

Energietechnik



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Kapitel V Elektrische Energieversorgung

Technische Universität Darmstadt
Institut für Elektrische Energiewandlung

Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Andreas Binder





E Einleitung

G Grundlagen **Wird vorausgesetzt**

R Ressourcen und Energieströme

B Bedarf und Wachstum

P Prozesse

T Transformatoren und Generatoren

V Elektrische Energieversorgung

S Speicher **Ergänzung**



V Elektrische Energieversorgung

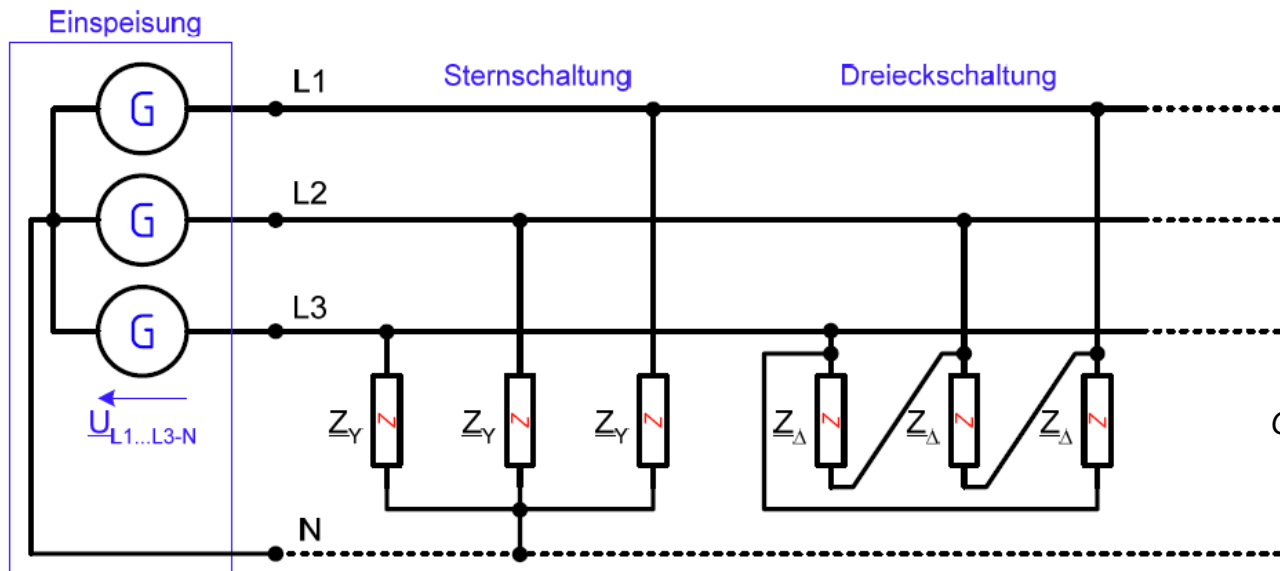
Übersicht

1. Grundsätzliches zum Drehstromnetz
2. Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung
3. Leitungsgleichungen
4. Freileitungen und Kabel
5. Personenschutz und Netzformen

V1 Grundsätzliches zum Drehstromnetz

Das symmetrische Drehstromnetz

- Symmetrische **Einspeisung** (Dreh-Spannungssystem) aus symmetrischen Generatoren
- Symmetrisch aufgebaute **Drehstrombetriebsmittel**
- Die **Belastung** ist weitgehend symmetrisch durch Drehstromverbraucher:
 - z. B.: Drehstrommotoren, Öfen, Stromrichter, ...
 - oder
 - symmetrierte Verteilung von einphasigen Wechselspannungsverbrauchern auf die drei Außenleiter L1, L2, L3
 - z. B.: Symmetrierte Beleuchtungsanlagen (Leuchtstoffröhren), Haushaltsanschlüsse, ...

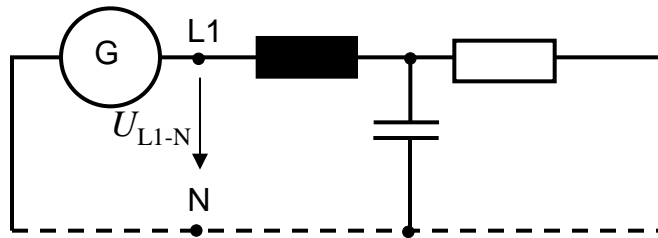


V1 Grundsätzliches zum Drehstromnetz

Berechnungen im symmetrischen Drehstromnetz

- **Symmetrische Dreileiteranordnung:** Einphasige Berechnung möglich durch Netzumwandeln
- Stromloser Neutralleiter als fiktiver Rückleiter
- Rechnung mit Phasenspannungen / Phasenströmen
- Dreieckschaltungen auf äquivalente Sternschaltung durch D-Y-Transformation umwandeln

▪ Beispiel:



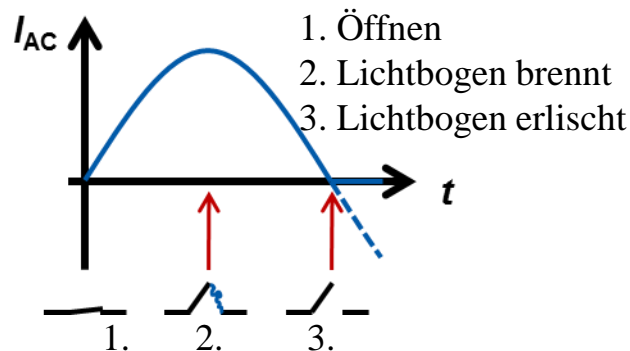
V1 Grundsätzliches zum Drehstromnetz

Vorteile der Drehstromtechnik (1)

- **Spannungstransformation** über mehrschenklige Transformatoren zur Verringerung der Übertragungsverluste auf ca. 5% der übertragenen Leistung
- **Galvanische Netztrennung** durch die potential-trennenden Transformatoren zur Begrenzung von Störströmen
- Wahl der Frequenz 50 Hz, 60 Hz als „mittlere Frequenz“ für
 - a) **Obergrenze:** Nicht zu schnell drehende E-Maschinen (Fliehkraft!, $n_{\max} = 3000/3600/\text{min}$)
 - b) **Untergrenze:** Nicht zu große Transformatoren (Eisenvolumen prop. zu A_k)

$$\hat{U}_h = N_1 \cdot 2\pi \cdot f \cdot A_k \cdot B_{Fe} \Rightarrow f \downarrow \Rightarrow A_k \uparrow (B_{Fe} \approx 1.8 \text{ T}) \quad A_k: \text{Eisenkern-Querschnittsfläche}$$

- **Schaltertechnik:** Vereinfachte Lichtbogenlöschung durch natürliche Stromnulldurchgänge



Quelle: V. Hinrichsen

V1 Grundsätzliches zum Drehstromnetz

Vorteile der Drehstromtechnik (2)



- Drehfeldprinzip für robuste Drehstrom-Asynchron- u. Synchronmotoren
- Umwandlung elektr. / mechan. Energie = DS-Generatoren mit ind./kap. Blindleistung
- $I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = 0 \Rightarrow$ Leitermaterialersparnis, da kein Neutralleiter notwendig
- Symmetrisches Drehstromsystem: Zeitlich konstante Drehstromleistung P
- Bei Unterbrechung eines Leiters können die beiden verbleibenden Leiter weiterhin betrieben werden („einphasiger“ Betrieb) \rightarrow Verbesserung der Netzstabilität



V1 Grundsätzliches zum Drehstromnetz

El. Energieübertragung meist mit Drehstrom



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- **Von Anfang an: Verbrauchsnahe Drehstrom-Erzeugung**
 - Kraftwerke in Großverbrauchernähe
 - Primärenergietransport für weite Strecken (z. B. Steinkohle aus *S-Afrika*) wirtschaftlicher als E-Leitung
 - Relativ kurze E-Leitungen \Leftrightarrow kein Problem durch die stehenden el.-magn. Wellen
 - Regionale Netz-Teilsysteme
- **Bisher: Lastführung des elektrischen DS-Versorgungssystems**
 - Lastausgleich fast ausschließlich auf der Erzeugungsseite = Erzeugung folgt der Verbraucher-Last durch Nachführen der Kraftwerksleistung
 - Energiespeicherung bevorzugt auf Primärenergieseite (in begrenztem Umfang z. B. Erdgasspeicher)



V Elektrische Energieversorgung

Übersicht



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1. Grundsätzliches zum Drehstromnetz
2. Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung
3. Leitungsgleichungen
4. Freileitungen und Kabel
5. Personenschutz und Netzformen



V2 Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung

Übersicht

1. Drehstromnetz
2. Spannungsebenen
3. Netztopologien
4. Verbundnetz

V2.1 Drehstromnetz

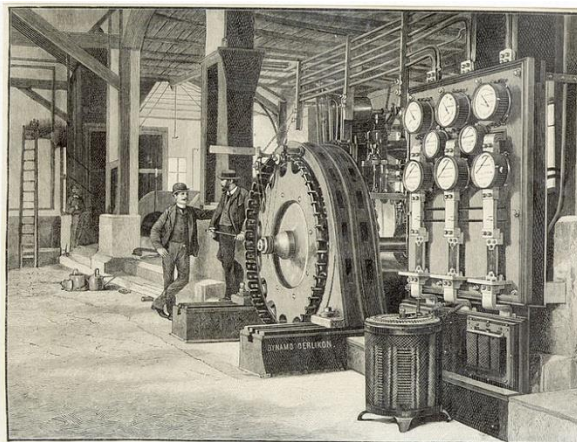
Entwicklung der Übertragungsnetze

1891: Erste Drehstromübertragung *Lauffen-Frankfurt/Main*
Anlass: Int. Elektrotechnische Ausstellung in *Frankfurt/M.*

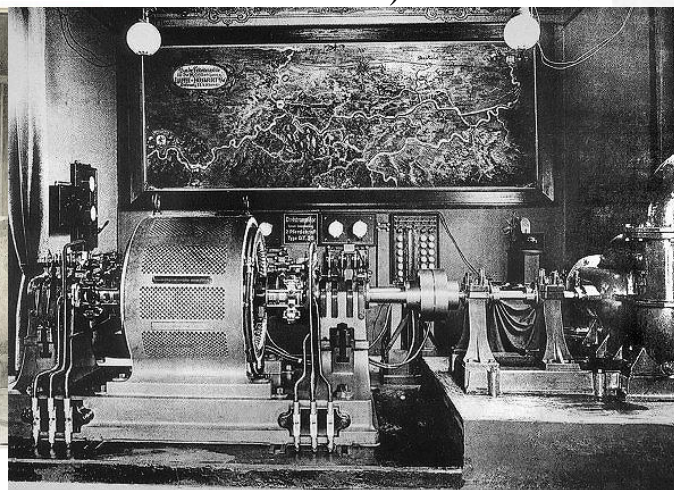
- Wasserkraftwerk $P_N = 210 \text{ kW}$ in *Lauffen/Neckar*
- $f_N = 40 \text{ Hz}$, $U_N = 15 \text{ kV}$ (effektiv)
- Übertragungslänge 175 km , Übertragungsverluste $\sim 25\% \text{ *)}$
- *Oskar v. Miller, Ch. Brown, M. v. Dolivo-Dobrowolsky*

*) heute ca. 5%

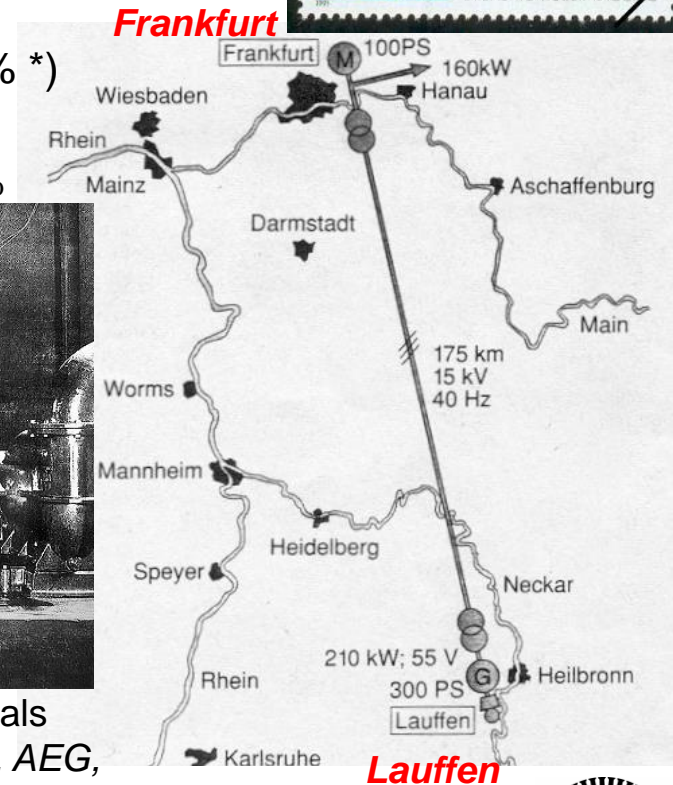
Quelle:
www.wikipedia.de



Klauenpol-Synchrongenerator
Kraftwerk *Lauffen*,
Bauart *Fa. Oerlikon, Charles Brown*



Schleifringläufer-Asynchronmotor als
Pumpenantrieb für Wasserfall, *Fa. AEG,*
M. v. Dolivo-Dobrowolsky



V2.1 Drehstromnetz

Netz-Frequenzregelung $f = \text{konst.}$

- Konstant geregelte Frequenz f als systemweite Führungsgröße durch Wirkleistungsbalance.
- „Angebot = Nachfrage“ über Kraftwerks-Turbinenregelung der Wirkleistung P .

Turbinen-Drehmoment

$$\text{EZS: } J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = -M_e + M = 0 \quad (\Omega_m = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot \frac{f}{p} = \text{konst.})$$

$$P = 3U_s I_s \cos \varphi = M_e \cdot \Omega_m = M \cdot \Omega_m$$

$$M_e > M: \Omega_m \downarrow \quad f \downarrow$$

$$M_e < M: \Omega_m \uparrow \quad f \uparrow$$

- Drehzahl/Frequenz folgt verzögert der Moment-Änderung: $\Omega_m = \int \frac{-M_e + M}{J} \cdot dt + \Omega_{m0}$
 „Rotorträgheit“ J hilft zur Frequenzstabilisierung
 (= gespeicherte kinetische Energie der rotierenden Massen ist „Momentanreserve“)

V2.1 Drehstromnetz

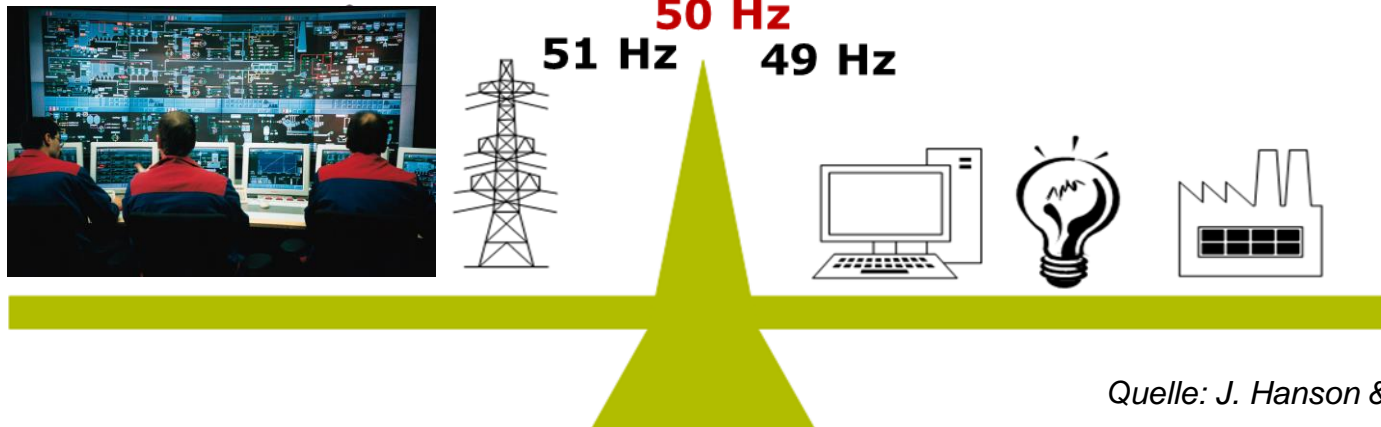
Netz-Frequenzregelung

- „Stromwaage“: El. Verbrauch (Netzlast P) zu groß / zu klein
⇒ Netzfrequenz f sinkt / steigt ohne Wirkleistungsregelung!

„Stromwaage“ = Wirkleistungsbalance

El. Energieerzeugung

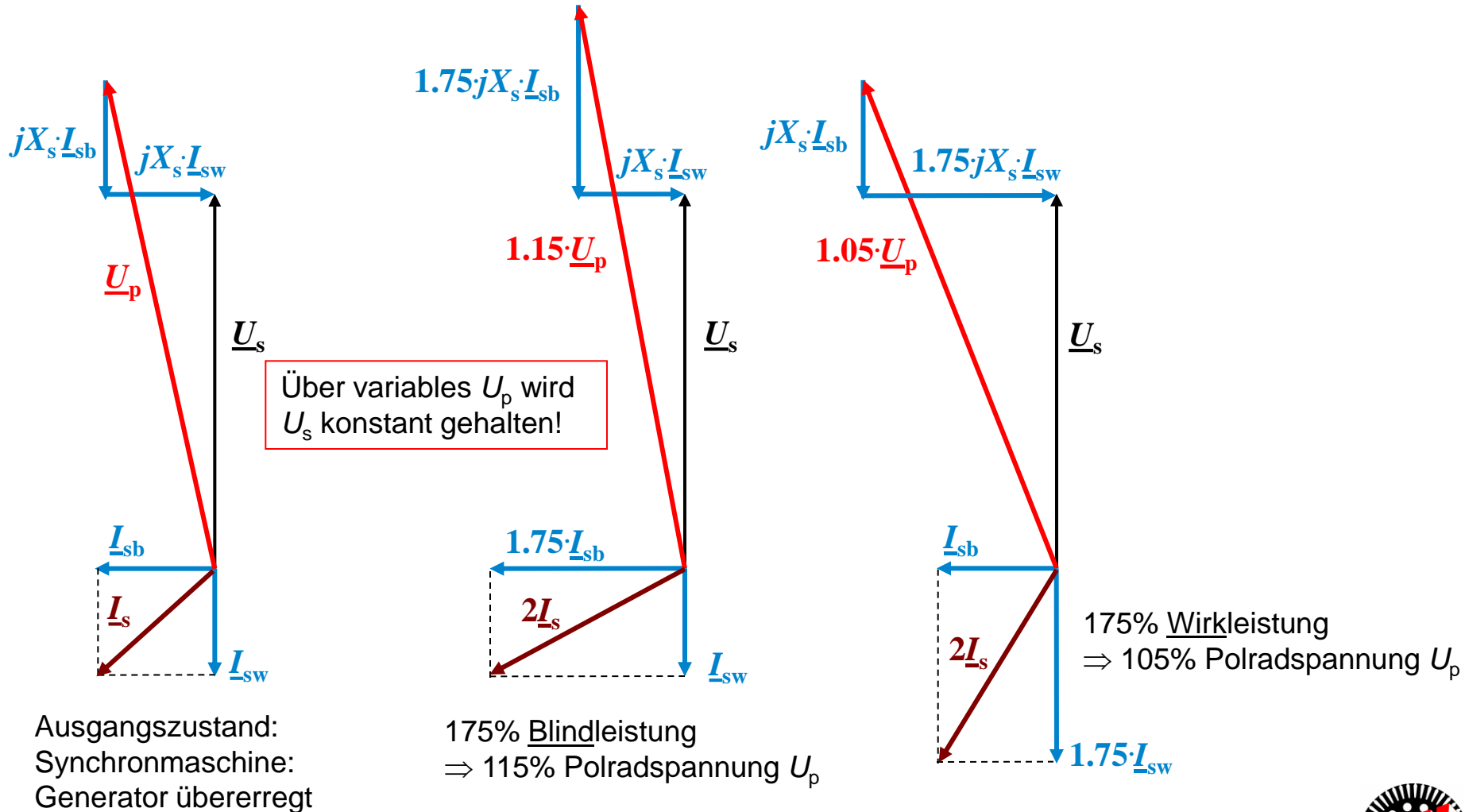
El. Energieverbrauch



Quelle: J. Hanson & Wikipedia.de

V2.1 Drehstromnetz

Netz-Spannungsregelung $U_s = \text{konst. (1)}$



V2.1 Drehstromnetz

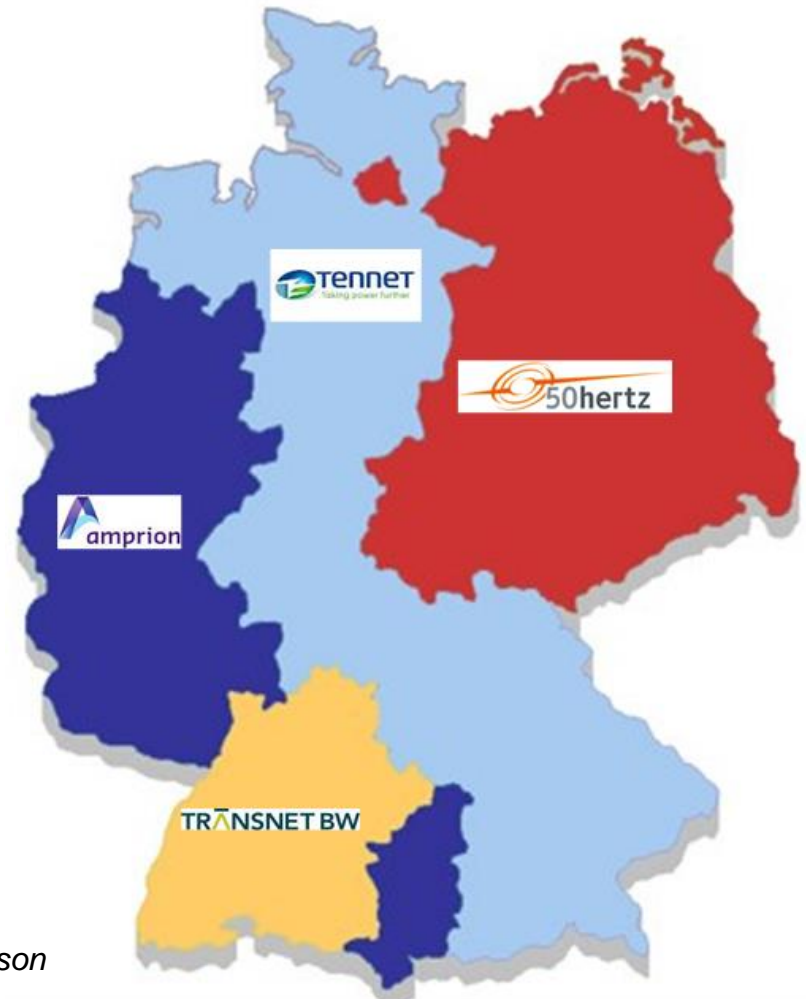
Netz-Spannungsregelung $U_s = \text{konst. (2)}$

- **Konstante Spannung U_s** über Änderung von U_p und damit über den Erregerstrom I_f in der Erregerwicklung der Synchron-Generatoren.
 - Vor allem bei Blindleistungsänderung muss eine große Änderung von U_p die konstante Generatorspannung sicherstellen!
- Blindleistungsregelung zur Spannungskonstanthaltung!
 - Wirkleistungsregelung zur Frequenzkonstanthaltung!

V2.1 Drehstromnetz

Netzregelverbund in *Deutschland*

- **Netzregelverbund (D):** Vier Regelzonen:
 - Amprion, - Tennet, - 50hertz, - Transnet BW ;
- **Regelzone:** Ein Übertragungsnetz-Betreiber hat Verantwortung für das P -Gleichgewicht im Übertragungsnetz 220/380 kV
- **Beispiel:**
Amprion:
Leitstelle *Brauweiler*
für 65 GW, davon 22 GW regenerativ



Quelle: J. Hanson

V2.1 Drehstromnetz

Regelleistung in *Deutschland*



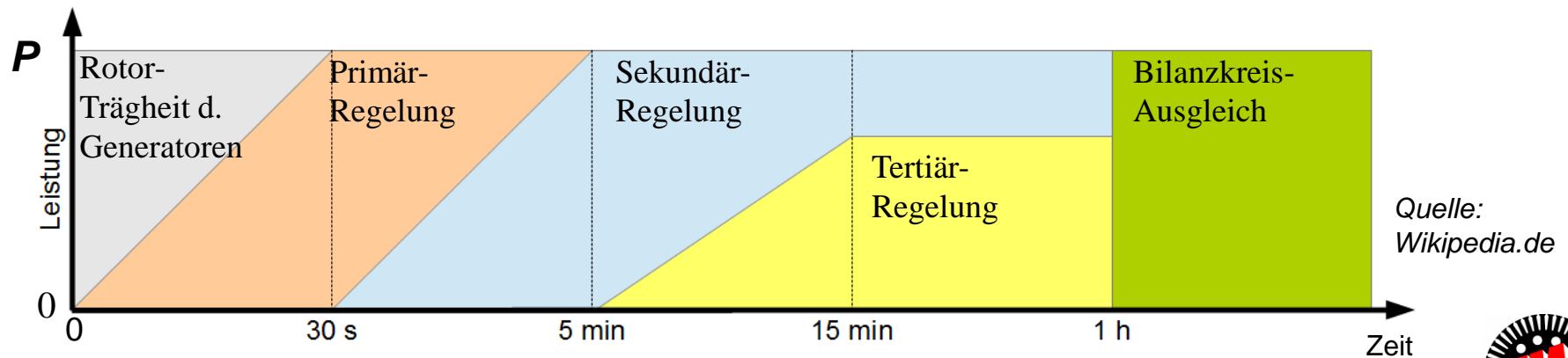
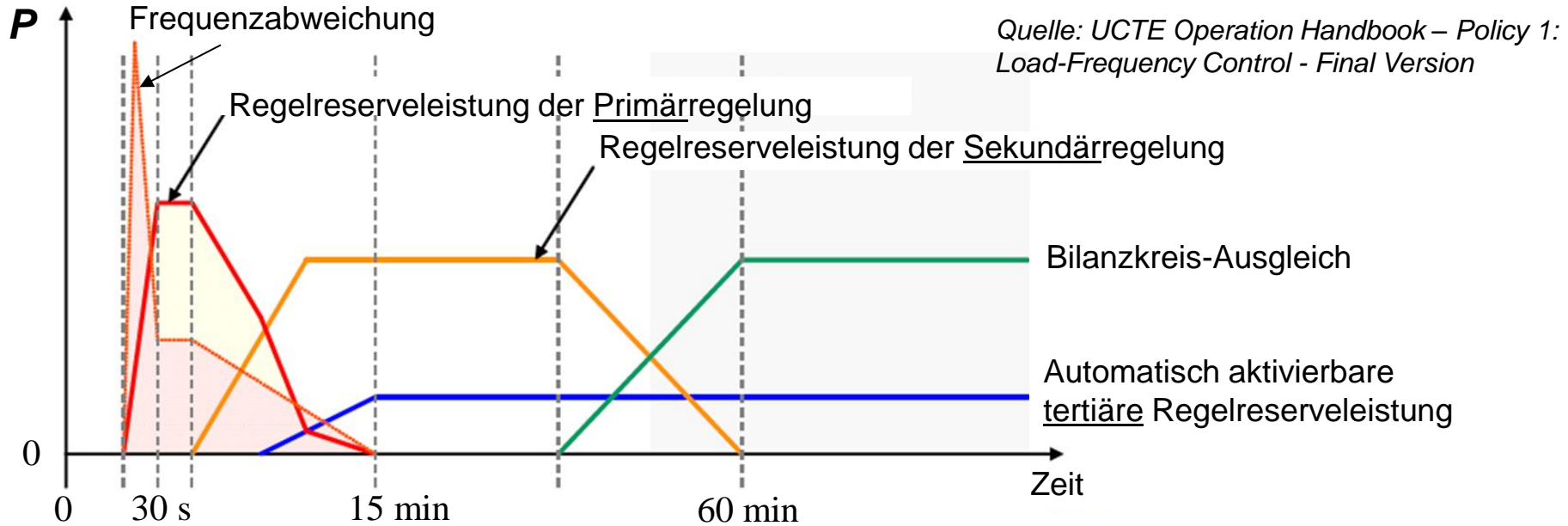
- **Regelleistung (D):** Vorhaltung von
 - (i) 7 GW **positiver Regelleistung** (= zusätzliche Leistung für den Engpassfall),
 - (ii) 5.5 GW **negativer Regelleistung**:
 - durch a) Senkung der Produktion,
 - b) künstliche Erhöhung des Verbrauchs (z. B. Pumpspeichern).
- Kosten für „Regelleistung“: Ca. 40 % des gesamten Übertragungsnetzentgelts.
- **50 Hz-Netz: Betrieb bis 49.8 Hz** möglich,
 - 1) darunter verzögerte Abschaltung von Verbrauchern,
 - 2) **unter 49 Hz**: unverzögerte Abschaltung,
 - 3) **unter 48 Hz**: alle Verbraucher abschalten,
 - 4) **unter 47.5 Hz**: Kraftwerksabschaltung.



V2.1 Drehstromnetz

Netzfrequenzregelung der UCTE

UCTE: Union for the Co-ordination of Transmission of Electricity



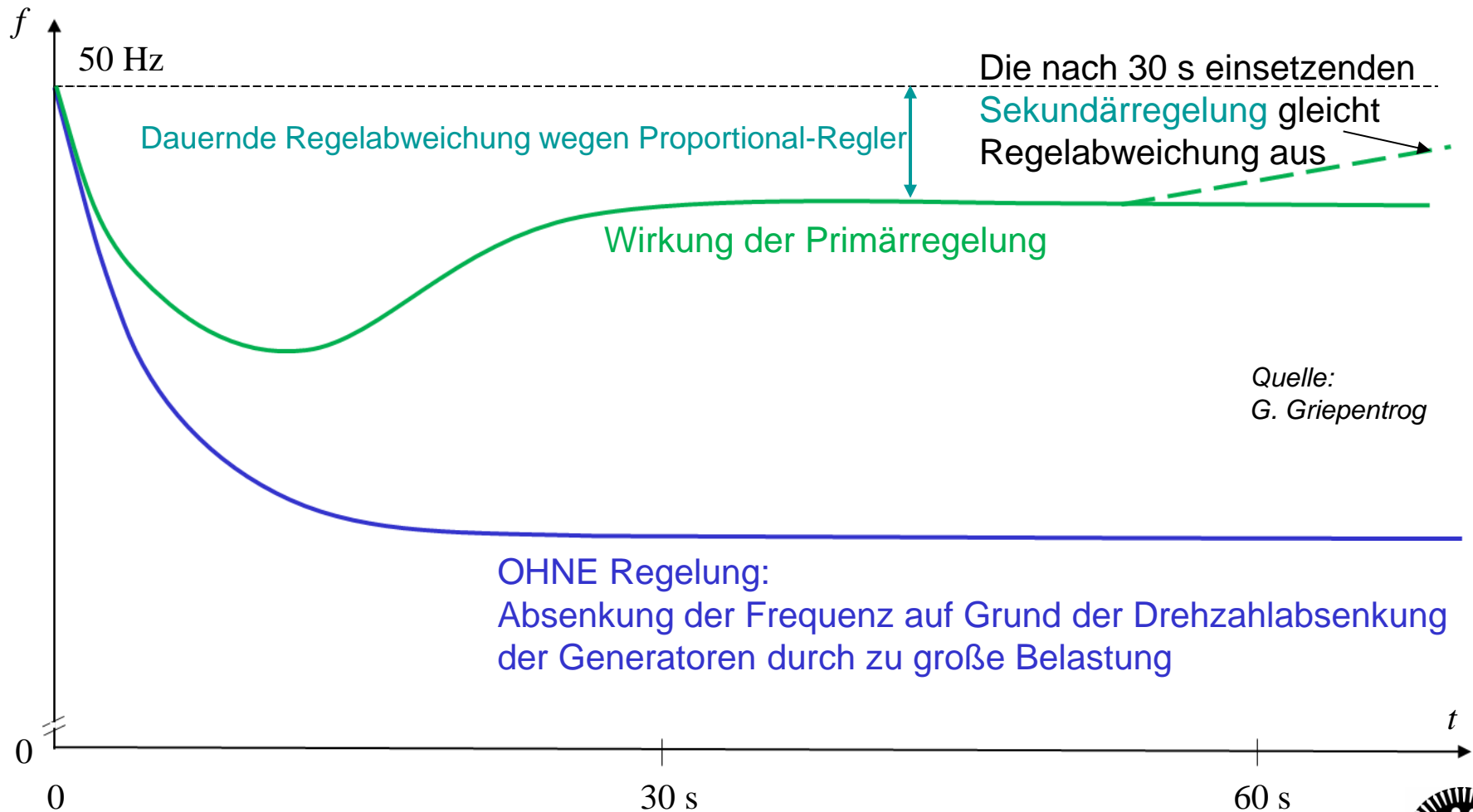
V2.1 Drehstromnetz

Drei Regelstufen für die Netzfrequenz

- **Primärregelung (Proportional-Regler):**
Wirkleistungsbalance erfolgt primär über die schnelle Drehzahlregelung (< 30 s) der Turbinen an den elektrischen Generatoren der beteiligten Kraftwerke (z. B.: CURTIS-Regelstufe in der Dampfturbine über Dampf-Vorhaltung).
- Wenn Frequenzabweichung $\Delta f < 10$ mHz \Rightarrow i. A. keine Aktivierung der Primärregelung \Rightarrow „Totband“: $50 \text{ Hz} \pm 10 \text{ mHz}$. Glättung der f -Schwankung durch Rotationsträgheit der Generatoren und Turbinen (= *Momentanreserve*)
- **Sekundärregelung (Proportional-Integral-Regler):**
(innerhalb 5 min. volle Reserveleistung abrufbar)
Erhaltung der Frequenzstabilität innerhalb einer Regelzone durch z. B. Pumpspeicher-Kraftwerke oder GuD- u. Steinkohlekraftwerke durch therm. Leistungserhöhung.
- **Tertiärregelung (Minutenreserve) (Proportional-Integral-Regler):**
(innerhalb 15 min. volle Reserveleistung abrufbar)
Dient der wirtschaftlichen Optimierung im Betrieb durch automatisches
 - a) Abrufen zusätzlicher Kraftwerksleistung (z. B. Gasturbinen-KW) ($P \uparrow$)
oder
 - b) „Herunterfahren“ von Kraftwerksblöcken, Pumpspeichern ($P \downarrow$)

V2.1 Drehstromnetz

Netzfrequenzänderung nach Netzlast-Erhöhung



Quelle:
G. Griepentrog

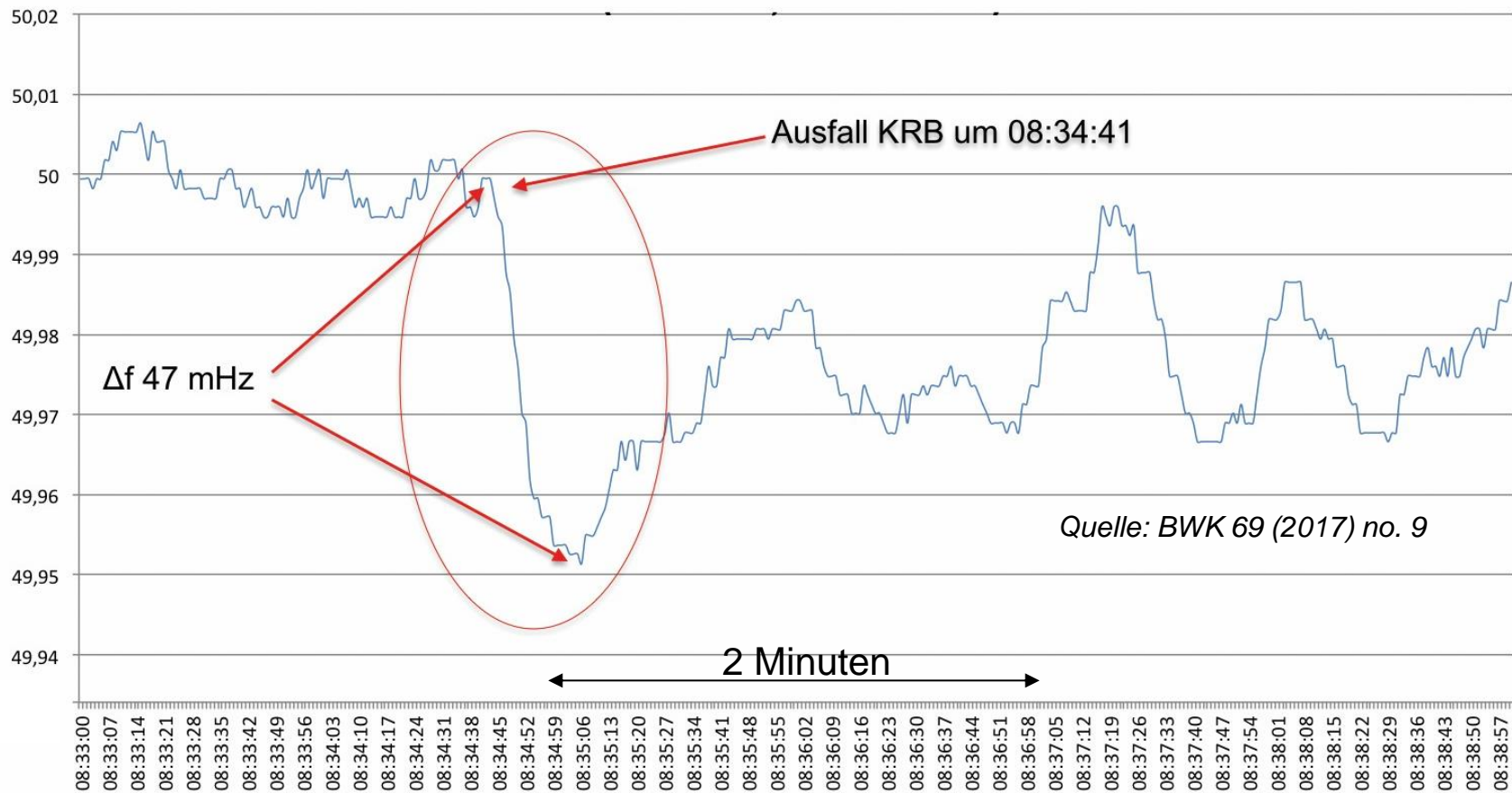


V2.1 Drehstromnetz

Beispiel: Netzfrequenzänderung nach Schnellabschaltung



Störung in der Druckluftversorgung \Rightarrow Reaktorschnellabschaltung \Rightarrow Ausfall des Kernkraftwerksblocks (KRB) Gundremmingen C, 25.3.2015 \Rightarrow Es fehlen plötzlich 1.29 GW \Rightarrow Ungewollte Frequenzabsenkung im Netz um 47 mHz mit -4.5 mHz/s \Rightarrow Netzregelung nötig!



V2.1 Drehstromnetz

Netzlast

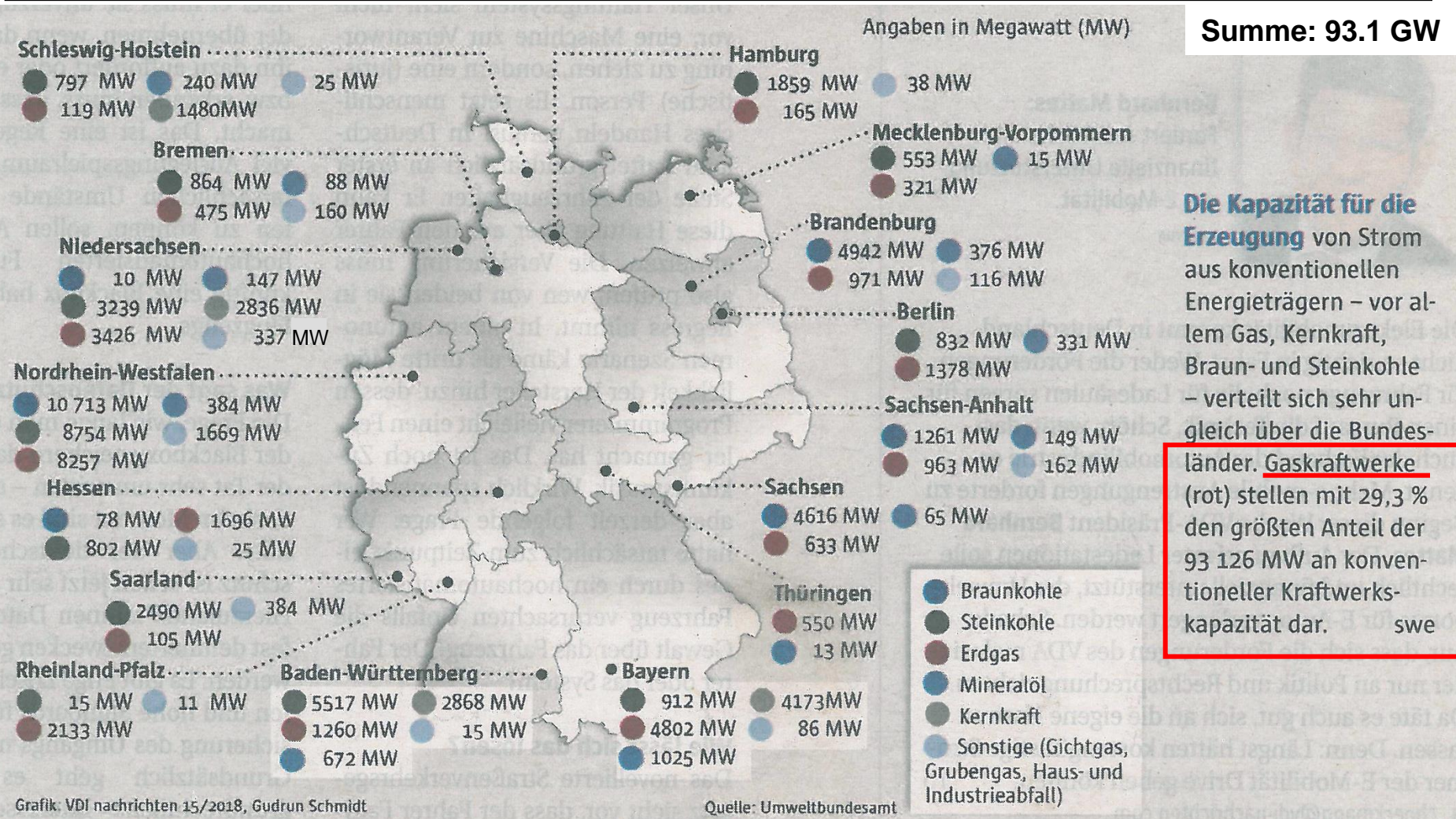
- **Netzlast:** Summe aller bekannten Kraftwerkseinspeisungen in einer **Regelzone** (zuzüglich der Importe, abzüglich der Exporte).
- Momentane Netzauslastung
- Durchschnittliche Netzauslastung über festgelegten Zeitraum (Stunden, Tage, Wochen)
- „**Spitzenlast**“: In D im Winter zwischen 11 ... 14 Uhr: z. B.: 2020: **Bis zu 82 GW!**
- **Residuallast** = Verbleibende Netzlast nach Abzug der el. Einspeisung aus Windkraft und Photovoltaik!
Differenz (Max.-Wert) – (Min.-Wert): 2018: Bis zu **70 GW**
- **Installierte Kraftwerksleistung (D): 2020:** 214 GW, davon 127.7 GW regenerativ = 60%
- **Brutto-Stromerzeugung:** 2020: 564 TWh, davon 256 TWh regenerativ (EE) = 45%

$$t_{\text{Nutz}} = \frac{564 \text{ TWh}}{214 \text{ GW}} = 2636 \text{ h}$$

Quelle: BDEW Die Energieversorgung 2020 - Jahresbericht

V2.1 Drehstromnetz

Konventionelle Kraftwerke (Leistungen > 10 MW) in Deutschland 2018, ohne Wasserkraft



V2.1 Drehstromnetz

Typische Verbrauchs-/Lastdichte in Westeuropa

- **Mittlere Pro-Kopf-Verbrauchsichte p.a. = elektrische Energie / Person:**
D: 2020: $A = 357\,000\text{ km}^2$, $E = 83.2\text{ Mio. Einwohner}$, Netto-Stromverbrauch: $W = 488\text{ TWh}$:
 $W / E = 5865\text{ kWh}/(\text{Person}\cdot\text{Jahr})$

Quelle: BDEW
Die Energieversorgung
2020 - Jahresbericht

- **Lastspitze pro Kopf:** D: 2020: $P = 82\text{ GW}$, $P / E = 0.99\text{ kW}/\text{Person}$
- **Mittlere Lastdichte = elektrische Lastspitze / Gesamt-Fläche:** $P / A = 0.23\text{ MW} / \text{km}^2$
In Ballungszentren ist lokale Lastdichte 10-fach bis 100-fach deutlich höher!
- **Typische Lastdichten für Westeuropa:**

Gesamtfläche	Ballungsgebiete	Kerngebiete der Ballungsräume
$0.25\text{ MW} / \text{km}^2$	$\approx 2.5\text{ MW} / \text{km}^2$	$\approx 25\text{ MW} / \text{km}^2$
1%	10%	100%

Quelle: Oeding, D. et al.: Energieversorgung

V2 Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung

Übersicht

1. Drehstromnetz
2. Spannungsebenen
3. Netztopologien
4. Verbundnetz

V2.2 Spannungsebenen

Spannungsbegriffe

- **Nennspannung U_N (oder U_n):** Maßgebliche Spannung für Benennung des Betriebsmittels (z. B. 380 kV-Netz, 10 kV-Kabel): Bezugswert für p.u.
- **Bemessungsspannung U_r :** Auslegungs-Spannung für das Betriebsmittel:
z. B. Kabel: $U_r = 10.5 \text{ kV}$ bei $U_N = 10 \text{ kV}$
Anmerkung: Bei E-Maschinen ist U_r identisch mit U_N !
- **Maximal dauernd zulässige Spannung U_m :** z. B.: $U_m = 246 \text{ kV}$ bei $U_N = 220 \text{ kV}$
- **Betriebsspannung U_b :** Mit dieser Spannung kann das Betriebsmittel betrieben werden:
z. B.: 220 kV-Freileitung: $0.9 \dots 1.118 \text{ p.u.}$: $198 \text{ kV} \leq U_b \leq 246 \text{ kV}$.

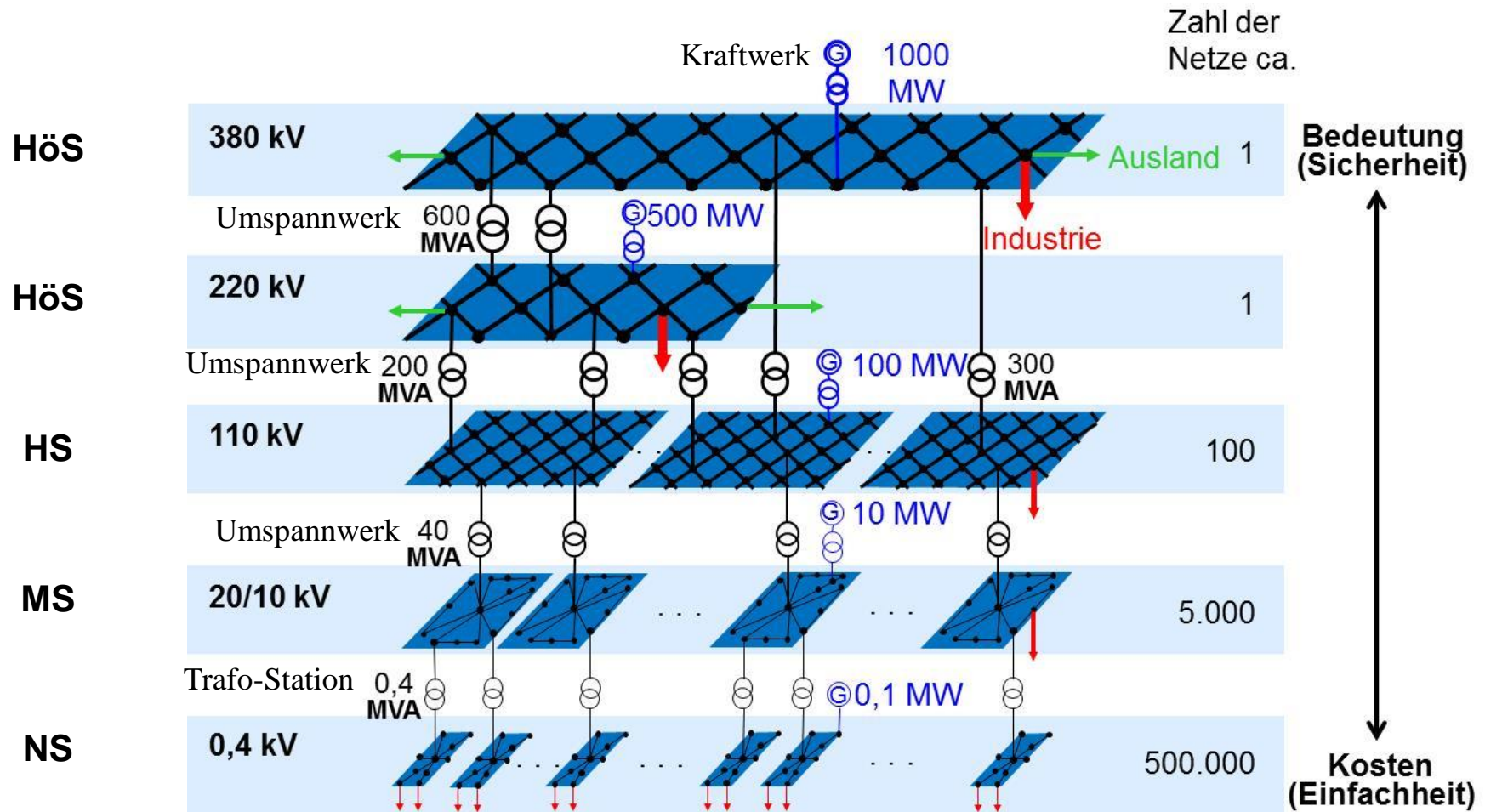
Beispiel: Nenn- und Maximal-Netzspannungen; Normalbetrieb (Effektivwert, verkettet)

U_n / kV	10	20	30	60	110	154	220	380
U_m / kV	12	24	36	72.5	123	170	246	399

$U_m = 1.2 \cdot U_N$
 $U_m = 1.118 \cdot U_N$
 $U_m = 1.05 \cdot U_N$

V2.2 Spannungsebenen

Netzebenen – Spannungsebenen (3-phasig)



Quelle: Internet



V2.2 Spannungsebenen

Netzebenen – Spannungsebenen (3-phasig)

- **Höchstspannung (HöS):**

Westeuropa: Meist 220 kV oder 380 kV

Kanada, USA: 735 kV und 765 kV

Russland: 750-kV-Netz

Ausnahme: 1150-kV-Leitung von *Kasachstan*
(heute mit 400 kV betrieben)

Übertragungsnetz-
Betreiber

- **Hochspannung (HS):** (laut Norm jede Spannung > 1 kV, AC, eff.!)

Im Sinne der Netzbetreiber: 60 kV ... 150 kV

Deutschland, Österreich: Meist 110 kV

- **Mittelspannung (MS):**

Deutschland, Österreich: MS-Bereich 1 kV ... 35 kV

Netze mit hohem Freileitungsanteil: typisch 20 kV ... 25 kV

Städtische Regionen (Kabel): Häufig 10 kV

Verteilnetz-
Betreiber

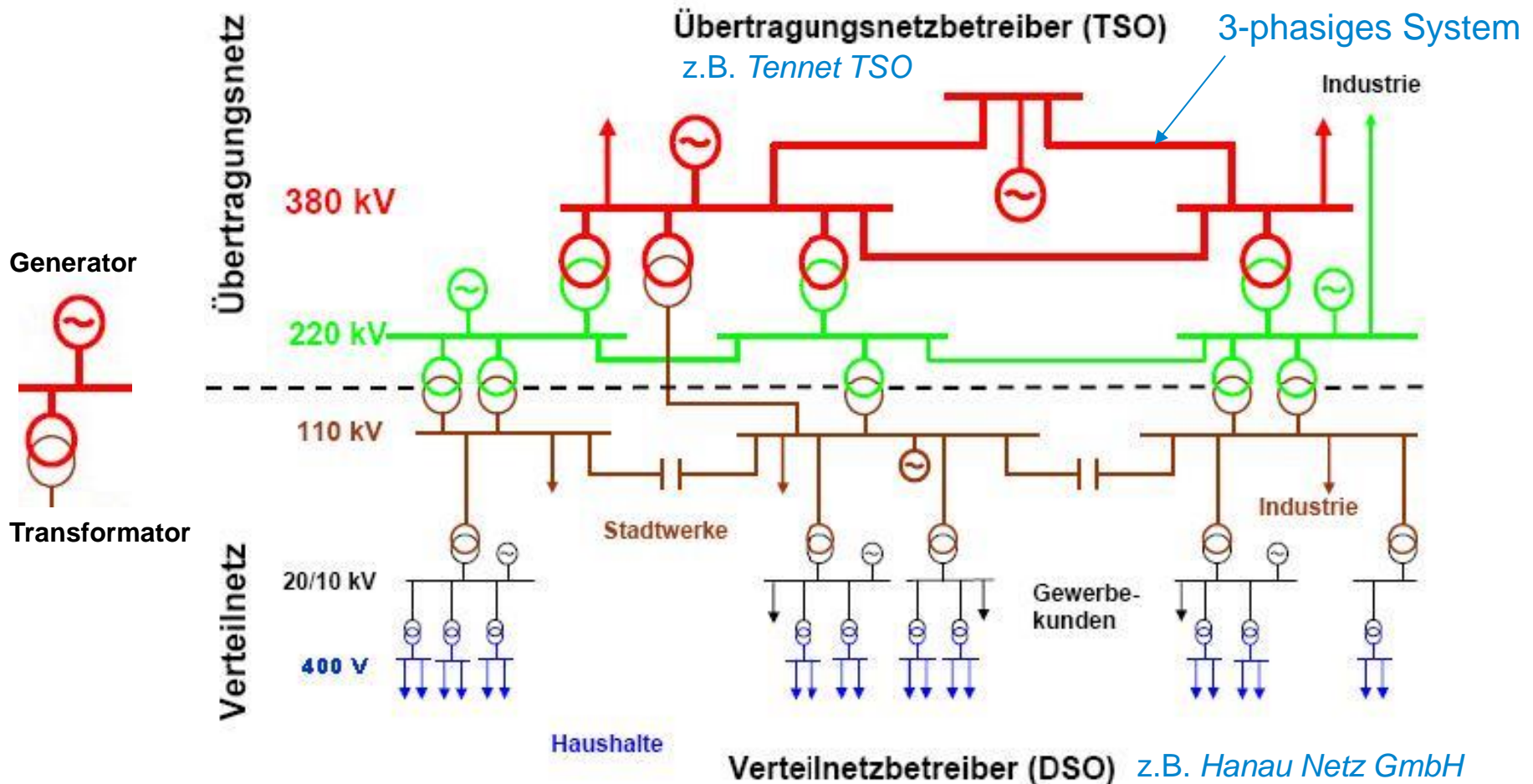
- **Niederspannung (NS):**

Deutschland, Österreich: 230 V einphasig, 400 V dreiphasig

Industriennetze: U. a. auch 500 V oder 690 V dreiphasig

USA: 460 V dreiphasig, 240 V & 120 V einphasig

V2.2 Spannungsebenen Ersatzdarstellung für das dreiphasige Netz



Quelle: RWE

TSO: Transmission System Operator, DSO: Distribution System Operator

V2 Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung

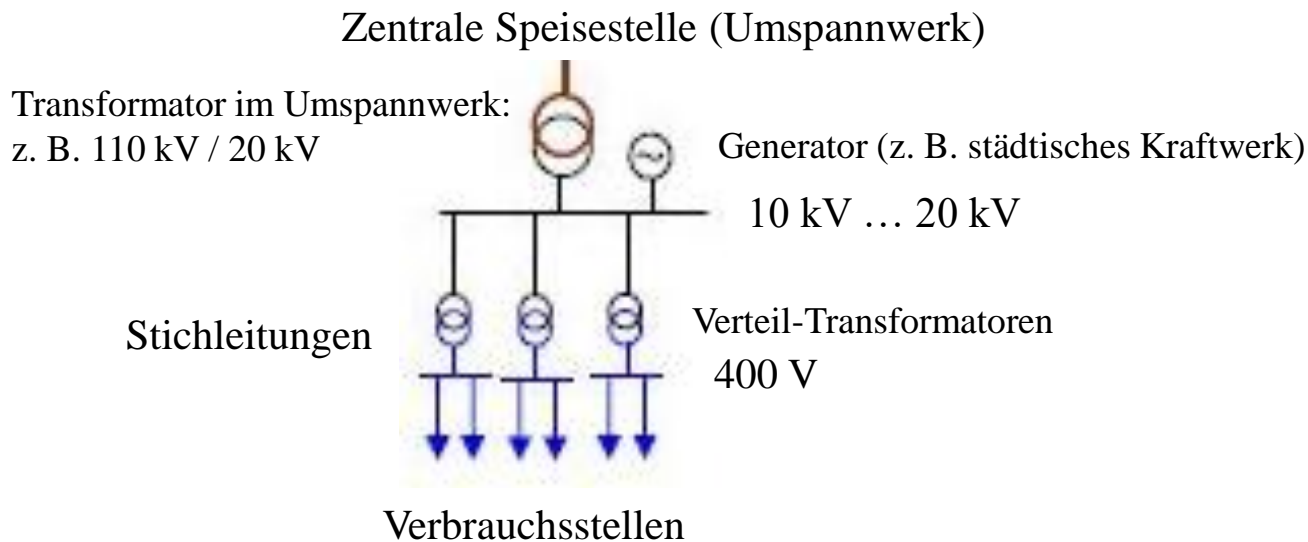
Übersicht

1. Drehstromnetz
2. Spannungsebenen
3. Netztopologien
4. Verbundnetz

V2.3 Netztopologien

Strahlennetz

- **Strahlennetz:**
Zentrale Speisestelle versorgt einzelne Stichleitungen mit strahlenförmigem Verlauf zu den einzelnen Verbrauchsstellen
- **Vorteil:** Leichte Fehlersuche
- **Anwendung:** Niederspannungsnetze 400 V,
Verteiltransformator-Leistungen z. B. 10 kV/0.4 kV: typisch 400 ... 630 kVA.



Quelle: RWE

V2.3 Netztopologien

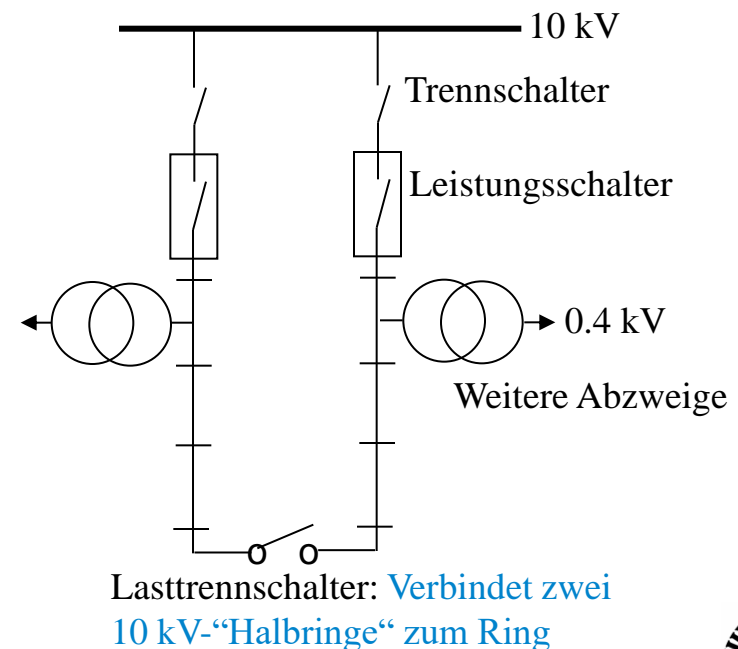
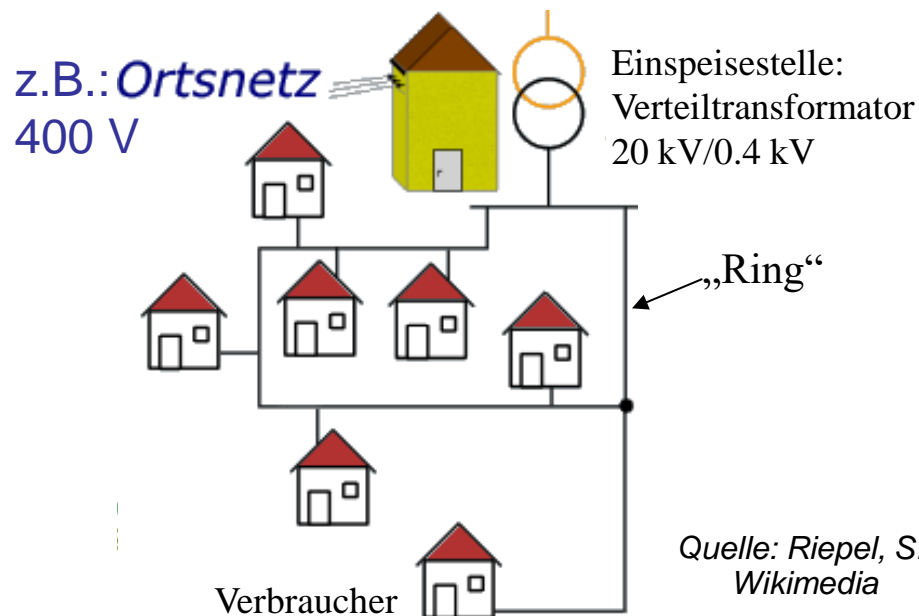
Ringnetz

- **Ringnetz:**

Einspeisung aus einer oder mehreren Stellen, wobei die Versorgung der einzelnen Verbraucher in ringförmiger Leitung erfolgt.

- **Vorteil:** Verbraucher kann von zwei Seiten über den Ring versorgt werden.

- **Anwendung:** Größere Niederspannungsnetze 400 V, Mittelspannungsnetze 10 / 20 kV, 110-kV-Verteilnetzebene mit mehreren untergeordneten Umspannwerken.



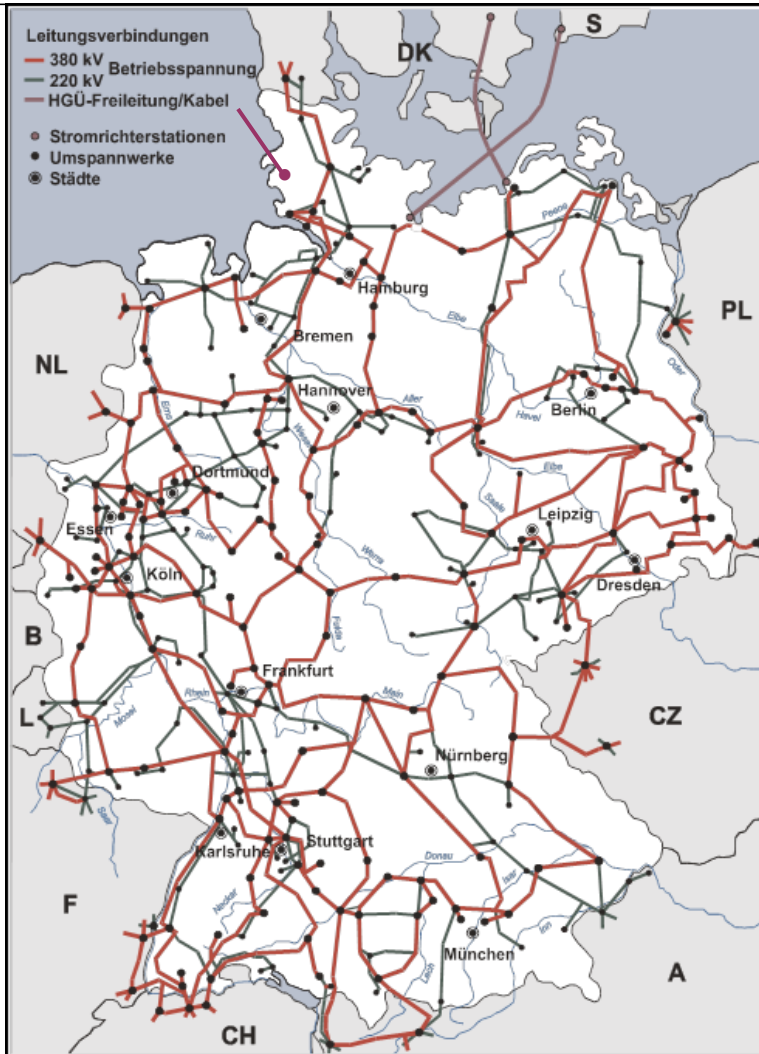
V2.3 Netztopologien

Maschennetz

- **Maschennetz:**
 - Verallgemeinertes Ringnetz, an mehreren Punkten gespeist.
 - Verbraucher verteilen sich im Netz, das über mehrere Knoten und Zweige verfügt.
 - Speisung einzelner Verbraucher über zwei oder mehr Leitungen
- **Vorteil:** Hohe Versorgungssicherheit,
- **Nachteil:** Komplexer Netzschutz,
- **Anwendung:** Hoch- und Höchstspannung z. B. 220-kV- und 380-kV-Ebene in D.

V2.3 Netztopologien

380-kV- und 220-kV-Netz in *Deutschland*



Deutsches Hochspannungs-Maschennetz

- Umspannwerke
- 380 kV-Drehstrom-Leitung
- 220 kV-Drehstrom-Leitung
- Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)
- Städte
- Stromrichterstationen für HGÜ (AC ⇔ DC)

Quelle: Internet

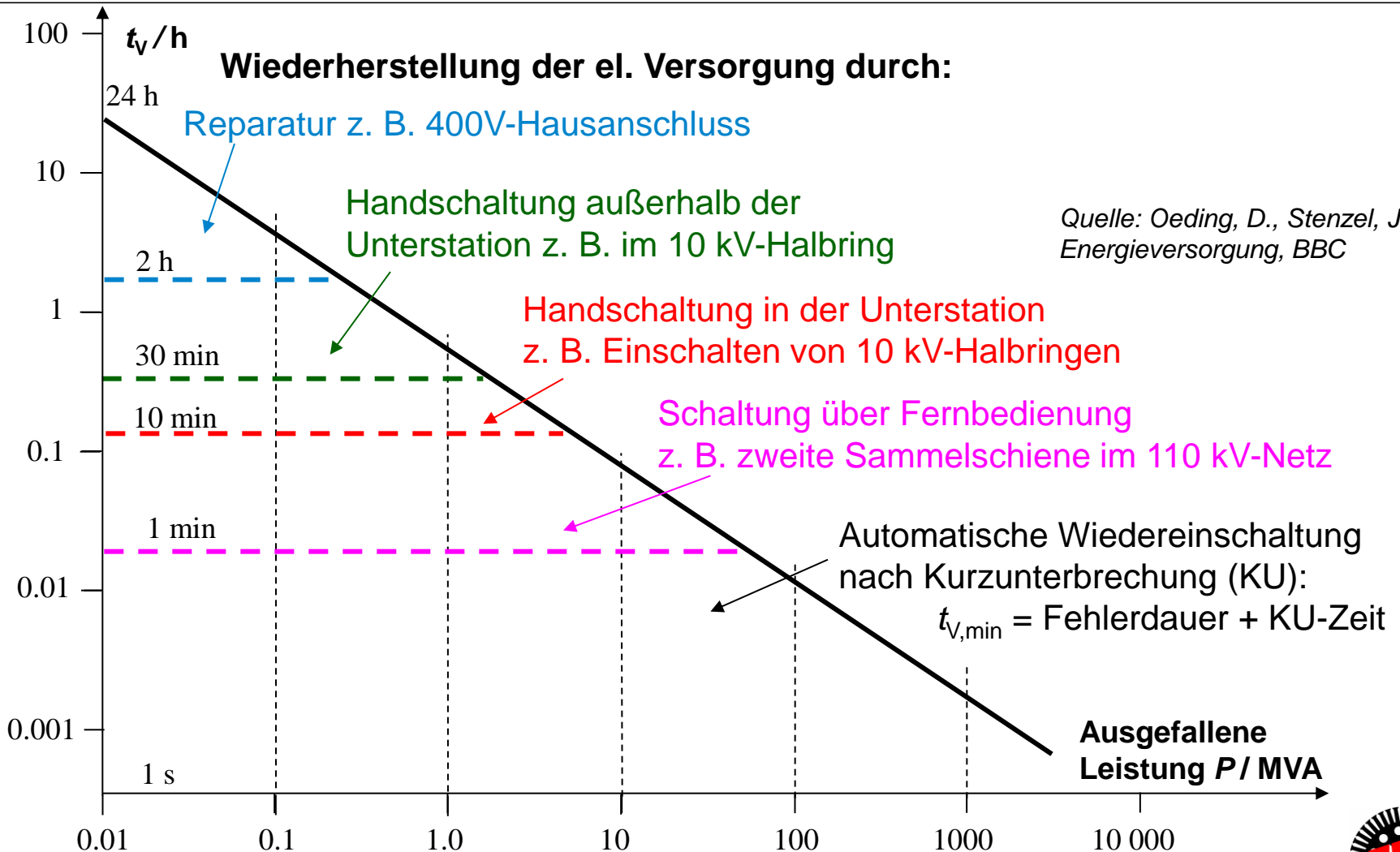
V2.3 Netztopologien

Zumutbare Wiederversorgungszeit t_v nach Netzfehler

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



V2 Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung

Übersicht

1. Drehstromnetz
2. Spannungsebenen
3. Netztopologien
4. Verbundnetz

V2.4 Verbundnetz

Verbundnetz versus Inselnetz

▪ Verbundnetz:

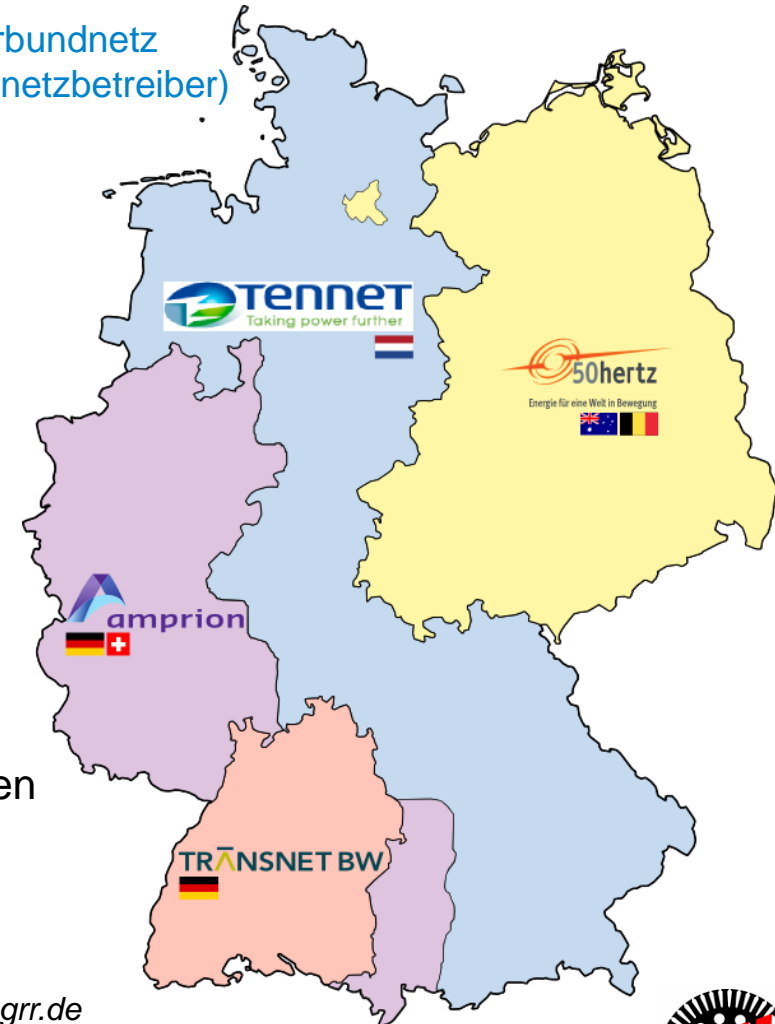
Deutsches Verbundnetz
(Übertragungsnetzbetreiber)

Große, a) räumlich benachbarte und
b) elektrisch verbundene Stromnetze,
die eine Vielzahl von
(i) Kraftwerken und (ii) Verbrauchern
umfassen.

Im Verbundnetz Übertragung der el. Energie
über größere Entfernungen →
→ hohe Betriebsspannung (z. B. 380 kV)
zur Minimierung der Übertragungsverluste.

▪ Inselnetz:

Räumlich getrennte, i. A. kleine **autarke** Netzstrukturen
(z. B.: *Island, Zypern, ...*).



Quelle: www.egrr.de

V2.4 Verbundnetz

Eigenschaften eines Verbundnetzes

- 1) **Erzeugungsausgleich** zwischen Kraftwerken unterschiedlicher Primärenergiebasis, Kostenstruktur & technischer Leistungsfähigkeit.
- 2) **Ausgleich der Unterschiede im Lastkurvenverlauf** zwischen den elektrischen Netzen der einzelnen Verbundunternehmen.
⇒ Der lokale Unterschied zwischen Angebot und Nachfrage von Momentanleistung kann innerhalb des Verbundnetzes **besser ausgeglichen** werden.
- 3) Durch **Leistungsaustausch** können Lastschwankungen kurzfristig besser ausgeregelt werden als nur durch Regelung der Kraftwerke.
⇒ **Möglichkeit der Unterstützung** bei einem Störfall.
⇒ Es muss bezogen auf die gesamte installierte Leistung **weniger Regelleistung** vorgehalten werden.
⇒ Energiesystem wird **stabiler**, da so Über-/Unterkapazitäten abgefangen werden.
⇒ **Zuverlässigkeit** des Netzes wird gesteigert.
- 4) **Verminderte Investitionen** in neue Erzeugungsleistungen wegen **Austauschmöglichkeiten**.

ABER: Gesteigerter Aufwand für die Koordination und Regelung des gesamten Verbundes ⇒ **zentraler Lastverteiler nötig!**

z. B.: *Amprion: Lastverteiler in Brauweiler bei Köln*
TenneT: Lastverteiler Lehrte

V2.4 Verbundnetz

Kosten für die Stabilisierung des Verbundnetzes

- **Stabilisierung des Verbundnetzes** ist Aufgabe der Übertragungsnetzbetreiber (TSO).
- Die TSO kaufen el. Energie bei den „Erzeuger-Firmen“ (Kraftwerksbetreibern) und verkaufen sie an die Verteilnetzbetreiber (zuzüglich der „Netzentgelt-Tarife“).
- Die **Netzentgelttarife** umfassen alle für die TSO anfallenden Kosten für Systemdienstleistungen, die letztlich die Strom-Endkunden bezahlen.

