hochdruckdampfturbine gezeigt ist. Dieser Dampf wird in den aneinander gekuppelten unterschiedlichen Dampfturbinen des Hochdruck-, Mitteldruck- und Niederdruckteils entspannt und danach kondensiert auf  $24 \text{ °C}$  bei  $0.03 \text{ bar}$ . Der zugehörige *Clausius-Rankine*-Wirkungsgrad ohne Zwischenüberhitzung (und ohne Speisepumpenarbeit) ist gemäß (P3.4.2-1) und den als Flächen ablesbaren Wärmemengen (Zahlenwerte!) aus Bild P3.4.2-3

$$\eta = \frac{Q_{\text{zu}} - Q_{\text{ab}}}{Q_{\text{zu}}} = \frac{1121}{3011} = 0.372. \quad (\text{P3.4.2-2})$$

Wird nach Austritt des in der Hochdruckturbine bereits tw. abgekühlten und von  $32 \text{ bar}$  auf  $10 \text{ bar}$  entspannten Dampfs dieser im höchsten und heißesten Teils des Kessels nochmals erhitzt (Zwischenüberhitzung auf eine Dampftemperatur  $\vartheta = 450 \text{ °C}$  bzw.  $723.15 \text{ K}$  bei  $p = 10 \text{ bar}$ ), so wird die zugehörige genutzte Wärme größer, was sich durch die größere Fläche unter der strichpunktierten Kurve in Bild P3.4.2-3 mit Zwischenüberhitzung ausdrückt und  $\eta$  etwas erhöht.

$$\eta = \frac{Q_{\text{zu}} - Q_{\text{ab}}}{Q_{\text{zu}}} = \frac{1435}{3655} = 0.393. \quad (\text{P3.4.2-3})$$

Dieser Wert ist aber immer noch kleiner als der zugehörige *Carnot*-Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{C}} = 1 - \frac{T_{\text{ab}}}{T_{\text{zu}}} = 1 - \frac{273.15 + 25}{273.15 + 350} = 0.522. \quad (\text{P3.4.2-4})$$

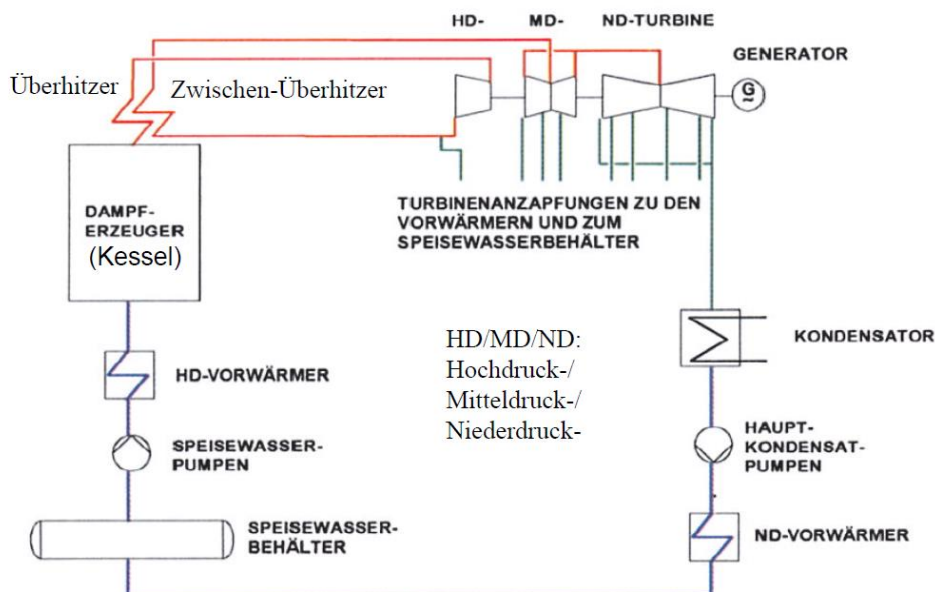


Bild P3.4.2-4: Dampfkreislauf im thermischen Kraftwerk mit Zwischenüberhitzung (Quelle: Wikipedia.de).

Bei der Kondensation des Dampfs zu Wasser im Kondensator wird die verbliebene Dampfenergie über das Kühlwasser an die Umgebung (Flusswasser oder Kühlturm) abgeführt. So wird z. B. bei einer el. Kraftwerks-Nennleistung  $P_{\text{N}} = 950 \text{ MW}_{\text{el}}$  und einem Nennwirkungsgrad  $\eta_{\text{N}} = 0.45$  die Leistung  $P_{\text{N}}/\eta_{\text{N}} - P_{\text{N}} = 950/0.45 - 950 = 1161 \text{ MW}_{\text{th}}$  als Restwärmeabgabe an die Umwelt „verschenkt“, wenn keine Fernwärmenutzung möglich ist. Es ist aber nicht sinnvoll, den entspannten, abgekühlten Dampf mit seiner Restwärme direkt dem Kessel zur erneuten Erhitzung zuzuführen und so die Restwärmeenergie im Dampf zu behalten. Denn die Verdichtung des entspannten Dampfs mit seiner geringen Dichte am Ausgang der Niederdruckdampfturbine auf den hohen Kesseldampfdruck (z. B.  $p_2 = 285 \text{ bar}$ ) über einen vielstufigen Dampfverdichter benötigt (wie oben erwähnt) wesentlich mehr Energie als dieselbe Druckerhöhung von Wasser mit einer Kreiselpumpe (auf Grund der



deutlich höheren Wasserdichte und damit hohen Wasserfließkraft in der Pumpe, die einen hohen Pumpenausgangsdruck ergibt)! Die Druckerhöhung des kondensierten Wassers erfolgt über die z. B. mit einem großen E-Motor angetriebene Kesselspeisewasserpumpe, die als größter Verbraucher im Kraftwerk z. B. in einem 950 MW-Kraftwerk eine Pumpenleistung von ca.  $P_{zu} = 28$  MW aufweist. Mit E-Motor- und Pumpenwirkungsgrad von ca.  $\eta_M = 0.9$ ,  $\eta_P = 0.9$  und einer Druckerhöhung von ca. 285 bar ergibt das einen Wasservolumenstrom

$$P_{zu} \cdot \eta_M \cdot \eta_P = \Delta p \cdot \dot{V}_{H_2O} \Rightarrow \dot{V}_{H_2O} = 28 \cdot 10^6 \cdot 0.9 \cdot 0.9 / (285 \cdot 10^5) = 0.8 \text{ m}^3/\text{s}. \quad (\text{P3.4.2-5})$$

Wird alternativ eine adiabatische Wasserdampfverdichtung in einem thermisch isolierten Verdichter von z. B.  $p_1 = 1$  bar auf  $p_2 = 285$  bar Druck bei 100 °C vorgenommen, wobei für trockenen Dampf als nahezu ideales Gas  $\kappa = 1.33$  ist, so erhalten wir mit der Adiabaten Gleichung (P2.1-35)  $p/p_1 = (V_1/V)^\kappa$  und der technischen Arbeit  $W_t$  für Verdichter (P2.1-38) die Verdichterleistung  $P_V = \dot{W}_t$  in Abhängigkeit des Druckverhältnisses als

$$P_V = \dot{W}_t = \frac{\kappa \cdot p_1 \cdot \dot{V}_1}{\kappa - 1} \cdot \left[ \left( p_2 / p_1 \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]. \quad (\text{P3.4.2-6})$$

Aus dem Satteldampf-Volumenverhältnis zum Wasservolumen bei 100°C und 1 bar  $\dot{V}_{\text{Dampf}} / \dot{V}_{\text{Wasser}} = 1673$  und dem Druckverhältnis  $p_2 / p_1 = 285$  ergibt (P3.4.2-6) die nötige Verdichterleistung

$$P_V = P_{V,\text{Dampf}} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot p_1 \cdot \dot{V}_{\text{Dampf}} \cdot \left( \left( p_2 / p_1 \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right). \quad (\text{P3.4.2-7})$$

Die nötige Pumpenleistung (P3.4.2-5) ohne Verluste,  $\eta_M = \eta_P = 1$ , als  $P_{V,\text{Wasser}} = \Delta p \cdot \dot{V}_{H_2O}$

$$P_{V,\text{Wasser}} = \dot{V}_{\text{Wasser}} \cdot (p_2 - p_1) \quad (\text{P3.4.2-7})$$

wird mit (P3.4.2-7) ins Verhältnis gesetzt und ergibt den enormen Wert

$$\frac{P_{V,\text{Dampf}}}{P_{V,\text{Wasser}}} = \frac{1673}{285 - 1} \cdot \frac{1.33}{1.33 - 1} \cdot \left[ 285^{\frac{0.33}{1.33}} - 1 \right] = 72.8. \quad (\text{P3.4.2-8})$$

Selbst diese einfache Abschätzung zeigt, dass die Dampfverdichterleistung mit

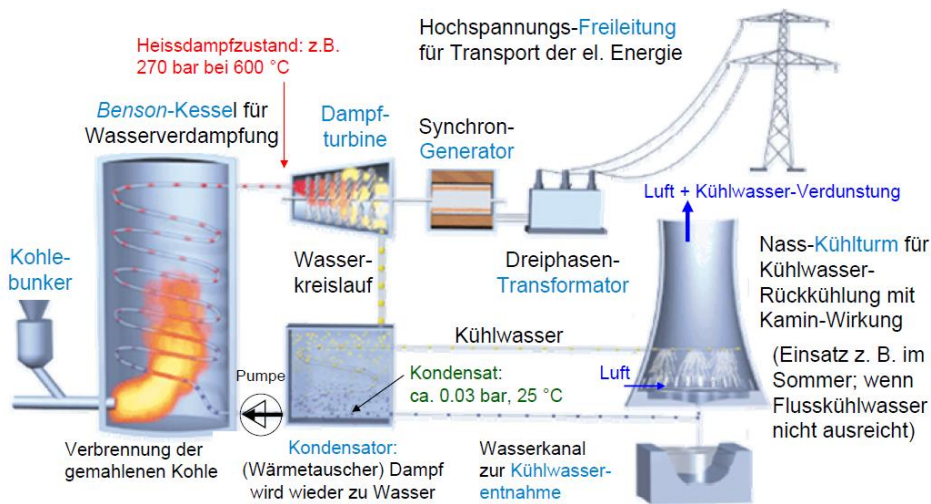
$$P_{V,\text{Dampf}} = 72.8 \cdot P_{V,\text{Wasser}} = 72.8 \cdot 28 = 2038 \text{ MW} \quad (\text{P3.4.2-9})$$

gegenüber der an das Kühlwasser abgegebenen Restwärmeleistung 1161 MW<sub>th</sub> um 1.73-mal größer wäre:  $(2038 - 28) / 1161 = 1.73$ . Die Wasserdampfverdichtung ist viel verlustreicher, weshalb die Dampfverdichtung die energetisch wesentlich günstigere Lösung ist.

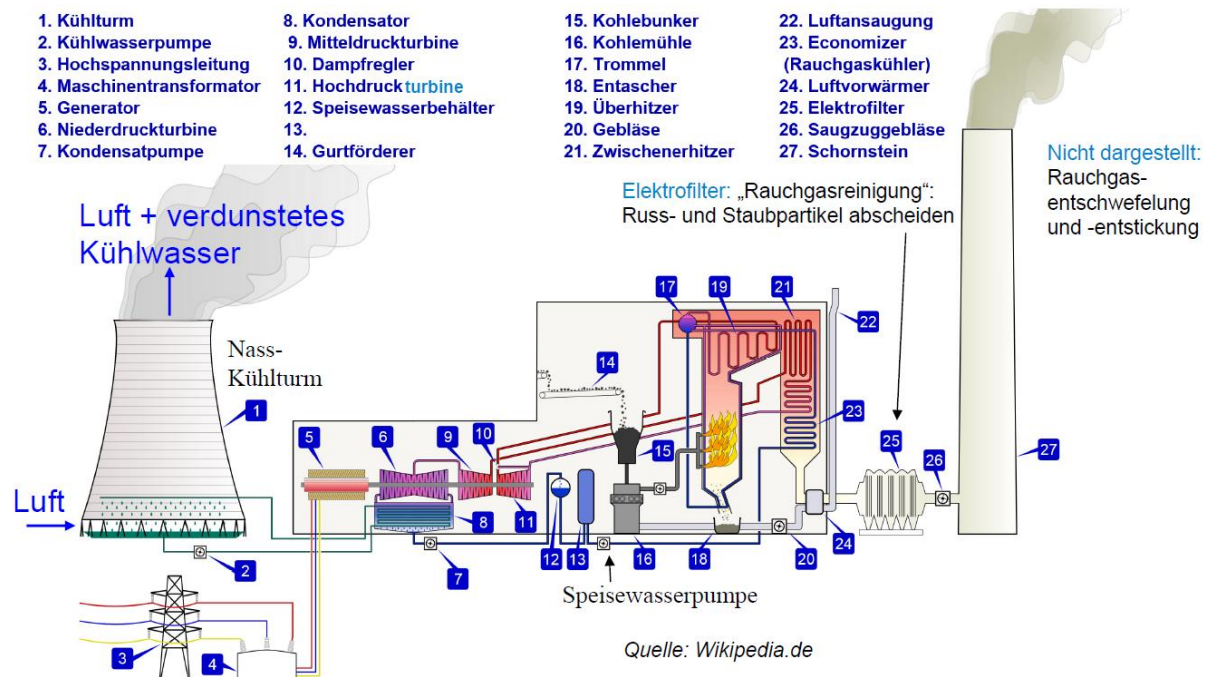
### P3.4.3 Kraftwerksschema

In den Bildern P3.4.3-1 und 3.4.3-2 sind die für ein Kohlekraftwerk typischen Anlagenteile schematisch dargestellt. Je Kraftwerksblock existiert i. A. ein Kesselhaus mit bis zu 170 m Höhe wegen der hohen Dampfkessel. In den Kohlemühlen wird die Kohle fein zerkleinert, um möglichst vollständig zu verbrennen, z. B. in der modernen Wirbelschichtfeuerung. Dazu muss die Kohle über Kohleförderbandanlagen zugeführt werden und in Kohlebunkern gelagert werden. Die Anlagen für den Transport, die Aufbereitung, die Zwischenlagerung und die Zuteilung des Brennstoffs auf die einzelnen Blöcke sind von außen gut sichtbar. In den Maschinenhäuser sind auf schwingungsentkoppelten Fundamenten die Dampfturbinen und mit ihnen gekuppelten Generatoren angeordnet, unter dem Turbinenstrang der Kondensator und in Kesselnähe die Speisewasserpumpe je Kessel. Vor dem Kraftwerk sind die el. Umspannanlagen mit den Blocktransformatoren (Kap. T), um die relativ niedrige Generatorspannung von bis zu 27 kV auf die Netzhochspannung (z. B. 400 kV) hoch zu spannen. Das elektrische Eigenbedarfsnetz versorgt u. A. die energetisch aufwändigen Anlagen zur Rauchgasreinigung, die ca. 3 % der zugeführten Energie benötigen und den el.

Kraftwerkswirkungsgrad von ca. 48 % auf 45 % verringern. Die weithin sichtbaren Kühltürme entfallen fallweise bei Fluss- oder Meerwasserkühlung oder werden nur in den Sommermonaten genutzt, wenn das Flusswasser zu warm ist. Die Schornsteine sind tw. in die Kühltürme integriert (z. B. Kraftwerk *Matra, Ungarn*, Trockenkühlturm). Weiter sind Anlagen nötig zur Erzeugung von Kesselspeise- und Kühlwasser aus dem zur Verfügung stehenden Rohwasser durch Entmineralisierung sowie Anlagen zur Abfuhr von Asche, Schlacke und anderer Nebenprodukte. Weiter sind nötig Freiflächen zur Kohlelagerung, Nebengebäude für die Verwaltung, Leitwarten und für die Prüflabore. Eingesetzt werden zumeist Nasskühltürme mit natürlichem Luftzug (Naturzug) oder mit Luftzug mit Ventilatorunterstützung. Wenn wenig Wasser zur Verfügung steht (selten), werden die größeren Trockenkühltürme verwendet.



**Bild P3.4.3-1:** Vereinfachtes Schema eines kohlebasierten Dampfkraftwerks als Kondensationsanlage, z. B. Steinkohlekraftwerk *Mehrum* am Mittellandkanal, 690 MW, el. Nettowirkungsgrad 40.5 %. Stilllegung Ende 2021 im Rahmen des deutschen Kohleausstiegs (Quelle: [kraftwerk-mehrum.de](http://kraftwerk-mehrum.de)).



**Bild P3.4.3-2:** Komponenten eines Kohle-Dampfkraftwerks (Kondensationsanlage) mit Naturzug-Nasskühlturm.

Das Kühlwasser wird in den Nasskühltürmen durch den von unten nach oben strömenden Kühlluftstrom in offenem „Regen“ gekühlt. Ein Teil verdunstet und zieht mit der Kühlluft als

Dampfchwaden oben aus dem Kühlturm (Bild P3.4.3-5). Bei den seltenen Trockenkühltürmen bleibt das Kühlwasser in Rohren, so dass keine Schwaden und kein Wasserverlust entstehen. Wegen des geringeren Wärmeübergangs müssen Trockenkühltürme bei gleicher Kühlleistung größer sein, so dass sie selten sind. Naturzugkühltürme (ca. 120 m) sind wegen der erforderlichen hohen von außen drückenden kühleren Luftsäule deutlich höher als Ventilator-kühltürme (ca. 35 m), verbrauchen aber keine Energie für ihren Betrieb.

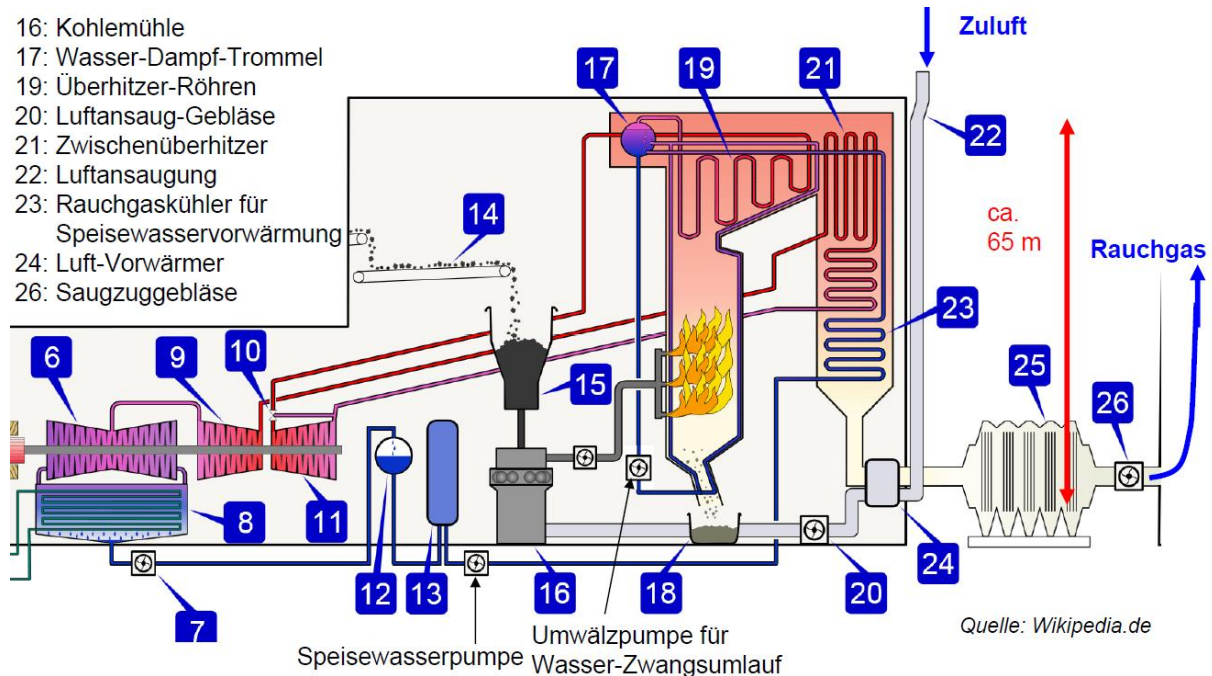


Bild P3.4.3-3: Vergrößerung aus Bild P3.4.3-2: Zwangsumlauf-Kessel mit Wasser-Dampf-Trommel; Saugzuggebläse für das Rauchgas.

