

1. Einleitung
2. Drehfelder in elektrischen Maschinen
3. Mathematische Analyse von Luftspaltfeldern
4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen
5. Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine
6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine
7. Antriebstechnik mit der Asynchronmaschine
- 8. Die Synchronmaschine**
9. Erregereinrichtungen und Kennlinien
10. Gleichstromantriebe

# Die Synchronmaschine



Umrichtergespeister  
Walzwerksmotor:

*Dillinger Hütte,  
Saarland  
(gegründet 1685!)*

Quelle: Siemens AG

## 8. Die Synchronmaschine

### 8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen

### 8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

### 8.3 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz

### 8.4 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine

### 8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz

### (8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen)

### 8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb

# Synchronmaschine - Funktionsprinzip

- **Läufer** hat konstantes Magnetfeld mit z.B. **zwei** Polen:  
Erregt a) über Permanentmagnete oder  
b) über von Gleichstrom durchflossene Spulen
- **Ständer** hat dreisträngige “Drehfeldwicklung”, die vom Drehstromnetz gespeist wird und ein z. B. **zweipoliges** Drehfeld erregt.
- Läuferpolzahl  $2p =$  Ständerpolzahl  $2p$
- Tangentiale **LORENTZ-Kraft** vom Ständerfeld auf stromdurchflossene Leiter der Läuferwicklung:  
Es entsteht das elektromagnetische **Drehmoment  $M_e$** , das den Läufer **SYNCHRON** (“gleich schnell”) mit dem Ständerdrehfeld mitzieht.

# Einsatzgebiete der Synchronmaschine

- **Synchronmaschinen direkt am Netz: Konstante Statorfrequenz**

Motor: Läuferfeldachse läuft hinter Drehfeldachse

- Absoluter **Festdrehzahl**antrieb („Synchronlauf“) – z. B. Uhrenantrieb!

Generator: Läuferfeldachse läuft vor Drehfeldachse = Läufer muss angetrieben werden!

z. B. durch die Turbine;

Beispiel: Großmaschinen-Stromerzeuger bis ca. 2000 MVA

z. B.: 2 GW: Kernkraftwerk *Olkiluoto/Finnland*.

- **Synchronmaschinen mit Umrichterspeisung: Variable Statorfrequenz:**

- Drehzahlgeregelte Motoren für

Werkzeugmaschinen, Verpackungsmaschinen,... ⇒ kleine Leistung, **Permanentmagneterregung**

- Großantriebe bis 100 MW

z. B. Antrieb für Windkanal bis 100 MW,

Schiffsantriebe ca. 20 MW,

el. Traktion ca. 1 MW, z. B. *Frankreich*: TGV (Train a grande vitesse),

1. Generation: el. erregt,

3. Generation: PM-erregt.



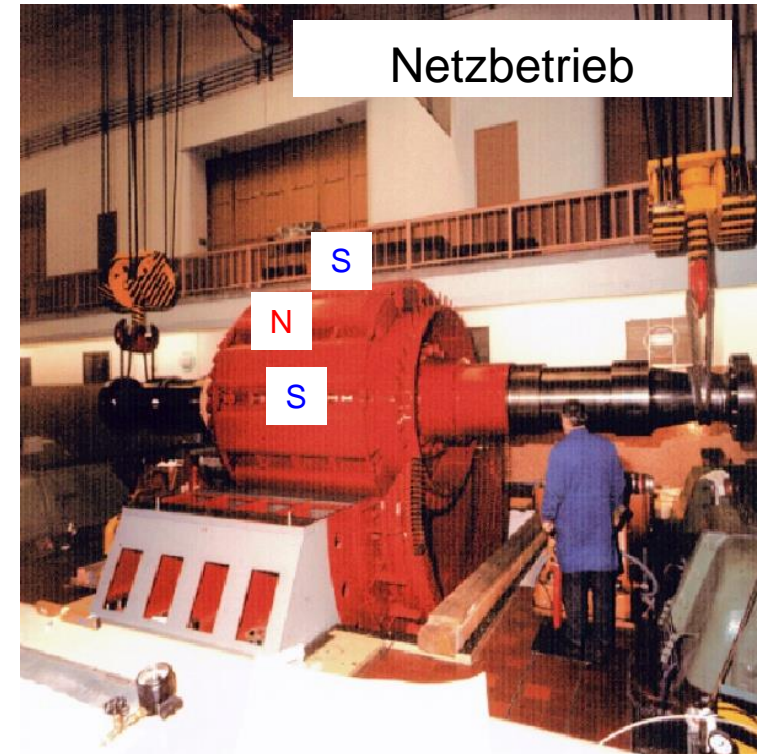
# Synchronmaschinen

## Netz- u. Umrichterbetrieb



Elektrisch oder permanentmagneterregte  
**Schiffspropellerantriebe:**  
z. B. Kreuzfahrtschiff *“M/S Elation”*:  
2 x 14 MW, 0 ... 150 /min

Quelle: ABB Finland

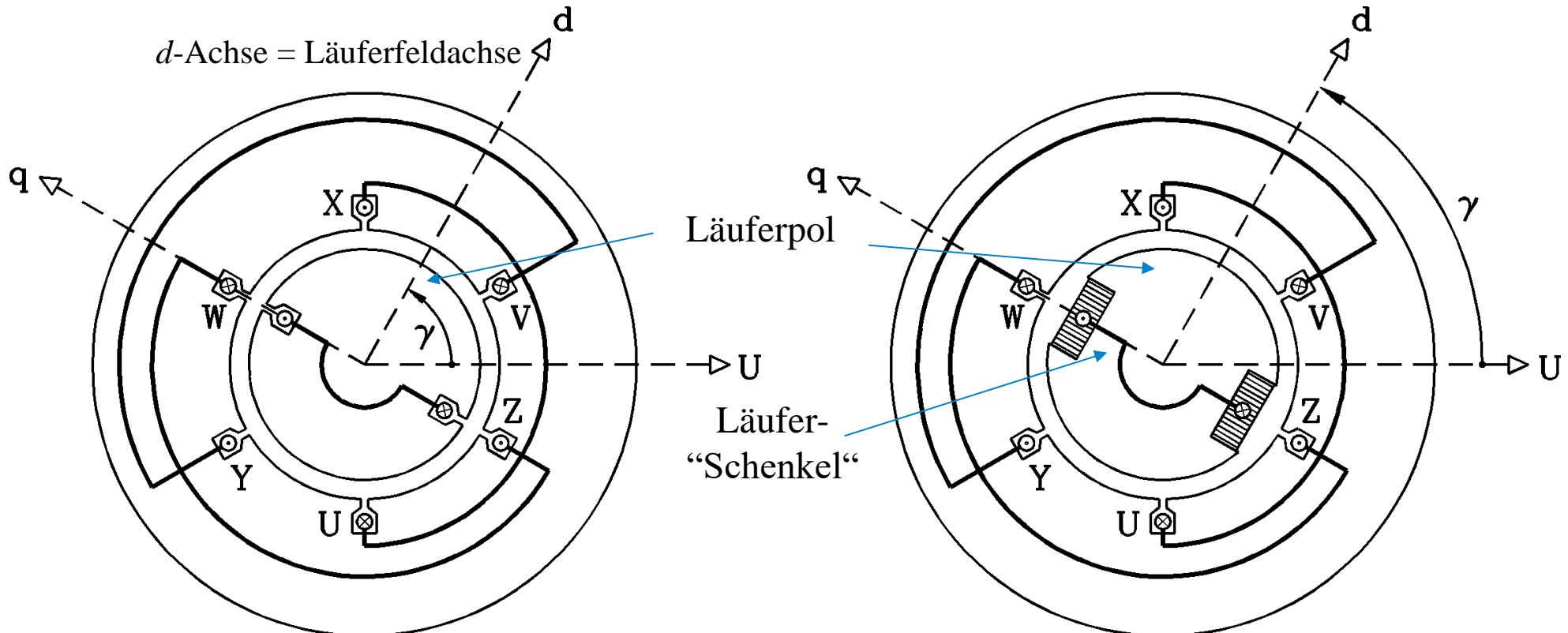


Kraftwerks-“Upgrading” von 50 MVA auf  
60 MVA:  
Einbau des 10-poligen **Generator-/Motorläufers**,  
Pumpspeicher-Kraftwerk *Kaprun*, Österreich

Quelle: Andritz Hydro, Österreich

# Synchronmaschine mit Vollpol- und Schenkelpol-Läufer

Beispiel:  $2p = 2$ ,  $m = 3$ ,  $Q_s = 6$ ,  $q = 1$       $\gamma$ : Läuferdrehwinkel



**VOLLPOL:** Erregerwicklung in Läufernuten;  
Luftspalt konstant

**SCHENKELPOL:** Konzentrische Wicklung;  
Luftspalt wegen Pollücke nicht konstant

# Synchronmaschine mit Vollpolläufer



**VOLLPOL:** Erregerwicklung in Läuferenuten;  
Luftspalt konstant

**Läufer ("Polrad")** hat Gleichstrom-durchflossene  
Erregerwicklung (Strom  $I_f$ ), die das Läuferfeld erregt.

**MOTOR**-Betrieb:

**Ständerdrehfeld** zieht über die Magnetkraft  
den Läufer **gleich schnell** ("synchron") mit.

**GENERATOR**-Betrieb: Läufer ist mechanisch angetrieben &  
induziert in die Ständerwicklung ein Dreh-  
Spannungssystem, das den Ständerstrom treibt.  
Dessen Ständer-Drehfeld folgt dem Läufer **synchron**.

Ständerwicklung erregt **Ständerdrehfeld**

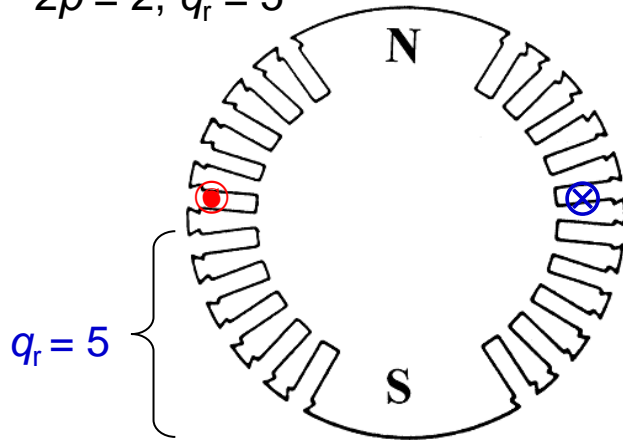
Quelle: Siemens AG



# Vollpolmaschine $2p = 2$ : Magnetfeld bei Leerlauf

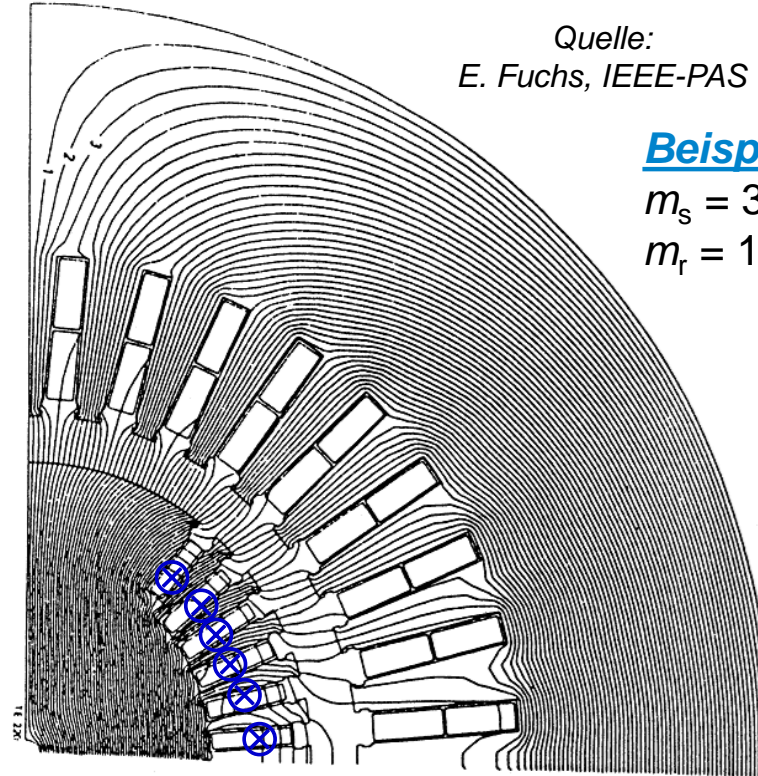
## Beispiel:

$$2p = 2, q_r = 5$$



Quelle: H. Kleinrath,  
Studententext

Polachse = Feldachse



Quelle:  
E. Fuchs, IEEE-PAS

## Beispiel: $2p = 2$

$$m_s = 3, q_s = 6$$

$$m_r = 1, q_r = 6$$

## Läuferquerschnitt ohne Erregerwicklung:

- Lochzahl  $q_r = 5$ , zweipoliger Läufer
- Läufer kann aus massivem Eisen sein, da im Läufer nur **magnetischer Gleichfluss**