Beispiel: Deutschland: Kosten für

	Regelleistungs-Vorhaltung:	123 Mio. Euro 2018
	Leitungs-Verlustenergie:	273 Mio. Euro 2018
	Entschädigungszahlungen: (Abregeln von Wind-/PV-Einpeisung)	761 Mio. Euro 2020
	Re-dispatch: (Änderung der vereinbarten Liefermengen)	352 Mio. Euro 2018
	Reservekraftwerke:	
	Vorhaltekosten:	330 Mio. Euro 2018
	Einsatzkosten:	85 Mio. Euro 2018
	Gesamtkosten Systemdienstleistungen	1924 Mio. Euro

1400 (2020) Mio. Euro:
Mehrkosten für Erhalt
der Netzstabilität
wegen volatiler
Einspeisung durch
Wind & PV

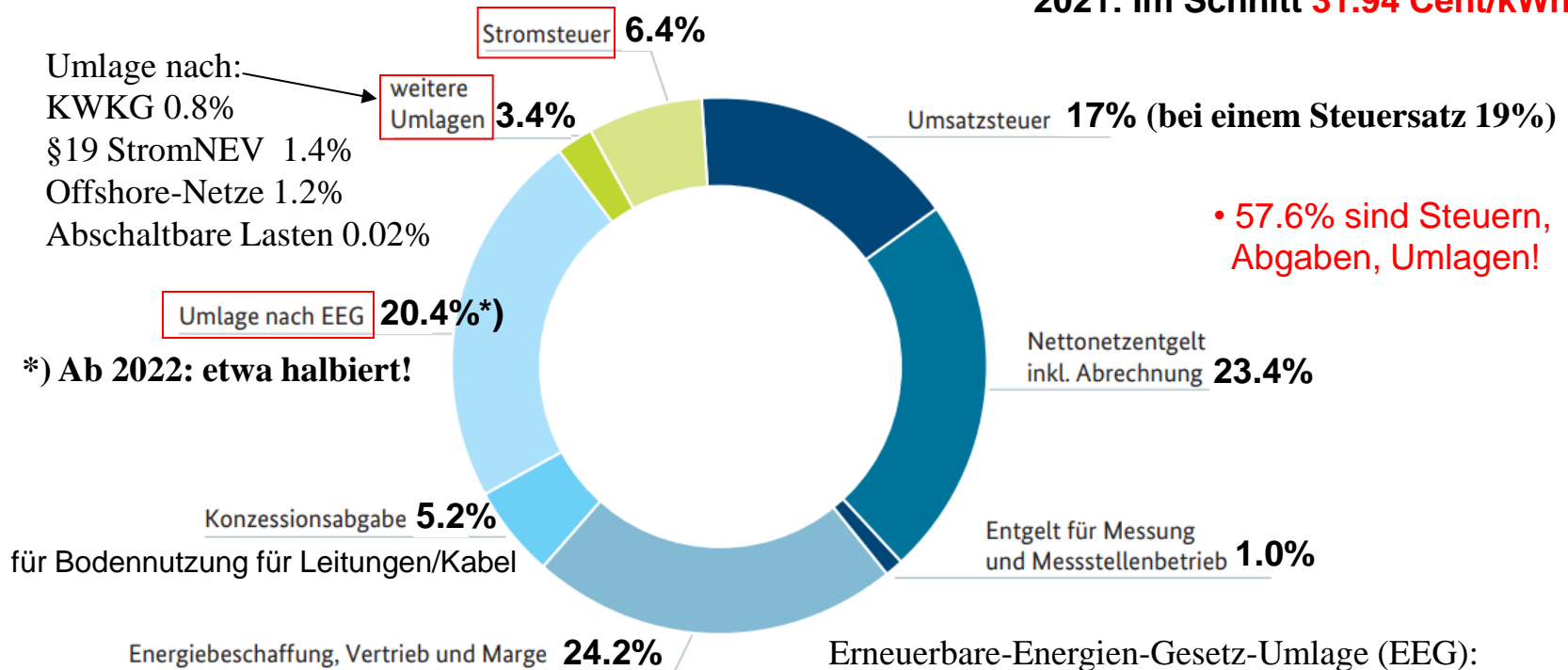
Quelle: Bundesnetzagentur & vdi-nachrichten 24.9.2021

V2.4 Verbundnetz

Beispiel: Strompreis deutscher Privathaushalt 2021

Zusammensetzung des Strompreises für Haushaltskunden mit einem Jahresverbrauch zwischen 2.500 und 5.000 kWh

2021: Im Schnitt **31.94 Cent/kWh**



Quelle: Bundesnetzagentur & BDEW
(vdi-nachrichten 43, 29.10.2021)

Erneuerbare-Energien-Gesetz-Umlage (EEG):
Differenz zw. Energie-EEG-Festpreis u. Marktpreis.

Kraft-Wärme-Kopplungs-Gesetz-Umlage (KWKG)

§ 19 Stromnetzentgeltverordnung (NEV):

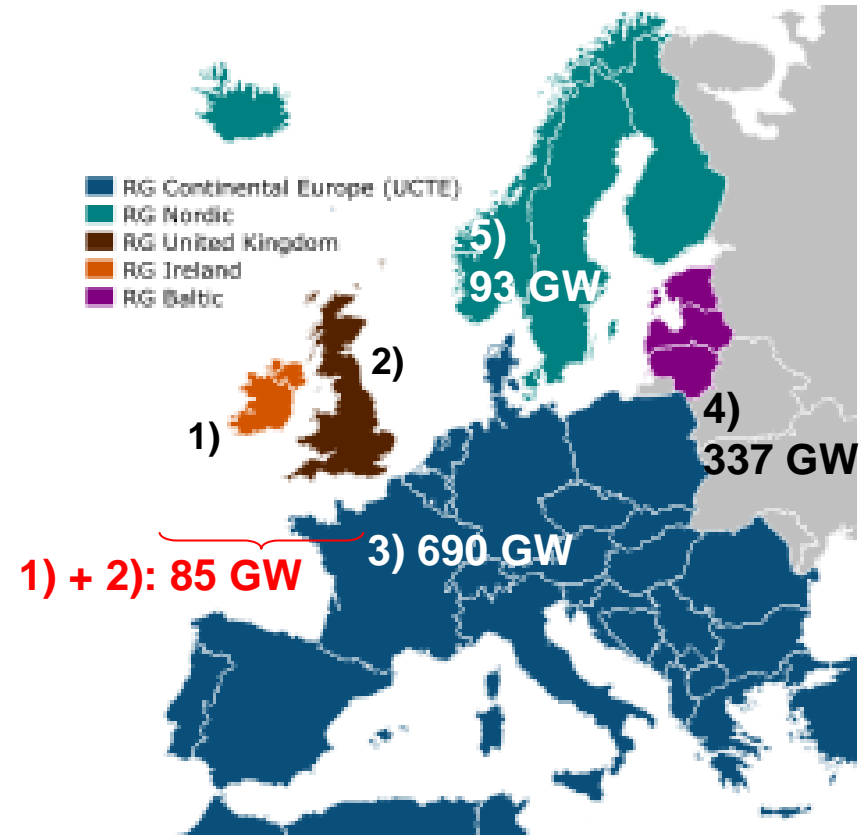
Vergütung an TSO für befreite Industriebetriebe.

V2.4 Verbundnetz

Fünf europäische Verbundnetze

Europa: Fünf Verbundnetze (50 Hz):

- 1) ATSOI (Irland, EirGrid)
- 2) UKTSA (Großbritannien)
- 3) Europäisches Verbundsystem (UCTE)
- 4) IPS/UPS
(Russland, Weißrussland, Ukraine,
Moldawien, tw. baltische Staaten,...)
- 5) NORDEL (Skandinavien, Ost-Dänemark)



Quelle: www.wikipedia.de

V2.4 Verbundnetz

Europäische Verbundnetze

- Die 5 Verbundnetze sind nicht miteinander synchronisiert, so dass geringe Frequenzunterschiede auftreten ⇒ DC-Verbindungen (HGÜ) sind zwischen diesen Netzen nötig!
- HGÜ: Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung:
 - a) NORDEL–IPS/UPS: HGÜ-Kurzkupplung *Wyborg*
 - b) UCTE–NORDEL: Mehrere Seekabel, Konti-Skan, HGÜ-Cross/Skagerrak, NorNed, Nordlink, ...
 - c) UCTE–UKTSOA: HGÜ Cross-Channel, BritNed
 - d) UKTSOA–ATSOI: East–West Interconnector

V2.4 Verbundnetz

UCTE ⇒ ENTSO-E

- **UCTE:** Union for the Co-ordination of Transmission of Electricity
Union für die Koordinierung des Transports von Elektrizität
- War bis 2009 für
 - a) die Koordinierung des Betriebs und
 - b) die Erweiterung des europäischen Netzverbundes zuständig,
mit dem insgesamt über 400 Millionen Verbraucher versorgt werden.
- Mitglieder waren bisher 34 Übertragungsnetzbetreiber aus 22 Ländern.
- Seit dem 1. Juli 2009 werden die organisatorischen Aufgaben der UCTE vom übergeordneten
Verband Europäischer Übertragungsnetzbetreiber (ENTSO-E)
übernommen.

V2.4 Verbundnetz

Europ. Übertragungsnetz-Betreiberverband



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

ENTSO-E: European Network of Transmission System Operators for Electricity
(Verband Europäischer Übertragungsnetzbetreiber)

- **Zusammenschluss von 43 Übertragungsnetzbetreibern (ÜNB) aus 35 Ländern**, die die Übertragung großer Mengen elektrischer Energie in Form von Dreiphasenwechselstrom innerhalb eines Verbundnetzes auf verschiedenen Hochspannungsleitungen der höchsten Spannungsebene betreiben.
- **Kein** direkter technischer Zusammenschluss in Form eines einzigen großen Verbundnetzes.
- Die einzelnen Verbundnetze laufen zueinander **frequenzmäßig nicht synchron**.
- Elektrische Energie zwischen den verschiedenen Verbundnetzen kann nur mittels
 - a) Gleichstrom in HGÜ-Kurzkupplungen (GKK) oder
 - b) Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungen (HGÜ)in vergleichsweise geringem Umfang ausgetauscht werden.



V2.4 Verbundnetz ENTSO-E-Gebiet



Quelle: www.entsoe.eu

- **ENTSO-E-Lastverteiler:** Bis 2019: *Laufenburg/Rhein*, nun *Aarau (CH)*
- *Türkei:* Kein Mitglied, aber seit September 2010 im Testbetrieb synchron mit dem Verbundnetz ENTSO-E gekoppelt

V2.4 Verbundnetz

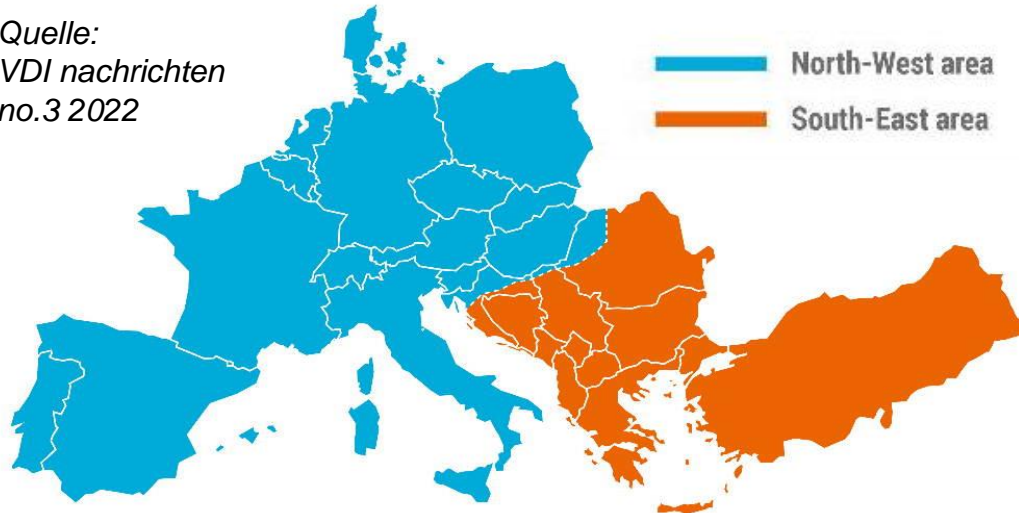
Europäischer Beinahe-Black-Out 8. 1. 2021

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Quelle:
VDI nachrichten
no.3 2022



8.1.2021: 14:04 Uhr:

Zu hoher el. Leistungsfluss 6 GW von SO-Europa nach NW-Europa

a) Hoher Bedarf im NW (Kälte!)

b) Wenig Bedarf im SO: Orthodoxe Weihnacht

400 kV-Sammelschienen-Kuppelschalter in kroatischem Umspannwerk überlastet: Öffnet.

Trennung von SO- und NW-400 kV-Netz!

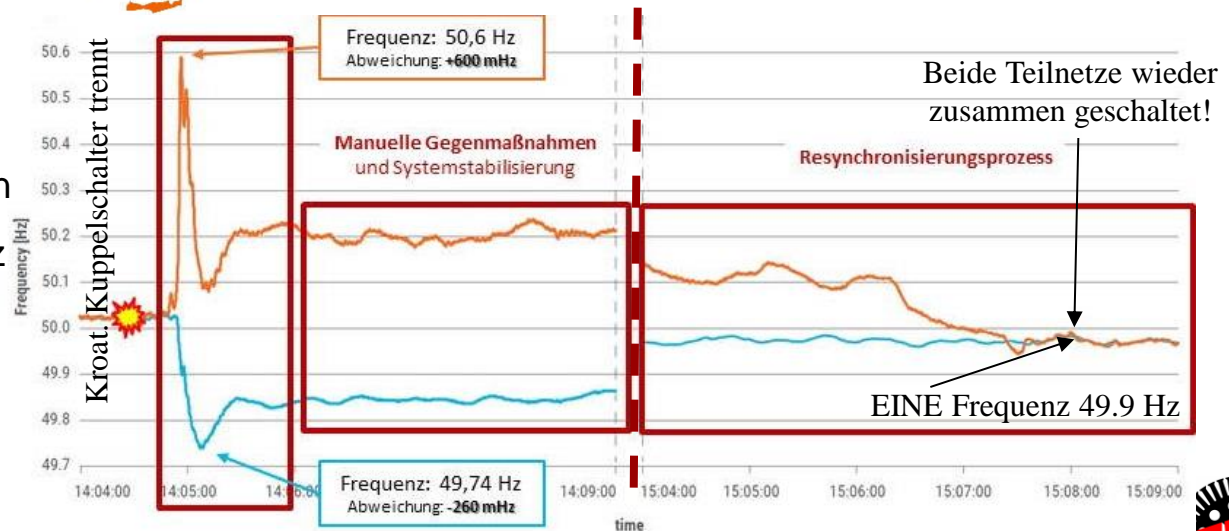
NW: 400 kV-Netz überlastet:

Frequenz ↓ 49.7 Hz: Black-Out-Gefahr!

1) Abschalten von Industrie-Betrieben in Frankreich & Italien

2) Regelkraftwerke hochgefahren

SO-Europa: Frequenz ↑: 50.6 Hz
Kraftwerke abgeregelt!



V2.4 Verbundnetz

N-amerikanisches Verbundnetz

Ergänzung

- In USA und Kanada 5 Verbundnetze (60 Hz):

E: Eastern Interconnection

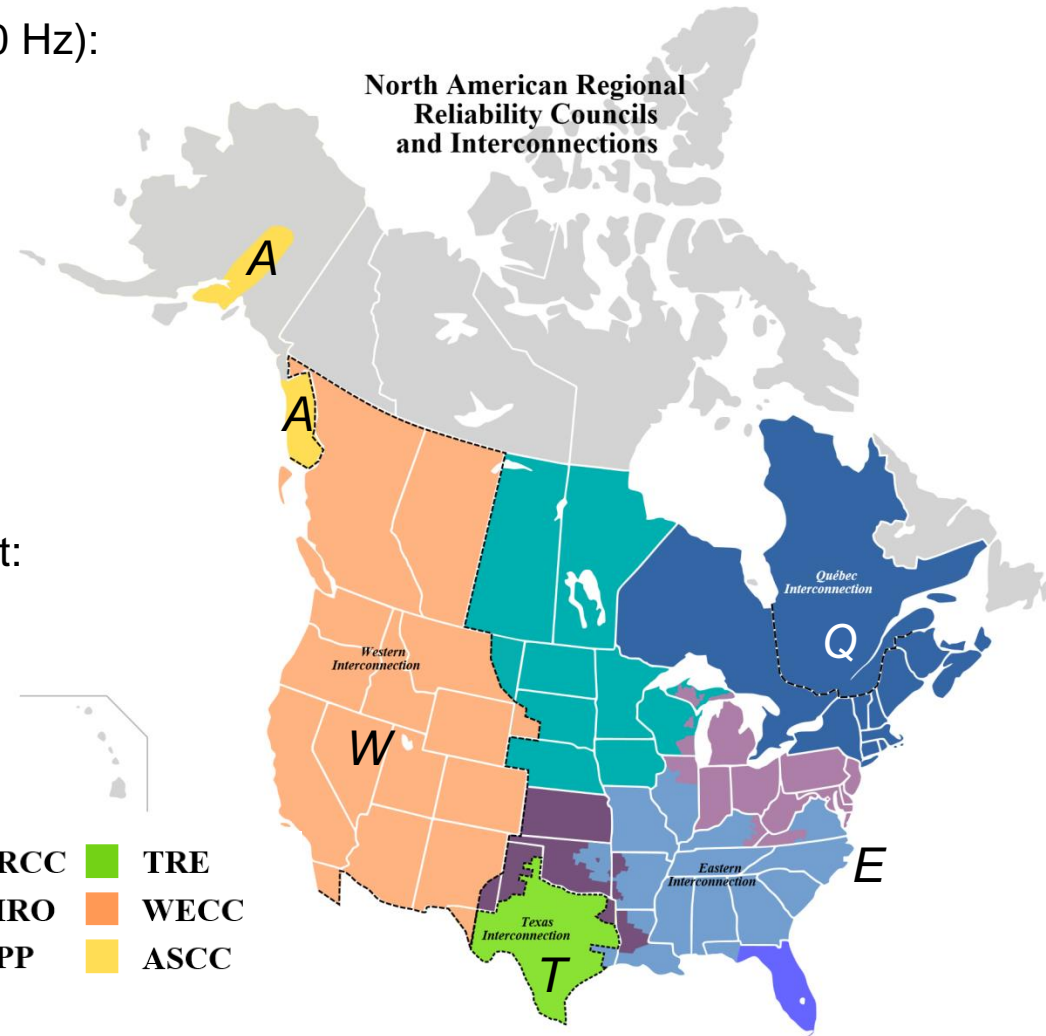
W: Western Interconnection

*Q: Québec Interconnection
(der Fa. Hydro-Québec)*

T: Texas Interconnection

A: Alaska Interconnection (Inselnetz)

- Sie sind nicht miteinander synchronisiert:
 - a) ⇒ Frequenzunterschiede,
 - b) Sind durch DC-Leitungen (HGÜ) miteinander verbunden (außer A).



Quelle:
North-American Reliability Corp.

V Elektrische Energieversorgung

V2 Struktur der öffentl. Elektrizitätsversorgung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Zusammenfassung

- Überwiegend Nutzung der **Drehstromtechnik** wegen verlustarmer Hochspannungs-Energieübertragung.
- **Verbundnetze** mit zahlreichen Vorteilen, aber notwendig „netzsynchrone“ Verbundbetrieb.
- Aufwendige **Netzregelung**:
 - a) Frequenzregelung über Kraftwerks-Wirkleistungsregelung,
 - b) Spannungs(amplituden)regelung über Blindleistungsregelung, durch
 - Generatorspannungsregelung über den Erregerstrom I_f ,
 - Transformator-Regelwicklung (Anzapfungen auch bei Stromfluss (Last) über Stufenschalter verstellbar: *JANSEN*-Schalter-Prinzip).
- Kopplung von Netzen mit unterschiedlichen Frequenzen durch Hochspannungs-Gleichstromübertragung (HGÜ) und HG-Kurzkupplung:
 - ⇒ **Hochleistungs-Hochvolt-Stromrichter** richten hochgespannte Wechselspannung gleich (AC → DC, DC → AC). Einsatz von Thyristoren & Hochvolt-IGBT („Insulated Gate Bipolar Transistoren“)!



V Elektrische Energieversorgung

Übersicht



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1. Grundsätzliches zur elektrischen Energieversorgung
2. Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung
3. Leitungsgleichungen
4. Freileitungen und Kabel
5. Personenschutz und Netzformen



V3 Leitungsgleichungen

Übersicht

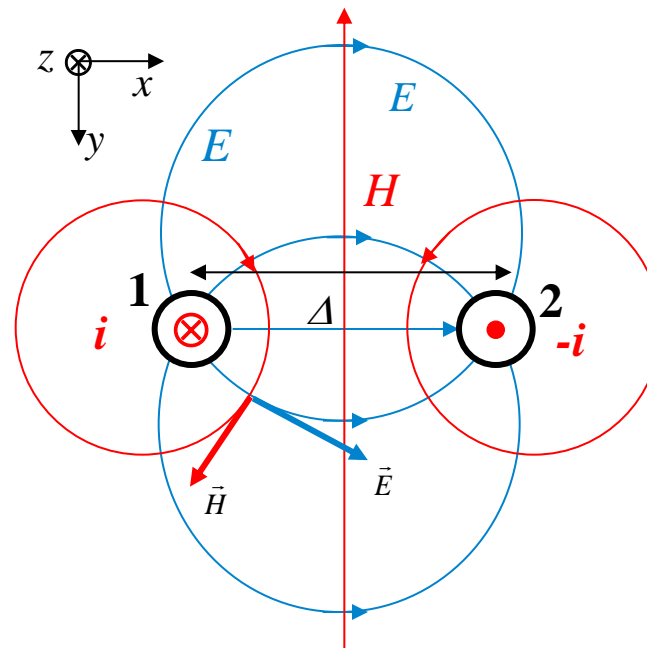
1. Wellengleichung
2. Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion
3. Einschaltvorgang
4. Wechselspannungsbetrieb
5. Stehende Wellen
6. Vierpol-Darstellung
7. Ersatzschaltbilder

V3.1 Wellengleichung

Leitungsgebundene el. Wellenausbreitung

- Ausbreitung elektromagnetischer Signale als Wellen mit **Lichtgeschwindigkeit c**
- Kabel/Leitung: In z -Richtung werden diese Signale als **leitungsgebundene Wellen** geführt.
- Kabel/Leitung = „**Zwei-Draht-Wellenleiter**„: H - und E -Feld bilden sich in der Querebene zur Wellenausbreitungsrichtung aus (Transversalfelder)
- Bei **Transversalfeldern** können E und H voneinander **entkoppelt** betrachtet werden (Elektrostatische/magnetostatische C - und L -Berechnung TROTZ Wellenausbreitung)

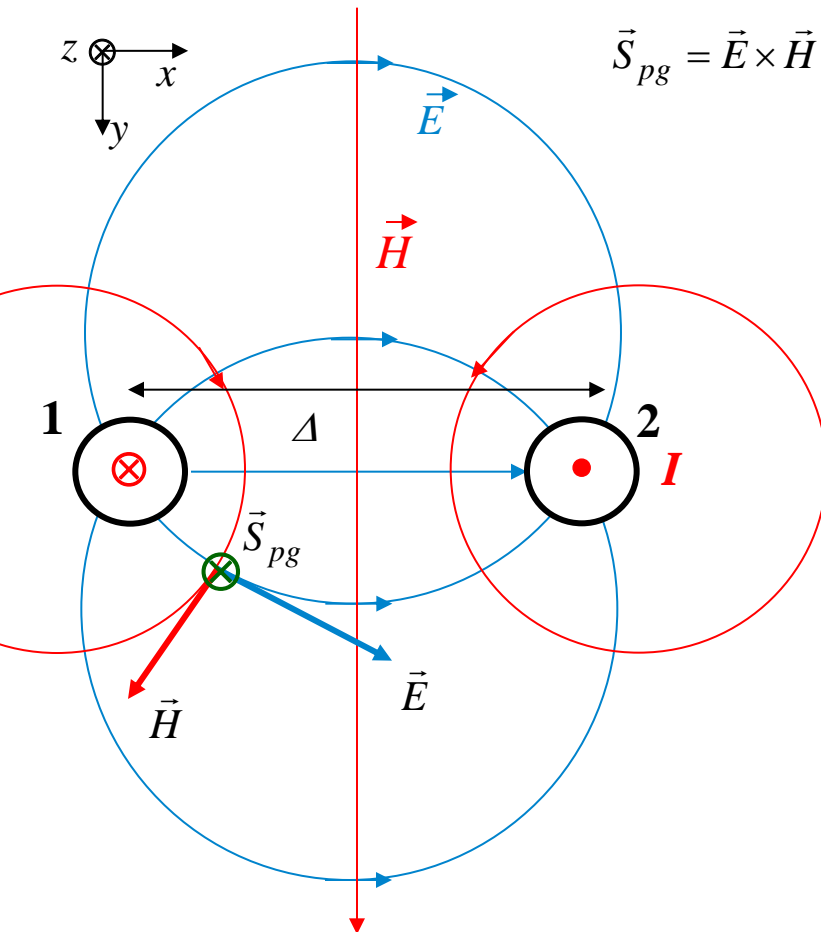
• **Beispiel:** Zweidraht-Leitung



V3.1 Wellengleichung

Beispiel: Poynting-Vektor bei Zweidrahtleitung

- Beispiel: Zwei parallele Leiter, Abstand Δ , Stromfluss I , Verbraucher R_L angeschlossen.

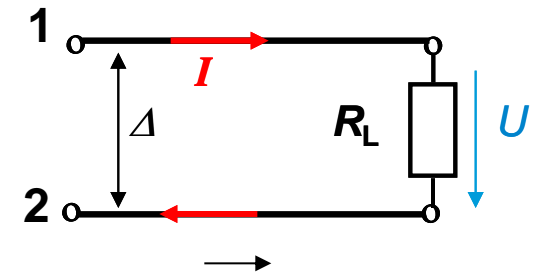


- Abschätzung:

$$E_{av} \approx U / \Delta$$

$$H_{av} \approx \frac{I}{\Delta}$$

(av: average)

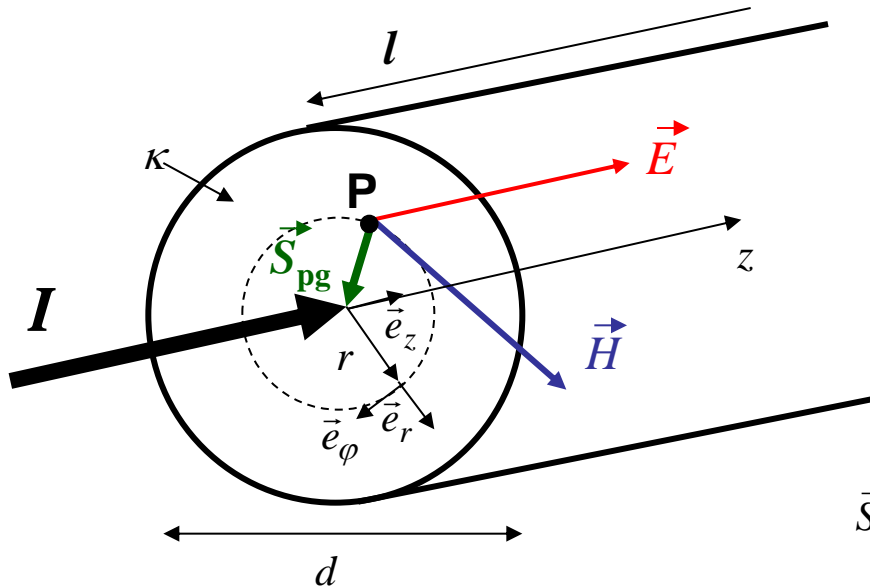


$$S_{pg,av} \approx \frac{U \cdot I}{\Delta^2} \Rightarrow P \approx S_{pg,av} \cdot A \approx S_{pg,av} \cdot \Delta^2 = U \cdot I$$

- Die elektrische Energie je Zeiteinheit (Leistung P) wird **nicht in den Leitern**, sondern **im Feldraum zwischen den Leitern** transportiert.
- Leistungsfluss **in den Leitern** ist nur deren **Verlustleistung**.
- Leistungstransport im Feldraum mit **Lichtgeschwindigkeit**.
- Stromfluss in den Leitern (Elektronenbewegung) nur mit **ca. 1 ... 100 mm/s \Leftrightarrow 10 ... 1000 A!**

V3.1 Wellengleichung

Beispiel: Poynting-Vektor bei Stromfluss im Leiter mit Verlusten (el. Leitfähigkeit $\kappa < \infty$)



- Beispiel:
Zylindrischer Kupferleiter, Durchmesser d ,
Stromfluss I , el. Leitfähigkeit κ

$$\text{Stromdichte: } \vec{J} = \frac{I}{(d/2)^2 \pi} \cdot \vec{e}_z \quad \vec{E} = \vec{J} / \kappa$$

$$r \leq \frac{d}{2}: \quad \vec{H}(r) = \frac{J \cdot r^2 \pi}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{e}_\varphi = \frac{J \cdot r}{2} \cdot \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{S}_{pg} = \vec{E} \times \vec{H}(r) = \frac{I / \kappa}{(d/2)^2 \pi} \cdot \vec{e}_z \times \frac{I \cdot r}{2 \cdot (d/2)^2 \pi} \cdot \vec{e}_\varphi$$

- Der Poynting-Vektor \vec{S}_{pg} zeigt in jedem Punkt P des Leiters **nach innen** zur Leiterachse
⇒ Fluss der Verlustleistung $R I^2$ ins Leiterinnere, wo sie in **Wärme** umgesetzt wird

$$\vec{S}_{pg}(r) = -\frac{I^2 \cdot r / \kappa}{((d/2)^2 \cdot \pi)^2 \cdot 2} \cdot \vec{e}_r$$

$$P(r) = \vec{S}_{pg}(r) \cdot A(r) \cdot \vec{e}_r = -\frac{I^2 \cdot r^2 \pi \cdot l / \kappa}{((d/2)^2 \cdot \pi)^2}$$

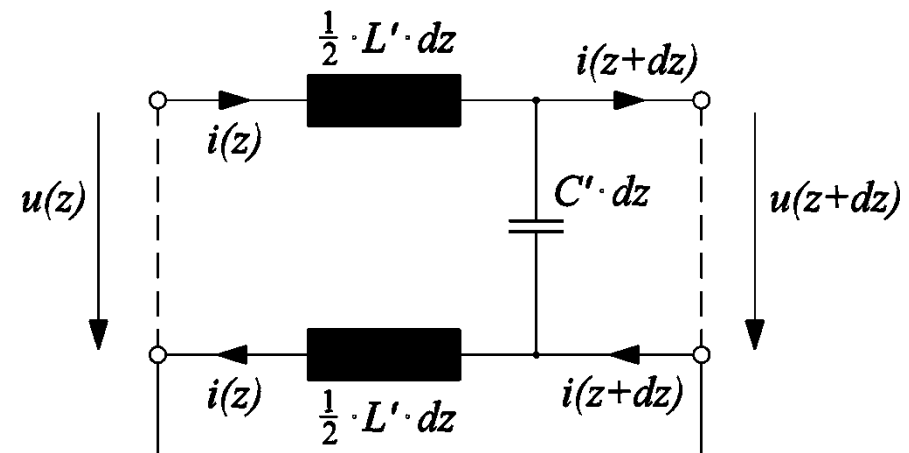
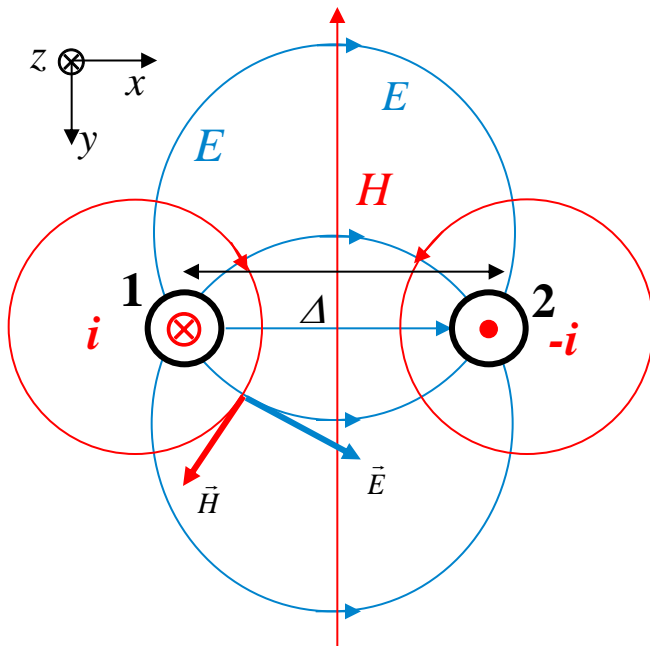
$$A(r) = 2\pi \cdot r \cdot l$$

$$P(r = d/2) = -\frac{I^2 \cdot l / \kappa}{(d/2)^2 \cdot \pi} = -I^2 \cdot R \quad R = \frac{l / \kappa}{(d/2)^2 \cdot \pi}$$

V3.1 Wellengleichung

Leitungsgebundene el. Wellenausbreitung

- **Beispiel:** Zweidraht-Leitung: Länge l
- Modellierung als Reihenschaltung von infinitesimal kurzen Leitungsabschnitten dz („Elementarzellen“) in z -Richtung
- Kapazitätsbelag $C' = C/l$, Induktivitätsbelag $L' = L/l$
- Hier vereinfacht: Leitung ist **verlustlos** ($R = 0$, $G = 0$) und **homogen** (L' ; $C' = \text{konst.}$)



V3.1 Wellengleichung

Wiederholung aus ETiT2

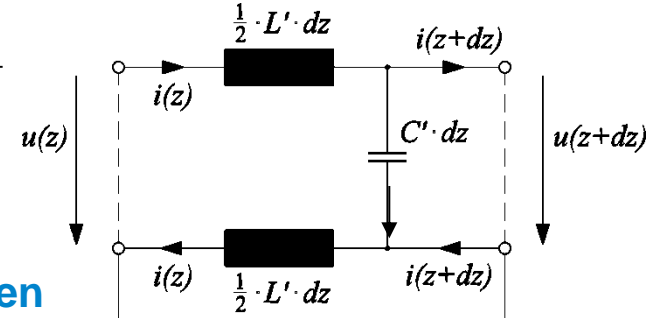


Wellengleichung für verlustlose homogene Leitung

- Kirchhoff'sche Maschen- und Knotengleichungen für eine Elementarzelle:

$$u(z + dz, t) - u(z, t) = -L' \cdot dz \cdot \frac{di(z, t)}{dt} \Rightarrow \frac{du(z, t)}{dz} = -L' \cdot \frac{di(z, t)}{dt}$$

$$i(z + dz, t) - i(z, t) = -C' \cdot dz \cdot \frac{du(z, t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(z, t)}{dz} = -C' \cdot \frac{du(z, t)}{dt}$$



Partielle Differentialgleichung (z, t): Telegraphengleichungen

- Partielle Ableitung nach dz, dt deshalb nach ∂z, ∂t:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = -L' \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} &\Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \Rightarrow \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} = -L' \cdot \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial t \cdot \partial z} \\ \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -C' \cdot \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} &\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial t \cdot \partial z} = -C' \cdot \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} &= L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial z^2} &= L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Wellengleichungen für u, i (partielle Differentialgleichungen)

- Allgemeine Lösungsfunktionen der Wellengleichungen

$$u(z, t) = A_u \cdot f_u(z - c \cdot t) + B_u \cdot g_u(z + c \cdot t) \quad i(z, t) = A_i \cdot f_i(z - c \cdot t) + B_i \cdot g_i(z + c \cdot t)$$

sind Überlagerung von zwei gegenläufigen Wanderwellen f, g mit Wandergeschwindigkeit c



V3.1 Wellengleichung

Wiederholung aus ETiT2



Wellenausbreitung als Lösung der Wellengleichung

- Einsetzen der Lösungsfunktionen in die Wellengleichung: z. B.: f_u, g_u

$$df_u(z \pm c \cdot t)/dz = f'_u(z \pm c \cdot t) \quad d^2 f_u(z \pm c \cdot t)/dz^2 = f''_u(z \pm c \cdot t) \quad f''_u(\alpha) = d^2 f_u / d\alpha^2$$

$$df_u(z \pm c \cdot t)/dt = \pm c \cdot f'_u(z \pm c \cdot t) \quad d^2 f_u(z \pm c \cdot t)/dt^2 = c^2 \cdot f''_u(z \pm c \cdot t)$$

$$\frac{\partial^2 f_u(z, t)}{\partial z^2} = f''_u(z - c \cdot t) \quad \frac{\partial^2 f_u(z, t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot f''_u(z - c \cdot t) \quad g''_u(\alpha) = d^2 g_u / d\alpha^2$$

$$\frac{\partial^2 g_u(z, t)}{\partial z^2} = g''_u(z + c \cdot t) \quad \frac{\partial^2 g_u(z, t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot g''_u(z + c \cdot t)$$

$$\frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} = A_u \cdot f''_u(z - c \cdot t) + B_u \cdot g''_u(z + c \cdot t) = \underbrace{L' \cdot C' \cdot c^2}_1 \cdot [A_u \cdot f''_u(z - c \cdot t) + B_u \cdot g''_u(z + c \cdot t)] = L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2}$$

$$L' \cdot C' \cdot c^2 = 1$$

- Wanderwellengeschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}}$

$f_u(\alpha)$: Beliebige Funktion von $\alpha = z \pm c \cdot t$

Jeder Funktionswert $f_u(\alpha)$ bleibt unverändert, wenn $\alpha = z \pm c \cdot t = \text{konst.} \Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = 0 = \frac{dz}{dt} \pm c$

Wellen-Phasengeschwindigkeit: $v = dz/dt = \mp c$ $f_u, f_i : c$ $g_u, g_i : -c$



V3.1 Wellengleichung

Beispiel: Kosinus-Welle

Wiederholung aus ETiT2

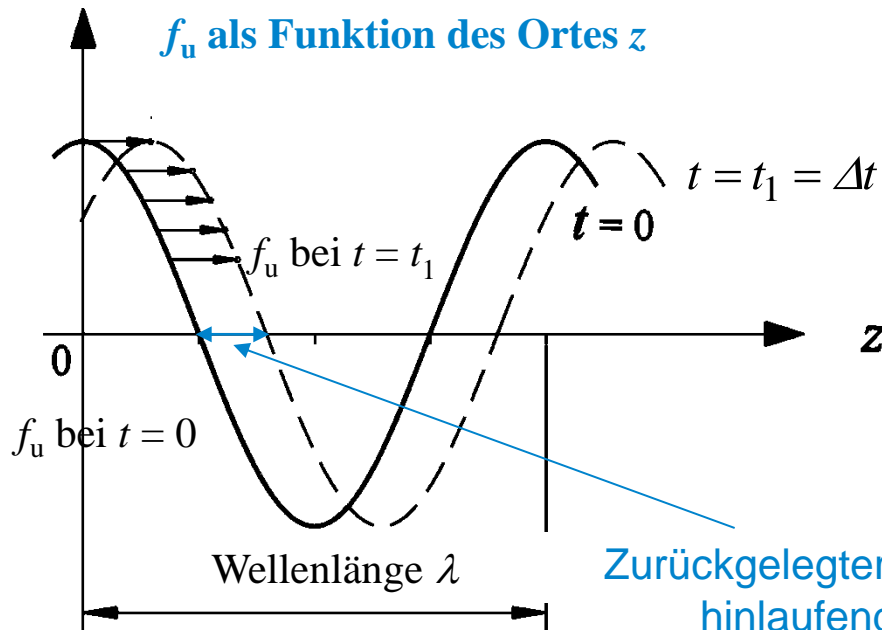


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Beispiel:

$$f_u(\alpha) = f_u(z - c \cdot t) = \cos(z - c \cdot t)$$

$$z + \Delta z - c \cdot (t + \Delta t) = z - c \cdot t = \text{konst.} \Rightarrow \Delta z = c \cdot \Delta t \Rightarrow c = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$



Allgemeine Lösung der Wellengleichung:

$$u(z, t) = \underbrace{\hat{u}_h \cdot f_u(z - c \cdot t)}_{\text{hinlaufend}} + \underbrace{\hat{u}_r \cdot g_u(z + c \cdot t)}_{\text{rücklaufend}}$$

Hin- und zurücklaufende Wellen auf der Leitung

Quelle:

Clausert, H., Wiesemann et al.:

Grundgebiete der Elektrotechnik, Oldenbourg

$$\Delta z = c \cdot \Delta t$$



V3 Leitungsgleichungen

Übersicht

1. Wellengleichung
2. Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion
3. Einschaltvorgang
4. Wechselspannungsbetrieb
5. Stehende Wellen
6. Vierpol-Darstellung
7. Ersatzschaltbilder

V3.2 Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion

Wellenwiderstand Z_0

Wiederholung aus ETiT2

Wellenwiderstand Z_0 :

Proportionalitätsfaktor zwischen den Amplituden von Strom- und Spannungswelle u, i

Leitung homogen ($L' = \text{konst.}, C' = \text{konst.}$):

Amplituden **unabhängig** vom Ort z auf der Leitung

Beispiel: Hinlaufende Spannungswelle: $u(z, t) = \hat{u} \cdot f_u(z - c \cdot t)$

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = -L' \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \Rightarrow \hat{u} \cdot f_u'(z - c \cdot t) = -L' \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$\Rightarrow i(z, t) = -\frac{\hat{u}}{L'} \cdot \int f_u'(\underbrace{z - c \cdot t}_{\alpha}) \cdot dt = \frac{\hat{u}}{L' \cdot c} \cdot \int f_u'(\alpha) \cdot d\alpha = \frac{\hat{u}}{L' \cdot c} \cdot f_u(z - c \cdot t) = \hat{i} \cdot f_u(z - c \cdot t)$$

$d\alpha = -c \cdot dt$

$$\frac{\hat{u}}{L' \cdot c} = \hat{i} \Rightarrow Z_0 = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = L' \cdot c = \frac{L'}{\sqrt{L' \cdot C'}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Wellenwiderstand Z_0
(bei verlustloser Leitung reell)

Anmerkung: Bei rückwärts laufender Welle: $u(z, t) = \hat{u} \cdot g_u(z + c \cdot t)$

$$\Rightarrow i(z, t) = \hat{i} \cdot g_u(z + c \cdot t) = -\frac{\hat{u}}{L' \cdot c} \cdot g_u(z + c \cdot t) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = -\frac{\hat{u}}{\hat{i}}$$

V3.2 Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion

Allgemeine Lösung der Wellengleichung

Wiederholung aus ETi2

- Spannungswellen und Stromwellen:

$$u(z,t) = \underbrace{\hat{u}_h \cdot f_u(z - c \cdot t)}_{\text{hinlaufend}} + \underbrace{\hat{u}_r \cdot g_u(z + c \cdot t)}_{\text{rücklaufend}}$$

$$i(z,t) = \underbrace{\hat{i}_h \cdot f_u(z - c \cdot t)}_{\text{hinlaufend}} + \underbrace{\hat{i}_r \cdot g_u(z + c \cdot t)}_{\text{rücklaufend}}$$

mit $\hat{u}_h = Z_0 \cdot \hat{i}_h$ und $\hat{u}_r = -Z_0 \cdot \hat{i}_r$

- Strom und Spannung je Wellenart (= hin- bzw. rücklaufend) über Wellenwiderstand Z_0 positiv bzw. negativ verknüpft !
- Index h / r: hin-/ rücklaufende (auch: reflektierte) Welle.

V3.2 Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion

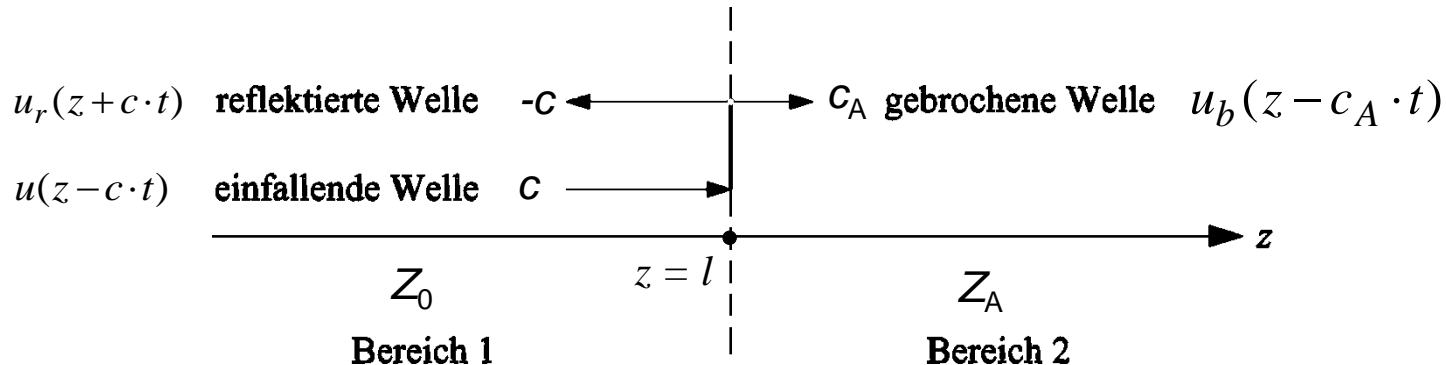
Reflexion und Brechung (1)

Wiederholung aus ETiT2



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- **Leitungsinhomogenität** = Änderung von L' und/oder C' an der Stelle $z = l$:
z.B.: Änderung des Wellenwiderstands von Z_0 auf die Abschlussimpedanz Z_A
→ **Reflexion und Brechung** der Welle bei $z = l$
- Reflektierter Wellenanteil läuft mit $-c$ in den Bereich 1 zurück.
Seine Amplitude \hat{u}_r ist durch den **Reflexionsfaktor** r bestimmt.
- Gebrochener Wellenanteil läuft mit neuer Geschwindigkeit c_A
(Lichtgeschwindigkeit im Medium 2) in den Bereich 2 (Neuer Wellenwiderstand Z_A).
Seine Amplitude \hat{u}_b ist durch den **Brechungsfaktor** b bestimmt.



$$u_1(z, t) = u(z - c \cdot t) + u_r(z + c \cdot t)$$

$$u_2(z, t) = u_b(z - c_A \cdot t)$$

$$i_1(z, t) = [u(z - c \cdot t) - u_r(z + c \cdot t)] / Z_0$$

$$i_2(z, t) = u_b(z - c_A \cdot t) / Z_A$$



V3.2 Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion

Reflexion und Brechung (2)

Wiederholung aus ETiT2



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- An der Stelle $z = l$ müssen Strom und Spannung **stetig** sein:

$u_1(l,t) = u_2(l,t)$, $i_1(l,t) = i_2(l,t)$, da die gespeicherten Energien in Kapazitäts- & Induktivitätsbelag ($W'_C = C'u^2/2$, $W'_L = L'i^2/2$) sich nicht "sprungartig" ändern können.

- $z = l$:

$$\left. \begin{aligned} u(l-c \cdot t) + u_r(l+c \cdot t) &= u_b(l-c_A \cdot t) \\ [u(l-c \cdot t) - u_r(l+c \cdot t)] / Z_0 &= u_b(l-c_A \cdot t) / Z_A \end{aligned} \right\} \begin{aligned} u_b(l-c_A \cdot t) &= \frac{2Z_A}{Z_A + Z_0} \cdot u(l-c \cdot t) = b \cdot u(l-c \cdot t) \\ u_r(l+c \cdot t) &= \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0} \cdot u(l-c \cdot t) = r \cdot u(l-c \cdot t) \end{aligned}$$

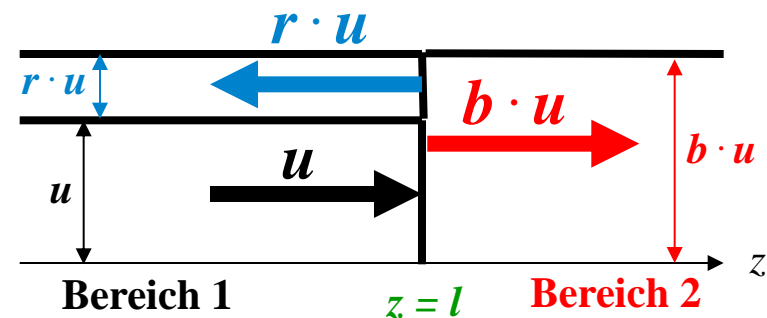
Reflexionsfaktor

$$r = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0} = b - 1$$

Brechungsfaktor

$$b = \frac{2 \cdot Z_A}{Z_A + Z_0}$$

$$r + 1 = b$$



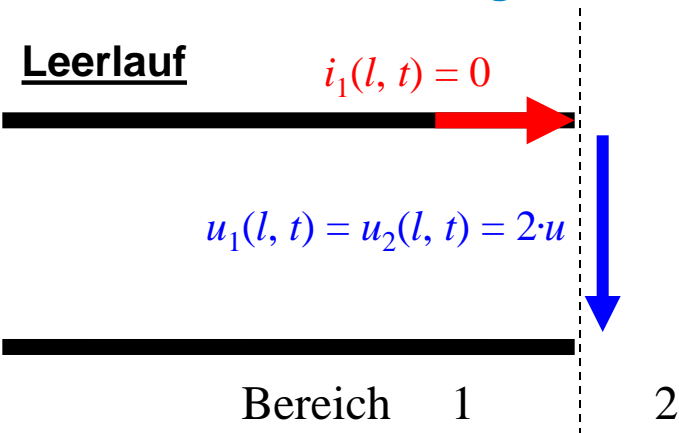
Bereichsgrenze



V3.2 Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion

Leerlauf und Kurzschluss einer Zweidrahtleitung

• Sonderfälle am Leitungsende:



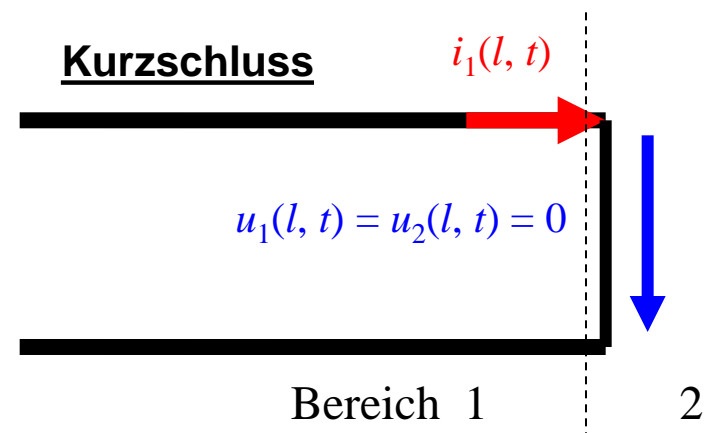
$$r = \frac{\infty - Z_0}{\infty + Z_0} = 1, \quad b = 2 \quad \boxed{Z_A = \infty}$$

$$\boxed{u_r(l + c \cdot t) = u(l - c \cdot t)}$$

$$u_1(l, t) = u_2(l, t) = 2 \cdot u(l - c \cdot t)$$

$$i_1(l, t) = [u(l - c \cdot t) - u_r(l + c \cdot t)] / Z_0 = 0$$

$$i_2(l, t) = u_b(l - c_A t) / \underbrace{Z_A}_{\rightarrow \infty} = 0$$



$$r = \frac{0 - Z_0}{0 + Z_0} = -1, \quad b = 0 \quad \boxed{Z_A = 0}$$

$$\boxed{u_r(l + c \cdot t) = -u(l - c \cdot t)}$$

$$u_1(l, t) = u_2(l, t) = 0$$

$$i_1(l, t) = 2 \cdot u(l - c \cdot t) / Z_0$$

$$i_2(l, t) = u_b(l - c_A t) / Z_A = "0/0" = i_1(l, t)$$

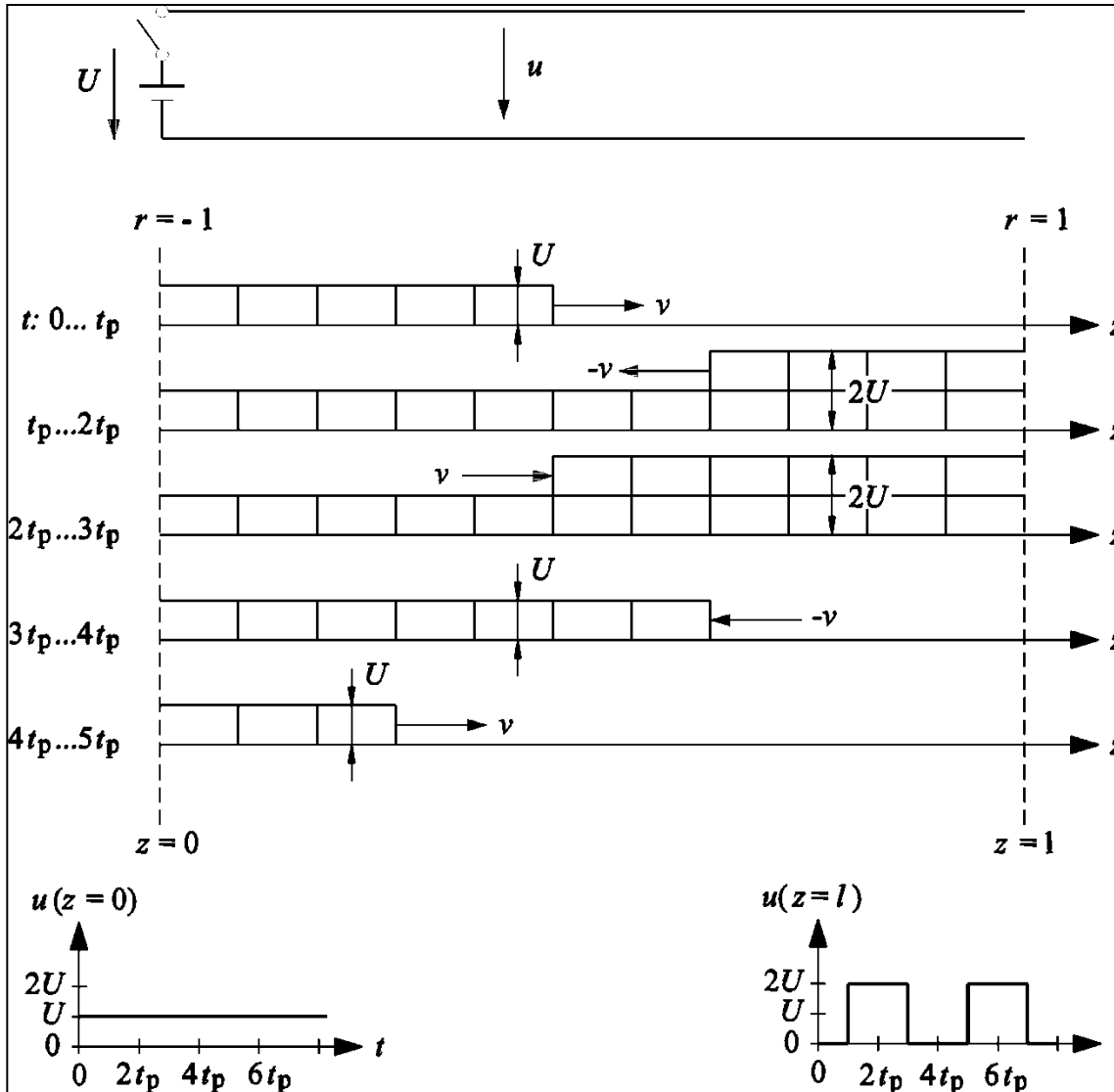
V3 Leitungsgleichungen

Übersicht

1. Wellengleichung
2. Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion
3. Einschaltvorgang
4. Wechselspannungsbetrieb
5. Stehende Wellen
6. Vierpol-Darstellung
7. Ersatzschaltbilder

V3.3 Einschaltvorgang

Einschaltvorgang einer offenen Zweidrahtleitung (1)



v : Wellen-Phasengeschwindigkeit

Ausgang offen: $Z_A \rightarrow \infty$: $r_A = 1$

Eingang hat ideale Gleichspannungsquelle: $u(t) = U$
 $R_i = 0$: $r_E = -1$

Laufzeit der Spannungs-Rechteckwelle: $t_p = l / v$

$$t_p = \frac{l}{v} = l \cdot \sqrt{L'C'} = \sqrt{L' \cdot l \cdot C' \cdot l} = \sqrt{L \cdot C}$$

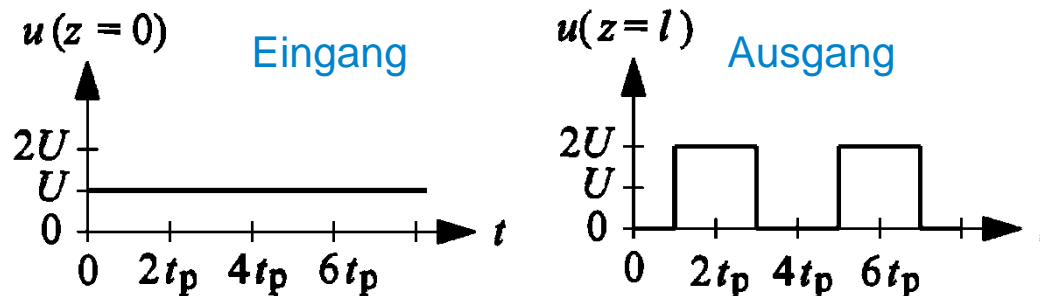
Periodendauer des Einschwingens der Spannung:

$$T = 4t_p = 4 \cdot \sqrt{L \cdot C}$$



V3.3 Einschaltvorgang

Einschaltvorgang einer offenen Zweidrahtleitung (2)



- Die Leitung schwingt **am Ausgang** rechteckförmig ein mit Eigenfrequenz $f_d = \frac{1}{4t_p} = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{L \cdot C}}$
- Vergleiche: Ein konzentrierter L - C -Schwingkreis schwingt sinusförmig mit $f_d = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$
- Verlustfreie Leitung, offenes Ende = KEINE Leitungs- und KEINE Reflexionsdämpfung \Rightarrow Ausgangsspannung $u(z=l)$ schwingt ungedämpft.
- 100% Reflexion am Ausgang: $b_A = 1 + r_A$: **200% Spannungsüberhöhung** durch Reflexion.
- **Am Eingang**: Ideale Spannungsquelle: Eingepreßt U = kein Schwingen = Reflexion: -100%!
- **Reale Leitung**: Abklingen der Eigenschwingung, weil (1) Reflexionsfaktor $r_A < 1$,
(2) Leitungsverluste ($R \cdot I^2$)

V3.3 Einschaltvorgang

Beispiel: Ungedämpfte Zweidrahtleitung



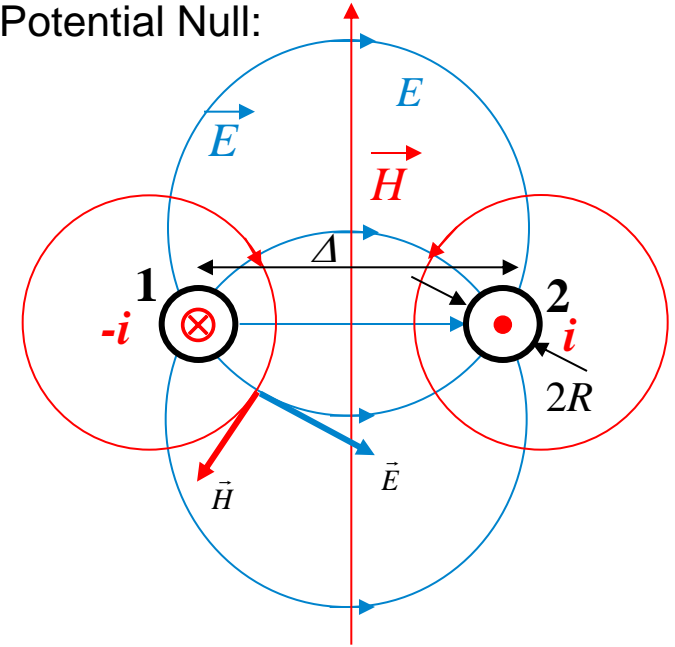
- Zweidraht-Leitung im „leeren“ Raum = kein Erdreich auf Potential Null:
- Leitemittenabstand Δ , Leiterradius $R \ll \Delta$
- Isolationsmaterial zwischen den Leitern: Luft:
 $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$, $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$

- Kapazitätsbelag:

$$\Delta \gg 2R : C' = \frac{\pi \cdot \varepsilon}{\ln \left(\frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - (2R)^2}}{2R} \right)} \cong \frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{\Delta}{R} \right)}$$

- Induktivitätsbelag:

$$\Delta \gg 2R : L' = \frac{\mu}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{\Delta - 2R}{R} \right) + \frac{\mu_0}{8\pi} \approx \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{\Delta}{R} \right)$$



- Wanderwellengeschwindigkeit $v \approx$ Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0

$$v = \frac{1}{\sqrt{C' \cdot L'}} \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{\Delta}{R} \right)} \cdot \frac{\mu_0 \cdot \ln \left(\frac{\Delta}{R} \right)}{\pi}}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2.99793 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 300000 \text{ km/s} = c_0$$



V3.3 Einschaltvorgang

Vergleich: Zweidrahtleitung vs. Raumwelle

- Zweidraht-Leitung: Wellenwiderstand:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \approx \sqrt{\frac{\frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right)}{\frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{\Delta}{R}\right)}}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right)}$$

- Raumwelle: (Leitungs-UNGEBUNDEN): Wellenwiderstand des „leeren Raums“:

$$Z_{0,0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377 \Omega$$

V3.3 Einschaltvorgang

Beispiel: Ungedämpfte DC-Leitung

- **Beispiel:** Hochspannungs-Gleichspannungsübertragung:

$$U_d = 400 \text{ kV}, I_d = 2 \text{ kA}, \\ \Delta = 10 \text{ m}, 2R = 50 \text{ mm}, l = 300 \text{ km}, J = 1.02 \text{ A/mm}^2, \quad v = \frac{1}{\sqrt{C' \cdot L'}} \approx c_0$$

- Übertragene Leistung: $P_d = U_d \cdot I_d = 400 \text{ kV} \cdot 2 \text{ kA} = 800 \text{ MW}$

- Wellenwiderstand der Leitung: $Z_0 = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8.854 \cdot 10^{-12}}} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{10}{0.025}\right) = 718 \Omega$

- Laufzeit: $t_p = \frac{l}{v} = \frac{300 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 10^{-3} \text{ s} = 1 \text{ ms}$

- Einschwingfrequenz: $f_d = \frac{1}{4 \cdot t_p} = \frac{1}{4 \cdot 0.001} = 250 \text{ Hz}$

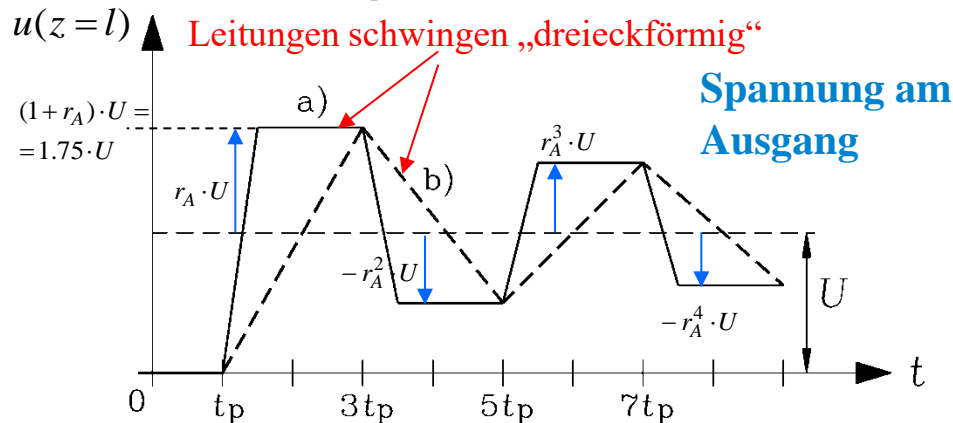
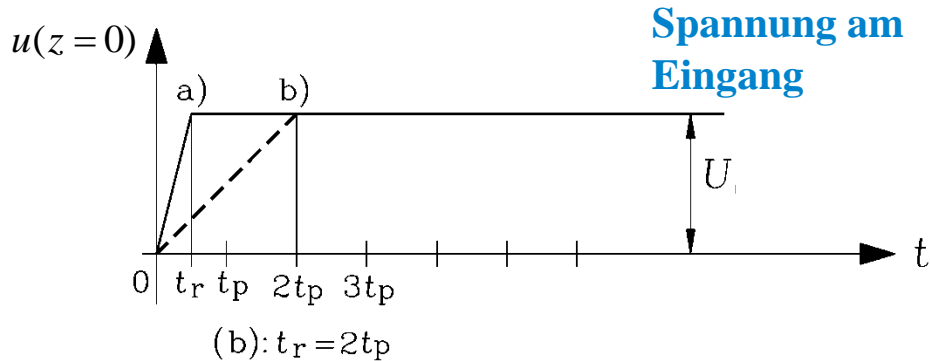
- **Kontrolle:**

E-Feld an der Leiteroberfläche: (tatsächlich: Mit „Bündelleiter“ zur Verringerung der Korona-Verluste)

$$E_{\max} \approx \frac{U_d}{2R \cdot \ln(\Delta/R)} = \frac{400 \cdot 10^3}{2 \cdot 2.5 \cdot \ln(10/0.025)} = 13.3 \text{ kV/cm} < 30 \text{ kV/cm} = E_D$$

V3.3 Einschaltvorgang

Einschaltvorgang mit endlicher Spannungsanstiegszeit t_r (1)



- Verlustfreie Leitung
- Endliche Spannungsanstiegszeit t_r
- Abschlusswiderstand $Z_A = 7 \cdot Z_0$, so dass Reflexionsfaktor $r_A = 0.75$
- Reflexionsfaktor $r_E = -1$

$$r_A = \frac{7Z_0 - Z_0}{7Z_0 + Z_0} = \frac{6}{8} = 0.75$$

- Volle Spannungsreflexionshöhe bei: $t_r \leq 2t_p = 2 \cdot l / v \Rightarrow l \geq v \cdot t_r / 2 \Rightarrow l_{krit} = v \cdot t_r / 2$

V3.3 Einschaltvorgang

Einschaltvorgang mit endlicher Spannungsanstiegszeit t_r (2)

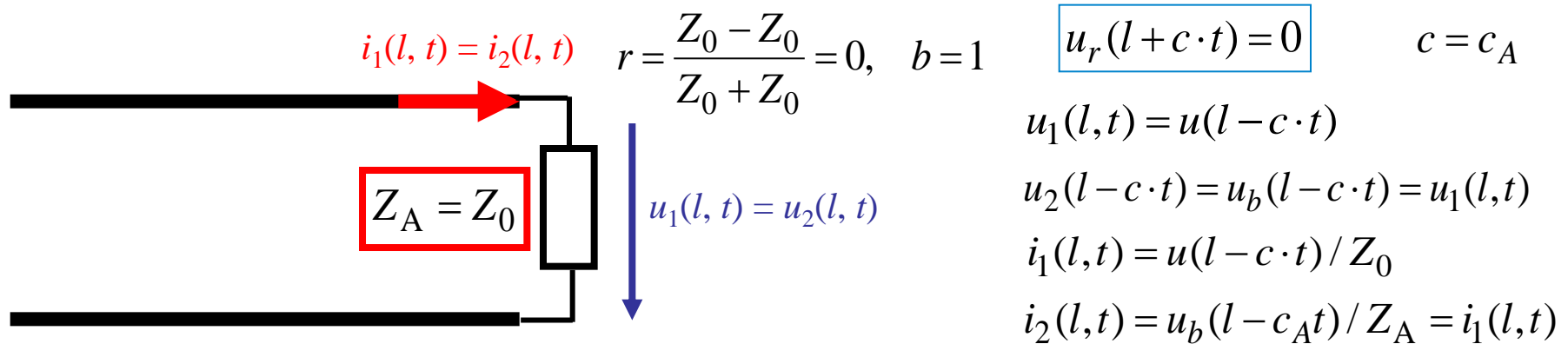


- **Verlustfreie** Leitung, endliche Spannungsanstiegszeit t_r , **Abschlusswiderstand** $Z_A = 7 \cdot Z_0$
- Reflexionsfaktor: Am Ausgang $r_A = 0.75$, am Eingang $r_E = -1$
- **Ergebnisse:**
 - 1) Durch Reflexion $0.75 < 1$ werden 25% der eintreffenden Spannungswelle „gebrochen“
= im Abschlusswiderstand Z_A dissipiert = gehen dem Wellenvorgang verloren =
= Reflexionen nehmen ab („**Reflexionsdämpfung**“)
 - 2) **Spannungsüberhöhung** am Ausgang: $b_A = 1 + r_A = 1.75 = 175\% < 200\%$.
- Volle Spannungsreflexionshöhe bei: $t_r \leq 2t_p = 2 \cdot l/v \Rightarrow l \geq v \cdot t_r / 2 \Rightarrow l_{krit} = v \cdot t_r / 2$
- „**Kritische**“ **Leitungslänge** l_{krit} : Bei $l > l_{krit}$ tritt die volle Spannungsreflexion $1 + r_A$ auf.
- **Beispiel:** $t_r = 2 \text{ ms}$, $v = c_0$: $l_{krit} = 300 \text{ km}$



V3.3 Einschaltvorgang

Abschluss der Leitung mit dem Wellenwiderstand Z_0



- Bei Abschluss der Leitung mit dem Wellenwiderstand ist der **Reflexionsfaktor Null: $r = 0$** .
- Der **Brechungsfaktor ist Eins: $b = 1$** .
- Es tritt **keine reflektierte Welle** auf: $u_r = 0$
- Die Eingangswelle u läuft als gebrochene Welle u_b direkt in den Abschlusswiderstand ein = vollständige Leistungsübertragung in den Abschlusswiderstand $Z_A = Z_0$.
- Es tritt keine **Spannungsüberhöhung durch Reflexion** am Ausgang auf: $u_1 = u_2 = u$.
- Es tritt **kein laufzeitfrequenter Einschwingvorgang** am Ausgang der Leitung auf (sonst: Bei jedem Einschalten einer Leitung $Z_A \neq Z_0$: höherfrequenter Einschwingvorgang!)