Die Wasserrohrkessel sind meist als Zwangsumlaufkessel oder Zwangsdurchlaufkessel ausgeführt, indem das Wasser über Umwälzpumpen durch die Rohre bewegt wird. Die Heizflächen mit den Rohren werden von dem heißen Abgas erhitzt, so dass das Wasser verdampft. Das Speisewasser wird von der Speisepumpe in den Kessel gefördert und nacheinander werden der Speisewasservorwärmer, der Verdampfer und der Überhitzer durchströmt. Im unteren Kesselbereich der Kohleverbrennung werden wegen der hohen Wärmestromdichte vor den Rohrwänden feuerfeste Ausmauerungen eingebracht. Das heiße Rauchgas wird durch Saugzuggebläse durch den Kessel gesaugt, wobei jeder Strömungsrichtungsabschnitt ein „Zug“ genannt wird (mehrzügiger Kessel). Zur Dampfüberhitzung werden im Rauchgasweg im Bereich mittlerer Rauchgastemperaturen Überhitzer-Rohrabschnitte eingehängt. In dem letzten Zug wird der Rohrbereich des Speisewasservorwärmers („Economiser“) eingesetzt. Die Rauchgas-Restwärme wird noch im Luftvorwärmer (LuVo) zur Erwärmung der Verbrennungsluft genutzt (Bild P3.4.3-3). Das Rauch-Abgas wird dann der Abgasreinigung zugeführt. Die Kessel werden wegen ihrer großen Höhe (= lange „Züge“ für guten Wärmeübergang) von oben her aufgehängt, so dass sie sich nach unten frei Wärme-dehnen können. Der **Zwangsumlaufkessel** hat eine Wasser-Dampf-Trommel. Die Umwälzpumpe saugt von dort Kesselwasser an, drückt es durch die Verdampferheizflächen und zwar mehrfach. Die Umwälzzahl zwischen 5 und 40 gibt das Verhältnis der umlaufenden Wassermenge zur jeweiligen Dampfmenge im Kessel an. Die Abtrennung des Dampfes vom Wasser geschieht in der Trommel. Von dort strömt der Dampf zur Turbine. Das verdampfte Wasser wird durch nachgepumptes Speisewasser ersetzt. Beim **Zwangsdurchlaufkessel** in den Bauarten *Sulzer-Kessel* und *Benson-Kessel* erfolgt die Erwärmung des Speisewassers bis zur Siedetemperatur, die Verdampfung und Überhitzung

kontinuierlich in einem Durchlauf, so dass keine Trommel benötigt wird. Da der Kesseltyp keine Trommel besitzt, ist die Wassermenge im Kessel relativ gering und somit hat der Kessel eine kleinere „thermische Trägheit (Zeitkonstante)“. Der *Sulzer*-Kessel wird im unterkritischen Druckbereich von Wasser gefahren, wobei die Speisewassermenge konstant ist. An der Verknüpfung von Verdampfer und Überhitzer ist ein Wasserabscheider. Eine Pumpe fördert das im Teillastbetrieb auftretende abgeschiedene Wasser wieder direkt in den Speisewasservorwärmer. Der *Benson*-Kessel wird meist im überkritischen Bereich gefahren. Die Speisewassermenge wird lastabhängig geregelt. Die Speisepumpe bringt das Speisewasser auf einen so hohen Druck von über 230 bar, dass auch beim Dampf die Abstände zwischen den Molekülen so klein sind wie in der flüssigen Phase; es ist somit kein Unterschied mehr zwischen Dampf und Flüssigkeit feststellbar. Mit den regelbaren Parametern „Speisewassermenge“ (*Benson*-Kessel) bzw. Wasserabscheidung (*Sulzer*-Kessel) mit überlagertem Umlauf oder der Wassereinspritzregelung am Überhitzer kann schnell auf Netzlaständerungen reagiert werden, was in *Deutschland* wegen der zunehmend volatilen Einspeisung von el. Energie aus Wind- und Solarkraft zur Netzstabilisierung dringend nötig ist. Zwangsdurchlaufkessel erlauben einen Druck von 290 bar und eine Heißdampf Temperatur von 600 °C mit erzeugten Dampfmenge bis 3000 t/h.

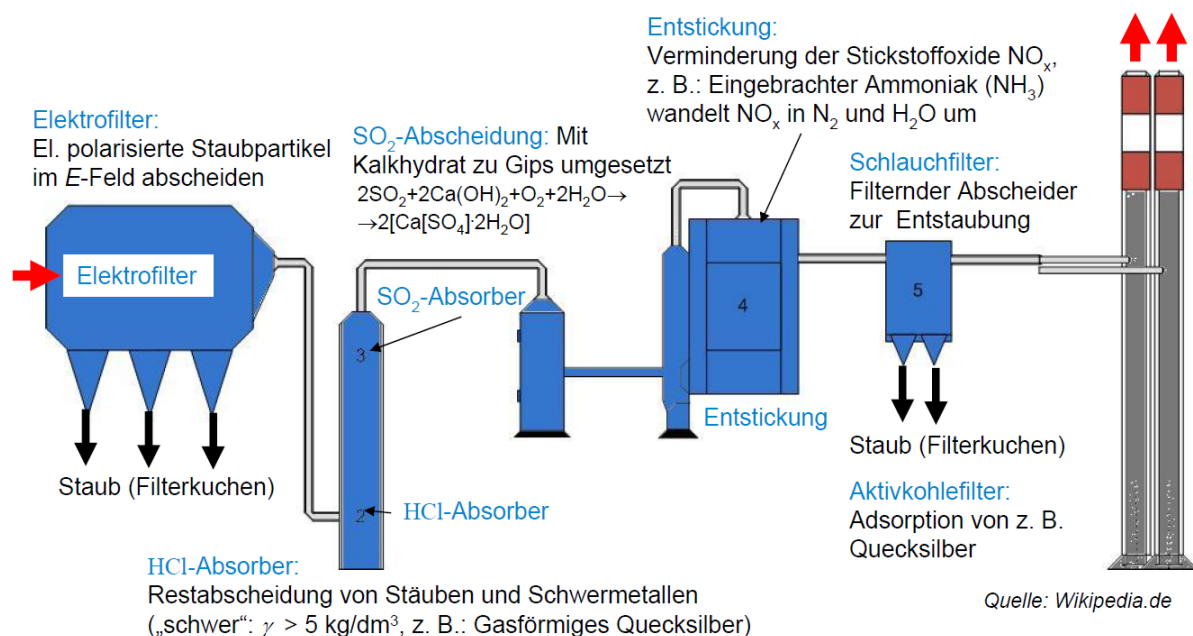


Bild P3.4.3-4: Kohle-Dampfkraftwerk – Schema der Rauchgasreinigung.

Die **Rauchgasreinigung** (Bild P3.4.3-4) durchläuft mehrere unterschiedliche Stufen, wobei in der ersten der meiste Staub aus dem Rauchgas durch i. A. **Elektrofilter** entfernt wird. Dazu werden die Staubteilchen mit Hilfe von „Sprühelektroden“ im Gasstrom negativ aufgeladen und auf gegenüberliegenden „Niederschlagsanoden“ abgeschieden, wobei zwischen Sprüh- und Niederschlags Elektroden eine Gleichspannung von 30 ... 80 kV angelegt wird. Der abgeschiedene Staub wird entweder trocken per Kesselwagen oder in einer Mischschnecke mit Wasser befeuchtet und anschließend abtransportiert, um z. B. im Baugewerbe verwendet zu werden. Im anschließenden **Chlorwasserstoff-Absorber (HCl-Absorber)** werden in der ersten Stufe in einer Pfeifenabkühlung aus temperatur- und säurebeständigem Material die heißen Rauchgase mit der im Kreislauf geführten HCl-Waschlösung abgekühlt, wobei die Waschlösung tw. verdampft. Durch starke Turbulenzen der Rauchgase am Austritt des Abkühlers werden Stäube und Schwermetalle (z. B. gasförmiges Quecksilber) abgeschieden. Die zweite Stufe (HCl-Aufkonzentrationsstufe) dient als Sammler für die Waschflüssigkeit, die von dort in einen Behälter abfließt. Die Rauchgase durchströmen eine

Füllkörperschüttung, wo chemischen Verbindungen umgewandelt werden. In der dritten Stufe wird zusätzlich über einen Wasserabscheider die Entstehung von Tröpfchennebel verhindert. In der anschließenden Rauchgasentschwefelung (SO<sub>2</sub>-Wäscher) wird in einem Waschkreislauf mit Kalkmilch SO<sub>2</sub> abgeschieden und mit Kalkhydrat zu Gips umgesetzt. Der gewonnene Gips wird im Gipssilo bis zum Abtransport zwischengelagert und an die Bauindustrie verkauft. Bei der sich anschließenden **Entstickung** sollen die bei der Verbrennung entstandenen Stickstoffoxide vermindert werden, z. B. durch das **SCR-Verfahren** (Selective Catalytic Reduction). Es wird Ammoniak (NH<sub>3</sub>) in den Rauchgasstrom eingedüst; dies bewirkt, dass sich die Stickoxide in Stickstoff (N<sub>2</sub>) und Wasser (H<sub>2</sub>O) umwandeln. Diese chemische Reaktion wird durch einen Katalysator beschleunigt. Um eine Entstehung von Ammoniumsalzen zu verhindern, welche die Katalysatorporen verstopfen würden, erfolgt der Betrieb der Katalysatoren meist bei Temperaturen von über 320 °C, so dass ggf. eine Wiederaufheizung der bereits abgekühlten Rauchgase notwendig ist.

Abschließend werden mit **Aktivkohlefilter** noch im Rauchgas enthaltene Restorganika, wie beispielsweise Halogenkohlenwasserstoffe und Dioxine sowie letzte Reste von Quecksilber und anderen Schwermetallen, durch Aktivkohle adsorbiert. Hierzu wird staubförmige Aktivkohle in den Rauchgasstrom dosiert zugeführt und anschließend zusammen mit den angelagerten Schadstoffen auf den Filterschläuchen des danach angeordneten Gewebefilters wieder abgeschieden. Die verbrauchte Kohle wird ausgeschleust und oftmals im gleichen Kraftwerk in den Öfen wieder mit verbrannt. Das gereinigte Rauchgas wird mit Hilfe des Rauchgasgebläses über den Kamin als CO<sub>2</sub> in die Atmosphäre abgegeben.

Beispiele zu Kohlekraftwerken in *Deutschland* sind

a) Steinkohlekraftwerk *Moorburg / Hamburg*, 2015: 2×820 MW el. Leistung, Wirkungsgrad im Nennpunkt: 46.5 %, Errichtungskosten 3 Mrd. Euro. Es wird überhitzter Dampf mit 600 °C bei 276 bar Druck erzeugt, der in den Dampfturbinen und Kondensator zum Kondensat bei 26 mbar bei ca. 20 °C entspannt wird. Die CO<sub>2</sub>-Erzeugung beträgt 700 g/kWh<sub>el</sub>. Schon 2020 wegen Kohleausstieg stillgelegt: Umbau zu 100 MW-Elektrolyseur für 2025!

b) Braunkohlekraftwerk *Boxberg, Block R*, 2012, Bild P3.4.3-5: 675 MW el. Leistung, Nennpunktwirkungsgrad 43.3%. Überhitzter Dampf mit 600 °C und 286 bar wird entspannt zum Kondensat mit 39 mbar bei ca. 25 °C. Die CO<sub>2</sub>-Erzeugung beträgt 900 g/kWh<sub>el</sub>.

c) Braunkohlekraftwerk *Lippendorf*, 2000: 930 MW<sub>el</sub> pro Generator. Wasserdampf im Hochdruckteil mit Frischdampfdruck 250 bar bei 550 °C. Im Niederdruckteil expandiert der Dampf von 0.5 bar auf Kondensatordruck 38 mbar. El. Gesamtwirkungsgrad im Nennpunkt 42.4 % (Wirkungsgrad des zweipoligen Synchrongenerators 99 %, siehe Kap. T).



Quelle: BWK 64/ 2012, no. 4, Foto: Vattenfall

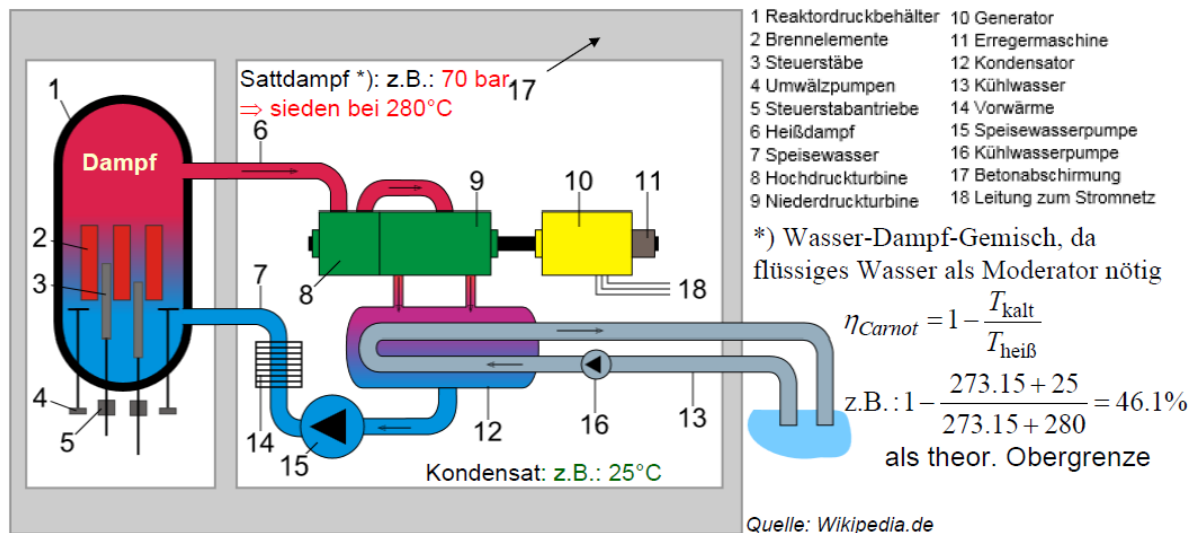
Der „Qualm“ ist Wasserdampf des verdunsteten Kühlwassers

Im *Lausitzer* Braunkohlerevier: Braunkohle wird „vor Ort“ verstromt, da der Braunkohle-Transport energetisch ungünstiger ist.

Block Q: 900 MW (el.) Block R: 675 MW (el.) (seit 2012 mit 43.3% Wirkungsgrad)

Bild P3.4.3-5: Braunkohlebefeuetes Dampfkraftwerk *Boxberg/Deutschland*.

Bei **Kernreaktoren** wird die für das Wasser benötigte Verdampfungswärme aus der Wärme der Kernspaltung gewonnen. **Siedewasserreaktoren** (Bild P3.4.3-6) werden mit Leistungsdichten bis ca.  $50 \text{ MW/m}^3$  gebaut und haben nur einen Dampf-Wasser-Kreislauf. Das Wasser ist gleichzeitig auch Moderator im Reaktordruckbehälter (1) und muss daher im kühleren unteren Bereich der Brennelemente flüssig sein. Über dem heißeren Bereich der Brennelemente bildet sich somit Sattdampf. Eine Dampfüberhitzung wie in Kohlekraftwerken findet somit nicht statt, so dass auch die Mitteldruckturbine entfällt. Wenn der Reaktordruckbehälter für z. B. 70 bar ausgelegt wird, ist die zugehörige Sattdampf Temperatur  $280 \text{ }^\circ\text{C}$  (siehe Dampfdruckkurve Bild P2.3-2) und damit deutlich niedriger als in Kohlekraftwerken. Daher ist der thermische Wirkungsgrad niedriger. Wegen des gegenüber Kohlekraftwerken geringeren Dampf-Maximaldrucks genügen eine Hochdruck- und eine Niederdruckturbine zum Druckabbau und zur Energiewandlung. Der *Carnot*-Wirkungsgrad als Obergrenze ist mit 46.1 % deutlich kleiner als jene 65.8 % bei Kohlekraftwerken mit Dampfparametern 290 bar und  $600 \text{ }^\circ\text{C}$  (Tab. P3.4.3-1). Der reale el. Wirkungsgrad ist noch kleiner  $\eta \approx 35 \%$ , aber höher als beim Druckwasserreaktor, da der radioaktiv belastete Dampf direkt ohne Wärmetauscher („Verdampfer“) auf die Dampfturbine einströmt. Dieser radioaktiv belastete Dampf bzw. Wasser ist somit nicht auf den Sicherheitsbehälter (Containment, Bild P3.4.3-6 links) beschränkt, sondern fließt durch den gesamten Dampf-Wasser-Kreislauf.



**Bild P3.4.3-6:** Schema eines Siedewasser-Kernkraftreaktors (links) mit Turbinenhaus und Kühlkreislauf (rechts) ohne die erforderlichen Sicherheitseinrichtungen wie z. B. den biologischen Schild. Die Steuerstäbe (3) werden tatsächlich von oben herab bewegt, so dass sie bei Antriebsausfall zwischen die Brennelemente fallen und die Kernreaktion beenden.