## Magnetfeld bei Leerlauf ( $I_s = 0, I_f > 0$ ):

- Erregerwicklung bestromt
- Ständerwicklung stromlos (**Leerlauf**)
- Feldlinien radial = kein tangentialer Magnetzug = **elektromagnetisches Drehmoment ist Null**

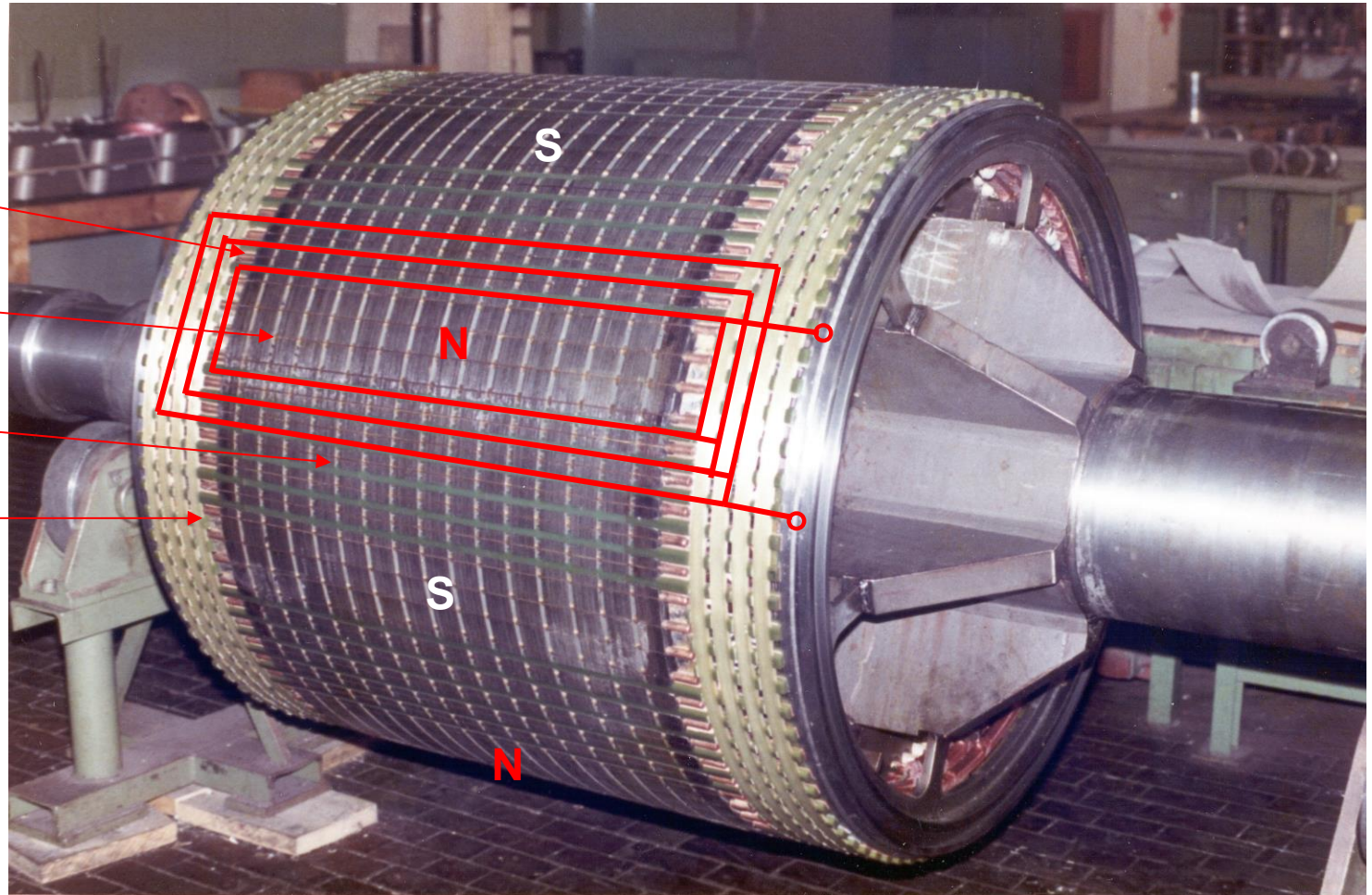
# Vollpol-Synchron-Rotor, 8-polig

Drei **Feldspulen**  
pro Pol:  $q_r = 3$

**Dämpferkäfig**  
mit 9 Stäben pro  
Pol

Radiale  
Kühlschlitze

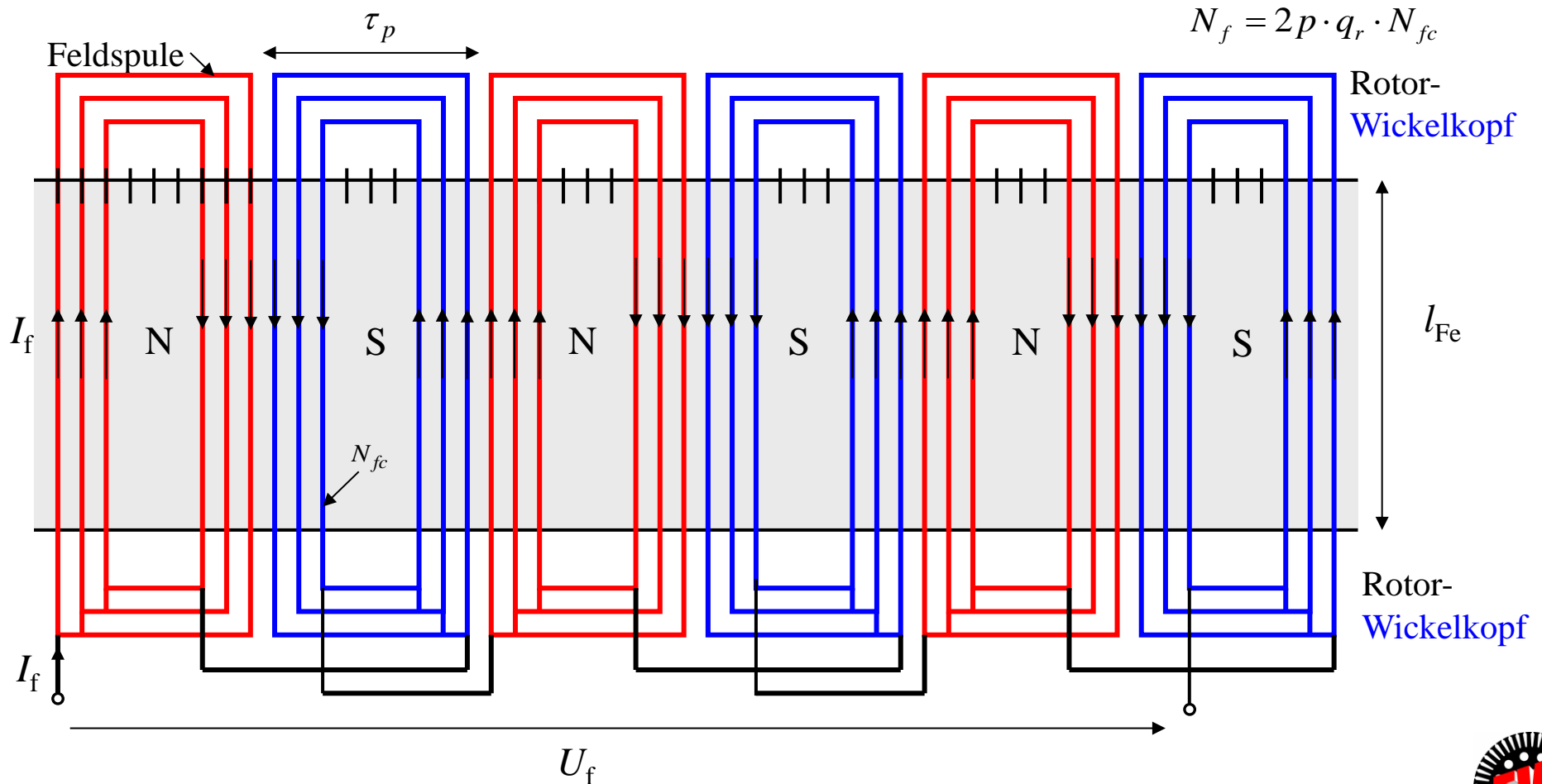
Glasfaser-  
Bandage zur  
Fixierung der  
Rotor-  
**Wickelköpfe**



Quelle: Andritz Hydro,  
Bhopal, Indien

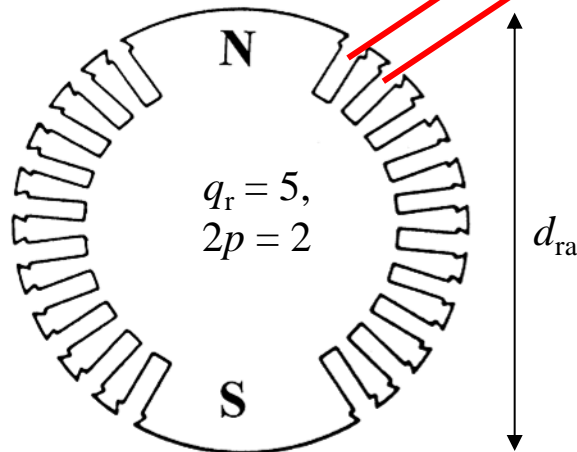
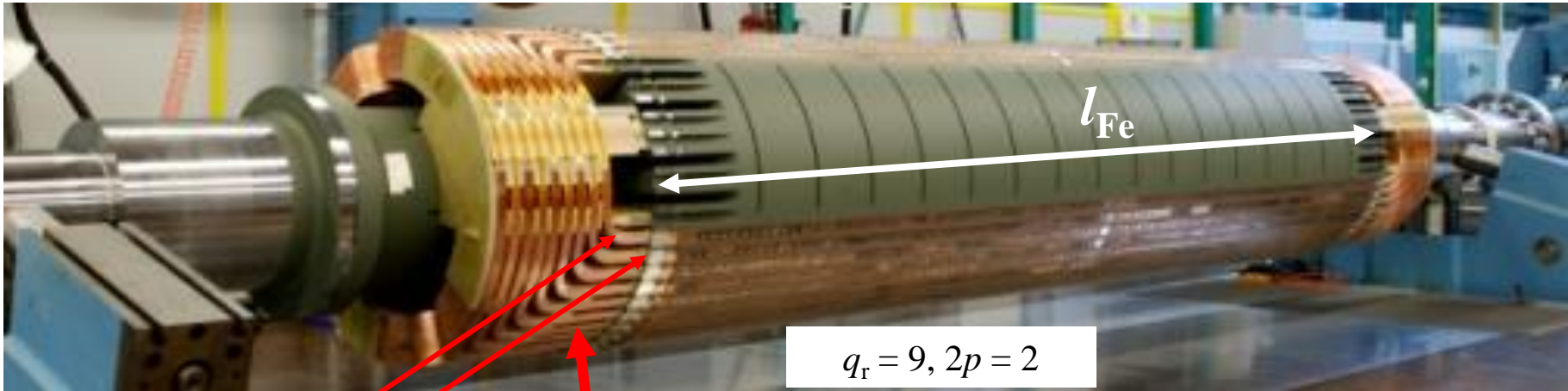
# Wickelschema einer Läufer-Synchron-Vollpolwicklung, 6-polig