V3 Leitungsgleichungen

Übersicht

1. Wellengleichung
2. Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion
3. Einschaltvorgang
4. Wechselspannungsbetrieb
5. Stehende Wellen
6. Vierpol-Darstellung
7. Ersatzschaltbilder

V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Leitungstheorie für Wechselspannungsbetrieb



- Nach dem Abklingen des Einschwingvorgangs wirkt am Eingang die eingeprägte Spannung, z. B.: Sinuswechselspannung $u(0,t) = \hat{U}_1 \cdot \cos(\omega t)$
- Lösung der Wellengleichung für Wechselspannung am Eingang $z = 0$ mit

Separation von z und t (Separationsansatz für partielle Differentialgleichungen):

$$u(z,t) = \text{Re}\{\underline{\hat{U}}(z) \cdot e^{j\omega t}\} \quad i(z,t) = \text{Re}\{\underline{\hat{I}}(z) \cdot e^{j\omega t}\} \Rightarrow u(0,t) = \text{Re}\{\underline{\hat{U}}(0) \cdot e^{j\omega t}\} \quad \underline{\hat{U}}(0) = \hat{U}_1$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 \underline{\hat{U}}(z)}{\partial z^2} \cdot e^{j\omega t} = -\frac{\omega^2}{c^2} \cdot \underline{\hat{U}}(z) \cdot e^{j\omega t}$$

$$\beta = \frac{\omega}{c} \quad \text{Phasenkoeffizient}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \underline{\hat{U}}(z)}{\partial z^2} + \beta^2 \cdot \underline{\hat{U}}(z) = 0 \\ \frac{\partial^2 \underline{\hat{I}}(z)}{\partial z^2} + \beta^2 \cdot \underline{\hat{I}}(z) = 0 \end{cases}$$

Lösungsfunktionen:

$$\begin{cases} \underline{\hat{U}}(z) = \underline{\hat{U}}_h \cdot e^{-j\beta \cdot z} + \underline{\hat{U}}_r \cdot e^{j\beta \cdot z} \\ \underline{\hat{I}}(z) = \underline{\hat{I}}_h \cdot e^{-j\beta \cdot z} + \underline{\hat{I}}_r \cdot e^{j\beta \cdot z} \end{cases}$$

- Wellenlänge: $\lambda = 2\pi / \beta \quad \left(\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$

- **Beispiel:** $f = 50 \text{ Hz}$, $c = c_0$: $\lambda = 6000 \text{ km}$, $\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot 50}{3 \cdot 10^8} = 1.047 \cdot 10^{-6} / \text{m}$



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Sinusbetrieb der Leitung (1)



Wiederholung aus ETiT2

- **Beispiel:** $\underline{\hat{U}}_h = \hat{U}_h, \underline{\hat{U}}_r = \hat{U}_r$ reell $\Rightarrow u(z,t) = \text{Re} \left\{ \hat{U}_h \cdot e^{j \cdot (-\beta \cdot z + \omega t)} + \hat{U}_r \cdot e^{j \cdot (\beta \cdot z + \omega t)} \right\}$

$$u(z,t) = \hat{U}_h \cdot \cos(-\beta \cdot z + \omega \cdot t) + \hat{U}_r \cdot \cos(\beta \cdot z + \omega \cdot t)$$

Hinlaufende Kosinuswelle
Rücklaufende Kosinuswelle

Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$

$$\cos(\beta \cdot z - \omega \cdot t) = \cos(2\pi \cdot ((z/\lambda) - f \cdot t)) = \cos(2\pi \cdot \lambda \cdot (z - \underbrace{\lambda \cdot f}_{c} \cdot t)) = \cos((2\pi \cdot \lambda \cdot (z - c \cdot t)))$$

- Die allgemeine Verteilung der Spannung (und des Stroms) längs der Leitung besteht aus der Überlagerung **zweier gegenläufiger Sinuswellen zu einer stehenden Welle!**

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -L' \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \Rightarrow \underline{\hat{U}}_h \cdot (-j \cdot \beta) \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot z} \cdot e^{j \cdot \omega t} + L' \cdot j \cdot \omega \cdot \underline{\hat{I}}_h \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot z} \cdot e^{j \cdot \omega t} = 0$$

Hin-Welle	$\underline{\hat{U}}_h = \frac{\omega}{\beta} \cdot L' \cdot \underline{\hat{I}}_h = c \cdot L' \cdot \underline{\hat{I}}_h = Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_h$	Strom und Spannung je Welle <i>h</i> und <i>r</i> über Wellenwiderstand verknüpft !
Rück-Welle	$\underline{\hat{U}}_r = -\frac{\omega}{\beta} \cdot L' \cdot \underline{\hat{I}}_r = -c \cdot L' \cdot \underline{\hat{I}}_r = -Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_r$	

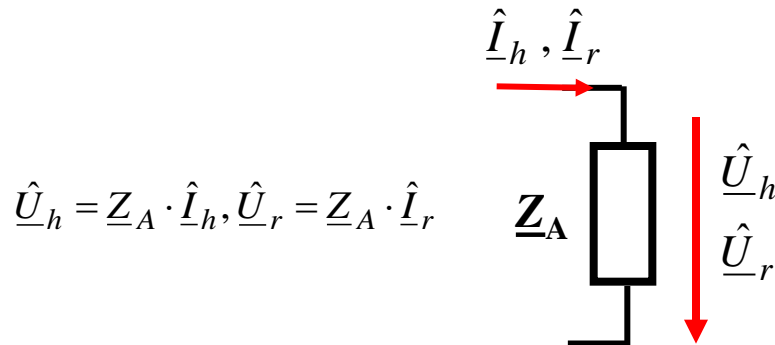


V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Sinusbetrieb der Leitung (1)



Wiederholung aus ETiT2



$$\hat{U}_h = \underline{Z}_A \cdot \hat{I}_h, \hat{U}_r = \underline{Z}_A \cdot \hat{I}_r$$

▪ Allgemeiner Sinusbetrieb einer Leitung:

Lastimpedanz \underline{Z}_A am Ausgang, vorgegebene Spannung am Eingang $\hat{U}(0)$

- Eingang $\hat{U}(0) = \hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot 0} + \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot 0} = \hat{U}_h + \hat{U}_r$
- Ausgang $\hat{U}(l) = \hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} + \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot l} = \underline{Z}_A \cdot \hat{I}(l) = \underline{Z}_A \cdot \hat{I}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} + \underline{Z}_A \cdot \hat{I}_r \cdot e^{j\beta \cdot l}$

$$\hat{U}_h = Z_0 \cdot \hat{I}_h, \hat{U}_r = -Z_0 \cdot \hat{I}_r \Rightarrow \hat{U}(l) = \hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} + \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot l} = (\underline{Z}_A / Z_0) \cdot (\hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} - \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot l})$$

$$\hat{U}_h + \hat{U}_r = \hat{U}(0)$$

$$(1 - \underline{Z}_A / Z_0) \cdot e^{-j\beta \cdot l} \cdot \hat{U}_h + (1 + \underline{Z}_A / Z_0) \cdot e^{j\beta \cdot l} \cdot \hat{U}_r = 0$$

Daraus berechnen: \hat{U}_h, \hat{U}_r



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Sinusbetrieb der Leitung (2)

Wiederholung aus ETiT2



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

$$\left. \begin{aligned} \left(1 - \frac{\underline{Z}_A}{Z_0}\right) \cdot e^{-j\beta \cdot l} \cdot \underline{\hat{U}}_h + \left(1 + \frac{\underline{Z}_A}{Z_0}\right) \cdot e^{j\beta \cdot l} \cdot \underline{\hat{U}}_r &= 0 \\ \underline{\hat{U}}_h + \underline{\hat{U}}_r &= \underline{\hat{U}}(0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{CRAMER'scher Regel} \Rightarrow$$

$$\underline{\hat{U}}_h = \frac{\underline{\hat{U}}(0)}{2} \cdot \frac{(\underline{Z}_A + Z_0) \cdot e^{j\beta \cdot l}}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + jZ_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)} = Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_h$$

Wir verwenden die Formeln
 $\cos \alpha = (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) / 2$

$$\underline{\hat{U}}_r = \frac{\underline{\hat{U}}(0)}{2} \cdot \frac{(\underline{Z}_A - Z_0) \cdot e^{-j\beta \cdot l}}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + jZ_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)} = -Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_r$$

$j \cdot \sin \alpha = (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) / 2$

$$\underline{\hat{U}}(z) = \frac{\underline{\hat{U}}(0)}{2} \cdot \frac{(\underline{Z}_A + Z_0) \cdot e^{-j\beta \cdot (z-l)} + (\underline{Z}_A - Z_0) \cdot e^{j\beta \cdot (z-l)}}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + jZ_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)}$$

$$\underline{\hat{U}}(z) = \underline{\hat{U}}(0) \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)}$$



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Sinusbetrieb: Hin- und zurücklaufende Welle

- Amplitudenverhältnis von zurück- zu hinlaufender Welle: $\frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0} \cdot e^{-j \cdot 2\beta \cdot l}$
- Es hängt von Z_A ab!

a) $Z_A \rightarrow \infty$: $\left| \frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} \right| = 1$

b) $Z_A \rightarrow 0$: $\left| \frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} \right| = 1$

c) $Z_A = Z_0$: $\left| \frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} \right| = 0$

a) Leerlauf und b) Kurzschluss der Leitung:

Amplituden der hin- u. zurücklaufenden Wellen sind **gleich groß**:

Es ergeben sich stehende Wellen mit **Schwingungsknoten**!

c) Abschluss der Leitung mit dem Wellenwiderstand:

Es tritt **KEINE zurücklaufende Welle** auf!

V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Eingeschwungener Sinusbetrieb der Leitung (1)



- Spannungsverteilung längs der Leitungsordinate z
(und analoge Rechnung für die Stromverteilung längs z):

$$\underline{U}(z) = \underline{U}(0) \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)}$$
$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}(0)}{Z_0} \cdot \frac{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot \underline{Z}_A \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)}$$

$$\underline{Z}_A = \operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\} + j \cdot \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\}$$

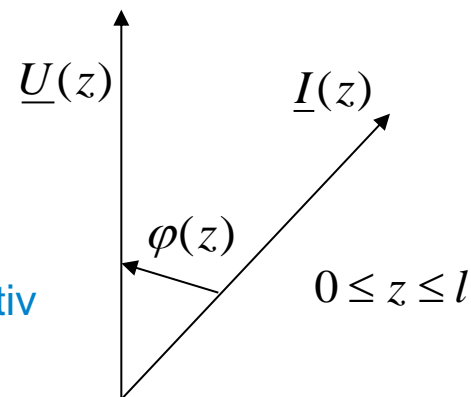
$$\hat{U}(z) = \sqrt{2} \cdot \underline{U}(z)$$

$$\hat{U}(0) = \sqrt{2} \cdot \underline{U}(0)$$

$$\hat{I}(z) = \sqrt{2} \cdot \underline{I}(z)$$

- Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom entlang der Leitung kann **induktiv**, **ohm'sch** oder **kapazitiv** sein und hängt vom Ort z ab!

- Beispiel:**
Phasenverschiebung **induktiv**



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Eingeschwungener Sinusbetrieb der Leitung (2)



- Wirkleistung an der Stelle z der Leitung: $P(z) = U(z) \cdot I(z) \cdot \cos \varphi(z) = \operatorname{Re} \left\{ \underbrace{U(z) \cdot I^*(z)}_{\underline{S}(z)} \right\}$

$$P(z) = \frac{U^2(0) \cdot \operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\}}{[\operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\} \cdot \cos(\beta \cdot l)]^2 + [(Z_0 + \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\}) \cdot \sin(\beta \cdot l)]^2} = P$$

- Wirkleistung **UNABHÄNGIG** von z entlang der Leitung konstant, weil Leitung verlustfrei!

- Blindleistung an der Stelle z der Leitung: $Q(z) = U(z) \cdot I(z) \cdot \sin \varphi(z) = \operatorname{Im} \left\{ \underbrace{U(z) \cdot I^*(z)}_{\underline{S}(z)} \right\}$

$$Q(z) = \frac{U^2(0)}{2Z_0} \cdot \frac{(Z_0^2 - Z_A^2) \cdot \sin(2\beta \cdot l) + 2 \cdot Z_0 \cdot \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\} \cdot \cos(2\beta \cdot (l - z))}{[\operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\} \cdot \cos(\beta \cdot l)]^2 + [(Z_0 + \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\}) \cdot \sin(\beta \cdot l)]^2}$$

- Blindleistung **ABHÄNGIG** von z entlang der Leitung wegen längs z verteiltem L und C
- Bei reellem Abschlusswiderstand $\operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\} = 0$ ist auch Q **UN**abhängig von z !



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Impedanz im eingeschwungenen Sinusbetrieb



- Leitungsimpedanz an der Stelle z der Leitung:

$$\underline{Z}(z) = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = Z_0 \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]}{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot \underline{Z}_A \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]}$$

- Eingangsimpedanz der Leitung: $\underline{Z}_E = \underline{Z}(0) = Z_0 \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot l] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot l]}{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot l] + j \cdot \underline{Z}_A \cdot \sin[\beta \cdot l]}$



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Impedanz im eingeschwungenen Sinusbetrieb

▪ **Sonderfall: $\underline{Z}_A = Z_0$:** $\underline{Z}(z) = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = Z_0 \quad \underline{Z}_E = \underline{Z}(0) = Z_0$

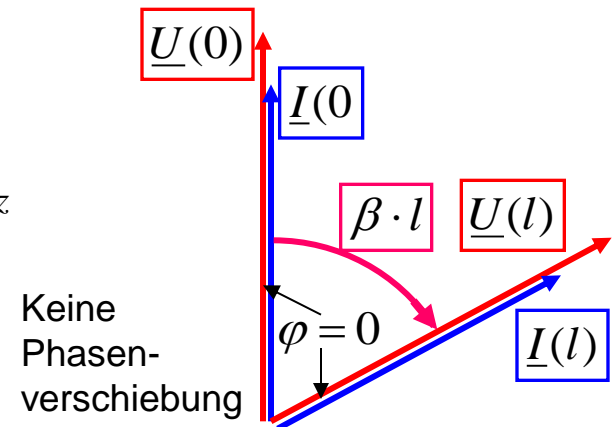
- ⇒ Bei Abschluss der Leitung mit dem Wellenwiderstand ist die Leitungsimpedanz AN JEDEM ORT identisch der Wellenwiderstand, denn es tritt **keine reflektierte Welle** auf!
- ⇒ Strom und Spannung sind an jedem Ort z über Z_0 direkt proportional!
- ⇒ Spannungs- und Strom**betrag** entlang der Leitung konstant!
- ⇒ Phasenverschiebung von Strom UND Spannung mit $\beta \cdot z$!

$$\underline{U}(z) = \underline{U}(0) \cdot \frac{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]}{Z_0 \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)}$$

$$\underline{U}(z) = \underline{U}(0) \cdot \frac{e^{j\beta \cdot (l-z)}}{e^{j\beta \cdot l}} = \underline{U}(0) \cdot e^{-j\beta \cdot z} \quad \underline{I}(z) = \frac{\underline{U}(0)}{Z_0} \cdot e^{-j\beta \cdot z}$$

▪ **Wellenlaufzeit t_p :**

$$l \cdot \beta = l \cdot 2\pi / \lambda = l \cdot 2\pi / (v / f) = (l / v) \cdot 2\pi \cdot f = t_p \cdot \omega$$



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Sonderfall: Abschlussimpedanz = Wellenwiderstand: Natürliche Leistung P_{Nat}



- Die übertragene Leistung ist **REINE Wirkleistung** und heißt „**natürliche Leistung**“ P_{Nat} !

$$\operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\} = Z_0, \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\} = 0: P = \frac{U_0^2(0)}{Z_0} = P_{\text{Nat}} \quad Q(z) = 0$$

- Die Blindleistung ist Null,
weil sich induktive und kapazitive Blindleistung an JEDEM Ort z aufheben!
- Anschauliche Rechnung:** $Q/l = Q' = Q'_L + Q'_C = 0$ Blindleistung je Leitungsabschnitt $Q' = Q/l$:

$$I(z) = I = \frac{U(z)}{Z_0} = \frac{U}{Z_0} = U \cdot \sqrt{\frac{C'}{L'}} \Rightarrow Q'_L = \omega L' \cdot I^2 = \omega L' \cdot U^2 \cdot \frac{C'}{L'} = U^2 \cdot \omega C' = -Q'_C$$

$$Q'_L = X'_L \cdot I^2 \quad X'_L = \omega \cdot L' = |j \cdot \omega \cdot L'|$$

$$Q'_C = -\frac{U^2}{|X'_C|} \quad \underline{X}'_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C'} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C'} \quad X'_C = -\frac{1}{\omega \cdot C'} \quad |\underline{X}'_C| = \frac{1}{\omega \cdot C'}$$

$$Q = Q' \cdot l = (Q'_L + Q'_C) \cdot l = 0$$



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Leerlaufende Leitung = Offenes Ende = $Z_A \rightarrow \infty$



- **Sonderfall: „Leerlaufende Leitung“:** $Z_A \rightarrow \infty$

$$P = 0$$

$$Q(0) = Q = -\frac{U^2(0)}{2Z_0} \cdot \frac{\sin(2\beta \cdot l)}{\cos(\beta \cdot l)^2} = -\frac{U^2(0)}{Z_0} \cdot \frac{\sin(\beta \cdot l)}{\cos(\beta \cdot l)} = -\frac{U^2(0)}{Z_0} \cdot \tan(\beta \cdot l)$$

- **Sonderfall: KURZE „Leerlaufende Leitung“:** $\beta \cdot l < 1 \Rightarrow \beta \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l < 1 \Rightarrow \frac{l}{\lambda} < \frac{1}{2\pi} = 0.16$

$$Q(0) \approx -\frac{U^2(0)}{2Z_0} \cdot \frac{2\beta \cdot l}{1} = -\frac{U^2(0)}{\sqrt{L'/C'}} \cdot \omega \cdot \sqrt{L' \cdot C'} \cdot l = -U^2(0) \cdot \omega \cdot C = -\frac{U^2(0)}{X_C}$$

Die kurze „leerlaufende Leitung“ wirkt am Eingang als „reine“ Kapazität !



V3 Leitungsgleichungen

Übersicht

1. Wellengleichung
2. Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion
3. Einschaltvorgang
4. Wechselspannungsbetrieb
5. Stehende Wellen
6. Vierpol-Darstellung
7. Ersatzschaltbilder

V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Leerlaufende Leitung = Offenes Ende = $Z_A \rightarrow \infty$



- **Sonderfall: „Leerlaufende Leitung“:** $Z_A \rightarrow \infty$

$$\underline{\hat{U}}(z) = \underline{\hat{U}}(0) \cdot \frac{\cos[\beta \cdot (l - z)]}{\cos(\beta \cdot l)} \quad \underline{\hat{I}}(z) = j \cdot \frac{\underline{\hat{U}}(0)}{Z_0} \cdot \frac{\sin[\beta \cdot (l - z)]}{\cos(\beta \cdot l)}$$

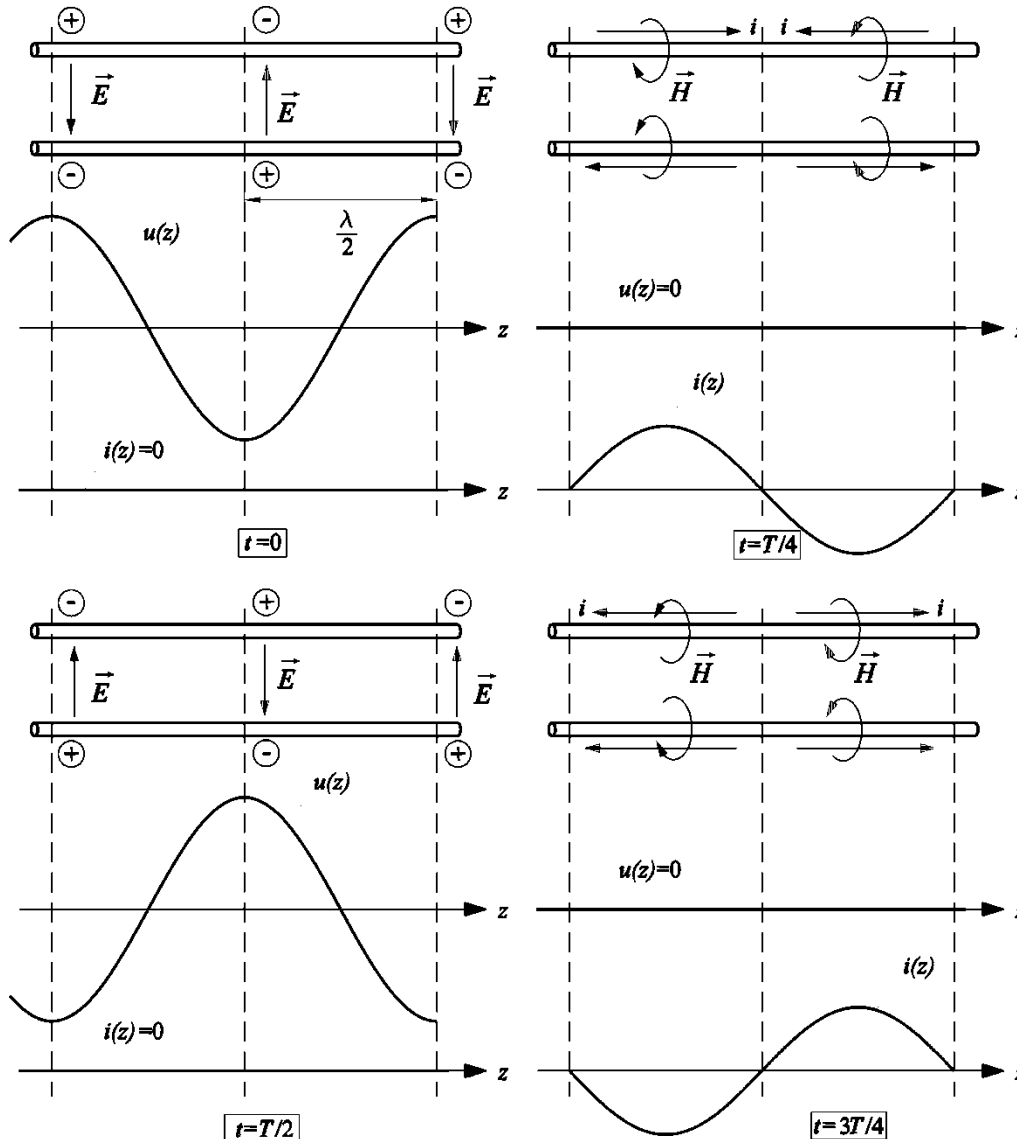
$$\underline{\hat{U}}(l) = \frac{\underline{\hat{U}}(0)}{\cos(\beta \cdot l)} \quad \underline{\hat{I}}(l) = 0 \quad u(z, t) = \operatorname{Re}\{\underline{\hat{U}}(z) \cdot e^{j\omega t}\} \quad i(z, t) = \operatorname{Re}\{\underline{\hat{I}}(z) \cdot e^{j\omega t}\} \quad \underline{\hat{U}}(0) = \hat{U}_1$$

$$u(z, t) = \hat{U}_1 \cdot \frac{\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (z - l)\right)}{\cos\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \cdot \cos \omega t \quad i(z, t) = -\frac{\hat{U}_1}{Z_0} \cdot \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (z - l)\right)}{\cos\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \cdot \sin \omega t$$

- Es treten **KEINE** Wanderwellen, z. B. $f_u(z \cdot 2\pi/\lambda \pm \omega \cdot t)$ auf, sondern **STEHENDE** Wellen !
- Strom und Spannung **pulsieren zeitlich** mit der Frequenz $f = \omega/(2\pi)$!
- Strom und Spannung sind räumlich um eine **Viertel-Wellenlänge $\lambda/4$ verschoben**.
- Strom und Spannung schwingen **zeitlich um 90° phasenversetzt**:
(= eine Viertel-Schwingungsperiode $T/4$, $T = 1/f$).



V3.5 Stehende Wellen



Stehende Wellen bei leerlaufender Leitung $Z_A \rightarrow \infty$

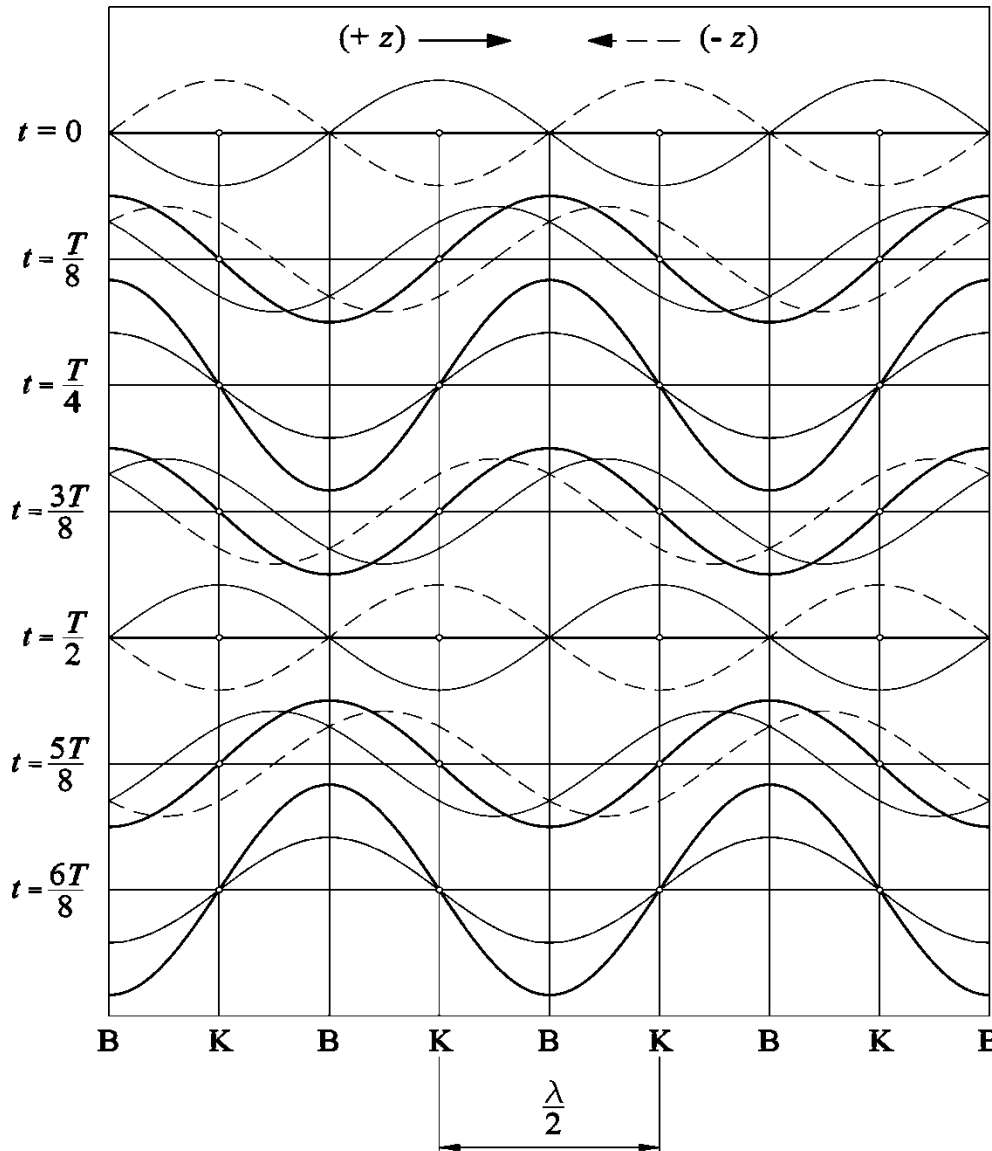
- Stehende Strom-/Spannungswelle und zugehöriges el. & magn. Feld E und H auf einer am Ende offenen Zweidraht-Leitung

- **Beispiel:** Länge $l = \lambda$
Vier Zeitpunkte $t = 0, T/4, T/2, 3T/4$

- **Max. Spannung $\hat{U}(0), \hat{U}(l)$ ($t = 0, T/2$):**
 E -Feld zw. den Leitern voll ausgebildet,
 $E = \text{max.}$, wo Spannungswelle $u(z)$ Bäuche hat =
Sitz der positiven & negativen Ladungen;
 $E = 0$: Dort, wo $u(z)$ Knoten hat

- **Spannung & E -Feld Null ($t = T/4, 3T/4$):**
Ladungsfluss vom pos. Spannungsbauch
zum negativen Spannungsbauch =
= Strom i : Erregt magnetisches H -Feld

V3.5 Stehende Wellen



Entstehung stehender Wellen

- **Beispiel:** Offene Leitung $Z_A \rightarrow \infty$: Amplitude der hin- und zurücklaufenden Welle h und r gleich groß!
- Entstehung der stehenden Wellen: **Überlagerung** aus
 - a) einlaufender Welle h (———) und
 - b) reflektierter Welle r (-----)
 gleicher Amplitude, Wellenlänge, Frequenz
- **Beispiel:** Leitungslänge $l = 2\lambda$
- **Stehende Welle** (fette Linie) verändert die Lage ihrer Schwingungsbäuche (B) und Knoten (K) nicht.
- Sie pulsiert mit der Frequenz $f = 1/T$.

V3.5 Stehende Wellen

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

a) Leerlaufende, b) kurzgeschlossene Leitung

$$\underline{Z}_E = \underline{Z}(0) = Z_0 \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot l] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot l]}{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot l] + j \cdot \underline{Z}_A \cdot \sin[\beta \cdot l]} \quad \text{Vollständige Ausbildung stehender Wellen}$$

a) Leerlauf ($\underline{Z}_A \rightarrow \infty$)

b) Kurzschluss ($\underline{Z}_A \rightarrow 0$)

$$\underline{Z}_E = Z_0 \cdot \frac{\cos[\beta \cdot l]}{j \cdot \sin[\beta \cdot l]} = -j \cdot Z_0 \cdot \text{ctg}(\beta \cdot l)$$

$$\underline{Z}_E = jZ_0 \cdot \frac{\sin[\beta \cdot l]}{\cos[\beta \cdot l]} = jZ_0 \cdot \tan(\beta \cdot l)$$

Mit steigendem ω bei konst. Leitungslänge l od. steigendem l bei $\omega = \text{konst.}$:

Serien-RESONANZ ($\underline{Z}_E = 0$) bei:

a) $\beta \cdot l = (2k + 1) \cdot \pi / 2, k = 0, 1, 2, \dots$
 $l = (2k + 1) \cdot \lambda / 4$

b) $\beta \cdot l = k \cdot \pi, k = 0, 1, 2, \dots$
 $l = k \cdot \lambda / 2$

Parallel-RESONANZ ($\underline{Z}_E \rightarrow \infty$) bei:

a) $l = k \cdot \lambda / 2$

b) $l = (2k + 1) \cdot \lambda / 4$

• Kurze Leitung $\beta \cdot l \ll 1$:

a) $\underline{Z}_E \approx -j \cdot Z_0 / (\beta \cdot l) \rightarrow \infty$

b) $\underline{Z}_E \approx j \cdot Z_0 \cdot \beta \cdot l \rightarrow 0$

Kapazitives Verhalten

Kurzschluss wirkt am Eingang

El. „lange“
Leitung!

El. „kurze“
Leitung!



V3.5 Stehende Wellen

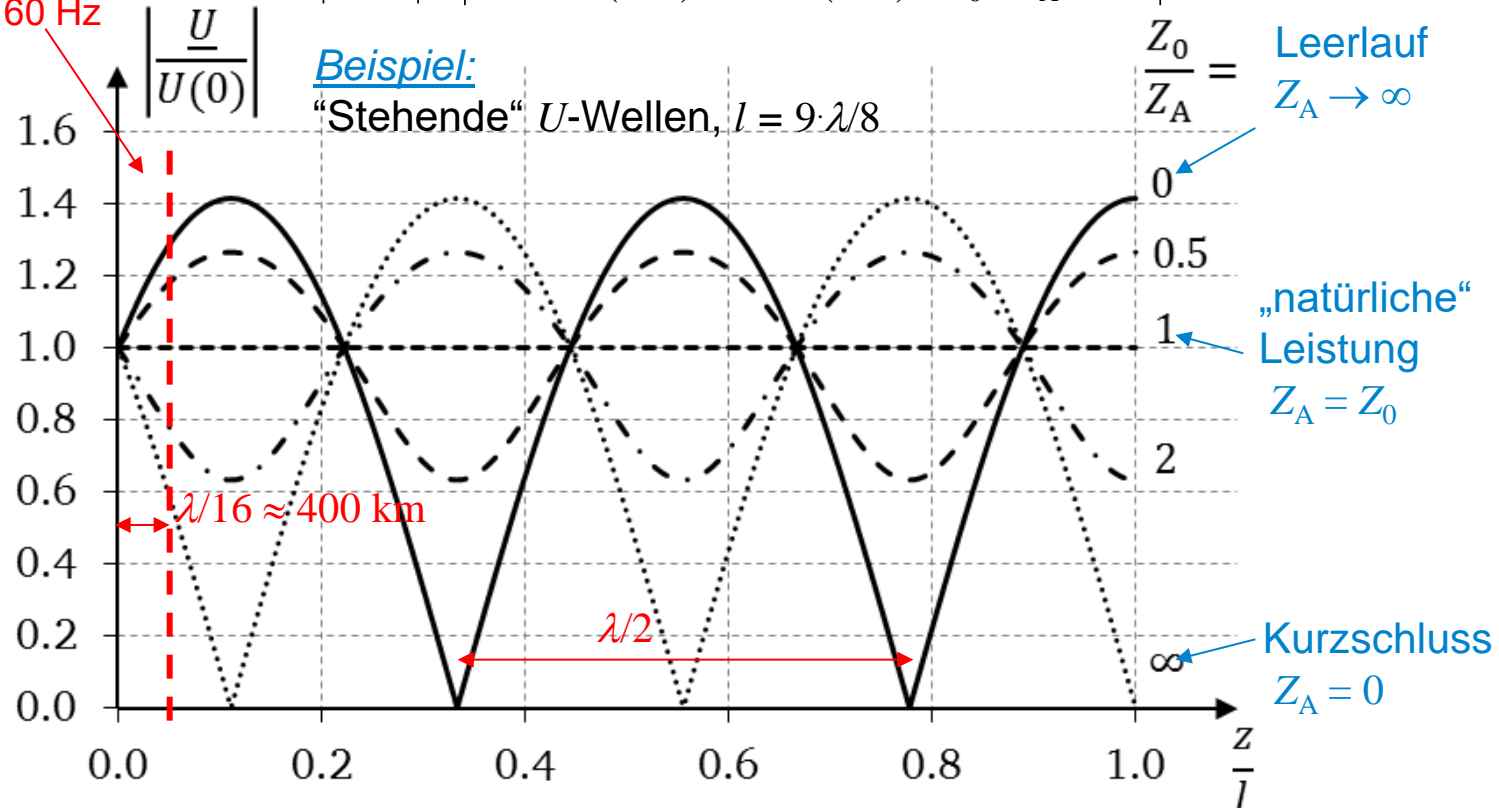
Sinusbetrieb: „Stehende“ U - und I -Wellen auf Leitung



Typischer Bereich der
Energietechnik
bei 50 ... 60 Hz

$$\left| \frac{\underline{U}(z)}{\underline{U}(0)} \right| = \left| \frac{\cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)] \cdot (Z_0 / Z_A)}{\cos(\beta \cdot l) + j \cdot \sin(\beta \cdot l) \cdot (Z_0 / Z_A)} \right|$$

$$\underline{U}(0) = U(0)$$



- $Z_A \neq Z_0$: Amplitude der zurücklaufenden Welle kleiner als der hinlaufenden Welle \Rightarrow **stehende Wellen** ohne Knoten, aber stehende Minima und Maxima von U , I



V3.5 Stehende Wellen

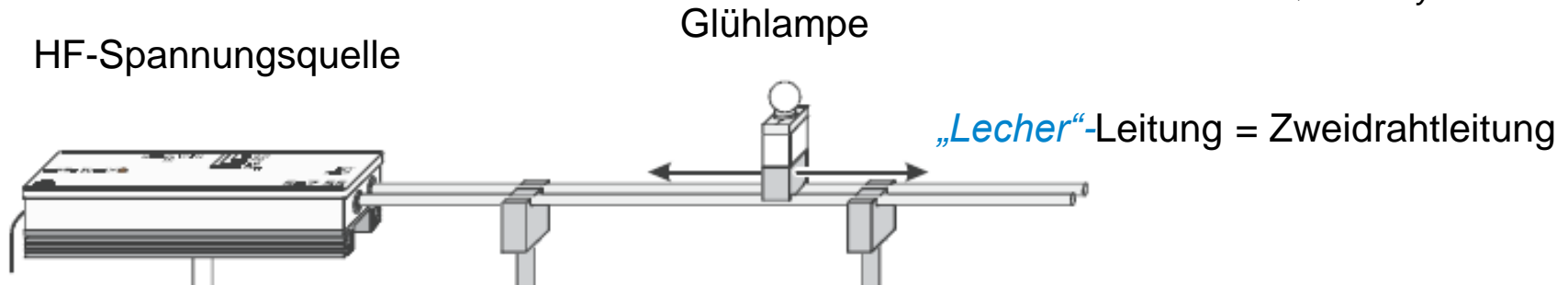
Beispiel: Leerlaufende Leitung bei Hochfrequenz

Versuch



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Quelle: Phywe Lehrmittel



Verschieben der Glühlampe: **Spannungsbauch** dort, wo sie am **hellsten** leuchtet

Beispiel:

Am Ende offene Zwei-Draht-Leitung $l = 88$ cm lang:

Frequenz f für stehende Welle mit $\lambda = (4/5) \cdot l = 70.4$ cm

$$f = c_0 / \lambda = \frac{c_0}{\frac{4}{5} \cdot l} = \frac{2.9979 \cdot 10^8}{\frac{4}{5} \cdot 0.88} = 425.88 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 425.88 \text{ MHz}$$



V3.5 Stehende Wellen

Stehende Wellen bei 50 Hz & „elektrisch kurze“ Leitung

- Bei Speisung mit Netzfrequenz 50 Hz entsteht **stehende Spannungswelle** mit Wellenlänge $l = \lambda = c_0 / f = \frac{2.9979 \cdot 10^8}{50} = 5996 \cdot 10^3 = 6000 \text{ km}$
- Die Zweidrahtleitung ist das „Vorbild“ für die realen Freileitungen (Luftisolierung!)
- Reale Freileitungen sind meist weniger als 800 km lang \Rightarrow „elektrisch KURZE“ Leitung!

$$\beta \cdot l < 1$$

- „El. kurze“ Leitungen bei 50 Hz können real sehr lang sein!

- Beispiel: $f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow \beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot 50}{3 \cdot 10^8} = 1.047 \cdot 10^{-6} / \text{m}$

$$l = 800 \text{ km}: \beta \cdot l = 1.047 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^5 = 0.8 < 1$$

V3.5 Stehende Wellen

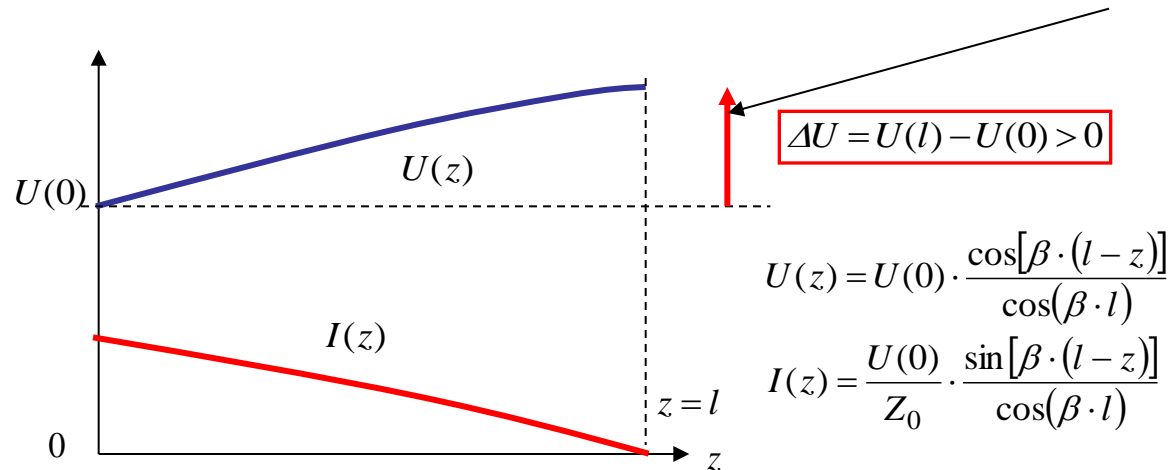
„Ferranti“-Effekt

- Beispiel: „Elektrisch kurze“ offene Leitung: $Z_0/Z_A = 0$, $l = 300$ km, $f = 50$ Hz:

$$\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot 50}{3 \cdot 10^8} = 1.047 \cdot 10^{-6} / \text{m} \quad \beta \cdot l = 1.047 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5 = 0.314$$

$$\underline{U}(z) = \underline{U}(0) \cdot \frac{\cos[1.047 \cdot 10^{-6} \cdot (3 \cdot 10^5 - z)]}{\cos(0.314)} \Rightarrow \underline{U}(l) = 1.05 \cdot \underline{U}(0)$$

- 5% Spannungsüberhöhung am offenen Leitungsende: „**Ferranti**“-Effekt



V3.5 Stehende Wellen

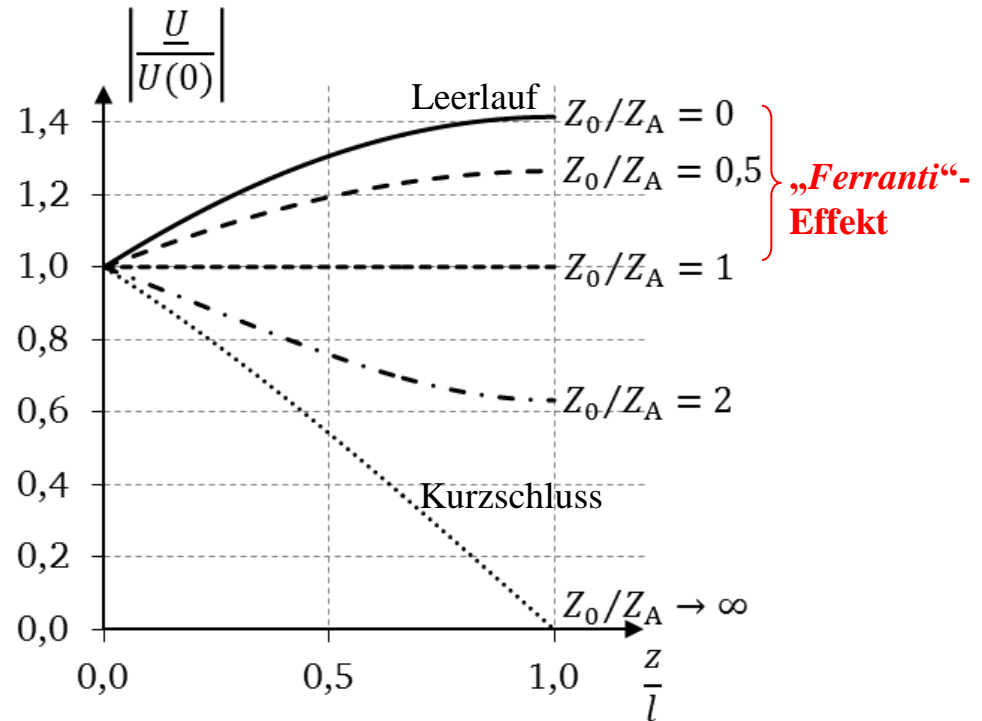
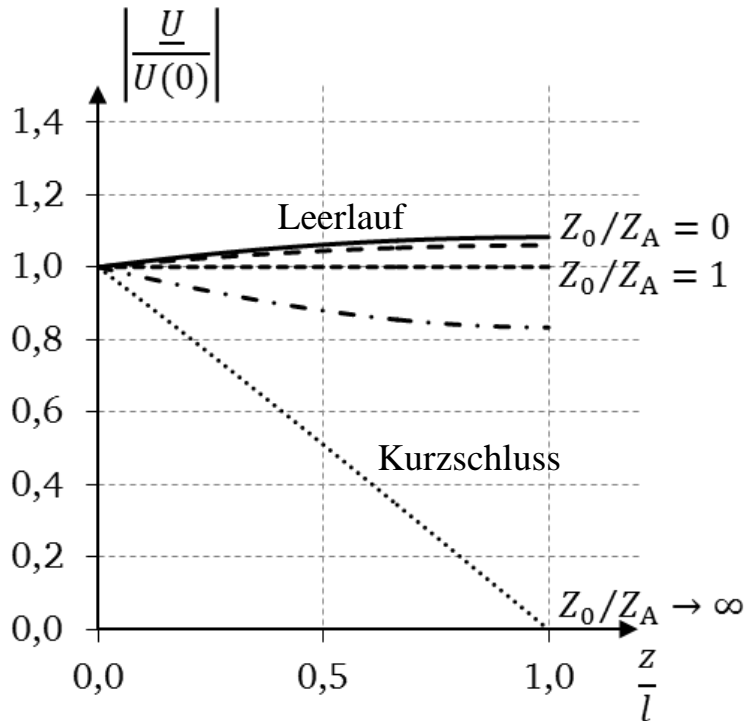
Spannungsverteilung $U(z)$ bei „elektrisch kurzer“ Leitung



$$\beta \cdot l = \frac{\pi}{8} \Rightarrow l = 375 \text{ km}$$

Z_A reell
 $\beta \cdot l < 1$

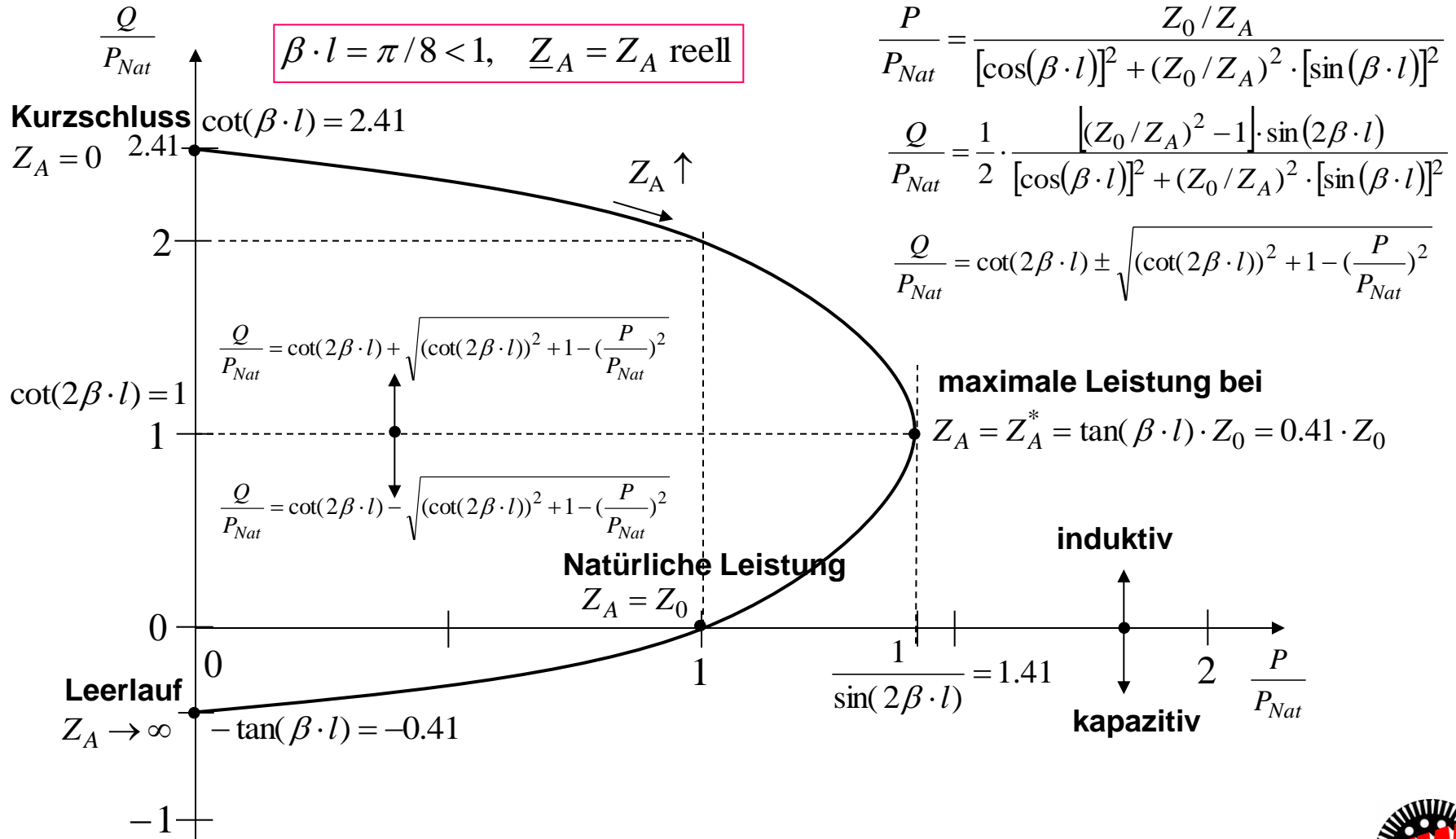
$$\beta \cdot l = \frac{\pi}{4} \Rightarrow l = 750 \text{ km}$$



V3.5 Stehende Wellen

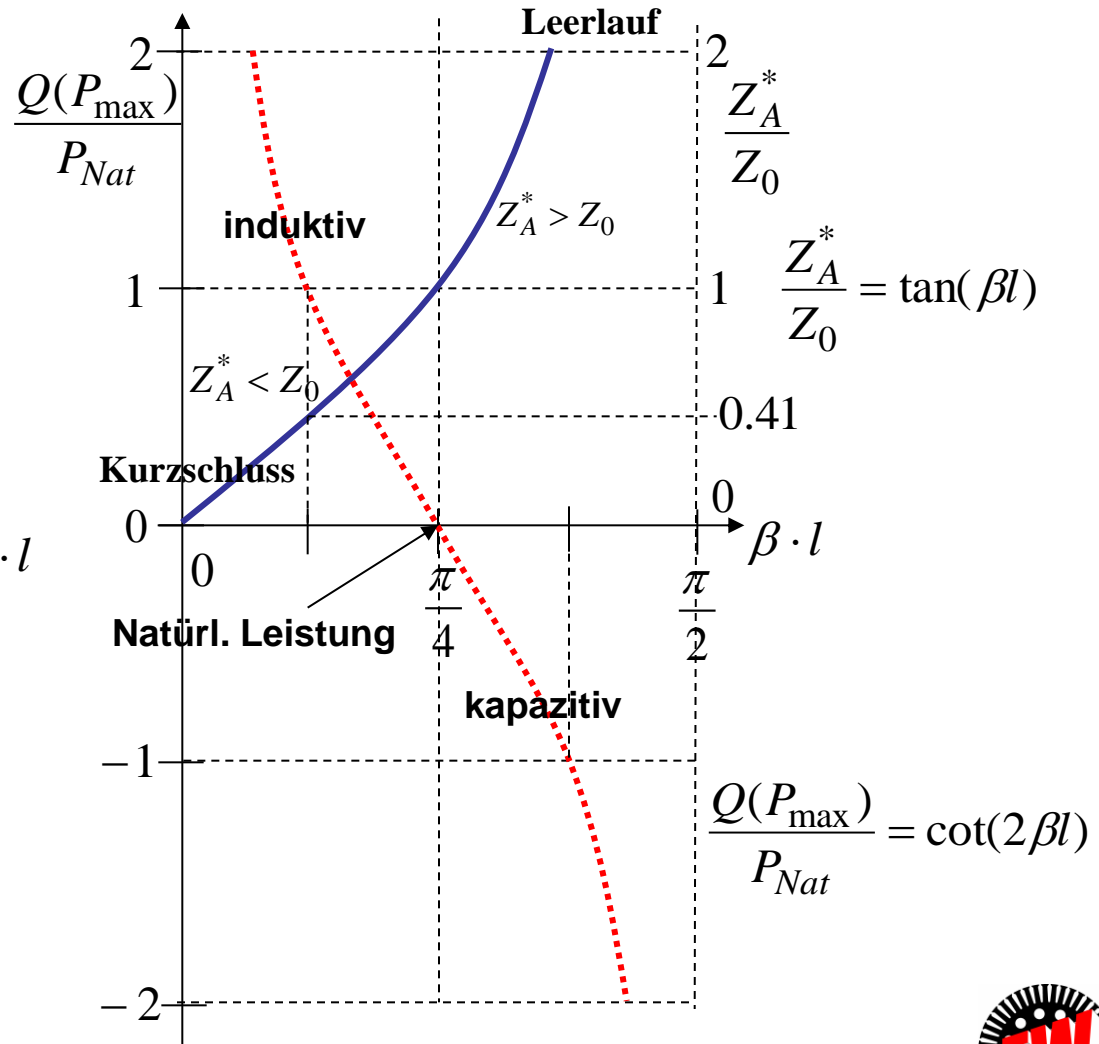
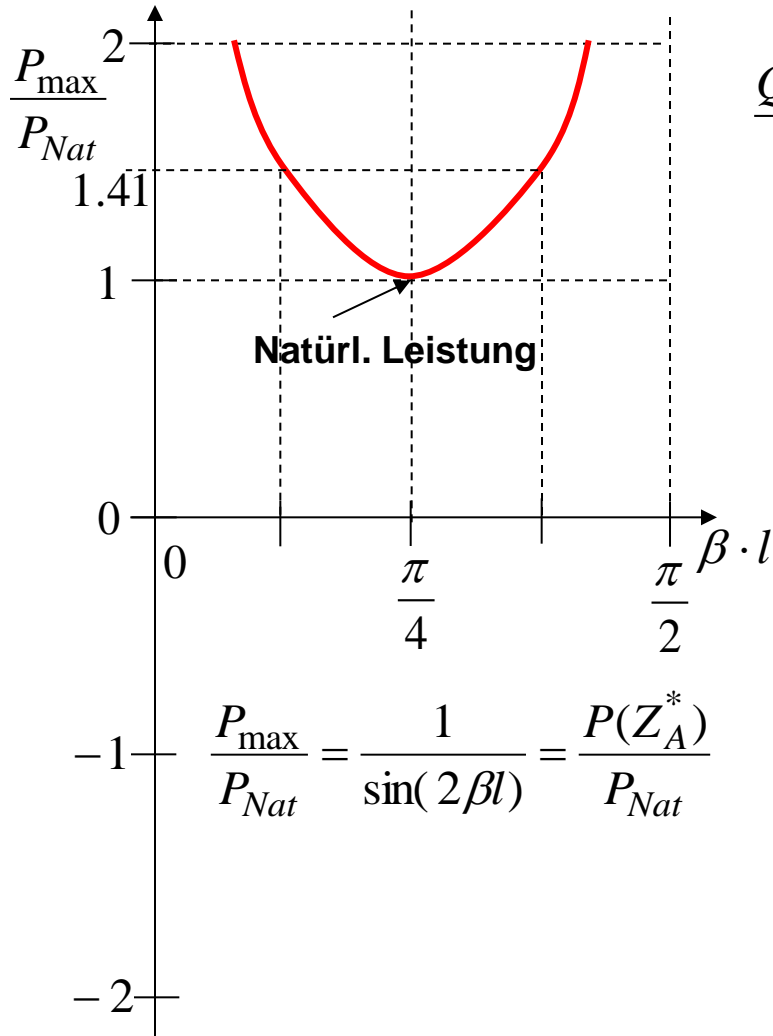
Blind- u. Wirkleistung $Q(P)$: Variation von ohm'schem Z_A

Beispiel: „Elektrisch kurze“ Leitung $l = \lambda/16, \beta \cdot l = \pi/8$



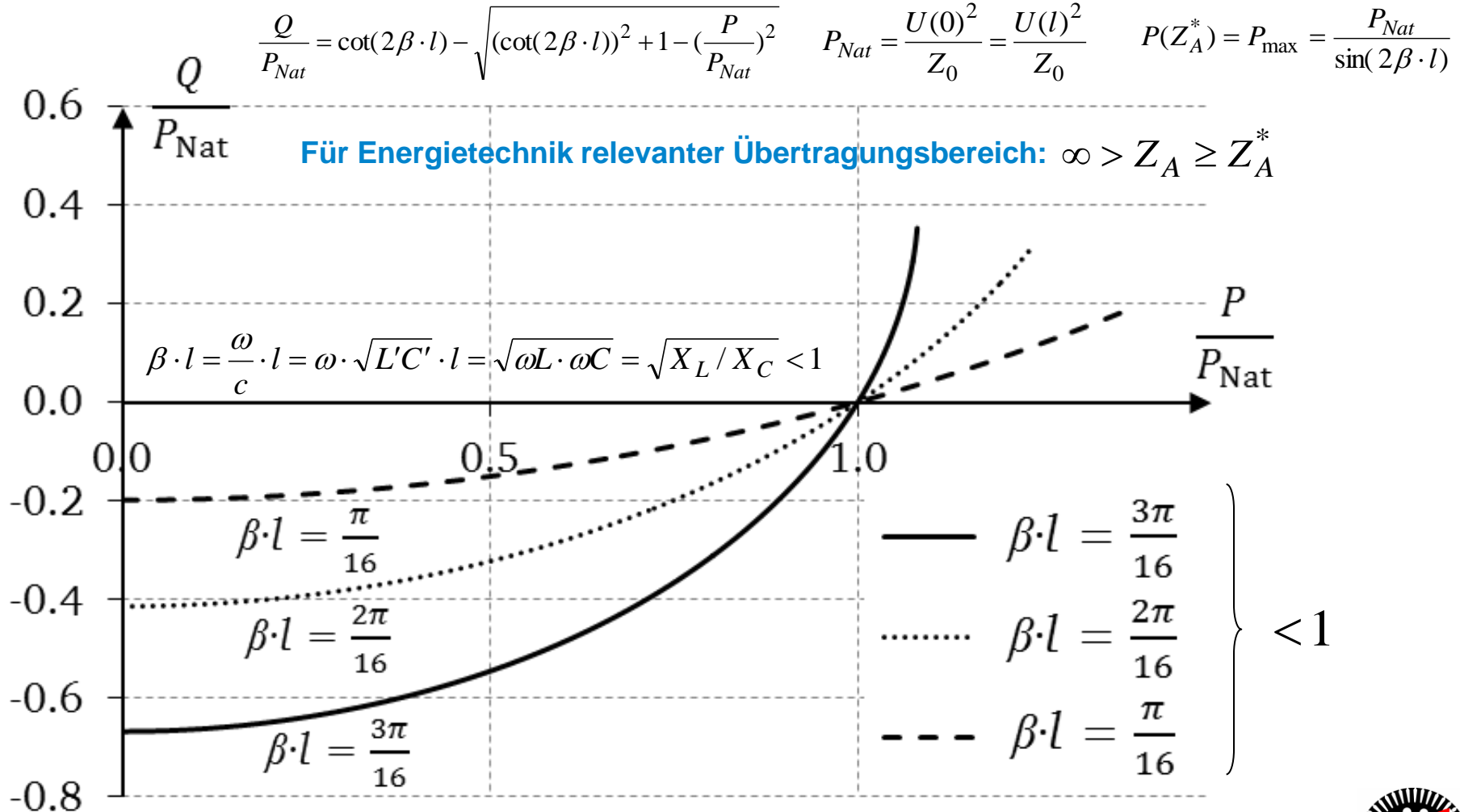
V3.5 Stehende Wellen

Maximale Wirkleistung bei Variation von ohm'schem Z_A ,
 „El. kurze“ Leitung $0 \leq l \leq \lambda/4$ bzw. $0 \leq \beta \cdot l \leq \pi/2$



V3.4 Wechselspannungsbetrieb

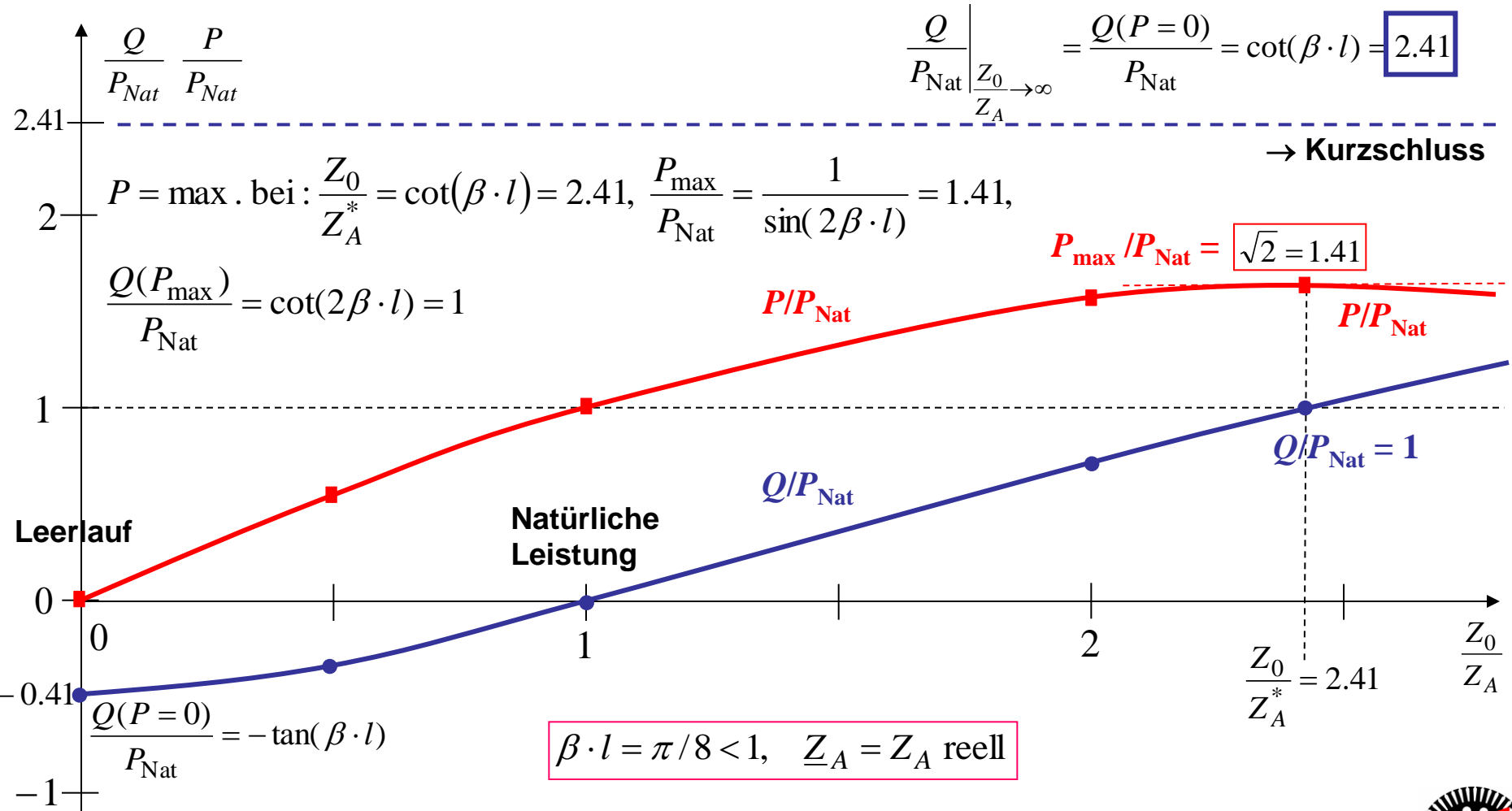
Blind- u. Wirkleistung $Q(P)$: Variation von ohm'schem Z_A



V3.5 Stehende Wellen

Wirk- u. Blindleistung bei Variation von ohm'schem Z_A

Beispiel: „El. kurze“ Leitung $l = \lambda/16$, $\beta \cdot l = \pi/8$



$$\beta \cdot l = \pi/8 < 1, \quad \underline{Z}_A = Z_A \text{ reell}$$



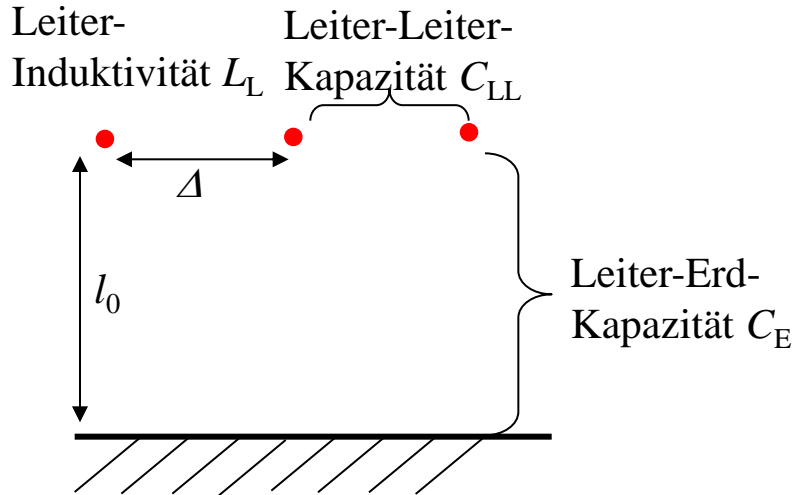
V3 Leitungsgleichungen

Übersicht

1. Wellengleichung
2. Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion
3. Einschaltvorgang
4. Wechselspannungsbetrieb
5. Stehende Wellen
6. Vierpol-Darstellung
7. Ersatzschaltbilder

V3.6 Vierpol-Darstellung

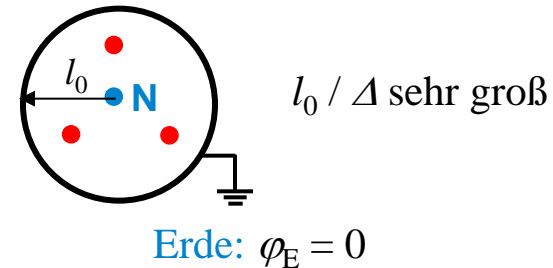
Reale und ideale Leiteranordnung einer Drehstrom-Freileitung



Erde:

El. Potential $\varphi_E = 0$ gewählt

El. symmetrisches Drehstromnetz: $\varphi_N = 0$



- Reale

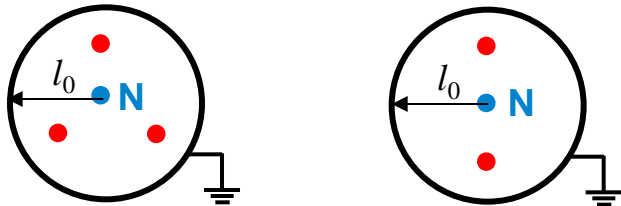
geometrisch **unsymmetrische** Leiteranordnung mit **endlichem** Abstand l_0 zum Erdpotential

- Ideale

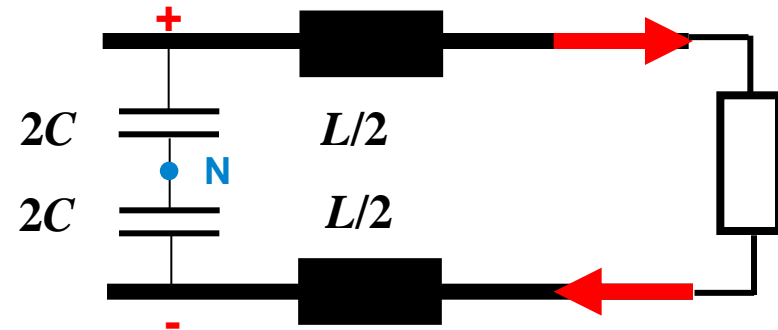
geometrisch **symmetrische** Leiteranordnung mit **unendlichem** Abstand l_0 zum Erdpotential

V3.6 Vierpol-Darstellung

Näherungsweise Bestimmung des Induktivitäts- und Kapazitätsbelag der geom. symm. Drehstrom-Freileitung



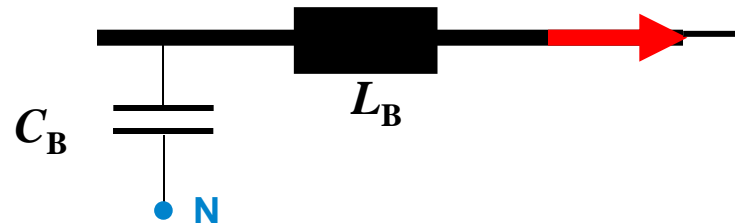
- Dreiphasensystem
- Einphasensystem



- Einphasensystem

- Die ausführliche Rechnung mit L_L , C_{LL} , C_E zeigt, dass bei **geometrisch symmetrischen** Leiteranordnungen je Leiter (= je Phase) die **Betriebsinduktivität** je Leiter L_B und **Betriebskapazität** je Leiter C_B näherungsweise aus der Zweidrahtleitung abgeleitet werden kann.

$$L_B \approx \frac{L}{2} \qquad C_B \approx 2C$$



V3.6 Vierpol-Darstellung

Betriebsinduktivitätsbelag und Betriebskapazitätsbelag der Drehstrom-Freileitung



Betriebs-
Induktivität
 L_B



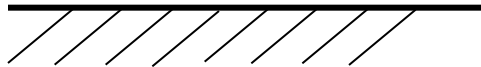
Betriebs-Kapazität
 $C_B = f(C_{LL}, C_E)$



- Betriebsinduktivität je Leiter L_B
- Betriebskapazität je Leiter C_B

$$L_B \approx \frac{L}{2} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right) \cdot l \quad L'_B = \frac{L_B}{l}$$

$$C_B \approx 2C \approx \frac{2\pi \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{\Delta}{R}\right)} \cdot l \quad C'_B = \frac{C_B}{l}$$



Erdpotential ist Null

Wellenwiderstand: $Z_0 = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} = \sqrt{\frac{L_B}{C_B}} \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right)$



V3.6 Vierpol-Darstellung

Vierpol-Darstellung der verlustlosen Leitung (1)



$$\underline{\hat{U}}(z) = \underline{\hat{U}}_h \cdot e^{-j\beta \cdot z} + \underline{\hat{U}}_r \cdot e^{j\beta \cdot z}$$

$$\underline{\hat{I}}(z) = \underline{\hat{I}}_h \cdot e^{-j\beta \cdot z} + \underline{\hat{I}}_r \cdot e^{j\beta \cdot z}$$

$$\underline{\hat{U}}(0) = \underline{\hat{U}}_h + \underline{\hat{U}}_r$$

$$\underline{\hat{U}}(l) = \underline{\hat{U}}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} + \underline{\hat{U}}_r \cdot e^{j\beta \cdot l}$$

$$\underline{\hat{U}}_h = Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_h$$

$$\underline{\hat{U}}_r = -Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_r$$

$$\underline{\hat{U}}_h = \underline{\hat{U}}(0) - \underline{\hat{U}}_r \quad \underline{\hat{I}}(0) = \underline{\hat{I}}_h + \underline{\hat{I}}_r = (\underline{\hat{U}}_h / Z_0) - (\underline{\hat{U}}_r / Z_0) = (\underline{\hat{U}}(0) - \underline{\hat{U}}_r) / Z_0 - \underline{\hat{U}}_r / Z_0$$

$$\underline{\hat{I}}(0) - \underline{\hat{U}}(0) / Z_0 = -2\underline{\hat{U}}_r / Z_0 \Rightarrow \underline{\hat{U}}_r = -(\underline{\hat{I}}(0) - \underline{\hat{U}}(0) / Z_0) \cdot Z_0 / 2$$

$$\underline{\hat{U}}_h = (\underline{\hat{U}}(0) + Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}(0)) / 2 = Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_h$$

$$\underline{\hat{U}}_r = (\underline{\hat{U}}(0) - Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}(0)) / 2 = -Z_0 \cdot \underline{\hat{I}}_r$$

$$\underline{\hat{U}}(0) = \sqrt{2} \cdot \underline{U}(0)$$

$$\underline{\hat{U}}(l) = \sqrt{2} \cdot \underline{U}(l)$$

usw.

Ausdrücken der Ausgangsgrößen $\underline{U}(l)$, $\underline{I}(l)$ durch die Eingangsgrößen $\underline{U}(0)$, $\underline{I}(0)$:

$$\underline{U}(l) = \frac{\underline{U}(0)}{2} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} + e^{j\beta \cdot l}) + \frac{Z_0 \cdot \underline{I}(0)}{2} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} - e^{j\beta \cdot l}) = \underline{U}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l) - j \cdot Z_0 \cdot \underline{I}(0) \cdot \sin(\beta \cdot l)$$

$$\underline{I}(l) = \frac{\underline{U}(0)}{2Z_0} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} - e^{j\beta \cdot l}) + \frac{\underline{I}(0)}{2} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} + e^{j\beta \cdot l}) = -j \cdot \frac{\underline{U}(0)}{2Z_0} \cdot \sin(\beta \cdot l) + \underline{I}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}(l) \\ \underline{I}(l) \end{pmatrix} = (\underline{A}) \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(0) \\ \underline{I}(0) \end{pmatrix}$$



V3.6 Vierpol-Darstellung

Vierpol-Darstellung der verlustlosen Leitung (2)



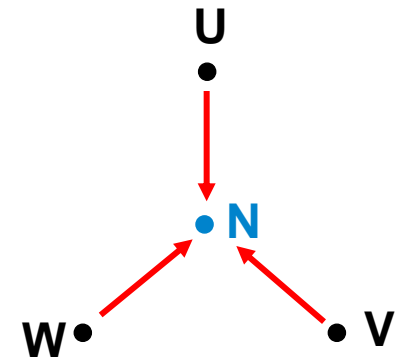
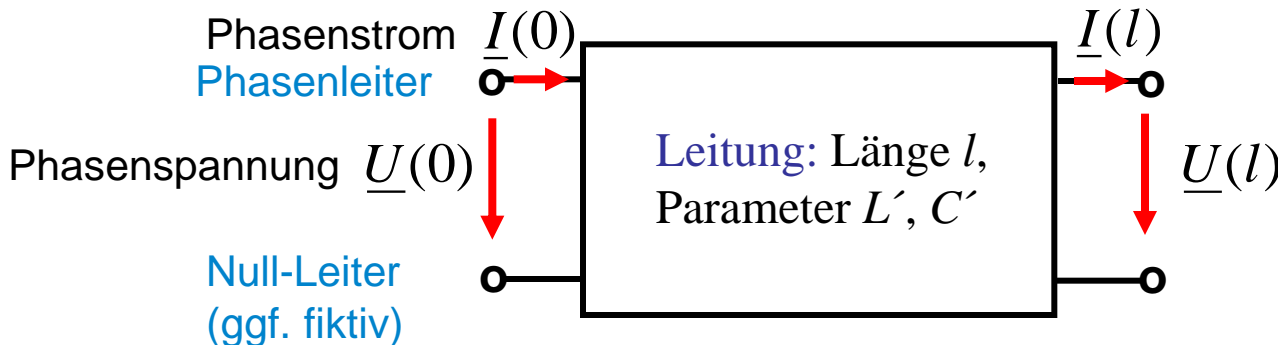
$$\underline{U}(l) = \underline{U}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l) - j \cdot Z_0 \cdot \underline{I}(0) \cdot \sin(\beta \cdot l)$$

$$\underline{I}(l) = -j \cdot \frac{\underline{U}(0)}{Z_0} \cdot \sin(\beta \cdot l) + \underline{I}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l)$$

(A): Ketten-Matrix

$$\begin{pmatrix} \underline{U}(l) \\ \underline{I}(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta \cdot l) & -j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l) \\ -j \cdot \sin(\beta \cdot l) / Z_0 & \cos(\beta \cdot l) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(0) \\ \underline{I}(0) \end{pmatrix} = (\underline{A}) \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(0) \\ \underline{I}(0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}(0) \\ \underline{I}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta \cdot l) & j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l) \\ j \cdot \sin(\beta \cdot l) / Z_0 & \cos(\beta \cdot l) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(l) \\ \underline{I}(l) \end{pmatrix} = (\underline{A})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(l) \\ \underline{I}(l) \end{pmatrix}$$



V3 Leitungsgleichungen

Übersicht

1. Wellengleichung
2. Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion
3. Einschaltvorgang
4. Wechselspannungsbetrieb
5. Stehende Wellen
6. Vierpol-Darstellung
7. Ersatzschaltbilder

V3.7 Ersatzschaltbilder

T-Ersatzschaltbild der verlustlosen „el. kurzen“ Leitung:

$$0 \leq l \leq \lambda/4 \text{ bzw. } 0 \leq \beta \cdot l \leq \pi/2 \quad (1)$$



$$\underline{U}(0) = \underline{U}(l) \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \underline{I}(l) \cdot \sin(\beta \cdot l)$$

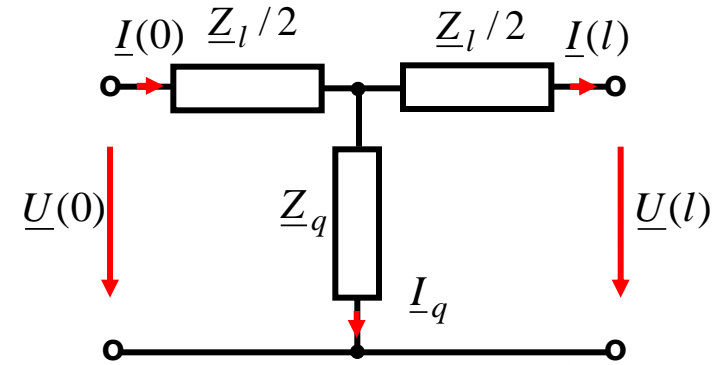
$$\underline{I}(0) = j \cdot \frac{\underline{U}(l)}{Z_0} \cdot \sin(\beta \cdot l) + \underline{I}(l) \cdot \cos(\beta \cdot l)$$

Kirchhoff'sche Knoten- und Maschenregel:

$$\underline{I}_q = \underline{I}(0) - \underline{I}(l) = (0.5 \cdot \underline{Z}_l \cdot \underline{I}(l) + \underline{U}(l)) / \underline{Z}_q$$

$$\underline{I}(0) = \underbrace{\left(\frac{\underline{Z}_l}{2\underline{Z}_q} + 1 \right)}_{\cos \beta l} \cdot \underline{I}(l) + \frac{\underline{U}(l)}{\underline{Z}_q} \Rightarrow \text{Koeffizientenvergleich: } \underline{Z}_q = \frac{Z_0}{j \cdot \sin(\beta \cdot l)} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_L}$$

$$\underline{Z}_l = 2 \cdot (\cos(\beta \cdot l) - 1) \cdot \underline{Z}_q = j \cdot 2Z_0 \cdot \underbrace{\frac{1 - \cos(\beta \cdot l)}{\sin(\beta \cdot l)}}_{>0} = j \cdot \omega \cdot L_L$$



"ind.": jX_L

$$0 \leq \beta \cdot l \leq \pi/2:$$

$$L_L = 2Z_0 \cdot \frac{1 - \cos(\beta \cdot l)}{\omega \cdot \sin(\beta \cdot l)} > 0$$

$$C_L = \frac{\sin(\beta \cdot l)}{\omega \cdot Z_0} > 0$$



V3.7 Ersatzschaltbilder

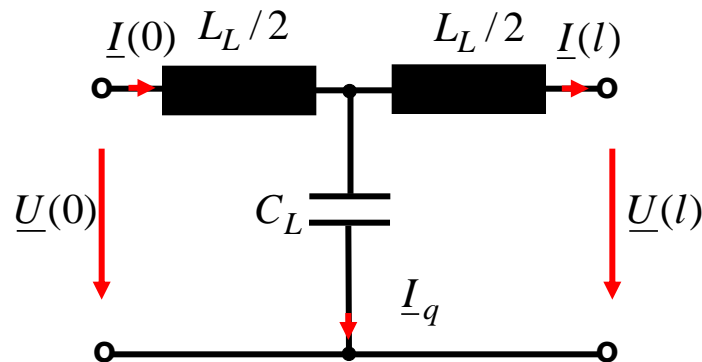
T-Ersatzschaltbild der verlustlosen „el. kurzen“ Leitung:

$$0 \leq l \leq \lambda/4 \text{ bzw. } 0 \leq \beta \cdot l \leq \pi/2 \quad (2)$$



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

$$L_L = 2Z_0 \cdot \frac{1 - \cos(\beta \cdot l)}{\omega \cdot \sin(\beta \cdot l)}$$
$$C_L = \frac{\sin(\beta \cdot l)}{\omega \cdot Z_0}$$



T-Ersatzschaltbild der
verlustlosen Leitung je Phase

$$0 \leq \beta \cdot l \leq \pi/2$$



V3.7 Ersatzschaltbilder

Ersatzschaltbild der „El. SEHR kurze“ Leitung $\beta \cdot l \ll 1$



- TAYLOR-Reihenentwicklung wegen $\beta \cdot l \ll 1$: $\sin(\beta \cdot l) \approx \beta \cdot l$ $\cos(\beta \cdot l) \approx 1 - (\beta \cdot l)^2 / 2$

$$L_L = 2Z_0 \cdot \frac{1 - \cos(\beta \cdot l)}{\omega \cdot \sin(\beta \cdot l)} \approx 2Z_0 \cdot \frac{1 - (1 - (\beta \cdot l)^2 / 2)}{\omega \cdot \beta \cdot l} = \frac{Z_0}{\omega} \cdot \frac{(\beta \cdot l)^2}{\beta \cdot l} = \frac{Z_0 \cdot \beta \cdot l}{\omega}$$

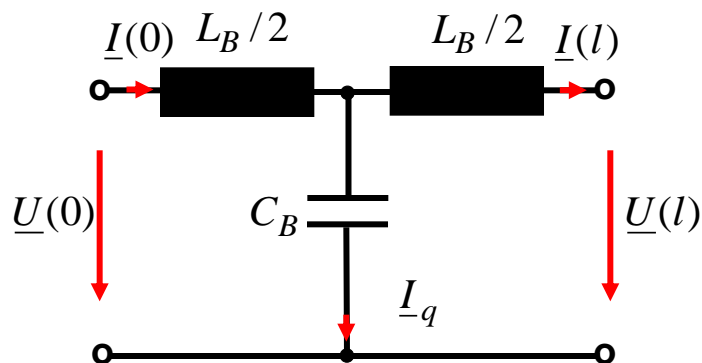
$$L_L = \frac{Z_0 \cdot l}{c} = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} \cdot \sqrt{L'_B \cdot C'_B} \cdot l = L'_B \cdot l = L_B$$

$$C_L = \frac{\sin(\beta \cdot l)}{\omega \cdot Z_0} \approx \frac{\beta \cdot l}{\omega \cdot Z_0} = \frac{l}{c \cdot Z_0} = \frac{\sqrt{L'_B \cdot C'_B} \cdot l}{\sqrt{L'_B / C'_B}} = C'_B \cdot l = C_B$$

$\beta \cdot l \ll 1$:

$$L_L = L_B$$

$$C_L = C_B$$



- Für die „el. sehr kurze“ Leitung $\beta \cdot l \ll 1$ sind die Induktivitäts- und Kapazitätsparameter des Ersatzschaltbilds IDENTISCH mit der Betriebsinduktivität und Betriebskapazität!