Deshalb werden neuere Kernkraftwerke mit **Druckwasserreaktor** (Bild P3.4.3-7) gebaut, die auch eine höhere Leistungsdichte von ca.  $100 \text{ MW/m}^3$  aufweisen. Bei ihnen sind radioaktiver Primär- und nicht radioaktiver Sekundär-Wasser-Kreislauf über einen Wärmetauscher („Dampferzeuger“, „Verdampfer“) getrennt, so dass außerhalb des Sicherheitsbehälters keine Radioaktivität auftritt. Der Betriebsdruck des Wassers muss primär so hoch sein (ca. 160 bar), dass es bei der Betriebstemperatur von ca.  $325 \text{ }^\circ\text{C}$  noch nicht siedet (= „Druckwasser“) und daher als Moderator für die Kernreaktion wirken kann. Die Brennstäbe werden somit gleichmäßig benetzt. Es gibt keine korrosiv wirkende Dampfphase. Das heiße Wasser des Primärkreislaufs gibt im „Dampferzeuger“ seine Wärme an den etwas kälteren getrennten Sekundär-Wasser-Dampf-Kreislauf ab, der daher frei von Radioaktivität ist. Im Sekundär-Kreislauf herrscht ein geringerer Druck von ca. 70 bar, so dass das Sekundärwasser bei der etwas niedrigeren Sekundärtemperatur  $280 \text{ }^\circ\text{C}$  als Sattdampf verdampft und die Turbinen antreibt. Elektrische Blockleistungen deutscher Kernkraftwerke sind ca.  $P_{\text{el}} = 1400 \text{ MW}$ . Die dafür erforderliche Dampfmenge beträgt ca. 7000 Tonnen/Stunde. Typische elektrische

Wirkungsgrade betragen  $\eta = W_{el}/Q_{zu} \approx 32 \dots 33 \%$ . Sie sind etwas geringer als beim Siedewasserreaktor wegen des Wärmetauschers. Eine Wirkungsgradsteigerung ist schwierig, da die maximale Temperatur des FLÜSSIGEN Primärkühlmittels unterhalb des kritischen Punktes  $T_k$  (221 bar, 374 °C) liegen muss, um für die Moderatorwirkung flüssig zu bleiben!

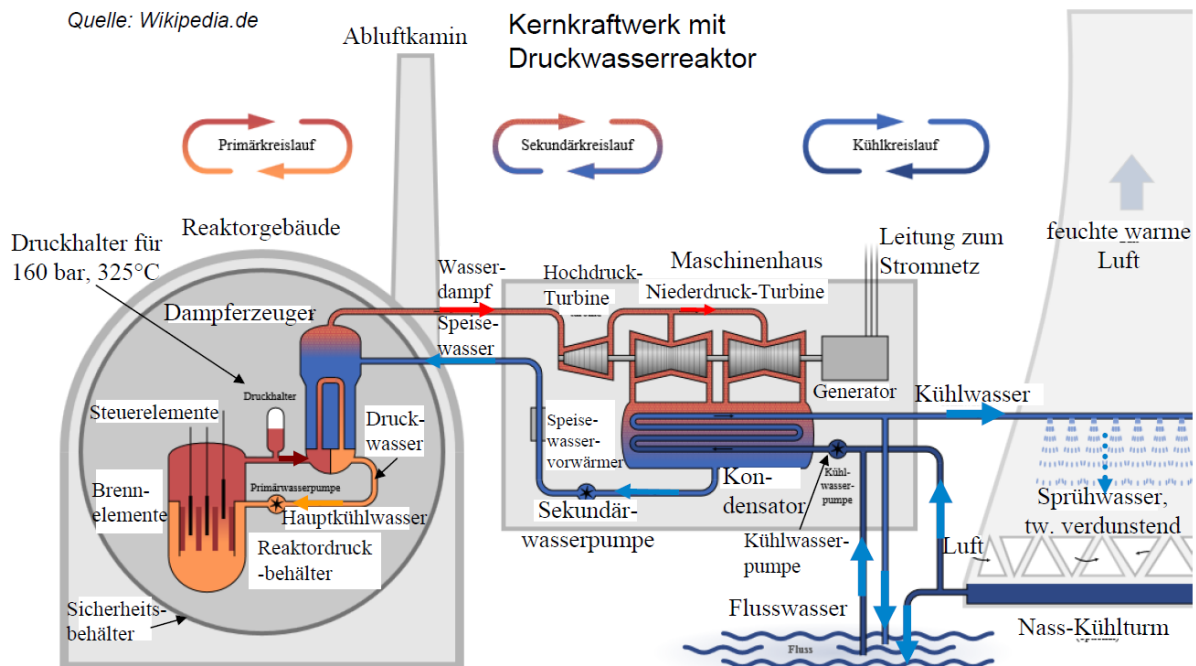


Bild P3.4.3-7: Schema eines Druckwasser-Kernkraftreaktors (links) mit Turbinenhaus und Kühlkreislauf (Mitte) und Naturzug-Nasskühlturm (rechts). Die Steuerstäbe werden von oben herab bewegt, so dass sie bei Antriebsausfall zwischen die Brennelemente fallen und die Kernreaktion beenden.

- |   |                   |
|---|-------------------|
| (1) Kesselwirkungsgrad:   | ca. 0.85 ... 0.9  |
| (2) Dampfturbinenwirkungsgrad:                                  | ca. 0.88 ... 0.93 |
| (3) Rohrleitungsverluste (z. B. im Kessel, im Kondensator, ...) | ca. 0.98          |
| (4) Eigenbedarf (z. B. Kesselspeisepumpe, Rauchgasreinigung)    | ca. 0.96          |
| (5) Synchrongenerator:  | ca. 0.98          |
| (6) Blocktransformator:   | ca. 0.99          |
| (7) Carnot-Wirkungsgrad:  |                   |

Steinkohle/Braunkohle-Kraftwerk (600°C → 25°C): 0.659

Resultierender Wirkungsgrad:  $\eta = 0.85 \cdot 0.9 \cdot 0.98 \cdot 0.96 \cdot 0.98 \cdot 0.99 \cdot 0.659 = 0.46$

Tabelle P3.4.3-1: Wirkungsgradabschätzung bei Steinkohle-befeuerten Dampfkraftwerken

- |  |                   |
|--|-------------------|
| (1) Druckwasser-Reaktor-Wirkungsgrad:                  | ca. 0.9           |
| (2) Wärmetauscher-Wirkungsgrad (Prim./Sek.-Kreislauf): | ca. 0.97          |
| (3) Dampfturbinenwirkungsgrad:                         | ca. 0.88 ... 0.93 |
| (4) Rohrleitungsverluste (z. B. im Kondensator, ...)   | ca. 0.98          |
| (5) Eigenbedarf (z. B. Speisepumpen)                   | ca. 0.98          |
| (6) Synchrongenerator:                                 | ca. 0.98          |
| (7) Blocktransformator:                                | ca. 0.99          |
| (8) Carnot-Wirkungsgrad: (280°C → 25°C):               | 0.461             |

Resultierender Wirkungsgrad:  $\eta = 0.9 \cdot 0.97 \cdot 0.9 \cdot 0.98 \cdot 0.98 \cdot 0.98 \cdot 0.99 \cdot 0.461 = 0.338$

Tabelle P3.4.3-1: Wirkungsgradabschätzung bei Druckwasserreaktor-Kernkraftwerken

### P3.4.4 Energiewandlung in der Dampfturbine

**Dampf- und Gasturbinen** werden in thermischen Kraftwerken zur Erzeugung mechanischer Energie aus Wärmeenergie eingesetzt. Sie drehen sehr rasch. Mit 3000/min oder 3600/min erfordern sie zweipolige Synchrongeneratoren, um 50 Hz bzw. 60 Hz Nennfrequenz zu erzeugen. Erst bei Leistungen über 1 GW drehen Dampfturbinen mit 1500 ... 1800/min ausreichend langsam, so dass vierpolige Generatoren eingesetzt werden können. Während die maximalen Leistungen je Einheit bei **Gasturbinen** derzeit „nur“ ca. 350 MW sind, reichen sie bei **Dampfturbinen** bis ca. 1000 MW in „*volltouriger*“ (3000/min bzw. 3600/min) und bis ca. 2000 MW in „*halbtouriger*“ (1500/min bzw. 1800/min) Ausführung. Da die zugehörigen Synchrongeneratoren von diesen thermischen Turbomaschinen angetrieben werden, heißen sie **Turbogeneratoren** und haben die größten Leistungen überhaupt unter den elektrischen Maschinen. Sie sind wegen der relativ hohen Drehzahl mechanisch hoch beansprucht und haben daher massive, in Freiform geschmiedete und mit dem Fräser bearbeitete Läufer aus vergütetem Edelstahl. Die wegen der bei 2-poligen Maschinen auftretenden hohen Fliehkräfte und mechanischen Spannungen lassen nur begrenzte Läuferdurchmesser von maximal 1.2 m bis 1.3 m zu, um die Läuferumfangsgeschwindigkeit zu begrenzen, z. B. bei einem Rotordurchmesser  $d_r = 1.2$  m und der Drehzahl  $n = 3600$  /min:

$$v = d_r \cdot \pi \cdot n = 1.2 \cdot \pi \cdot (3600/60) = 226 \text{ m/s} (= 814 \text{ km/h} = 70 \% \text{ der Schallgeschwindigkeit}).$$

Da der Dampfstrahl wegen des vergleichsweise geringen Massenstroms schnell durch ein Ventil im Störfall (= Netztrennung) „abgeschaltet“ werden kann, beschleunigt der Turbinen-Generator-Satz nur auf ca. 120% Überdrehzahl. Für diese „Schleuderdrehzahl“ (977 km/h, 1.44-fache Fliehkraft) muss der Turbinen-Generator-Satz mechanisch getestet sein.

Beim Turbogenerator wird die gesamte Leistung in **einer** Maschine umgesetzt. Bei der Dampfturbine muss dies meist in **drei** Maschinen, dem **Hochdruck-, Mitteldruck- und Niederdruckteil**, erfolgen. Da gegenüber dem Hochdruckteil der Dampf im Niederdruckteil bereits stark expandiert ist, benötigt er ein großes Volumen und damit große Strömungsquerschnitte. Daher sind die Schaufeln der Turbine im Niederdruckteil lang (z. B. 1 m) und weisen einen großen Außendurchmesser  $D$  auf (z. B. 4 m), so dass an den Schaufelspitzen stoßartige Überschallströmung auftritt. Wegen der hohen Fliehkräfte müssen die Schaufeln und ihre Befestigung mechanisch hochwertig ausgeführt sein, z. B. aus geschmiedetem martensitisch-ferritischem Stahl mit 12 % Chromgehalt.

#### Beispiel P3.4.4-1:

Mechanische Beanspruchung der Niederdruck-Dampfturbinenschaufeln bei „Schleuderdrehzahl“  $n_{\max} = 1.2n_N$ ,  $n_N = 3000$  /min:

- (i) Umfangsgeschwindigkeit der Schaufelspitzen:

$$v_{\max} = D\pi \cdot 1.2n_N = 4\pi \cdot 1.2 \cdot 50 = 753 \text{ m/s} = 2710 \text{ km/h, Überschall.}$$

- (ii) Fliehkraft pro Schaufel bei einer Schaufellänge 1 m, Schaufelmasse  $m = 10$  kg und einem Schwerpunktsabstand  $r$  von der Drehachse 1.2 m:

$$F_{\text{Schaufel}} = m \cdot r \cdot (2\pi \cdot 1.2n_N)^2 = 1700 \text{ kN} \cong 170 \text{ Tonnen.}$$

Diese Kraft pro Schaufel entspricht der schweren Masse zweier Hochleistungs-Elektroloks (z. B. ÖBB-Lok *Taurus* 1016: 6.4 MW, 84 Tonnen).

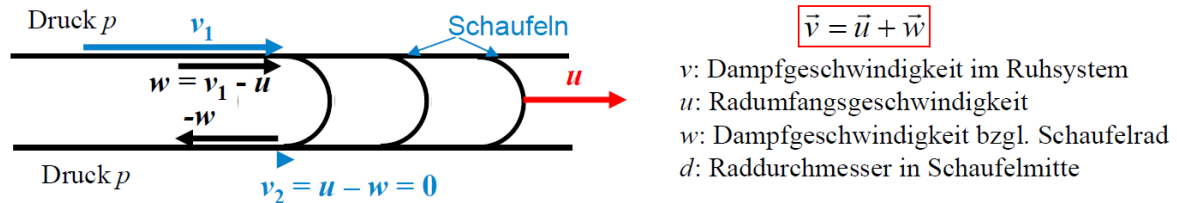
**Dampfturbinen-Funktionsweise:** Bei den Dampfturbinen treibt ein schnell strömender (in Kohlekraftwerken meist überhitzter) Dampf, der näherungsweise als „ideales Gas“ betrachtet werden kann, Schaufelräder an, die viele Schaufeln am Umfang aufweisen, also als „Schaufelgitter“ (bei abgewickelter Darstellung, Bild P3.4.4-1) gelten. Jedes Schaufelrad wird als eine „Stufe“ bezeichnet. Das Prinzip bei verlustfrei angenommener Strömungsumlenkung wird am einstufigen Gleichdruck-Rad (Aktionsrad, *Gustav de Laval, Schweden*, 1883, Bild P3.4.4-2) erläutert. Es erfolgt an den Schaufeln im Idealfall eine 180°-Strömungsumlenkung



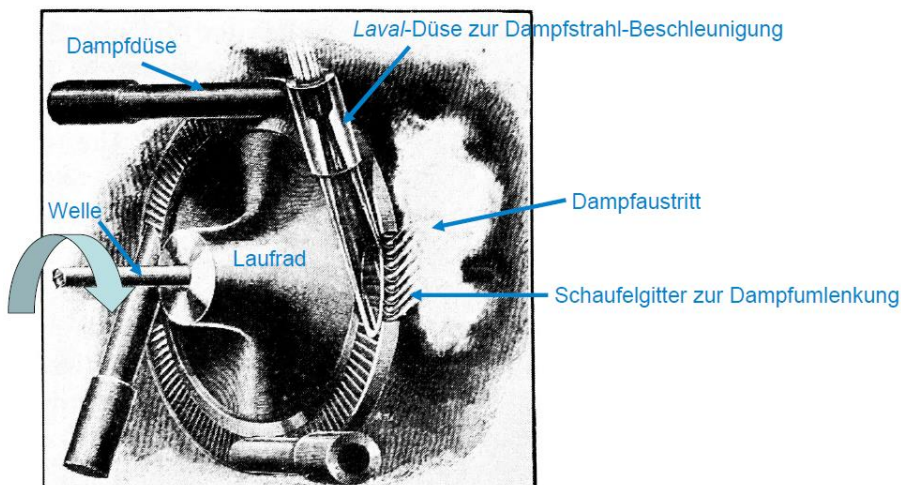
(real  $< 180^\circ$ ), somit ein Übergang der Relativgeschwindigkeit des Dampfes von  $w$  nach  $-w$ , wobei der Strömungs-Bewegungsimpuls wie bei der *PELTON*-Turbine auf die Schaufeln übertragen wird. Die Übertragung der kinetischen Dampfenergie  $W_{k,1}$  auf das Schaufelrad ist vollständig, wenn die kinetische Energie des abströmenden Dampfes Null ist:  $W_{k,2} = 0$ .

$$W_{k,1} = m \cdot v_1^2 / 2 \Rightarrow W_{k,2} = m \cdot v_2^2 / 2 = 0 \Leftrightarrow v_2 = 0 \Rightarrow u = d \cdot \pi \cdot n = v_1 / 2 \quad (\text{P3.4.4-1})$$

Folglich muss die Radumfangsgeschwindigkeit  $u = v_1/2$  die halbe Zuströmgeschwindigkeit des Dampfes  $v_1$  sein, und die Abströmgeschwindigkeit  $v_2 = 0$ ; tatsächlich natürlich etwas größer, damit der Dampf abströmen kann. Der Dampf wird nur umgelenkt, so dass der Dampfdruck vor und nach dem Rad  $p$  gleich ist (Gleichdruckrad).



**Bild P3.4.4-1:** Abwicklung eines Laufrads einer einstufigen Dampfturbine mit vielen Schaufeln („Schaufelgitter“) am Umfang zur Dampfumlenkung.



**Bild P3.4.4-2:** Einstufige Dampfturbine nach *de Laval* aus dem Jahr 1911, die aus vier Dampf-Laval-Düsen teilbeaufschlagt wird (Quelle: *Commons.Wikimedia.com*).

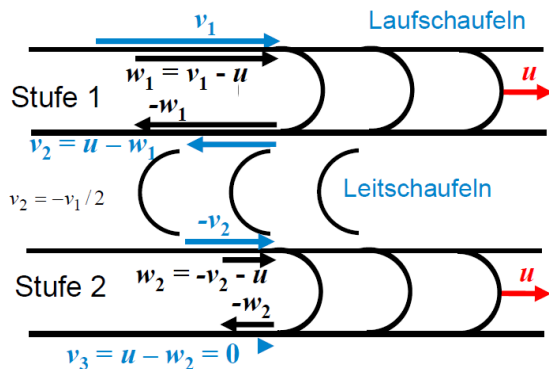
Expandierender Dampf strömt sehr schnell, z. B.  $v_1 = 400$  m/s, so dass sich auch eine hohe Radumfangsgeschwindigkeit  $u = v_1/2 = 200$  m/s ergibt. Selbst bei einem kleinen Raddurchmesser in Schaufelmitte  $d = 160$  mm ergibt dies bereits eine sehr hohe Drehzahl von  $n = 200 / (0.16 \cdot \pi) = 397/s = 23\,873/\text{min}$ , so dass eine Getriebe für den gekuppelten langsamer laufenden Generator erforderlich ist. Deshalb sind mehrstufige Dampfturbinen sinnvoll, weil dann bei gleicher Zuströmgeschwindigkeit  $v_1$  die Drehzahl  $n$  und Umfangsgeschwindigkeit  $u$  kleiner sind (Bild P3.4.4-3). Beim z. B. zweistufigen Laufrad erfolgt an der ersten Stufe die Strömungsumlenkung der Relativströmung um  $180^\circ$  von  $w_1 = v_1 - u$  auf  $-w_1$ . Der Dampf strömt mit  $v_2 = u - w_1$  ab und wird an den feststehenden Leitschaufeln um  $180^\circ$  umgelenkt auf  $-v_2 = -u + w_1$ . Die Relativgeschwindigkeit an der zweiten Stufe  $w_2 = -v_2 - u$  wird dort auf  $-w_2$  umgelenkt, so dass der Dampf mit  $v_3 = u + v_2 + u$  austritt. Für eine vollständige Übertragung der kinetischen Dampfenergie auf das Schaufelrad muss die Abströmgeschwindigkeit des Dampfes  $v_3$  aus der zweiten Stufe Null sein, damit  $W_{k,3}$  Null ist.

$$0 = v_3 = u - w_2 = u - (-v_2 - u) = 2u + v_2 = 2u + (u - w_1) = 3u - (v_1 - u) \quad (\text{P3.4.4-2})$$

$$0 = 3u - (v_1 - u) = 4u - v_1 \Rightarrow u = v_1 / 4 \quad (\text{P3.4.4-3})$$

$$W_{k,1} = m \cdot v_1^2 / 2 \Rightarrow W_{k,3} = m \cdot v_3^2 / 2 = 0 \Leftrightarrow v_3 = 0 \Rightarrow u = d \cdot \pi \cdot n = v_1 / 4 \quad (\text{P3.4.4-4})$$

Gemäß (P3.4.4-4) haben sich bei zwei Stufen gegenüber dem einstufigen Rad (P3.4.4-1) die Radumfangsgeschwindigkeit  $u$  und Drehzahl  $n$  halbiert. Allgemein folgt, dass bei  $Z$  Stufen sich die Drehzahl um den Faktor  $1/Z$  verringert. Bei gleicher Dampfstrahlgeschwindigkeit  $v_1$  ist beim zweistufigen Rad die Drehzahl  $n_{2St}$  halb so groß wie beim einstufigen  $n_{1St}$  (Tab. P3.4.4-1). Bei gleicher Radleistung  $P$  sind die Umfangskraft  $F$  und das zugehörige Drehmoment  $M = F \cdot d$  beim zweistufigen Rad  $M_{2St}$  doppelt so groß wie beim einstufigen  $M_{1St}$ . Allerdings ist beim zweistufigen Rad die Umfangskraft  $F_1$  bei der 1. Stufe dreimal so groß wie bei der 2. Stufe  $F_2$ , was die 1. Stufe ungünstigerweise dreimal so hoch belastet! Grund dafür ist die Abnahme der Dampfgeschwindigkeit  $v_2$  gegenüber  $v_1$  um 50 %. Die Kraft je Stufe ist gleich groß, wenn in den Leitschaufeln des zwischen 1. und 2. Stufe die umgelenkte Strömung wieder von  $v_2$  auf  $v_1$  beschleunigt wird. Damit sind die Impulsänderung  $m \cdot (v_1 - v_2)$  und Kraft  $F$  je Laufschaufelstufe gleich (Curtis, 1896). Durch eine Verengung des Leitschaufelkanals zwischen benachbarten Leitschaufeln („Düsenwirkung“) steigt wegen der Kontinuitätsgleichung (Kap. G) die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  im Leitschaufelkanal. Gemäß der Bernoulli-Gleichung ist diese Geschwindigkeitszunahme in den Leitschaufeln mit einer Strömungsdruckabnahme verbunden (Bild P3.4.4-4).