Drei konzentrische Feldspulen/Pol:  $q_r = 3$ ,  $N_{fc}$  Windungen je Feldspule,  $N_f$  Windungen insgesamt





# Beispiel: Vollpol-Synchronmaschine $2p = 2$ : Erregerwicklung (Feldwicklung) im zylindrischen Rotor



**Konzentrische** Feldspulen der Erregerwicklung je Pol

Zweipoliger Turbo-Generator 3000/min, 300 MW, 19 kV Y, 50 Hz

Rotordurchmesser  $d_{ra} = 1.150$  m, Aktive Eisenlänge  $l_{Fe} = 5.46$  m:

$$N_f = 2p \cdot q_r \cdot N_{fc} = 2 \cdot 9 \cdot 10 = 180$$

# PM-Synchronmotor mit Oberflächenmagneten

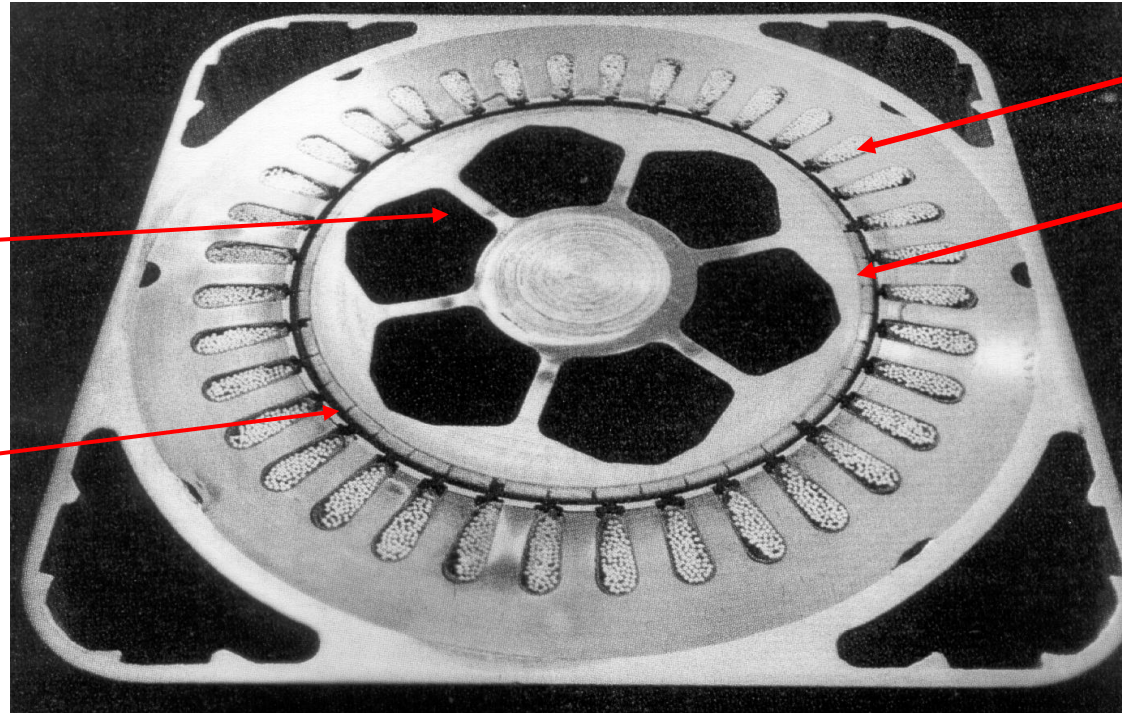
## Schnitt durch 6-polige PM-Synchronmaschine

### Beispiel:

36 Statornuten,  $q_s = 2$ ,  
Einschicht-Runddrahtwicklung

**Geringe** Läufermasse  $m =$   
**kleines** Läuferträgheits-  
moment  $J =$  **hohe**  
Drehbeschleunigung möglich

**Konstanter** Luftspalt  $\delta$ :  
PM-Synchronmaschine ist  
„Vollpol“-Maschine



Statornuten  
mit Wicklung

SmCo-  
Magnete  
im Rotor

Quelle: Siemens AG

- PM-Erregung = **keine Erregerverluste**. Motor OHNE Kühlung betreibbar =  
= einfaches, robustes Antriebssystem
- Betrieb drehzahlveränderbar am Spannungszwischenkreis-Umrichter
- Polradlagegeber misst Rotorlage – Positionierung des Antriebs möglich (Lageregelung)

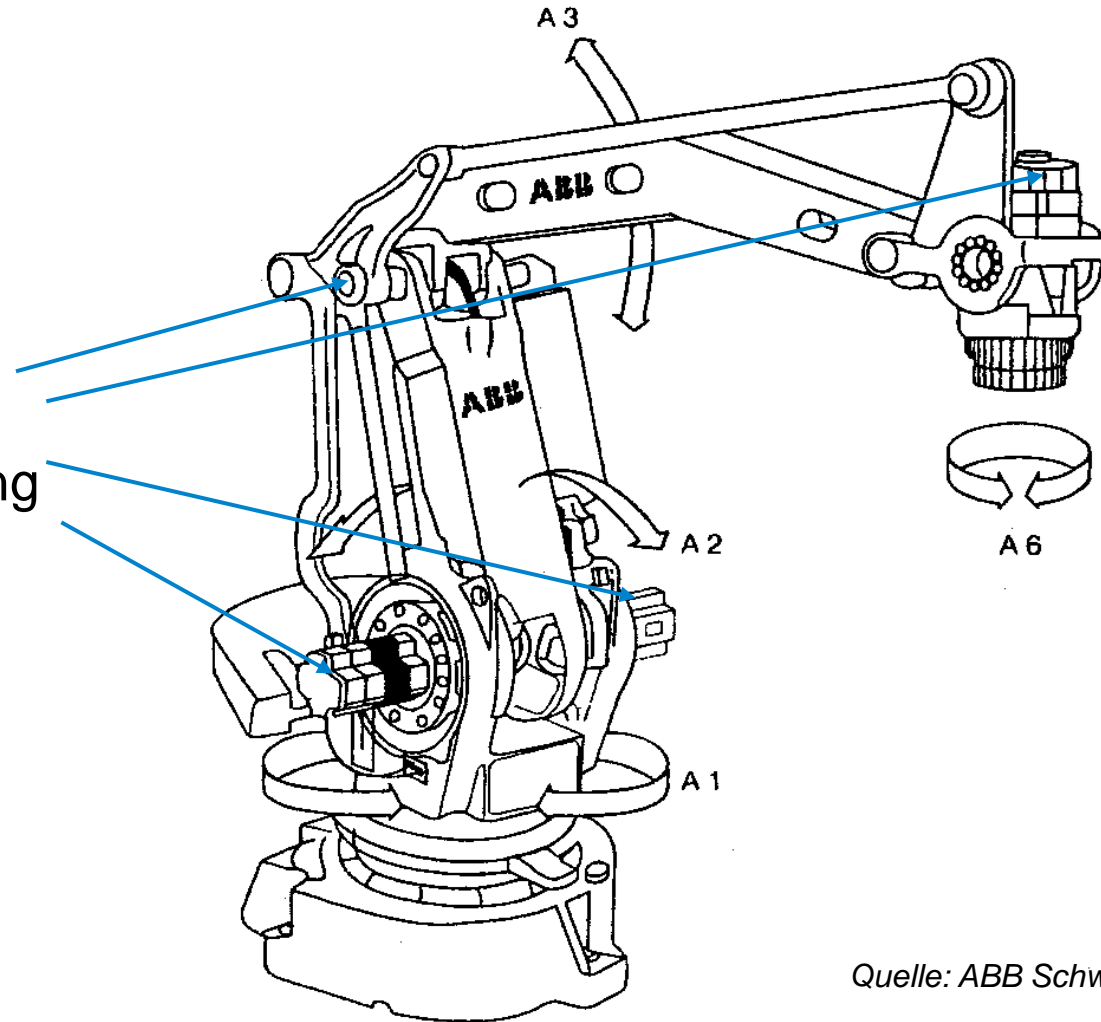


# Ein-Arm-Roboter mit PM-Synchronantrieben



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Umrichter-  
gespeiste  
PM-Synchronmotoren  
mit Lagegeber-  
steuerung



Quelle: ABB Schweden



## Zusammenfassung: Funktionsprinzip und Läuferbauweisen (1)

- Vollpolläufer und Schenkelpolläufer
- **Vollpol:** Eher niedrige Polzahlen, dafür hohe Drehzahlen  
**Schenkelpol:** Eher hohe Polzahlen, niedrige Drehzahlen
- Dreisträngige Ständer-Drehfeldwicklung am Sinus-Drehspannungssystem
- Ständerwicklung erzeugt Drehfeld mit ausgeprägter Grundwelle  $2p$  (rotiert mit „Synchrondrehzahl“)
- Läufer („Polrad“) hat el. gespeiste Spulen (**Erreger-Gleichstrom  $I_f$** ) oder Permanentmagnete, die Läufer-Gleichfeld  $2p$  erregen
- Ständer-Drehfeld bildet mit Läufer-Magnetfeld Drehmoment.
- Läufer wird gleich schnell mit Ständer-Drehwelle („synchron“) mitgezogen (Motorbetrieb)

## Zusammenfassung: Funktionsprinzip und Läuferbauweisen (2): Permanentmagneterregte Synchronmaschinen

- Selten-Erd-Magnete (NdFeB, SmCo) mit hoher Energiedichte im Läufer
- Umrichter gespeiste Maschinen, meist ohne Dämpferkäfig
- Hochdynamische Antriebe ( $J$  klein) im unteren und mittleren Leistungsbereich
- Details: Vorlesung „[Motor development for electrical drive systems \(2+1\)](#)“
- Große PM-Synchronmaschinen als Windgeneratoren:  
Details: Vorlesung „[Large generators & High Power Drives \(2+1\)](#)“