V3.7 Ersatzschaltbilder

Ersatzschaltbildparameter der „el. kurzen“ Freileitung $\beta \cdot l \ll 1$



- **Beispiel:** 110 kV-Drehstrom-Freileitung, 50 Hz, $R = 11$ mm, $J = 1.7$ A/mm², Länge 300 km,

$$U(0) = 110/\sqrt{3} = 63.5 \text{ kV je Phase, } \Delta = 4 \text{ m,}$$

$$\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot 50}{3 \cdot 10^8} = 1.047 \cdot 10^{-6} / \text{m}$$

$$\beta \cdot l = 1.047 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5 = 0.314 \ll 1$$

$$I(0) = J \cdot R^2 \pi = 646 \text{ A} = I_N \quad S(0) = 3 \cdot U(0) \cdot I(0) = 123 \text{ MVA}$$

$$L'_B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right) = 1.179 \text{ } \mu\text{H/m} \quad C'_B \approx \frac{2\pi \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{\Delta}{R}\right)} = 9.44 \text{ pF/m}$$

$$L'_B = 1.179 \text{ } \mu\text{H/m} \Rightarrow L_B = L'_B \cdot l = 1.179 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 10^3 = 0.354 \text{ H}$$

$$C'_B = 9.44 \text{ pF/m} \Rightarrow C_B = C'_B \cdot l = 9.44 \cdot 10^{-12} \cdot 300 \cdot 10^3 = 2.83 \text{ } \mu\text{F}$$

$$Z_l = X_l = \omega \cdot L_B = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.354 = 111.2 \text{ } \Omega$$

$$Z_q = X_q = 1/(\omega \cdot C_B) = 1/(2\pi \cdot 50 \cdot 2.83 \cdot 10^{-6}) = 1124.8 \text{ } \Omega \quad \left. \vphantom{Z_q} \right\} Z_q / Z_l \approx 10$$



V3.7 Ersatzschaltbilder

Kapazitiver Ladestrom der leerlaufenden „kurzen“ Freileitung $\beta \cdot l \ll 1$

- **Beispiel:** (Fortsetzung) 110 kV-Drehstrom-Freileitung, 50 Hz, $R = 11 \text{ mm}$, $J = 1.7 \text{ A/mm}^2$, Länge 300 km, $U(0) = 63.5 \text{ kV}$ je Phase

$$Z_l = X_l = \omega \cdot L_B = 111.2 \Omega \quad Z_q = X_q = 1/(\omega \cdot C_B) = 1124.8 \Omega$$

- Ladestrom der leerlaufenden Leitung: $\underline{I}(0) = \underline{I}_C = \frac{\underline{U}(0)}{j \cdot \left(\frac{\omega L_B}{2} - \frac{1}{\omega C_B} \right)} \approx j \cdot \underline{U}(0) \cdot \omega C_B$ *)

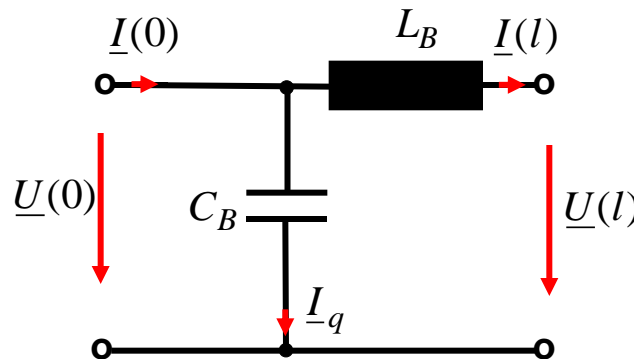
$$\underline{I}_C = \frac{63500}{j \cdot \left(\frac{111.2}{2} - 1124.8 \right)} = j \cdot 59.4 \text{ A} \approx \frac{63500}{-j \cdot 1124.8} = j \cdot 56.5 \text{ A}$$

$$\frac{I_C}{I_N} = \frac{59.4}{646} = 0.09$$

- Ladestrom der leerlaufenden 300 km langen 110 kV-Leitung: **9% des Nennstroms.**

*) Näherung:

Γ -Ersatzschaltbild



V3.7 Ersatzschaltbilder

Blindleistungsbedarf Q für „el. sehr kurze“ Leitung $\beta \cdot l \ll 1$ bei konstanter Ausgangsspannung $\underline{U}_2 = \underline{U}(l) = \text{konst.}$



- Vereinfachtes Γ -Ersatzschaltbild der verlustfreien Leitung:

$$j \cdot X_L = j \cdot \omega \cdot L_B, \quad -j \cdot X_C = 1/(j \cdot \omega \cdot C_B)$$

$$\underline{U}_1 = j \cdot X_L \cdot \underline{I}_2 + \underline{U}_2 \quad \underline{I}_1 = j \cdot (\underline{U}_1 / X_C) + \underline{I}_2$$

- Blindleistung der Leitung $Q(0)$ bei Übertragung der sekundären Wirkleistung P_2 (\underline{U}_2 in Phase mit \underline{I}_2):

$$P_2 = 3 \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2 = 3 \cdot U_2 \cdot I_2 \quad (\underline{U}_2 = U_2, \underline{I}_2 = I_2 \text{ reell gewählt})$$

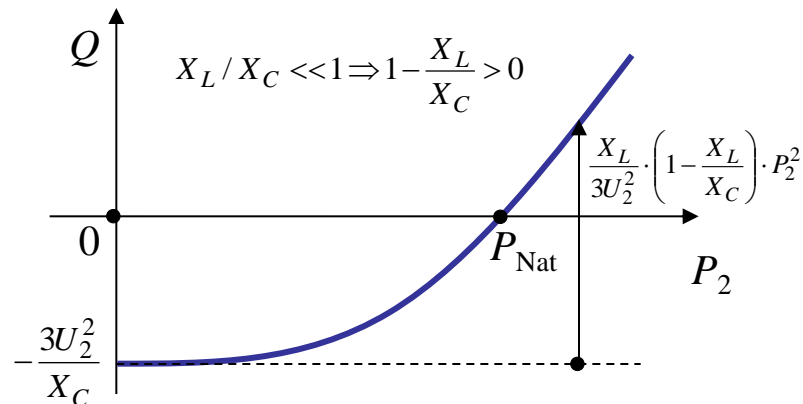
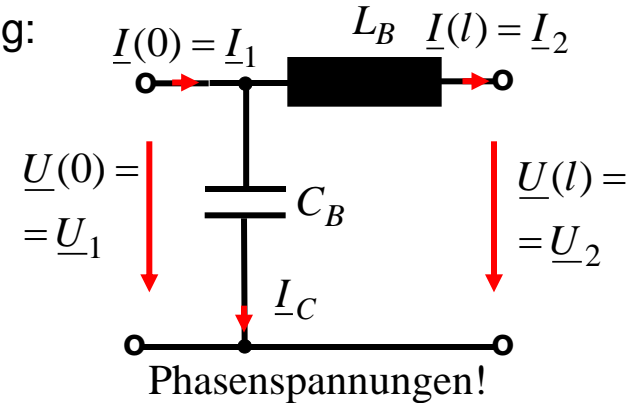
$$Q = 3 \cdot \text{Im}\{\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*\} = 3 \cdot \text{Im}\{(j \cdot X_L I_2 + U_2) \cdot (I_2 - j \cdot \underline{U}_1^* / X_C)\}$$

$$Q = 3 \cdot \text{Im}\{(j \cdot X_L I_2 + U_2) \cdot [I_2 - j \cdot (-j X_L I_2 + U_2) / X_C]\} = 3 \cdot (X_L I_2^2 - \frac{X_L^2 I_2^2}{X_C} - \frac{U_2^2}{X_C})$$

$$Q = 3 \cdot \left(\frac{X_L}{U_2^2} \cdot \frac{P_2^2}{9} - \frac{X_L^2 P_2^2}{9 X_C U_2^2} - \frac{U_2^2}{X_C} \right)$$

$$Q = -\frac{3U_2^2}{X_C} + \frac{X_L}{3U_2^2} \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{X_L}{X_C}\right)}_{>0} \cdot P_2^2$$

$$X_L / X_C \ll 1 \Rightarrow 1 - \frac{X_L}{X_C} > 0$$

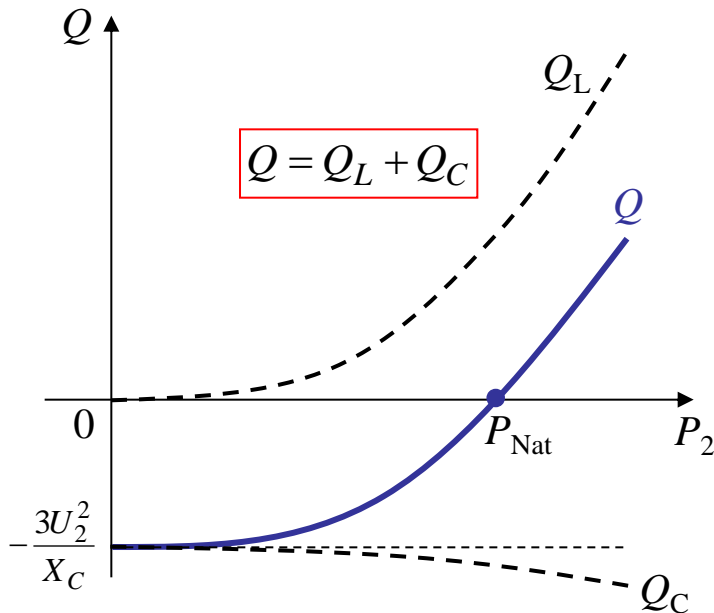
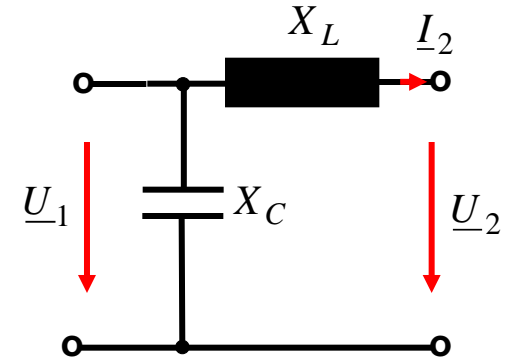


V3.7 Ersatzschaltbilder

Näherungsformel für natürliche Leistung P_{Nat} (1)



$$Q = -\frac{3U_2^2}{X_C} + \frac{X_L}{3U_2^2} \cdot \left(1 - \frac{X_L}{X_C}\right) \cdot P_2^2 = \underbrace{-\frac{3U_2^2}{X_C} - \frac{X_L}{X_C} \cdot \frac{X_L}{3U_2^2} \cdot P_2^2}_{Q_C} + \underbrace{\frac{X_L}{3U_2^2} \cdot P_2^2}_{Q_L}$$



$$Q_L = 3 \cdot X_L \cdot I_2^2 = \frac{3^2 \cdot X_L \cdot U_2^2 \cdot I_2^2}{3 \cdot U_2^2} = \frac{X_L \cdot P_2^2}{3 \cdot U_2^2}$$

$$Q_C = -\frac{3U_2^2}{X_C} - \frac{X_L}{X_C} \cdot \frac{X_L}{3U_2^2} \cdot P_2^2$$

Bei $Q_L = -Q_C$: $P_2 = P_{\text{Nat}}$: $\frac{X_L \cdot P_{\text{Nat}}^2}{3 \cdot U_2^2} = \frac{3 \cdot U_2^2}{X_C} + \frac{X_L^2 \cdot P_{\text{Nat}}^2}{X_C \cdot 3 \cdot U_2^2}$

$$P_{\text{Nat}}^2 \cdot \frac{X_L}{3 \cdot U_2^2} \cdot \left(1 - \frac{X_L}{X_C}\right) = \frac{3 \cdot U_2^2}{X_C} \Rightarrow$$

$$P_{\text{Nat}} = \frac{3 \cdot U_2^2}{\underbrace{\sqrt{X_L \cdot (X_C - X_L)}}_{>0}} \quad X_C \gg X_L$$



V3.7 Ersatzschaltbilder

Näherungsformel für natürliche Leistung P_{Nat} (2)



$$P_{\text{Nat}} = \frac{3 \cdot U_2^2}{\sqrt{X_L \cdot (X_C - X_L)}} \quad X_C \gg X_L$$

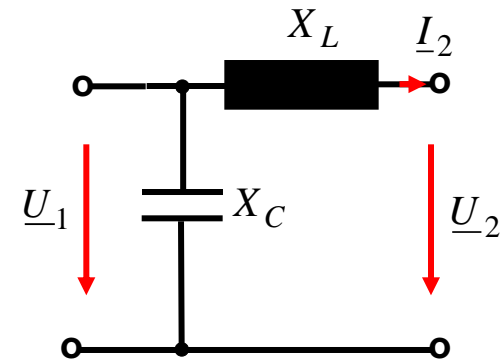
Natürliche Leistung

$$X_C \gg X_L : P_{\text{Nat}} = \frac{3 \cdot U_2^2}{\sqrt{X_L \cdot (X_C - X_L)}} \approx \frac{3 \cdot U_2^2}{\sqrt{X_L \cdot X_C}}$$

$$\sqrt{X_L \cdot X_C} = \sqrt{\omega \cdot L'_B \cdot l \cdot \frac{1}{\omega \cdot C'_B \cdot l}} = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} = Z_0 \quad \text{Wellenwiderstand}$$

$$P_{\text{Nat}} \approx \frac{3 \cdot U_2^2}{\sqrt{X_L \cdot X_C}} = \frac{3 \cdot U_2^2}{Z_0} = P_{\text{Nat,exakt}}$$

Exakte Formel für die natürliche Leistung gemäß den „verlustlosen“ Leitungsgleichungen



V Elektrische Energieversorgung

V3 Leitungsgleichungen

Zusammenfassung

- Für **verlustlose, homogene** Leitung wurden Einschaltvorgänge (Wanderwellen) betrachtet.
- Sinusförmig eingeschwungener Zustand führt zu **stehenden U - und I -Wellen!**
- **Natürliche Leistung** bei Abschluss mit dem Wellenwiderstand $\Rightarrow \cos \varphi = 1$!
- **Energietechnik:**
„Kurze“ Leitungen = Effekt „stehende Welle“ kaum merkbar;
meist nur als **FERRANTI-Effekt** oder als induktiver Spannungsfall!
- **T-Ersatzschaltbild:** Kann auch durch ein **Π -Ersatzschaltbild** ersetzt werden!
Vereinfacht: **Γ -Ersatzschaltbild!**
- **Induktivitäts- und Kapazitätsbelag** für Drehstrom-Phasenleiter
aus der Zweidrahtleitung näherungsweise abgeleitet !

V Elektrische Energieversorgung

Übersicht



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1. Grundsätzliches zur elektrischen Energieversorgung
2. Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung
3. Leitungsgleichungen
4. Freileitungen und Kabel
5. Personenschutz und Netzformen



V4 Freileitungen und Kabel

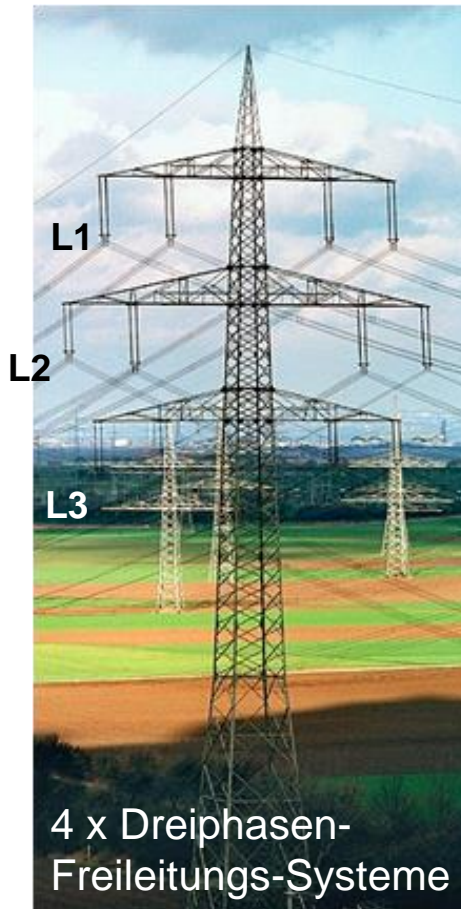
Übersicht

1. Übertragungsarten
2. Elektrischer Durchschlag
3. Freileitungen
4. Kabel

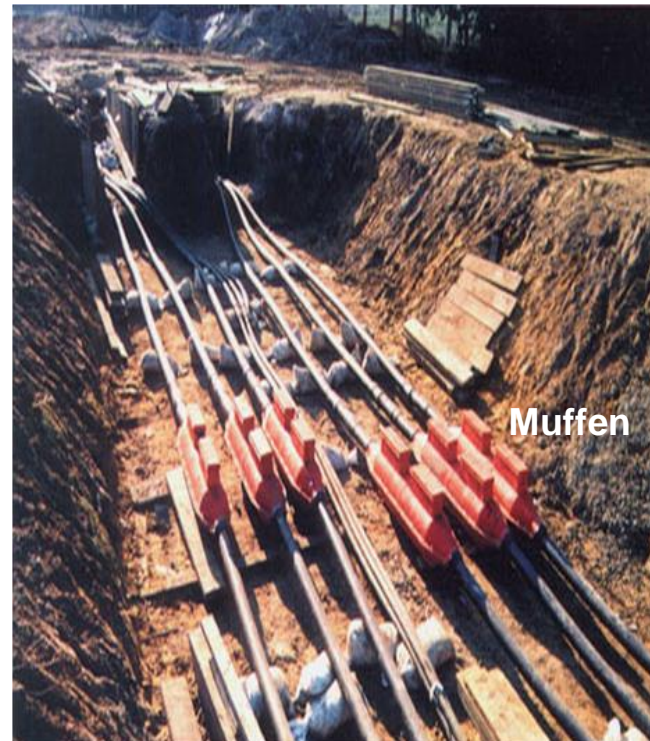
V4.1 Übertragungsarten

Übertragung elektrischer Energie (1)

Freileitung



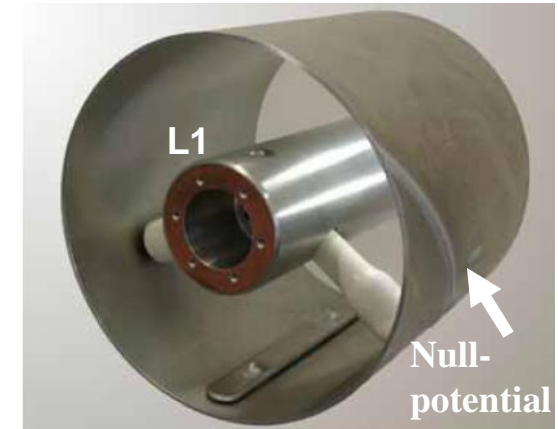
Erdkabel



L1 L2 L3 L1 L2

2 x Dreiphasen-Kabel-Systeme

Gasisolierte Leitung (GIL)



Rohrgasleitung:
Koaxiale Rohr-Anordnung je
Phase mit SF₆-Gasfüllung
zur Spannungsisolierung
(bisher selten im Einsatz)

Quelle: Internet

V4.1 Übertragungsarten

Übertragung elektrischer Energie (2)

- **Übertragung als**

- 1) Wechselstrom (Bahnstrom z. B. 110 kV, 16.7 Hz)
- 2) Drehstrom (meist 50 Hz oder 60 Hz) bis max. ca. 1100 kV
- 3) Gleichstrom (hochgespanntes Drehstromsystem mit Hochvolt-Gleichrichter-Stationen)

- **Übertragung mit**

- a) Freileitung
- b) Erdkabel
- c) SF₆-Gasisolierte Leitung (GIL)

V4.1 Übertragungsarten

Übertragung elektrischer Energie (3)



a) Freileitung:

- Steht bis zu höchsten Übertragungsleistungen & Spannungen zur Verfügung (> 1000 kV).
- Typisch bis zu $U_N = 765$ kV (verkettete Nennspannung), $P_{\text{Nat}} = 3$ GW .
- Technische Grenze für U_N ca. $2\,000$ kV, $P_{\text{Nat}} = 20$ GW, da Leiterabstände Δ in Luft überproportional mit U_N wachsen müssen, um $E_{\text{max}} < E_D$ einzuhalten.

b) Erdkabel:

- Für höchste Leistungen:
 - Ölkabel mit direkter Leiterkühlung: Bis typisch ca. $U_N = 750$ kV, $P_{\text{Nat}} = 10$ GW.
- ABER: Wegen großem Wert C_B hoher kapaz. Ladestrom = **Kabelgrenzlänge ca. 100 km** (ab diesem Wert erreicht der Ladestrom den Nennstrom!)
- **Supraleitende Kabel** (-196°C , Flüss. N_2) **nur** für kurze Strecken ($< 1 \dots 5$ km) „down-town“.

c) SF₆-Gasisolierte Leitung (GIL):

- Gasdichtes Stahl- oder Aluminiumrohr („Hüllrohr“) mit zentralem Leiter je Phase
z. Zt. typisch ca. $U_N = 400$ kV, $P_{\text{Nat}} = 6$ GW.



V4.1 Übertragungsarten

Stromkreislängen (50 Hz) in *Deutschland*

	Stromkreislänge Freileitungen & Kabel (km)	Anteil Kabel (ca.-Werte) (%)
Höchstspannung 220 kV & 380 kV	36 393 (2%)	0.3
Hochspannung 110 kV	96 749 (5%)	8
Mittelspannung, meist 10 ... 30 kV	520 326 (28%)	74
Niederspannung, meist 400 V	1 190 704 (65%)	88
Summe	1 844 172 (100%)	

Quelle: BWK, 70 (2018), No. 5,
Daten aus Bundes-Netzagentur-Monitoring-Bericht

- In *Deutschland* sind Mittel- und Niederspannungs-Leitungen in den Ortsgebieten heute weitestgehend verkabelt (vor allem wegen der Optik!).

V4.1 Übertragungsarten

Mittel- und Niederspannung im Ortsgebiet

30 kV-Leitung

400 V-Leitung

Masttransformator
30 kV / 400 V

In vielen Ländern der Erde sind aus Kostengründen auch heute noch Mittel- und Niederspannungs-Leitungen **als Freileitungen** ausgeführt!

Spannungsversorgung in *Südost-Kreta, Makri Gialos, Griechenland*

Quelle: Josef Binder, 2019



V4 Freileitungen und Kabel

Übersicht

1. Übertragungsarten
2. Elektrischer Durchschlag
3. Freileitungen
4. Kabel

V4.2 Elektrischer Durchschlag

Luft als Isolierstoff – Isolationsdurchschlag (1)

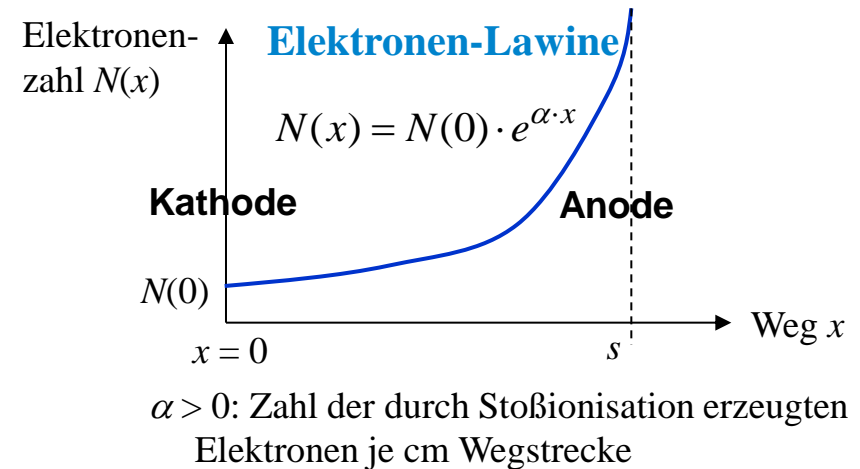
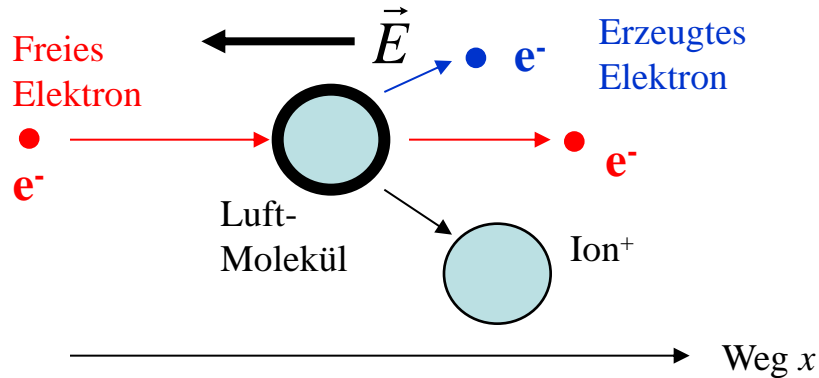


- Zwischen zwei ungleichnamig geladenen Elektroden (Abstand s) entsteht E -Feld.
- Durch äußere Einflüsse (z. B. Temperatur \Rightarrow Stöße) sind einige O_2 - oder N_2 -Moleküle stets ionisiert \Rightarrow Freie Elektronenzahl $N(0)$ vorhanden.
- Elektronen im E -Feld beschleunigt \Rightarrow zusätzliche Stöße \Rightarrow zusätzliche Ionisation.
- Bei $E > E_D$ (Durchschlagfeldstärke): Zunahme der erzeugten Elektronen längs Weg x .



V4.2 Elektrischer Durchschlag

Luft als Isolierstoff – Isolationsdurchschlag (2)



- α / p steigt mit E/p : Feldstärke $E \uparrow$, Luftdruck $p \downarrow$, steigt mit Luftfeuchte, Luftverschmutzung, ...
- „Selbständige“ Entladung = Durchschlag: El. Stromfluss bleibt aufrecht, wenn die positiven Ionen an der Kathode ausreichend Sekundärelektronen herausschlagen = Nachlieferungs-Elektronen werden bei Entladung selbst erzeugt!

V4.2 Elektrischer Durchschlag

Selbständige Entladungsformen in Gasen

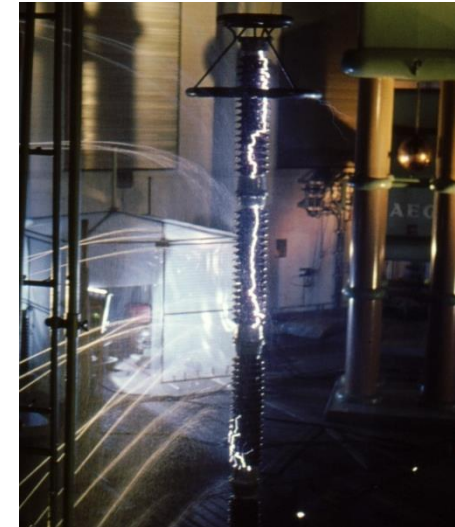
- **Glimmen:** Als „Korona“ um z.B. Leiterseile als „unvollständiger“ Durchschlag gegen „∞“.
- **Büschelentladung:** Verstärktes Glimmen bei $E \uparrow$: Sichtbare Strahlenbüschel.
- **Gleitentladung:** Entlang Isolatoroberfläche als „vollständiger“ Durchschlag zwischen den Elektroden.
- **Funken:** Plötzlicher Übergang vom Zustand „hohes Isoliervermögen“ zu „el. Leitung“
- **Überschlag:** Funken in Gasen.
- **Lichtbogen:** Ist die auf den Funken folgende stationäre Gasentladung bei abgesenkter „Brenn-“Spannung und hoher Temperatur.



Korona-Entladung bei 500 kV-Freileitung an der Steuerelektrode



Stationär brennender **Lichtbogen** zwischen zwei Stahlnägeln



Überschlag an einem Isolator und Löscheinsatz

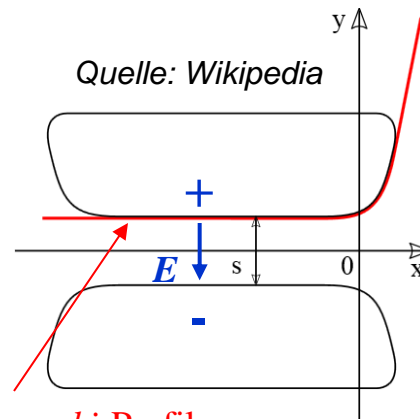
Quelle: Wikipedia

V4.2 Elektrischer Durchschlag

Durchschlagfeldstärke in Gas (Luft) $E_D(s \cdot p)$

- **Rogowski-Elektroden:** Kantenfeld kleiner als Homogenfeld zwischen den Elektroden.
- Durchschlagspannung U_D & Durchschlag-Feldstärke (homogenes E -Feld): $E_D \approx U_D / s$.
- $s > 10 \text{ cm}$: $E_D = \text{ca. } 25 \text{ kV/cm}$ (trockene Luft, 20°C , $p = 1013 \text{ mbar}$) ist konstant!
- $s < 10 \text{ cm}$: Ausreichend hohe Elektronenzahl für Durchschlag: $N(s) = N(0) \cdot e^{\alpha \cdot s}$, $\alpha \sim E$
- Bei kleinem s höheres E_D für Durchschlag nötig: $E_D(s) \uparrow \Leftrightarrow s \downarrow$

- **Rogowski-Elektroden:**



Rogowski-Profil:

An den Ecken abgerundet =
keine Kanten-Feldüberhöhung

V4.2 Elektrischer Durchschlag

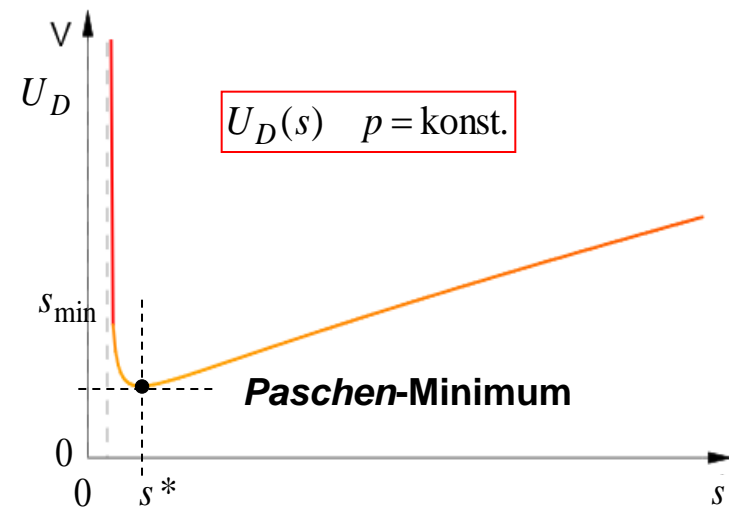
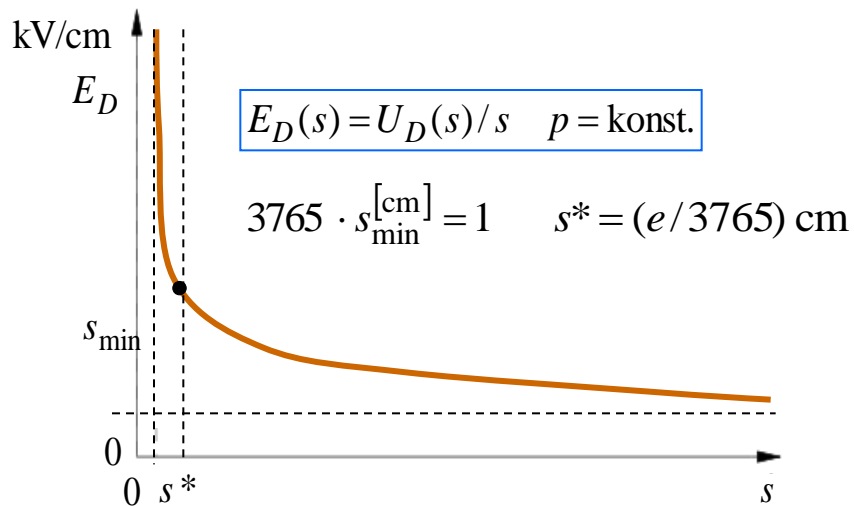
Durchschlagfeldstärke in Luft E_D bei $p = 1.013$ bar

- Empirische Formeln bei Luftdruck ($\vartheta = 20^\circ\text{C}$, $p = 1013$ mbar): Trockene Luft

a) für $s \geq 0.01$ cm:
$$E_D^{[\text{kV/cm}]} = 23.7 + \frac{6.76}{\sqrt{s^{[\text{cm}]}}} \quad U_D^{[\text{kV}]} = E_D \cdot s = 23.7 \cdot s^{[\text{cm}]} + 6.76 \cdot \sqrt{s^{[\text{cm}]}}$$

- b) für 0.0003 cm $< s < 0.01$ cm: „Townsend-Theorie“

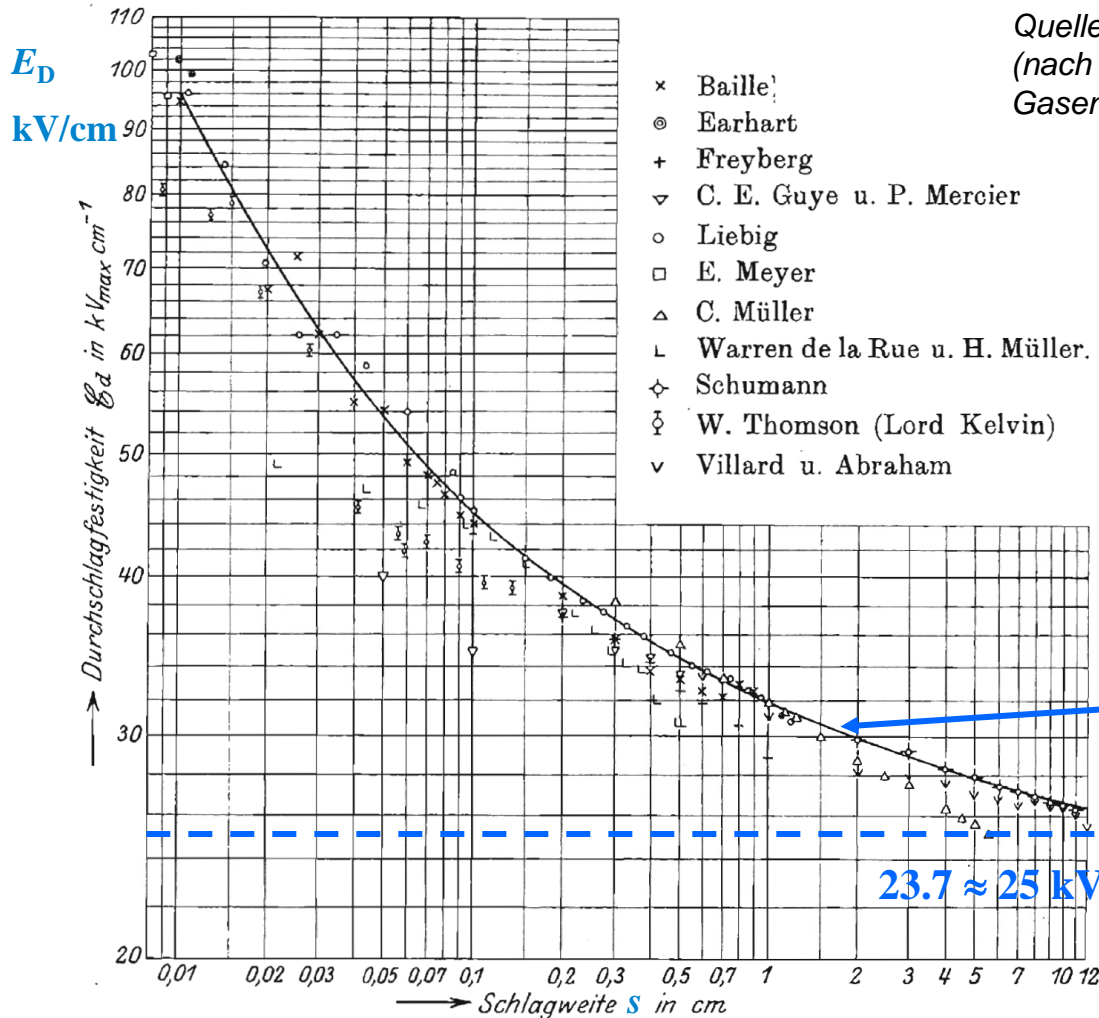
$$E_D^{[\text{kV/cm}]} = \frac{472}{\ln(3765 \cdot s^{[\text{cm}]})} \quad U_D^{[\text{kV}]} = E_D \cdot s = \frac{472 \cdot s^{[\text{cm}]}}{\ln(3765 \cdot s^{[\text{cm}]})}$$



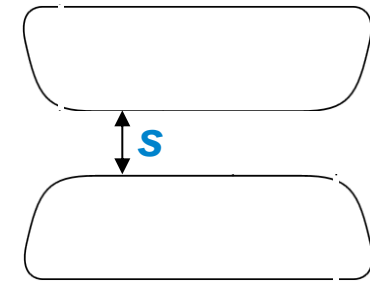
- U_D hat bei $p = 1013$ mbar ein Minimum bei $s^* = e/3765$ cm = $7.2 \mu\text{m}$ („Paschen“-Minimum): $U_D(s^*) = 340$ V: Unter 340 V kann Luft nicht durchschlagen!

V4.2 Elektrischer Durchschlag

Gemessene Durchschlagfeldstärke in Luft E_D



Quelle: Schwaiger: *El. Festigkeitslehre*, Springer, 1925
(nach Schumann, W.O.: *El. Durchbruchfeldstärke in Gasen*, Springer, 1923)



$\vartheta = 20^\circ\text{C}$, $p = 1013 \text{ mbar}$

- für $s \geq 0.01 \text{ cm}$:

$$E_D^{[\text{kV/cm}]} = 23.7 + \frac{6.76}{\sqrt{s[\text{cm}]}}$$

- Für große Schlagweiten:
($s > 10 \text{ cm}$):
 $E_D = \text{ca. } 25 \text{ kV/cm}$ ist konstant!

V4.2 Elektrischer Durchschlag

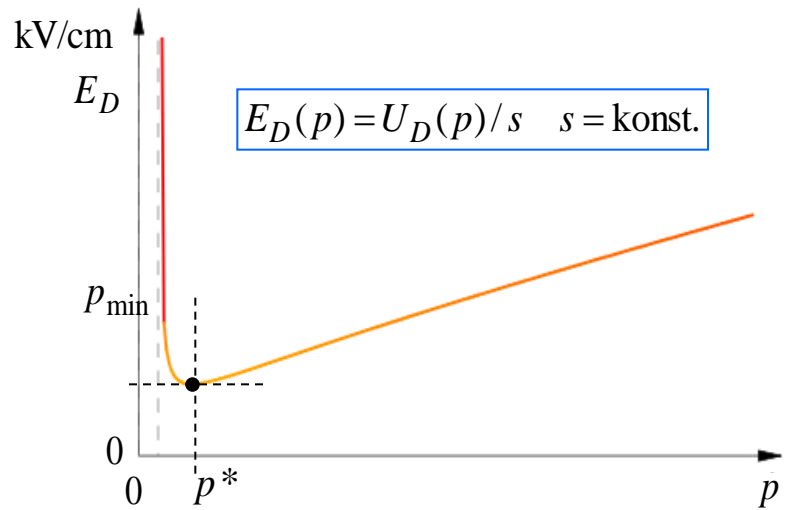
Durchschlagfeldstärke E_D bei p variabel

Ergänzung



- Druckabhängigkeit von E_D :

Kleiner Druck p : $E_D(p) \uparrow \Leftrightarrow p \downarrow$
 Zu wenige Moleküle für ausreichend viele Stöße vorhanden: Höheres E_D nötig!
- Zu kleiner Druck: $p < p_{\min}$:
Kein Durchschlag, da freie Weglänge der Elektronen zu groß.
- Hoher Druck p : $E_D(p) \uparrow \Leftrightarrow p \uparrow$
 Mit steigendem Druck (= steigender Molekülzahl) zu kurze freie Weglänge der Elektronen zwischen 2 Stößen: Höhere Feldstärke für Durchschlag nötig!



$$E_D^{[\text{kV/cm}]} = \frac{4.66 \cdot 10^{-3} \cdot (p)^{[\text{Pa}]}}{\ln(3.72 \cdot (p \cdot s)^{[\text{Pa} \cdot \text{m}]})} \text{ für } (p \cdot s) > 0.3 \text{ Pa} \cdot \text{m}$$



V4.2 Elektrischer Durchschlag

„Paschen“-Kurve der Durchschlagsspannung U_D

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

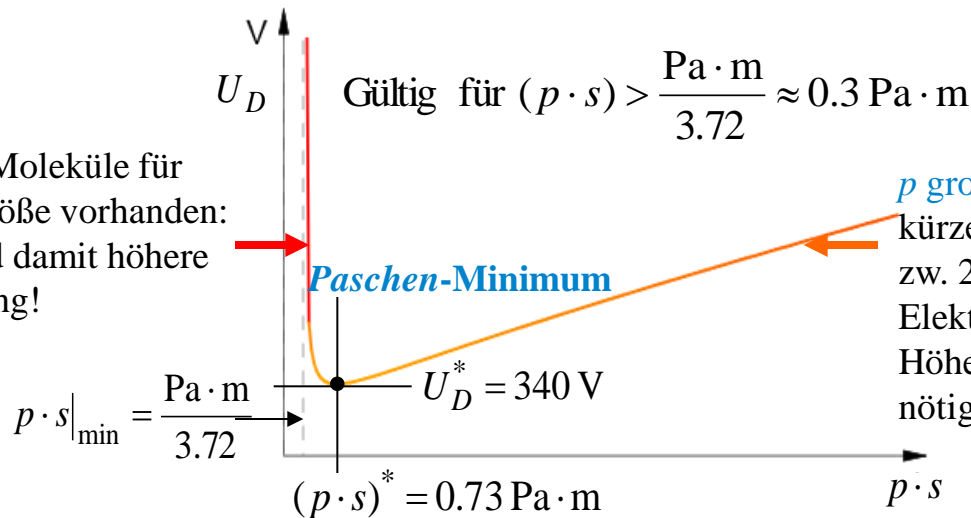
- Beispiel:** Luftdruck $p = 1013 \text{ mbar}$: $(p \cdot s)^* = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 7.2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0.73 \text{ Pa} \cdot \text{m}$

$$U_D^{[V]} = \frac{466 \cdot (p \cdot s)^{[\text{Pa} \cdot \text{m}]}}{\ln(3.72 \cdot (p \cdot s)^{[\text{Pa} \cdot \text{m}]})} \text{ für } (p \cdot s) > 0.3 \text{ Pa} \cdot \text{m}$$

U_D hat Minimum bei $s^* = e/3765 \text{ cm} = 7.2 \text{ } \mu\text{m}$ („Paschen“-Minimum): $U_D(s^*) = 340 \text{ V}$:

Unter 340 V kann Luft nicht durchschlagen! $U_D(s^*) = 340 \text{ V}$.

p klein: Zu wenige Moleküle für ausreichend viele Stöße vorhanden: Höheres E nötig und damit höhere Durchschlagspannung!



p groß: Steigende Molekülzahl = kürzere freie Weglänge der Elektronen zw. 2 Stößen bewirkt zu geringe Elektronenbeschleunigung: Höheres E für Ionisierungsenergie nötig \Rightarrow höhere Durchschlagspannung!



V4.2 Elektrischer Durchschlag

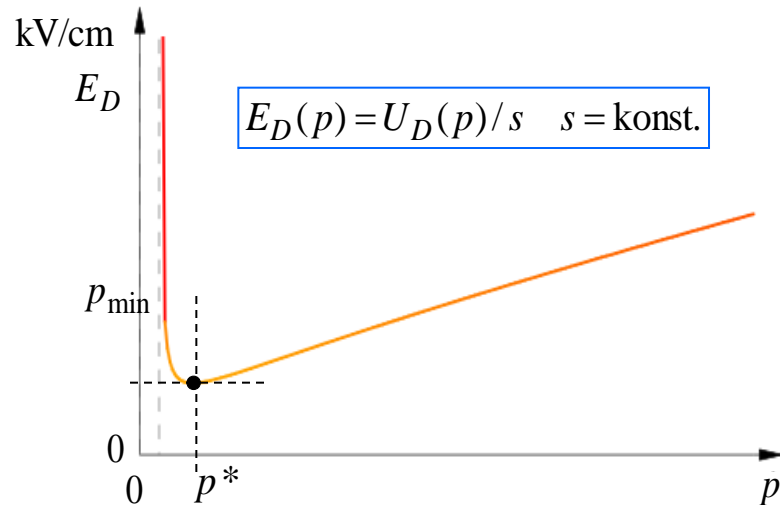
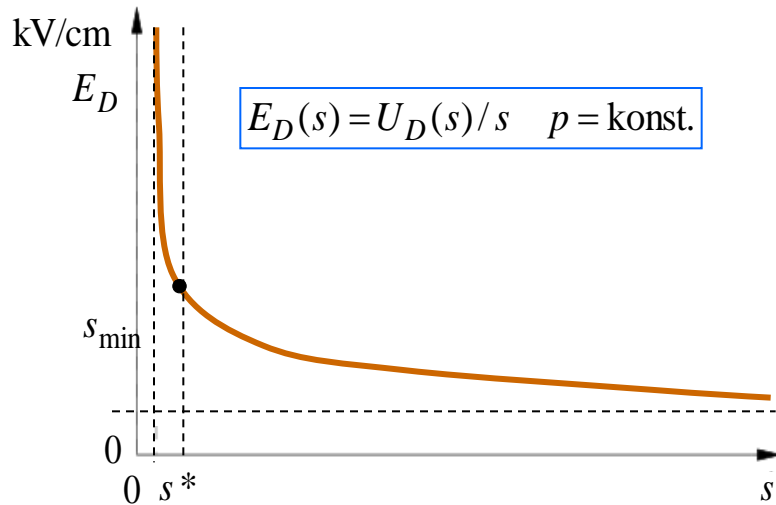
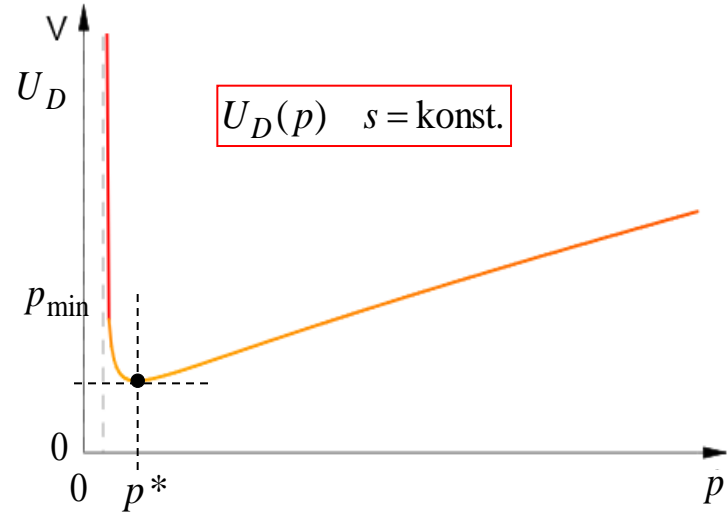
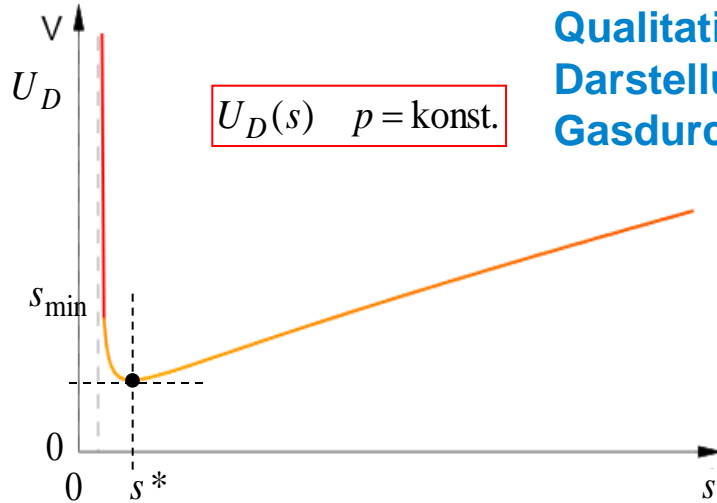
Durchschlagsspannung & -feldstärke U_D & E_D

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Qualitative
Darstellungen für
Gasdurchschlag



V4 Freileitungen und Kabel

Übersicht

1. Übertragungsarten
2. Elektrischer Durchschlag
3. Freileitungen
4. Kabel

V4.3 Freileitungen

Elektrischer Leiterwerkstoff Aluminium

Aluminium: ${}_{13}^{27}\text{Al}$ Leichtmetall = guter Konstruktionswerkstoff.

$7.57 \cdot 10^{-2}$ der Erdhüllenmasse = häufigstes Metall der Erdkruste,
Dichte: $\gamma = 2.7 \text{ kg/dm}^3$, el. Leitfähigkeit: $\kappa = 37.7 \text{ MS/m}$ (20°C).

Schlechter Kontaktwerkstoff:

- Beim Kontaktieren unter Druck neigt Aluminium zum „Kriechen“ (= plastisches Nachgeben),
- Überzieht sich an Luft mit einer (isolierenden) Oxidschicht
⇒ Kupferüberzug zur Kontaktverbesserung empfohlen.

V4.3 Freileitungen

Elektrischer Leiterwerkstoff Kupfer

Kupfer: ${}_{29}^{64}\text{Cu}$ Halbedelmetall = schwach reaktiv.

$1 \cdot 10^{-2}$ der Erdhüllenmasse, Dichte: 8.9 kg/dm^3 , el. Leitfähigkeit: 58 MS/m .

Zweithöchste elektrische Leitfähigkeit (nach Silber) \Rightarrow

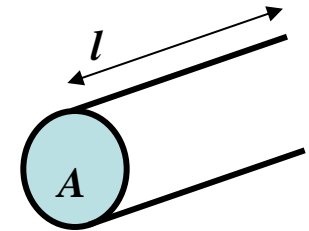
\Rightarrow Elektrischer Leiter:

z. B. Schaltdrähte, Leiterbahnen auf Leiterplatten, Stromkabel,
Drahtwicklungen in Transformatoren, Spulen, E-Maschinen,
Oberleitungen bei elektrischen Bahnen (gute Kontakt- und Gleiteigenschaft) als
Legierung mit Magnesium für erhöhte mech. Festigkeit.

V4.3 Freileitungen

Wahl des elektrischen Leitermaterials

- Aluminiumleiter hat bei gegebenem elektrischen Widerstand R kleinere Masse m (-53%), aber größeres Volumen V (+54%) als Kupferleiter \Rightarrow
 \Rightarrow daher: Vorteil als el. Leiter bei Gewichtsproblemen
 (z.B.: Freileitungen: Leiterseil-Komponente).



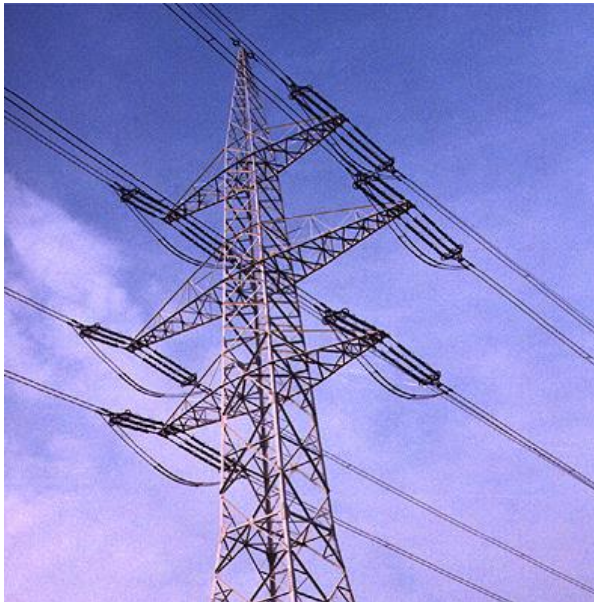
$$R = \frac{l}{\kappa \cdot A} \Rightarrow A = \frac{l}{\kappa \cdot R} \quad m = \gamma \cdot A \cdot l = \gamma \cdot \frac{l^2}{\kappa \cdot R} \quad V = \frac{l^2}{\kappa \cdot R}$$

gleiches l, R :

$$\frac{m_{Cu}}{m_{Al}} = \frac{\gamma_{Cu} \cdot \kappa_{Al}}{\kappa_{Cu} \cdot \gamma_{Al}} = \frac{8.9 \cdot 37.7}{58 \cdot 2.7} = 2.14 = \frac{1}{0.47} \quad \frac{V_{Cu}}{V_{Al}} = \frac{\kappa_{Al}}{\kappa_{Cu}} = \frac{37.7}{58} = 0.65 = \frac{1}{1.54}$$

V4.3 Freileitungen

Nieder- und Hochspannungs-Freileitungen



Höchstspannung:
3-Phasen-380-kV-
Freileitung, 50 Hz,
Zweier-Bündel

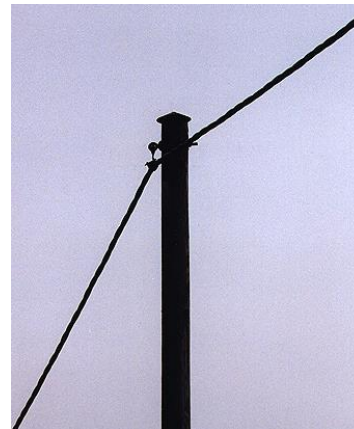


Mittelspannung:
3-Phasen-
10-kV-
Freileitung

Bis 1 kV:
Kupferdrähte

Ab 1 kV:
Seile: Stahlkern (mech. Festigkeit)
mit verseilten Alu-Drähten
(höhere el. Leitfähigkeit)

Alu billiger & leichter als Kupfer



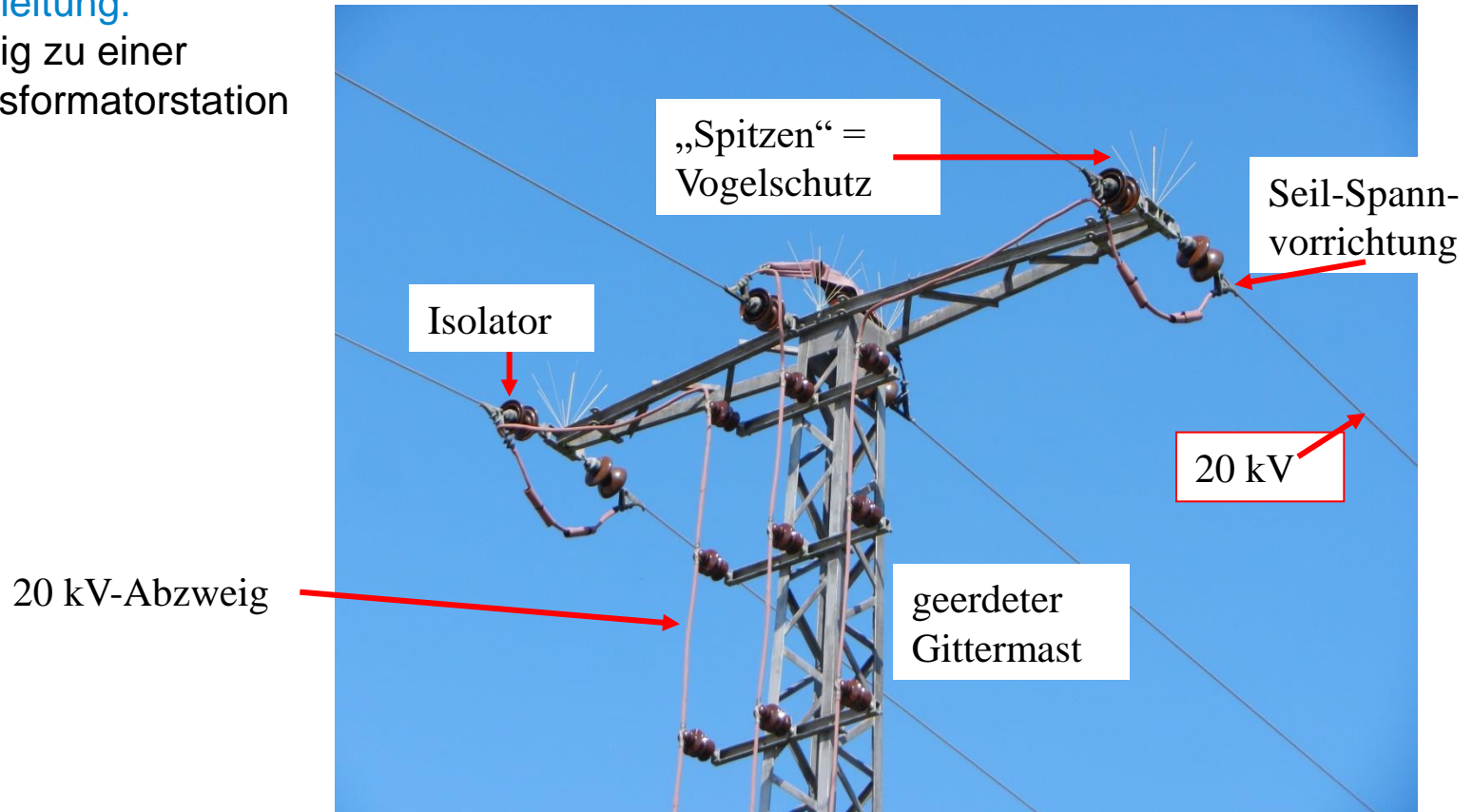
Niederspannungs-Leitung:
Kunststoffisolierte 3-Phasenleiter
(Kupfer)
3 x 400 V, 50 Hz

Quelle: Internet

V4.3 Freileitungen

Mittelspannungsfreileitung

20 kV-Freileitung:
Mit Abzweig zu einer
Mast-Transformatorstation



Quelle: A. Binder, bei Bechtolsheim/Pfalz

V4.3 Freileitungen

Leiterabstände bei Freileitungen (Richtwerte)

U_N	30 kV	110 kV	220 kV	380 kV
Leiterabstand d zur Erdoberfläche: „Normal“	5 m	6 m	7 m	8 m
„Straßenkreuzung“	6 m	7 m	8 m	9 m
Leiter-Leiter-Abstand Δ	2.0 m	4.1 m	6.5 m	9.0 m

Mittlere el. Feldstärke (kV/cm):

Leiter zur Erdoberfläche: „Straßenkreuzung“:

$$E_{av} = \hat{U}_{LE} / d = U_N \cdot \sqrt{2} / (\sqrt{3} \cdot d)$$

0.04	0.13	0.27	0.34
-------------	-------------	-------------	-------------

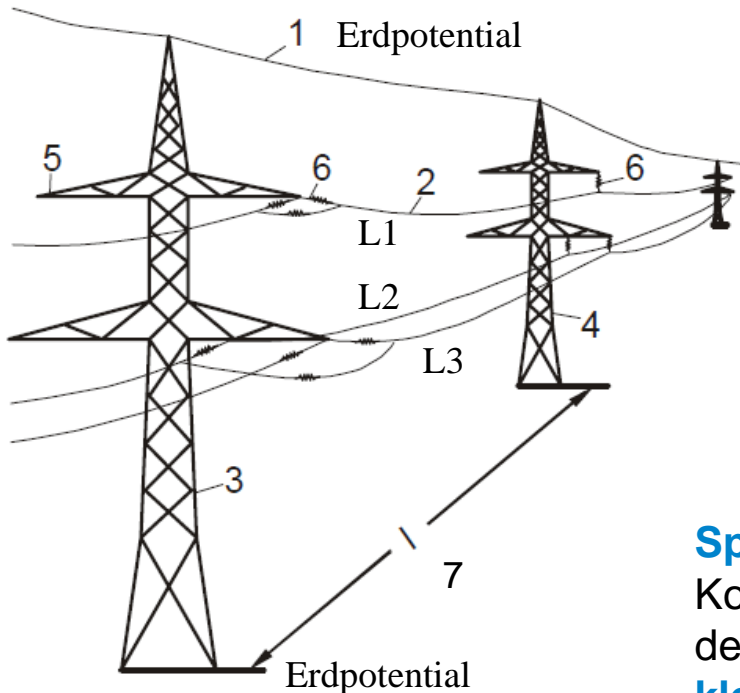
Leiter-Leiter:

$$E_{av} = \hat{U}_{LL} / d = U_N \cdot \sqrt{2} / \Delta$$

0.21	0.38	0.48	0.60
-------------	-------------	-------------	-------------

V4.3 Freileitungen

Spannweite und Leiterseilhöhe



1 Erd- oder Blitzschutzseil, 2 Leiterseil,
3 Abspannmast, 4 Tragmast, 5 Traverse,
6 Isolator, 7 Spannfeldlänge

Nennspannung	Spannweite l	minimale Höhe d_{\min}
110 kV	220...350 m	6 m
220 kV	300...400 m	6,73 m
380 kV	350...450 m	7,8 m

Spannweiten und Leiterseilhöhen von Freileitungen

Spannweite l :

Kostenminimum für bestimmtes l bei Errichtung, denn:

kleine Spannweite l :

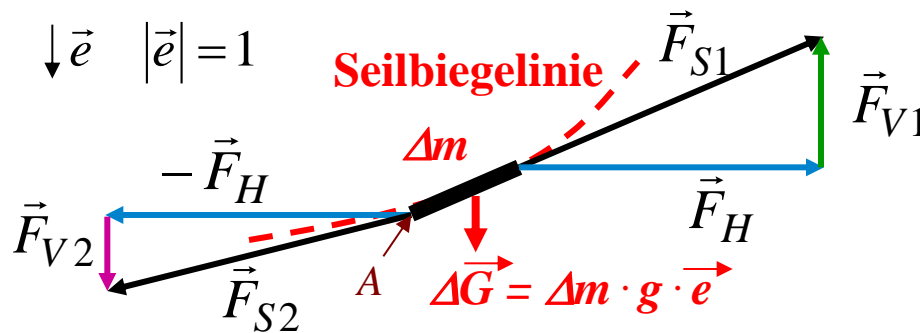
- + \Rightarrow Kleinere Maste wegen geringerer Spannkraft,
- \Rightarrow dafür mehr Maste nötig
- \Rightarrow Mehr Isolatoren, Montagearbeit \uparrow
- + \Rightarrow Geringer (unerwünschter) Seildurchhang

Quelle: Internet

V4.3 Freileitungen

Maximaler Seildurchhang f_{\max}

- Annahme: Vollkommen biegsames Seil („Kette“ als Modell), Querschnitt A , Massendichte γ
- Seilmassen-Gravitation muss durch Seilzugspannungen $\sigma = F_S/A$ aufgenommen werden



$$\vec{F}_{V1} = -\vec{F}_{V2} - \Delta \vec{G}$$

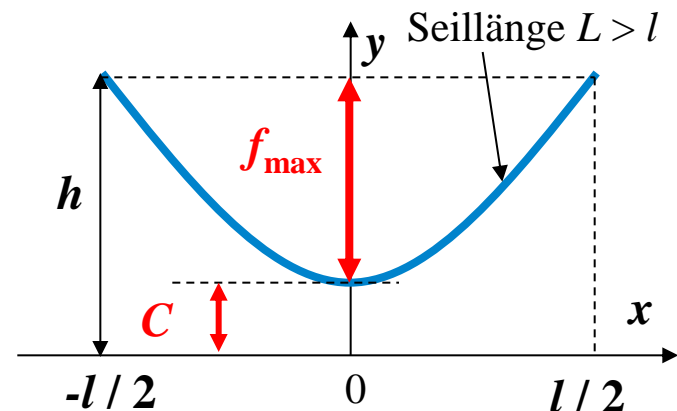
$$\vec{F}_{S1} = \vec{F}_{V1} + \vec{F}_H \Rightarrow \vec{\sigma}_1 = \vec{F}_{S1} / A$$

$$\vec{F}_{S2} = \vec{F}_{V2} - \vec{F}_H \Rightarrow \vec{\sigma}_2 = \vec{F}_{S2} / A$$

- Seilquerspannung $\sigma_H = F_H/A$ durch Aufhängung vorgegeben
- **Seilbiegeline = „Kettenlinie“:**

$$y = y_0 + a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) \quad a = \frac{\sigma_H}{\gamma \cdot g} \quad -\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$$

- Seillänge: $L = 2a \cdot \sinh(l/(2a))$
- Mindesthöhe über Grund: $C = y_0 + a$
- **Max. Seildurchhang:** $f_{\max} = h - C$



V4.3 Freileitungen

Beispiel: Seildurchhang f_{\max}



- Beispiel: 220 kV-Drehstromleitung, $h = 20$ m, Spannweite $l = 400$ m, Seillänge $L = 400.7$ m
Massendichte (Stahl) $\gamma = 7800$ kg/m³, Seilbruchspannung $\sigma_B = 313$ N/mm²

$$\frac{400.7}{400} = 1.0018 = \frac{L}{l} = \frac{2a}{l} \cdot \sinh\left(\frac{l}{2a}\right) \Rightarrow \frac{l}{2a} = 0.10244 \Rightarrow a = 1952.3 \text{ m} = \frac{\sigma_H}{\gamma \cdot g}, \sigma_H = 149 \text{ N/mm}^2 < \sigma_B$$

$$y\left(x = \frac{\pm l}{2}\right) = h = y_0 + a \cdot \cosh\left(\frac{\pm l}{2a}\right) \Rightarrow y_0 = 20 - 1952.3 \cdot \cosh(\pm 0.10244) = -1942.6 \text{ m}$$

- Mindesthöhe über Grund: $C = y_0 + a = -1942.6 + 1952.3 = 9.75 \text{ m} > C_{\min} = 8 \text{ m}$,
- Max. Durchhang: $f_{\max} = h - C = 20 - 9.75 = 10.25 \text{ m}$

- Wegen $l/(2a) = 0.10244 \ll 1$: Taylor-Reihe: Parabel als Näherung für cosh: $-l/2 \leq x \leq l/2$

$$y(x) = y_0 + a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) \approx y_0 + a + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^2 \Rightarrow C = y(0) = y_0 + a, y(l/2) = h \approx C + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{l}{2a}\right)^2$$

$$f_{\max} \approx \frac{l^2}{8 \cdot a} = \frac{l^2 \cdot \gamma \cdot g}{8 \cdot \sigma_H}$$

$$L = 2a \cdot \sinh\left(\frac{l}{2a}\right) \approx 2a \cdot \left(\frac{l}{2a} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{l}{2a}\right)^3\right) = l + \frac{l^3}{24a^2}$$



V4.3 Freileitungen

Kritische Spannweite l^*_{krit}

- Maximale Seilzugspannung $\sigma_{\text{max,zul}}$ darf nicht überschritten werden.

- Mit steigender Spannweite l steigt Seilmasse: $m = \left(l + \frac{l^3}{24 \cdot a^2} \right) \cdot A \cdot \gamma$ (aus Parabelnäherung)
- Kritische Belastung:

1) Bei Kälte: Werkstoff-Kontraktion $\Delta l \Rightarrow$ Seilspannung σ steigt

2) Bei Zusatzlast (Eislast) Δm_{Eis} : (typisch 1 ... 5-fache Seilmasse) \Rightarrow Seilspannung σ steigt.

- Kritisch:

a) -5°C und Eislast ODER b) -20°C ohne Eislast

- Bei **kritischer Spannweite** l^*_{krit} ist die Seilzugspannung σ bei a) und b) GLEICH groß!

Fall a) kritischer, wenn $l > l^*_{\text{krit}}$

Fall b) kritischer, wenn $l < l^*_{\text{krit}}$

- Weitere Zusatzlasten:

Abspannketten, Einzellasten, Windlast, Schrägfelder, ...

V4.3 Freileitungen

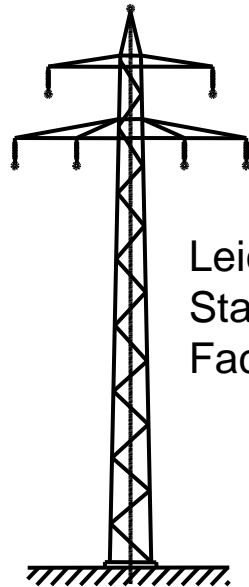
Freileitungsschäden durch hohe Eis-/Schneelast



Quelle: Internet

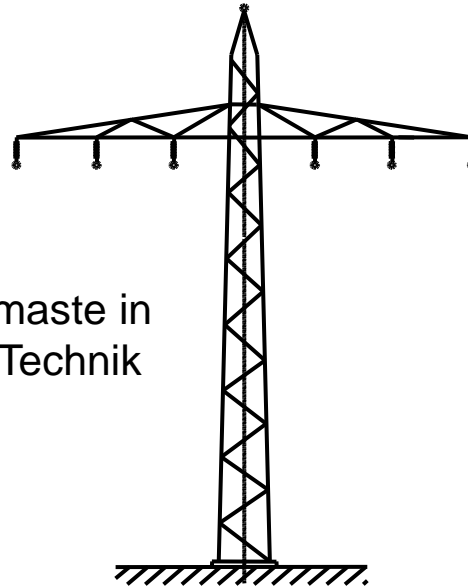
V4.3 Freileitungen

Freileitungen – Beispiele für Mastanordnungen

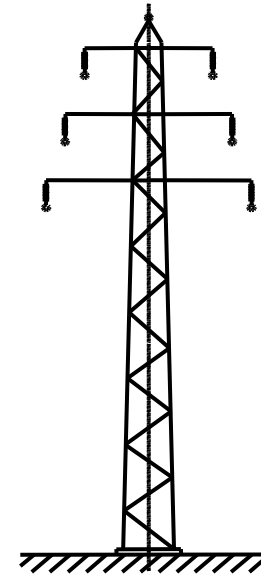


Leichtbau-
Stahlgittermaste in
Fachwerk-Technik

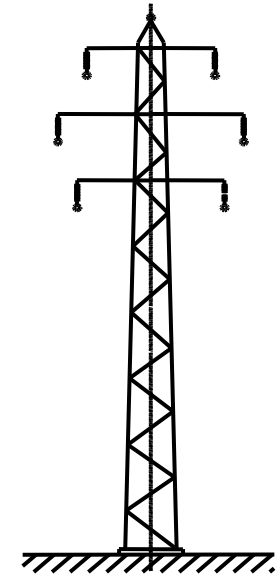
Donaumast



Einebenenmast



Tannenbaummast



Tonnenmast

- Gleiche Gegenkapazitäten und –induktivitäten, da gleiche Leiterabstände
- Trassenbreite für Höchstspannung kleiner, um Mindestabstand zwischen Leitern einzuhalten

- Gleiche Erdkapazitäten, da gleiche Erdbstände
- Höhere Trassenbreite

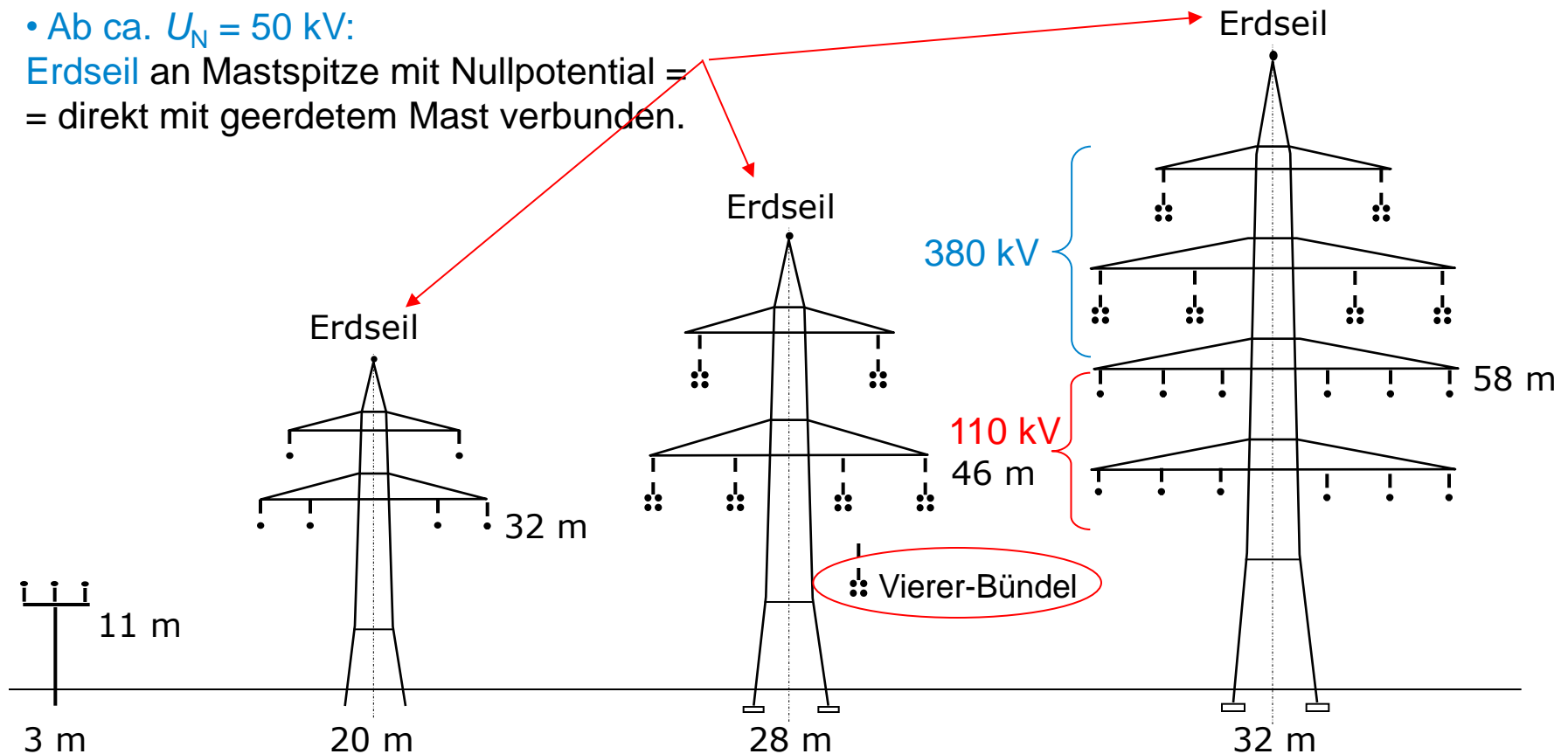
- Trassenbreite für Höchstspannungsebene kleiner, um Mindestabstand zwischen den Leitern einzuhalten
- Ungleiche Gegeninduktivitäten, Gegenkapazitäten u. Erdkapazitäten

V4.3 Freileitungen

Typische Stahlgittermast-Abmessungen

- Ab ca. $U_N = 50$ kV:

Erdseil an Mastspitze mit Nullpotential =
= direkt mit geerdetem Mast verbunden.