$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{w}$$

$v$ : Dampfgeschwindigkeit im Ruhssystem  
 $u$ : Radumfangsgeschwindigkeit  
 $w$ : Dampfgeschwindigkeit bzgl. Schaufelrad  
 $d$ : Raddurchmesser in Schaufelmitte

- a) Bewegliche Laufschaufeln auf Schaufelrad in zwei Reihen für den Vortrieb
- b) Feststehende Leitschaufeln zur Dampf-Umlenkung

Bild P3.4.4-3: Abwicklung eines Laufrads einer zweistufigen Dampfturbine mit feststehenden Umlenkschaufeln („Leitschaufeln“) zwischen den beiden Laufschaufel-Reihen zur Dampfumlenkung.

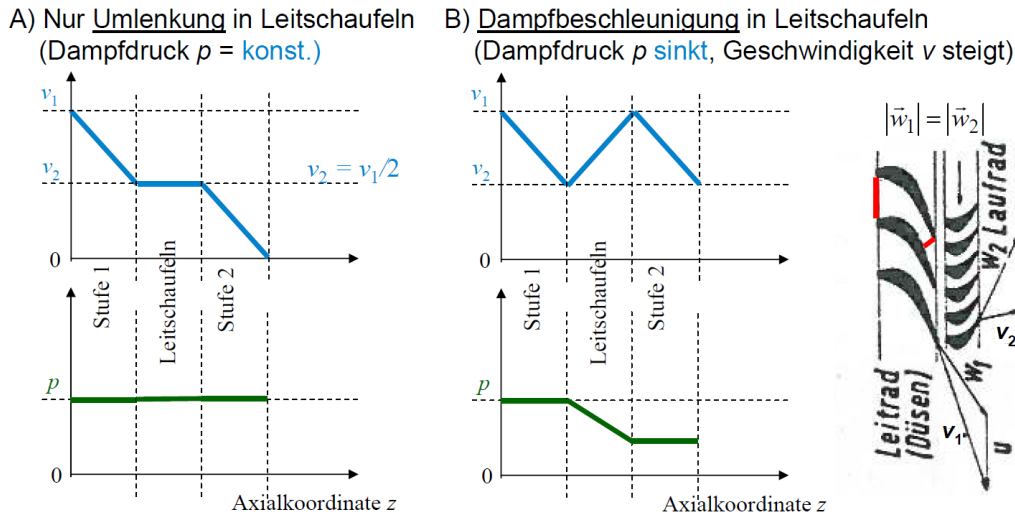
Einstufig	Zweistufig
$P = \frac{\Delta W_k}{t} = \frac{W_{k1} - W_{k2}}{t} = \frac{W_{k1}}{t} = \frac{m \cdot v_1^2 / 2}{t} = \dot{m} \cdot v_1^2 / 2$	$1. \text{ Stufe: } P_1 = \frac{W_{k1} - W_{k2}}{t} = \frac{\dot{m} \cdot v_1^2}{2} - \frac{\dot{m} \cdot v_2^2}{2} = \frac{\dot{m} \cdot 3v_1^2}{2 \cdot 4}$
$P = F_{1St} \cdot u_{1St} = M_{1St} \cdot 2\pi \cdot n_{1St}$	$2. \text{ Stufe: } P_2 = \frac{W_{k2} - W_{k3}}{t} = \frac{\dot{m} \cdot v_2^2}{2} = \frac{\dot{m} \cdot v_1^2}{2 \cdot 4}$
	$P_1 = F_1 \cdot u_{2St} = M_1 \cdot 2\pi \cdot n_{2St} \quad P_2 = F_2 \cdot u_{2St} = M_2 \cdot 2\pi \cdot n_{2St}$
	$F_1 / F_2 = 3 \quad F_{2St} = F_1 + F_2$
	$P = P_1 + P_2 = \dot{m} \cdot v_1^2 / 2 = F_{2St} \cdot u_{2St} = M_{2St} \cdot 2\pi \cdot n_{2St}$

$$u_{2St} / u_{1St} = 1/2 \Rightarrow n_{2St} / n_{1St} = 1/2 \quad F_{2St} / F_{1St} = 2 \Rightarrow M_{2St} / M_{1St} = 2$$

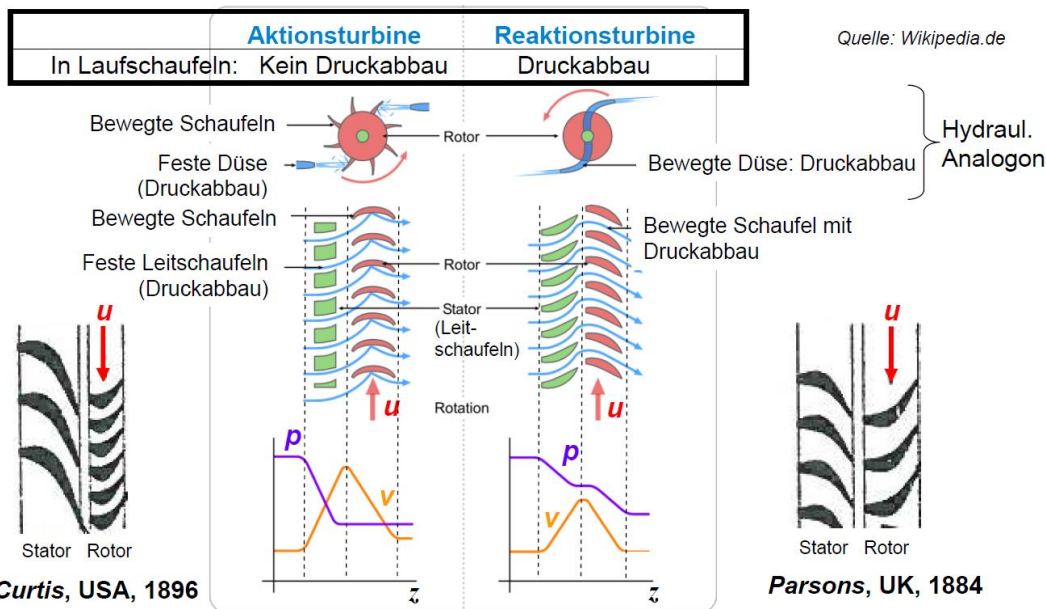
Tabelle P3.4.4-1: Vergleich von kinetischer Energie  $W_k$ , Leistung  $P$ , Tangentialkraft (Umfangskraft)  $F$ , Drehmoment  $M$  beim ein- und zweistufigen Dampfturbinenrad 1St und 2St.

Gemäß der Idee von Curtis in Bild P3.4.4-5 B) findet der Druckabbau nur an der Leitschaufel statt, so dass am Eintritt und Austritt der Laufschaufeln wie beim *de Laval*-Läufer derselbe Dampfdruck  $p$  herrscht (Gleichdruck- bzw. Aktionsturbine). Dies entspricht dem *Pelton*-Rad, bei dem in der Zuströmdüse der Druck sinkt, um die Geschwindigkeit zu erhöhen, vor und hinter dem Rad aber der gleiche Druck herrscht (Bild P3.4.4-5 links). Im Rad sinkt, wie erwähnt, auch die Strömungsgeschwindigkeit, um aus der kinetischen Strömungsenergie die Rotationsenergie des Rads zu gewinnen. *Parsons, United Kingdom*, hat die Idee

weiterentwickelt, indem er auch in den Laufschaufeln den Druck weiter abbaut, ähnlich wie beim *Segner'schen* Wasserrad mit rotierenden Düsen oder den *Kaplan-Turbinen*. Es herrscht dann am Laufschaufeleintritt ein höherer Druck als am Austritt (Überdruck- bzw. „Gegendruck“- bzw. Reaktionsturbine, Bild P3.4.4-5 rechts). Dazu ist wie bei den Leitschaufeln der Austrittsquerschnitt zwischen zwei Laufschaufeln gegenüber dem Eintritt verengt, während er beim *Curtis-Rad* gleich groß ist. Die Leit- und Laufschaufelprofile sind zur Minimierung der Strömungsreibungsverluste stromlinienförmig profiliert (Bild P3.4.4-6).



**Bild P3.4.4-4:** Zweistufige Dampfturbine mit einer Leitschaufelreihe dazwischen: A) Nur Strömungsumlenkung an den Leitschaufeln bei konstantem Druck vermindert die Eintrittsgeschwindigkeit  $v_2$  an der zweiten Laufschaufelreihe um die Hälfte. B) Durch Querschnittsverengung zwischen den Leitschaufeln wird die Strömung beim Umlenken von  $v_2$  wieder auf  $v_1$  beschleunigt, wobei der Strömungsdruck sinkt (CURTIS, 1896), (Quelle: Prandtl, L. et al., Führer durch die Strömungslehre).



**Bild P3.4.4-5:** Leit- und Laufschaufelreihe einer Stufe einer Dampfturbine: Aktions-(Gleichdruck-)Turbine, Reaktionsgrad  $R = 0$  (links) vs. Reaktions-(Überdruck-)Turbine (rechts), Reaktionsgrad  $R = 1$ .

Der Dampf strömt mit der Geschwindigkeit  $v_1$  tangential zur Leitschaufel aus dieser ab. Relativ zur Laufschaufel strömt er mit der Relativgeschwindigkeit  $w_1$  tangential zu dieser „stoßfrei“ und damit verlustsarm zu. An der Laufschaufel wird der Dampf umgelenkt, wobei die Impulsänderung die Kraft  $F_s$  auf die Laufschaufel ergibt (Bild P3.4.4-6). Diese Umfangskraft auf die Schaufel bewegt diese und verrichtet mechanische Arbeit gegen die

LORENTZ-Bremskraft des angekuppelten E-Generators. Der Dampf strömt wegen der reinen Umlenkung mit der Geschwindigkeit  $w_1$  ( $|w_1| = |w_2|$ ) tangential zur Laufschaufel aus dieser ab und mit der Geschwindigkeit  $v_2$  tangential („stoßfrei“) zur Leitschaufel der nächsten Stufe. Die Dampfumlenkung an den Leitschaufeln führt über die Impulsänderung zu einer Umfangskraft auf die Leitschaufeln, die über das Gehäuse und die Füße der Turbine ins Fundament abgestützt wird. Da die Leitschaufeln ruhen, verrichten sie keine Arbeit.

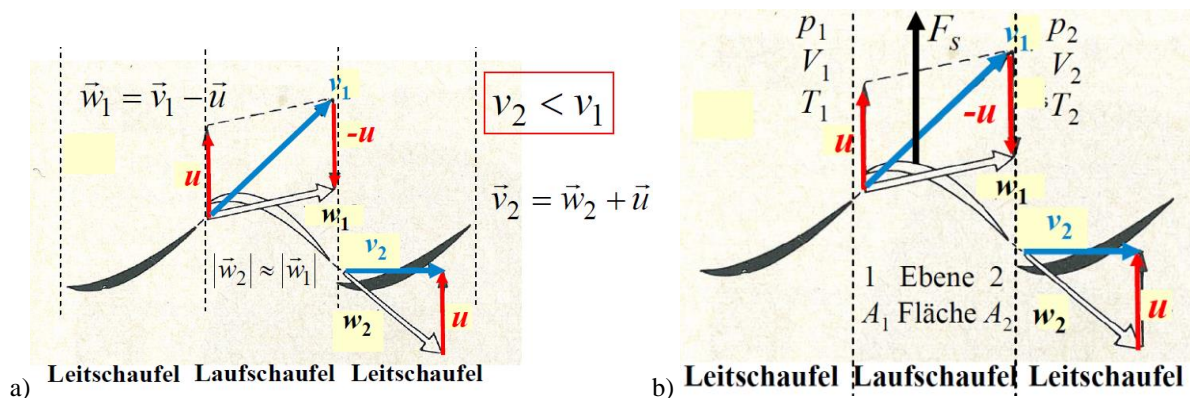


Bild P3.4.4-6: Gleichdruck-Schaufelstufe ( $|w_1| = |w_2|$ ): a) Geschwindigkeitsdiagramm, b) Schaufelkraft  $F_s$ ,  $u$ : Umfangsgeschwindigkeit am mittleren Schaufelradius  $r$  (Quelle: Schreiner, Physik).

Die Schaufelkraft  $F_s$  resultiert wesentlich aus der Impulsänderung der Strömungsumlenkung im „Schaufelgitter“, tw. aber auch aus der dynamischen Auftriebskraft infolge des Tragflächenprofils der Schaufeln. Die „technische“ Arbeit  $\Delta W_{t,ab}$  einer Laufschaufelstufe längs dem Laufrad-Drehwinkel  $\Delta\gamma$  ist mit dem mittleren Laufschaufelradius  $r$  und der Laufschaufelzahl je Stufe  $z_s$

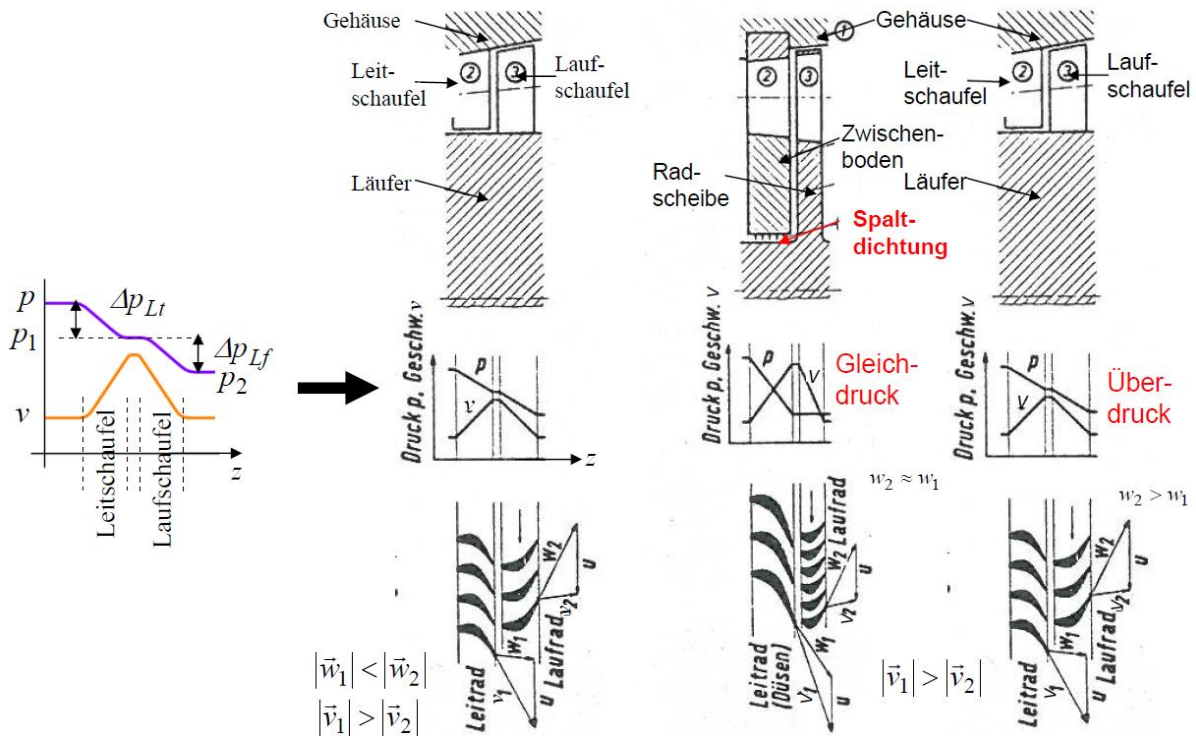
$$\Delta W_{t,ab} = z_s \cdot F_s \cdot r \cdot \Delta\gamma. \quad (\text{P3.4.4-5})$$

Bei der Gleichdruckturbine (Aktionsturbine) ist der Strömungsdruck  $p_{Lf,1}$  am Eingang der Laufschaufel identisch mit dem Druck  $p_{Lf,2}$  am Ausgang. Daher kommt hier die Laufradarbeit nur aus Abnahme der kinetischen Energie des strömenden Dampfs! Bei der Überdruckstufe („Gegendruck“-Stufe) ist der Druck  $p_1$  am Lauf- und Leitschaufelzugang größer als am Ausgang  $p_2$ , so dass sowohl das Druckgefälle in der Leitschaufel  $\Delta p_{Lt} = p_{Lt,1} - p_{Lt,2}$  als auch in der Laufschaufel  $\Delta p_{Lf} = p_{Lf,1} - p_{Lf,2}$  positiv ist. Damit wird der Reaktionsgrad  $R$  einer Schaufelstufe definiert, um diese zu kennzeichnen, und ist für die übliche 50:50-Aufteilung des Druckgefälles  $\Delta p_{Lt} = \Delta p_{Lf}$  in der Gegendruck-Stufe  $R = 0.5$  (Bild P3.4.4-7a) und bei der Gleichdruckstufe wegen  $\Delta p_{Lf} = 0 \Rightarrow R = 0$  (Bild P3.4.4-7b).

$$R = \frac{\Delta p_{Lf}}{\Delta p_{Lt} + \Delta p_{Lf}} \quad (\text{P3.4.4-6})$$

Zusammengefasst hat die Überdruckstufe (Reaktionsstufe) eine Laufschaufelkanalverengung, so dass die Geschwindigkeit  $w$  steigt und Druck  $p$  sinkt. Bei einem Reaktionsgrad  $R = 0.5$  haben daher die Leit- und Laufschaufeln das gleiche Profil, um die gleich großen Druckgefälle  $\Delta p_{Lt} = \Delta p_{Lf}$  zu erreichen. Die Gleichdruckstufe (Aktionstufe) hat den Reaktionsgrad  $R = 0$ . Daher ist die Laufschaufelkanalbreite konstant; es erfolgt nur eine Strömungsumlenkung (wie beim *Laval*- und *Pelton*-Rad). Geschwindigkeit  $w$  und Druck  $p$  sind konstant. Das Druckgefälle erfolgt (*Curtis*) nur im Leitapparat und ist daher dort etwa doppelt so groß wie bei der Überdruckstufe, wenn pro Stufe insgesamt derselbe Druckabbau erfolgen soll. Es sind dann Spaltdichtungen an den Leitschaufelspitzen wegen der höheren Druckdifferenz  $\Delta p_{Lt}$  nötig, um einen By-Pass-Dampfstrom dort zu vermeiden. Weiter sind die

Leitschaufeln breiter als Laufschaufel, um die Verengung konstruktiv besser zu gestalten. Leit- und Laufschaufeln haben unterschiedliches Profil (Bild P3.4.4-7b).



a) Bild P3.4.4-7: a) Gegendruck-Schaufelstufe ( $|w_1| < |w_2|$ ): Druck- und Geschwindigkeitsprofil und Geschwindigkeitsdiagramme, b) Gleichdruck- und Gegendruckstufe im Vergleich (Quelle: Prandtl, L. et al., Führer durch die Strömungslehre).