## 8. Die Synchronmaschine

### 8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen

### 8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

### 8.3 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz

### 8.4 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine

### 8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz

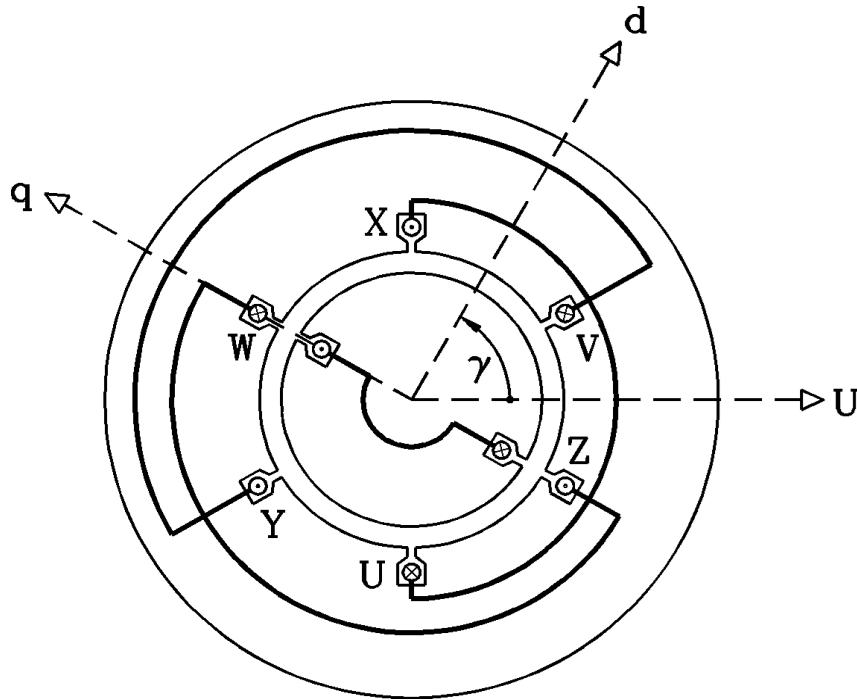
### (8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen)

### 8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb





# Induzierte Ständerspannung („Polradspannung“)



Beispiel:  $q_s = 1 \Rightarrow k_{ws} = 1, f_s = n \cdot p$

Verkettung des Läuferflusses mit **Spule U**

$$\Phi_p(t) = \Phi_p \cdot \sin(2\pi \cdot f_s \cdot t)$$

$$\Psi_{p,U}(t) = N_s k_{ws} \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi \cdot f_s \cdot t)$$

Verkettung des Läuferflusses mit  
**Spule V** und **Spule W**:

$$\Psi_{p,V}(t) = N_s k_{ws} \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi f_s \cdot t - 2\pi/3)$$

$$\Psi_{p,W}(t) = N_s k_{ws} \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi f_s \cdot t - 4\pi/3)$$

- **Induzierte Spannung** je Strang bei Leerlauf = Polradspannung:  $\omega_s = 2\pi \cdot f_s$

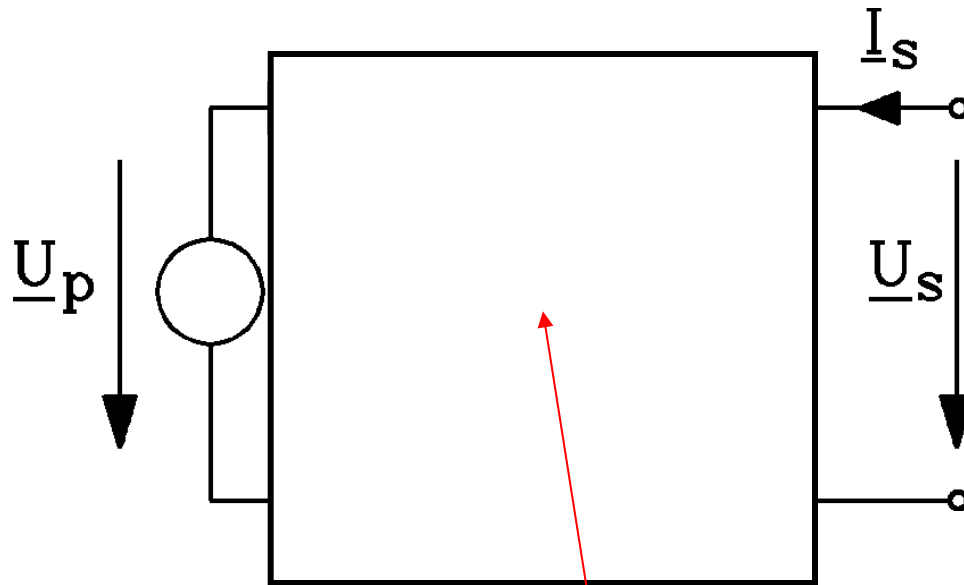
$$u_{i,U}(t) = -d\Psi_{p,U}(t)/dt = -\omega_s \cdot N_s k_{ws} \cdot \Phi_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t) = -\sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$$

$$U_{i0} = U_p = \sqrt{2} \pi \cdot f_s \cdot N_s k_{ws} \cdot \Phi_p$$

# Synchronmaschine bei Belastung $I_s \neq 0$

- Die Ständerwicklung ist an das Drehspannungssystem  $U_s$  des Netzes angeschlossen. Die Differenz  $\underline{U}_s - \underline{U}_p$  treibt in der Ständerwicklung **Drehstrom**  $\underline{I}_s$ .

Spannungen je Strang in der Ständerwicklung:



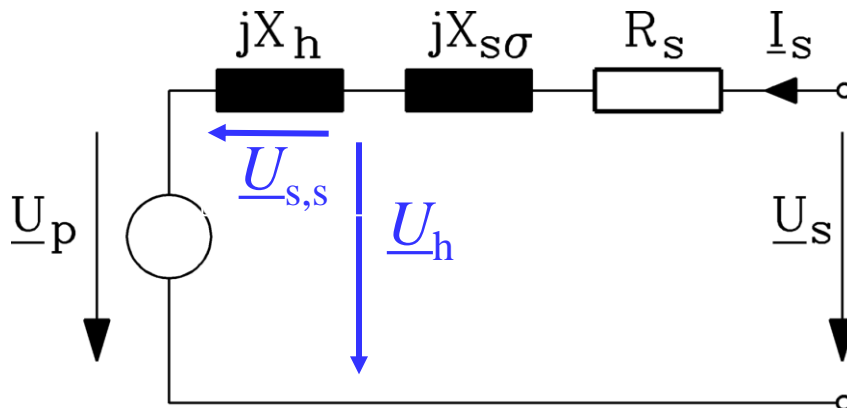
Verbraucher-Zählpeilsystem  
(VZS)

*Ohm'scher* Spannungsfall durch  $I_s$  & Selbstinduktionsspannung durch Ständerfeld, das von  $I_s$  erregt wird.

# Vollpolmaschine

## Ersatzschaltbild

- **Ständerwicklung:** Drehfeldwicklung wie bei Asynchronmaschine,
- $jX_s \cdot \underline{I}_s$ : Selbstinduktionsspannung über a) das ständererregte Luftspaltfeld (Reaktanz  $X_h$ ) und b) das Ständerstreufeld (Reaktanz  $X_{s\sigma}$ ).
- Spannungsfall am Ständer-Wicklungswiderstand  $R_s$
- Spannungsgleichung je Strang:  $\underline{U}_s = \underline{U}_p + jX_h \cdot \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \cdot \underline{I}_s + R_s \cdot \underline{I}_s$   
 $\underline{U}_s = \underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s$
- „Synchrone Reaktanz“:  $X_s = X_d = X_{s\sigma} + X_h$  Gesamte Wirkung des Ständer-Magnetfelds!
- **Ersatzschaltbild Ständerwicklung** für Ständerspannungsgleichung (Wechselstrom).



### • Läuferwicklung:

$U_f$ : **DC-Erregerspannung:** (Feldspannung):  
Sie prägt über Schleifringe Gleichstrom  
(**Erregerstrom  $I_f$** ) in Erregerwicklung  
(Feldwicklung mit Widerstand  $R_f$ ) ein.

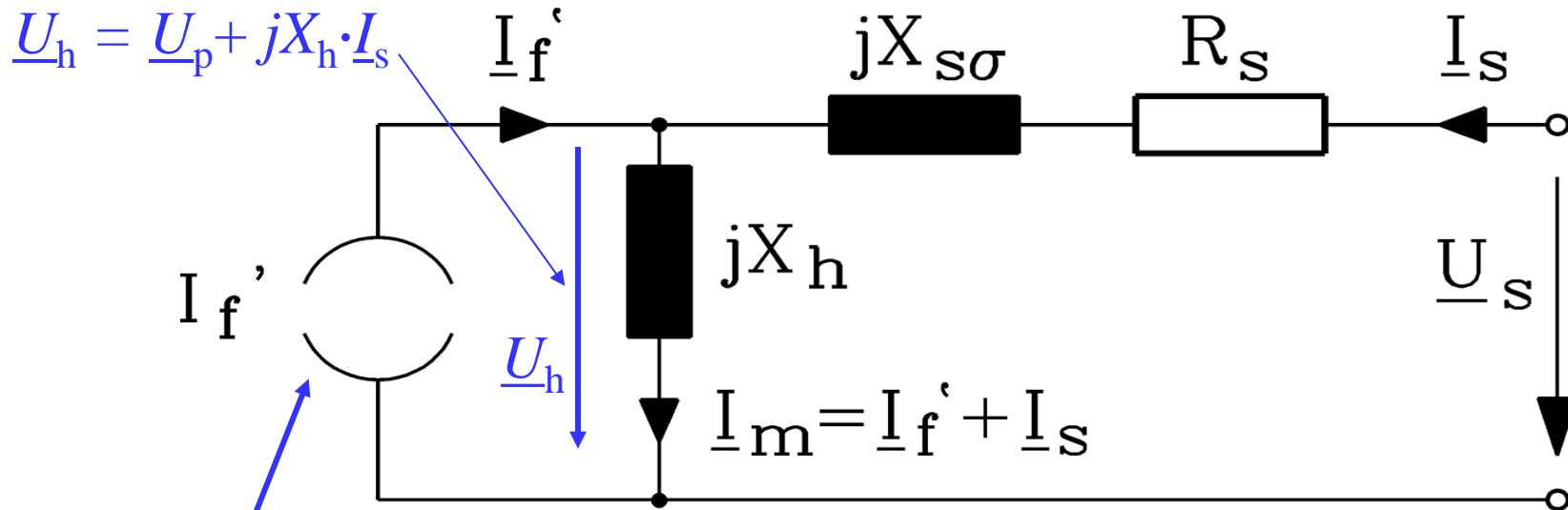
$$U_f = R_f \cdot I_f$$

# Alternatives Vollpol-Ersatzschaltbild

## Eingeprägter Ersatzfeldstrom $\underline{I}'_f$

$$\underline{U}_h = \underline{U}_p + jX_h \cdot \underline{I}_s = jX_h \cdot (\underline{I}'_f + \underline{I}_s) = jX_h \cdot \underline{I}_m$$

$$\underline{I}_m = \underline{I}'_f + \underline{I}_s \quad \text{Magnetisierungsstrom}$$