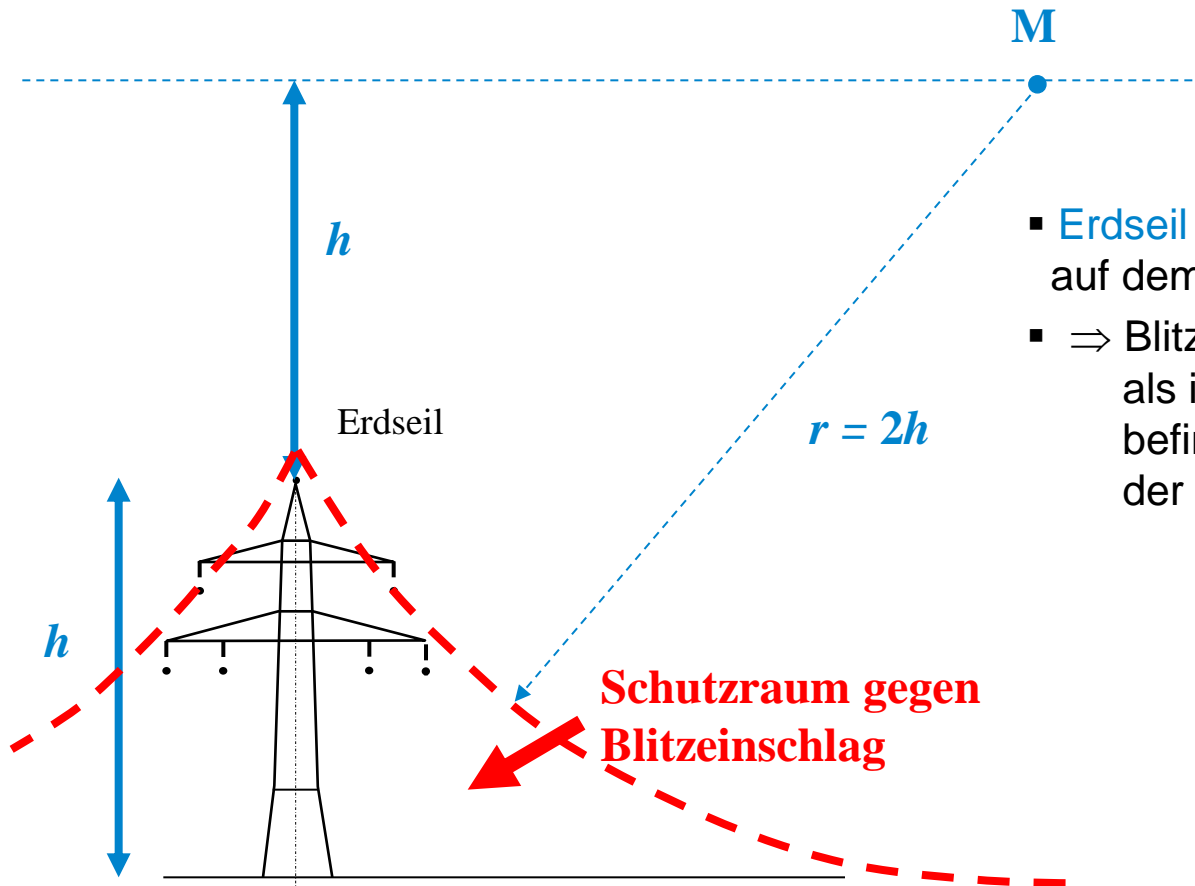


10-kV-Leitung 110-kV-Doppelleitung 380-kV-Doppelleitung 380-kV-/ 110-kV-Sechsfachleitung

V4.3 Freileitungen

Erdseil = verzinktes Stahl- od. St-Alu-Seil

- **Erdseil** über Hochspannungs-Freileitungen als **Schutz der Leiterseile** gegen direkten Blitzeinschlag.

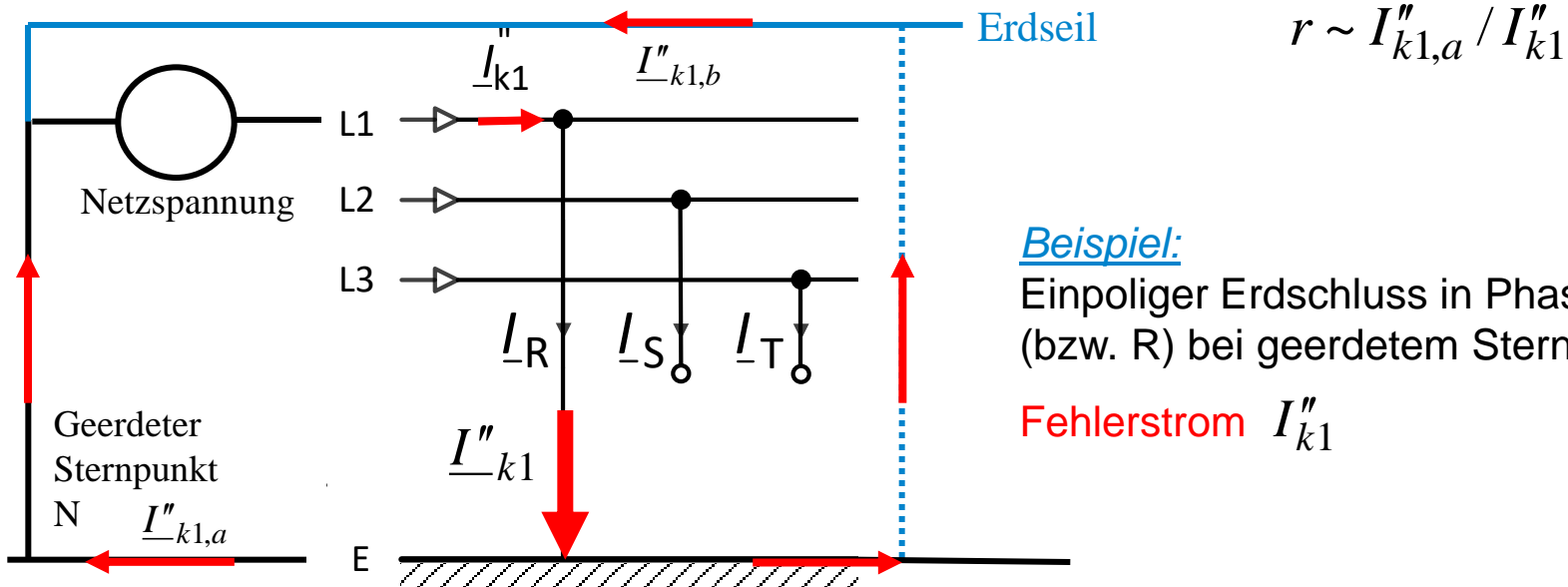


- Erdseil ist wie der Erdboden auf dem **elektrischen Null-Potential**
- \Rightarrow Blitz schlägt eher in das Erdseil ein als in die darunter im Schutzraum befindlichen Leiter der Hochspannungsfreileitung.

V4.3 Freileitungen

Erdseil – Schutz gegen induktive Beeinflussung

- Erdseil in Hochspannungs-Freileitungen zur **Verringerung der Beeinflussung von Fernmeldeeinrichtungen** bei unsymmetrischen Fehlern mit Erdberührung.
- **Unsymmetrischer Fehler mit Erdberührung:**
Fehlerstrom $\underline{I''_{k1}}$ fließt als Nullstrom über Erde zur speisenden 3-Phasen-Quelle zurück
- Bei vorhandenem Erdseil fließt ein Teil des Nullstroms $\underline{I''_{k1,b}}$ **auch im Erdseil**.
- Nur der Nullstromanteil $\underline{I''_{k1,a}}$ im Erdreich induziert über sein H -Feld eine Störspannung in benachbarte im Erdreich verlegte Fernmeldeleitungen (\Leftrightarrow **Erdseil-Reduktionsfaktor r**).



V4.3 Freileitungen

Tragmast



- **Tragmast:**

Freileitungsmast zur **Aufhängung** der Leiterseile der Freileitung,

- **Isolator** (oder Isolator-Paar) hängt an der Gittermast-Traverse und zeigt direkt zum Boden („Hängekette“),

- Für Spannungen bis etwa 30 kV werden auch **stehende Isolatoren** verwendet.

Diese stellen jedoch eine Gefahr für Vögel dar, die auf solchen Masten leicht einen Kurzschluss verursachen können.

Doppelte
3-fach-
Isolator-kette
(380 kV)

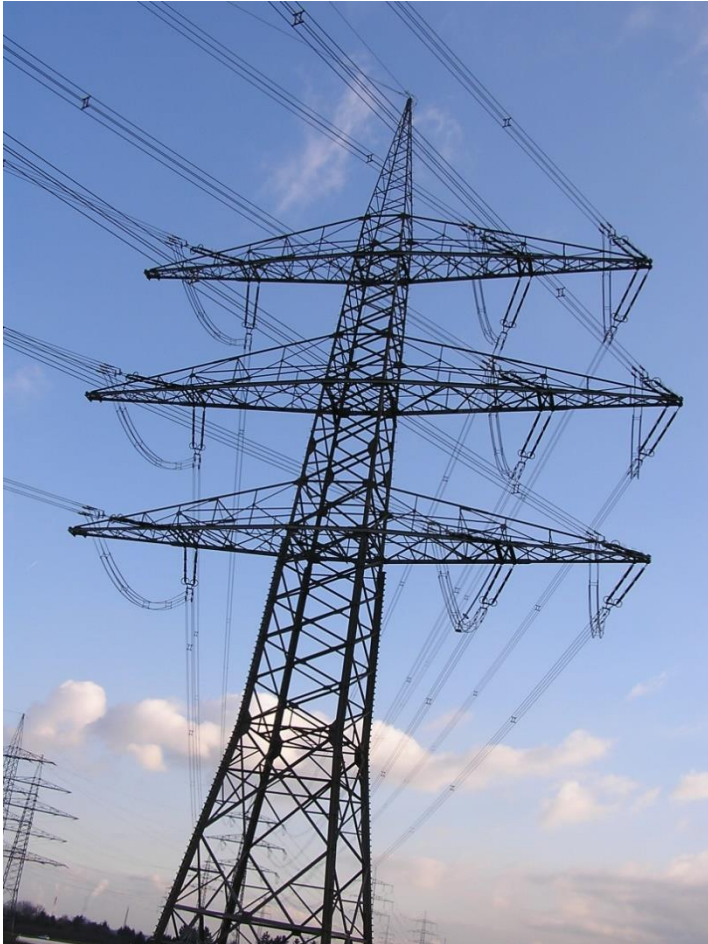


Vierer-Bündelleiter
380 kV-Leitung

Quelle: Wikipedia.de

V4.3 Freileitungen

Abspannmast



Beispiel: Eckmast für Schrägfeld

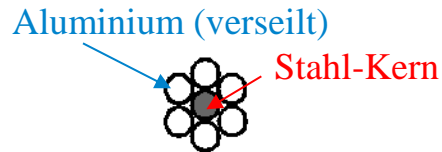
- **Abspannmast:**
 - a) Übernimmt die Spannkraft für die Seile
 - b) Für Richtungsänderungen der Freileitung (**Eckmast**).
- Ebenfalls:
 - a) **Letzter** Mast vor der Einführung einer Freileitung in eine Schaltanlage
 - b) Am **Übergang** von Freileitung zum Erdkabel.
- **Abzweigmaste** sind ebenfalls meist Abspannmaste.
- Da Abspannmaste die Zugkräfte in den Leiterseilen aufnehmen müssen, sind sie **stabiler** gebaut als Tragmaste.
- **Sonderbauformen:**
 - Abspannportal,
 - Endmast.



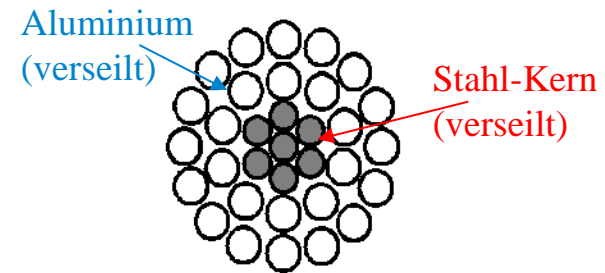
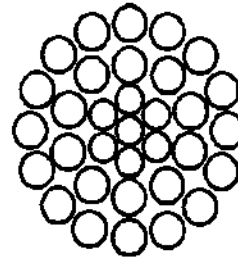
Quelle: Wikipedia.de

V4.3 Freileitungen

Strombelastungsgrenzen vom Leiterseilen



16 mm² / 2.5 mm²



Aluminium- Stahl Seil
q=16/2,5 bis 50/8 mm²

Aluminium- oder Kupfer-Seil
q=150 - 185 mm²

Aluminium- Stahl Seil
q=240/40 mm²
d=21,7 mm

Beispiele

- **Wirtschaftliche Stromdichte (0.7 ... 0.8 A/mm²):**

Die *Ohm*'schen Verluste erhöhen sich quadratisch mit zunehmender Stromdichte ⇒ steigende Verlustkosten!

- **Maximal zulässige Stromdichte (≤ 3.5 A/mm²):**

Das Leiterseil darf eine Maximaltemperatur von 80°C nicht überschreiten.

Hohe Temperaturen führen zu

a) Seilbeschädigung

und

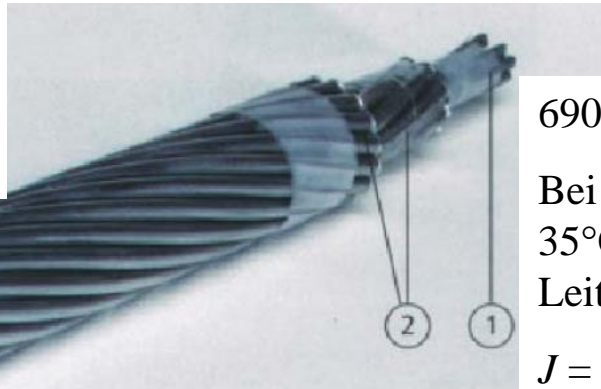
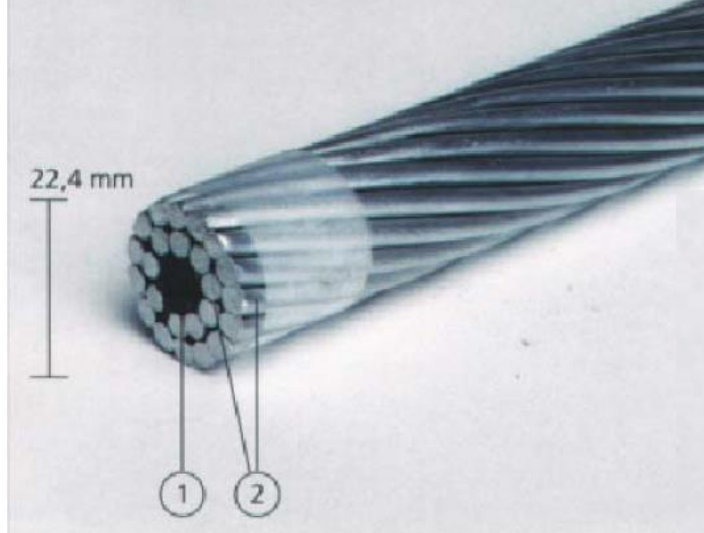
b) unzulässig großem Durchhang (⇒ Unterschreitung des Minimalabstands gegen Erde).

V4.3 Freileitungen

Aluminium-/Stahlseile (ab $U_N = 1 \text{ kV}$)

• Beispiel: Stahlkern 35 mm^2

$265 \text{ mm}^2 / 35 \text{ mm}^2 = 7.7$, $\varnothing 22.4 \text{ mm}$
 1002 kg/km , Bruchkraft $F_B = 83 \text{ kN}$,
 $\sigma_B = 83 \text{ kN} / 265 \text{ mm}^2 = 313 \text{ N/mm}^2$



Quelle: Wikipedia.de

690 A Dauerstrom eff.

Bei 0.6 m/s Windgeschwindigkeit,
 35°C Umgebungstemperatur:
Leitertemperatur: 80°C

$$J = 690 \text{ A} / 265 \text{ mm}^2 = 2.6 \text{ A/mm}^2$$

- ① Stahlseele bestehend aus 7 Einzeldrähten
- ② 24 Aluminiumdrähte in zwei Lagen, die aus Stabilitätsgründen gegenläufig geschlagen sind

Kern: Stahlseil

- für mechanische Festigkeit
- erhöht den Radius r
(Koronaverluste \downarrow , $P_{\text{Nat}} \uparrow$)

„Hülle“: Aluminium

- Übernimmt Stromführung
- z.B. Al/St 240/40: $240 \text{ mm}^2 \text{ Alu}$, $40 \text{ mm}^2 \text{ Stahl}$
- Querschnittsverhältnis Alu/St: (*Deutschland*): 6 ... 7.7

V4.3 Freileitungen

Belastungsgrenzen der Freileitung

- **Leiterbelastung begrenzt durch**

- a) **Thermisch:** Wärmeabfuhr der Stromwärme an Umgebung.

- b) **Mechanisch:**

- b1) Durchhang des Leiterseils durch Eigenmasse

- b2) Zusatzlast (Eis als Fremdmasse):

- Extremwerte im Hochgebirge \Rightarrow bis zu 15 kg/m = 15-fache Leitermasse.

V4.3 Freileitungen

Übertragungsleistungen der Freileitung

Spannungsebene U_N [kV]	<i>max. Übertragungsleistung</i>		$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_N}$	$J_N = \frac{I_N}{A_{Al}}$
	S_N [MVA]	bei Beseilung	[A]	[A/mm ²]
380	1700	4 x 265/35 mm ² Al/St 4-Bündel	2583	2.4
110	120	1 x 265/35 mm ² Al/St	630	2.4
20	10	1 x 70/12 mm ² Al/St	288	4.1
10	5	1 x 70/12 mm ² Al/St	288	4.1
0.4	0.1	1 x 25 mm ² Al	144	5.8

V4.3 Freileitungen

Thermisch zulässige Stromdichte

- Thermisch zulässige Stromdichte J_{zul} sinkt mit steigendem Leiterradius R

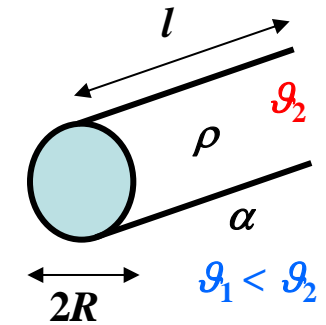
a) Thermisch wirksame Verlustleistung:

$$P_d = R \cdot I^2 = \frac{\rho \cdot l}{R^2 \pi} \cdot I^2 = \rho \cdot l \cdot R^2 \pi \cdot \left(\frac{I}{R^2 \pi} \right)^2 = \rho \cdot l \cdot R^2 \pi \cdot J^2$$

b) Konvektiv abführbare Verlustleistung: $P_d = \alpha \cdot 2\pi R \cdot l \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$

- Bei zulässiger Leiterübertemperatur $\Delta\vartheta_{zul} = \vartheta_2 - \vartheta_1$ gilt:

$$P_d = \rho \cdot l \cdot R^2 \pi \cdot J_{zul}^2 = \alpha \cdot 2\pi R \cdot l \cdot \Delta\vartheta_{zul} \Rightarrow J_{zul}^2 = \frac{2\alpha}{\rho} \cdot \frac{\Delta\vartheta_{zul}}{R}$$



$$J_{zul} \sim 1/\sqrt{R}$$

- **Beispiel:** 0.6 m/s Windgeschwindigkeit, Umgebungstemperatur 35°C, Leitertemperatur 80°C:

$$\Delta\vartheta_{zul} = 80 - 35 = 45 \text{ K}$$

$$U_N = 400 \text{ V}, A_{Al} = 25 \text{ mm}^2, J_{zul} = 5.8 \text{ A/mm}^2$$

$$U_N = 110 \text{ kV}, A_{Al} = 265 \text{ mm}^2, J_{zul} = 2.4 \text{ A/mm}^2$$

$R \uparrow, J_{zul} \downarrow$

V4.3 Freileitungen

Isolatoren für Freileitungen

- **Isolator:**
Bauteil mit hoher mechanischer Belastbarkeit, aber mit möglichst kleiner elektrischer Leitfähigkeit.
- **Aus festem Isolierstoff:**
Aluminiumoxidkeramik, Porzellan, Glas, glasfaserverstärkte Kunststoffe.
- **Isolatoren für $U > 1$ kV:**
Heute vorwiegend als komplettes Bauteil aus keramischen Werkstoffen (**Langstab-Isolator**).
- **Silikon-Isolatoren:**
Zentraler Strunk aus hochfestem glasfaserverstärktem Kunststoff. Die Schirme aus Silikon werden mit einer Klebeverbindung aufgebracht.
- **Kriechstrom an Isolatoroberfläche:**
Umwelteinflüsse (Regen, Schnee oder Staub, in Meeresnähe auch Salz): Auf der Isolatoroberfläche bilden Schmutzstoffe mit der Zeit einen el. leitfähigen Film → **Kriechstrom**, in ungünstigem Fall **Gleitentladung** → **Überschlag**.
- **Gegen-Maßnahmen: Kriechwege** möglichst lang → glockenförmige Schirme oder Rippen.



Quelle: Wikipedia.de

V4.3 Freileitungen

Langstabisolatoren für 110 kV ... 380 kV



Doppel-
ausführung:
a) bei Straßen-
kreuzungen,
b) beim
Abspannen



380 kV: 3 Isolatoren in Serie

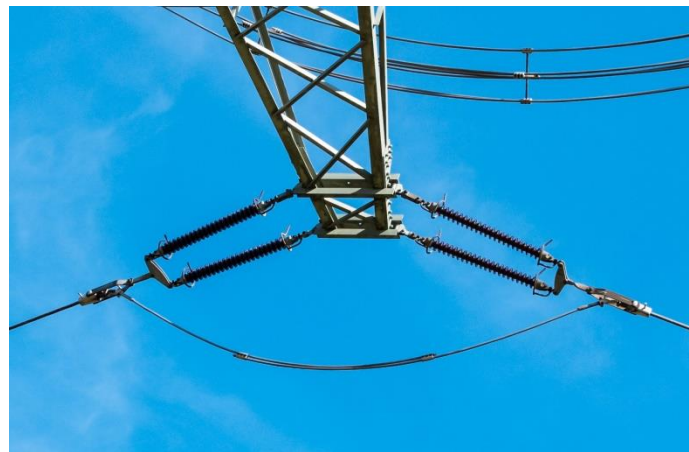
Beispiel:

Porzellanisolator Länge 1310 mm,
22 od. 27 Kappen, Strunk- \varnothing 85 mm,
Nennkraft 210 kN:

Bei Spannweite $l = 0.4$ km:

ca. 400 kg Leiterseilmasse = 4 kN

„Sicherheit“: $210/4 = 52.5$



220 kV:

2 Isolatoren in Serie

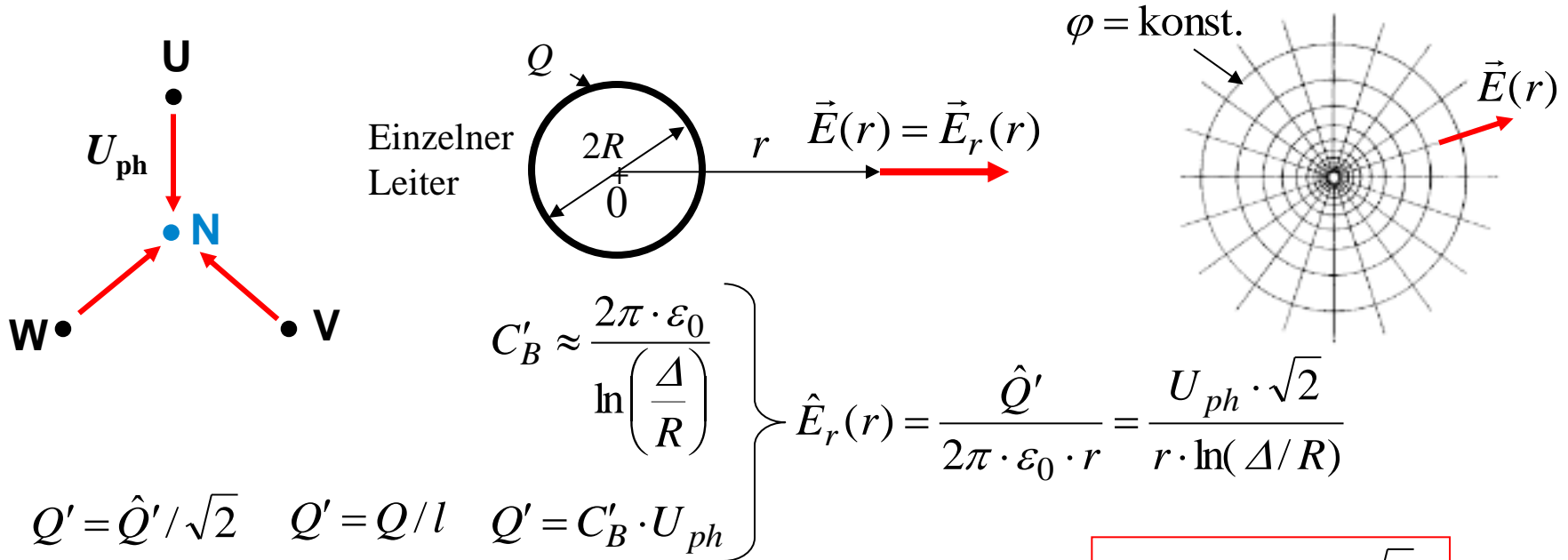
110 kV:

1 Isolator

Quelle: Wiki Commons

V4.3 Freileitungen

Maximale el. Feldstärke an der Leiteroberfläche



- Die maximale Feldstärke E_{\max} tritt an der Leiteroberfläche auf.
- Sie darf die Durchschlagfeldstärke nicht überschreiten ($0.85 \cdot E_D$ wegen nicht glatter Leiterseiloberfläche)
- Durchschlagfeldstärke
(Schlagweite $s = 1 \text{ cm}$, trockene Luft, Homogenfeld): $E_D = \text{ca. } 30 \text{ kV/cm}$

$$\hat{E}_{\max} = \frac{U_{ph} \cdot \sqrt{2}}{R \cdot \ln(\Delta/R)}$$

$$\hat{E}_{\max} < 0.85 \cdot 30 = 25 \text{ kV/cm}$$

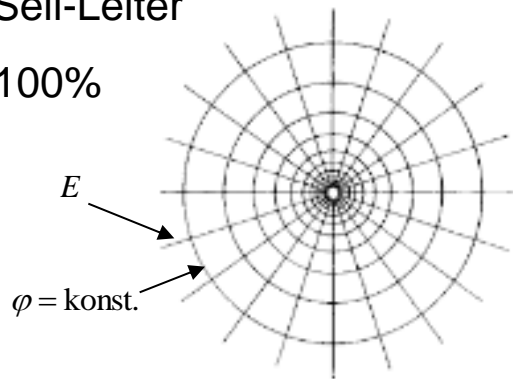


V4.3 Freileitungen

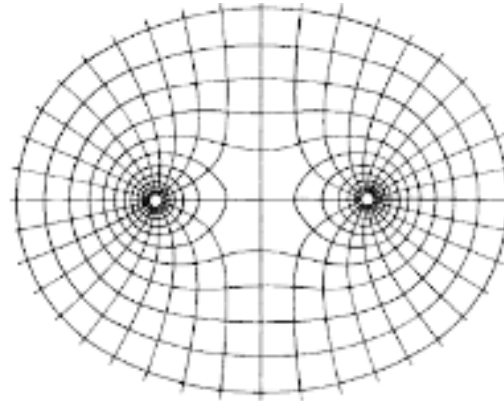
Feldbilder zu Bündelleitern

Ein-Seil-Leiter

$A = 100\%$

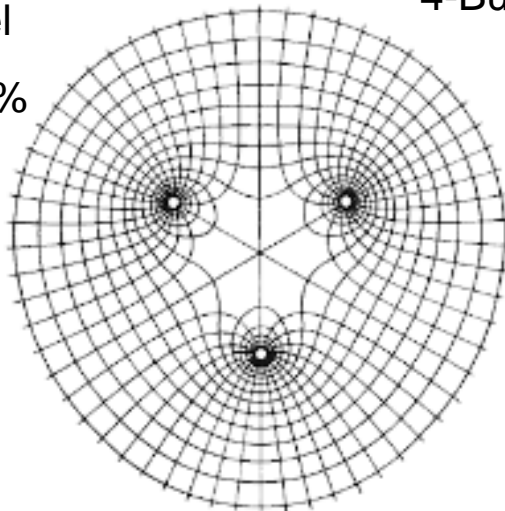


2-Bündel: $A = 200\%$

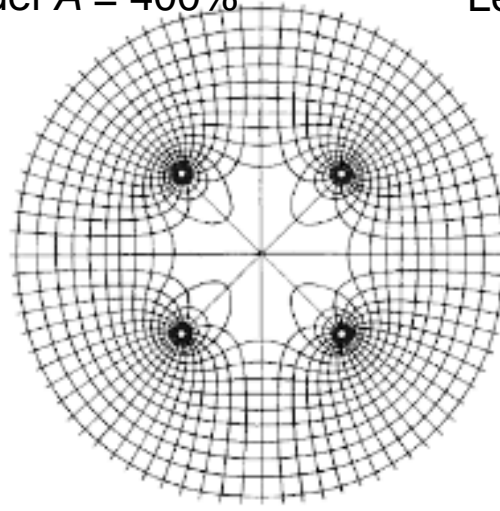


3-Bündel

$A = 300\%$



4-Bündel $A = 400\%$



- Elektrostatisch berechnete Äquipotentiallinien $\varphi = \text{konst.}$ und Feldlinien E von Bündelleitern,

- Annahme: Identische Leiterdurchmesser je Teilleiter,

- E_{max} sinkt mit Teilleiterzahl auf Leiteroberfläche bei gleicher Leiter-Gesamtladung Q .

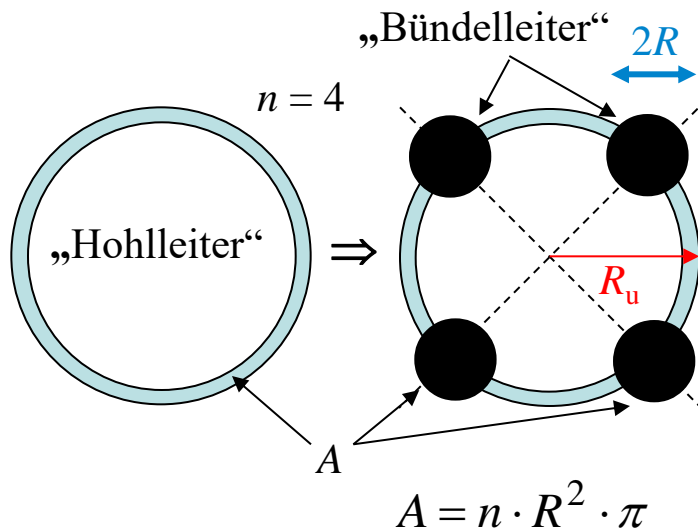
Quelle: Oeding-Oswald,
El. Kraftwerke und Netze,
8. Aufl., Springer

V4.3 Freileitungen

Bündelleiter

• **Idee (G. Markt & B. Mengele, A):**

- Absenken der Randfeldstärke an der Leiteroberfläche E_{\max} durch Vergrößern des Leiterradius R bei GLEICHEM Leiterquerschnitt führt auf Hohlleiter.
 - Als Hohlleiterseil mechanisch sehr ungünstig dünn, deshalb „Imitieren“ durch konzentrisches Leiterbündel von z. B. 4 Leiterseilen mit Abstandshalter bei GLEICHEM Gesamtquerschnitt.
- ⇒ Verringerte Entladungen = „Korona“-Verluste ↓



- Bündelleiter-Ersatzradius R_B : $R_B = R_u \cdot \sqrt[n]{n \cdot R / R_u}$ (zur Berechnung von L'_B, C'_B)

$$L'_B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R_B}\right) \quad C'_B \approx \frac{2\pi \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{\Delta}{R_B}\right)}$$

- Maximale Feldstärke am Leiter(außen)rand R :

$$\hat{E}_{\max} = \frac{\hat{U}_{ph}}{R} \cdot \frac{\beta^*}{\ln\left(\frac{\Delta}{R_B}\right)} \quad \beta^* = \frac{R}{n} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{n-1}{R_u}\right)$$

V4.3 Freileitungen

Bündelleiter - Grenz Betrachtung

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Bündelleiter-Ersatzradius R_B : $n = 1: R_B = R_u \cdot \sqrt[n]{n \cdot R / R_u} = R_u \cdot \left(\frac{n \cdot R}{R_u}\right)^{1/n} = R_u \cdot (R / R_u) = R$ Einzelleiter
 $n \rightarrow \infty: R_B = R_u \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n \cdot R}{R_u}\right)^{1/n} = R_u \cdot 1 = R_u$ „Hohlleiter“

- Faktor β^* für die maximale Feldstärke am Leiter(außen)rand R :

$$\left. \begin{array}{l}
 n = 1: \beta^* = \frac{R}{n} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{n-1}{R_u}\right) = 1 \quad \text{Einzelleiter} \\
 n \rightarrow \infty: \beta^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{R}{R_u} - \frac{R}{n \cdot R_u}\right) = \frac{R}{R_u} \quad \text{„Hohlleiter“}
 \end{array} \right\} \hat{E}_{\max} = \frac{\hat{U}_{ph}}{R} \cdot \frac{\beta^*}{\ln\left(\frac{\Delta}{R_B}\right)} \left\{ \begin{array}{l}
 = \frac{\hat{U}_{ph}}{R} \cdot \frac{1}{\ln(\Delta / R)} \\
 = \frac{\hat{U}_{ph}}{R_u} \cdot \frac{1}{\ln(\Delta / R_u)}
 \end{array} \right.$$



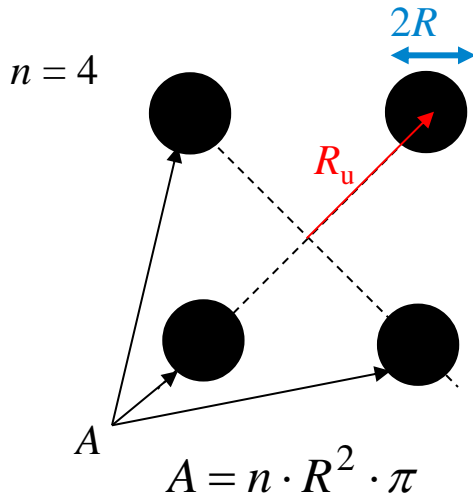
V4.3 Freileitungen

Beispiel: 4-Bündelleiter 380 kV-Leitung

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



$$R_B = R_u \cdot \sqrt[n]{n \cdot R / R_u}$$

- Verringerung der Randfeldstärke um 16%

$$\left(\frac{21}{25} - 1\right) \cdot 100 = 16\%$$



a) Einseilleitung:

$$R = 20 \text{ mm}, A = 946 \text{ mm}^2, \Delta = 10 \text{ m}$$

$$\hat{E}_{\max} = \frac{U_{ph} \cdot \sqrt{2}}{R \cdot \ln(\Delta / R)} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot 0.02 \cdot \ln(10 / 0.02)} = 25 \text{ kV/cm}$$

$$\text{bei } R = R_u : \hat{E}_{\max} = \frac{U_{ph} \cdot \sqrt{2}}{R_u \cdot \ln(\Delta / R_u)} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot 0.283 \cdot \ln(10 / 0.283)} = 3.1 \text{ kV/cm}$$

b) 4-Bündelleitung:

$$R = 10 \text{ mm}, A = 4 \times 236 = 944 \text{ mm}^2, \Delta = 10 \text{ m}$$

$$R_u = 283 \text{ mm} \Rightarrow R_B = 283 \cdot \sqrt[4]{4 \cdot 10 / 283} = 173 \text{ mm}$$

$$\beta^* = \frac{R}{n} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{n-1}{R_u} \right) = \frac{10}{4} \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{4-1}{283} \right) = 0.28$$

- Maximale Feldstärke am Leiter(außen)rand R :

$$\hat{E}_{\max} = \frac{\hat{U}_{ph}}{R} \cdot \frac{\beta^*}{\ln\left(\frac{\Delta}{R_B}\right)} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot 0.01} \cdot \frac{0.28}{\ln\left(\frac{10}{0.173}\right)} = 21 \text{ kV/cm}$$



V4.3 Freileitungen

Verschiedene Leiterbündelausführungen



Zweifach-Bündelleiter
110 kV-Leitung



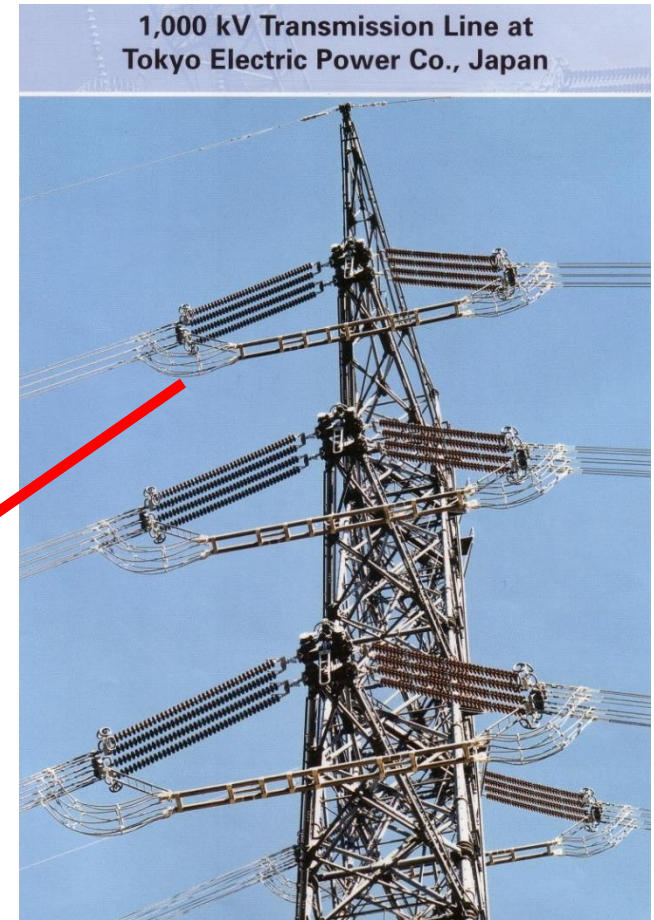
Dreifach-Bündelleiter
220 kV-Leitung



Vierfach-Bündelleiter
380 kV-Leitung



Achtfach-Bündelleiter
1000 kV-Leitung



Quelle: Wiki Commons

V4.3 Freileitungen

Beispiel: Betrieb einer Drehstrom-Freileitung



- Beispiel:

380 kV-4-Bündel-Leitung, $R = 10 \text{ mm}$, $A = 946 \text{ mm}^2$, $\Delta = 10 \text{ m}$, $R_B = 173 \text{ mm}$,
Stromdichte 1.5 A/mm^2 , $I_N = 1419 \text{ A}$, $S_N = 934 \text{ MVA}$

$$L'_B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R_B}\right) = 0.81 \text{ } \mu\text{H/m} \quad C'_B \approx \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{\Delta}{R_B}\right)} = 0.014 \text{ nF/m}$$

$$\text{Wellenwiderstand: } Z_0 = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} = \sqrt{\frac{0.81 \cdot 10^{-6}}{0.014 \cdot 10^{-9}}} = 241 \text{ } \Omega \quad P_{Nat} = 3 \cdot (U_N / \sqrt{3})^2 / Z_0 = U_N^2 / Z_0$$

$$\text{Natürliche Leistung: } P_{Nat} = U_N^2 / Z_0 = 380000^2 / 241 = 599 \text{ MW} < S_N = 934 \text{ MVA}$$

- Freileitungen haben wegen der großen Leiterabstände und $\varepsilon_r = 1$ kleine Betriebskapazitäten C'_B und daher relativ **große Wellenwiderstände** und damit **nicht zu große natürliche Leistungen**.
- Sie werden daher im Nennbetrieb **oberhalb ihrer natürlichen Leistung betrieben**.



V4.3 Freileitungen

Natürliche Leistung bei Drehstrom-Freileitungen

U_N : Verkettete Nennspannung (effektiv)

R : Leiterseil-Radius

L'_B : Induktivitätsbelag je Strang

Z_0 : Wellenwiderstand je Strang

P_{Nat} : **Natürliche Leistung des Drehstromsystems**

Δ : Leitermitten-Abstand

R_B : Äquivalenter Bündelleiter-Radius

C'_B : Kapazitätsbelag je Strang

\hat{E}_{max} : Maximale el. Feldstärke bei U_N

$$P_{Nat} = U_N^2 / Z_0 = \left(\sqrt{3} \cdot U_{N,ph} \right)^2 / Z_0 = 3 \cdot U_{N,ph}^2 / Z_0$$

U_N	Δ	$R, R_B^{**})$	L'_B	C'_B	Z_0	$\hat{E}_{max}^{+})$	P_{Nat}
kV	m	mm	$\mu\text{H/m}$	pF/m	Ω	kV/cm	MW
110	4	7 *)	1.27	8.77	380.5	20.2	31.8
380	10	20 *)	1.24	8.95	372.2	25.0	388.0
380	10	173 **)	0.81	13.77	242.5	21.0	595.5

*) Einseil-Leiter, **) 4-Bündel-Leiter

+) Scheitelwert

V4.3 Freileitungen

Verlustberechnung - Überblick

a) **Stromwärmeverluste** in den Leitern:

Beispiel: 4-Bündel: $0.8 \text{ A/mm}^2 \Rightarrow 53.3 \text{ kW/km}$

$$R'_{ph,20^\circ C} = \frac{1}{34 \cdot 10^6 \cdot 944 \cdot 10^{-6}} = 31.15 \mu\Omega/\text{m}, I_{ph} = 0.8 \cdot 944 = 755 \text{ A}$$

$$\Rightarrow P' = 3 \cdot R'_{ph,20^\circ C} \cdot I_{ph}^2 = 53.3 \text{ kW/km}$$

b) **SKIN-Effekt durch Wirbelströme:** Strom fließt nur innerhalb Eindringtiefe $d_E \Rightarrow$ Verluste \uparrow

$$d_E = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \pi \cdot f \cdot \kappa}} \quad \text{Alu : } d_E = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \pi \cdot f \cdot \kappa_{20^\circ C}}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 50 \cdot 34 \cdot 10^6}} = 12.2 \text{ mm}$$

Beispiel: Leiterradius $R = 10 \text{ mm} < d_E = 12.2 \text{ mm}$: $d_E/R > 1$: **SKIN-Effekt gering**

c) **Korona-Verluste:** Begrenzen mit $\hat{E}_{\max} < 18 \text{ kV/cm}$
Entladungen von der Leiteroberfläche in Luft = Energieverluste durch Entladungsenergie

Beispiel: 4-Bündel, 380 kV: Trockene Luft: a) 100 m Seehöhe über N.N.: **0.75 kW/km**
b) 900 m Seehöhe über N.N.: **1.75 kW/km**

Feuchte Luft („Schlechtwetter“): **10 ... 20-fach!**

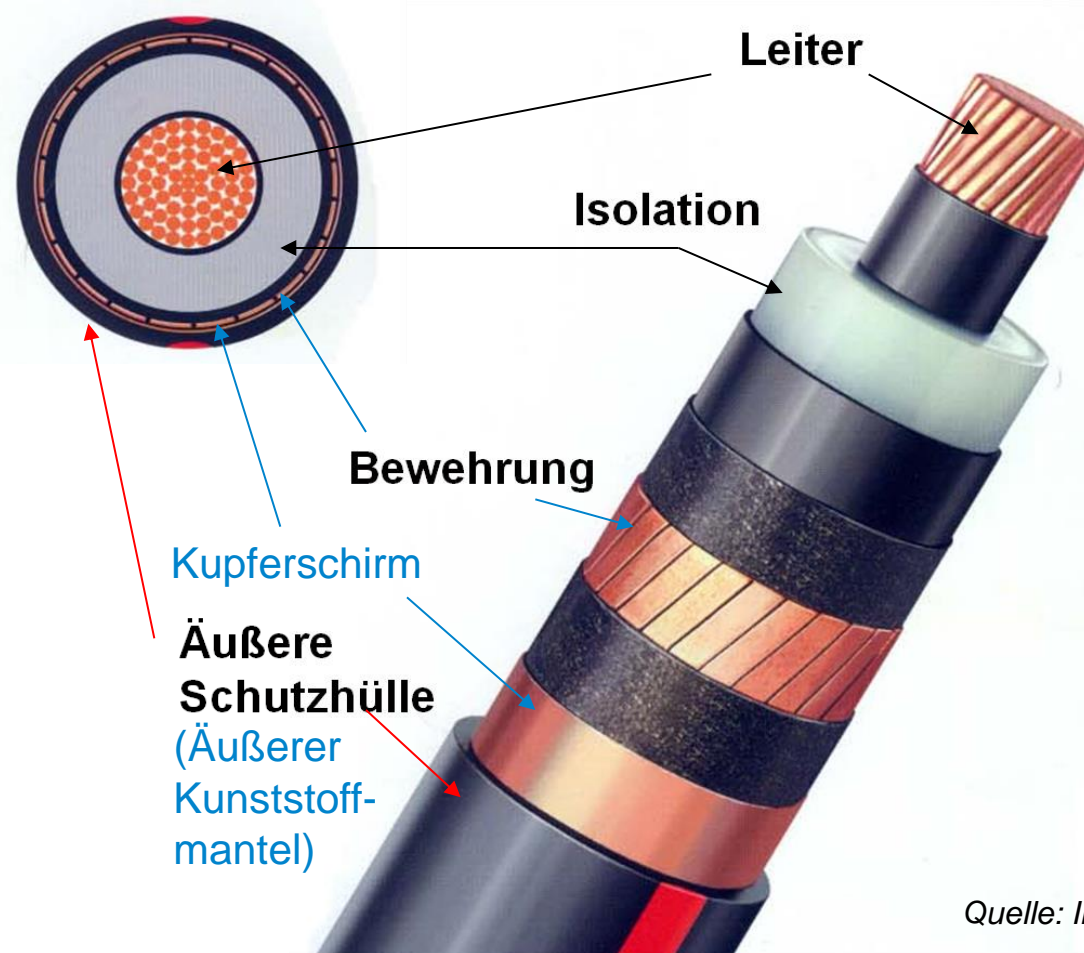
V4 Freileitungen und Kabel

Übersicht

1. Übertragungsarten
2. Elektrischer Durchschlag
3. Freileitungen
4. Kabel

V4.4 Kabel

Bestandteile eines Kabels



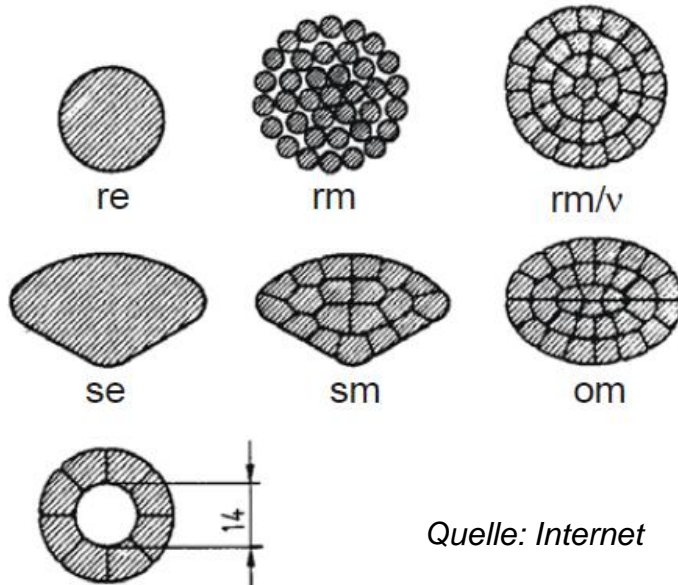
Einphasiges Kunststoffkabel

(VPE = Vernetztes
Polyethylen)

Quelle: Internet

V4.4 Kabel

Leitermaterialien und Leiterformen für Kabel



Quelle: Internet

- | | |
|-----|--|
| e | eindrätiger Leiter |
| m | mehrdrätiger Leiter |
| o | ovalförmiger Leiterquerschnitt |
| r | kreisförmiger Leiterquerschnitt |
| s | sektorförmiger Leiterquerschnitt |
| /v | verdichteter Leiter |
| 14h | Hohlleiter mit 14mm Ölkanaldurchmesser |

• Aluminiumleiter:

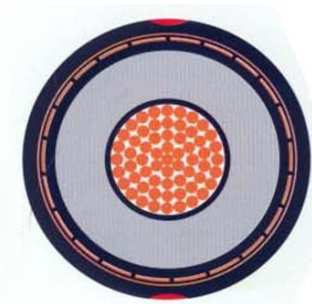
Geringes Gewicht bei gleichem Widerstand, geringere Kosten.

• Kupferleiter:

Niedrigerer spezifischer Widerstand = geringere Verluste bei gleichem Volumen.

- Ein- und mehrdrätige Leiter (e & m)
- Mehrdraht-Leiter mit unterschiedlicher Form (Oval o, Kreis r, Sektor s).

Beispiel: rm



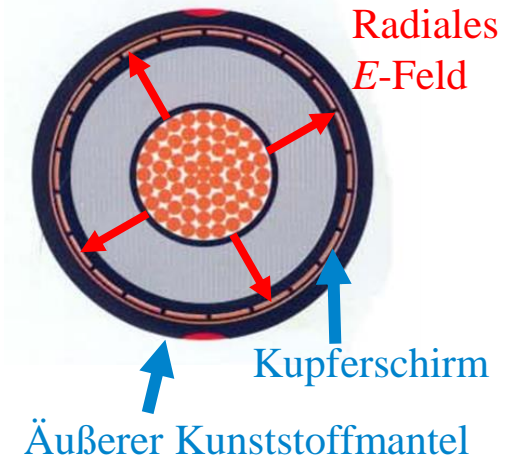
V4.4 Kabel

Kabelschirmung

- Elektrostatische Schirmung: Radiales E -Feld endet am Schirm.

Varianten:

- Leitfähige Schichten,
 - Metalle (Kupfer- oder Stahldraht-Geflechte).
- Anordnung:
Unter dem äußeren Kunststoffmantel (Korrosionsvermeidung).
- Längswasserdichte Schirmung:
Saugfähige Bänder, die bei Feuchtigkeit aufquellen, verhindern das Eindringen von Wasser bei Kabelschäden.
- Metallmantel:
 - Metallmantel als Feuchtigkeitsschutz bei Papierisolierung,
 - Mantel führt u. U. Strom während des Betriebs und im Fehlerfall.
- Bewehrung:
 - Mechanischer Schutz (Stahlband, -flachdraht, -runddraht) gegen Zugbeanspruchung.



Quelle: Internet

V4.4 Kabel

Kabeltypen

Kabeltyp	Typisches Einsatzgebiet	U_N
▪ PVC-Niederspannungskabel	Niederspannung	< 1 kV
▪ „Masse“-Kabel (historisch älteste):	hauptsächlich Mittelspannung	10 kV ... 60 kV
▪ Kunststoffkabel:	Mittel- und Hochspannung	10 kV ... 500 kV
▪ Niederdruckölkabel:	Hochspannung	110 kV ... 380 kV
▪ Gasaußendruckkabel:	Hochspannung	110 kV... 380 kV
▪ Gasinnendruckkabel:	Hochspannung	110 kV... 380 kV

V4.4 Kabel

Kabeleigenschaften

- Allgemein gilt für Kabel:
Der Leiter-Leiter- und Leiter-Erde-Abstand sind wegen der gegenüber Luft hochwertigen Kabelisolation (höheres E_D) **deutlich kleiner** als bei den Freileitungen.

Die **relative Permittivität** ϵ_r in der Kabelisolation ist deutlich **größer** als bei Luft (statt $\epsilon_r = 1$: ca. 2 ... 6).
- Die Abstände zwischen den Kabelleitern sind viel kleiner als bei der Freileitung:
⇒ ca. (1/3 ... 1/6)-fach **deutlich kleinerer Kabel-Induktivitätsbelag!**
- Kleinere Leiterabstände und größere ϵ_r ⇒
ca. (15 ... 30)-fach **deutlich größerer Kabel-Kapazitätsbelag!**
- **Ladestrom des (leerlaufenden) Kabels je km etwa 20-faches der Freileitung!**
- Die **übertragbare Dauerleistung** eines AC-Kabels **sinkt mit steigender Kabellänge** wegen des mit der Länge proportional wachsenden kapazitiven Ladestroms I_C
- Kapazitätsbelag: typisch für $U_N = 20 \text{ kV}$ / 60 kV / 110 kV / 220 kV
 $0.6 \text{ } \mu\text{F/km}$ / $0.4 \text{ } \mu\text{F/km}$ / $0.25 \text{ } \mu\text{F/km}$ / $0.2 \text{ } \mu\text{F/km}$

V4.4 Kabel

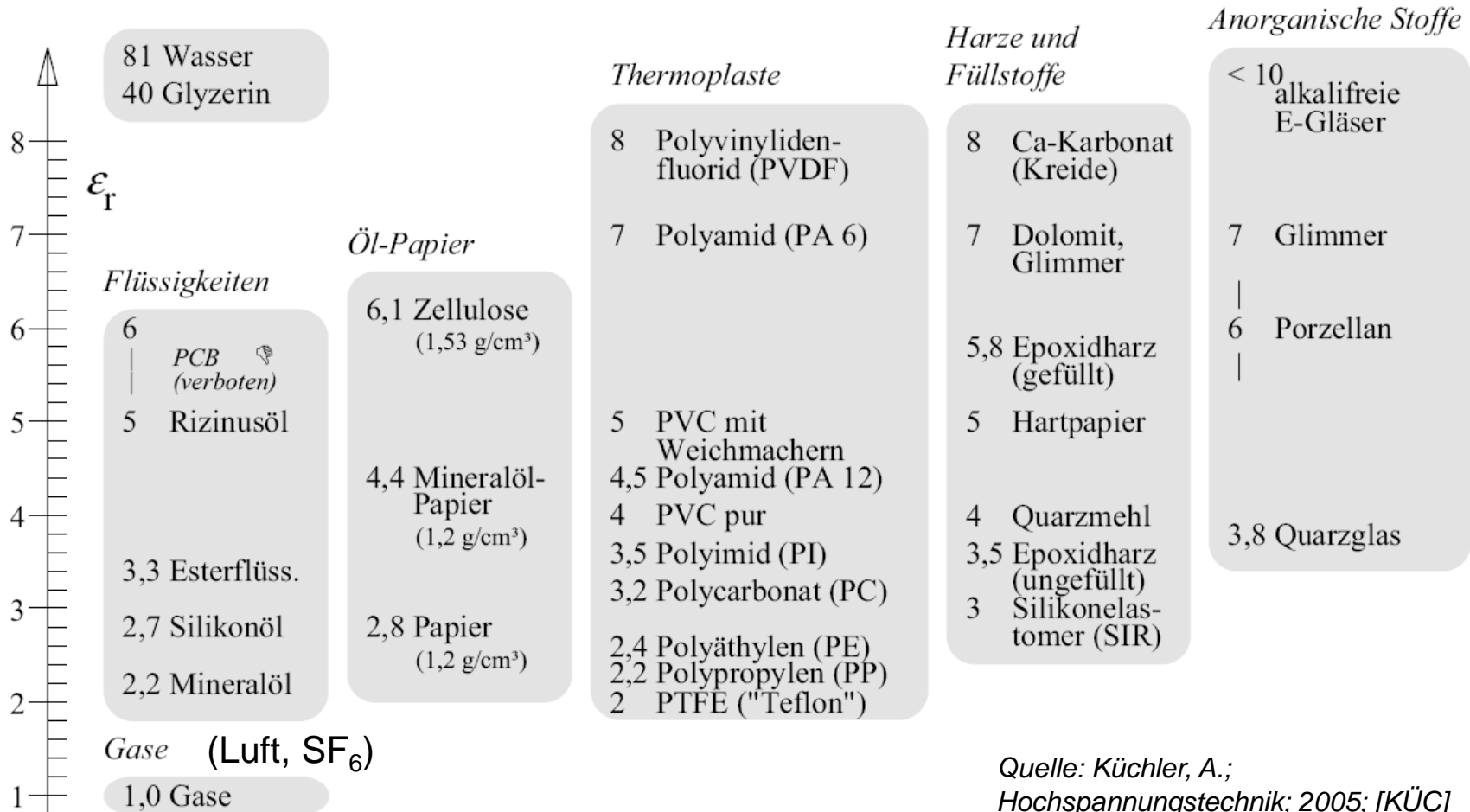
Übersicht: Isoliermaterialien

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Relative Permittivität ϵ_r ($\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $p = 1 \text{ bar}$, $f \leq 1 \text{ MHz}$)

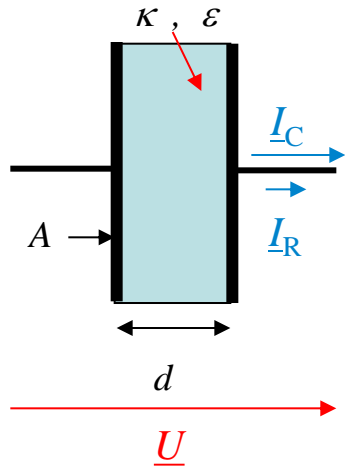


Quelle: Küchler, A.;
Hochspannungstechnik; 2005; [KÜC]



V4.4 Kabel

Reale Isolation = „verlustbehafteter“ Kondensator



- Endlich großer Isolationswiderstand = *ohm'scher* „Leck“-Strom \underline{I}_R :

$$P_R = U^2 / R \rightarrow \underline{I}_R = \frac{U}{R} = \frac{U}{d / (\kappa \cdot A)}$$

- Kapazitiver (Um-)Ladestrom: $\underline{I}_C = \frac{U}{1 / (j \cdot \omega \cdot C)} = j \cdot \frac{\omega \cdot U}{d / (\epsilon \cdot A)}$

- **Verlustfaktor:** $\tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{\kappa}{\omega \cdot \epsilon}$

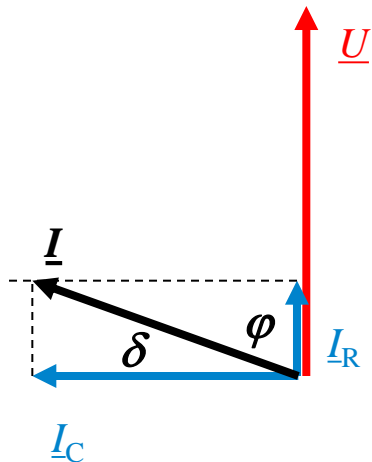
- Im Idealfall ist $\tan \delta = 0$ (idealer Kondensator): $\underline{I}_R = 0$
Der Phasenwinkel zwischen U und I ist $\varphi = 90^\circ$ voreilend.

- **Endlich großer Isolationswiderstand:** $\varphi + \delta = 90^\circ$, $\varphi < 90^\circ$:

- Bei Freileitungen bilden die „Korona“-Verluste den „Leckstrom“ \underline{I}_R .
- Bei Kabeln führt der endlich große Isolationswiderstand der Kabelhauptisolation zum „Leckstrom“ \underline{I}_R .

- **Reales Dielektrikum:** Hat auch Umpolarisierungsverluste P_ϵ !

Resultierende Verluste $P_\epsilon + P_R = P_d \Rightarrow$ äquivalenter Verluststrom $I_{R,\text{äqu}} > I_R$



V4.4 Kabel Isolation

Anforderungen an die Isolation:

- **Verhinderung eines elektrischen Durchschlags**

Ursache:

Atmosphärische Überspannungen („Blitzeinschlag“),
seltener: Erdschluss- oder Schaltüberspannungen.

- **Verhinderung eines "Wärmedurchschlags":**

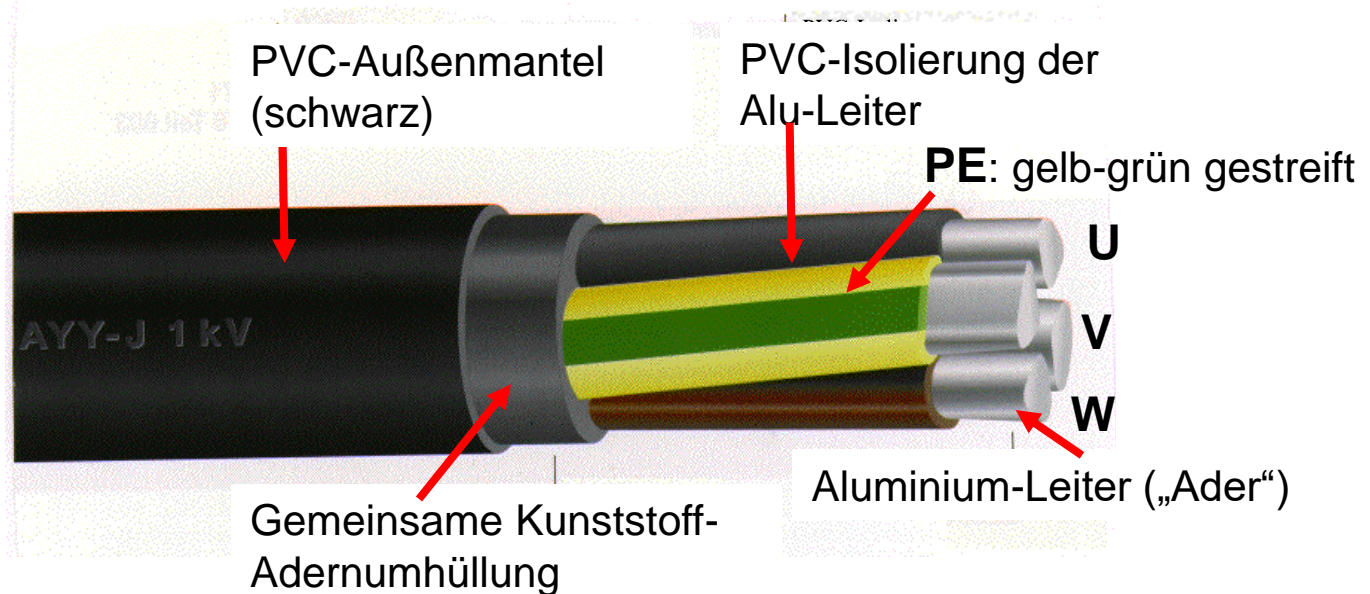
Ein thermischer Durchschlag findet statt, wenn der Verlustfaktor schon bei mittleren Kabeltemperaturen ansteigt und damit zu einer weiteren Erhöhung der Verluste im Dielektrikum führt, was wiederum eine Temperaturerhöhung zur Folge hat = „Aufschaukeln“ der Erwärmung, so dass der Prozess zur Zerstörung des Kabels führt.

- **Alterungsbeständigkeit**

- **I^2R -Wärmeabfuhr** nach außen ins Erdreich, also möglichst geringer Wärmewiderstand.

V4.4 Kabel

PVC-Niederspannungskabel $U_N < 1\text{kV}$



Kurzzeichen: **NAYY**

PVC: Polyvinylchlorid $\epsilon_r \approx 4 \dots 5$
pur mit Weichmacher

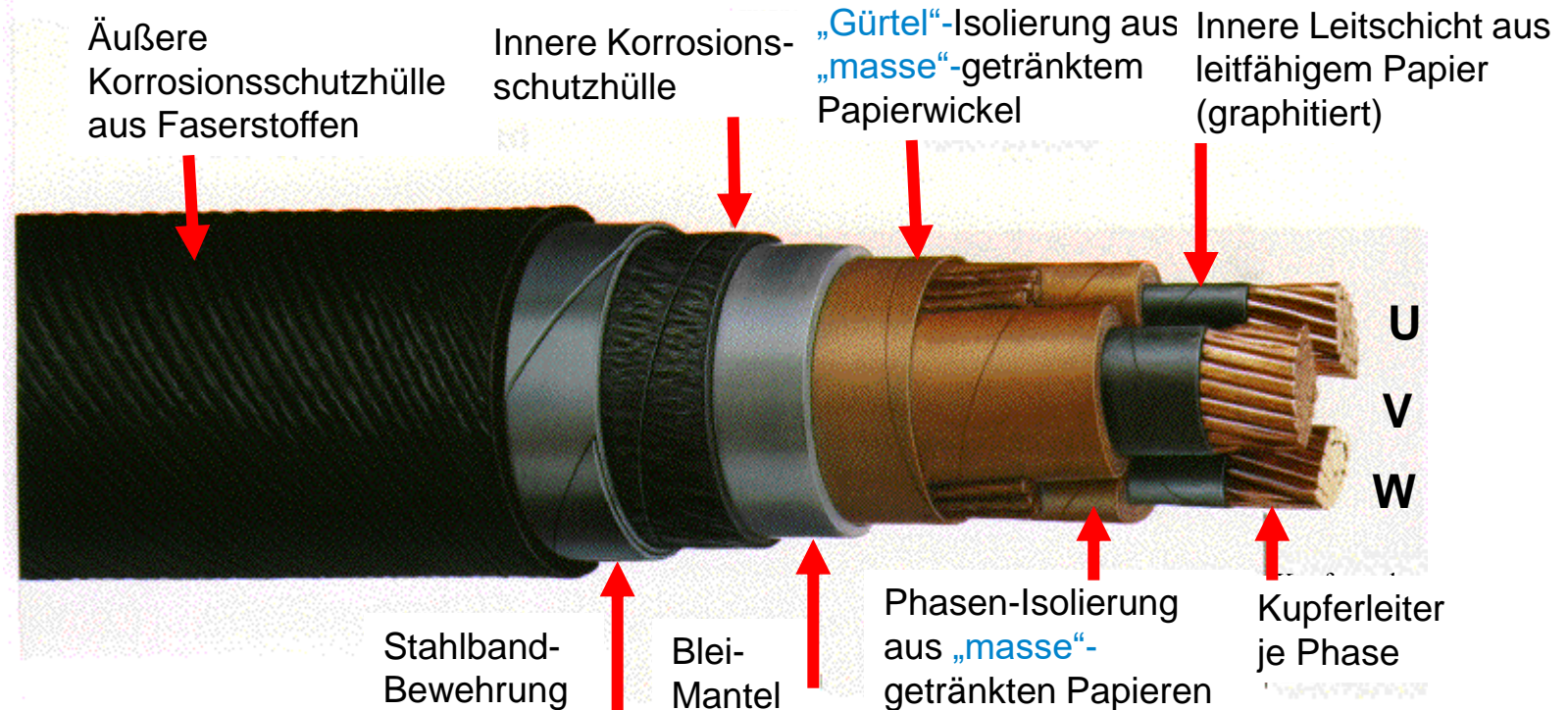
PE: Protective earth „gelb-grün“-gestreift
(Schutzleiter, Potenzialausgleichsleiter)

N	Normkabel
A	Aluminiumleiter
Y	Isolierung aus PVC
Y	Mantel aus PVC

Quelle: Internet

V4.4 Kabel

Dreiphasiges „Masse“-Mittelspannungskabel



Kurzzeichen: NKBA

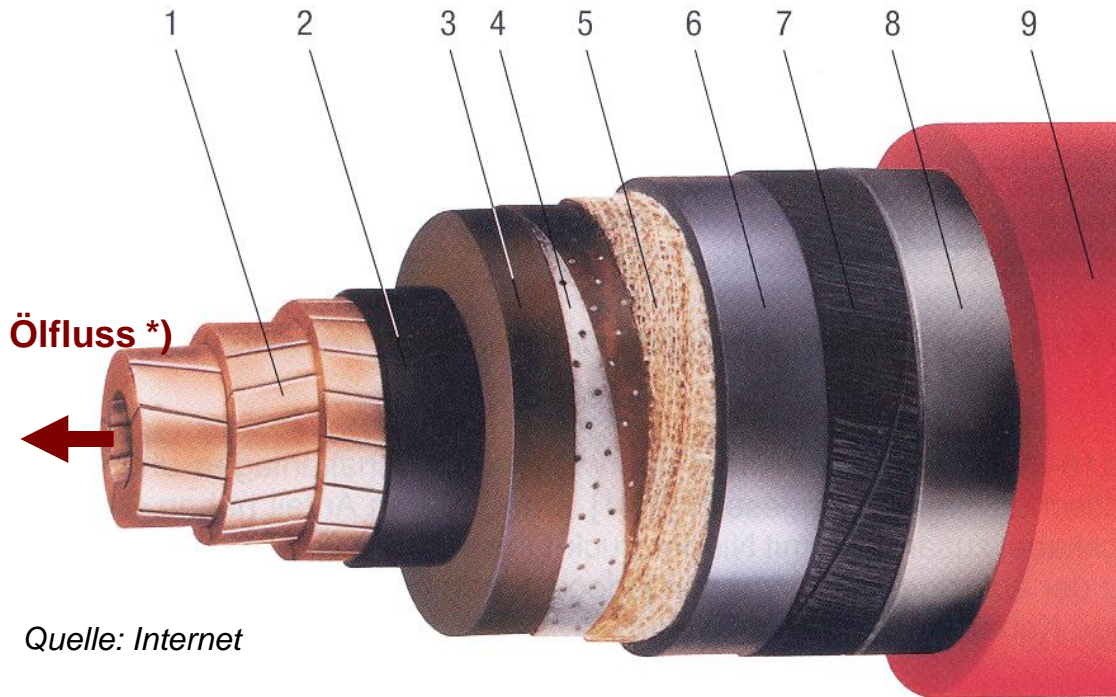
N	Normkabel
K	Bleimantel
B	Bewehrung aus Stahlband
A	Äußere Schutzhülle aus Faserstoffen

„Gürtel“ = Dreiphasen-Isolierung
 „Masse“ = zähflüssiger Verbund aus verschiedenen Harzen und Mineralöl

Quelle: Internet

V4.4 Kabel

1-phasiges Niederdruck-Öl-Hochspannungskabel $U_N = 110 \text{ kV}$



Bezeichnung: NÖKUDEY

DIN VDE 0276-633

Kabel-Hauptisolation
(„Dielektrikum“):
Ölgetränkte Papierwickel

- 1 Kupfer-Hohlleiter aus Profildrähten
- 2 innere Leitschicht (Rußpapier)
- 3 Papierisolation, getränkt mit dünnflüssigem Isolieröl $\epsilon_r \approx 4.5$
- 4 äußere Leitschicht (Höchstädterfolie) → [Höchstädter, 1913:](#)
- 5 Zwischenschicht (Fertigungshilfsmittel) [metallisiertes Papier als äußere](#)
- 6 Bleimantel [Feldbegrenzung](#)
- 7 Polster
- 8 unmagnetische Druckschutzbandage
- 9 PVC-Außenmantel

Quelle: Internet

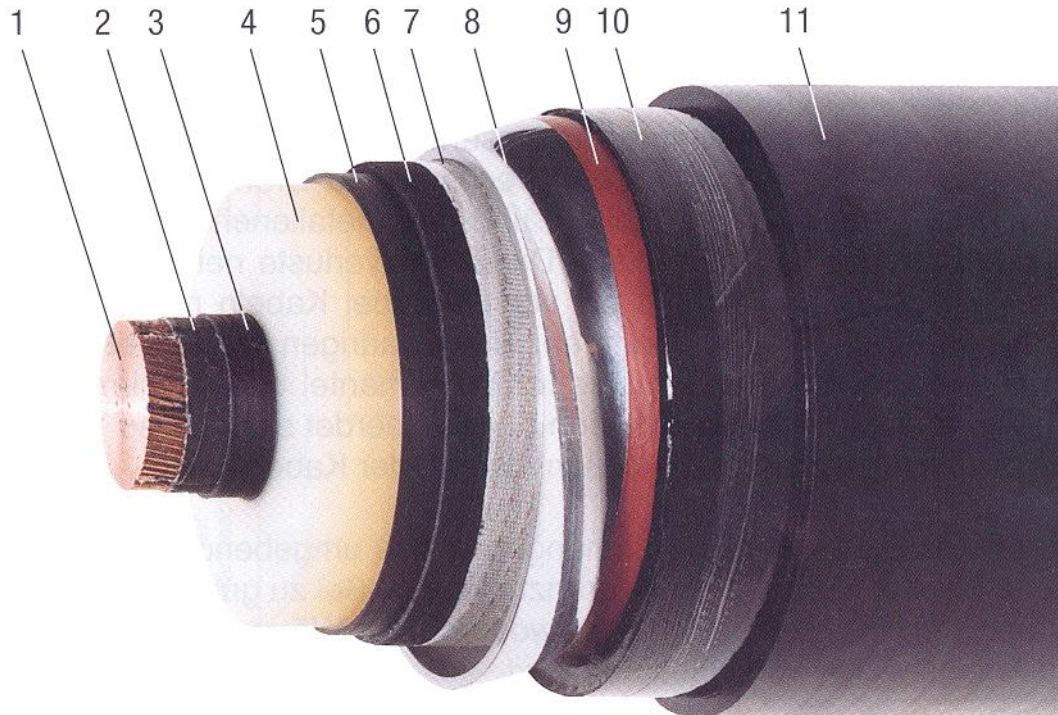
*Einadriges Niederdruck-Ölkabel NÖKUDEY für 110 kV
nach DIN VDE 0276-633*

*) Im Betrieb wird durch eine externe Öldruckregelanlage laufend Öl in die Kabelisolation gepresst („Niederdruck“: 0.5 ... 3.5 bar Überdruck).