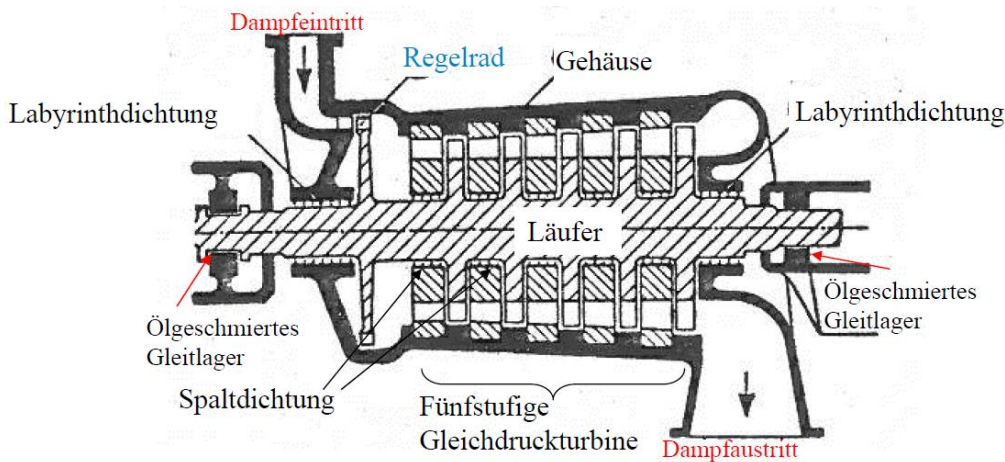


Bild P3.4.4-8: Mehrstufige Gleichdruckturbine (Bauart nach ZOELLY, 1903), die aus dem Gleichdruck-Regelrad und ausschließlich aus weiteren Gleichdruckstufen besteht, wodurch aufwändige Spaltdichtungen nötig sind (Quelle: Prandtl, L. et al., Führer durch die Strömungslehre).

Da bei der Gleichdruckstufe gleicher Druck vor und hinter dem Laufrad herrscht, ist auch eine Teil-Beaufschlagung mit Dampf an nur einzelnen Umfangsabschnitten des Laufrads (z. B. Bild P3.4.4-2) möglich, so dass sie als „Regelrad“ (Curtis-Stufe) verwendet wird (Bild P3.4.4-8): Nur ein Sektor des Laufrads wird vom Dampf durchströmt, wenn ein geringerer Leistungsumsatz benötigt wird. Dazu werden einzelne Dampfdüsen je nach Lastzustand zu- oder abgeschaltet. Mehrstufige Gleichdruckturbinen wurden von Rateau, Frankreich, 1892; Curtis, USA, 1896; Zoelly, Schweiz, 1903, entwickelt. Moderne Dampfturbinen verwenden außer beim Regelrad jedoch Gegendruckstufen (Bild P3.4.4-9), um die aufwändigen Spaltdichtungen (Bild P3.4.4-8) zu vermeiden. In jedem Fall benötigen

aber alle Dampfturbinen aufwändige „Labyrinthdichtungen“ an den Enden, um den Dampfverlust durch solche Leckströme zu minimieren.

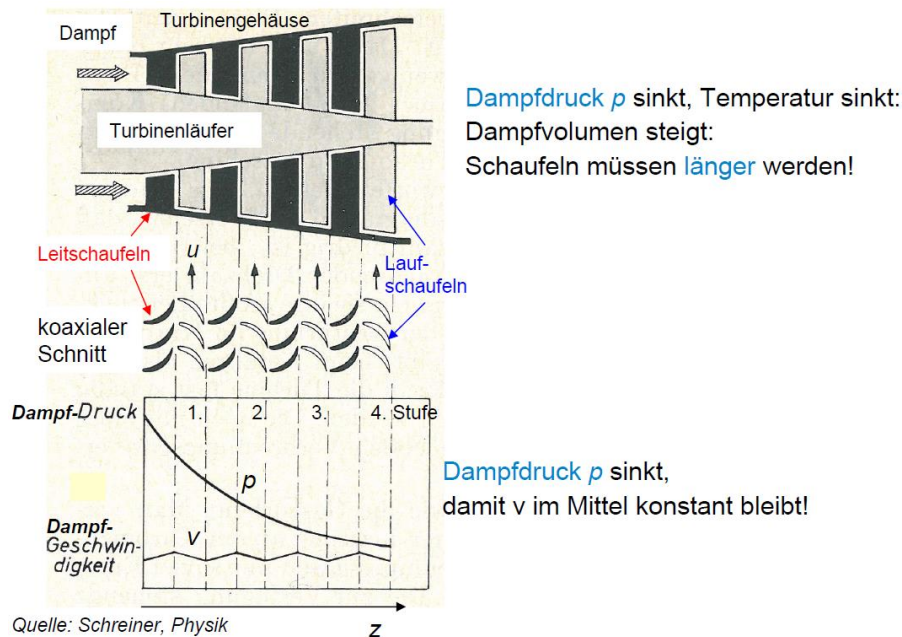


Bild P3.4.4-9: Schema der gängigen mehrstufigen Dampfturbinenausführung mit Überdruckstufen (Parsons, 1884). Das Gleichdruckregelrad ist nur in der Hochdruckturbine (HD) vorhanden (Quelle: Schreiner, Physik).

### Zusammenfassung:

In den Dampfturbinen bilden viele Schaufeln je Stufe am Umfang ein „Schaufelgitter“. Feststehende Leitschaufelkränze leiten den Dampf mit optimalem Anströmungswinkel  $\alpha$  auf die Schaufeln des rotierenden Schaufelrads („Turbinenläufer“). Um die Wärmeenergie des Dampfes über Druck- und Temperaturabbau bei ausreichend niedriger Drehzahl  $n$  in kinetische Rotationsenergie des Turbinenläufers umzusetzen, sind viele Laufschaufelstufen nötig. Durch die Kanalverengung bei den Leitschaufeln ist an jeder Laufschaufelstufe die Dampfgeschwindigkeit gleich groß. So bleibt im Mittel die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  des Dampfes in der Turbine konstant (Bild P3.4.4-9). Bei der gängigen Reaktionsturbine sinkt der Dampfdruck  $p$  sowohl im Leitschaufelkanal als auch im Laufschaufelkanal! Der Dampf expandiert dabei und kühlt ab, so dass Dampfdruck  $p$  und Dampftemperatur  $T$  kontinuierlich sinken. Dabei nimmt das Dampfvolmen  $V$  infolge der Expansion zu, so dass die Schaufeln von Stufe zu Stufe länger sein müssen! Zur raschen Drehmomentveränderung im Teillastbereich wird ein Gleichdruck-Regelrad als Eingangsstufe bei der Reaktions-Hochdruck-Turbine eingesetzt, was erstmalig bei *BBC, Baden, CH*, 1905, erfolgte. Eine dieser ersten BBC-Turbinen wurde an der damaligen *TH Darmstadt* als Lehr- und Heizkraftwerk eingesetzt (heute Hörsaalgebäude „Altes Maschinenhaus“).

Der Energieumsatz je Schaufelreihe ist allgemein durch (P2.1-27) gegeben. Die Turbine ist thermisch isoliert ( $Q_{ab} = 0$ ), so dass adiabatische Dampfexpansion  $Q = \text{konst.}$  auftritt. Das Arbeitsmedium Dampf mit der Masse  $m_F$  wird näherungsweise als ideales Gas betrachtet, so dass die Dampftemperatur gemäß (P3.4.4-7) mit steigendem Dampfvolmen  $V$  je nach Zunahme der Schaufellängen je Stufe (Volumenvergrößerung!) sinkt.

$$\frac{p(V)}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^\kappa \Rightarrow T = \frac{p \cdot V}{v_m \cdot R} = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{v_m \cdot R} \cdot \frac{1}{V^{\kappa-1}} \quad V \uparrow \quad T \downarrow \quad (\text{P3.4.4-7})$$

Folglich sinkt die Dampfenthalpie  $H = c_p \cdot m_F \cdot T$  von Stufe zu Stufe. Der Energieumsatz und damit die technische Arbeit sind in den Leitschaufeln Null, da sie ruhen ( $u = 0$ ):  $W_{t,ab} = 0$ .

$$W_{t,ab} = m_F \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + H_1 - H_2 = 0 \quad (\text{P3.4.4-8})$$

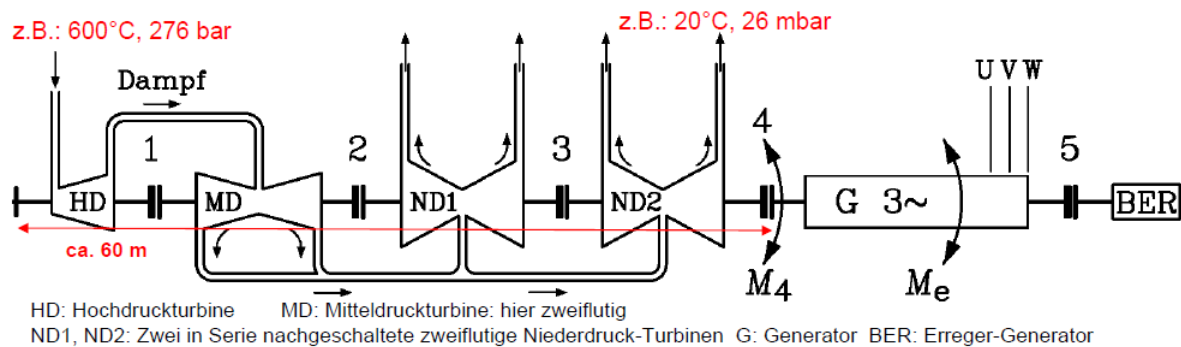
$$\frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = -\frac{H_1 - H_2}{m_F} = -c_p \cdot (T_1 - T_2) < 0 \Rightarrow v_2 > v_1 \quad (\text{P3.4.4-9})$$

Mit (P3.4.4-9) wird die Geschwindigkeitszunahme in der Leitschaufelstufe aus der Temperaturabnahme abgeschätzt. Über die ideale Gasgleichung folgt daraus die Abnahme des Drucks. Die Energiebilanz in der Laufschaufelreihe einer Überdruckturbine, bei welcher über die dortige Druckabnahme auch die Temperatur sinkt, liefert wegen  $v_1 > v_2, T_1 > T_2$  die dort erzeugte technische Arbeit und mit dem Massestrom  $\dot{m}_F$  die Leistung  $P$ .

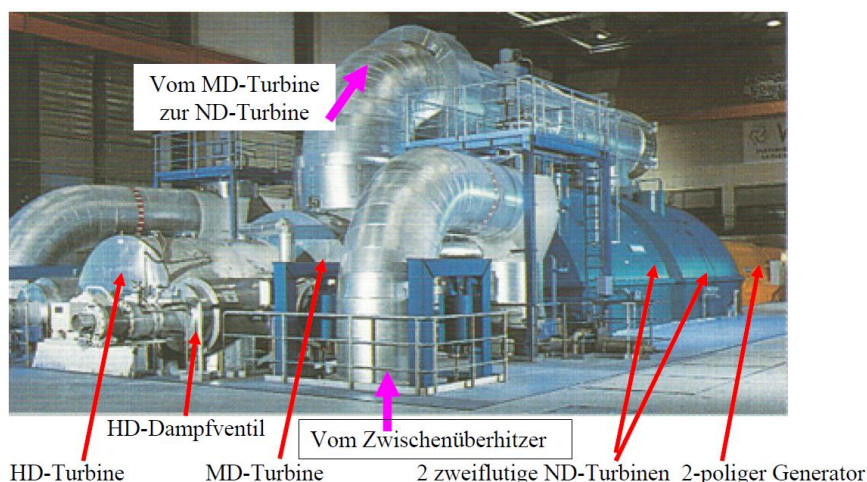
$$W_{t,ab} = m_F \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + H_1 - H_2 \Rightarrow W_{t,ab} = m_F \cdot \left( \underbrace{\frac{v_1^2 - v_2^2}{2}}_{>0} + c_p \cdot \underbrace{(T_1 - T_2)}_{>0} \right) > 0 \quad (\text{P3.4.4-10})$$

$$P = \dot{m}_F \cdot \left( \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + c_p \cdot (T_1 - T_2) \right) = u \cdot z_s \cdot F_s \quad (\text{P3.4.4-11})$$

Über  $u > 0$  wird aus  $P$  die Umfangskraft  $z_s \cdot F_s$  und das Drehmoment je Stufe bestimmt.



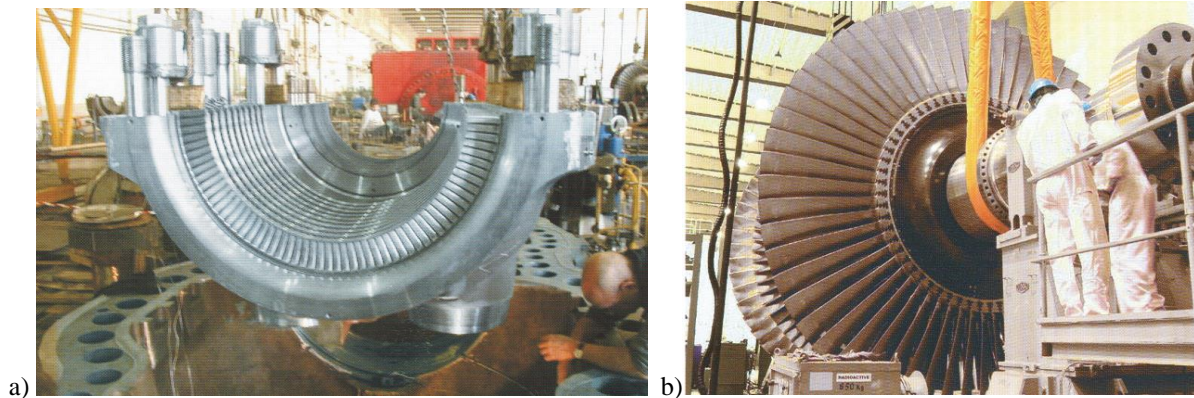
**Bild P3.4.4-10:** Typische Anordnung eines Dampfturbinen-Generator-Turbosatzes in einem Kohlekraftwerk. Wegen der Volumenzunahme bei der Dampfexpansion sind zwei Mitteldruckturbinen als eine zweiflutige MD-Turbine und zwei parallele ND-Turbinen jeweils zweiflutig ausgeführt.



**Bild P3.4.4-11:** Einer der beiden 800 MW<sub>el</sub>-Turbosätze des Braunkohle-Dampfkraftwerks „Schwarze Pumpe“, Deutschland, 2 × 800 MW<sub>el</sub>, Drehzahl 3000/min, 50 Hz, 2546 kNm Drehmoment, Zweipoliger Synchron-Turbogenerator (Quelle: Siemens AG, Mülheim/Ruhr, Germany).

Die Hochdruckturbine in Bild P3.4.4-10 hat ein dickes Stahlgehäuse (Bild P3.4.4-12a) wegen des hohen Frischdampfdrucks, aber wegen des relativ kleinen, komprimierten Dampf-

volumens ist sie eine „kleine“ Turbine. Die Eingangsstufe ist eine Gleichdruckstufe (Regelrad), die andere Stufen sämtlich Gegendruckstufen. Nach erfolgter nochmaliger Dampferhitzung („Zwischenüberhitzung“) bei bereits größerem Volumen und geringerem Druck wird der Dampf in der Mitteldruckturbine weiter expandiert. Sie hat bereits eine geringere Gehäusewandstärke. Wegen des durch Dampfexpansion größeren Volumens ist diese Turbine größer und fallweise zweiflutig ausgeführt, so dass die halbe Dampfmenge nach links und rechts expandiert. Bei der Niederdruckturbine ist der Eingangsdruck nur noch ca. 0.5 bar, aber das Dampfvolumen sehr groß. Die ND-Turbine hat lange Schaufeln (Bild P3.4.4-12b) für große Strömungsquerschnitte und meist mehrflutig (Bild P3.4.4-13). Hier erfolgt der größte Leistungsumsatz! Alle Teilturbinen sind gekuppelt (Kuppelstellen 1, 2, 3) zu einer ca. 65 m langen Rotorwelle, längs der die Drehmomentaddition der Teilturbinen erfolgt (Bild P3.4.4-11). Die Turbinenteilleistungen werden so zur Gesamtleistung summiert. So ist z. B. bei einer 1100 MW<sub>el</sub>-Turbine je Teilturbine die Leistung deutlich kleiner, z. B. 200 ... 400 MW! Die Wärmedehnung des zunächst kalten Turbinenstrangs bei Aufheizung auf Betriebstemperatur wird mit dem linearen thermischen Ausdehnungskoeffizient für Stahl  $12 \cdot 10^{-6}/\text{K}$  abgeschätzt. Die Übertemperatur zur Umgebungstemperatur ist am HD-Eintritt ca. 575 K, am ND-Austritt 0 K, im Mittel daher ca. 300 K, so dass sich ein 65 m Wellenstrang um ca. 25 cm verlängert.