Fiktive Wechselstromquelle  $\underline{I}'_f$  erzeugt die Polradspannung  $\underline{U}_p$  an der Hauptfeldreaktanz  $j \cdot X_h$

$$\underline{U}_p = jX_h \cdot \underline{I}'_f$$

# Fiktiver Ersatz-Erreger(wechsel)strom $\underline{I}'_f$

- **Selbstinduktionsspannung:**  $\underline{U}_{s,s} = jX_h \cdot \underline{I}_s$  vom Ständer-Luftspaltfeld
- **Polradspannung  $\underline{U}_p$ :** Luftspaltfeld des Läufers, kann über Erregerstrom  $I_f$  willkürlich WÄHREND DES BETRIEBS verändert werden =  
= "gesteuerte Spannungsquelle,,  $\Rightarrow$ 
  - a) Amplitude über  $I_f$  verändert.
  - b) Je nach relativer Lage des Läufer-Nordpols zum Nordpol des Ständerdrehfelds ändert sich die **Phasenlage** von  $\underline{U}_p$  in Bezug zu  $jX_h \underline{I}_s$  :  
Polradlage  $\Rightarrow$  **Polradwinkel  $\vartheta$**
- **Darstellung von Amplitude und Phasenlage von  $\underline{U}_p$  mit fiktivem Wechselstrom  $\underline{I}'_f$  im Ersatzschaltbild:**  $\underline{U}_p = jX_h \cdot \underline{I}'_f$



# Übersetzungsverhältnis für Erregerstrom $\hat{u}_{If}$

$$\underline{U}_p = jX_h \cdot \underline{I}'_f$$

$$I'_f = \frac{1}{\hat{u}_{If}} \cdot I_f$$

## Herleitung

$$I'_f = \frac{U_p}{X_h} = \frac{\sqrt{2}\pi \cdot f_s \cdot N_s k_{ws} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \mu_0 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{N_f}{p} \cdot k_{wf} \cdot I_f}{2\pi \cdot f_s \cdot \mu_0 \cdot (N_s k_{ws})^2 \cdot \frac{2 \cdot m_s}{\pi^2 p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta}}$$

$$I'_f = \frac{\sqrt{2} \cdot N_f \cdot k_{wf} \cdot I_f}{N_s \cdot k_{ws} \cdot m_s}$$

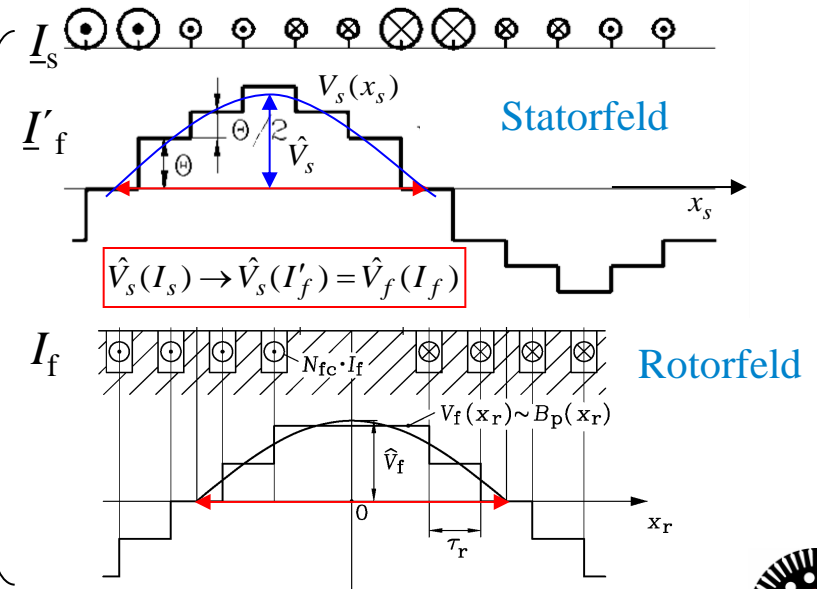
$$\hat{u}_{If} = \frac{I_f}{I'_f} = \frac{m_s \cdot N_s \cdot k_{ws}}{\sqrt{2} \cdot N_f \cdot k_{wf}}$$

$$\hat{u}_{If} = \frac{m_s \cdot N_s \cdot k_{ws}}{\sqrt{2} \cdot N_f \cdot k_{wf}}$$

Bei  $I_s = I'_f$  erregt die Statorwicklung **dasselbe Grundwellenfeld** wie  $I_f$  in der rotierenden Feldwicklung des Rotors:

$$\hat{V}_f(I_f) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{wf} N_f}{p} \cdot I_f = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s \cdot k_{ws} N_s}{p} \cdot I'_f = \hat{V}_s(I'_f)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{V}_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{N_f}{p} \cdot k_{wf} \cdot I_f \\ B_p = \mu_0 \cdot \frac{\hat{V}_f}{\delta} \\ \Phi_p = \frac{2}{\pi} \cdot l \cdot \tau_p \cdot B_p \\ U_p = \sqrt{2}\pi \cdot f_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \Phi_p \end{array} \right.$$



## Zusammenfassung: Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

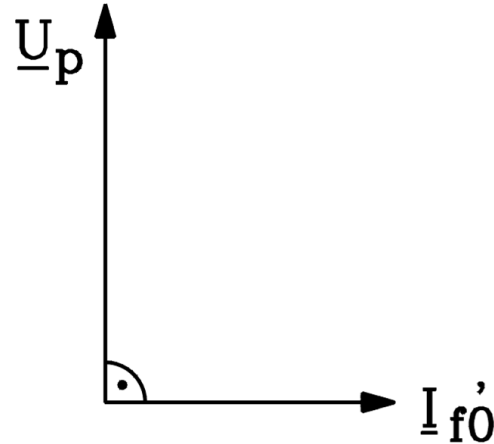
- Polradspannung  $U_p$  ist Wechselfeldspannungsquelle
- Synchronreaktanz  $X_d$  bildet mit  $X_d I_s$  Selbstinduktionsspannung des Ständerdrehfelds und Ständerstrefelfelds in der Ständerwicklung ab
- Polradspannung  $U_p$  kann über DC-Läufer-Erregerstrom  $I_f$  verändert werden =  
= gesteuerte Spannungsquelle  $U_p(I_f)$
- Winkel zwischen Polradspannung  $\underline{U}_p$  und Ständerstrangspannung  $\underline{U}_s$  = „Polradwinkel“  $\vartheta$
- Winkel zwischen Ständerstrangspannung  $\underline{U}_s$  und Strangstrom  $\underline{I}_s$  = „Phasenwinkel“  $\varphi_s$

- 8. Die Synchronmaschine
  - 8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen
  - 8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine
  - 8.3 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz**
  - 8.4 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine
  - 8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz
  - (8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen)
  - 8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb

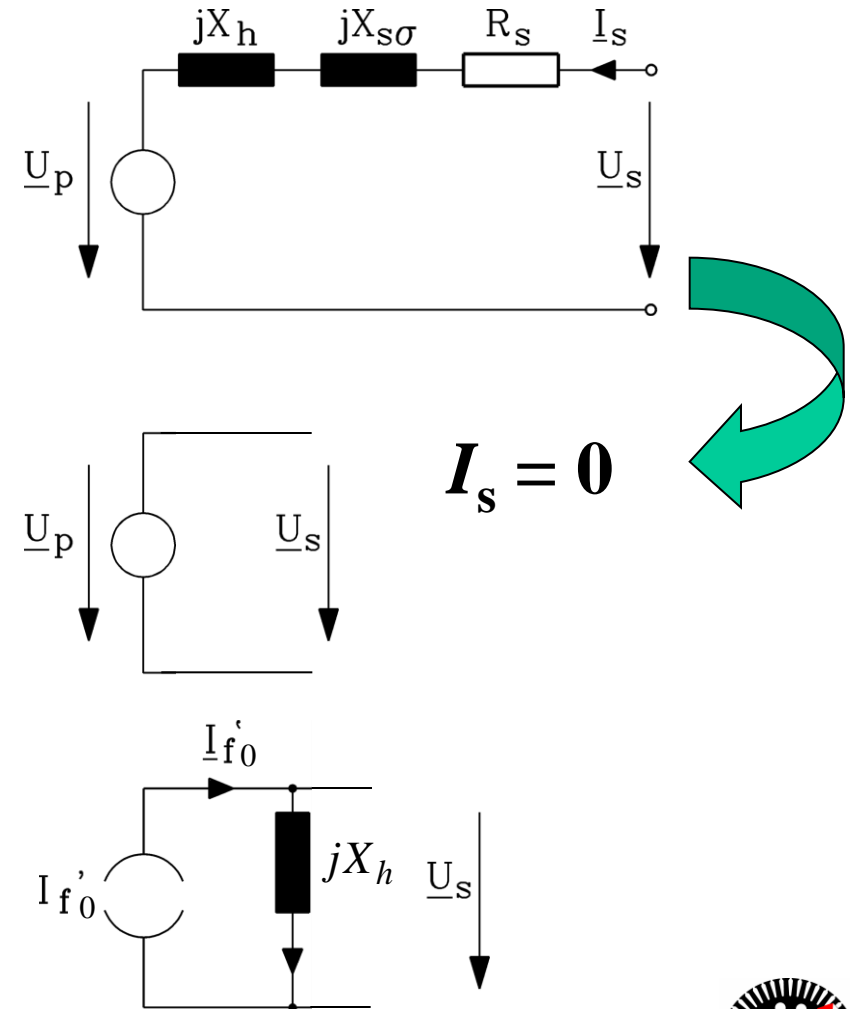
# Generator im Leerlauf (Index 0)

$$I_s = 0, n = n_{\text{syn}}$$

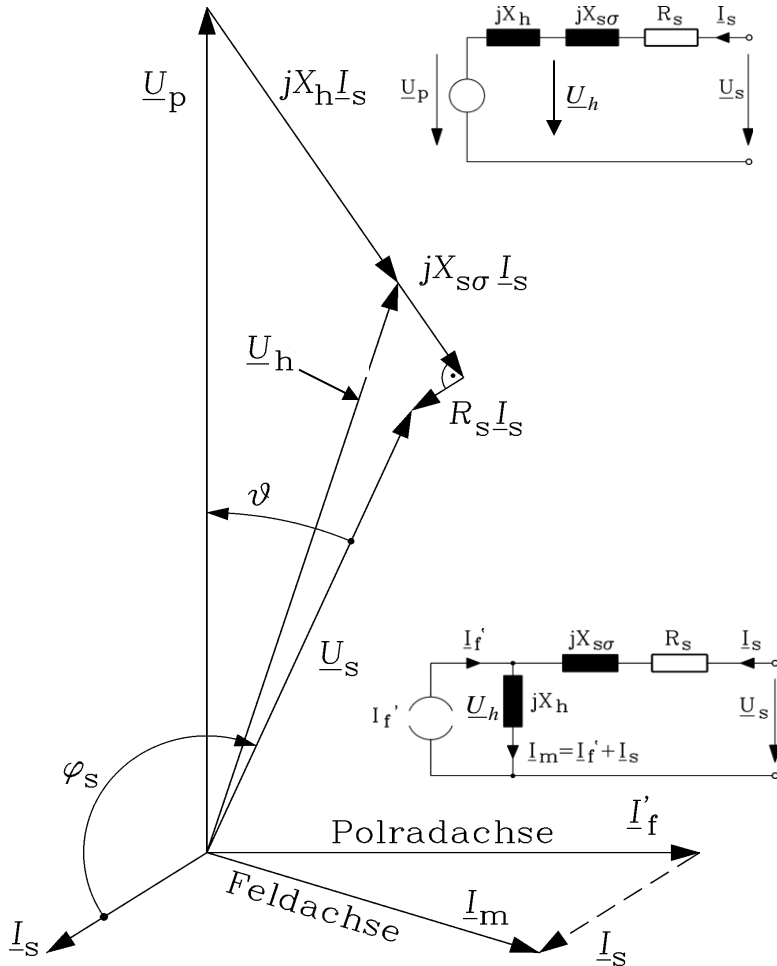
$$\underline{U}_p = jX_h \cdot \underline{I}'_{f0}$$



- Maschine angetrieben, Läufer mit  $I_f = I_{f0}$  erregt
- Ständer stromlos:  $I_s = 0$  (Klemmen offen)
- Es tritt an den Klemmen nur  $U_s = U_{s0} = U_p$  auf.