V4.4 Kabel

Einphasiges VPE-Hochspannungskabel $U_N = 500 \text{ kV}$



Einadriges VPE-Kabel für 500 kV,
2XKLDE2Y, $1 \times 1600 \text{ RM/V}$

„Dielektrikum“:
Vernetztes Polyethylen (VPE)

- 1 mehrdrähtiger Segmentleiter aus Kupfer (Millikenleiter)
- 2, 3 innere Leitschicht aus
Bebänderung (2) und
extrudierter Leitschicht (3)
- 4 VPE-Isolierung $\epsilon_r \approx 2.3$
- 5 äußere Leitschicht (extrudiert)
- 6 schwachleitendes Polstervlies
- 7 Gewebband mit eingewebten
Kupferdrähten
- 8 gewellter Aluminiummantel
- 9 Haftvermittler
- 10 Korrosionsschutz
- 11 PE-Mantel

Quelle: Internet

V4.4 Kabel

Erdung des Kabelmantels

Einseitige Erdung:

Über den Kabelmantel kann
kein Rückstrom fließen: $I_M = 0$.

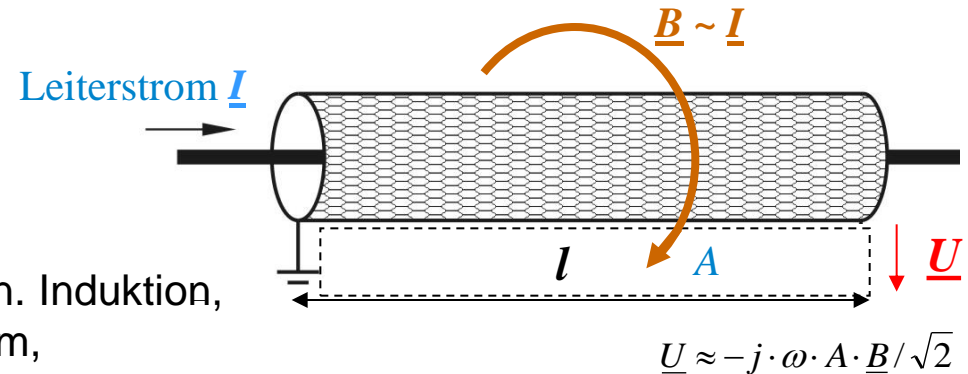
⇒ Erhöhung der el. Mantelspannung \underline{U}

(= „Berührspannung U_B “)

am offenen Leiterende durch ele.-magn. Induktion,

⇒ Nur für kurze Kabellängen $l < \text{ca. } 500 \text{ m}$,
damit $U < 50 \text{ V}$

(Flussfläche A und ind. Spannung \underline{U} bleiben klein)

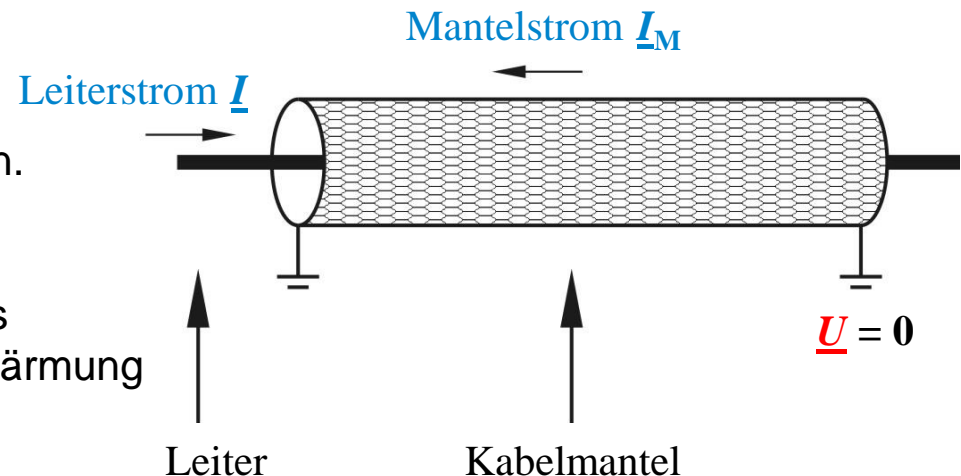


Beidseitige Erdung:

Über den Kabelschirm kann
ein Rückstrom (Mantelstrom $I_M > 0$) fließen.

Keine erhöhte Isolationsbeanspruchung,
ABER: *Ohm'sche* Mantel-Verluste ⇒

⇒ Maximale Strombelastbarkeit des Kabels
verringert sich aufgrund zusätzlicher Erwärmung



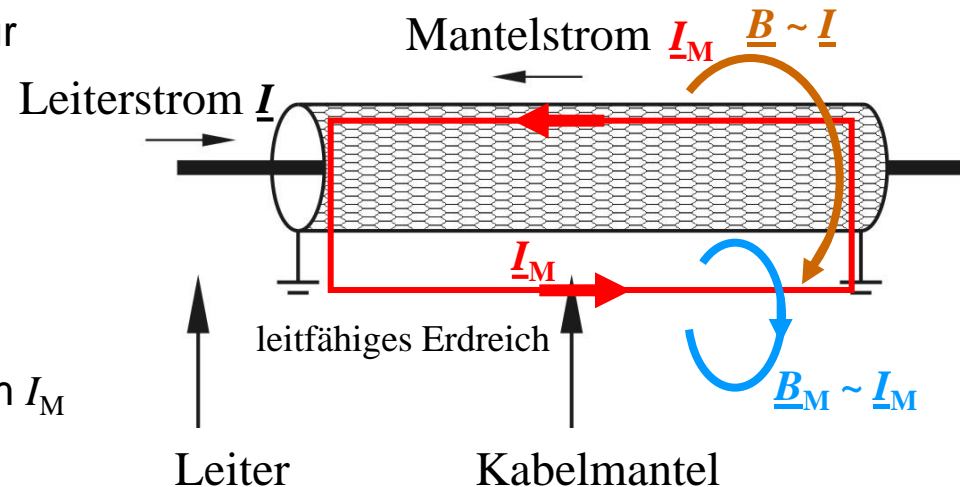
V4.4 Kabel

Belastbarkeit von Drehstromkabeln

Belastbarkeit von Drehstromkabeln **abhängig von**

Quelle: Internet

- Umgebungstemperatur
- Maximal zulässiger Leiter-Temperatur
- Kabeloberfläche
- Legetiefe
- Kabelhäufung
- Lastprofil
- **Erdung** des Kabelmantels
 - einseitige Erdung: Spannung U
 - beidseitige Erdung: Mantelstrom I_M



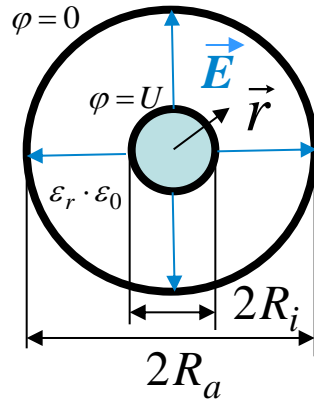
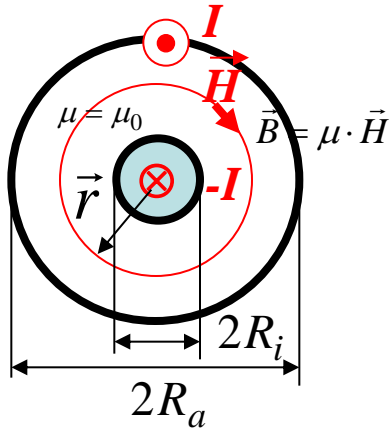
• **Beispiel:**

Beidseitig geerdeter Kabelmantel:

- Eigenfeld des Leiters B induziert Spannung U , so dass im Mantel dauernd ein Mantelstrom $I_M \sim U$ über das el. leitfähige Erdreich fließt
- Das Eigenfeld des Mantelstroms $B_M \sim I_M$ ist etwa gegenphasig u. verringert das Leiterfeld B (**Kabelmantel-Reduktionsfaktor r_K**), so dass benachbart verlegte Fernmeldekabel durch Spannungsinduktion weniger „gestört“ werden: $|\underline{B}_{res}| = |\underline{B} + \underline{B}_M| < |\underline{B}| \Rightarrow r_K \sim |\underline{B}_{res}|/|\underline{B}| < 1$

V4.4 Kabel

Beispiel: Induktivitäts- und Kapazitätsbelag eines Einleiter-Koaxialkabels



$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r \cdot l} \cdot \vec{e}_r \quad \vec{r} = r \cdot \vec{e}_r \quad |\vec{e}_r| = 1$$

$$Q = C \cdot U = C \cdot (\varphi(R_i) - \varphi(R_a)) \quad U = \int_{R_i}^{R_a} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{e}_t \quad |\vec{e}_t| = 1$$

$$\Phi = L \cdot I = l \cdot \int_{R_i}^{R_a} \vec{B} \cdot d\vec{r}$$

$$C'_B = C_B / l = \frac{2\pi \cdot \epsilon}{\ln(R_a / R_i)}$$

$$L'_B = L_B / l = \frac{\mu \cdot \ln(R_a / R_i)}{2\pi}$$

Innere Induktivität vernachlässigt

Kabel vs. Freileitung:

$U_N = 110 \text{ kV}$:

$C'_B : 117.6 / 8.77 = 13.4$

$L'_B : 0.23 / 1.27 = 1 / 5.5 = 0.18$

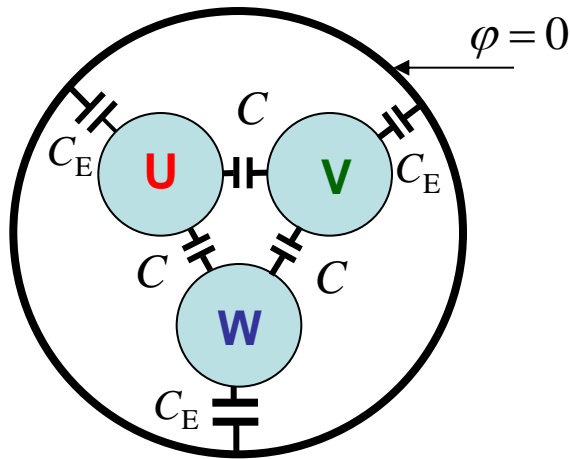
Beispiel:

110 kV-VPE-Einleiter-Kabel: $R_i = 9 \text{ mm}$, $R_a = 28 \text{ mm}$, $\epsilon_r = 2.4$

$$C'_B = \frac{2\pi \cdot 2.4 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}}{\ln(28/9)} = 117.6 \text{ pF/m} \quad L'_B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \ln(28/9)}{2\pi} = 0.23 \text{ } \mu\text{H/m}$$

V4.4 Kabel

Kapazitäten in Drehstromkabeln



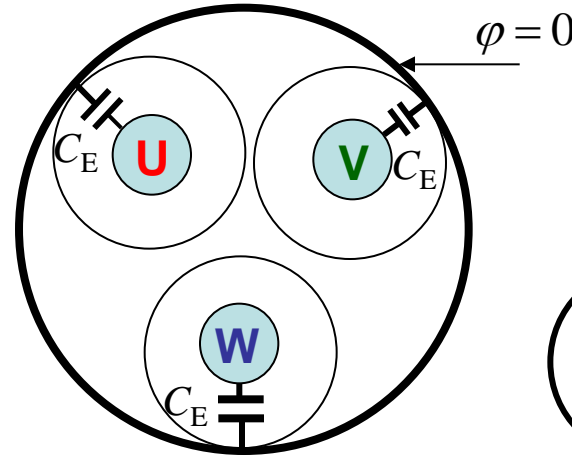
Gürtelkabel:

Gemeinsamer el. leitfähiger Mantel („Gürtel“)

C : Leiter-Leiter-Kapazität

C_E : Leiter-Erd-Kapazität

$$C_B = 3C + C_E$$

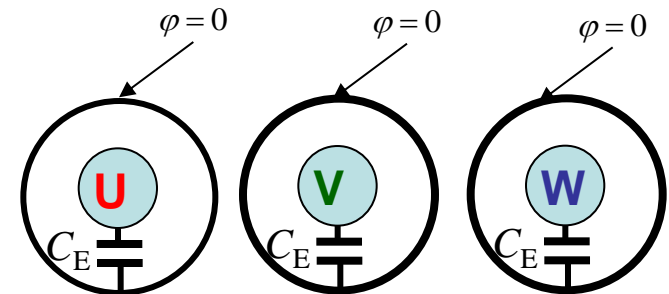


Dreimantelkabel:

Drei getrennte el. leitfähige Mäntel

$$C = 0:$$

$$C_B = C_E$$



Einleiterkabel:

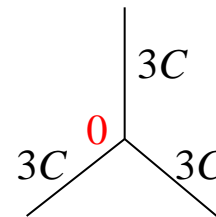
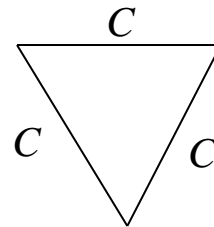
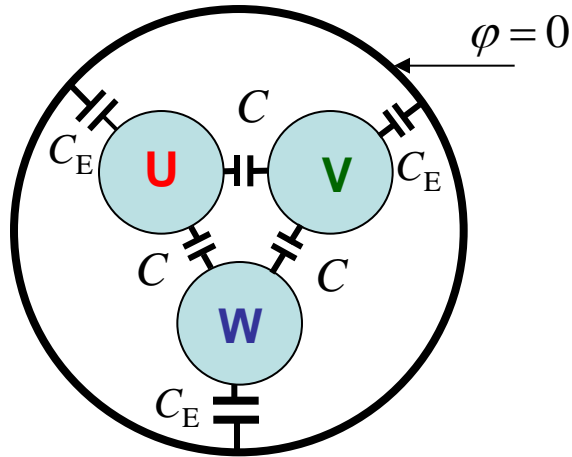
Drei getrennte el. leitfähige Mäntel

$$C = 0:$$

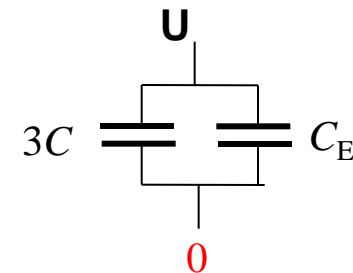
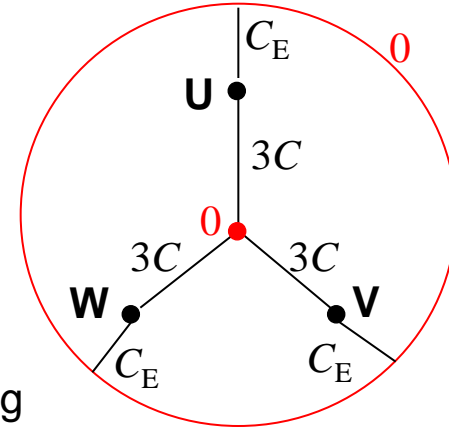
$$C_B = C_E$$

V4.4 Kabel

Berechnung der Betriebskapazität C_B im Gürtelkabel



Dreieck-Stern-Umwandlung

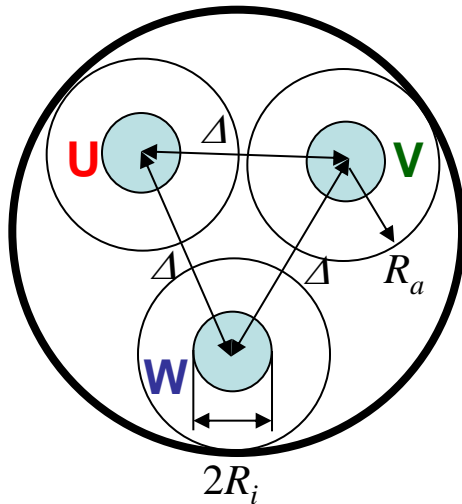


$$C_B = 3C + C_E$$



V4.4 Kabel

Betrieb von Drehstromkabeln



- **Beispiel:** Symmetrisch aufgebautes **3-Mantelkabel** $U_N = 110 \text{ kV}$, VPE-Isolation, 50 Hz, Stromdichte: $J_N = 1.5 \text{ A/mm}^2$, $I_N = 382 \text{ A}$, $S_N = 73 \text{ MVA} = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N$ $I_N = J_N \cdot R_i^2 \cdot \pi = 382 \text{ A}$

L_B : „Freileitungs-Formel“: Vereinfachte Betrachtung:

Die Leiter-Leiter-Abstände sind alle gleich: Δ

$$L'_B = L_B / l = \frac{\mu_0 \cdot \ln(\Delta / R_i)}{2\pi}$$

$$C'_B = C_B / l = C'_E = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln(R_a / R_i)}$$

$\Delta = 60 \text{ mm}$, $R_i = 9 \text{ mm}$, $R_a = 28 \text{ mm}$:

$$L'_B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \ln(60/9)}{2\pi} = 0.4 \mu\text{H/m}, \quad C'_B = \frac{2\pi \cdot 2.4 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}}{\ln(28/9)} = 0.12 \text{ nF/m}$$

Wellenwiderstand: $Z_0 = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} = \sqrt{\frac{0.4 \cdot 10^{-6}}{0.12 \cdot 10^{-9}}} = 57.7 \Omega$

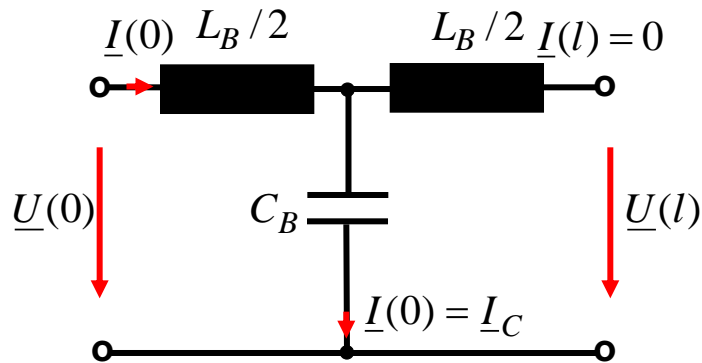
Natürliche Leistung: $P_{Nat} = U_N^2 / Z_0 = 110000^2 / 57.7 = 209.7 \text{ MW} \gg S_N = 73 \text{ MVA}$

- Kabel haben wegen der großen Betriebskapazität C'_B **kleine Wellenwiderstände Z_0** und damit **hohe natürliche Leistungen P_{Nat}** !
- Sie werden **deutlich unterhalb** ihrer natürlichen Leistung betrieben: $S_N < P_{Nat}$

V4.4 Kabel

Induktivitäts- und Kapazitätsbelag der Energiekabel

- **Beispiel:** $U_N = 110$ kV-VPE-Einleiter-Kabel: 50 Hz
 $R_i = 9$ mm, $R_a = 28$ mm, $\varepsilon_r = 2.4$, $U(0) = 63.5$ kV Phase $= \frac{U_N}{\sqrt{3}}$, $J = 1.5$ A/mm²,



$$C'_B = 117.6 \text{ nF/km}, \quad L'_B = 0.38 \text{ mH/km},$$

$$I = J \cdot R_i^2 \cdot \pi = 382 \text{ A}, \quad S = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I = 72.7 \text{ MVA}$$

- Bei einer Kabellänge von ca. 160 km ist der Ladestrom I_C bereits größer als der Betriebsstrom $I \Rightarrow$ **Kabelgrenzlänge!**

$$l = 163 \text{ km}: I_C = \frac{U(0)}{\left| \frac{\omega L_B}{2} - \frac{1}{\omega C_B} \right|} = \frac{63500}{\left| \frac{100\pi \cdot 0.38 \cdot 10^{-3} \cdot 163}{2} - \frac{10^9}{100\pi \cdot 117.6 \cdot 163} \right|} = 406 \text{ A} \approx 382 \text{ A} = I$$

- Vereinfacht: $\omega L_B \ll 1/(\omega C_B)$: $I_C \approx U(0) \cdot \omega C_B = 382.4 \text{ A} = U(0) \cdot \omega C'_B \cdot l \sim l \Rightarrow I'_C \approx U(0) \cdot \omega C'_B$

V4.4 Kabel

Kabelgrenzlänge eines Wechselstromkabels



- **Beispiel:** 380 kV-Drehstrom-Kabel für $S_N = 450$ MVA Übertragungsleistung bei 20°C Erdtemperatur (Erde-Wärmewiderstand $R'_{th} = 100$ K·cm/W) Kupferleiterquerschnittsfläche 1000 mm², $C'_B = 0.26$ μF/km, Ölkabel $\epsilon_r = 4.5$

Thermisch zulässiger Dauerstrom: $I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{450 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10^3} = 684$ A

Kapazitive Ladeleistung: $Q'_C = 12$ MVar/km:

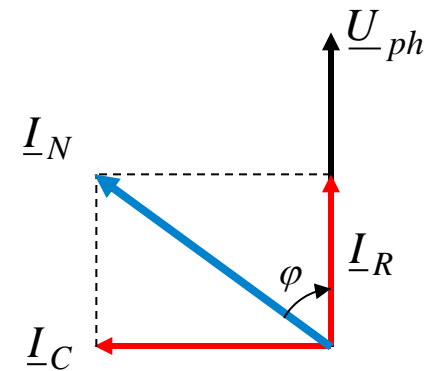
$$Q'_C = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I'_C \Rightarrow I'_C = \frac{12 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10^3} = 18.2 \text{ A/km}$$

Kabelgrenzlänge: $l_{Gr} = \frac{I_N}{I'_C} = \frac{684}{18.2} = 37.4$ km

- **Für $l = 25$ km:** Übertragbare Wirkleistung P

$$I_C = I'_C \cdot l = 18.2 \cdot 25 = 455 \text{ A} \Rightarrow I_R = \sqrt{I_N^2 - I_C^2} = \sqrt{684^2 - 455^2} = 511 \text{ A}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_R = 336 \text{ MW} \Leftrightarrow \boxed{75\% \text{ von } S_N} = P_N \text{ bei } \cos \varphi = 1$$



V4.4 Kabel

Blindleistungsbedarf Q Freileitung vs. Kabel

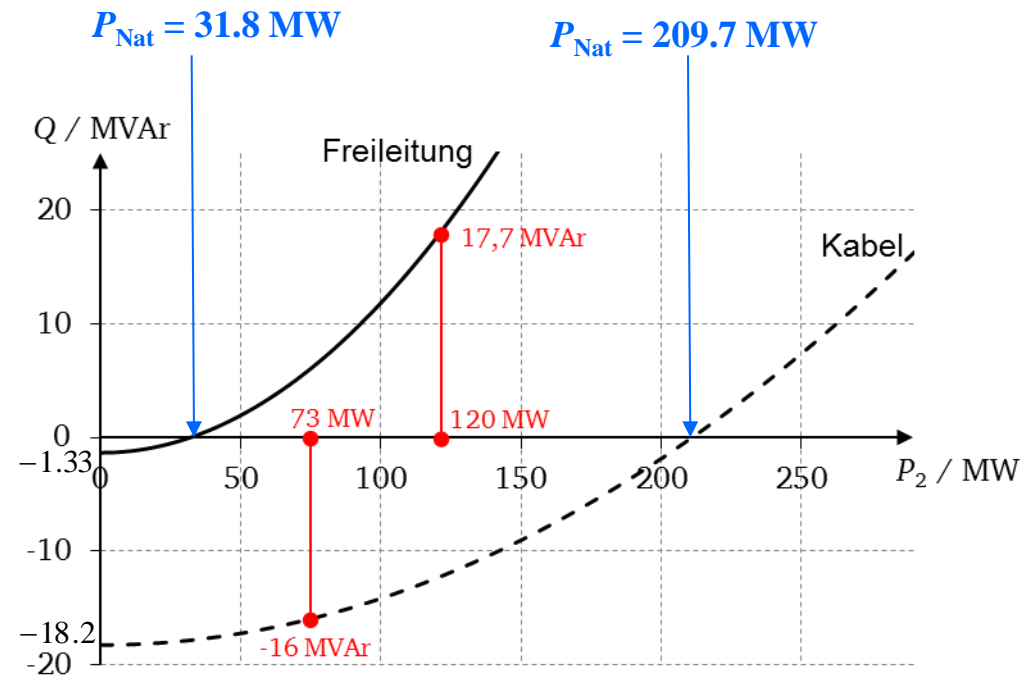


	VPE-Kabel	1-Seil-Freileitung
U_N (kV)	110	110
S_N (MVA)	73	120
I_N (A)	380	630
J_N (A/mm ²)	1.5	2.3
C'_B (pF/m)	120	8.77
L'_B (μH/m)	0.4	1.27
Z_0 (Ω)	57.7	380.5
P_{Nat} (MW) *)	209.7	31.8
	$P_N < P_{Nat}$	$P_N > P_{Nat}$

*) $P_{Nat} = U_N^2 / Z_0$

$l = 40$ km		
X_C (Ω)	663	9074
X_L (Ω)	5	16
$X_C \gg X_L$	$663 \gg 5$	$9074 \gg 16$

$$U_2 = U_N / \sqrt{3} = 110 / \sqrt{3} = 63.5 \text{ kV} \quad l = 40 \text{ km}$$



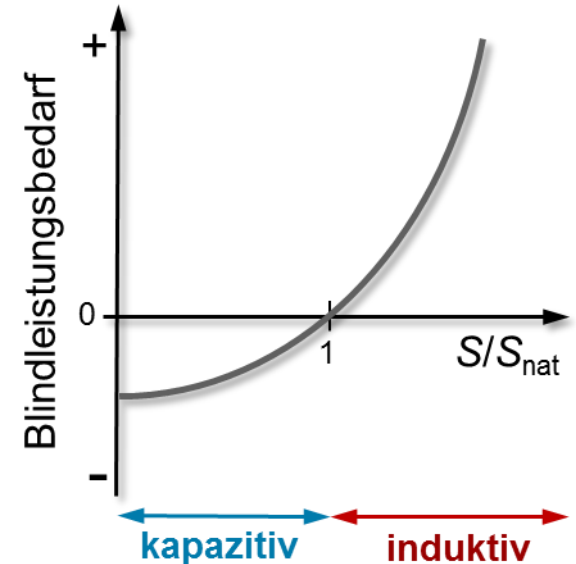
$$Q(P_2 = 0) = -\frac{3U_2^2}{X_C} : -\frac{3 \cdot 63500^2}{663} = -18.2 \text{ MVar} \quad -\frac{3 \cdot 63500^2}{9074} = -1.33 \text{ MVar}$$



V4.4 Kabel

Betrieb von Freileitung vs. Kabel

- „Natürliche Leistung“: $P_{\text{Nat}} = U_N^2/Z_0$
 - Nur bei Betrieb mit $P = P_{\text{Nat}}$ kein Blindleistungsbedarf;
sonst:
 - $P < P_{\text{Nat}} \rightarrow$ **kapazitives** Verhalten,
 - $P > P_{\text{Nat}} \rightarrow$ **induktives** Verhalten,
 - Lokale Kompensation des Blindleistungsbedarfs durch
 - a) Serienkondensatoren C_K und/oder
 - b) Parallelinduktivitäten L_K (Drosseln).
- 1) **Freileitungen:**
Betrieb typischerweise bei $(2 \dots 3) \cdot P_{\text{Nat}} \rightarrow$ **induktives** Verhalten.
- 2) **Kabel:**
Betrieb bei $P \ll P_{\text{nat}}$ aus **thermischen** Gründen \rightarrow **kapazitives** Verhalten.



Quelle: Hinrichsen

V4.4 Kabel

Ergänzung



Kompensierter Betrieb von langen Freileitungen

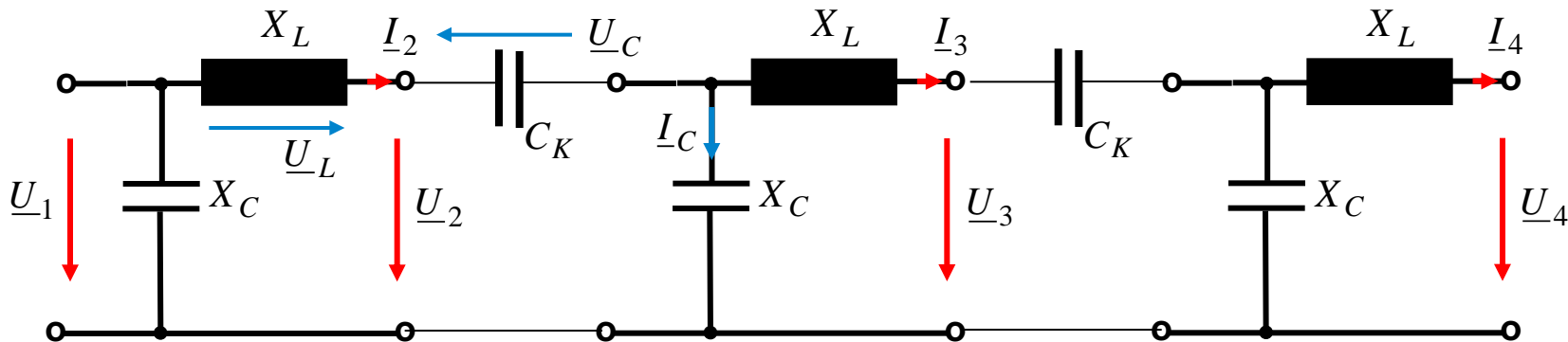
- **Lange Freileitung:** Induktiver Spannungsfall sehr groß \Rightarrow
 \Rightarrow **Kompensations-Kondensatoren C_K** ca. alle 300 km erforderlich

- **Beispiel:** 380 kV, $I_N = 1500$ A, 50 Hz: $L'_B = 0.8 \mu\text{H/m}$, $l = 1000$ km

$$\omega L'_B \cdot l \cdot I_N = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 \cdot 1500 = 377 \text{ kV}$$

Der unkompensierte Längsspannungsfall erreicht die Größe der verketteten Nennspannung!

- Kompensation durch Serienkondensatoren C_K (auf Hochspannungsniveau $U_{\text{Leiter-Erde}} = U_N / \sqrt{3}$!)



- **Bemessung** der Kompensations-Kondensatoren C_K : alle $l_K = 300$ km: $\underline{U}_L = \underline{U}_C$

$$\underline{U}_L = j\omega L_B I_2 = \underline{U}_C = -\frac{I_2}{j\omega C_K} \Rightarrow C_K = 1/(\omega^2 L_B)$$

$$L_B = L'_B \cdot l_K = 0.8 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5 = 0.24 \text{ H} \Rightarrow C_K = 42.2 \mu\text{F}$$



V4.4 Kabel

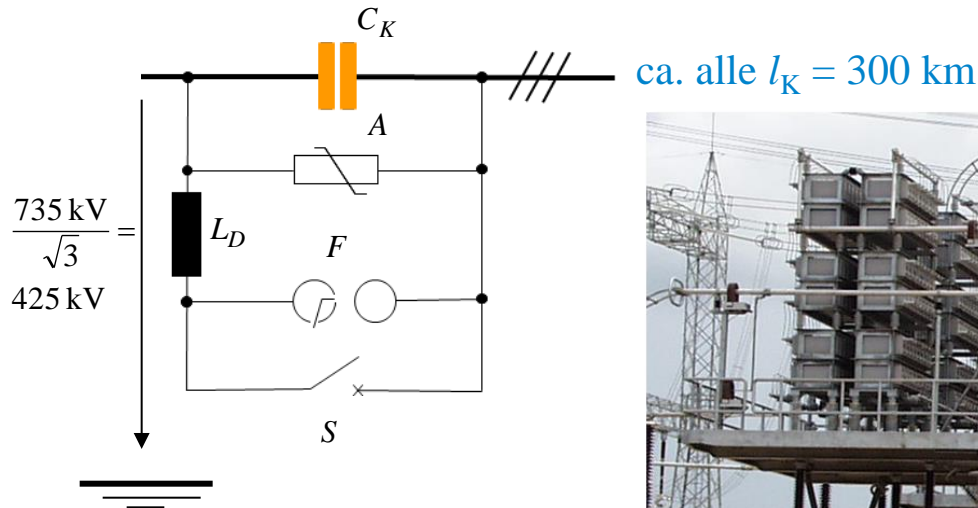
Kompensierter Betrieb von langen Freileitungen

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Beispiel: Serienkondensator C_K in einer langen 735-kV-Leitung, 60 Hz, Kanada
„Mehr als nur ein Kondensator!“



- Kondensatorbank C_K
- Ableiter-Bank A
- Funkenstrecken F
- Dämpfungsdrossel L_D

Alles auf Leitungspotential 425 kV →
isolierte Plattformen erforderlich

Quelle: Siemens, Hydro Québec



V4.4 Kabel

Kompensierter Betrieb von Kabeln

Ergänzung

- Kapazitätsbelag sehr groß: $C'_B \approx 0.3 \mu\text{F}/\text{km} \Rightarrow$ Sehr hoher Blindleistungsbedarf

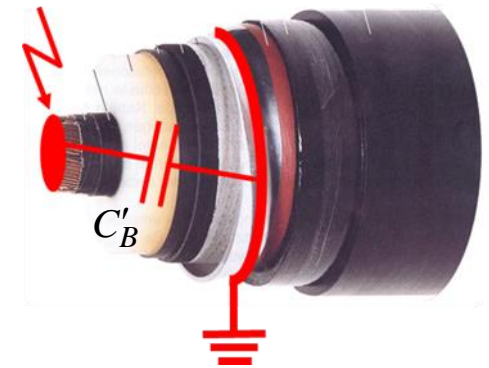
- **Beispiel:**

$U_N = 420 \text{ kV}, l_K = 50 \text{ km}, 50 \text{ Hz}: I_C = 1143 \text{ A}$

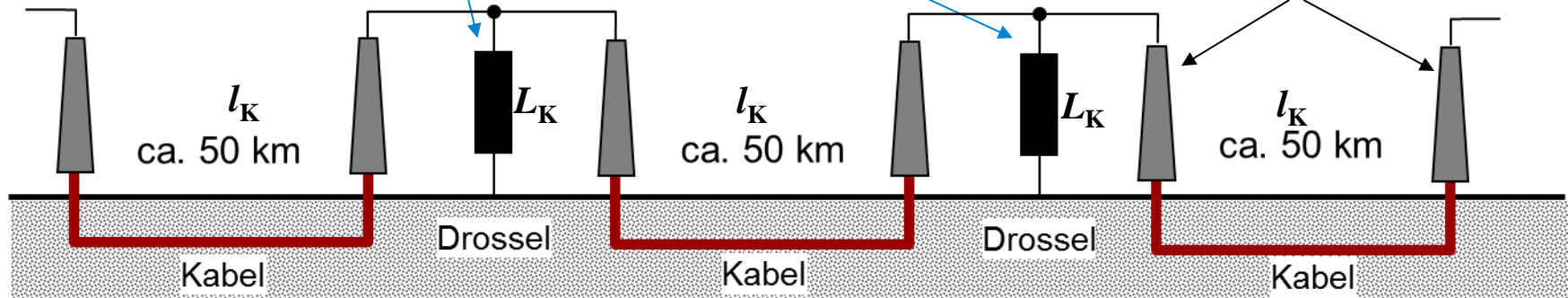
$I_C = \omega \cdot C'_B \cdot l_K \cdot U_N / \sqrt{3}$

\Rightarrow **Kompensationsdrosseln L_K** ca. alle 50 km erforderlich

$U_N / \sqrt{3}$



- **Je Phase:**



Quelle: Hinrichsen



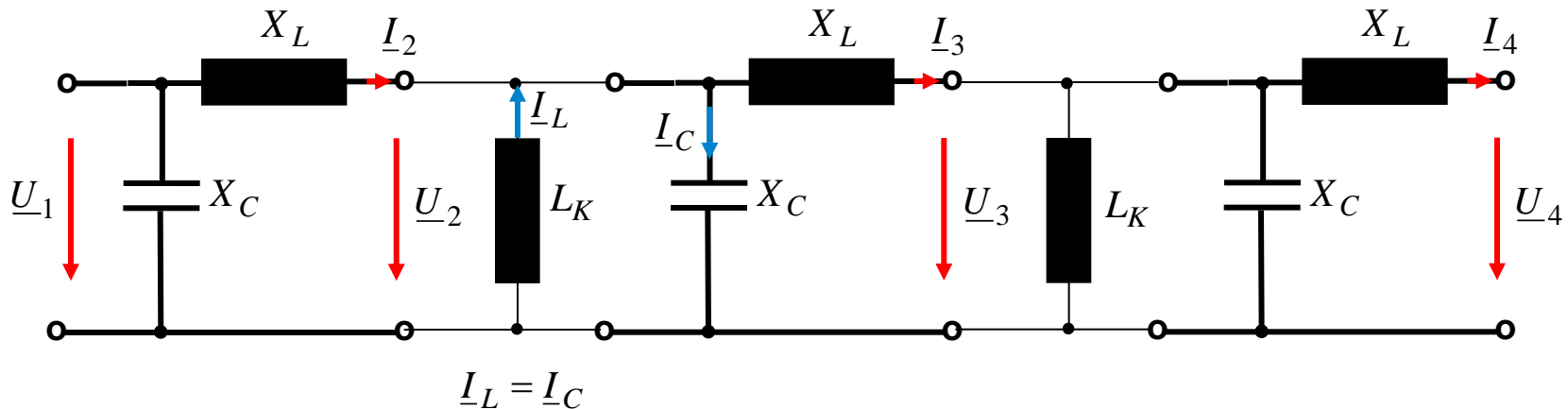
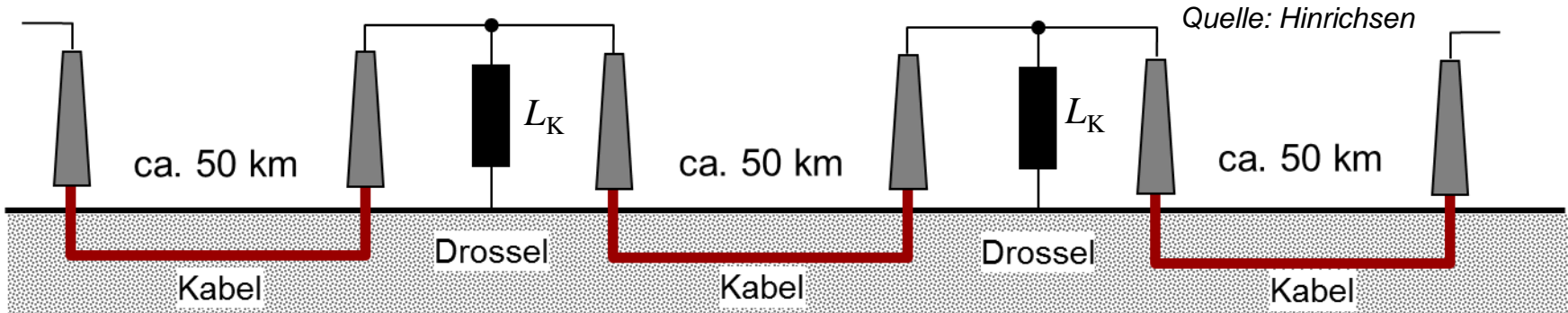
V4.4 Kabel

Kompensation der Kabel-Blindleistung

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Bemessung der Kompensations-Induktivität L_K : $\underline{I}_L = -\frac{\underline{U}_2}{j\omega L_K} = \underline{I}_C = j\omega C_B \underline{U}_2 \Rightarrow L_K = 1/(\omega^2 C_B)$

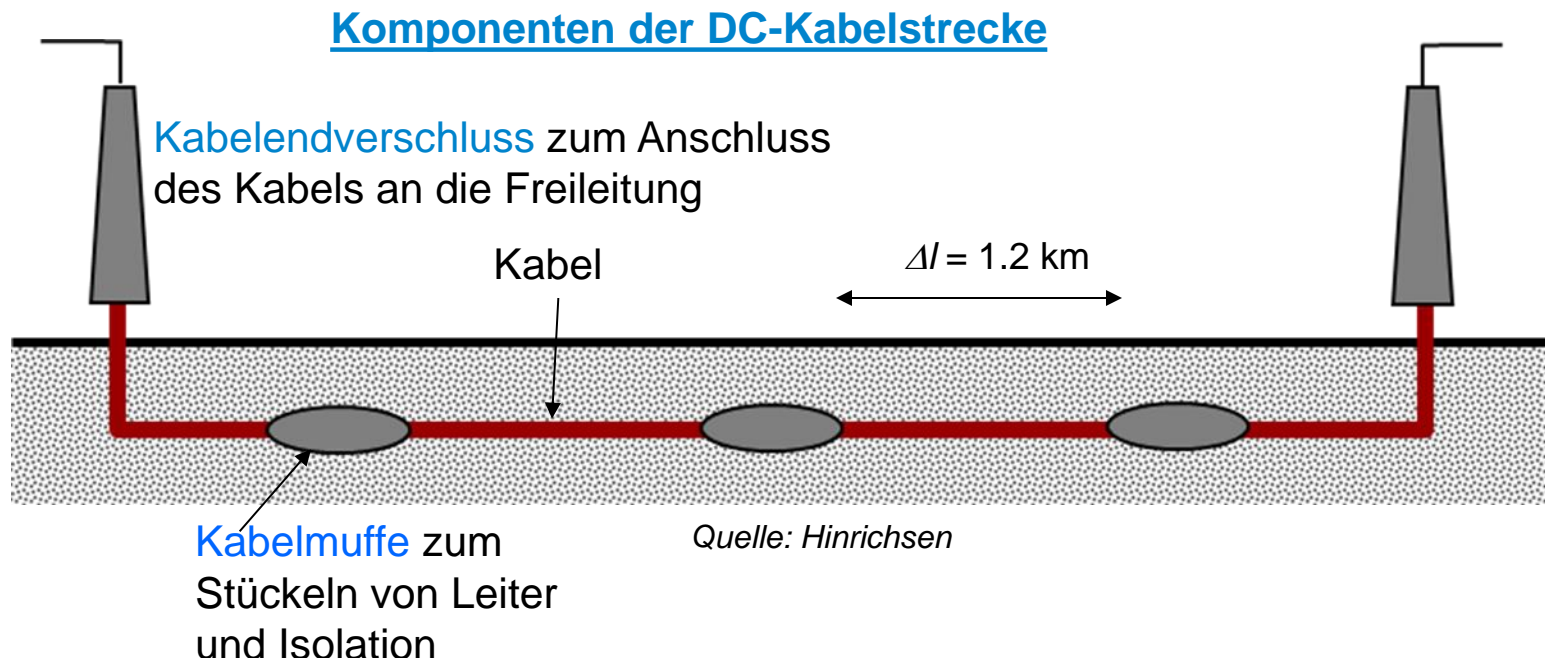
$$l_K = 50 \text{ km}, C_B = C'_B \cdot l_K = 0.3 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 15 \mu\text{F}, f = 50 \text{ Hz} : L_K = 0.68 \text{ H}$$



V4.4 Kabel

Landkabelverlegung für hohe Leistung

- **Beispiel: DC-Hochleistungskabel** $P_N = 1.3 \text{ GW}$, 525 kV, 2500 A:
- An Land können aus Transportgründen Kabelstücke bei $A = 2500 \text{ mm}^2$ von maximal $\Delta l = 1.2 \text{ km}$ Länge transportiert werden (Gewichtsgrenze einer LKW-Ladung ca. 45 t).
- Kabel müssen gestückelt werden = **Muffen** als Kabelverbindungen



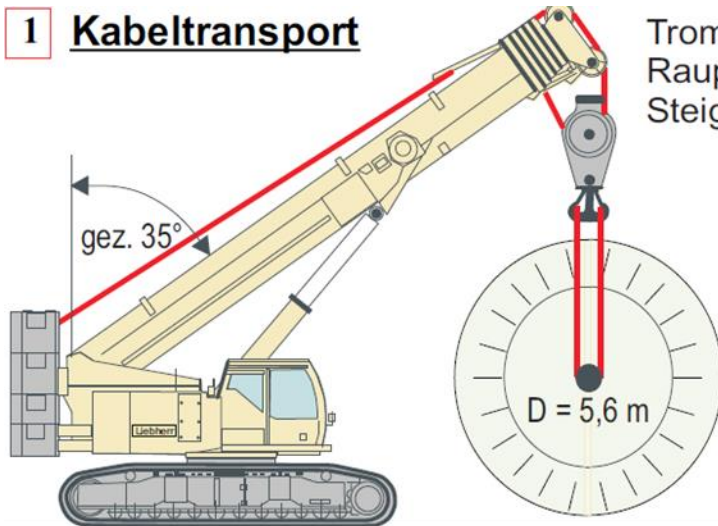
V4.4 Kabel

Ergänzung

Landkabelverlegung eines HGÜ-DC-Kabels

- Beispiel:** 525-kV, VPE-DC-Kabel: $P_N = U_N \cdot I_N = 525 \text{ kV} \cdot 2500 \text{ A} = 1.3 \text{ GW}$

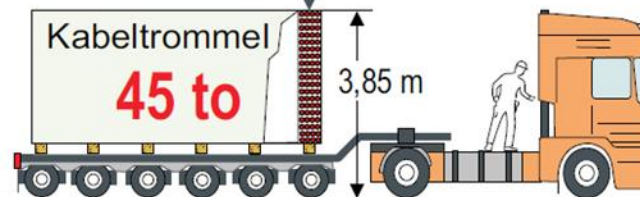
1 Kabeltransport



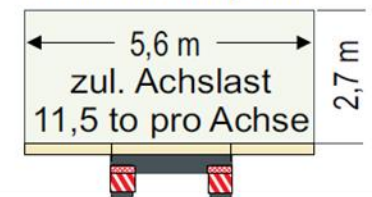
Trommelentladung und Transport im Gelände z.B. mit 100 to Raupenkran Liebherr LTR 1100, Marschgeschwindigkeit: 2,8 km/h, Steigfähigkeit 46 %, Bodenpressung: 1,08 kg/cm², Gewicht 103 to

1,2 km Kabel, 2.500 mm², Biegeradius: 2,25 m, Kabeldurchmesser: 13,8 cm, Kabelgewicht: 36 kg/m

19 x 4 Kabellagen



Sondertransporte



Quelle: Liebherr

$$m' = 36 \text{ kg/m} \Rightarrow \Delta l = \frac{45000 \text{ kg}}{36 \text{ kg/m}} = 1250 \text{ m}$$

V4.4 Kabel

Landkabelverlegung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

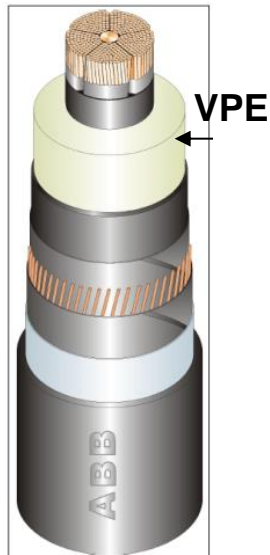


Quelle: Internet



V4.4 Kabel

Beispiel: Drehstrom-Einleiterkabel 400 kV, 1000 MVA



Quelle: Internet



- Leitermaterial: Kupfer
- Leiterquerschnitt: 2500 mm²
- Kabeldurchmesser: ca. 140 mm
- Gewicht: ca. 3 x 35 kg/m
- **Muffen- und Cross-Bonding *)** erforderlich.

*) Auskreuzen der Kabelschirme bzw. Mäntel L1 → L2 → L3 ⇒
⇒ Mantelverlustverringern!

Beispiel:

Berlin: 400 kV-Kabel $l = 19.8$ km,
 $C_B = 2.2 \mu\text{F}$, Ladestrom 160 A,
kapaz. Blindleistung 110 MVar,
an beiden Kabelenden deshalb
Kompensationsspulen.

Ähnliche Kabel in: *London, Wien*

V4.4 Kabel

Beispiel: DC-Seekabelverbindung *NorNed* 580 km (1)



Asynchrone
Verbindung der
Drehstromnetze
von *Norwegen* und
den *Niederlanden*

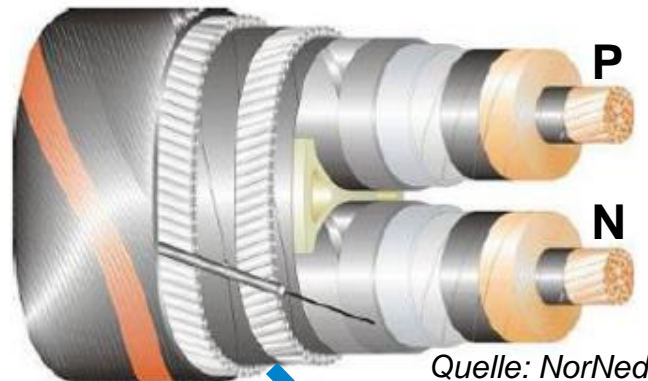
HGÜ *NorNed-Seekabel*

P und N-Leiter:
je 790 mm² Kupfer

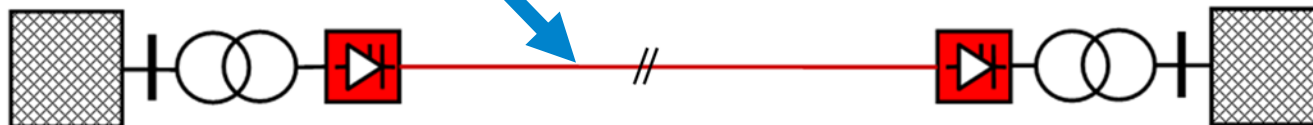
Isolierung: Masse-
imprägniertes Papier

Abmessungen:
217 x 136 mm

Gewicht: 84 kg/m



- Leistung: 700 MW
- DC-Spannung 900 kV: ±450 kV
- Distanz: 580 km
(Kabel gefertigt und verlegt in Teilstücken bis 150 km Länge, Gesamtgewicht 48 000 t)
- Wassertiefe bis zu 410 m
- Verluste: < 4 %
(Gesamtsystem)
- Längstes HGÜ-Seekabel
- **Verwendung von HGÜ, weil:**
 - Lange Seekabelverbindung
 - Kopplung asynchroner AC-Netze
 - Steuerbarer Leistungsfluss (Stromhandel)

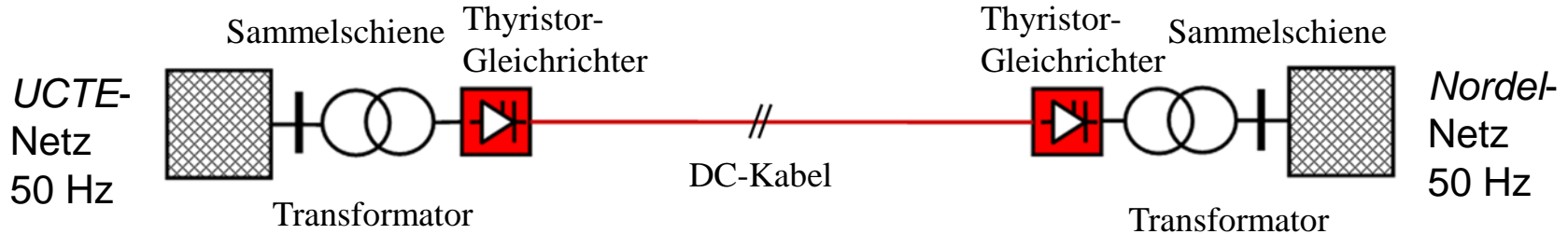


V4.4 Kabel

zum Nachrechnen!



Beispiel: DC-Seekabelverbindung NorNed 580 km (2)



$$P_N = U_N \cdot I_N = (450 - (-450)) \text{ kV} \cdot 778 \text{ A} = 700 \text{ MW}$$

$$J_N = I_N / A = 778 \text{ A} / 790 \text{ mm}^2 = 1 \text{ A/mm}^2$$

$$R_{20^\circ\text{C}} = \frac{2l}{\kappa_{\text{Cu},20^\circ\text{C}} \cdot A} = \frac{2 \cdot 580 \cdot 10^3}{57 \cdot 10^6 \cdot 790 \cdot 10^{-6}} = 25.8 \Omega$$

$$P_{\text{Cu}} = R_{20^\circ\text{C}} \cdot I_N^2 = 25.8 \cdot 778^2 = 15.6 \text{ MW}$$

$$P_{\text{Cu}} / P_N = 15.6 / 700 = 2.2\%$$

Wirkungsgrad der Transformatoren & Gleichrichter je 99.5%: $4 \cdot 0.5\% = 2\%$

Gesamtverluste: $2\% + 2.2\% = 4.2\%$

Gewicht: 84 kg/m, Länge: 580 km

$$M = m' \cdot l = 84000 \cdot 580 = 48720 \text{ t}$$

Teilstücken bis 150 km Länge:
Minimal mögliche Muffenzahl z:

$$\frac{560}{150} = 3.7 \Rightarrow z = 3$$

und zwei Kabel-Endverschlüsse



V4.4 Kabel

HGÜ-Seekabelverlegung – nur wenige Muffen

- Mehrere 10...100 km Kabel **an einem Stück** werden direkt auf das Schiff „aufgetrommelt“



Quelle: T. Worzyk: *Submarine Power Cables*, Springer, 2009

V4.4 Kabel

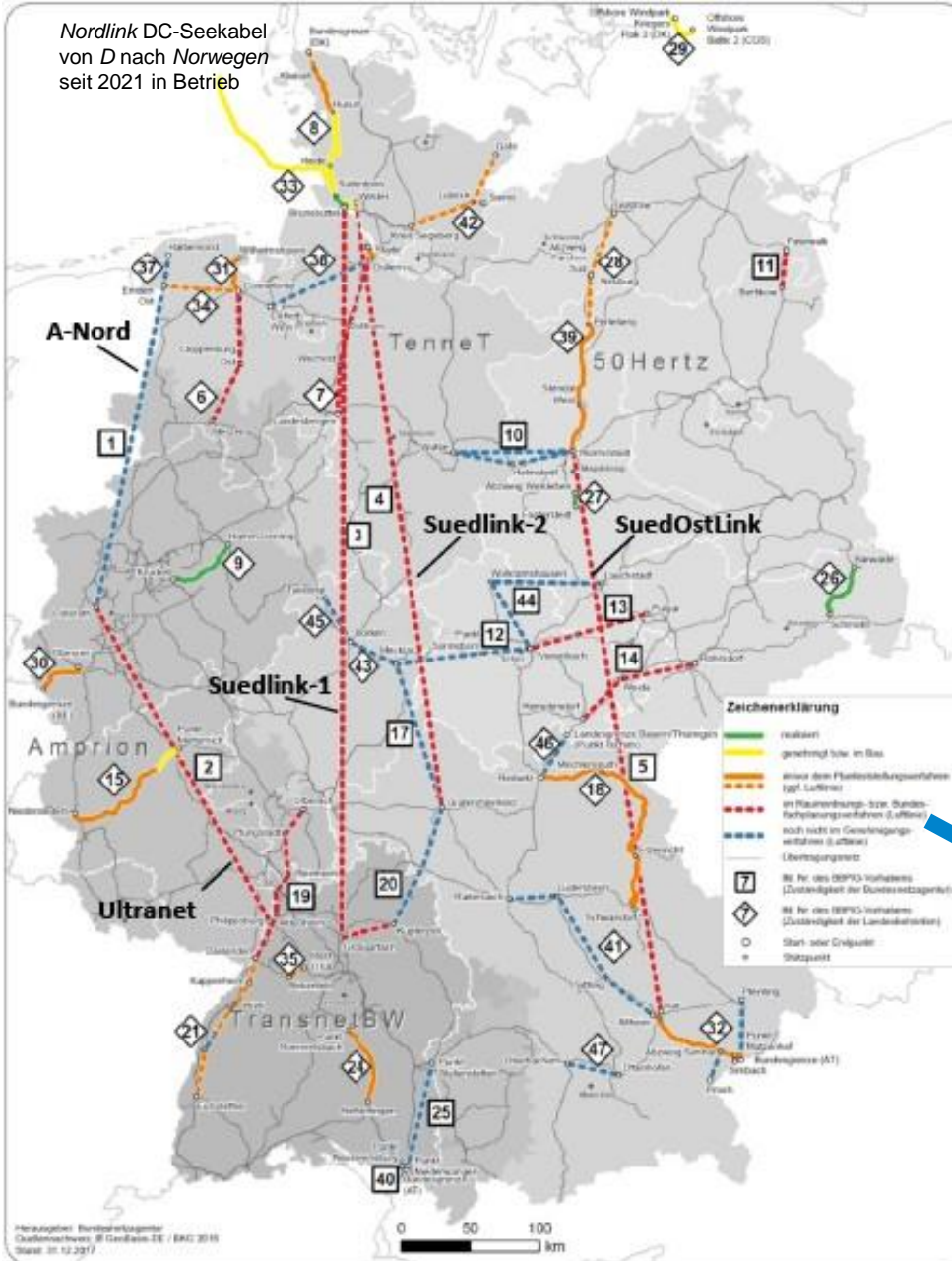
Lagerung von HV-DC-Tiefseekabeln

**High Voltage
Direct Current
(HV DC)**



Quelle: www.pro-erdkabel-neuss.de

Nordlink DC-Seekabel
von D nach Norwegen
seit 2021 in Betrieb



V4.4 Kabel Ausblick



Ergänzung

- *Deutschland*: Nutzung der Windenergie vornehmlich im Norden
- Großer el. Energiebedarf nach der Kernkraftwerks-Abschaltung im Süden ⇒ Strom-Übertragungsleitungen von N nach S erforderlich
- Planungsstand der „Stromautobahnen“

realisiert
genehmigt / im Bau
im Planungsfeststellungsverfahren
im Bundesplanungsverfahren
noch nicht im Genehmigungsverfahren
bestehendes Übertragungsnetz
lfd. Vorhaben-Nummer (Bund)
lfd. Vorhaben-Nummer (Land)
Start-/Endpunkt der Trasse
Stützpunkt

Quelle: BWK 70 (2018), no. 5



V Elektrische Energieversorgung

V4 Freileitungen und Kabel

Zusammenfassung

- Freileitungen für AC-Betrieb das Mittel der Wahl für weiträumige el. Energieübertragung, ggf. mit Serienkompensation.
- AC-Erd-Kabel wegen hoher Kabelladeströme meist nur im urbanen Bereich für relativ kurze Strecken.
- Freileitungen haben großen Wellenwiderstand, daher rel. niedrige natürliche Leistung; Betrieb oberhalb $P_{\text{Nat}} = \text{Leitungen wirken am Eingang induktiv.}$
- Kabel haben kleinen Wellenwiderstand, daher rel. hohe natürliche Leistung; Betrieb unterhalb $P_{\text{Nat}} = \text{Kabel wirken am Eingang kapazitiv.}$
- Längere Distanzen mit DC-Technologie energieärmer und platzsparender überbrückbar (HGÜ-Technologie), ist aber wegen Transformatoren & Gleichrichter teuer.
- Land-DC-Kabel: Nachteil der häufigen Stückelung (Muffen!) \Rightarrow Fehleranfällig.

V Elektrische Energieversorgung

Übersicht



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1. Grundsätzliches zur elektrischen Energieversorgung
2. Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung
3. Leitungsgleichungen
4. Freileitungen und Kabel
5. Personenschutz und Netzformen



V5 Personenschutz und Netzformen

Übersicht

1. **Stromunfall**
2. **Erdung**
3. **Schutz in Niederspannungsnetzen**
4. **Netzformen**
5. **Betriebsmittel - Schutzklassen**

V5.1 Stromunfall

Berührungsspannung U_B

- **Berührungsspannung U_B :**

El. Spannung zwischen leitfähigen Teilen, wenn diese gleichzeitig von einem Menschen/Tier berührt werden.

- **Berührungsstrom I_B :**

El. Strom, der durch den Körper eines Menschen/Tieres fließt, wenn dieser Körper ein/mehrere berührbare Teile einer elektrischen Anlage oder eines elektrischen Betriebsmittels berührt;

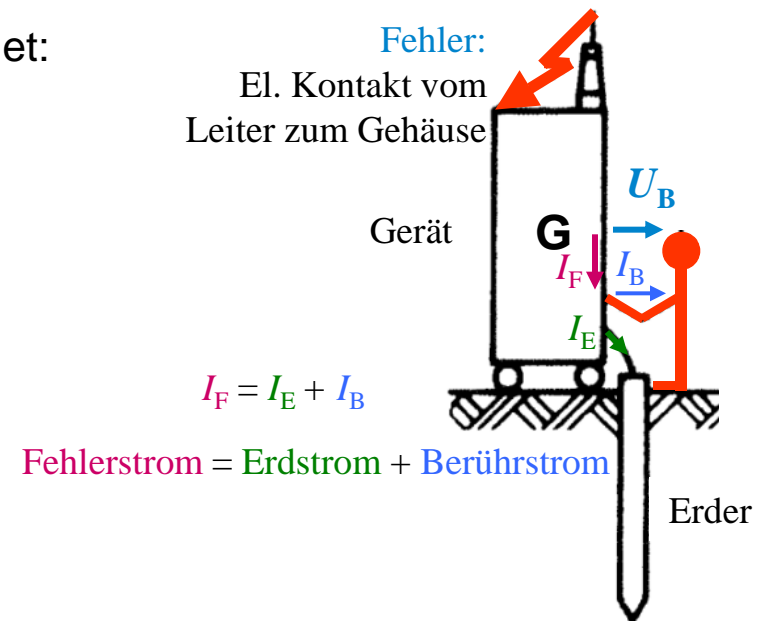
- I_B aus U_B und **Körperwiderstand R_K** berechnet:

$$I_B = U_B / R_K$$

- Körperstromdichte J_B :

$$J_B = I_B / A_K$$

A_K : Durchströmte Körperfläche



V5.1 Stromunfall

Stromunfall \Leftrightarrow Körperstrom (Berührungstrom) I_B



- Pioniere zur Klärung der Wirkung des el. Stroms im menschlichen Organismus:
Dalziel, Osypka, Jellinek, Kouwenhoven, Uppenhorn, Koeppen, Kracmar, Freiburger, Biegelmeier
- **Muskelbewegungen** werden über Nerven-Reizleitung auf Grund el. Potentialunterschiede (durch unterschiedliche Na^+ - und K^+ -Ionen-Konzentration) hervorgerufen.
- Ruhepotentialdifferenz: -90 mV; Anregungszustand (tw. Konzentrationsausgleich): -45 mV
 \Rightarrow Muskeln neigen bei Stromfluss **zur Kontraktion!**
- **Auswirkungen eines Stromunfalls:**
Bestimmt durch
 - a) **Körperstromweg** im Organismus,
 - b) **Körperstromdichte** J_B ,
 - c) deren **Einwirkdauer** t_F .



V5.1 Stromunfall

Körperwiderstand R_K

- Körperwiderstand $R_K = \text{Hautwiderstand } R_H + \text{Körper-Innenwiderstand } R_i$
- Hautwiderstand R_H : 0Ω (Hautdurchbruch) ... $20 \text{ k}\Omega$ (trockene, schwielige Haut)
 R_H : feuchteabhängig, z.B.: feuchte/nasse Haut \Rightarrow
 \Rightarrow Bei Schweiß od. mit Seife gewaschene Hände \Rightarrow Hautwiderstand R_H **sinkt massiv ab!**
- Körper-Innenwiderstand R_i :
Körperinneres = Gewebsflüssigkeit = geringerer Widerstand,
abhängig vom Körperstromweg.

$$R_i = f(\text{Körperstromweg})$$

- | | |
|---|-------------------------------|
| a) Hand – Rumpf (+ Herz) – andere Hand: | $R_i = 1.3 \text{ k}\Omega$ |
| b) Hand – Rumpf – Füße: | $R_i = 0.975 \text{ k}\Omega$ |
| c) Beide Hände – Rumpf – Füße: | $R_i = 0.65 \text{ k}\Omega$ |

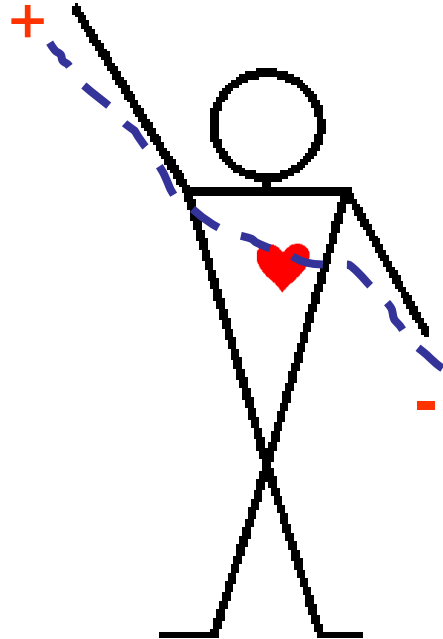
- „Worst-case“ für Körperwiderstand R_K : Hautwiderstand $R_H \cong 0$ (Hautdurchbruch)!

$$R_K \cong R_i \cong 1 \text{ k}\Omega$$

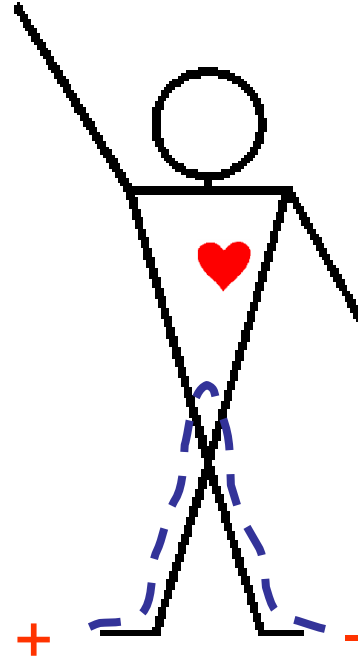
V5.1 Stromunfall

Stromwege im Körper

- Je nach Stromweg besteht eine unterschiedlich hohe Stromgefährdung!
- **Stromweg** über das Herz **gefährlich** \Rightarrow löst u. U. Herzkammerflimmern aus \Rightarrow
 \Rightarrow stark verringerte Blutpump-Wirkung \Rightarrow lebensbedrohlich!



Gefährlich:
Stromweg über das Herz!



Stromweg NICHT über das Herz:
„Weniger gefährlich!“

Tipp:
„Eine Hand in der Hosentasche!“
 \Rightarrow Vermeidung des Stromwegs
von Hand zu Hand!

V5.1 Stromunfall

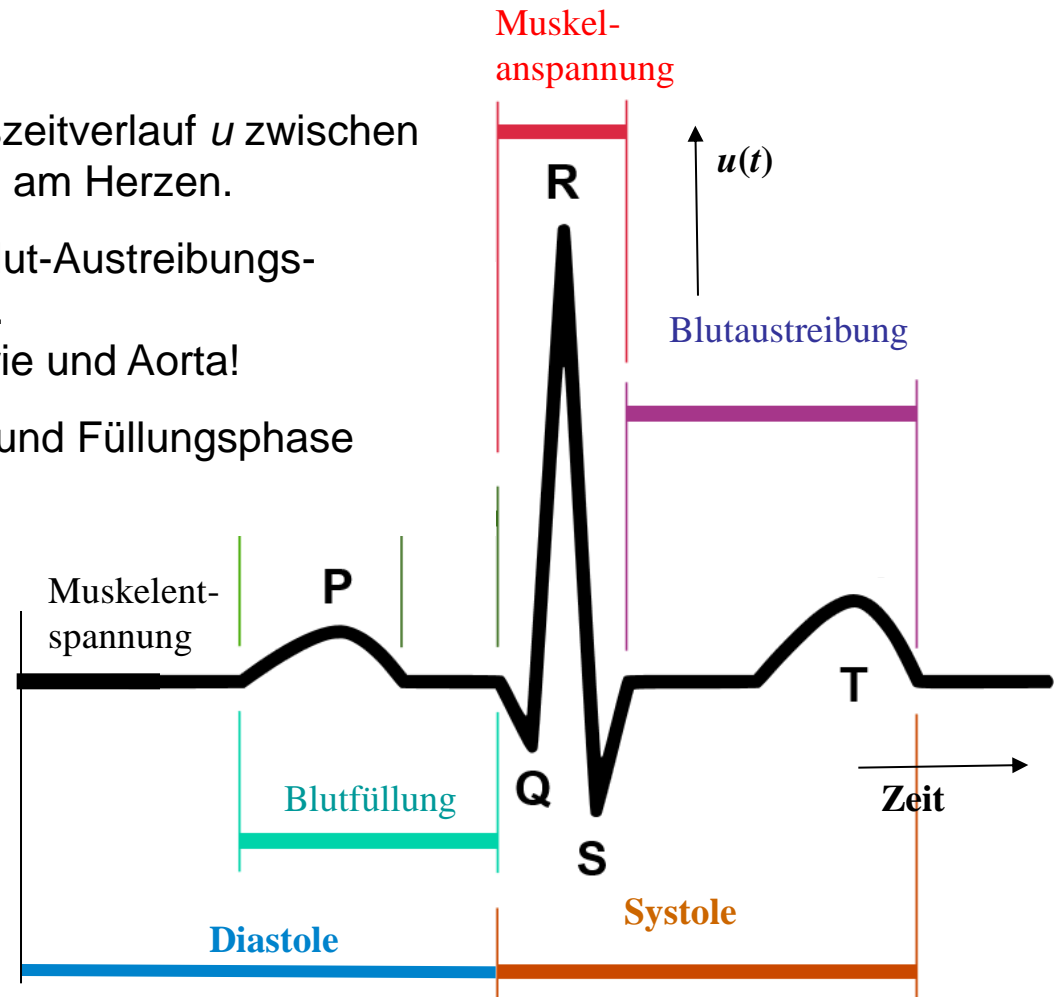
Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Herzmuskel – Kontraktion/Entspannung der Kammern

- **Elektrokardiogramm:** El. Spannungszeitverlauf u zwischen zwei Punkten an der Körperoberfläche am Herzen.
- **Systole (0.3 s):** Anspannungs- und Blut-Austreibungsphase: Herz presst Blut aus rechter u. linker Herzkammer in die Lungenarterie und Aorta!
- **Diastole (ca. 0.5 s):** Entspannungs- und Füllungsphase
- **Puls:** $f = 1/(0.3+0.5) = 75/\text{min}$



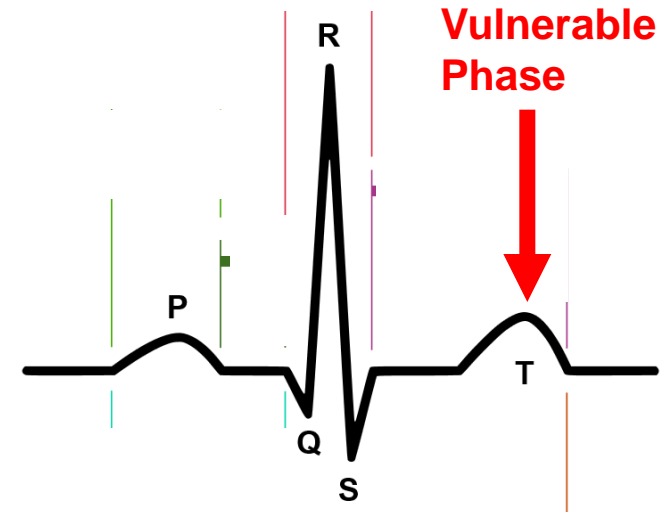
Quelle. Wikipedia.de



V5.1 Stromunfall

Vulnerable Phase des Herzmuskels

- **„Vulnerable Phase“** je Herzperiode:
Von außen zugeführter Strom stört die Erregung der Herzmuskelfasern besonders, wenn er während der „T-Zacke“ Herzmuskelzellen erregt.
- Wird in der vulnerablen Phase diese zusätzliche Muskel-Erregung ausgelöst, kann es zu ungeordneten Erregungen der Herzmuskelzellen kommen = **„Kammerflimmern“!**
- **„Kammerflimmern“** = Ungleichmäßige, schnelle Kontraktionen der Herzmuskelzellen \Rightarrow es wird kein Blut mehr gepumpt \Rightarrow Blutkreislauf-Stillstand.



Quelle. Wikipedia.de

- **Kreislaufstillstand:**
Keine Ernährung der Zellen durch Blutzufuhr \Rightarrow 3 ... 5 min. nach Eintreten des Kreislaufstillstands: Beginn des Absterbens lebenswichtiger Zellen \Rightarrow **Tod!**

V5.1 Stromunfall

Wirkung von Gleich- und Wechselstrom

- **Höhere** Stromempfindlichkeit bei Wechselstrom !

Beispiel:

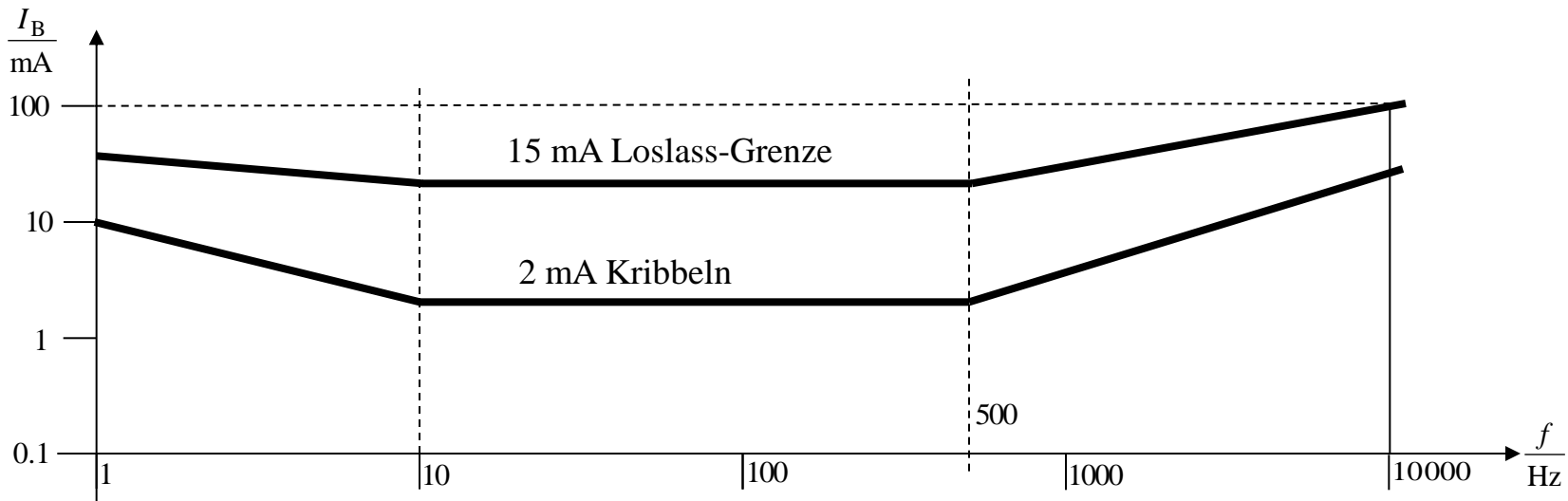
Stromfluss führt zu **Muskelkrampf**:

„Loslass-Stromgrenze“: Man kann Leiter nicht loslassen !