**Bild P3.4.4-12:** Montage: a) Dampfturbinen-Hochdruckgehäuse: Einsetzen einer Hälfte des Leitschaufelapparats in die untere HD-Gehäusehälfte. Die große Dicke des Stahlgehäuses und die großen Stahlbolzen (Bolzenlöcher sichtbar!) zum Zusammenschrauben der beiden Gehäusehälften sind nötig für den hohen Dampfdruck 276 bar bei 600 °C, b) Montage des doppelflutigen Niederdruck-Dampfturbinenrotors mit seinen langen Endschaufeln (Dampfdruck am Austritt 39 mbar, Rotormasse 260 Tonnen) (Quelle: Siemens AG, Mülheim/Ruhr, Germany).

#### Beispiel P3.4.4-2:

Braunkohlekraftwerk  $P_e = 800 \text{ MW}_{\text{el}}$ , el. Kraftwerkswirkungsgrad  $\eta = 44.5 \%$ . Berechnen Sie mit dem Brennwert der getrockneten Braunkohle  $H_i = 8.8 \text{ MJ/kg}$  den täglichen Brennstoffbedarf  $m/d$  in t Braunkohle je Tag!

$$P_e = \eta \cdot \frac{m}{d} \cdot H_i \Rightarrow \frac{m}{d} = \frac{P_e}{\eta \cdot H_i} = \frac{800 \cdot 10^6}{0.445 \cdot 8.8 \cdot 10^6} = 204.3 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 17650 \frac{\text{t}}{\text{d}} \quad (\text{P3.4.4-12})$$

Wie groß ist die im Kessel mit dem Kesselwirkungsgrad  $\eta_K = 85 \%$  je Sekunde bereitgestellte Wärmemenge  $\dot{Q}$ ?

$$\dot{Q} = \eta_K \cdot \frac{m}{d} \cdot H_i = 0.85 \cdot \frac{17500 \cdot 10^3 \cdot 8.8 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} = 1.515 \cdot 10^9 \frac{\text{J}}{\text{s}} \quad (\text{P3.4.4-13})$$

Die Verdampfungswärmezufuhr im Kessel  $Q_V$  für die Dampfmengenerzeugung von 1 kg/s beträgt 3.7 kJ/kg (Schätzwert für 290 bar, 600°C). Wieviel kg/s Dampf  $\dot{m}_D$  entstehen?

$$\dot{m}_D = \frac{\dot{Q}}{Q_V / m_{(25^\circ \rightarrow 600^\circ\text{C}, 290 \text{ bar})}} = \frac{1.515 \cdot 10^9}{3700 \cdot 10^3} = 410 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad (\text{P3.4.4-14})$$

Wie groß ist der dafür erforderliche sekundliche Speisewasserzstrom?



$$\dot{V}_{\text{H}_2\text{O}} = \dot{m}_{\text{D}} / \gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 410 / 10^3 = 0.41 \text{ m}^3 / \text{s} \quad (\text{P3.4.4-15})$$

Der Dampf soll drallfrei mit  $v_2$  aus der letzten ND-Turbinenstufe in den Kondensator strömen, wobei  $v_2$  kleiner als die Schallgeschwindigkeit  $c_s$  sein muss, um schädliche Verdichtungsstoßwellen im Dampf zu vermeiden. Die „Grenz“-schaufeln der letzten ND-Stufe sind die längsten Schaufeln der Turbine. Ihre Länge  $l_{\text{max}}$  ist durch die Fliehkraft  $\sim n^2$  begrenzt (bei  $n = 3000/\text{min}$ :  $l_{\text{max}} \approx 1 \text{ m}$ ). Der von ihnen aufgespannte Durchströmquerschnitt begrenzt mit  $v_2 < c_s$  den maximal möglichen Dampfstrom je Turbine. Er beträgt bei  $n_{\text{N}} = 3000/\text{min}$  ca.  $\dot{m}_{\text{max}} = 118.5 \text{ kg/s}$ . Die ND-Turbine muss hier vierflutig ausgeführt werden, denn es ist

$$\dot{m}_{\text{D}} / 4 = \frac{410 \text{ kg}}{4 \text{ s}} = 102.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}} < 118.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = \dot{m}_{\text{max}} \quad (\text{Bild P3.4.4-10}). \quad (\text{P3.4.4-16})$$

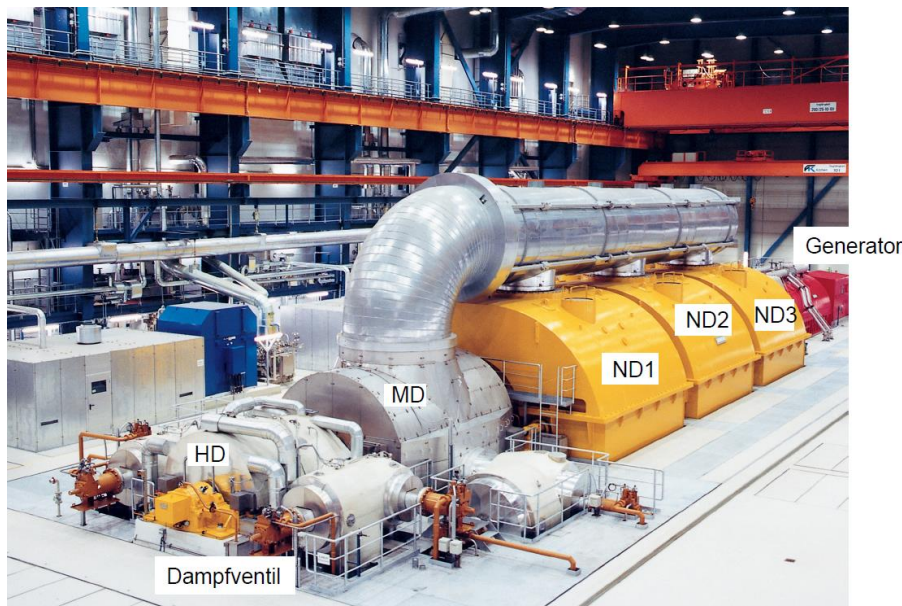


Bild P3.4.4-13: Dampfturbosatz in einem Kohlekraftwerk mit Hochdruck (HD)-, Mitteldruck (MD)- und Niederdruckturbinen (ND) und Synchrongenerator. Die Niederdruckturbinen bestehen aus drei parallelen zweiflutigen Turbinen, wirkt also 6-flutig (Quelle: Siemens AG, Mülheim/Ruhr, Germany).

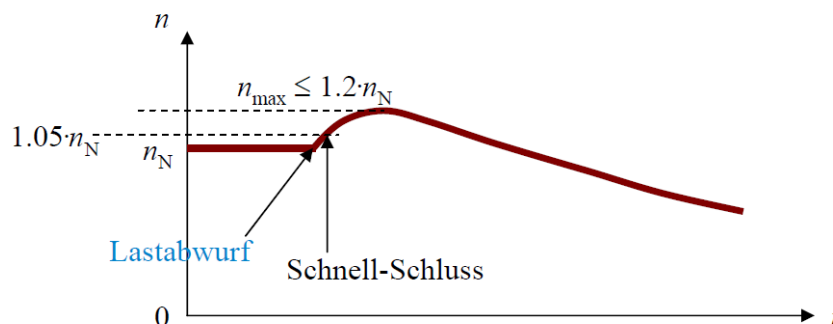


Bild P3.4.4-14: Drehzahlanstieg eines Dampfturbosatzes bei „Lastabwurf“ und anschließendes Austrudeln nach Schließen des Dampf-Schnellschlussventils.

Bei einer Netzstörung, z. B. einem nahen Netzkurzschluss, wird u. U. der Generator vom Netz getrennt („Lastabwurf“). Dann ist der el. Strom in der Generator-Statorwicklung Null:  $I_s = 0$  (Kap. T). Damit ist auch das elektromagnetische, im Generatorbetrieb bremsend wirkende Lorentz-Drehmoment Null:  $M_e = 0$ . Die Dampfturbine wird nicht mehr gebremst und beschleunigt sich und den Generator (Turbosatz), so dass ihre Drehzahl ansteigt:  $n \uparrow$  (Bild P3.4.4-14). Der Überdrehzahlenschutz spricht automatisch bei 105 % von  $n_{\text{N}}$  an und schließt das Dampf-Schnellschlussventil (Bild P3.4.4-13). Die Turbinen erhalten so keinen Dampf mehr. Ihr Antriebsmoment sinkt auf Null  $M_T = 0$ . Der Turbosatz wird wieder langsamer und trudelt aus:

$n \downarrow$ . Da der Dampfstrahl einen relativ geringen Massenstrom  $< 700 \dots 800 \text{ kg/s}$  hat, kann er durch das Ventil relativ schnell abgebremst werden, so dass die erreichte Überdrehzahl nur ca.  $n_{\text{max}} = 1.2 \cdot n_N$  erreicht. Die dabei auftretende maximale Fliehkraft ist das 1.44-fache des Nennwerts:  $F_{F_{\text{max}}} = (n_{\text{max}} / n_N)^2 \cdot F_{F,N} = 1.44 \cdot F_{F,N}$ . Die Rotoren der Dampfturbine und des Generators müssen daher 144 % der Nennfliehkraft standhalten, aber nur für die in der Norm IEC60034 festgelegte kurze Zeit von 2 Minuten, was mit der „Schleuderprüfung“ im Werk in einem „Schleuderbunker“ nachzuweisen ist!

### P3.5 Gasturbinen

Bei der Gasturbine (Bild P3.5.1-2) wird ein Kraftstoff (z. B. Erdgas) mit Luft verbrannt und das heiße expandierende Rauchgas über die Schaufelreihen einer Turbine geleitet, die dadurch angetrieben wird. Ein von der Turbine angetriebener mehrstufiger Kompressor saugt die für die Verbrennung benötigte Luft an, während der zugeführte Kraftstoff in einer Brennkammer zwischen Kompressor und Turbine mit dieser Luft verbrannt wird. Ein gekuppelter Generator erzeugt die el. Energie. Prinzipiell sind Turbine und Kompressor auch als Flugzeugtriebwerk im Einsatz, wobei entweder die Turbine Propeller antreibt (Turboprop-Antrieb in den 1950-er Jahren, Kraftstoff Kerosin) oder aber der ausgestoßene Gasstrom über seinen Rückstoß den Antrieb bildet. Diese Leichtbauweise der Flugzeugantriebe war der Ausgangspunkt für die US-amerikanische Entwicklung der Gasturbinen der *Fa. GE, USA*, während in *Europa* die Gasturbine aus den schweren Dampfturbinen als deutlich schwerere Konstruktionsart abgeleitet wurde (*BBC, Siemens*). Diese Umwandlung thermischer Energie heißer Rauchgase in rotationskinetische Energie der rotierenden Schaufelblätter wurde zunächst vom Deutschen *H. Holzwarth* 1905 in den *USA* und später in *Deutschland* zusammen mit der *Fa. BBC* als erste serienreife Gasturbine entwickelt. Im Jahr 1940 wurde in der *Schweiz* durch die *Fa. BBC* im Kraftwerk *Neuenburg* erstmals eine 4 MW-Gasturbine als Kraftwerksturbine installiert. Durch die gegenüber Dampfturbinen deutlich höhere Temperaturbelastung der Turbinenschaufeln ist die Turbinenwartung aufwändig (z. B. durch Schaufeltausch bei der Turbine). Die hohe Luft-Kompressorleistung erfordert einen wesentlichen Teil der Turbinenleistung, so dass als el. nutzbare Leistung derzeit je Einheit maximal ca. 350 MW zur Verfügung stehen. Ähnlich wie bei Flugtriebwerken ist trotz der deutlich größeren Leistung ein sehr rascher Hochlauf ( $< 10 \text{ min.}$ ) aus dem kalten Zustand auf Nennleistung möglich. Daher eignen sich Gasturbinenkraftwerke vorzüglich für die Netz-Tertiärregelung (Kap. V).

#### P3.5.1 Energiewandlung in der Gasturbine

Das Wirkungsprinzip der Gasturbine beruht auf dem offenen thermodynamischen *Joule*-Kreisprozess (Bild P3.5.1-1). Folgende vier Abschnitte werden unterschieden:

1  $\rightarrow$  2: Isentrope Kompression  $\Delta p > 0, \Delta Q = 0, \Delta V < 0$ :

Im thermisch isolierten Verdichter wird die Luft adiabatisch durch Beschaukelung in mehreren Stufen verdichtet. Daher steigt der Luftdruck und sinkt das Luftvolumen.

2  $\rightarrow$  3: Isobare Wärmezufuhr  $\Delta p = 0, \Delta Q = Q_{\text{zu}} > 0, \Delta V > 0$ :

In der Brennkammer erfolgt die Vermischung der komprimierten Luft (78 %  $\text{N}_2$  und 21 %  $\text{O}_2$ ) mit dem Treibstoff (z. B. Erdgas  $\text{CH}_4$ ). Nach der Zündung erfolgt dort die Gleichdruck-Verbrennung des Gemischs, wobei die Verbrennungswärme  $Q_{\text{zu}}$  entsteht; der Druck bleibt konstant. Es entsteht das sehr heiße expandierende Rauchgas  $\text{CO}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$  (bis  $1500 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

3  $\rightarrow$  4: Isentrope Expansion  $\Delta p < 0, \Delta Q = 0, \Delta V > 0$ :

Das heiße Rauchgas dehnt sich in der thermisch isolierten Gasturbine adiabatisch aus (Volumenzunahme). Sein Druck sinkt; es treibt dabei die Turbine an. So erfolgt die Umwandlung von thermischer in rotationskinetische Energie.

4 → 1: Isobare Wärmeabfuhr  $\Delta p = 0, \Delta Q = Q_{ab} < 0, \Delta V < 0$ :

Das Rauchgas verlässt als Abgas mit seiner Restwärme  $Q_{ab}$  bei konstantem Umgebungsdruck die Turbine, so dass dies ein offener Prozess ist!

Der aus Bild P3.5.1-1 ableitbare thermodynamische Wirkungsgrad ist der *Carnot*-Wirkungsgrad (P3.5.1-1), wie man anhand des *p*-*V*-Diagramms zeigt.

$$\eta = \frac{W_{ab}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{T_{ab}}{T_{zu}} \quad (\text{P3.5.1-1})$$

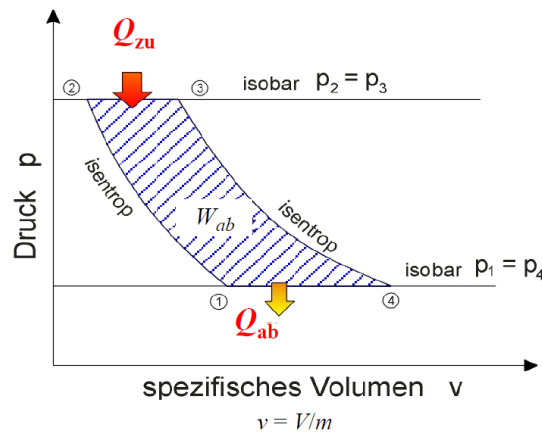


Bild P3.5.1-1: Energiewandlung in der Gasturbine mit dem *Joule*-Prozess im *p*-*v*-Diagramm (Quelle: Wikipedia.de).

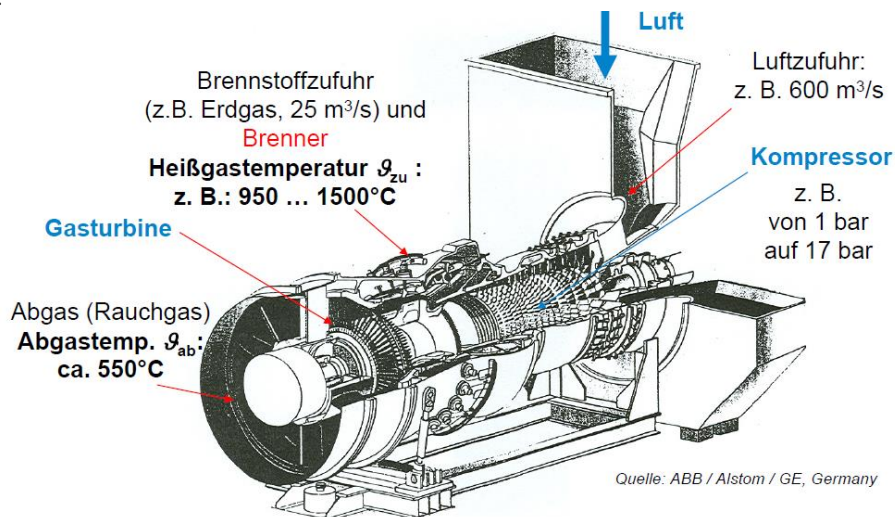


Bild P3.5.1-2: Gasturbine: Rechts Lufteintritt und Kompressor (Luftverdichter), danach Brennstoffzufuhr (z. B. Heizöl schwer oder Erdgas) und Verbrennung in Ringbrennkammern. Das heiße Verbrennungsgas (bis zu 1500 °C) expandiert im anschließenden Turbinenteil. Daher nimmt das Gasvolumen zu; die Schaufeln werden von Stufe zu Stufe länger. Links vorne tritt das heiße Gas mit einer Abhitzetemperatur von ca. 550 °C ... 600 °C aus und kann noch in einem nachgeschalteten Dampfprozess Wasser verdampfen, das eine Dampfturbine antreibt (*GuD-Kraftwerk: Gas und Dampf*). El. Wirkungsgrad der Gasturbine 38 %, des GuD-Blocks 58 %, thermischer Anlagenwirkungsgrad mit Fernwärmeauskopplung bis zu 90 % (Quelle: ABB / Alstom).

### Beispiel P3.5.1-1:

Große Gasturbine für  $P_{ab,el} = P_N = 340$  MW zur Erzeugung elektrischer Leistung über den gekuppelten Synchrongenerator (3000/min, zweipolig).

Turbinen-Eintritts-/Austrittstemperatur des Rauchgases 1100 °C / 550 °C:

$$T_{zu} / T_{ab} = 1373 \text{ K} / 823 \text{ K}.$$

Teilwirkungsgrade:

Turbine:  $\eta_T = 90 \dots 92$  %, Verdichter: ca. 88 %, Brennkammer:  $\eta_B = \text{ca. } 95$  %.

*Carnot*-Wirkungsgrad als Obergrenze des *Joule*-Prozesses:

$$\eta_C = 1 - (T_{ab} / T_{zu}) = 1 - 823 / 1373 = 0.4 = 40 \text{ \%}.$$

Realer elektrischer Gesamtwirkungsgrad:  $\eta_{\text{real}} = \eta_C \cdot \eta_T \cdot \eta_B = 0.4 \cdot 0.92 \cdot 0.95 = 35.0 \%$ .