# Polradwinkel $\vartheta$ , Hauptfeldspannung $\underline{U}_h$ , Magnetisierungsstrom $\underline{I}_m$



$$\underline{U}_s = \underline{U}_p + j \cdot (X_h + X_{s\sigma}) \cdot \underline{I}_s + R_s \cdot \underline{I}_s$$

- **Polradwinkel  $\vartheta$ :**  
Zwischen  $\underline{U}_s$  und  $\underline{U}_p$  im mathem. Zählsinn positiv gezählt von  $\underline{U}_s$  nach  $\underline{U}_p$
- **Hauptfeldspannung  $\underline{U}_h$ :**  
Resultierende Induktionswirkung von Läufer- und Ständer-Luftspaltfeld:

$$\underline{U}_h = \underline{U}_p + jX_h \cdot \underline{I}_s \quad \underline{U}_h = jX_h \cdot \underline{I}_m$$

- **Magnetisierungsstrom  $\underline{I}_m$ :**  
Resultierender Erregerbedarf für Läufer- und Ständer-Luftspaltfeld:

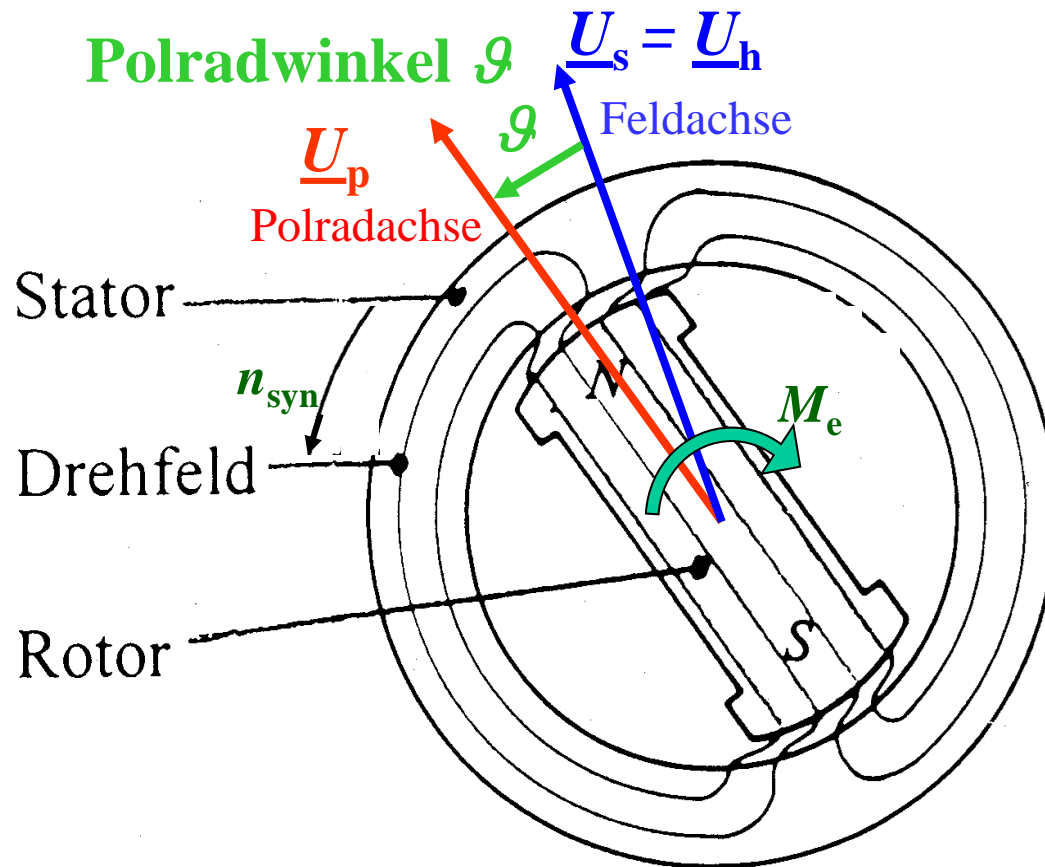
$$\underline{I}_m = \underline{I}'_f + \underline{I}_s$$

- Spannungsdreieck  $\underline{U}_p, jX_h \underline{I}_s, \underline{U}_h$  und Stromdreieck  $\underline{I}'_f, \underline{I}_s, \underline{I}_m$  sind  
a) winkelgleich,  
b) im rechten Winkel zueinander.





# Polradwinkel $\vartheta$ , Hauptfeldspannung $U_h$



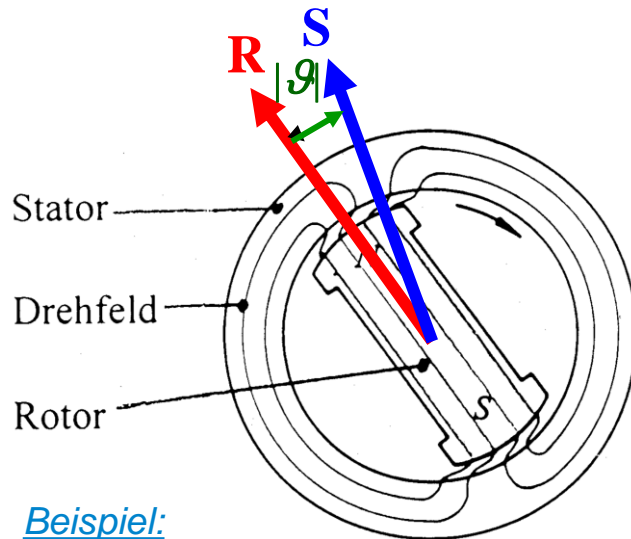
- Hauptfeldspannung  $U_h$  wird vom Hauptfeld (= resultierendes Luftspaltfeld) induziert
- $\underline{U}_s = \underline{U}_h$  gilt bei  $R_s, X_{s\sigma} = 0$

## Beispiel: GENERATOR

- Angetriebener Läufer dreht nach links = mathem. positiv
- resultierendes Luftspaltfeld folgt, bremst mit  $M_e$  den Läufer
- Polradwinkel  $\vartheta$  POSITIV

# Drehmomentbildung anschaulich

- Modell zum Verständnis: Zwei gleich schnell drehende Magnete S und R
  - a) **Ständer-Magnetdrehfeld**  $\Rightarrow$  Ersatzdarstellung durch drehenden **Magnet S** (N-S-Magnet)
  - b) **Magnetisiertes Polrad** ist drehender **Magnet R** (S-N-Magnet)
- R wird von S angezogen  $\Rightarrow$  Läufer folgt Stator-Drehfeld



## Beispiel:

Motorbetrieb, „Rechtslauf“

## • Motorbetrieb:

Läufer durch Lastmoment  $M_s > 0$  belastet  $\Rightarrow$   
„spannt Polradwinkel“  $\vartheta < 0$  zwischen S- und R-Achse auf,  
so dass **Drehmoment**  $M_e = M_s$  entsteht, damit  $n = \text{konst.}$  bleibt

## • Generatorbetrieb:

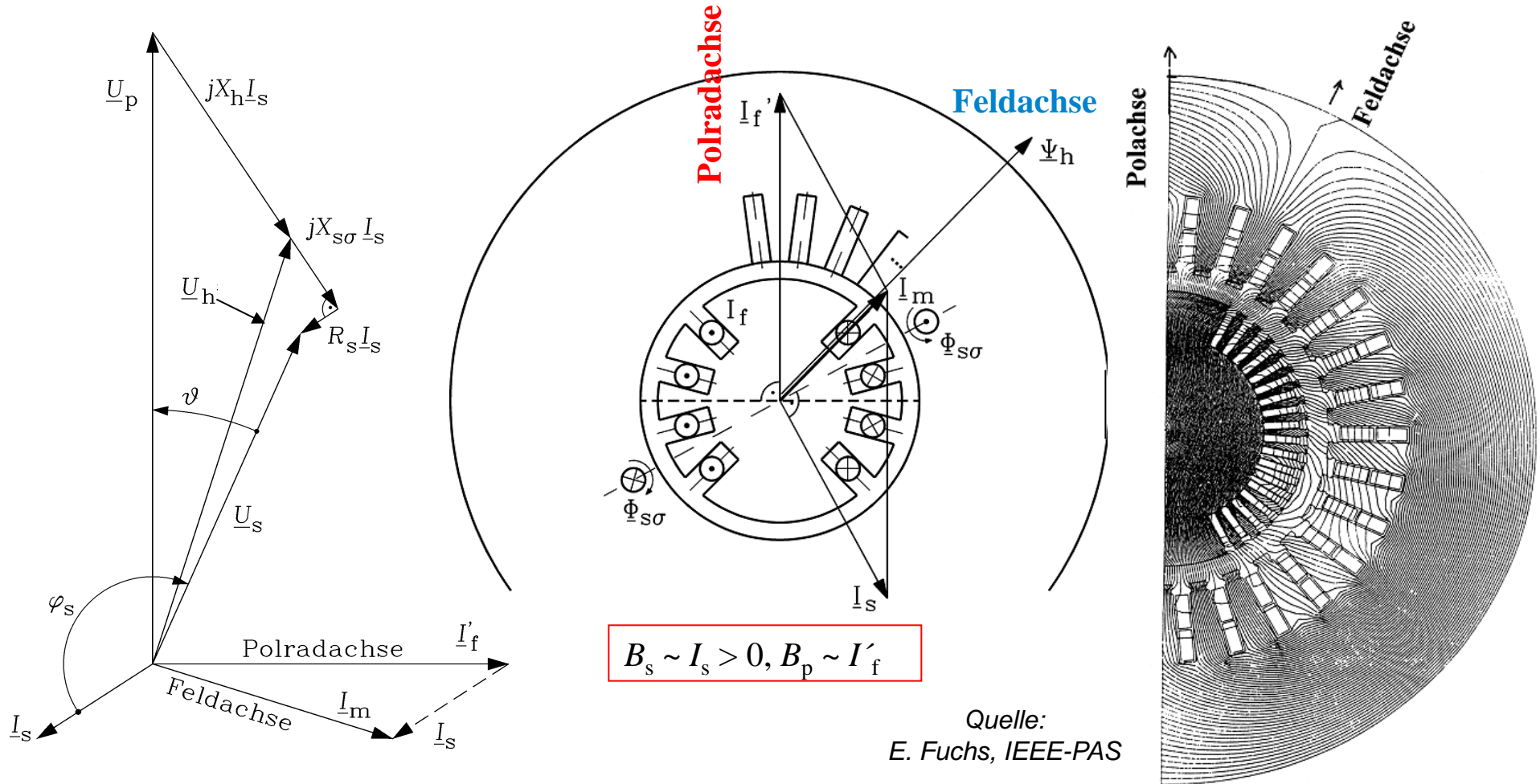
Läufer durch Turbinenmoment  $M_s < 0$  angetrieben  
 $\Rightarrow$  Statorströme bremsen Läufer:  
bremsendes **Drehmoment**  $M_e = M_s$  entsteht,  
„spannt Polradwinkel“  $\vartheta > 0$  zwischen S- und R-Achse auf