Bei Stromweg: Hand – Rumpf – Hand:

DC: 45 mA, AC (50 / 60 Hz): 15 mA (effektiv)

- **Leider** hat Schwellenstrom-Stärke für eine bestimmte physiologische Wirkung bei Wechselstrom **im Bereich $f = 10 \dots (200 \dots 500)$ Hz ein Minimum (*Osyka, Uppenhorn*)!**



V5.1 Stromunfall

Wechselstromgefährdung für den Menschen

Bereich	Wechselstrom I_B	Physiologische Wirkungen (nach <i>Osyepka</i>) (50 ... 60 Hz)
I	0 ... 2 mA 2 ... 15 mA 15 ... 25 mA	Strom in der Handfläche wahrnehmbar („Kribbeln“) Loslassen mit Anstrengung noch möglich Loslassen nicht mehr möglich
II	25 ... 40 mA 40 ... 50 mA 50 ... 80 mA	Außerordentlich starke Muskelverkrampfung Schwelle für Herzkammerflimmern ab ca. 50 mA Bewusstlosigkeit möglich
III	80 mA ... 3 A	Bewusstlosigkeit, Herzkammerflimmern bei <ul style="list-style-type: none"> • Stromweg „linke Hand-Fuß“ und • bei einer Einwirkungsdauer größer einer Herzperiode ($t_F > 0.74$ s)
IV	> 3 A	Bewusstlosigkeit während der Stromflussdauer, reversibler Herzstillstand, Strommarken und innere Verbrennungen

(Männliche erwachsene körperlich gesunde Probanden)

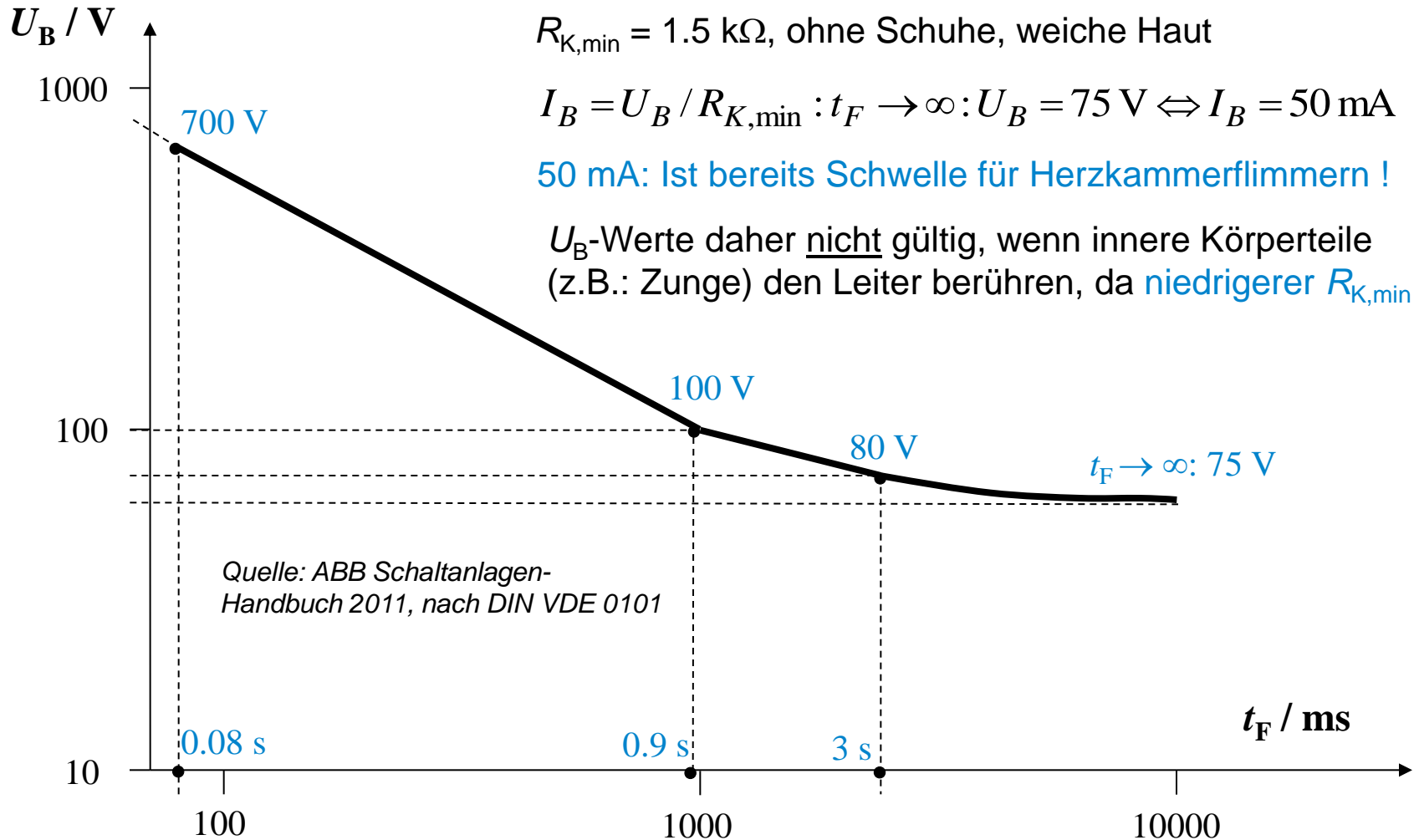
Siehe auch: IEC 60479-1

V5.1 Stromunfall

Ergänzung

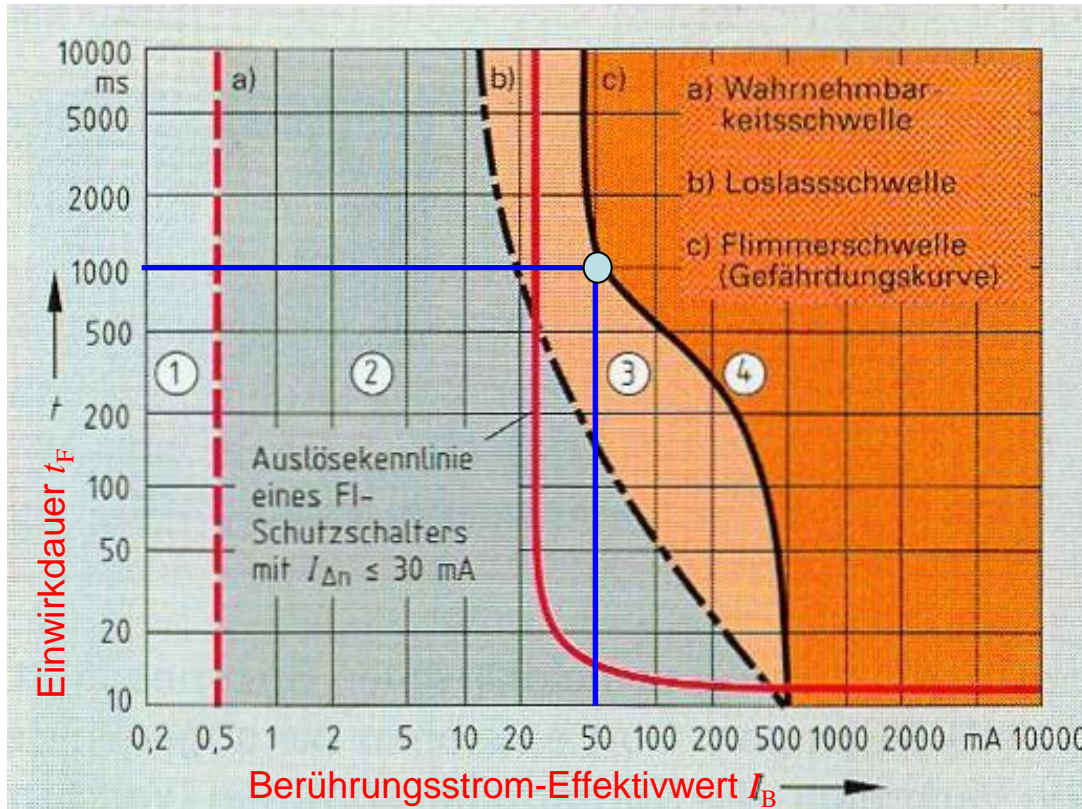


Höchste zulässige Berührungsspannung (AC, eff.) U_B in Abhängigkeit der Einwirkdauer t_F des Berührungstroms



V5.1 Stromunfall

Physiologische Wirkung von Wechselstrom (50 ... 60 Hz) auf männl. Erwachsene (Strom I_B vs. Einwirkdauer t_F)



Bereich	Körperreaktion
1	keine Reaktion des Körpers
2	keine gefährliche Wirkung auf den Körper
3	Muskelverkrampfung, Gefahr des Herzkammerflimmerns
4	Herzkammerflimmern möglich (tödliche Stromwirkung wahrscheinlich)

Quelle: *Fachkunde Elektrotechnik*;
22.Auflage 1999; Europa Verlag

Beispiel: Experimentierspannung **50 V (bei 50 Hz):**

Normaler Körperwiderstand ca. $R_K = 20.0 \text{ k}\Omega$: $I_B = 50 / 20\ 000 = \mathbf{2.5 \text{ mA Berührungstrom !}}$



V5.1 Stromunfall

Einflüsse zur Gefährdung durch Strom

- **Allgemein-Körperzustand** (z.B. Erschöpfung, Alkoholgenuss, ...) erhöht Empfindlichkeit gegen Stromschädigung !
 - **Frauen und Kinder/ Jugendliche** (6 ... 15 Jahre alt):
Ca. 30% niedrigere Stromschwellen für gleiche Empfindung als bei Männern!
 - **Schwangere Frauen:** Tw. erheblich geringere Stromschwellen!
- **Stromstärke ≥ 50 mA** kann zum Tod führen, wenn Strom über das Herz fließt. Stromstärken ab 50 mA sind lebensgefährlich!
 - Die Gefährdung nimmt mit höherer Stromstärke und längerer Einwirkungsdauer zu.
 - Schwere Verbrennungen, z. B. durch Lichtbögen, sind auch ohne Körperströme lebensbedrohend.

V5.1 Stromunfall

Erste-Hilfe-Maßnahmen

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Strom sofort abschalten
 - Nicht el. krampfende Person anfassen – sondern **NOT-AUS drücken!**
 - Sekundärunfallschäden durch Sturzgefahr VERMEIDEN!
- Verunglückte aus dem Gefahrenbereich entfernen!
- Der Helfer darf sich nicht selbst gefährden!
- Rettung verständigen (Notruf 112)!
- Einleitung von Wiederbelebensmaßnahmen:
 - Bei Atemstillstand:
 - Mund-zu-Mund-Beatmung
 - &
 - Herzmassage!



V5.1 Stromunfall

Die 5 Sicherheitsregeln DIN VDE 0105



Bei Arbeiten an/in elektrischen Anlagen müssen die 5 Sicherheitsregeln in dieser Reihenfolge angewendet werden:

1. Freischalten!
2. Gegen Wiedereinschalten sichern!
3. Spannungsfreiheit feststellen!
4. Erden und Kurzschließen!
5. Benachbarte, unter Spannung stehende Teile abdecken oder abschranken!

Nach den Arbeiten werden sie in der **umgekehrten Reihenfolge** wieder aufgehoben.



V5 Personenschutz und Netzformen

Übersicht

1. **Stromunfall**
2. **Erdung**
3. **Schutz in Niederspannungsnetzen**
4. **Netzformen**
5. **Betriebsmittel - Schutzklassen**

V5.2 Erdung

Betriebserdung

- **Erdung:** Ableitung von elektrischen Strömen in das Erdreich, **Symbol:**



- a) Betriebserdung (großer Querschnitt wg. Betriebsstrom bei 1ph-Betrieb),
- b) Schutzerdung (kleiner Querschnitt, nur Fehlerstrom).

- **Betriebserdung:** Erdung eines Punktes des Betriebsstromkreises für störungsfreien Betrieb einer Anlage / eines Geräts .

Ziel:

- i) Vermeiden von Potentialschwankungen einer el. Anordnung,
- ii) Verhindern von Störspannungen aus fremden Anlagen / Geräten,
- iii) Einhaltung von Grenzwerten bei Funkstörungen.

V5.2 Erdung

Betriebserdung in Drehstromnetzen

- **Betriebserdung in Drehstromnetzen:** Überwiegend: Sternpunktterdung

1) Resonanz-Sternpunktterdung (c):

Petersen-Sternpunkt-Spule L_E in Resonanz mit C_E !

2) „Niederohmige“ Sternpunktterdung:

Erdungsimpedanz Z_E klein: (b)!

3) „Starre“ Sternpunktterdung (a):

$Z_E \rightarrow 0$.

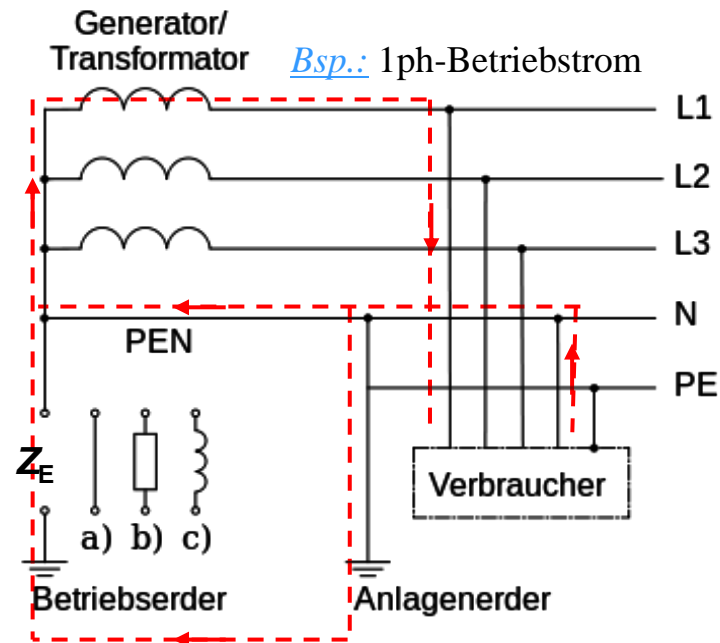
4) Zentrale Sternpunktterdung:

Nur 1 Sternpunkt geerdet.

5) „Teilstarre“ Sternpunktterdung:

Einige Sternpunkte geerdet.

Quelle: Wikipedia.de



V5.2 Erdung

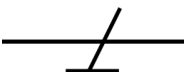
Schutzerdung (DIN VDE 0101, $U_N > 1 \text{ kV}$)

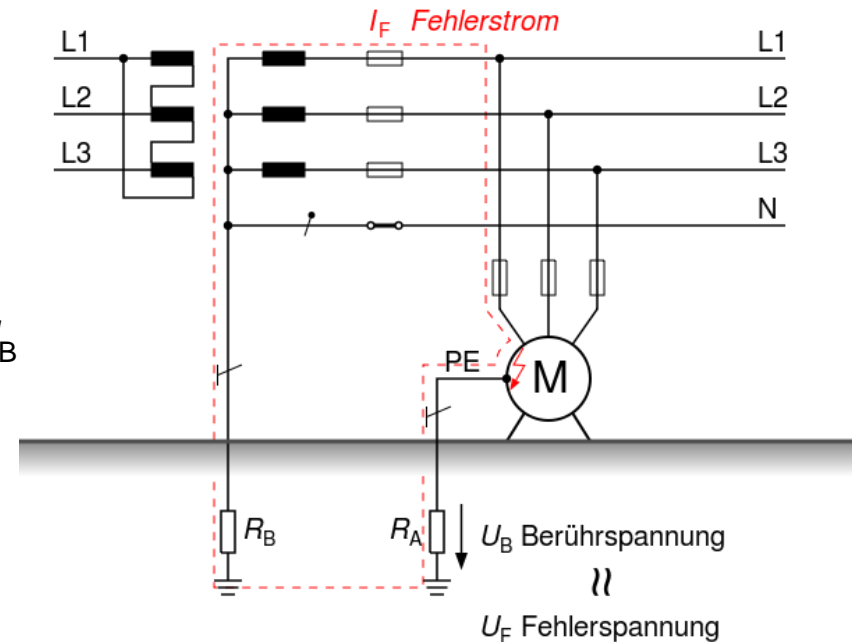
- **Schutzerdung („Anlagenerder“):**

Erdung eines oder mehrerer Punkte eines Netzes / Anlage / Betriebsmittels zur el. Sicherheit von Mensch und Tier.

- **Ausführung:**

Durchgehende el. leitende Verbindung
- aller leicht berührbaren und
- nicht zum Betriebsstromkreis gehörenden
el. leitfähigen Geräteteile (z. B. Metallgehäuse)
mit dem Potential des Erdreichs
zur Vermeidung hoher Berührungsspannungen U_B
beim Auftreten von Funktionsfehlern.

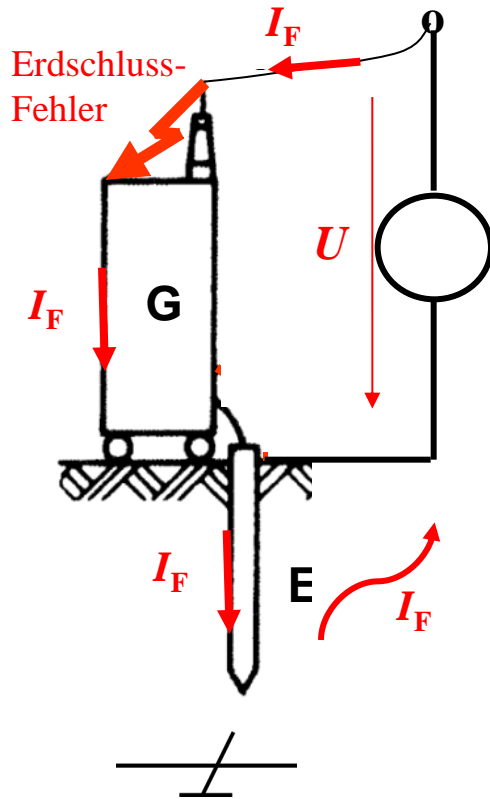
- **Symbol:** 



Quelle: Wikipedia.de

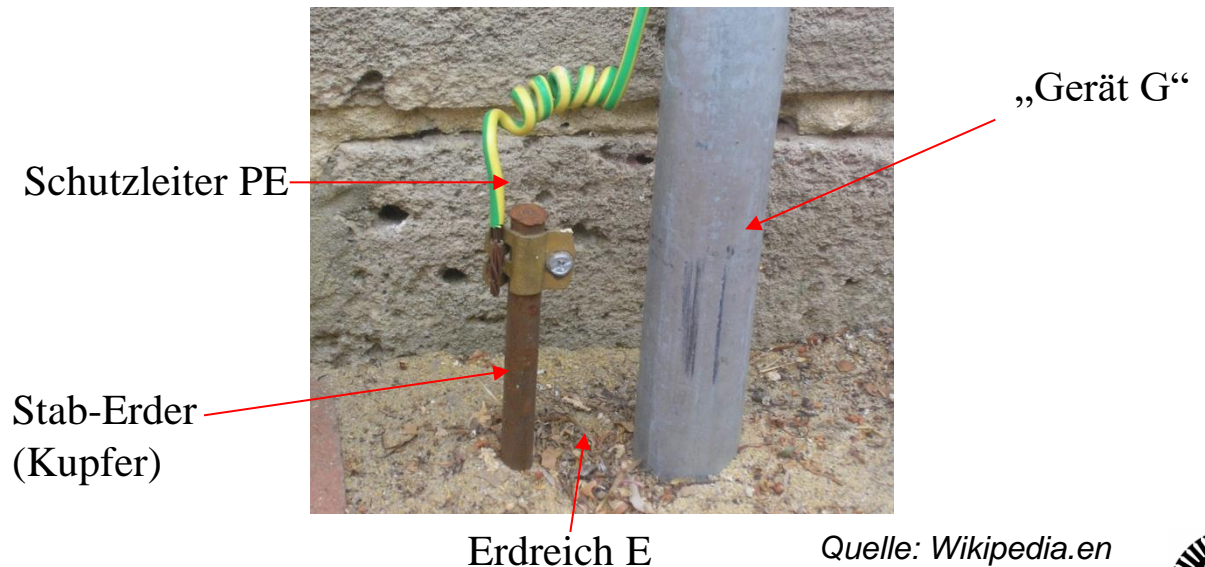
V5.2 Erdung

Schutzerdung eines leitfähigen Teils (z. B. Gehäuse) eines elektrischen Geräts G



- **Erder (Erdungselektrode) E:**

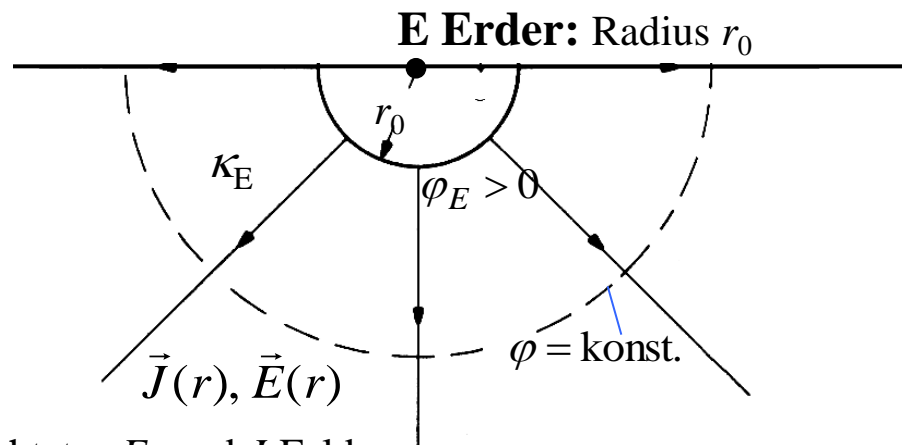
- Unisoliertes, el. leitfähiges Teil, das als elektrische Kontaktfläche in den (el. leitfähigen) Erdboden eingegraben wird.
- Der Erder bildet mit der Erde eine el. Verbindung und dient der Ableitung des **elektrischen Fehlerstroms I_F** ins Erdreich.



V5.2 Erdung

Idealisierter Halbkugel-Erder im Erdreich

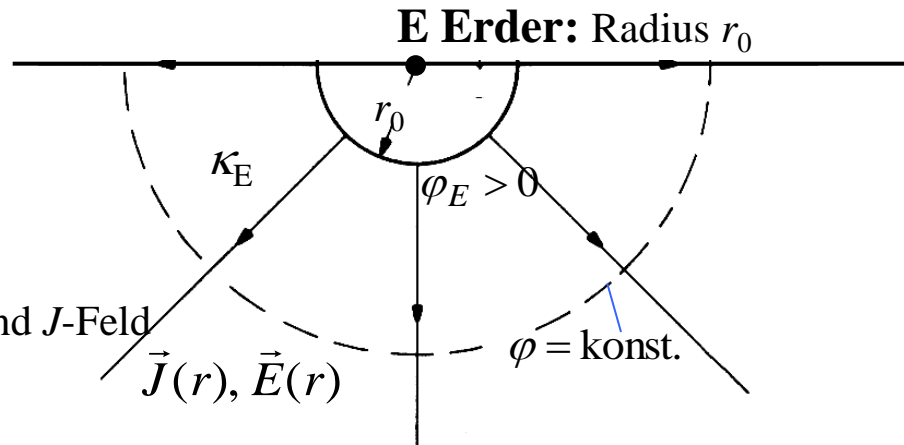
- **Erdreich:** Idealisiert: Leitfähiger Halbraum, el. Bodenleitfähigkeit κ_E , Stromquelle I am Erderpunkt E mit Erder-Halbkugel r_0 : El. Erder-Potential φ_E .
- Aus Symmetriegründen: Halbkugelförmige Äquipotentialflächen.
- Im Unendlichen: Potential $\varphi(r \rightarrow \infty) = 0$.



Radial gerichtetes E - und J -Feld

V5.2 Erdung

Idealisierter Stromfluss $I = I_F$ vom Erder ins Erdreich



Radial gerichtetes E - und J -Feld

$$\vec{J}(r), \vec{E}(r)$$

$$\varphi = \text{konst.}$$

- Halbkugel­fläche $A(r)$ beim Radius r . $A(r) = 2\pi \cdot r^2$

- **Lokales Ohm'sches Gesetz** im Erdreich $I = \int_A \vec{J}(r) \cdot d\vec{A} = J(r) \cdot A(r), \Rightarrow \vec{J}(r) = \kappa_E \cdot \vec{E}(r)$

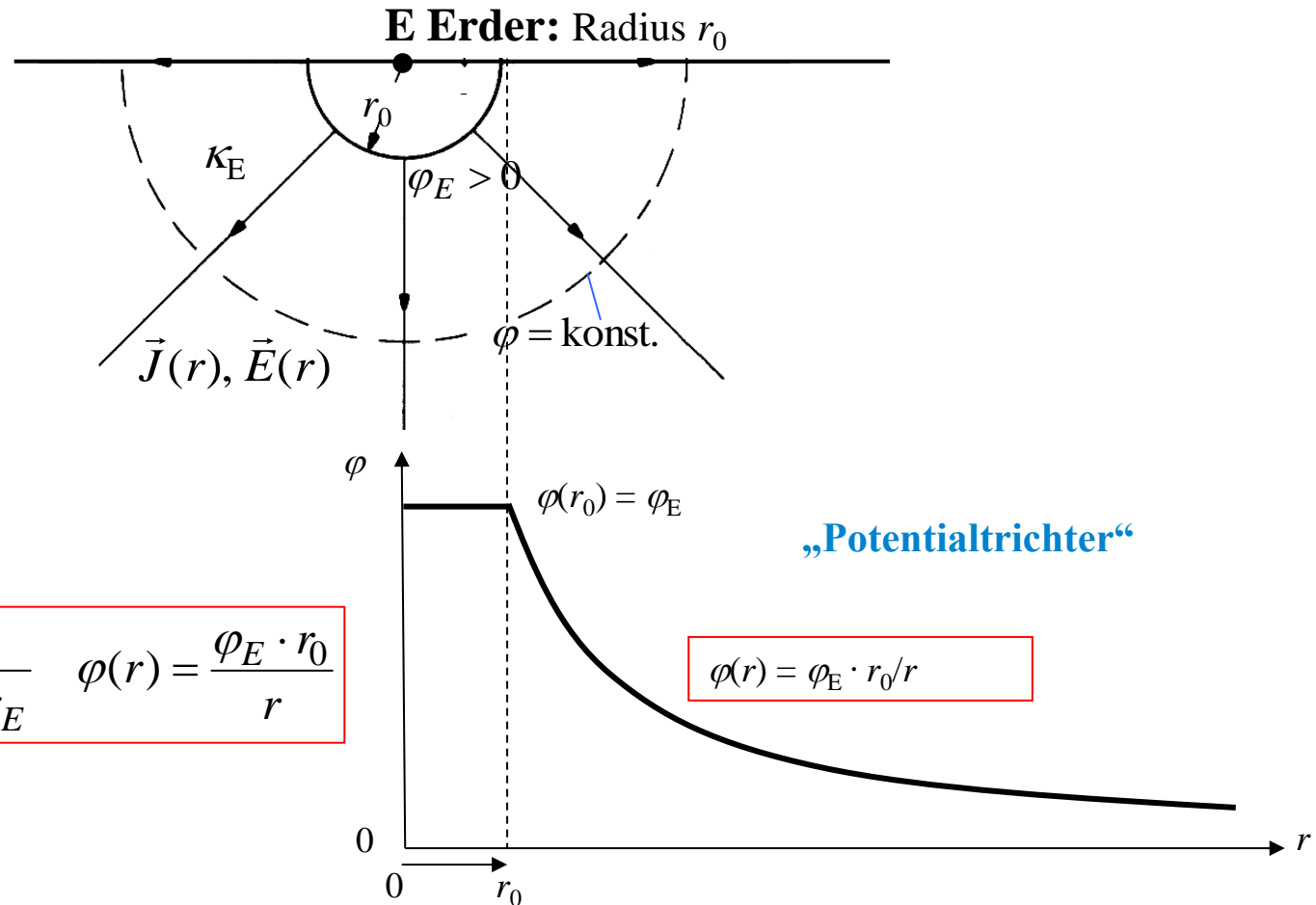
$$\text{Radius } r > r_0 : I = 2\pi \cdot r^2 \cdot J(r) = 2\pi \cdot r^2 \cdot \kappa_E \cdot E(r)$$

$$E(r) = \frac{I}{2\pi \cdot r^2 \cdot \kappa_E} \quad \varphi(r) = -\int E(r) \cdot dr = \frac{I}{2\pi \cdot r \cdot \kappa_E}$$

$$\varphi(r_0) = \varphi_E = \frac{I}{2\pi \cdot r_0 \cdot \kappa_E} \quad \varphi(r) = \frac{\varphi_E \cdot r_0}{r}$$

V5.2 Erdung

Potentialtrichter $\varphi(r)$ um den Erder



$$\varphi(r_0) = \varphi_E = \frac{I}{2\pi \cdot r_0 \cdot \kappa_E} \quad \varphi(r) = \frac{\varphi_E \cdot r_0}{r}$$

V5.2 Erdung

Erder-, Schritt- und Berührungsspannung



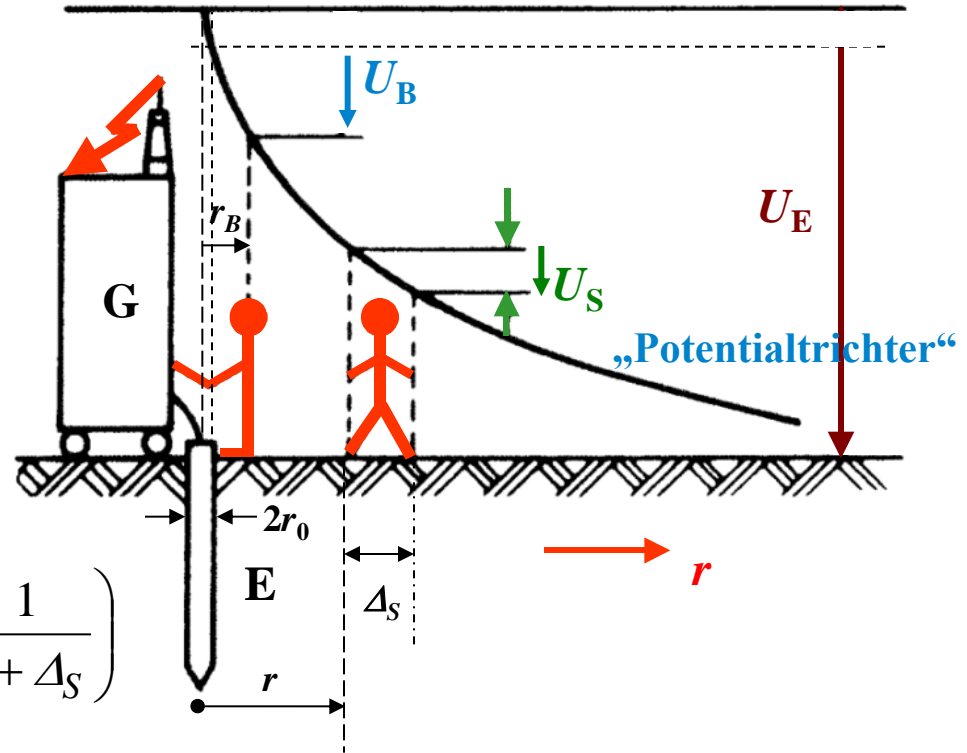
- G Geerdetes Gerät
- E Erder
- r Entfernung vom Erder
- r_B Berührradius vom E-Mittelpunkt
- Δ_S Schrittweite

$$U_E = \varphi(r_0) - \varphi(r \rightarrow \infty) = \varphi(r_0) = \varphi_E$$

$$U_B = \varphi(r_0) - \varphi(r_B) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$U_S = \varphi(r) - \varphi(r + \Delta_S) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + \Delta_S} \right)$$

$$U_S = U_S(r)!$$

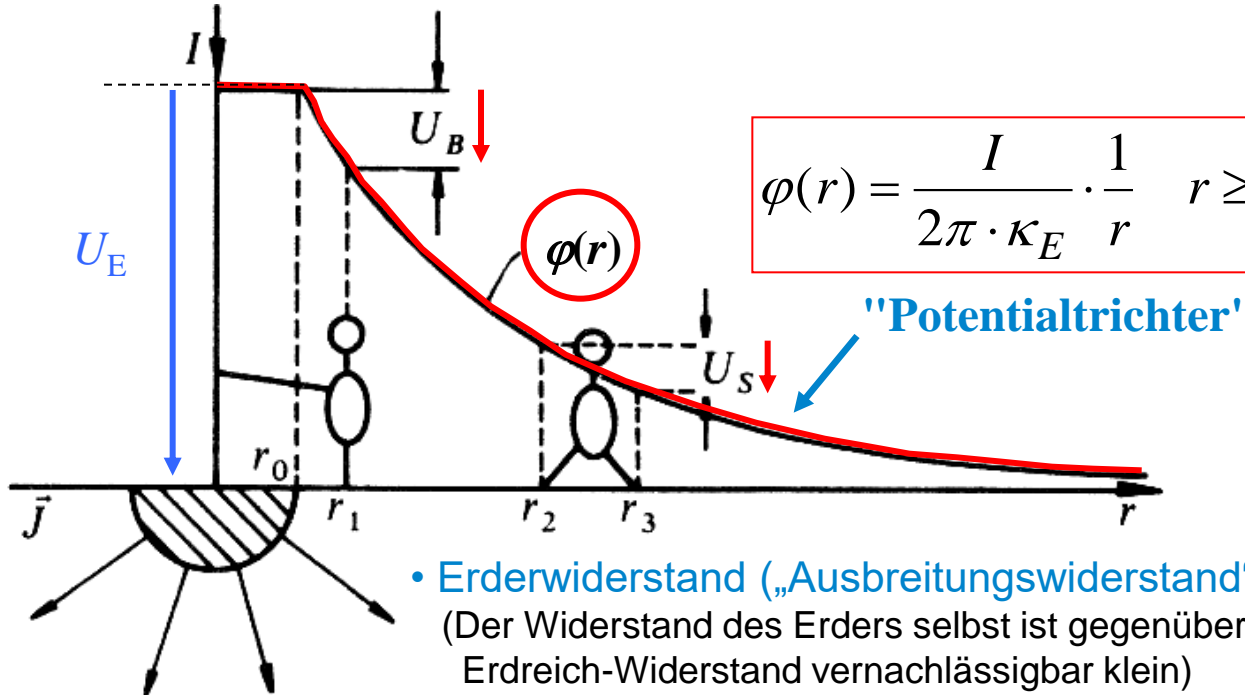


- U_E : Erderspannung zwischen Betriebsmittel G und Bezugs Erde (bei $r \rightarrow \infty$)
- U_B : Berührungsspannung in $r_B = 1$ m Entfernung vom Betriebsmittel (VDE 0101)
- U_S : Schrittspannung mit $\Delta_S = 1$ m Schrittweite (VDE 0101) (in der Richtung des E -Feldgradienten)



V5.2 Erdung

Beispiel: Halbkugeliger Erder mit Radius r_0



$$\varphi(r) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \frac{1}{r} \quad r \geq r_0$$

Möglichst großes r_0
wünschenswert !

"Potentialtrichter"

- **Erderwiderstand („Ausbreitungswiderstand“):** $R_E = U_E / I = \frac{1}{2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0}$
(Der Widerstand des Erders selbst ist gegenüber Erdreich-Widerstand vernachlässigbar klein)

- **Berührungsspannung:** $r_B = r_1 : U_B = \varphi(r_0) - \varphi(r_1) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)$

- **Schrittspannung:** $r_2 = r, r_3 = r_2 + \Delta_S : U_S = \varphi(r_2) - \varphi(r_3) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$



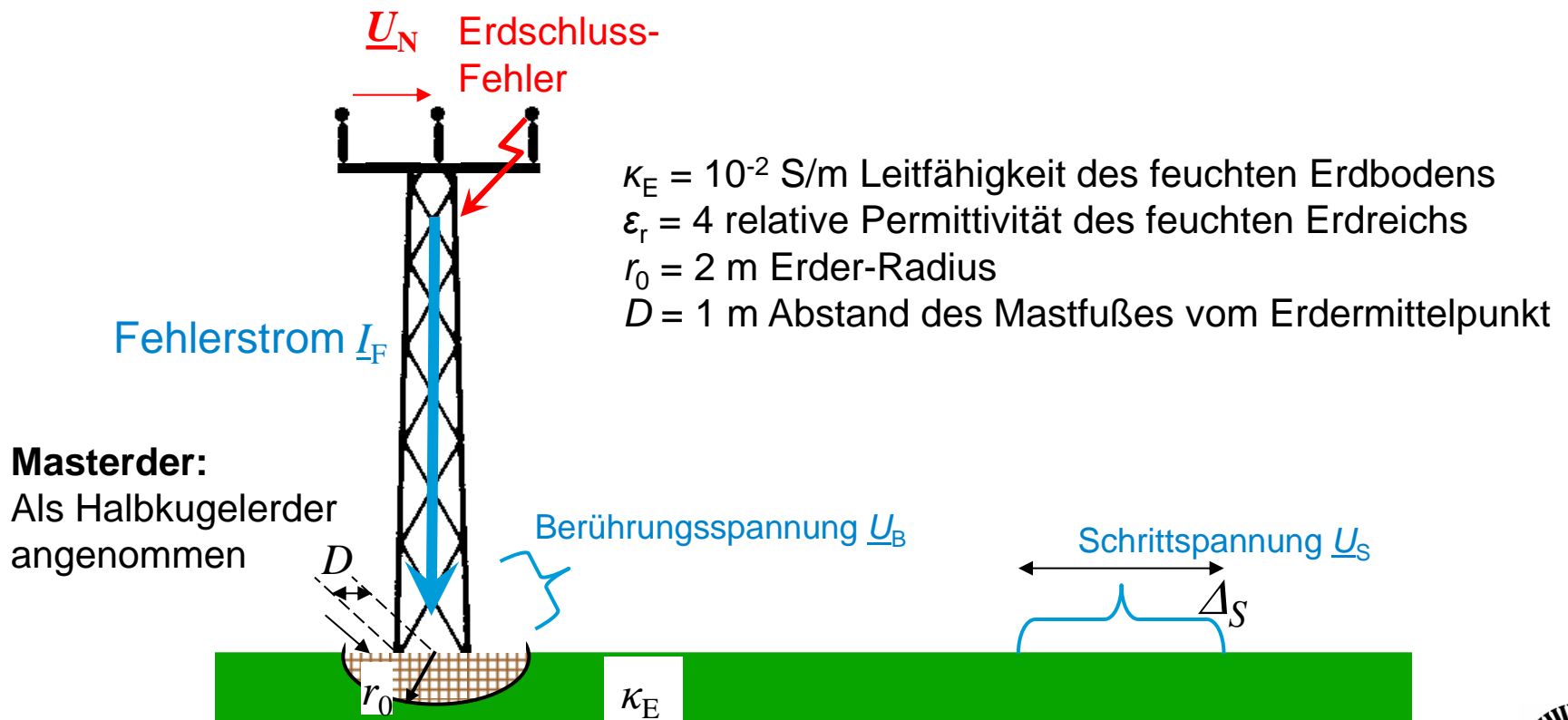
V5.2 Erdung

Zahlenbeispiel Mast-Erder

• **Beispiel:**

$$U_N = 20 \text{ kV} \Rightarrow U_m = 24 \text{ kV.}$$

Annahme: Ideal geerdeter Sternpunkt N des speisenden Transformators (bei $r \rightarrow \infty$).



V5.2 Erdung

Zahlenbeispiel Mast-Erder: Fragestellungen



- a) Welcher **Strom** fließt in den Erdboden, wenn ein Leiterseil den Mast berührt?
- b) Wie groß ist die **Berührungsspannung** bei $r = \Delta_A = 0.8 \text{ m}$?
- c) Wie groß ist die **Schrittspannung** in
c1) 10 m,
c2) 20 m
Entfernung vom Mast (Schrittweite $\Delta_S = 80 \text{ cm}$)?
- d) Wie groß ist der **Erdungswiderstand** R_E ?



V5.2 Erdung

Erdschluss-Fehlerstrom I_F

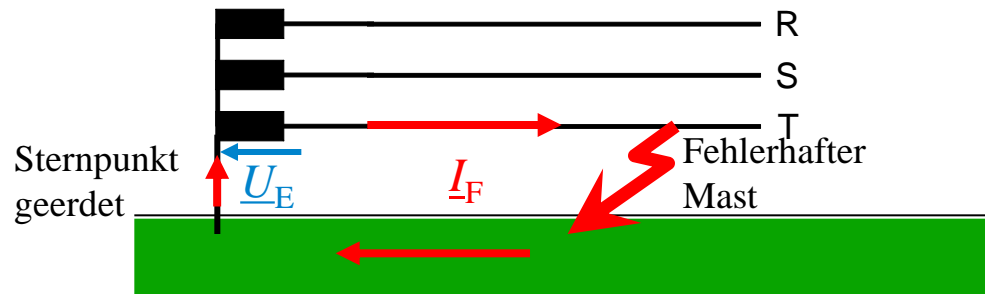
a) Welcher Strom $\underline{I} = I_F$ fließt in den Erdboden, wenn ein Leiterseil den Mast berührt?

$$\underline{U}_E = \underline{\varphi}(r_0) - \underline{\varphi}(r \rightarrow \infty) = \frac{\underline{I}_F}{2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0}$$

$$\underline{I}_F = \underline{U}_E \cdot 2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0$$

$$\text{mit } U_E = \frac{U_m}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \text{ kV}$$

$$I_F = \frac{24}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 10^{-2} \cdot 2 \frac{\text{V A m}}{\text{V m}} = 1741 \text{ A}$$



V5.2 Erdung

Berührungsspannung U_B

b) Wie groß ist die Berührungsspannung U_B ?

b1) $U_B = 0 \text{ V}$, da $D + \Delta_A = 1.8 \text{ m} < r_0 = 2 \text{ m}$:

Die Person steht im Abstand einer Armlänge ($\Delta_A = 80 \text{ cm}$) vom Mast immer noch direkt auf dem Erder!

b2) Bei kleinerem Erder-Radius r_0 : z. B.: $D = r_0 = 1 \text{ m}$: $I_F = \frac{24}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 10^{-2} \cdot 1 = 871 \text{ A}$

$$U_B = \varphi(r_0) - \varphi(r_0 + \Delta_A) = 6.15 \text{ kV} !!!$$

Resultat: Erder-Radius **ist zu klein!**

V5.2 Erdung

Schrittspannung bei Stromfluss via Masterder



c) Wie groß ist die effektive Schrittspannung (Schrittweite $\Delta_S = 80 \text{ cm}$)?

Forderung: $U_S < 60 \text{ V}$ effektiv, damit $I_B = U_S/R_K = 60 \text{ V}/1.5 \text{ k}\Omega = 40 \text{ mA} < 50 \text{ mA}$

Schwelle f. Herzkammerflimmern

$I_F = 1741 \text{ A}$ c1) 10 m Entfernung:

$$U_S = \frac{I_F}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{10.8} \right) = 205 \text{ V}$$

Zu hoch!

c2) 20 m Entfernung:

$$U_S = \frac{I_F}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{20.8} \right) = 53 \text{ V}$$

In Ordnung !

d) Erderwiderstand: $R_E = \frac{1}{2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 8 \Omega$



V5.2 Erdung

Maßnahmen für kleine Schrittspannung

- Maßnahmen für kleineres U_S : „flacher“ Potentialtrichter; z. B.:
 - a) Erder tiefer eingraben \Rightarrow „Kugel- statt Halbkugel-Erder“
 \Leftrightarrow Abstand r zum Erder nimmt zu $\Rightarrow U_S$ sinkt.
 - b) Potentialsteuerung durch mehrere Erder-Ringe: Aufwändig!
- Fehlerstrom I_F über U_E und global wirkende Gesamtimpedanz des Erdpfads bestimmt:
Wird als „eingepägt“ betrachtet!
Wegen $U_S \propto 1/\kappa_{E,lokal}$ **erhöht** sich die Schrittspannung mit **LOKAL abnehmender** Bodenleitfähigkeit (d.h. bei Austrocknung des Bodens) bzw. verringert sich bei lokal leitfähigem Boden!

V5.2 Erdung

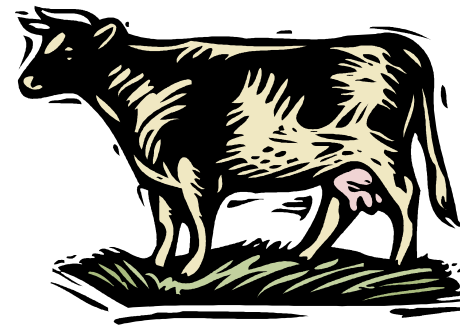
Schrittspannung bei Blitzeinschlag

- Gefahr gefährlicher el. Körper-Durchströmung wird minimiert, wenn der Körper den Boden nur an einer einzigen Stelle mit möglichst kleiner Fläche berührt.
- Im Potentialtrichter-Bereich steht man mit geschlossenen Füßen am sichersten: $\Delta_S \downarrow$
- Deshalb: **Bei Gewitter** mit geschlossenen Füßen in die Hocke gehen (Hocke: geringere „Spitzenwirkung“ E_{\max} , um den Blitz nicht selbst anzuziehen), ABER: NICHT hinsetzen oder gar hinlegen $\Rightarrow \Delta_S \uparrow \Rightarrow$ bei nahem Blitzeinschlag sonst lebensgefährlich hohe Schrittspannung.



$\Delta_S \approx 20 \text{ cm}$

Quelle: VDE



$\Delta_S \approx 1.5 \text{ m}$

- **Schrittspannung für Tiere im Freien:** Gefahr für z. B. weidende Kühe: Vier Beine und großer Beinabstand $\Delta_S \uparrow \Rightarrow$ größere Schrittspannung $U_S!$

V5.2 Erdung

Erder-Arten

Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Spezifischer Widerstand des Erdreichs: $\rho_E = 1/\kappa_E$

$\rho_E / (\Omega \cdot m) = 50 \quad \dots \quad 500 \quad \dots \quad 2000 \quad \dots \quad 10^5$

Moor feuchter trockener Fels
Kies Kies Sand

- Typische Erder-Arten:

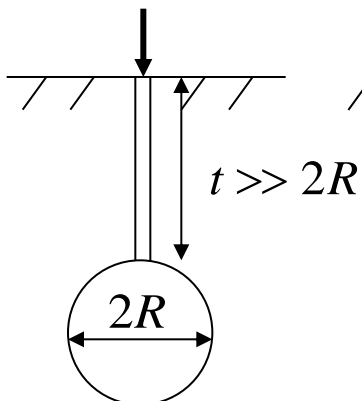
Kugel-Erder

Halbkugel-Erder

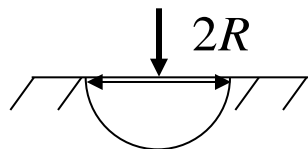
Plattenerder

Stab-Erder

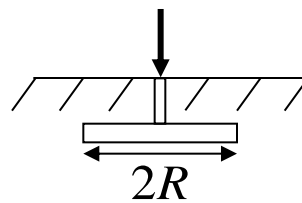
Band-Erder



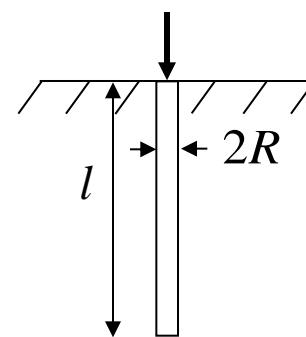
$$R_E = \frac{\rho_E}{4\pi \cdot R}$$



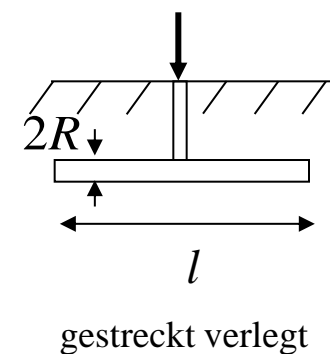
$$R_E = \frac{\rho_E}{2\pi \cdot R}$$



$$R_E \approx \frac{\rho_E}{8 \cdot R}$$



$$R_E = \frac{\rho_E}{2\pi \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{2l}{R}\right)$$



$$R_E \approx \frac{\rho_E}{\pi \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{l}{R}\right)$$



V5.2 Erdung

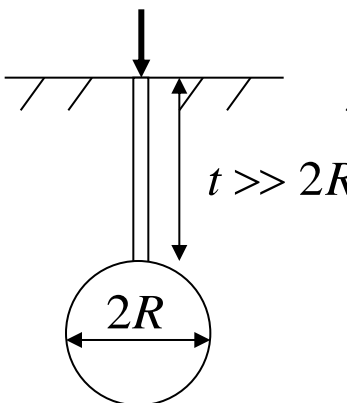
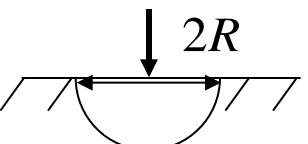
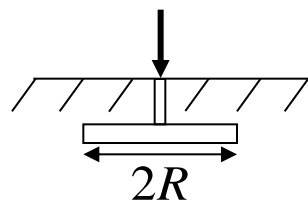
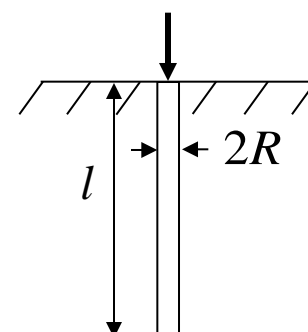
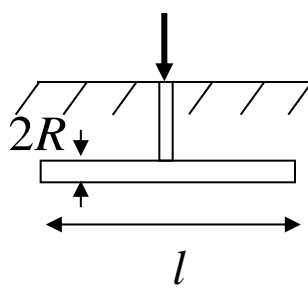
Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Beispiel: Erd-Ausbreitungswiderstand R_E

• Spezifischer Widerstand des feuchten Erdreichs: $\rho_E = 100 \Omega \cdot \text{m}$

Kugel-Erder	Halbkugel-Erder	Plattenerder	Stab-Erder	Band-Erder
				
$R = 0.5 \text{ m}$	$R = 1.0 \text{ m}$	$R = 0.8 \text{ m}$	$R = 30 \text{ mm}$ $l = 6 \text{ m}$	$R = 30 \text{ mm}$ $l = 12 \text{ m}$
$R_E = 16 \Omega$	$R_E = 16 \Omega$	$R_E = 16 \Omega$	$R_E = 16 \Omega$	$R_E = 16 \Omega$

- Bei gleichem R_E hat der **Kugel-Erder** die kleinsten Abmessungen !
- Tiefer Kugelerder und Banderder bilden „flache“ Potentialtrichter!



V5 Personenschutz und Netzformen

Übersicht

1. Stromunfall
2. Erdung
3. Schutz in Niederspannungsnetzen
4. Netzformen
5. Betriebsmittel - Schutzklassen

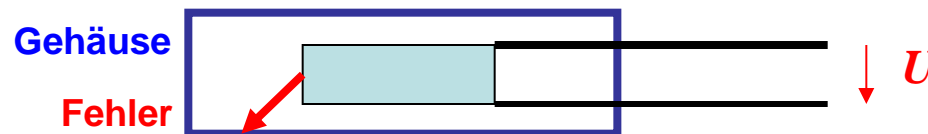
V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Berührungsschutz in Niederspannungsnetzen ($U_N \leq 1 \text{ kV}$); DIN VDE 0100

- a) Schutz sowohl gegen **direktes** als auch **indirektes** Berühren
- b) Schutz gegen **direktes** Berühren
- c) Schutz bei **indirektem** Berühren

- **Beispiel:**

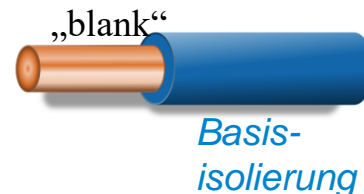
- a) Blanken stromführenden Draht anfassen = **Direktes Berühren!**
- b) El. leitfähiges, normalerweise isoliertes **Gehäuse** eines Geräts hat durch **Fehler einen Kontakt** mit Leiter im Inneren, steht unter Spannung U .
Gehäuse anfassen = **Indirektes Berühren!**



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Schutzmaßnahmen bei direktem Berühren

- **Schutz gegen direktes Berühren: Basisschutz:**
Zufälliges Berühren spannungsführender Teile vermeiden!
 - (i) **Vollständiger** Schutz: Isolierung, Umhüllung, Abdeckung der spannungsführenden Teile!
 - (ii) **Teilweiser** Schutz gegen direktes Berühren: Hindernisse, ...
gegen spannungsführende Teile.
⇒ nur für Elektrofachkräfte (Regel 5)!
- Absichtliches Berühren ist nicht ausgeschlossen!



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Schutzmaßnahmen bei indirektem Berühren (1)



- **Schutz gegen indirektes Berühren:**
Gefahrloses Berühren von zunächst nicht spannungsführenden Teilen elektrischer Betriebsmittel, die infolge eines Fehlers unter Spannung stehen.
 - 1) Schutz durch Abschalten oder Meldung
 - 2) Schutzisolierung
 - 3) Schutz durch nichtleitende Räume
 - 4) Schutz durch erdfreien, örtlichen Potentialausgleich (PE)
 - 5) Schutztrennung



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Schutzmaßnahmen bei indirektem Berühren (2)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1) Schutz durch Abschalten oder Meldung:

Bei Auftreten von Fehlern werden gefährliche Berührungsspannungen durch das Ansprechen von Schutzeinrichtungen automatisch verhindert.

Einstellen der Auslöseschwelle erfolgt durch Koordinierung von

- a) **Netzform** und
- b) **Schutzeinrichtung**, die den fehlerhaften Anlagenteil in der vorgeschriebenen Abschaltzeit t_A (z. B. 0.2 s oder 5 s) abschalten muss.

2) Schutzisolierung:

Isolierstoffumhüllung el. leitfähiger Teile mit möglicherweise gefährlich hoher Berührspannung.



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Schutzmaßnahmen bei indirektem Berühren (3)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

3) Schutz durch nichtleitende Räume: (für das Arbeiten unter Spannung)

Diese Räume sind so el. isoliert und die Abstände so groß festgelegt (min. 2.5 m), dass man immer nur ein Potential berühren kann, aber nicht zwei unterschiedliche Potentiale gleichzeitig.

So befindet sich der Mensch auf demselben (hohen) el. Potential des Betriebsmittels, das er bearbeitet.

4) Schutz durch erdfreien, örtlichen Potentialausgleich (PE):

Alle gleichzeitig berührbaren Körper und fremde el. leitfähige Teile werden (ohne Erdung) durch PE miteinander verbunden.

5) Schutztrennung („Sichere Trennung“):

Über Trenntransformatoren gespeiste, nicht geerdete Stromkreise:

Bei einzeitigem Erdschlussfehler wird Fehlerstrom I_F durch die kleine Erdkapazität C_E auf kleine Werte begrenzt: $I_F \cong U_E \cdot \omega C_E$



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

$(U_N \leq 1 \text{ kV})$

Sicherheits-, Schutz- u. Funktionskleinspannung (1)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Normen: IEC 60449, IEC 60364-4-41 (VDE 0100-410)

A) Sicherheitskleinspannung SELV: (*Safety Extra Low Voltage*)

B1) Schutzkleinspannung PELV: (*Protective Extra Low Voltage*),
(früher „Funktionskleinspannung mit sicherer Trennung“)

B2) Funktionskleinspannung FELV: (*Functional Extra Low Voltage*)
(früher: „Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung“)

C) Schutz durch Begrenzung der Entlade-Energie:
Personenschutz ist erfüllt für Entlade-Energie $W \leq 350 \text{ mJ}$.



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

$(U_N \leq 1 \text{ kV})$

Sicherheits-, Schutz- u. Funktionskleinspannung (2)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Bezeichnung	Spannungsbereich	Sichere Trennung ?	Basisisolierung erforderlich ?	Erdung erlaubt ?
SELV	$U \leq 25 \text{ V (eff.) AC}$ $U \leq 60 \text{ V DC}$	Ja	Nein	Nein
SELV	$U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$ $U \leq 120 \text{ V DC}$	Ja	Ja	Nein
PELV	$U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$ $U \leq 120 \text{ V DC}$	Ja	Ja	Ja
FELV	$U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$ $U \leq 120 \text{ V DC}$	Nein	Ja	Ja

- „Sichere Trennung“:

Primärstromkreis von Netz-Transformatoren vom Sekundärstromkreis durch eine doppelte oder verstärkte Isolierung getrennt z. B. durch

- (i) Trenn- oder Sicherheitstransformator,
- (ii) Eigener AC-Generator,
- (iii) DC-Quelle (Batterie).



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

$(U_N \leq 1 \text{ kV})$ Sicherheitskleinspannung (1)



A) Sicherheitskleinspannung SELV: Nicht geerdetes System!

A1) $U \leq 25 \text{ V}$ (eff.) AC, $U \leq 60 \text{ V}$ DC: Keine Basisisolierung erforderlich!

worst - case : $R_K = 1 \text{ k}\Omega$: $I_{B,AC} = U_{AC} / R_K = 25 \text{ mA}$ Loslass-Grenze

Anwendung: Kleinspannungs-Halogenlampen (z. B. blanke Strom-Seilsysteme);
Modelleisenbahn-Transformatoren, Steckernetzteile, Ladegeräte.
Bei Kinderspielzeug: $U_{N,DC} \leq 24 \text{ V}$ Gleichspannung!

A2) $U \leq 50 \text{ V}$ (eff.) AC, $U \leq 120 \text{ V}$ DC: Basisisolierung erforderlich!

Dadurch kein direktes Berühren spannungsführender Teile (unabsichtlich) möglich!

worst - case : $R_K = 1 \text{ k}\Omega$: $I_{B,AC} = U_{AC} / R_K = 50 \text{ mA}$ Herzkammerflimmer-Grenze

Anwendung: z. B. Bauindustrie: Stromversorgung an der Baustelle

Bei (unerlaubter) Erdung des Stromkreises kann bei
Berührung des blanken Drahts bzw. bei schadhafter Basisisolation
wegen $U_B < 50 \text{ V}$ **nur ein (kleiner) Fehlerstrom fließen!**

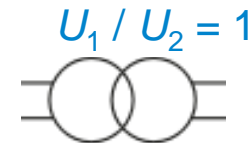


V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Trenn- und Sicherheitstransformator

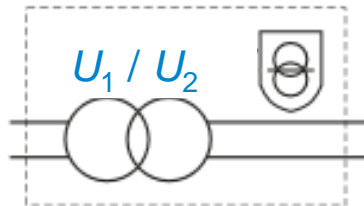
a) Trenntransformator:

$\ddot{u} = 1:1$ mit Schutztrennung (galvanische Trennung)



b) Sicherheitstransformator (Schutztransformator): $U_1 \leq 1.1 \text{ kV}$, $U_2 \leq 50 \text{ V eff}$

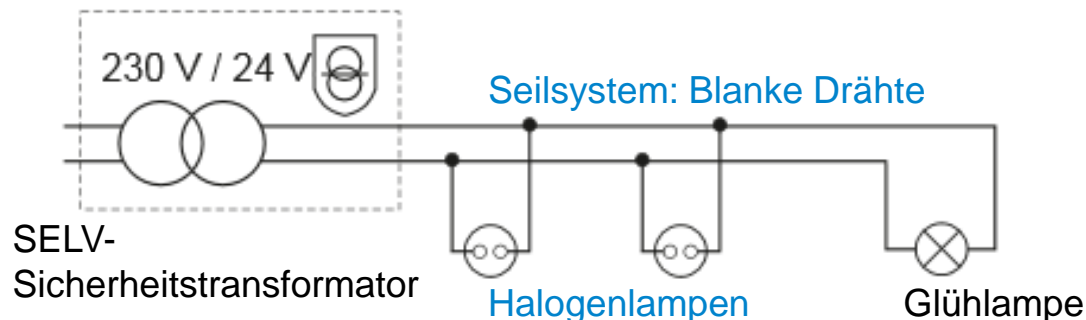
$\ddot{u} > 1$: Liefert sekundärseitig Kleinspannungen für SELV- und PELV-Stromkreise.



Sicherheitstransformator



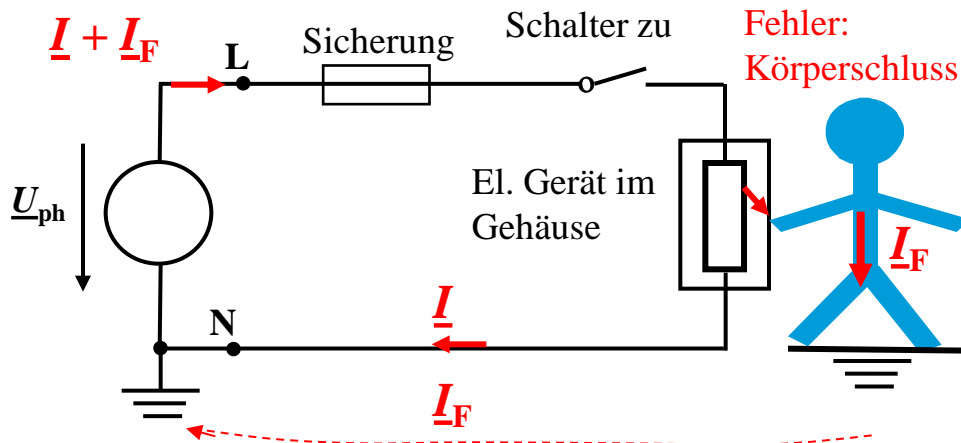
Kennzeichnung des
Sicherheitstransformators



Quelle: Schneider electric

V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

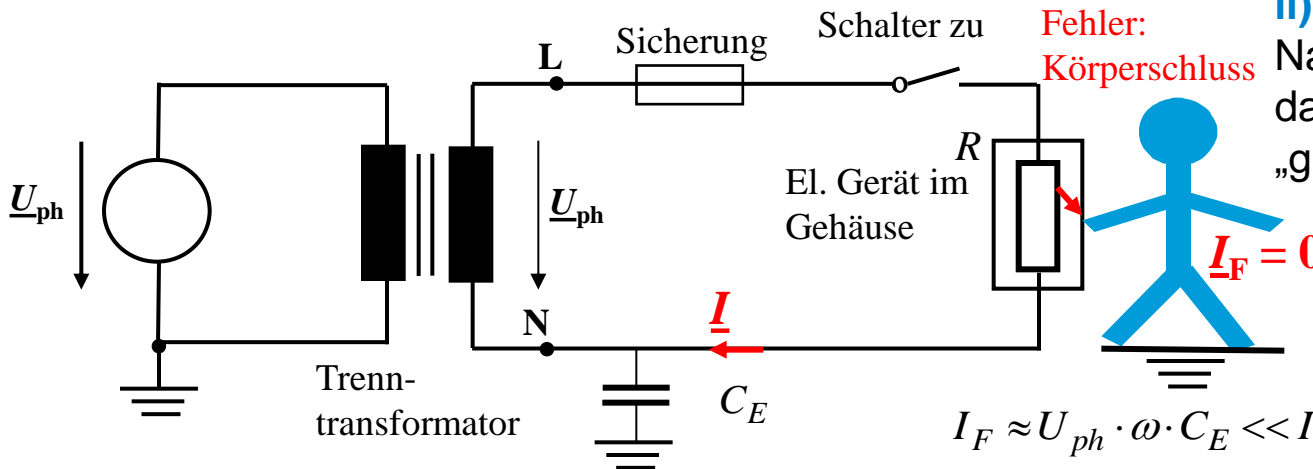
Ohne / mit Trenntransformator



i) Ohne Trenntransformator:

Kleiner, aber für Menschen gefährlicher Erdstrom I_F löst die Sicherung (oder den Leitungsschutzschalter) nicht aus.

I : Betriebsstrom



ii) Mit Trenntransformator:

Nahezu kein Fehlerstrom I_F , da wegen kleinem C_E kein „geschlossener“ Stromkreis!

$$\omega \cdot C_E \ll 1/R$$

$$I_F \approx U_{ph} \cdot \omega \cdot C_E \ll I_{B,grenz} \Rightarrow I_F \approx 0$$

V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

$(U_N \leq 1 \text{ kV})$ Sichere Trennung



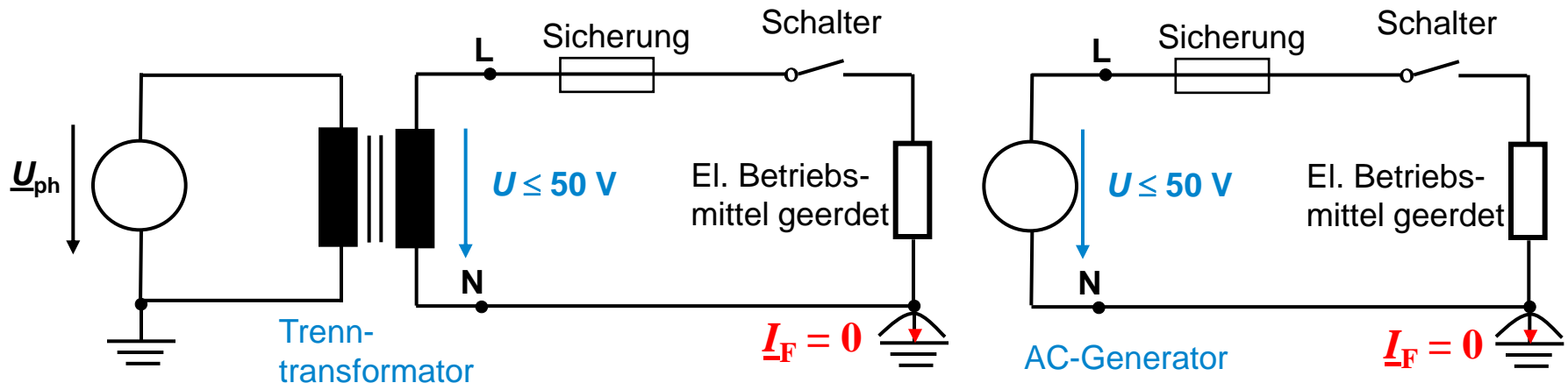
- Wegen sicherer Trennung (z. B. Trenntransformator, AC-Generator):
Trotz Körperschluss **kein** Fehlerstrom I_F ,
da (außer über kleines C_E) **kein** geschlossener Stromkreis!
 - Fehlermöglichkeiten:
 - a) Es sollte sekundär nur EIN Verbraucher angeschlossen sein, sonst:
Bei Körperschluss beim ersten und zweiten Verbraucher Gefahr des Ausgleichsstroms;
wenn z. B. beide Verbraucher gleichzeitig berührt werden.
 - b) Bei Erdberührung (Fehler 1) der sekundären Leitung kann bei Körperschluss am Gerät (Fehler 2) ein Fehlerstrom über berührenden Menschen fließen („Doppelfehler“).
- ⇒ ABER wegen Sicherheitskleinspannung **ist Fehlerstrom ungefährlich klein!**



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Funktionserdung

B) Schutz- und Funktionskleinspannung: Geerdete Systeme! Basisisolierung erforderlich!
Erdung nötig wegen ungünstiger Umgebungsbedingungen („Funktionserdung“):
z. B. zur Vermeidung von Funkenbildung.



- Wegen sicherer Trennung (z. B. Trenntransformator, AC-Generator):
Trotz geerdetem Betriebsmittel **kein** Fehlerstrom I_F , da **kein** geschlossener Stromkreis!

V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Schutzkleinspannung PELV



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

B1) Schutzkleinspannung: (*Protective Extra Low Voltage*, PELV),
Grenzen der Berührungsspannung: $U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$, $U \leq 120 \text{ V DC}$:
(früher „Funktionskleinspannung mit sicherer Trennung“)

„Sichere“ Trennung (z. B. Trenntransformator, AC-Generator):
Trotz Körperschluss **kein** Fehlerstrom I_F , da (außer über kleines C_E)
kein geschlossener Stromkreis!

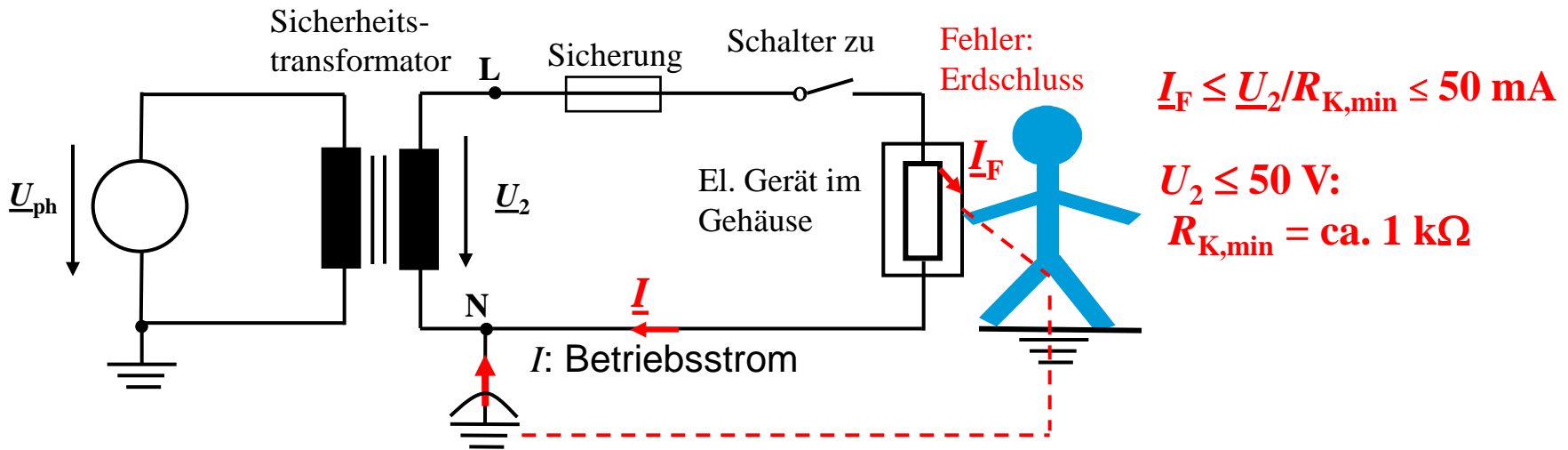
Anwendung:

Bauindustrie, Betrieb von E-Werkzeug in Kesseln („enger metallischer Raum“),
Rasier-Steckdosen in Badezimmern, ...



V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

PELV: Beispiel: Körperschluss



$$I_F \leq U_2 / R_{K,min} \leq 50 \text{ mA}$$

$$U_2 \leq 50 \text{ V:}$$

$$R_{K,min} = \text{ca. } 1 \text{ k}\Omega$$

- Bei **Berühren** des fehlerhaften Geräts \Rightarrow Schutzkleinspannung $< 50 \text{ V}$: Fehlerstrom I_2 über Körper durch $U_2 \leq 50 \text{ V}$ auf ca. $\leq 50 \text{ mA}$ (Herzkammerflimmer-Grenze) begrenzt!

V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Funktionskleinspannung FELV

B2) Funktionskleinspannung: (*Functional Extra Low Voltage*, FELV)

$U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$, $U \leq 120 \text{ V DC}$: (früher: „Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung“)

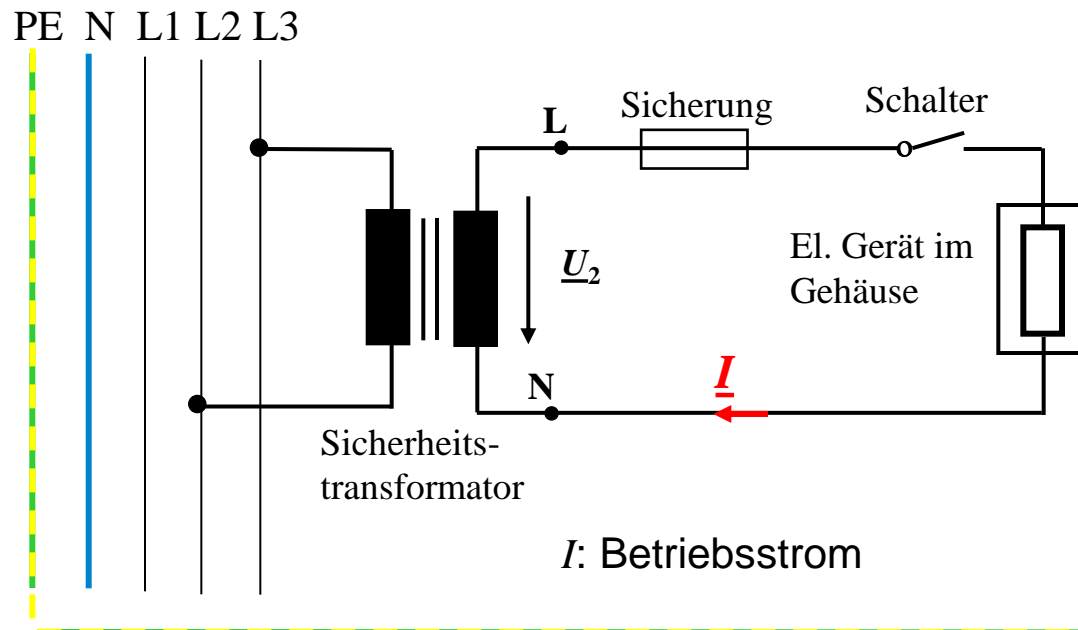
- Einspeisendes Netz hat **keine** „sichere Trennung“, da Verbraucher mit PE des speisenden Netzes verbunden sind.
- Schutz gegen indirektes Berühren muss durch das **Schutzorgan** dieses speisenden Netzes gewährleistet sein.
- Erdung der Verbraucher ist erlaubt, aber sie müssen mit dem PE des speisenden Netzes (**Schutzleiter der Primärseite**) verbunden sein.
- Sekundäre Spannungsquelle muss gegenüber speisendem Netz **galvanisch getrennt** sein
⇒ Spartransformatoren, Spannungsteiler, ...
wegen galvanischer Verbindung nicht erlaubt!

Anwendung:

Messtechnische Anlagen, Maschinensteuerungen, Fernmelde- und Fernsprechanlagen, Gegensprechanlagen, ...