Die bis dato verwirklichte maximale „Einheitsleistung“ als Leistung je Gasturbine beträgt ca. 350 ... 400 MW<sub>el</sub> mit typischen el. Wirkungsgraden 35 % ... 40 %. In der Turbine erfolgt der Druckabbau je Stufe des Heißgases über Leit- und Laufschaufelreihen mit einem Druckverhältnis vor/nach der Stufe  $p_1/p_2 = \text{ca. } (1.4 \dots 2) : 1$ . Wegen des gegenüber Dampfturbinen deutlich geringeren Maximaldrucks von ca. 16 ... 17 bar sind nur wenige Turbinen-Schaufelstufen erforderlich (Bild P3.5.1-2), z. B.  $Z_T = 3 \dots 4$ , sodass bei  $p_1/p_2 = 2$  die Druckabnahme auf Umgebungsdruck, also Luftdruck  $p_2 = p_{\text{out}} = 1 \text{ bar}$

$$\frac{p_{\text{in}}}{p_{\text{out}}} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{Z_T} = (2)^4 = 16 \Rightarrow p_{\text{in}} = 16 \text{ bar} \quad (\text{P3.5.1-2})$$

erreicht wird. Der Luftverdichter benötigt mehr Schaufelstufen als die Turbine (Bild P3.5.1-2) für die Luftverdichtung von 1 bar auf 16 ... 17 bar, z. B.  $Z_V = 16$  Schaufelstufen, da er die Kaltluft gegen den Gegendruck der bereits verdichteten Luft fördern muss. Die Verdichtung je Schaufelstufe von z. B.  $p_1/p_2 = 1/1.195$  erfordert 16 Stufen, so dass die Luft auf 17 bar verdichtet wird ( $p_{\text{in}}/p_{\text{out}} = 1.195^{16} = 17$ ). Während Dampfkraftwerk ggf. selbsttätig (= vom Netz getrennt) anlaufen können („Schwarzstartfähig“), benötigt die Gasturbine einen i. A. elektrisch angetriebenen Anwurfmotor, damit der Verdichter Luft für Verbrennung fördert, so dass sie nicht selbstanlauffähig ist.

Für die Gasturbinen wird die Wirkungsgradgrenze durch die relativ hohe Abgastemperatur  $T_{\text{ab}}$  und durch die begrenzte Rauchgas-Eintrittstemperatur  $T_{\text{zu}}$  wegen der Temperaturgrenze des verwendeten Schaufelmaterials bestimmt. Weiter muss die Gasturbine für eine deutlich höhere Leistung  $P_T$  als  $P_{\text{ab,el}}$  bemessen sein, da sie sowohl die große Verdichterleistung  $P_V$  als auch die Generatorleistung  $P_{\text{ab,el}}$  abdecken muss. Die Leistung  $P_T$  ist fast doppelt so groß wie der elektrische Nennwert  $P_N$ .

Wir schätzen die technische Verdichterarbeit  $W_{t,\text{zu}}$  und daraus die erforderliche Verdichterleistung  $P_V$  ab, indem wir die thermische Isolierung des Verdichters berücksichtigen ( $Q = \text{konst.}$ ), so dass adiabatische Luftkompression  $p(V)/p_1 = (V_1/V)^\kappa$  auftritt, und die Luft als ideales Gas betrachten. Die bei  $Q = \text{konst.}$  von außen über den Verdichter dem Gas zugeführte technische Arbeit  $W_{t,\text{zu}}$  für die Kompression der Luft vom Volumen  $V_1 > V_2$  auf das kleine Volumen  $V_2$  wäre für eine konstante Luftgeschwindigkeit zwischen Verdichter-Eingang und Verdichter-Ausgang ( $v_2 = v_1$ ).

$$W_{t,\text{zu}} = \int_{p_1}^{p_2} V \cdot dp = \frac{\kappa \cdot p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} \cdot \left[ \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] = \frac{\kappa \cdot p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = H_2 - H_1. \quad (\text{P3.5.1-3})$$

Analog zu (P3.4.4-7) schätzen wir die Erhitzung der Luft infolge Kompression mit der idealen Gasgleichung ab:

$$\frac{p(V)}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V} \right)^\kappa \Rightarrow T = \frac{p \cdot V}{v_m \cdot R} = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{v_m \cdot R} \cdot \frac{1}{V^{\kappa-1}}, \quad V \downarrow \quad T \uparrow. \quad (\text{P3.5.1-4})$$

$$\text{z.B. : } \frac{p_2}{p_1} = 17, \kappa = 1.4, \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{7.57}, T_2 = T_1|_{25^\circ\text{C}} \cdot \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 298.15 \cdot \frac{17}{7.57} = 669.6 \text{ K} = 396.4 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Die zugeführte Verdichterarbeit  $W_{t,\text{zu}}$  ist als erhöhte innere Energie  $U$  in der verdichteten und damit erhitzten Luft enthalten!

Ist die Luftgeschwindigkeit zwischen Verdichter-Ein- und Ausgang unterschiedlich ( $v_2 \neq v_1$ ), muss die Änderung der kinetischen Energie in (P3.5.1-3) berücksichtigt werden.

$$W_{t,\text{zu}} = m_F \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + H_2 - H_1 \quad (\text{P3.5.1-5})$$

Der Leistungsumsatz im Verdichter  $P_V = W_{t,zu} / t$  ist die Verdichterleistung (P3.5.1-6).

$$P_V = \dot{m}_F \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot p_1 \cdot \dot{V}_1 \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \quad (\text{P3.5.1-6})$$

#### Beispiel P3.5.1-2:

Große Gasturbine für  $P_{ab,el} = P_N = 340 \text{ MW}$ , Luftzufuhr mit dem Volumenstrom  $600 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Die Verdichtung führt auf das Druckverhältnis  $p_1 / p_2 = 1 \text{ bar} / 17 \text{ bar}$ . Bei Annahme gleichbleibender Luftgeschwindigkeit  $v_1 = v_2$  und verlustfreier Komponenten im Verdichter erhalten wir aus (P3.5.1-4) mit den Daten  $p_2 / p_1 = 17$ ,  $\dot{V}_1 = 600 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\kappa = 1.4$ :

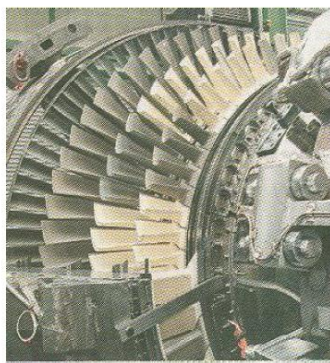
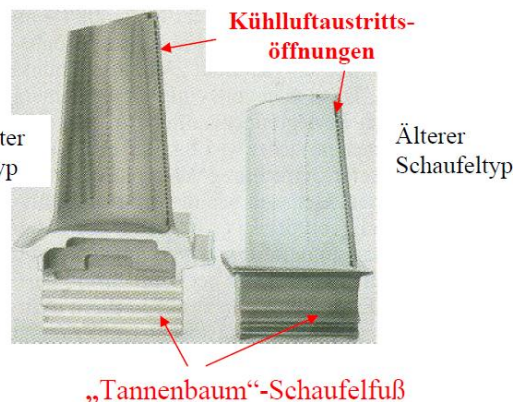
$$P_V = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot p_1 \cdot \dot{V}_1 \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = \frac{1.4}{0.4} \cdot 10^5 \cdot 600 \cdot \left[ 17^{\frac{0.4}{1.4}} - 1 \right] = 262 \text{ MW} . \quad (\text{P3.5.1-7})$$

Mit einem realen Verdichterwirkungsgrad ca. 88 % ist die erforderliche Verdichterleistung  $262/0.88 = 298 \text{ MW}$ . Die „echte“ Verdichterleistung für eine Gasturbine dieser ist  $360 \text{ MW}$  laut Herstellerangabe. Die Gasturbine ( $\eta_T = 0.9$ ) muss die Gesamtleistung von Generator und Verdichter aufbringen:  $P_T = 340 \text{ MW} + 360 \text{ MW} = 700 \text{ MW}$ . Die zugehörige thermische Turbinen-Aufnahmeleistung aus der Brennkammer ist  $700/0.9 = 778 \text{ MW}$ . Der Brennerwirkungsgrad 0.95 erfordert erhöhte somit die thermische Leistung  $778/0.95 = 819 \text{ MW}$  aus dem Brennstoff-Luft-Gemisch. Weitere Verluste im Antriebsstrang und der Kraftwerkseigenbedarf werden mit 10% abgeschätzt, so dass sich eine primäre Gesamtleistung von  $819/0.9 = 910 \text{ MW}$  ergibt.

Dies entspricht der Herstellerangabe, denn im realen Kraftwerk wird als Brennstoff Erdgas verwendet mit einer Brennstoffzufuhr von  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ . Mit dem Heizwert  $H_i = 36.4 \text{ MJ/m}^3$  von Erdgas erhalten wir die o. g. zugeführte Leistung  $Q_{zu} / t = \dot{Q}_{zu} = 25 \cdot 36.4 \cdot 10^6 = 910 \text{ MW}$ . Der daraus ermittelte Kraftwerkswirkungsgrad ist  $\eta = 340 / 910 = 37.4 \%$ . Die Wärmeverluste sind hauptsächlich Rauchgasabwärme. Sie geht als thermische Leistung  $Q_{ab} / t$  an die Umwelt verloren:  $Q_{ab} / t = \dot{Q}_{zu} - P_{el} = 910 - 340 = 570 \text{ MW}$ .

Wegen der großen Verdichterleistung kann somit nur ein Teil der Turbinenleistung als Abgabeleistung an den el. Generator verwendet werden, was die begrenzte Nutzleistung des Gasturbinensatzes auf derzeit ca.  $400 \text{ MW}_{el}$  erklärt. Erhöhte Eintrittstemperaturen an den Turbinenschaufeln sind nötig für einen höheren *Carnot*-Wirkungsgrad. Dies führt aber zu einer Schädigung der Schaufeloberfläche durch Korrosion, so dass ein Schaufeltausch nach mehreren Tausend Betriebsstunden nötig ist, vor allem nach häufigen **Schnellstarts** aus dem kalten Zustand! Im Vergleich dazu benötigen Dampfkraftwerke mindestens 6 h aus dem bereits vorgewärmten Zustand bzw. bis zu ca. 2 Tagen, um aus dem kalten Zustand auf die volle Leistung am Netz zu fahren. Der Vorteil der **Schnellstarts**, bei denen je nach Auslegung in ca. 5 ... 10 min Gasturbinen aus dem kalten Stillstand mit voller Leistung am Netz in Betrieb sein können, findet Verwendung bei der Tertiärregelung zur Stabilisierung des Netzes bei rasch zunehmender elektrischer Belastung. Um die Heißgas-Eintrittstemperatur auf etwa  $1500 \text{ }^\circ\text{C}$  bei ausreichend großer Schaufel-Verwendungszeit („Standzeit“) anheben zu können, wurde für die Turbinenschaufelung eine spezielle Laufschaufelkühlung entwickelt. Die Oberflächentemperaturgrenze der Turbinenschaufeln beträgt für spezielle Ni-Super-Legierungen mit Keramikbeschichtung „nur“  $950 \text{ }^\circ\text{C}$ . Mit einer zusätzlichen Luftfilmkühlung wird „Kühlluft“, die mit ca.  $400 \text{ }^\circ\text{C}$  deutlich kühler als die o. g. Temperaturgrenze  $950 \text{ }^\circ\text{C}$  ist, aus vielen kleinen Öffnungen an der Schaufelvorderkante um das Schaufelprofil herum

„gespült“ und hindert so den direkten Kontakt des ca. 1500 °C heißen Gases mit der Schaufeloberfläche. Tatsächlich sind mittlerweile ca. 75 % der angesaugten Luft aus dem Verdichter für diese ständige Filmkühlung nötig und nur 25 % für die Verbrennung!

Verbesserter  
SchaufeltypÄlterer  
Schaufeltyp

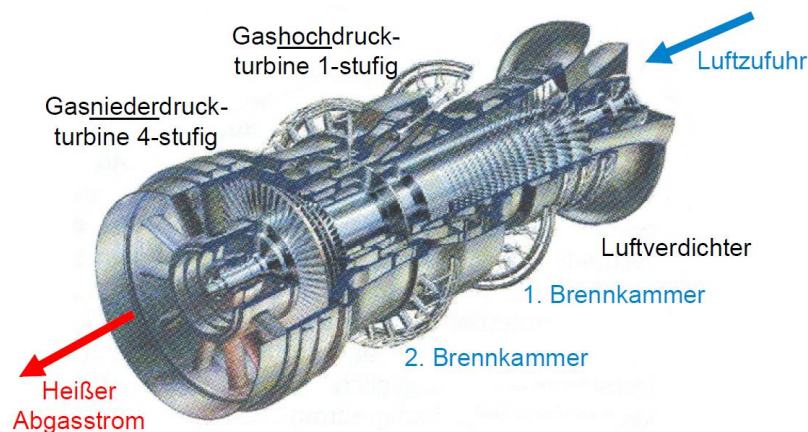
### a) Turbinen-Laufschaufelreihen

b)

**Bild P3.5.1-3:** a) Turbinen-Laufschaufelreihen für Eintrittstemperaturen des heißen Rauchgases bis 1500 °C, b) Hohle Turbinen-Laufschaukeln mit Kühlluft-Austrittsöffnungen und Schaufelfüßen in „Tannenbaum“-Form als mechanisch hochwertige Schaufelbefestigung im Rotor hohe Fliehkräfte mit spezifischen Fliehbeschleunigungen bis  $a/g = 10000$  (Quelle: Siemens AG, Berlin)

### P3.5.2 Gasturbine – Bauweisen

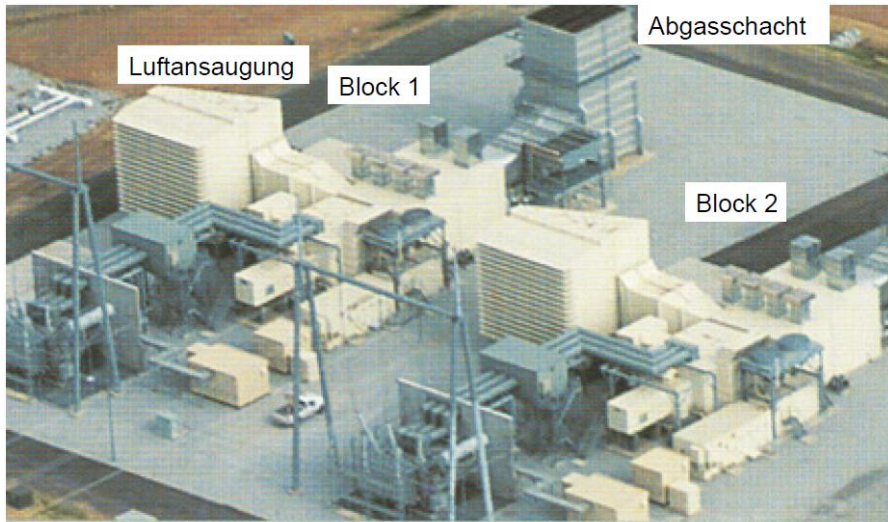
Bei den Bauweisen unterscheidet man die **Ein- und Mehrwellenanlagen**. Bei den Einwellenanlagen sind Turbine und Verdichter und E-Generator durch eine Welle verbunden (Bild P3.5.1-2). Bei den Mehrwellenanlagen, die bei kleineren Leistungen bis ca. 100 MW verwendet werden, sind zur besseren Anpassung der Drehzahl des Verdichters an seine Leistungsanforderung (höhere Drehzahl = kleinerer Verdichter) Turbine und Verdichter über ein hochsetzendes Getriebe getrennt. Weiter unterscheidet man Einfach- und Doppel-Brennkammersysteme. Es werden Ringbrennkammern und ringartig angeordnete Einzelbrennkammern verwendet. Bei der **Einfach-Brennkammer** wird der Brennstoff in einer Brennkammer (z. B. einer Ringbrennkammer) zu Rauchgas verbrannt, beim **Doppel-Brennkammer-System** in zwei Brennkammern. Fallweise wird zur Erhöhung des Wirkungsgrads die Turbine in zwei Teilturbinen mit je einer Brennkammer getrennt (Bild P3.5.2-1). Beide Turbinen können so auch mit unterschiedlichen Drehzahlen drehen, was dann allerdings ein Getriebe zwischen ihnen erforderlich macht!



**Bild P3.5.2-1:** Zwei Gas-Teilturbinen auf einer Welle mit Ringbrennkammern und Luftverdichter (Turbinentyp GT26 des Herstellers Fa. Alstom, entwickelt vormalig durch Fa. ABB) (Quelle: BWK 63/ 2011, no. 6).

Gasturbinenkraftwerke haben große Luftansaugflächen mit Filter und einen großen Abgasschacht. In Bild P3.5.2-2 sind zwei identisch ausgeführte Blöcke zu sehen, die vorne

jeweils mit einem Blocktransformator und mit je einer gekapselten, mit SF<sub>6</sub>-Isoliergas gefüllten Schaltanlage die el. Energie auf die Drehstrom-Freileitung führen. Solche Kraftwerke sind in Deutschland gleichmäßig verteilt angeordnet, um kurzzeitige Reserveleistung nahe zur Verfügung zu haben (Bild P3.5.2-3).



Transformator & gekapselte SF<sub>6</sub>-Schaltanlage

Bild P3.5.2-2: Gasturbinenkraftwerk *Cass County, Nebraska, USA*, 2 Einheiten zu je 200 MW<sub>el</sub> (Quelle: *Siemens AG*).

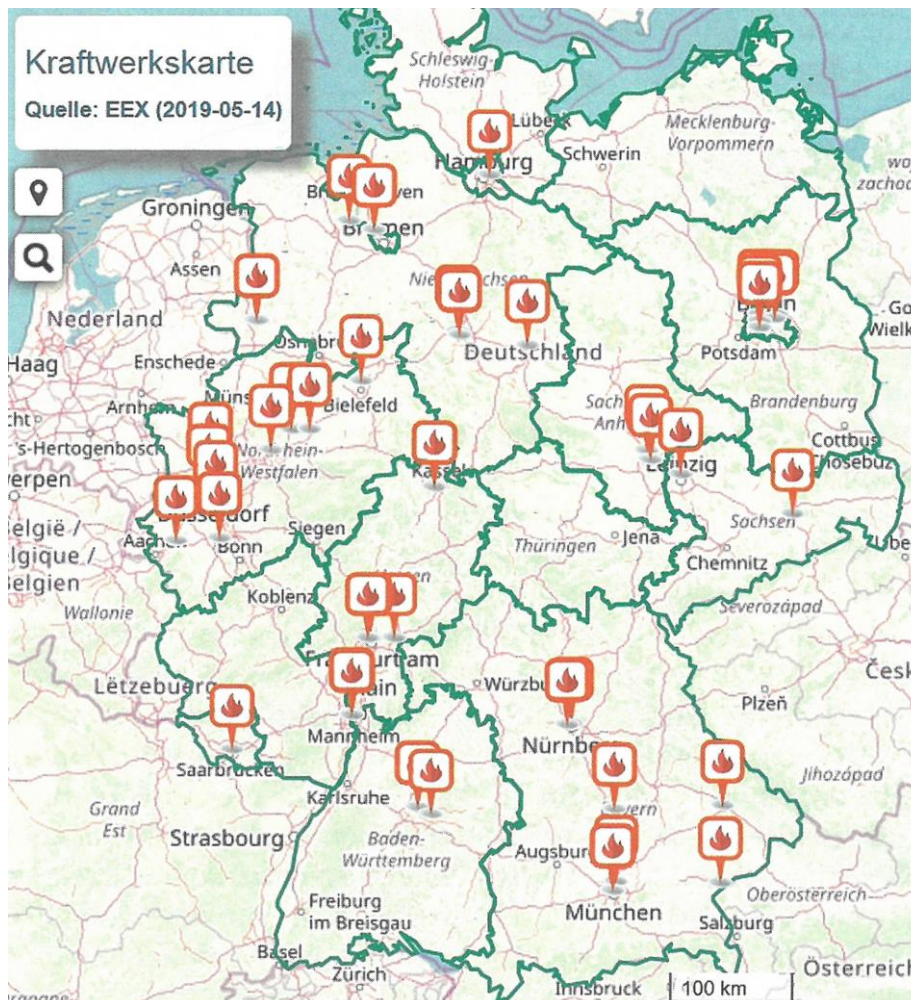


Bild P3.5.2-3: *Deutschland*-Ansicht alle Gaskraftwerkstandorte, die bei der *Leipziger Strombörse EEX* gelistet sind (Quelle: *Quelle: BWK 71/ 2019, no. 6*).