Quelle: Kleinrath, *El. Maschinen, Studententext*

- **Polradwinkel**  $\vartheta$  immer vorzeichenrichtig aus Zeigerdiagramm

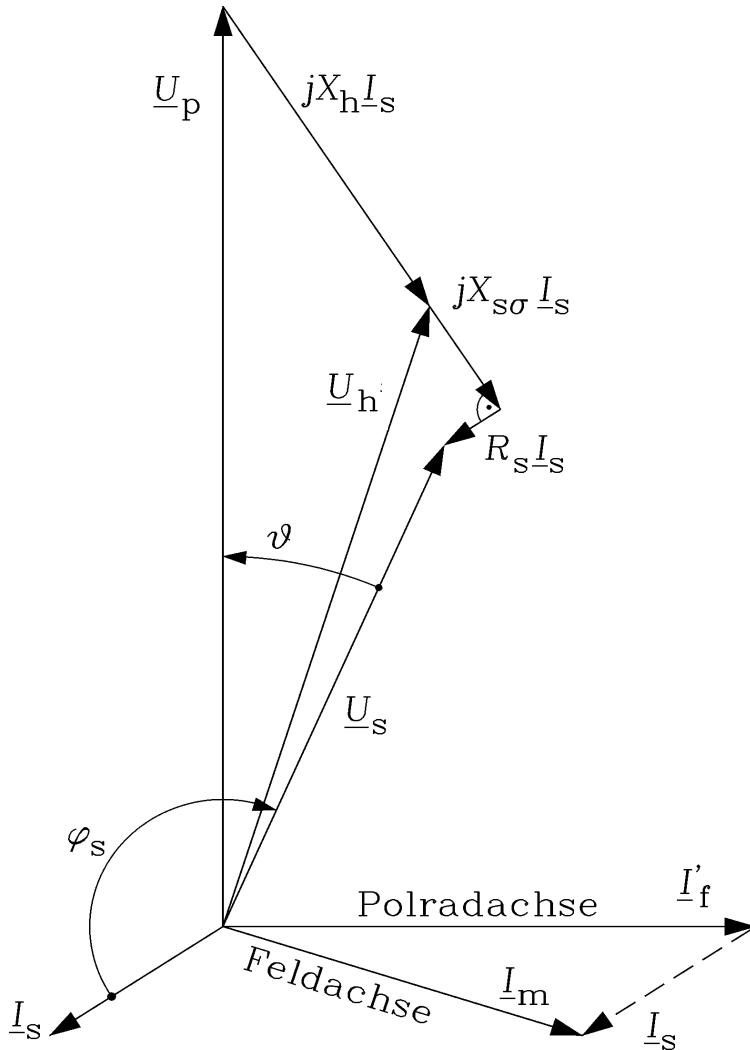
# Vollpolmaschine

## Magnetfeld bei Last



- Magnetfeld bei Belastung ( $I_s > 0, I_f > 0$ ): **Polachse** = Richtung  $\underline{U}_p$ , **Feldachse** = Richtung  $\underline{U}_h$

# Zeigerdiagramm der Vollpol-Synchronmaschine



**Beispiel: Generator, übererregt:**  $P_e = m_s \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s$

**a) elektrische Wirkleistung:**

Winkel  $\varphi_s$  zwischen  $-90^\circ$  und  $-180^\circ$ :

Daher  $\cos \varphi_s$  negativ:

$P_e$  ist negativ = ans Netz gelieferte Leistung  
(GENERATOR).

$P_e < 0$ : **Generator**  
 $P_e > 0$ : **Motor** } VZS

**b) elektrische Blindleistung:**  $Q = m_s \cdot U_s \cdot I_s \cdot \sin \varphi_s$

Winkel  $\varphi_s$  negativ = Strom eilt Spannung VOR:

$\sin \varphi_s$  negativ:

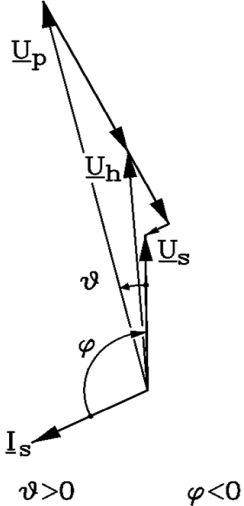
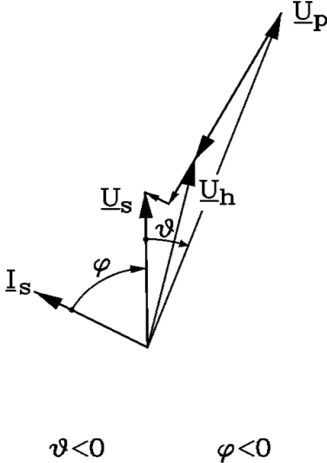
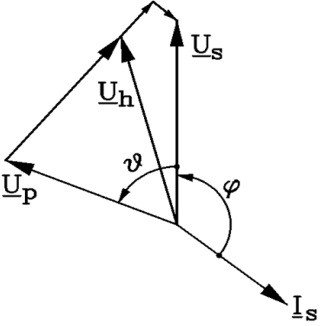
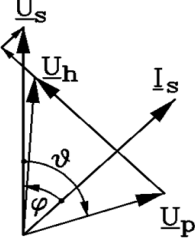
$Q$  ist negativ = kapazitive Blindleistung:

Maschine wirkt als **kapazitiver Verbraucher**.

$Q < 0$ : **übererregt**, Verbraucher kapazitiv.

$Q > 0$ : **untererregt**, Verbraucher induktiv.

# Über-/Unterregert Generator/Motor-Betrieb

GENERATOR: Polrad eilt Drehfeld vor	MOTOR: Polrad läuft Drehfeld nach	
 <p><math>\vartheta &gt; 0</math>      <math>\varphi &lt; 0</math></p>	 <p><math>\vartheta &lt; 0</math>      <math>\varphi &lt; 0</math></p>	<b>ÜBERERREGT</b> Induktive Verbraucher können versorgt werden
 <p><math>\vartheta &gt; 0</math>      <math>\varphi &gt; 0</math></p>	 <p><math>\vartheta &lt; 0</math>      <math>\varphi &gt; 0</math></p>	<b>UNTERERREGT</b> Kapazitive Verbraucher können versorgt werden

- **Generatorbetrieb:  $\vartheta > 0$ :** Polrad läuft VOR dem resultierenden Luftspaltfeld = Zeiger  $\underline{U}_p$  liegt VOR  $\underline{U}_h$ .
- **Motorbetrieb:  $\vartheta < 0$ :** Polrad läuft NACH dem resultierenden Luftspaltfeld = Zeiger  $\underline{U}_p$  liegt NACH  $\underline{U}_h$ .
- **Übererregt: Syn.maschine ist kapazitiv:** Zeiger  $\underline{U}_p$  i. A. deutlich länger als  $\underline{U}_h$ : hoher Erregerstrom  $I_f$
- **Untererregt: Syn.maschine ist induktiv:** Zeiger  $\underline{U}_p$  i. A. deutlich kürzer als  $\underline{U}_h$ : niedriger Erregerstrom  $I_f$
- **Fazit:** Stets drehen Ständer-Drehfeld und Läufer gleich schnell.  
Über Generator-/ Motorbetrieb entscheidet nur die **relative** Winkellage  $\vartheta$  des Läufers zum resultierenden Luftspaltfeld.



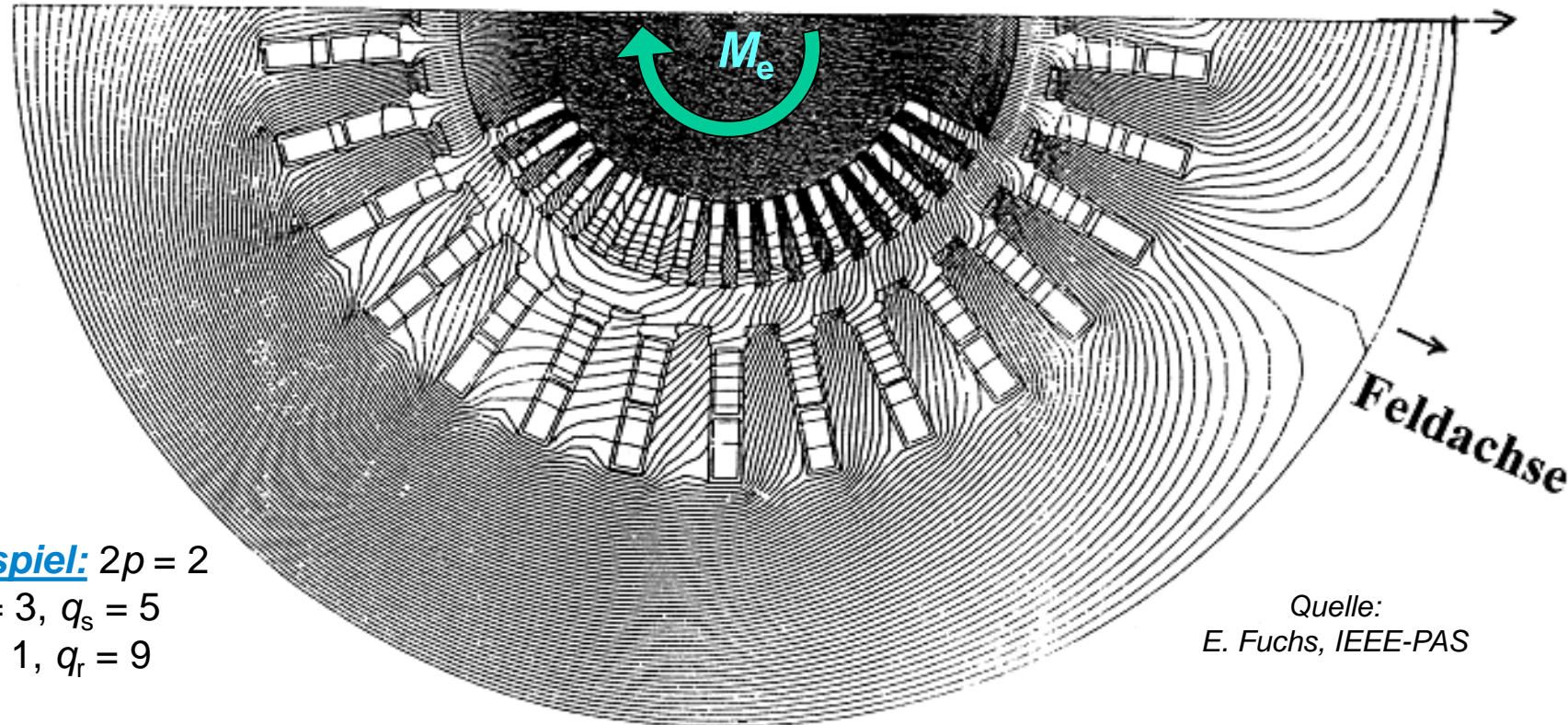
# Drehmoment $M_e$ auf den Läufer

## MAXWELL'scher Zug der Feldlinien bei Last



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Polachse



**Beispiel:**  $2p = 2$

$m_s = 3, q_s = 5$

$m_r = 1, q_r = 9$

Quelle:  
E. Fuchs, IEEE-PAS

- Feldlinien im Luftspalt haben tangentielle Richtung = tangentialer Magnetzug = elektromagnetisches Drehmoment  $M_e$