V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Beispiel: Funktionskleinspannung FELV

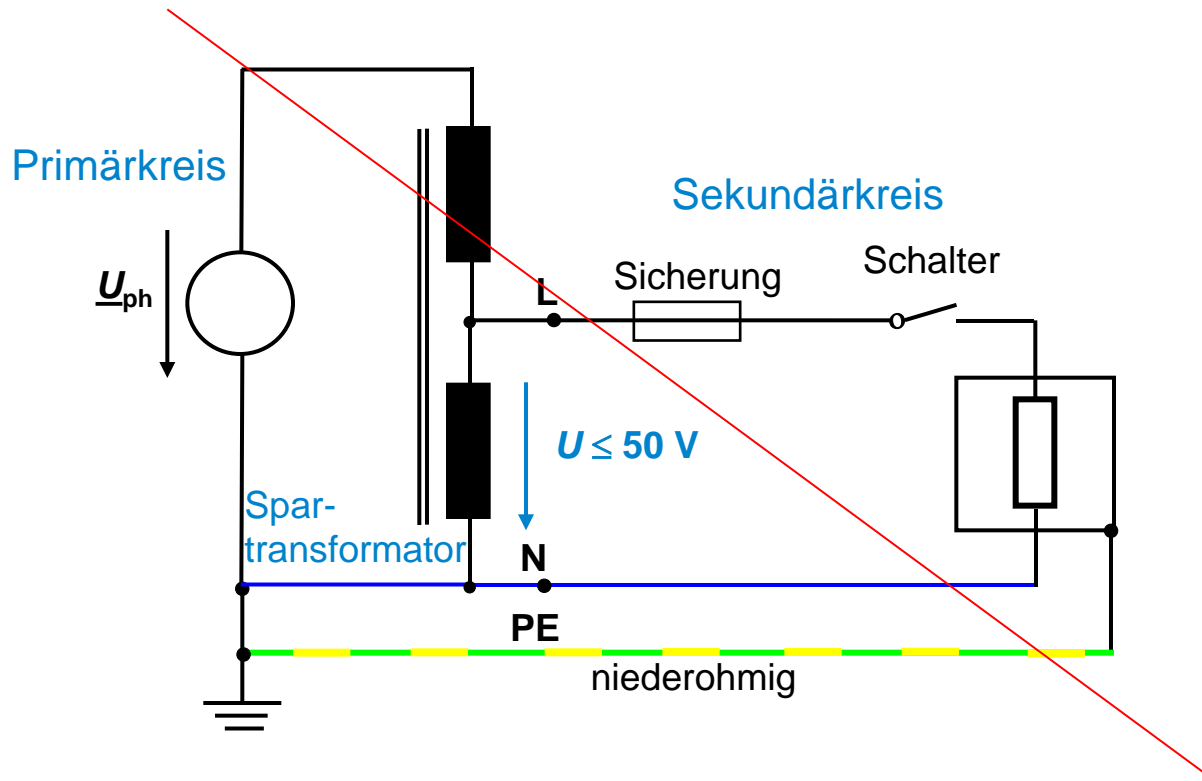


Kleinspannung FELV = Ohne „sichere Trennung“,
da PE den Sicherheitstransformator überbrückt.

V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Unzulässig: FELV + Spartransformator

- Keine galvanische Trennung zwischen speisendem Primärkreis und Kleinspannungskreis (Sekundärkreis) \Rightarrow für FELV **nicht zulässig!**
- Hohe Primärspannung ($> 50 \text{ V AC}$) kann im Fehlerfall sekundär wirken!



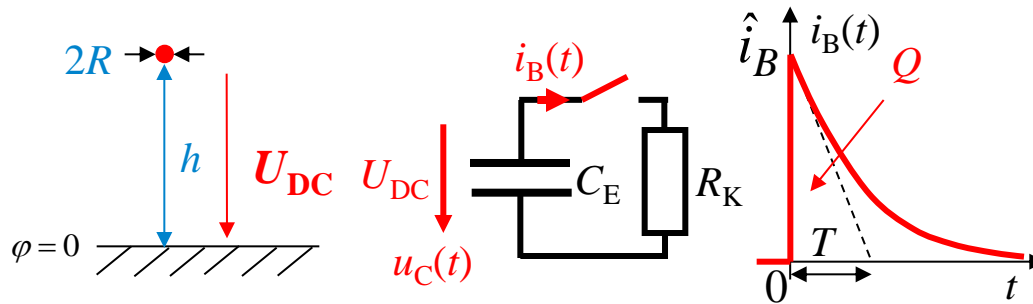
V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

Schutz durch Begrenzung der Entladenergie

Beispiel: Personenschutz ist erfüllt für Entladenergie $W \leq 350 \text{ mJ}$

Ergänzung

Weidezaun: Länge $l = 5540 \text{ m}$ (!), Drahtradius $R = 0.7 \text{ mm}$, Zaunhöhe $h = 0.8 \text{ m}$;
el. Spannung: $U_{DC} = 4 \text{ kV}$ ($> 1 \text{ kV}$!), aber el. Ladung Q SEHR begrenzt



Kondensatorentladung über menschlichen Körper $R_K = 1 \text{ k}\Omega$

Anfangsbedingung: Energie W kann nicht „sprungartig“ geändert werden

$$W(0-) = W(0+) : u_C(0-) = u_C(0+) = U_{DC}$$

$$C_E \Big|_{h \gg R} \approx \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l}{\ln(h/R)} = \frac{2\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 5540}{\ln(0.8/0.0007)} = 43.5 \text{ nF} \Rightarrow W = \frac{C_E \cdot U_{DC}^2}{2} = 350 \text{ mJ} \quad Q = C_E \cdot U_{DC} = 174 \mu\text{C}$$

$$t > 0: \frac{1}{C_E} \cdot \int i_B(t) \cdot dt + R_K \cdot i_B(t) = 0 \Rightarrow \frac{di_B(t)}{dt} + \frac{1}{C_E R_K} \cdot i_B(t) = 0 \Rightarrow i_B(t) = i_B(0+) \cdot e^{-t/T} = \hat{i}_B \cdot e^{-t/T}$$

$$T = C_E \cdot R_K = 43.5 \mu\text{s} \quad u_C(t) = -\frac{1}{C_E} \cdot \int i_B(t) \cdot dt = i_B(0+) \cdot R_K \cdot e^{-t/T} \Rightarrow u_C(0+) = U_{DC} = i_B(0+) \cdot R_K$$

$$i_B(t) = \frac{U_{DC}}{R_K} \cdot e^{-t/T} \quad \hat{i}_B = \frac{4000}{1000} = 4 \text{ A}, t_F \approx 3 \cdot T = 0.130 \text{ ms} = 0.00013 \text{ s}$$

Sehr kurze Einwirkdauer, daher ungefährlich!

V5 Personenschutz und Netzformen

Übersicht

1. Stromunfall
2. Erdung
3. Schutz in Niederspannungsnetzen
4. Netzformen
5. Betriebsmittel - Schutzklassen

V5.4 Netzformen

Kennzeichnung der Netzformen

- **Erster Buchstabe:** Erdungspunkt des speisenden **Netzes**
 - T** direkte Erdung eines Punktes (**t**erre (franz.): Erde)
 - I** Isolierung aller aktiven Teile (**i**solated)
- **Zweiter Buchstabe:** Erdungsbedingungen des elektrischen **Betriebsmittels**
 - T** „Körper“ (z. B. leitfähiges Gehäuse) direkt geerdet
 - N** Körper mit der Betriebserde verbunden (**n**eutral)
- **Weitere Buchstaben:** Anordnung des **Schutzleiters** und des **Neutralleiters**
 - S** Schutz- und Neutralleiter getrennt: PE, N (**s**eparated)
 - C** Schutz- und Neutralleiter kombiniert: PEN (**c**ombined)

TN-Netze:

Hauptsächlich in öff. Elektrizitätsversorgung verwendet!

Varianten: TN-C, TN-S, TN-C-S

V5.4 Netzformen

Neutral- und Schutzleiter

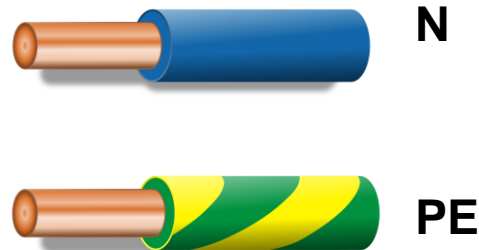
- **Neutralleiter N („Sternpunktleiter“)** ist im Niederspannungsnetz ein Leiter,

- a) mit dem Neutralpunkt („Sternpunkt“) elektrisch verbunden und

- b) in der Lage ist, zur Verteilung elektrischer Energie beizutragen.

- **Schutzleiter PE (protective earth):**

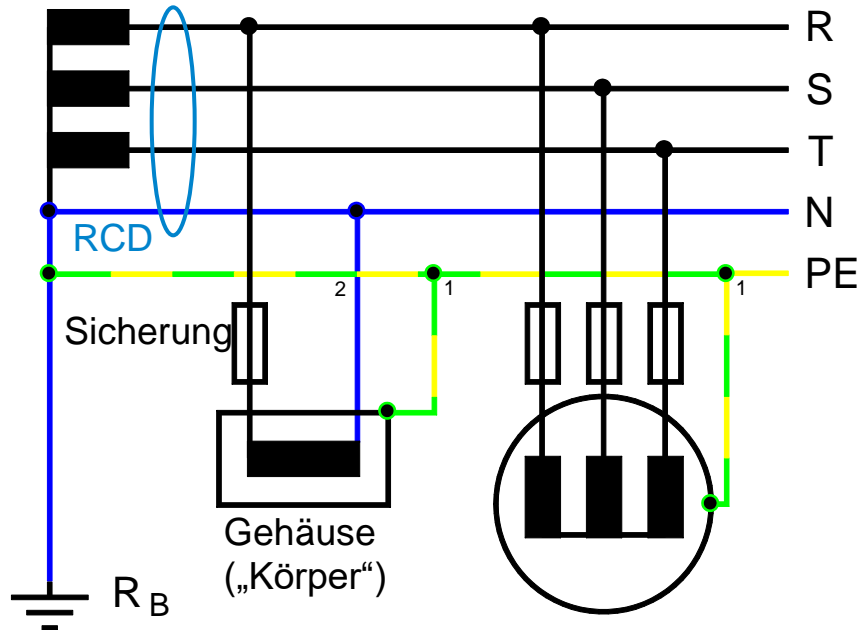
El. Leiter zum Zweck der Sicherheit z. B. gegen elektrischen Schlag.



Quelle: Wikipedia

V5.4 Netzformen

TN-S-Netz (meist im Wohnungsbereich)

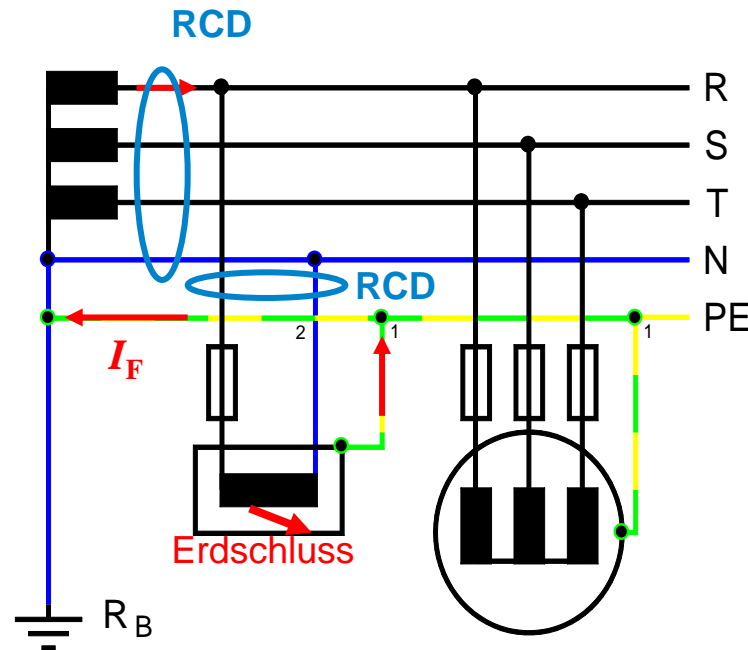


TN-S-Netz:

- **T:** Sternpunkt des Netzes direkt geerdet
(Betriebserde: Erdungswiderstand $R_B = \text{ca. } 2 \Omega$ Sollwert)
- **N:** Körper direkt mit Betriebserde verbunden (gelb-grün gestreifter PE)
- **S:** Neutral- und Schutzleiter **getrennt**: PE und N
- Für Leiterquerschnitte $q_{Cu} < 10 \text{ mm}^2$: PE nur bei Erdfehlerstrom stromführend.

V5.4 Netzformen

Beispiel: Fehler im TN-S-Netz



• „Körperschluss“-Fehler im Gerät:

Fehlerstrom I_F fließt über PE zur Spannungsquelle zurück \Rightarrow

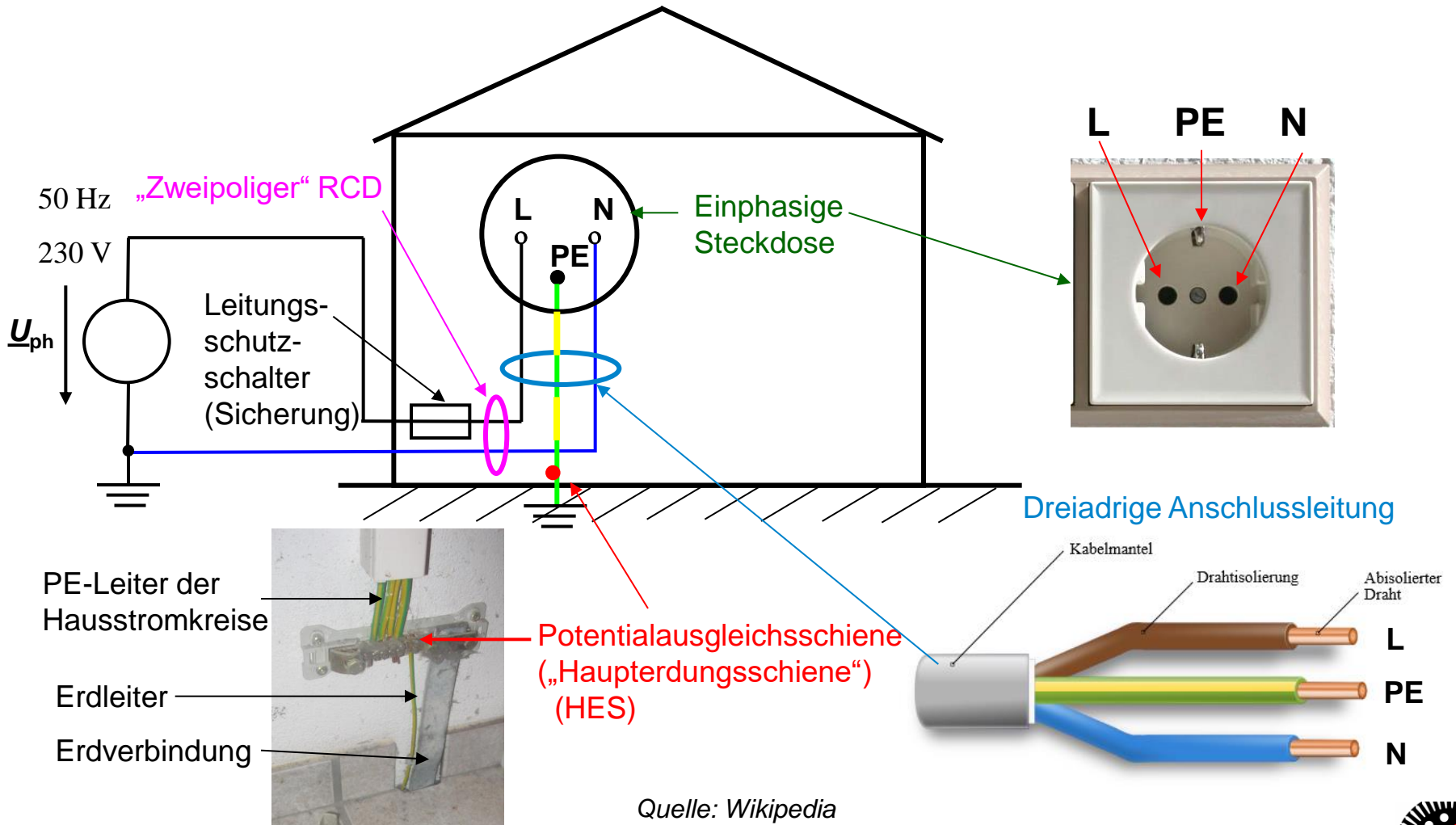
Fehlerstromschutzschalter (RCD: RCCB) schaltet ausreichend schnell ab.

V5.4 Netzformen

Elektroinstallation – Einphasige Niederspannung < 1 kV



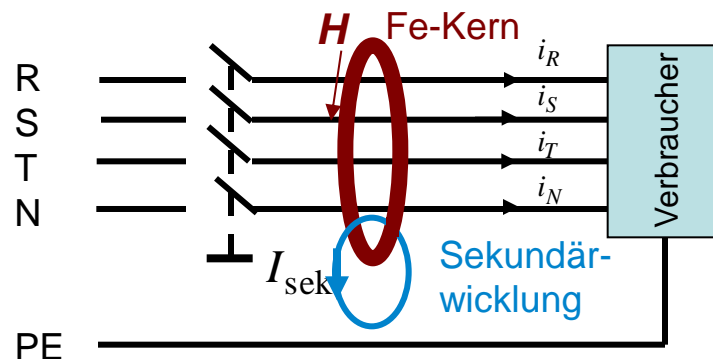
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



V5.4 Netzformen

RCD-Schutz (Fehlerstromschutzschalter „FI“)

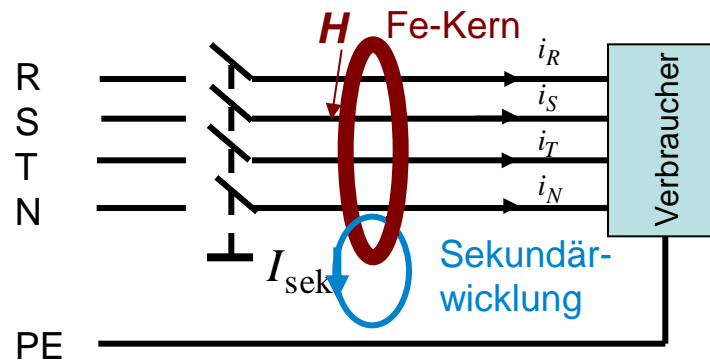
- **Fehlerstrom-Schutzschalter** (RCCB: Residual Current operated Circuit-Breaker):
 - Differenzstrom-Schutzschalter aus der Gruppe der Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen (RCD, Residual Current Device).
 - Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen verhindern gefährlich hohe Fehlerströme gegen Erde.



- RCCB löst bei Erreichen des Bemessungsfehlerstroms (z. B. $I_{\Delta n} = 30 \text{ mA}$) aus.
- Er schaltet den betroffenen Verbraucher allpolig vom Netz ab.
- Schutzleiter PE ist davon **ausgenommen**.

V5.4 Netzformen

RCD-Schutz (Fehlerstromschutzschalter „FI“)



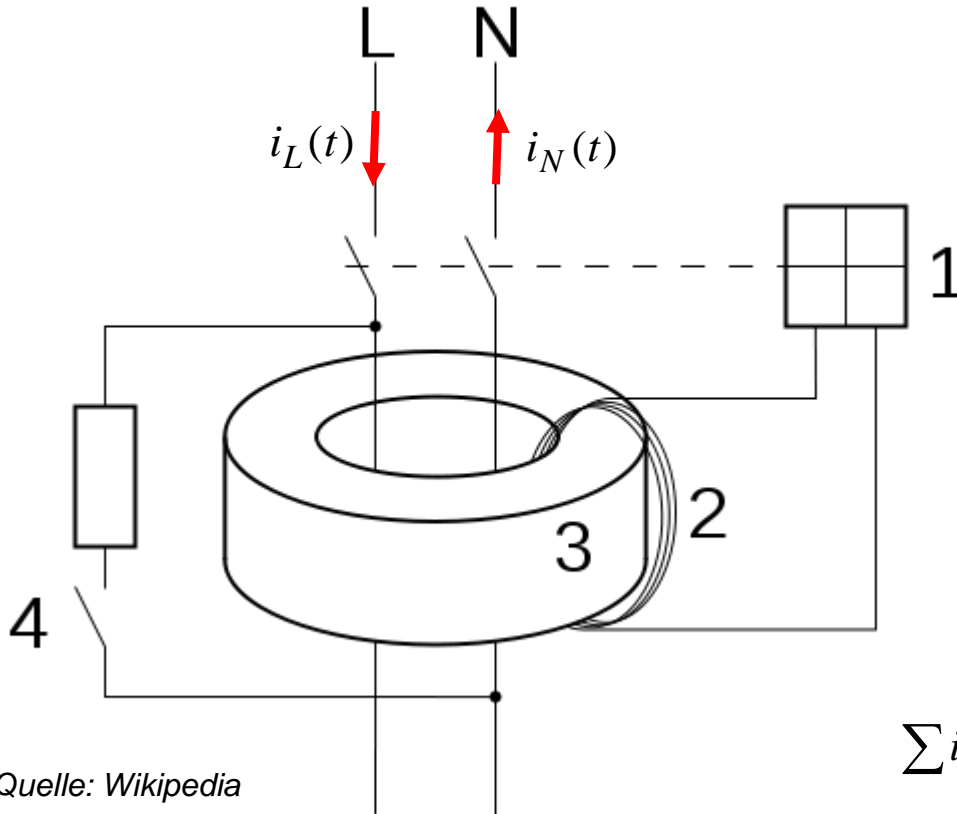
- Der RCCB bildet mit Summenstromwandler die arithmetische Summe aller Augenblicks-Ströme:

$$\sum i(t) = i_R(t) + i_S(t) + i_T(t) + i_N(t) = i_{\Delta n}(t) \quad \text{eff.: } I_{\Delta n}$$

- Fehlerfreie Anlage: $\sum i(t) = 0$
- Bei Fehlerstrom über PE: $\sum i(t) = i_{\Delta n}(t) \neq 0$
- Durchflutung $i_{\Delta n}(t)$ erregt H -Wechselfeld im Fe-Kern: Induziert in Sekundärwicklung Spannung \Rightarrow Sekundärstrom I_{sek} \Rightarrow löst Schalter aus = **schaltet Stromkreis allpolig ab.**
- **Gleichfehlerströme** $I_{\Delta n} = \text{konst.}$ **NICHT** erfasst: KEINE sekundäre Spannungsinduktion!

V5.4 Netzformen

„Zweipoliger“ RCD-Schutz („FI“)



Quelle: Wikipedia

- Baugruppen eines zweipoligen Fehlerstrom-Schutzschalters

- 1: Schaltschloss
- 2: Sekundärwicklung
- 3: Summenstromwandler
- 4: Prüftaste

$$\sum i(t) = i_L(t) + i_N(t) = i_{\Delta n}(t) \quad \text{eff.: } I_{\Delta n}$$

Fehlerfreie Anlage: $\sum i(t) = 0$

Bei Fehlerstrom über PE: $\sum i(t) = i_{\Delta n}(t) \neq 0$

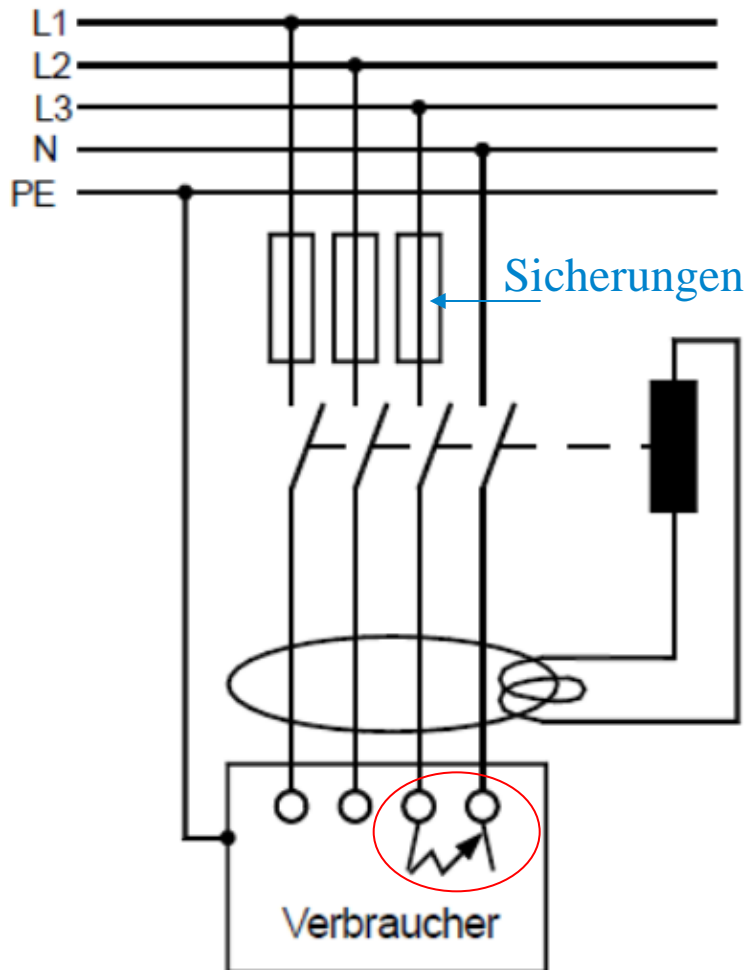
- Personen- / Brandschutz:

$$I_{\Delta n} = 30 \text{ mA} / 300 \text{ mA}$$

V5.4 Netzformen

Bsp.: Prüfungsfrage

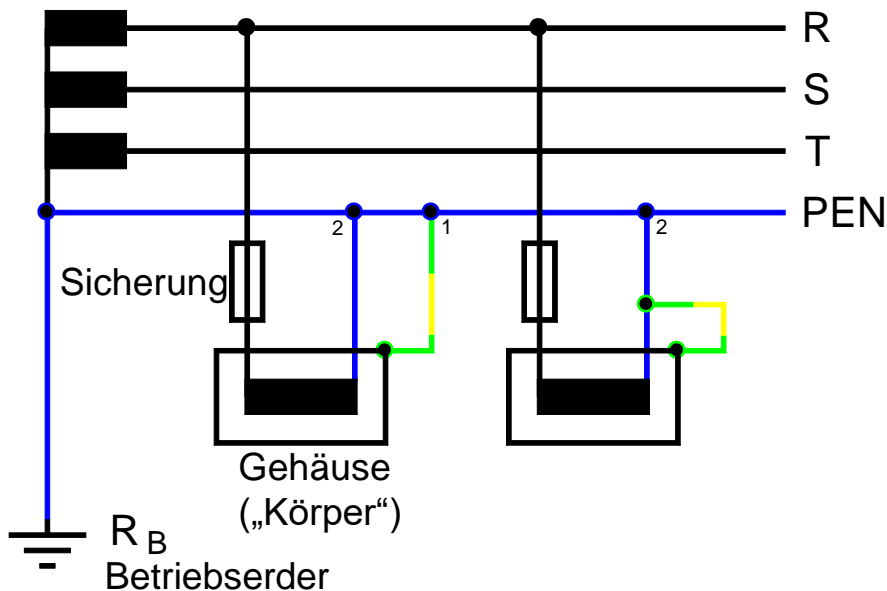
RCD-Schutz (Fehlerstromschutzschalter „FI“)



- Der dargestellte Verbraucher ist an ein TN-S-Netz angeschlossen.
- Es ist
 - a) ein Fehlerstrom (FI)-Schutz und
 - b) ein Überstromschutz (Sicherung) installiert.
- Frage:
Welches Schutzgerät spricht bei dem dargestellten Fehler (leitende Verbindung L3-N im Gerät) zuerst an?
- Antwort:
Kurzschluss zwischen L3 und N \Rightarrow Überstrom \Rightarrow Überstromschutz löst aus!

V5.4 Netzformen

TN-C-Netz



Ältere Haushalte:
N als PE mit verwendet!

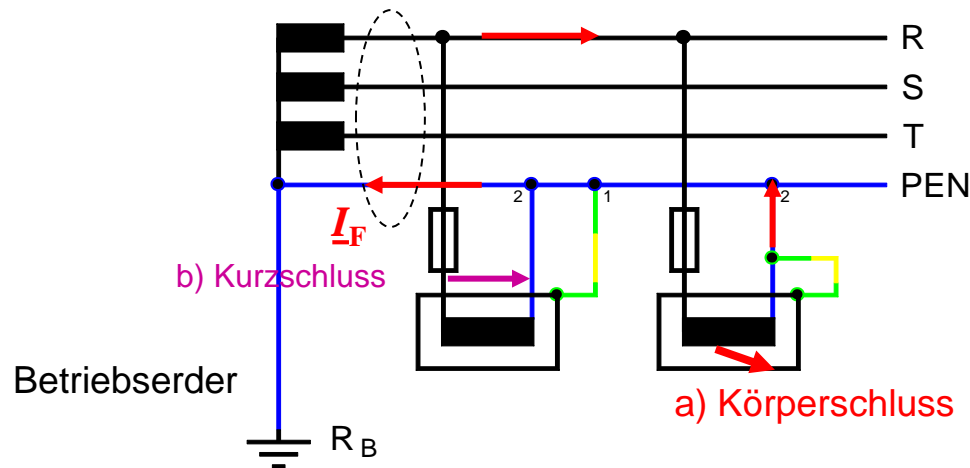
TN-C-Netz: (früher: „Klassische Nullung“)

- **T:** Sternpunkt des Netzes direkt geerdet (Erdungswiderstand R_B)
- **N:** Körper direkt mit Betriebserde verbunden (gelb-grün gestreifter PE)
- **C:** Schutzleiter N und Neutralleiter **kombiniert:** PEN.
- Nur für fest verlegte Leiter $q_{Cu} \geq 10 \text{ mm}^2$,
da PEN bei unsymmetrischer Last stets Strom führt (auch im fehlerfreien Fall)



TN-C-Netz: RCD kann nicht verwendet werden.

Stromsumme auch im Fehlerfall Null:
kein RCD möglich



a) „Körperschluss“-Fehler im Gerät:

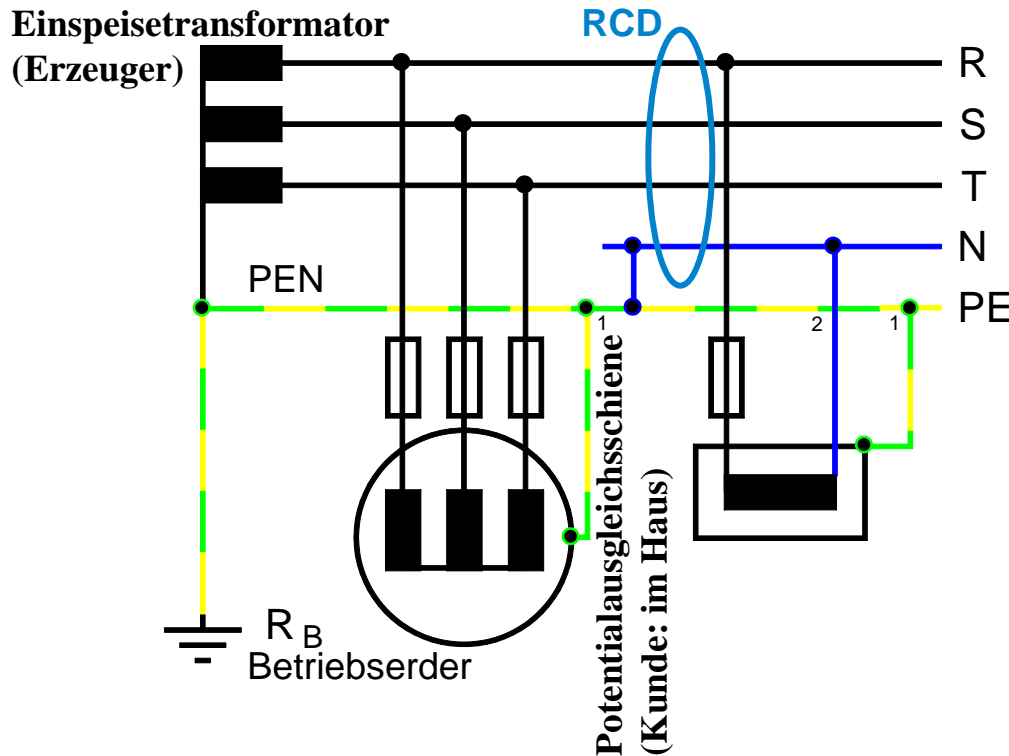
Fehlerstrom I_F fließt über PEN als N zur Spannungsquelle zurück \Rightarrow Stromsumme aus R, S, T, PEN stets Null \Rightarrow RCD schaltet nicht ab, kann daher nicht verwendet werden!
Es muss der Fehlerstrom dank niederohmigem PEN so groß sein, dass der Überstromschutz (Sicherung) abschaltet!

b) Überstrom durch Kurzschluss: Sicherung schaltet ab!



V5.4 Netzformen

TN-C-S-Netz (kein Neutralleiter vom Netz)



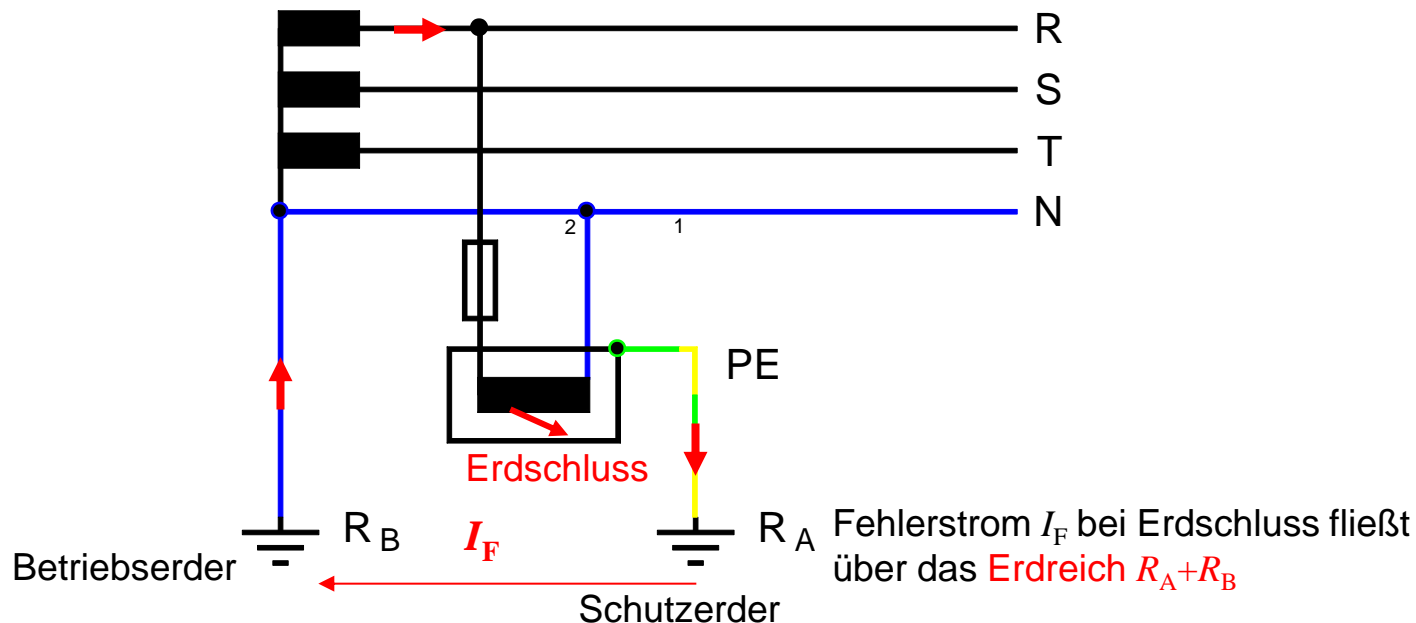
RCD kann verwendet werden!

TN-C-S-Netz: („Moderne Nullung“, in Deutschland ca. 95% der Haushalte)

- **T:** Sternpunkt des Netzes direkt geerdet (Erdungswiderstand R_B)
- **N:** Körper direkt mit Betriebserde verbunden (gelb-grün gestreifter PE)
- **C, S:** Neutral- und Schutzleiter bei Erzeuger **kombiniert**,
bei Kunden **getrennt:** PEN / PE + N

V5.4 Netzformen

TT-Netz: Jeder Verbraucher mit Funktionserdung!

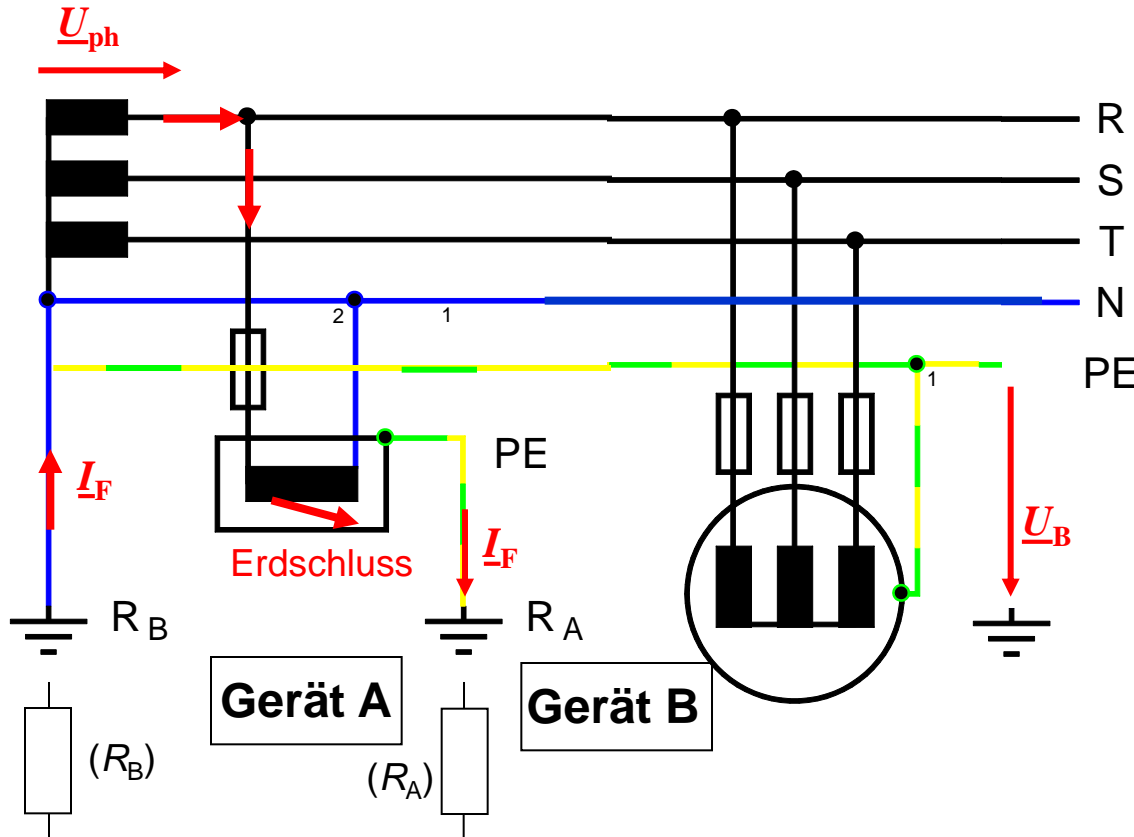


TT-Netz: (TT(-S)): In *Deutschland* nur fallweise im Einsatz, da separate Erdung teuer!

- **T:** Sternpunkt des Netzes direkt geerdet (Erdungswiderstand $R_B = \text{ca. } 2 \Omega$)
- **T:** Körper mit eigener Erdung (Erdungswiderstand $R_A = \text{ca. } 2 \dots 100 \Omega$) geerdet; daher:
- **S:** Neutral- und Schutzleiter jedenfalls **getrennt:** PE + N

V5.4 Netzformen

Im TN-Netz darf kein Gerät direkt (TT) geerdet werden!



Beispiel:

Unerlaubte Kombination eines TT-Netzes mit einem TN-S-Netz

Erdschlussfehler im über R_A geerdeten Gerät A \Rightarrow Berührungsspannung am über R_B geerdeten Gerät B:

$$U_{ph} \approx (R_A + R_B) \cdot I_F$$

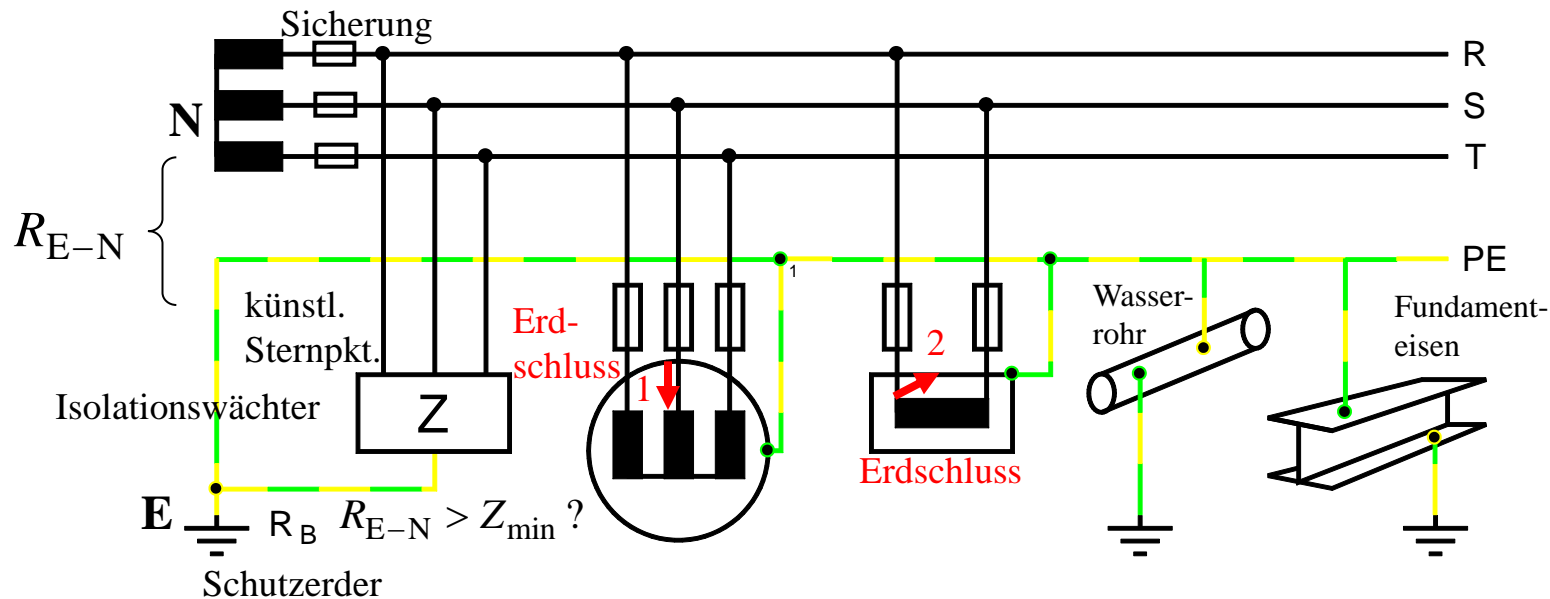
$$U_B = R_B \cdot I_F$$

$$U_B = \frac{R_B \cdot U_N / \sqrt{3}}{R_A + R_B}$$

Bei $R_A \ll R_B$ tritt im Fehlerfall die Phasenspannung U_{ph} des Netzes zwischen Gehäuse und Erde des Geräts B auf = **Gefährdung!**

V5.4 Netzformen

IT-Netz: Isolierter Netzsternpunkt!

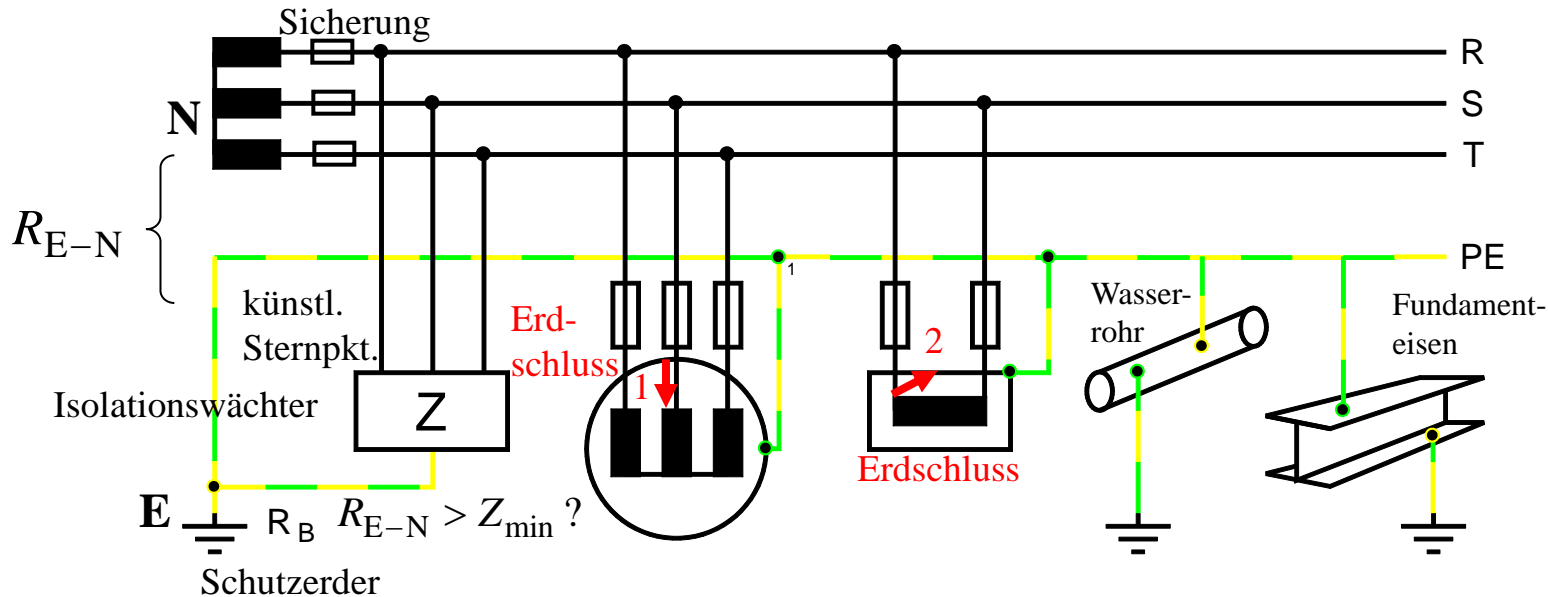


IT-Netz:

- **I:** Das Netz wird ungeerdet betrieben \Rightarrow kein PE-Anschluss dort möglich.
- **T:** Körper müssen mit eigener Erdung (Erdungswiderstand R_B) geerdet sein; daher:
- Kein Neutralleiter vorhanden, nur Schutzleiter PE verwendet (z. B. Anschluss an Wasserrohr).
- Ein **Fehler soll nicht** sofort zur Abschaltung führen: z. B.: Bergbau, Krankenhaus, ...
Aber baldige Fehlerbehebung, da bei **2. Erdschluss** großer KS-Strom: Sicherung löst aus!

V5.4 Netzformen

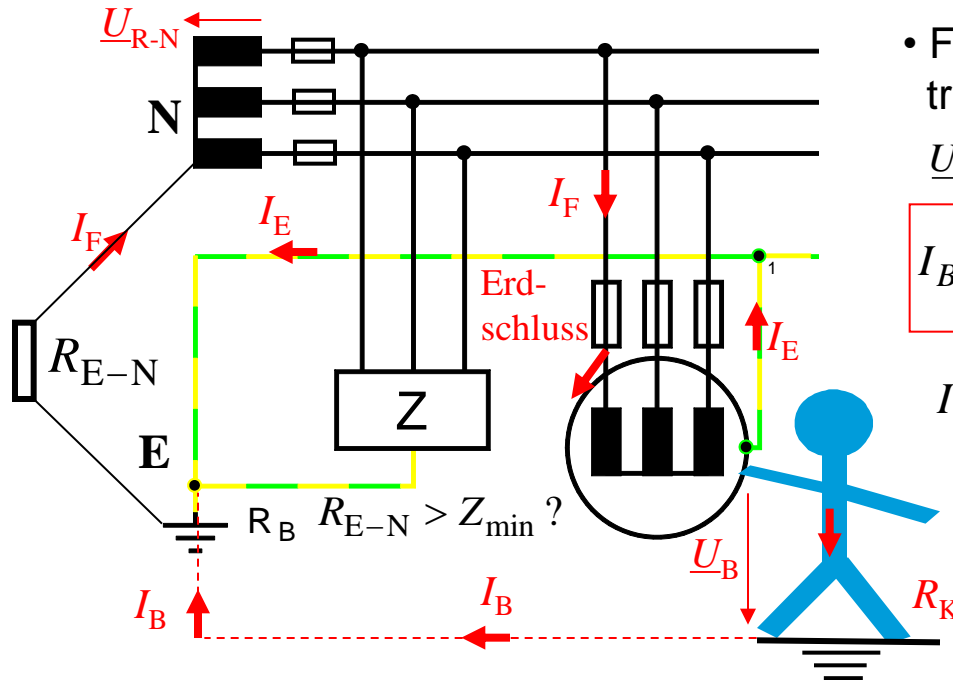
Doppelfehler im IT-Netz



- Der erste Erdschlussfehler **1** führt NICHT zur Abschaltung, da der Fehlerstrom I_F wegen $R_{E-N} \rightarrow \infty$ sehr klein ist.
- Berührungsspannung U_B muss ≤ 50 V bleiben \Rightarrow
 \Rightarrow Isolationswächter misst Isolationswiderstand $R_{E-N} > Z_{\min}$?: Gibt bei 1. Fehler Alarm.
- Zwei Erdschlussfehler **1 & 2** in unterschiedlichen Phasen: I_F groß \rightarrow Sicherung löst aus!

V5.4 Netzformen

Isolationsüberwachung im IT-Netz



- Fehlerstrom $I_F = I_E + I_B$,
treibende Phasenspannung \underline{U}_{R-N}
$$\underline{U}_{R-N} = \underline{I}_F \cdot R_{E-N} + \underline{I}_E \cdot R_B = \underline{I}_F \cdot R_{E-N} + \underline{I}_B \cdot R_K$$

$$I_B = \frac{R_B \cdot U_{R-N}}{R_{E-N} \cdot (R_K + R_B) + R_B \cdot R_K} < I_{B,zul}$$

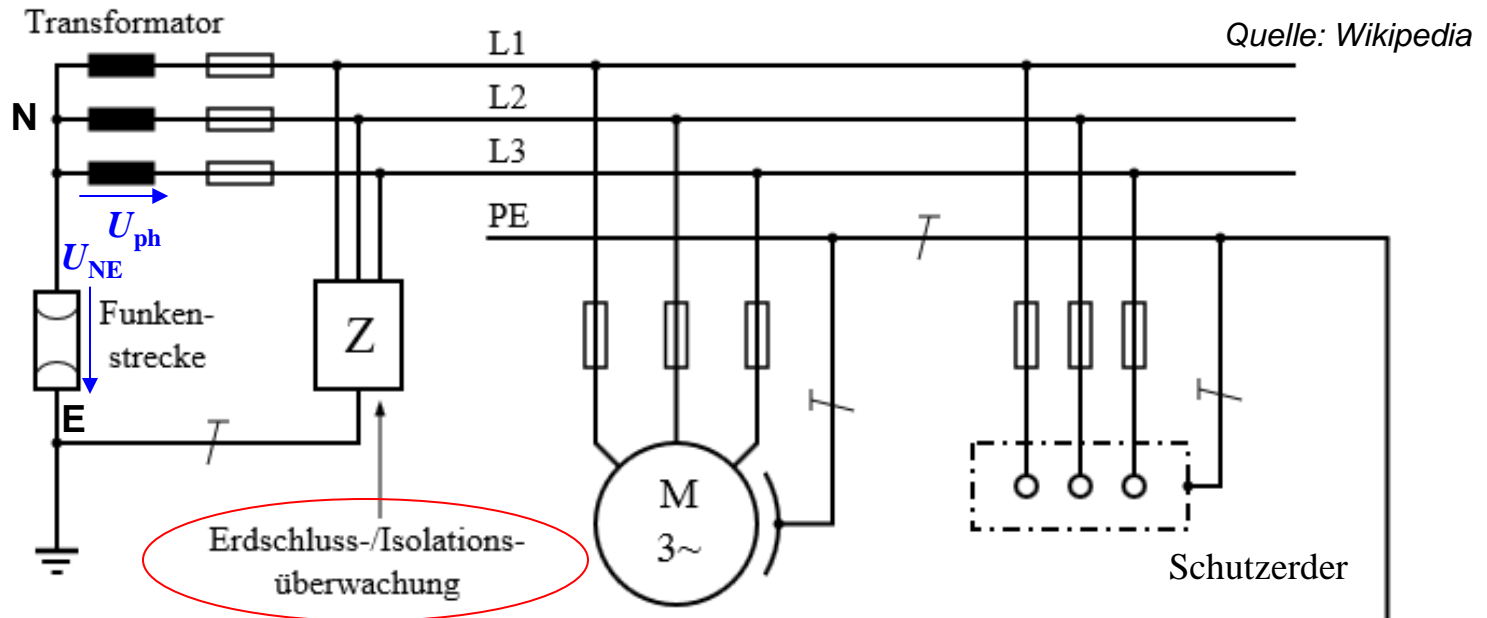
$$I_{B,zul} = \frac{R_B \cdot U_{R-N}}{Z_{min} \cdot (R_K + R_B) + R_B \cdot R_K}$$

$$\underline{U}_B = R_K \cdot \underline{I}_B$$

- Ein Erdschlussfehler: Leitfähige Gehäuse des 3-ph. Verbrauchers an Spannung.
- Wenn $R_{E-N} < \infty$: Fehlerstrom fließt über beide parallelen Stromwege
 - a) PE mit Erdstrom I_E (Erdungswiderstand R_B),
 - b) berührende Person: Berührstrom I_B (Körperwiderstand R_K).
- R_{E-N} muss größer als Z_{min} sein, damit I_B zulässig klein bleibt.

V5.4 Netzformen

IT-Netz hat Isolationsüberwachung



Schutzfunktenspecke:

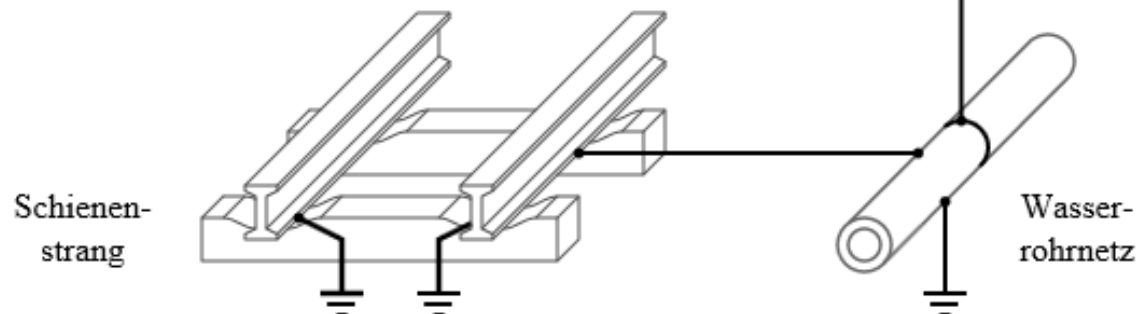
Symm. Betrieb: $U_{NE} = 0$

1 Erdschluss: $U_{NE} = U_{ph}$

Bei Überspannung $U > U_{ph}$:

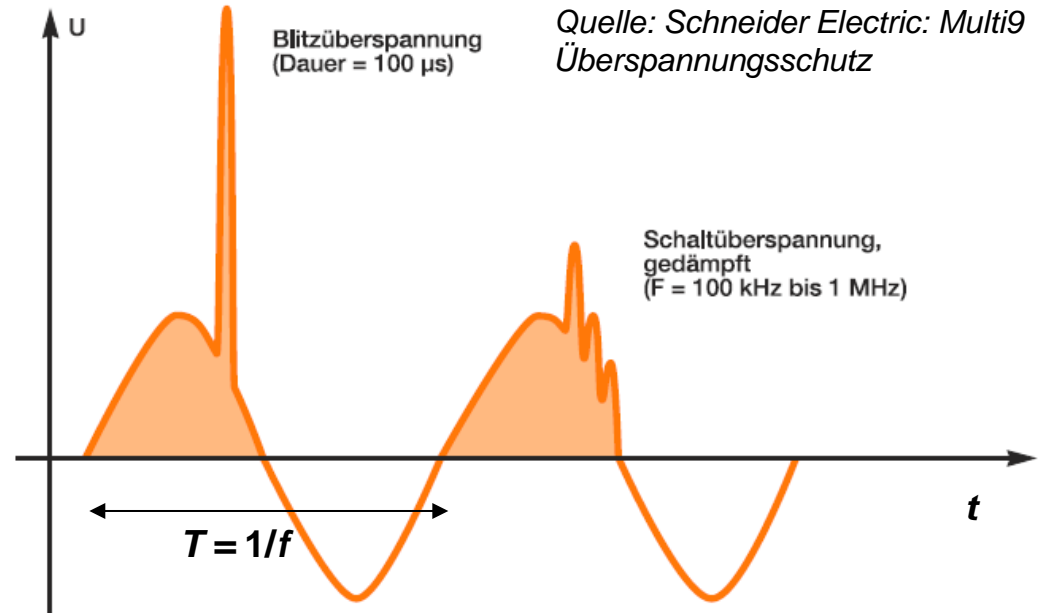
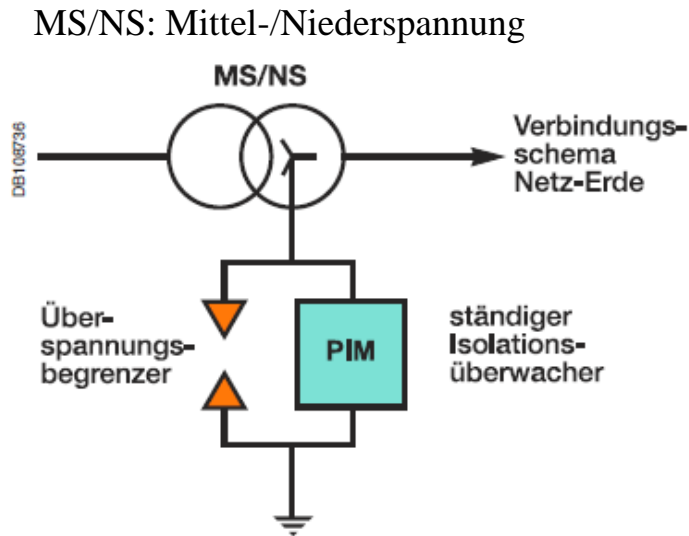
Funktenspecke zündet

⇒ Schützt Isolationswächter!



V5.4 Netzformen

IT-Netz: Überspannungsschutz



- **Überspannungsableiter** (-begrenzer) werden in MS/NS-Umspannstationen am Transformatorausgang im IT-System verwendet.
- Sie können **Stoßüberspannungen** (insbes. durch Schalthandlungen) durch Kurzschluss sicher gegen Erde ableiten und schützen so den Isolationswächter und weitere Anlagenteile.

V5.4 Netzformen

Überstrom-Schutzeinrichtung

- **Überstromschutzeinrichtung** (OCP = Over Current Protection):
Unterbricht einen el. Stromkreis, wenn der elektrische Betriebsstrom eine festgelegte Auslöse-Stromstärke I über eine vorgegebene Auslösezeit t_A hinaus überschreitet.
- **Ausführungen im Haushalt** im Verteilerkasten (Sicherungskasten):
- Schmelzsicherung, - Leitungsschutzschalter.
- **Spezielle Anwendungen:**
In der Antriebstechnik: Motorschutzschalter bei Motorsteuerungen (Überstrom!),
In Hochspannungsnetzen: Leistungsschalter oder Lasttrennschalter.
- **Zweck:** Schutz der Leitungen / el. Betriebsmittel vor Beschädigung durch zu starke Erwärmung durch Überstrom.
- **Überstrom:**
Entsteht durch
 - a) Überlastung z. B. eines E-Motors (= zu hohes Lastmoment an der Welle),
 - b) Kurzschluss.

V5.4 Netzformen

Überstromschutz – Prinzip (1)

Herleitung



- Schmelzsicherung:**

Überstrom erwärmt Schmelzdraht kleinen Querschnitts bis zum Durchschmelzen = Abschalten



Schmelzsicherung

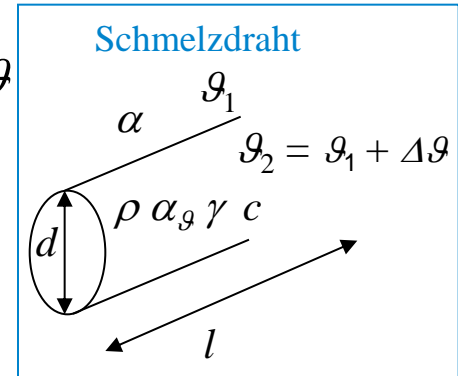
- Prinzip:**
$$P = R_{20} \cdot (1 + \alpha_g \cdot \Delta\vartheta) \cdot I^2 = m \cdot c \cdot \frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \alpha \cdot O \cdot \Delta\vartheta$$

Verlustleistung Aufheizung Wärmeabgabe über Drahtoberfläche O

$$\rho_{20} \cdot \frac{l}{d^2 \cdot \pi/4} \cdot (1 + \alpha_g \cdot \Delta\vartheta) \cdot I^2 = \gamma \cdot l \cdot d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot c \cdot \frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \alpha \cdot d\pi \cdot l \cdot \Delta\vartheta$$

$$J = \frac{I}{d^2 \cdot \pi/4}$$

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \frac{1}{\gamma \cdot c} \cdot \underbrace{\left[\frac{4\alpha}{d} - \rho_{20} \cdot \alpha_g \cdot J^2 \right]}_{\lambda} \cdot \Delta\vartheta = \frac{\rho_{20}}{\gamma \cdot c} \cdot J^2$$



$$\lambda = 0 : J_{krit} = \sqrt{\frac{4\alpha}{\rho_{20} \cdot \alpha_g \cdot d}}$$

$$\Delta\vartheta(t) = \frac{\rho_{20}}{\lambda \cdot \gamma \cdot c} \cdot J^2 \cdot \left[1 - e^{-\lambda \cdot t} \right]$$

ρ_{20} : spez. el. Widerstand (20°C), α_g : Temp.koeffizient des el. Widerstands, γ : Dichte, c : spez. Wärmekapazität
 $\Delta\vartheta$: Temp.differenz, α : Wärmeübergangszahl, m : Masse, R_{20} : Widerstand (20°C)



V5.4 Netzformen

Überstromschutz – Prinzip (2)

Herleitung

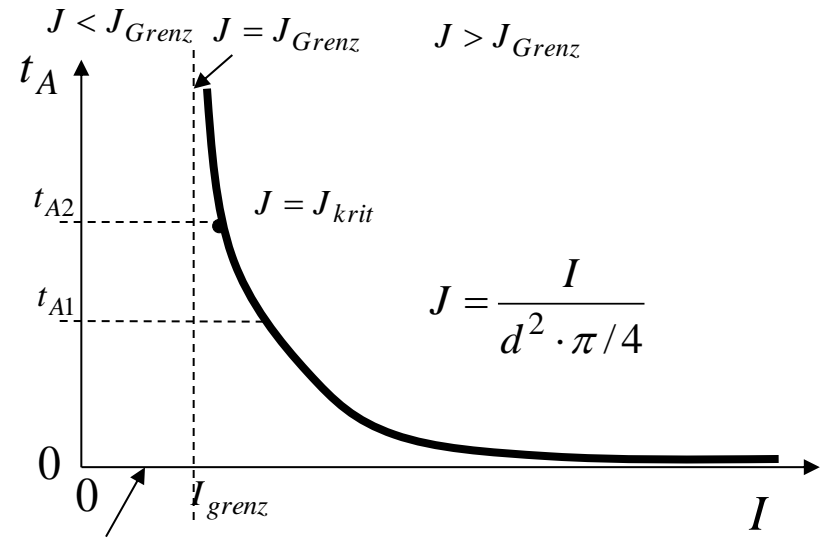
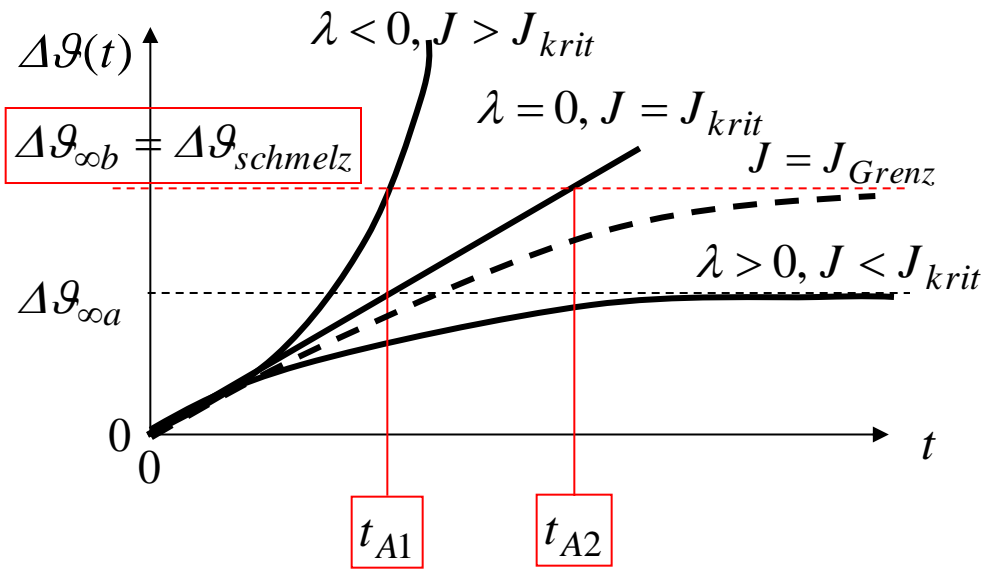


$$\Delta\mathcal{G}(t) = \frac{\rho_{20}}{\lambda \cdot \gamma \cdot c} \cdot J^2 \cdot [1 - e^{-\lambda \cdot t}]$$

$$\lambda > 0 \Leftrightarrow J < J_{krit} : \Delta\mathcal{G}(t \rightarrow \infty) = \Delta\mathcal{G}_{\infty} < \infty$$

$$\Delta\mathcal{G}_{\infty} = \frac{\rho_{20}}{\lambda \cdot \gamma \cdot c} \cdot J^2 \Rightarrow \Delta\mathcal{G}_{schmelz} = \frac{\rho_{20}}{\lambda \cdot \gamma \cdot c} \cdot J_{grenz}^2$$

$$J_{Grenz} = \sqrt{\Delta\mathcal{G}_{schmelz} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot c / \rho_{20}} < J_{krit} \Rightarrow t_A \rightarrow \infty$$

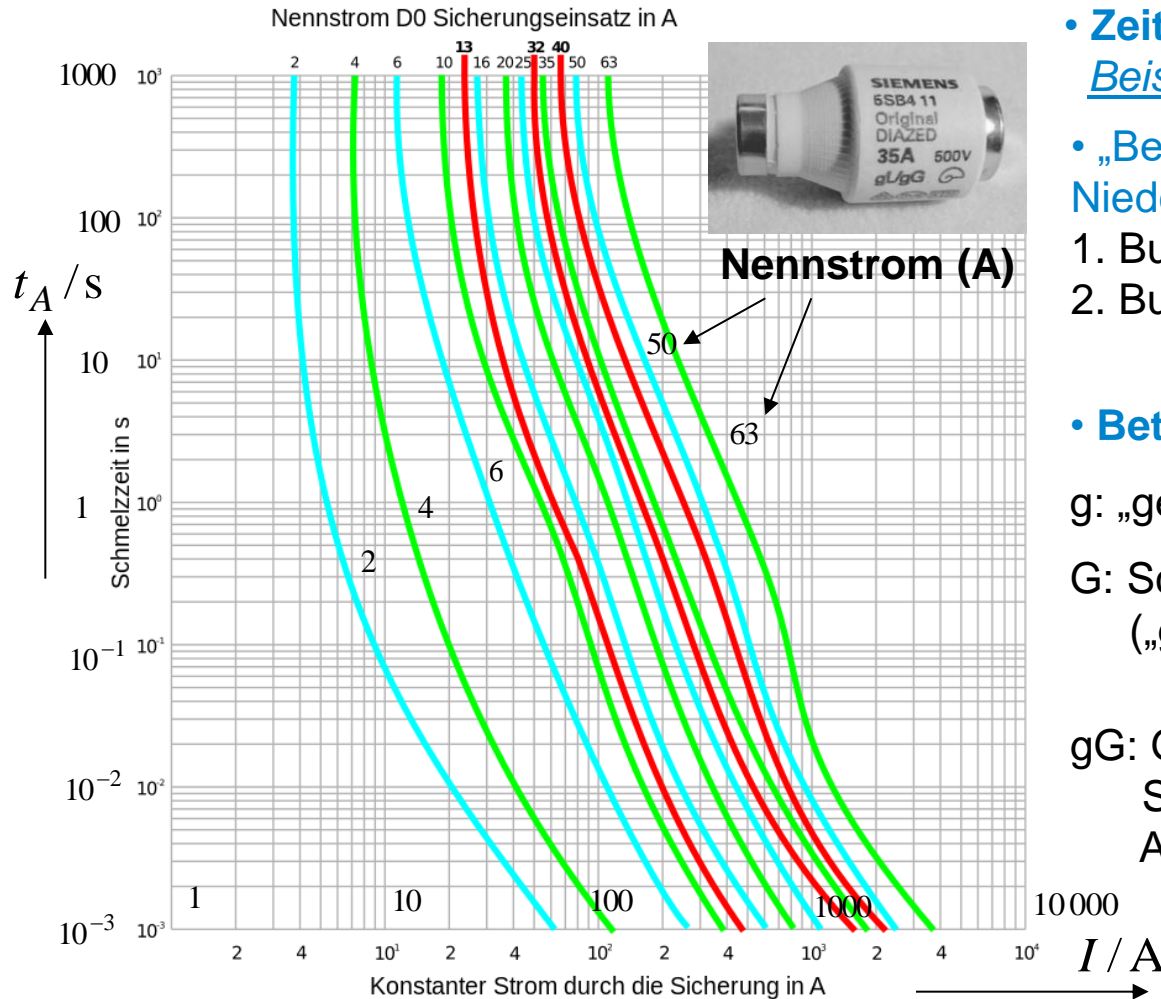


Dauernd zulässiger Strombereich



V5.4 Netzformen

Beispiel: Niederspannungs-Schmelzsicherung



• Zeit-Strom-Diagramm

Beispiel: für Betriebsklasse gG

• „Betriebsklasse“ einer Niederspannungssicherung:

1. Buchstabe: Funktionsklasse
2. Buchstabe: Schutzobjekt

• Betriebsklasse gG:

g: „general purpose fuse“

G: Schutz für allgemeine Zwecke („general application“)

gG: Ganzbereichs-Schutz:
Standardtyp für allgemeine
Anwendung („trägflink“)

V5.4 Netzformen

Netzformen und Schutzeinrichtungen

Netzform	Schutzeinrichtung	Bemerkungen
TN-S TN-C-S	Überstrom Fehlerstrom	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat RCCB
TN-C	Überstrom	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat
TT	Überstrom Fehlerstrom Fehlerspannung *)	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat RCCB (nur in Sonderfällen)
IT	Überstrom Fehlerstrom Isolationsüberwachung Fehlerspannung *)	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat RCCB Isolationswächter („Bender“-Gerät) (nur in Sonderfällen)

- *) **Fehlerspannungsschutzschalter (FU-Schalter):** (in *Deutschland* durch RCCB ersetzt);
Berührungs-Spannung U_B zwischen PE und einem vom Betriebserder el. isolierten
Hilfserder HE gemessen:
Bei zu hohem U_B z. B. $> 65 \text{ V}$ nach 0.2 s allpolige Abschaltung der Leiter L1, L2, L3, N.

V5 Personenschutz und Netzformen

Übersicht

1. Stromunfall
2. Erdung
3. Schutz in Niederspannungsnetzen
4. Netzformen
5. Betriebsmittel - Schutzklassen

V5.5 Betriebsmittel - Schutzklassen

Definition und Übersicht

- **Schutzklasse eines el. Geräts („Betriebsmittel“):**

Bezeichnet die Art, wie der Schutz gegen gefährliche Körperströme ausgeführt ist.

- *Deutschland:* **Schutzklassen I, II, III**

- **(Schutzklasse 0:** in D nicht zugelassen:

Einfacher Schutz: „Basisisolierung“ der aktiven Teile (z. B. Spulen, Leitungen, ...)

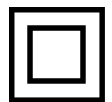
- **Schutzklasse I:**

Zweifacher Schutz: a) „Basisisolierung“ der aktiven Teile (z. B. Spulen, Leitungen, ...) b) Umhüllung von a) mit einem „Körper“ (z. B. metall. Gehäuse), das an PE angeschlossen ist.



- **Schutzklasse II:**

Zweifacher Schutz: a) „Basisisolierung“ der aktiven Teile (z. B. Spulen, Leitungen, ...) b) Umhüllung von a) mit einer weiteren unabhängigen Isolierung; z. B. Kunststoffgehäuse. Meist kein Anschluss an PE!



- **Schutzklasse III:**

Schutz wird durch **Sicherheits- oder Schutzkleinspannung** sichergestellt, mit der diese Geräte arbeiten.



V Elektrische Energieversorgung

V5 Personenschutz und Netzformen



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Zusammenfassung

- Arbeiten mit **kleinen Spannungen U** (Sicherheits-/Schutzkleinspannung) nur bei **geringer Leistung P möglich**; sonst Strom I zu groß: $I = P/U$.
- Arbeiten mit Spannungen > 50 V AC kann bereits gefährlich sein (abhängig vom Körperzustand!) ... **Es gibt keine absolute (= 100%)-Sicherheit!**, sondern nur durch entsprechende Maßnahmen hergestellte „vollkommene“ Sicherheit (Restrisiko-Wahrscheinlichkeit z. B. 10^{-6}).
- Schutzmaßnahmen und Schutzklassen genormt und gesetzlich verpflichtend
- *Deutschland*: In **Niederspannungsnetzen (< 1 kV)** FI-Schutzschalter (RCCB), Isolationswächter, Überstromauslöser und unterschiedliche Erdungs- bzw. Potentialausgleichskonzepte per Vorschriften gefordert.
- Hohe Sicherheitsstandards in Westeuropa \Rightarrow **Anzahl der Elektrounfälle/Jahr rückläufig**, ABER: Regelmäßige Schulung, Auffrischung, ... erforderlich und tw. vorgeschrieben.