### P3.5.3 Kombiniertes Gas- und Dampfkraftwerk

Die große Wärmemenge im Abgasstrom kann zur Wasserdampferzeugung in einem Abhitzeessel genutzt werden, so dass eine Erhöhung der Ausnutzung des Brennstoffs (z. B. Erdgas) erfolgt. Dieser Wasserdampf wird in einer nachgeschalteten kleineren Dampfturbine entspannt, die

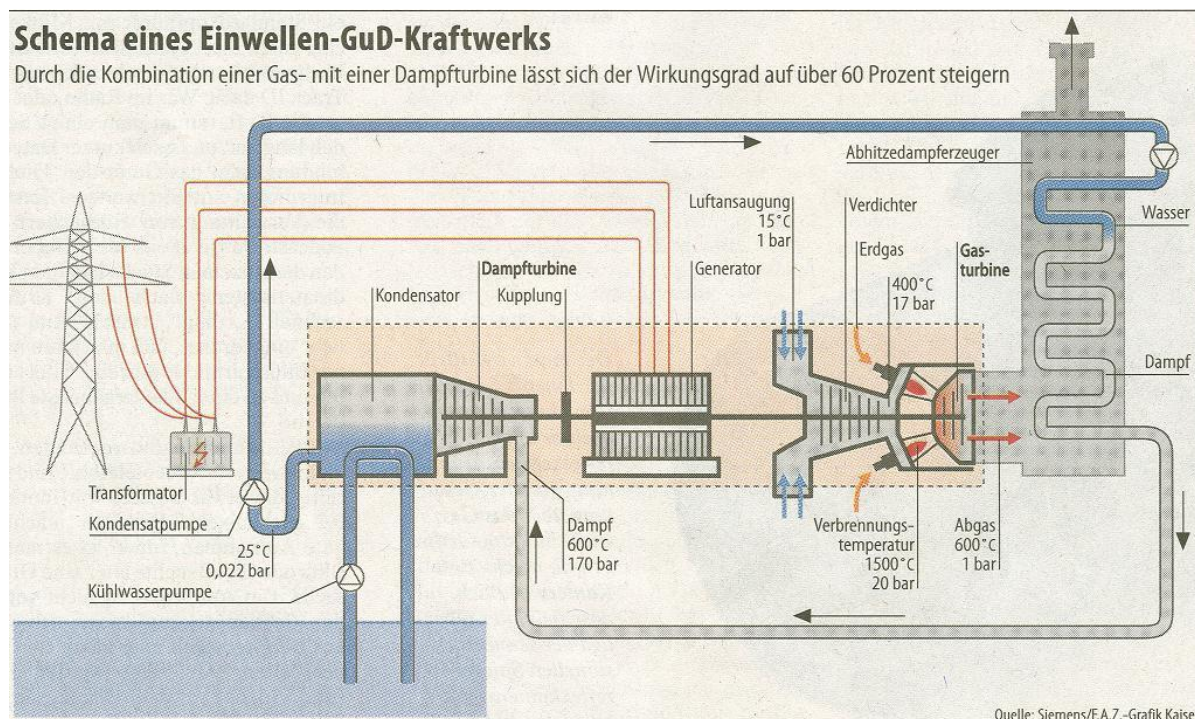
- entweder einen eigenen E-Generator antreibt (Zweiwellen-Anordnung) oder
- direkt auf der Welle mit Gasturbine, Verdichter und E-Generator angeordnet ist (Einwellen-Anordnung mit Drehmomentaddition).

Der elektrische Wirkungsgrad dieses kombinierten Gas- und Dampfkraftwerks (GuD-Kraftwerk, „combined cycle“-power plant, Bild P3.5.3-2) steigt von ca. 40 % für das Gaskraftwerk auf über 60 % im Bestpunkt für das GuD-Kraftwerk. Bei einer zusätzlichen Wärmeauskopplung, z. B. als Fernwärme, sind für das GuD-Kraftwerk thermische Anlagen-Wirkungsgrade über 80 % möglich.

**Beispiel P3.5.3-1:** GuD-Kraftwerke mit elektrischen „Rekord“-Wirkungsgraden:

1) Kraftwerk *Irsching/Bayern*: Einwellen-Anordnung: 578 MW<sub>el</sub>,  $\eta = 60.75\%$ . Regelleistung wird von 0 auf 500 MW in 30 min. bereitgestellt! Dies ist länger als für den reinen Gasbetrieb wegen der thermisch bedingten Vorlaufzeit für die Wasserdampferzeugung (Bild P3.5.3-1).

2) Kraftwerk *Lausward /Düsseldorf*: 578 MW<sub>el</sub>,  $\eta = 61.5\%$ . Mit Fernwärmeauskopplung wird ein Brennstoffnutzungsgrad von ca. 85 % erreicht.



**Bild P3.5.3-1:** Schema des GuD-Kraftwerks *Irsching* (2011): Links der el. Ausgang über den Transformator und die (nicht dargestellte) Schaltanlage zum Drehstromnetz, mittig die Einwellen-Anlage und rechts der Abhitze-Kessel und der Abgasschlot (Quelle: Siemens AG, Berlin).

**Beispiel P3.5.3-2:**

GuD-Kraftwerk *Irsching/Bayern*: Richtwerte und Abschätzungen:

a) Gasturbine 375 MW (Bild P3.5.3-4): El. Gesamtwirkungsgrad: 40 %. Abwärmeleistung: 60% (= 565 MW).

Erforderliche therm. Leistung (Nutzung des Brennstoffbrennwerts):  $375 + 565 = 940$  MW.

b) Abhitzeessel (als Wärmetauscher) mit Rauchgasein-/austrittstemperatur:

600 °C / 80 °C (873 K / 353 K).



Nach Abzug aller Verluste in Verdichter, Turbine, Brenner, Wärmetauscher und Kraftwerkseigenbedarf von ca. 243 MW stehen 322 MW als nutzbare Abwärme für die Dampferzeugung zur Verfügung:  $(565 - 243) / 565 = 322 / 565 = 57.1 \%$ .

c) Dampfturbine: Wasserdampf Temperatur am Ein-/Austritt: 600 °C/25 °C:

$(T_{zu,D} / T_{ab,D} = 873 \text{ K} / 298 \text{ K})$ :  $\eta_{DT} = 1 - (T_{ab,D} / T_{zu,D}) = 1 - (298/873) = 65.9 \%$ .

Max. erreichbare el. Leistung aus der Abgaswärme:  $565 \cdot 0.571 \cdot 0.659 = 212 \text{ MW}_{el}$ .

d) Elektrische Gesamtleistung:  $375 + 212 = 587 \text{ MW}$ , el. Wirkungsgrad:  $587 / 940 = 62.5 \%$ . Gemessen wurde im Bestpunkt ein el. Wirkungsgrad 60.75 %.

Ein Beispiel eines kleineren GuD-Kraftwerks für die industrielle Nutzung von Prozessdampf zeigt Bild P3.5.3-3 mit einem el. Wirkungsgrad 44 % und einem therm. Anlagenwirkungsgrad 65 %. Im GuD-Kraftwerk *Mittelsbüren bei Bremen (Gemeinschafts-Kraftwerk Bremen GmbH & Co. KG, 2016)* sind 445 MW<sub>el</sub> mit einem el. Wirkungsgrad von 58.3 % installiert (Bild P3.5.3-5) Es entstehen nur 360g CO<sub>2</sub> je erzeugter kWh<sub>el</sub>. Anteilig werden 165 MW<sub>el</sub> über Frequenzumrichter von 50 Hz auf 16.7 Hz für das DB-Netz gewandelt.



Bild P3.5.3-2: GuD (Gas und Dampf)-Kraftwerk *Tapada do Outeiro, Portugal*, Einwellenanordnung, drei Blöcke zu je 333 MW = 1000 MW<sub>el</sub> mit den drei Abgassloten und der luftisolierten Freiluft-Schaltanlage im Vordergrund (Quelle: Siemens AG).

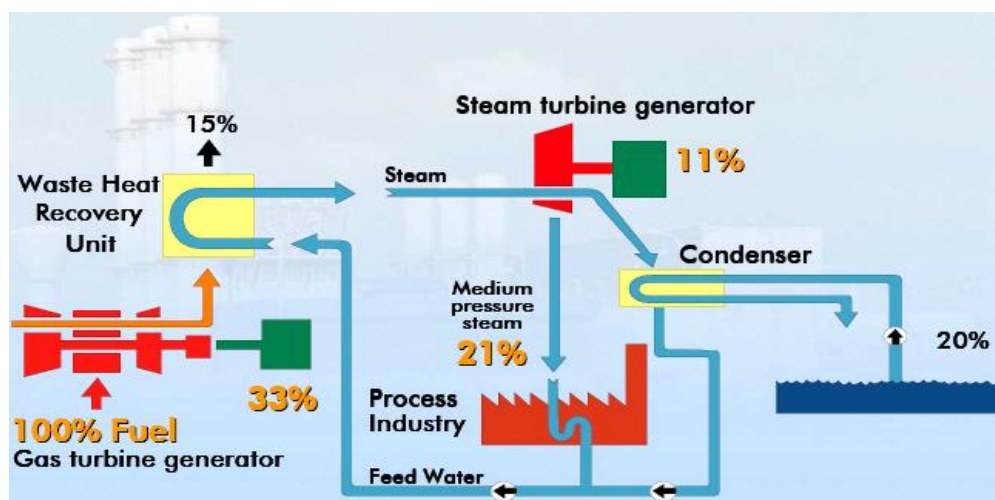


Bild P3.5.3-3: Industrie-GuD-Kraftwerk mit Nutzung der Restwärme als Prozessdampf (z. B. für die Papiererzeugung), Zweiwellen-Anordnung, elektrischer Wirkungsgrad:  $33 + 11 = 44 \%$ , thermischer Wirkungsgrad:  $44 + 21 = 65 \%$  (Quelle: Alstom Power).

Die Weiterentwicklung der Gasturbinen für GuD-Kraftwerke zeigt Trends am Beispiel der Siemens-Gasturbinenentwicklung in Berlin, Stand 2020. Es wurde eine Gasturbine mit

maximaler elektrischer Leistung im GuD-Betrieb 593 MW entwickelt für einen el. GuD-Wirkungsgrad 63 % ... 65 %. Die Wirkungsgradsteigerung wurde durch eine Erhöhung der Eintrittstemperatur auf 1600 °C erreicht. Dafür war eine Beschichtung der Turbinenschaufeln mit einem keramischen Multilayer-Coating erforderlich. Die 25 „advanced can-annular combustion“ (ACE)-Gaseinzelbrennkammern können neben Erdgas bis zu 30 Volumsprozent **Wasserstoff** verbrennen, der z. B. aus regenerativ erzeugtem Strom über Wasserelektrolyse hergestellt wurde und dem Erdgas beigemischt ist. Der Verdichterwirkungsgrad wurde dank einer numerisch strömungstechnisch verbesserten Form der Verdichterschaufeln (Bild P3.5.3-4b) erhöht. Das Prinzip der erforderlichen Schaufelverwindung, Bild P3.5.3-4b, wurde bereits anhand des Windturbinerotors, Bild P3.3.3-4, erklärt. Ein rascher Leistungsaufbau beim Einschalten von bis zu 85 MW/min ist im „Solobetrieb“ (= ohne Dampfturbine) möglich (Quelle: *BWK 70* (2018) no. 1/2).

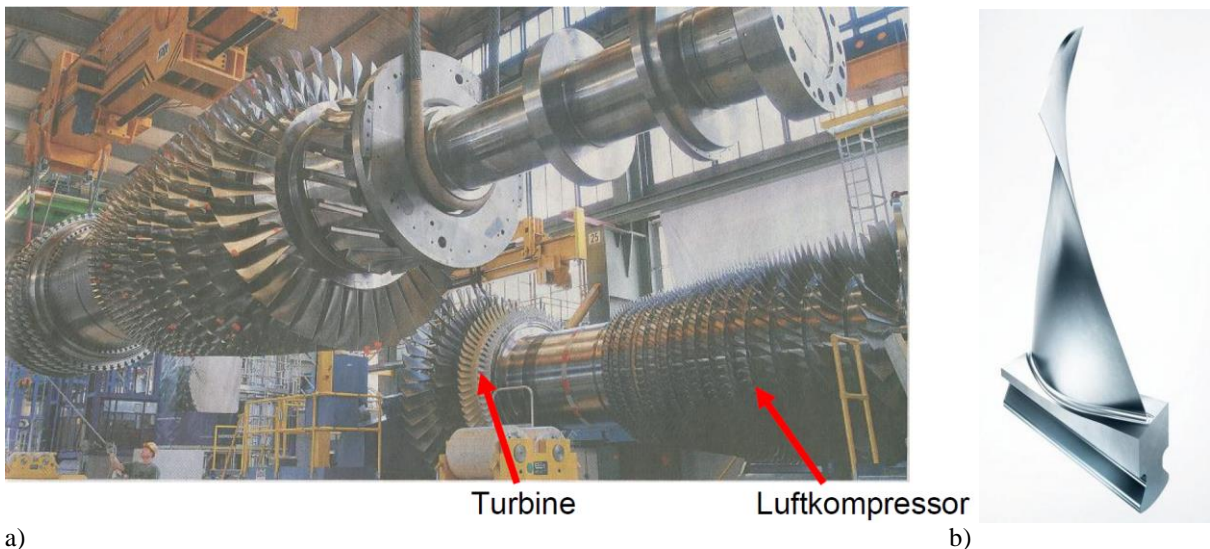


Bild P3.5.3-4: a) Fertigung der beiden 375-MW-Gasturbinenrotoren für GuD-Kraftwerk *Irsching* im *Siemens-Werk Huttenstraße, Berlin*, mit vielstufigem Luftkompressor vorne und Turbinenrotor hinten (Länge 13 m, Außendurchmesser 5 m). Beim linken Rotor fehlen noch die Turbinenschaufeln, b) Verwundene Verdichterschaufel der neuen Gasturbinen-Reihe (Quelle: *Siemens AG*).

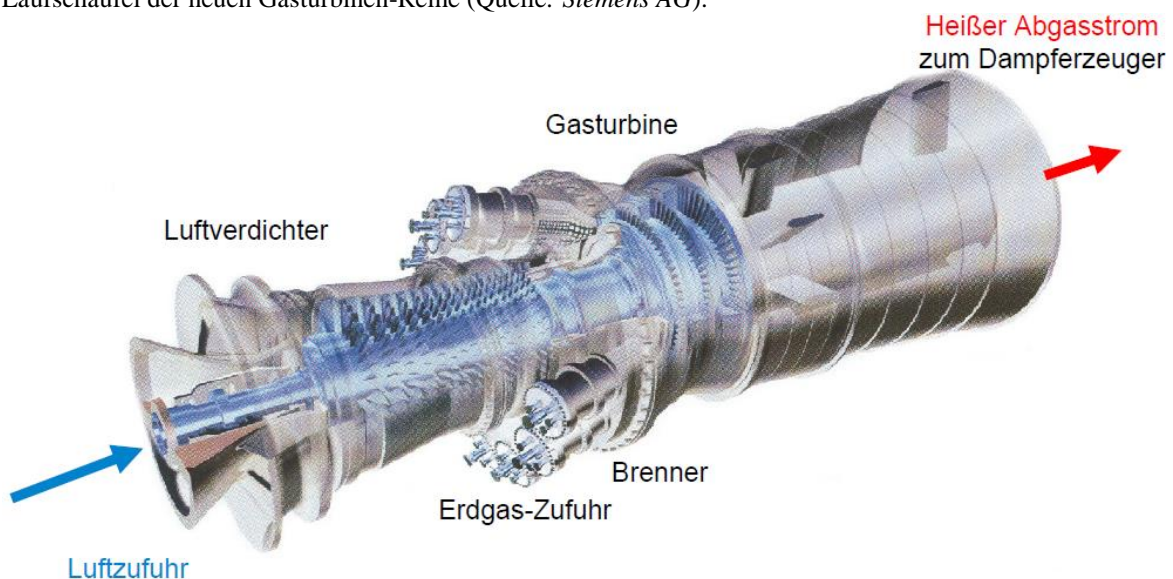


Bild P3.5.3-5: Gasturbinen-Verdichter-Satz im GuD-Kraftwerk *Mittelsbüren* mit Einzelbrennkammern (Hersteller: *General Electric, USA*) (Quelle: *BWK 63/ 2011, no. 6*).

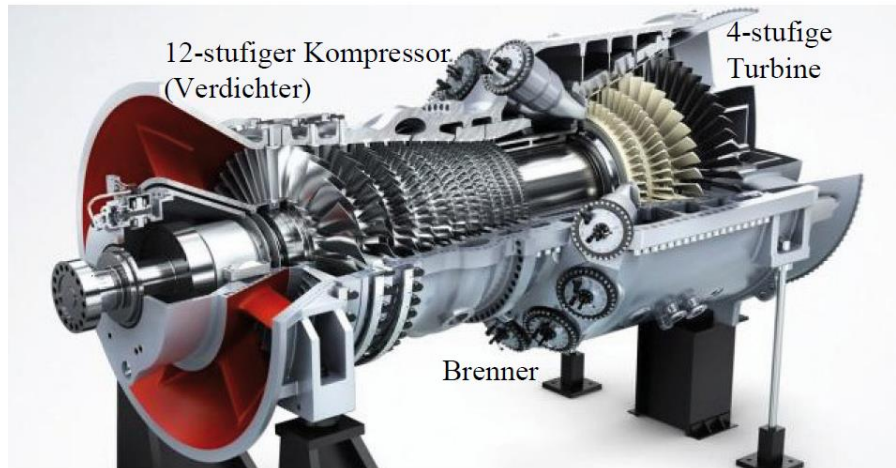


Bild P3.5.3-6: Modell eines Gasturbinen-Verdichter-Satzes der Fa. *Siemens AG* mit Einzelbrennkammern (Quelle: *BWK 70/ 2018*, no. 1/2).