# Drehmoment der Vollpolmaschine

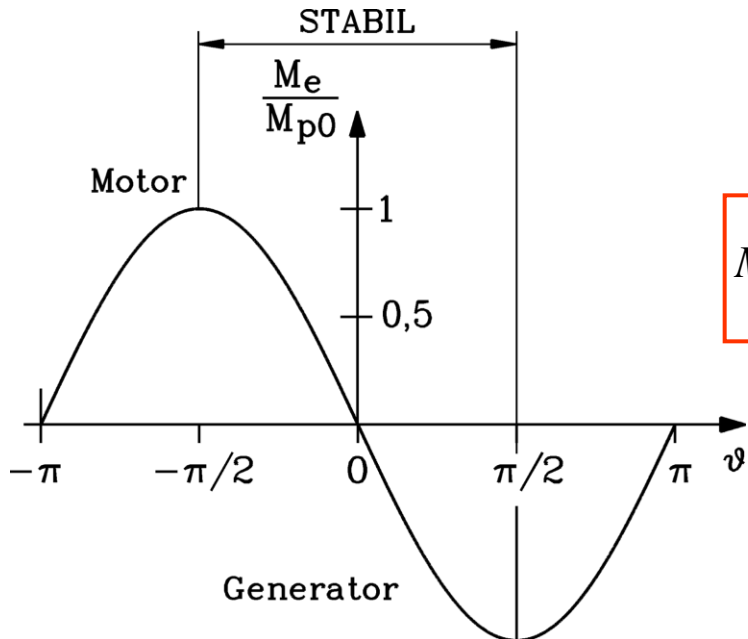
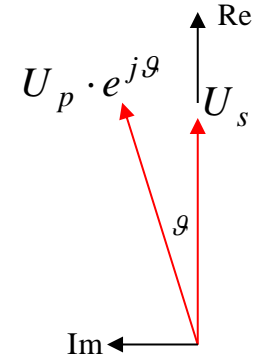
bei  $U_s = \text{konst.}$ ,  $R_s = 0$  (1)

- VORGABE durch "starres" Netz:**  $\underline{U}_s = \text{konstant} = U_s$  (= in reelle Achse gelegt):

$$\underline{U}_p = U_p \cdot (\cos \vartheta + j \cdot \sin \vartheta) \text{ und } \underline{I}_s = (U_s - \underline{U}_p) / (jX_d) \Rightarrow \underline{I}_s^* = (U_s - \underline{U}_p^*) / (-jX_d)$$

- Wirkleistung  $P_e$ :**  $P_e = m_s \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s = m_s \cdot \text{Re}\{\underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^*\}$  (\*: konjugiert komplex)

$$P_e = m_s \cdot \text{Re}\left\{U_s \cdot \frac{U_s - U_p \cdot (\cos \vartheta - j \cdot \sin \vartheta)}{-jX_d}\right\} = -m_s \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta$$



- Elektromagnetisches Drehmoment:**

$$M_e = \frac{P_m}{\Omega_m} = \frac{P_m}{\Omega_{syn}} = \frac{P_e}{\Omega_{syn}} = -\frac{m_s}{\Omega_{syn}} \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta = -M_{p0} \cdot \sin \vartheta$$

- Synchrones Kippmoment:**  $M_{p0} = \frac{m_s p}{\omega_s} \cdot \frac{U_s U_p}{X_d}$



# Drehmoment der Vollpolmaschine

bei  $U_s = \text{konst.}$ ,  $R_s = 0$  (2)

- **Elektromagnetisches Drehmoment:**

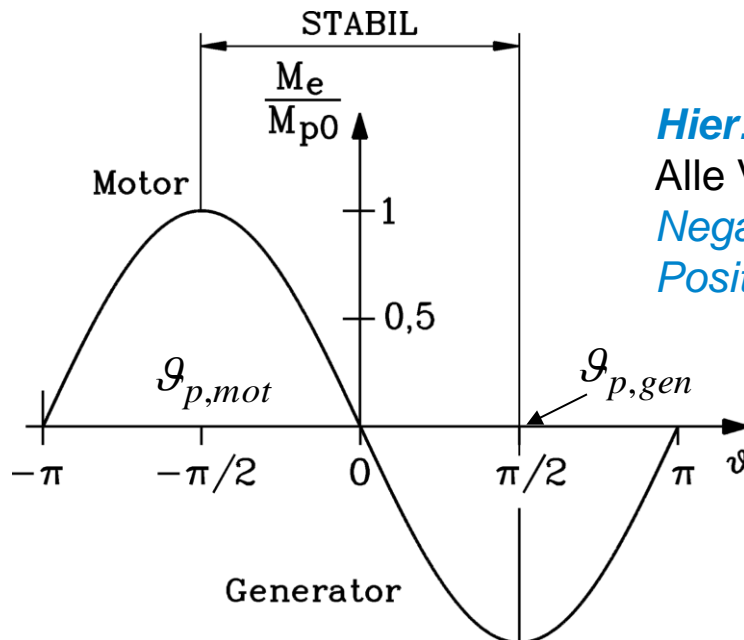
$$M_e(\vartheta) = -\frac{m_s}{\Omega_{\text{syn}}} \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta = -M_{p0} \cdot \sin \vartheta$$

Drehzahl  $n$  ist **stets** Synchrondrehzahl  $n_{\text{syn}}$  !

- **Synchrones Kippmoment:**  $M_{p0} = \frac{m_s p}{\omega_s} \cdot \frac{U_s U_p}{X_d}$

**Polrad-Kippwinkel:**  $\vartheta_{p, \text{gen}} = 90^\circ$

$\vartheta_{p, \text{mot}} = -90^\circ$



**Hier:**

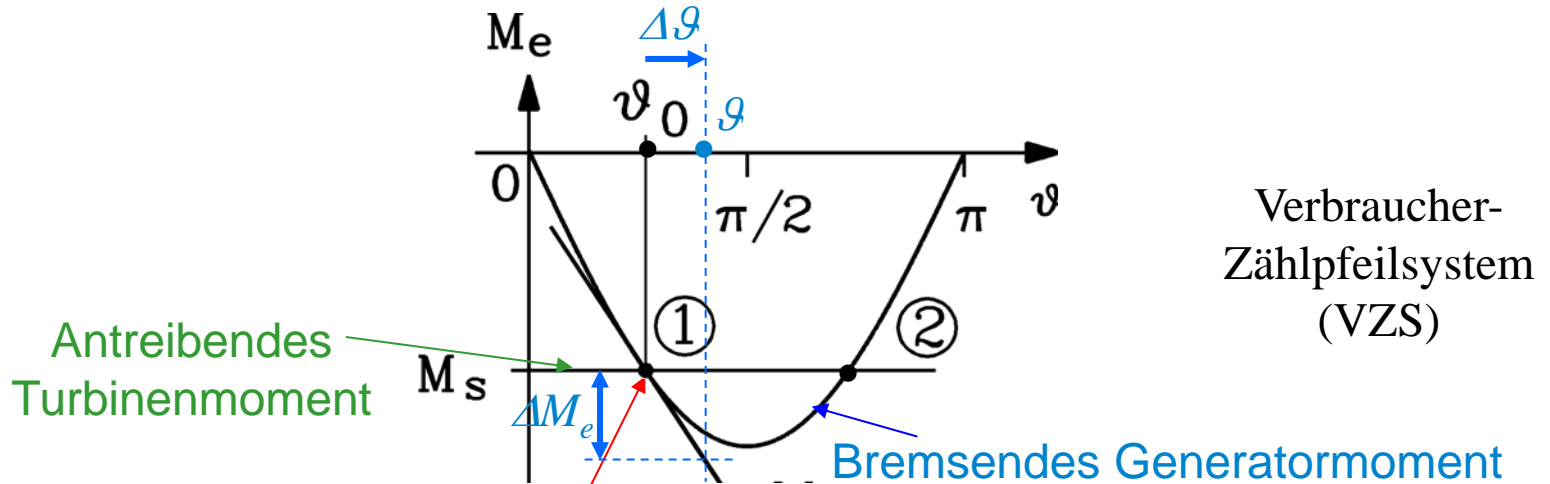
Alle Verluste vernachlässigt,  $R_s = 0$  (Wirkungsgrad "Eins").

**Negatives Moment:** Generator:  $M_e$  bremst

**Positives Moment:** Motor:  $M_e$  treibt an

# Stationärer Arbeitspunkt der Synchronmaschine

## Beispiel: Generatorbetrieb



$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e(\vartheta) - M_s = 0 \quad \boxed{M_e(\vartheta_0) = M_s} \quad \text{Stabiler Betrieb}$$

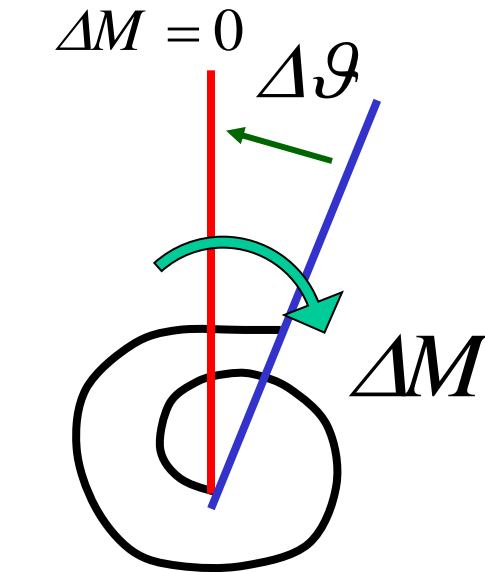
- **Kennlinie**  $M_e(\vartheta)$  im Arbeitspunkt  $\vartheta_0$  durch **Tangente** angenähert:  $M_e(\vartheta_0) = M_s$   
 $M_e(\vartheta) \cong M_e(\vartheta_0) + (\partial M_e / \partial \vartheta) \cdot \Delta \vartheta$  mit  $\Delta \vartheta = \vartheta - \vartheta_0$

$$\boxed{c_\vartheta(\vartheta_0) = \partial M_e / \partial \vartheta \Big|_{\vartheta_0}} \quad \text{Ersatz-Drehfederkonstante} \Leftrightarrow \Delta M_e = c_\vartheta \cdot \Delta \vartheta$$

# Mechanisches Analogon

## Drehfeder

Mechanische Drehfeder:



$$\Delta M = c_g \cdot \Delta g$$

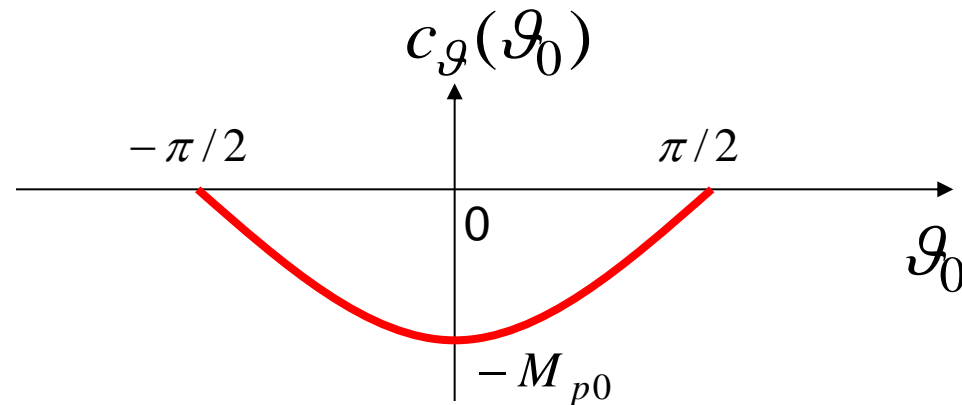
Synchronmaschine:

$$\Delta M_e = c_g(\vartheta_0) \cdot \Delta \vartheta$$

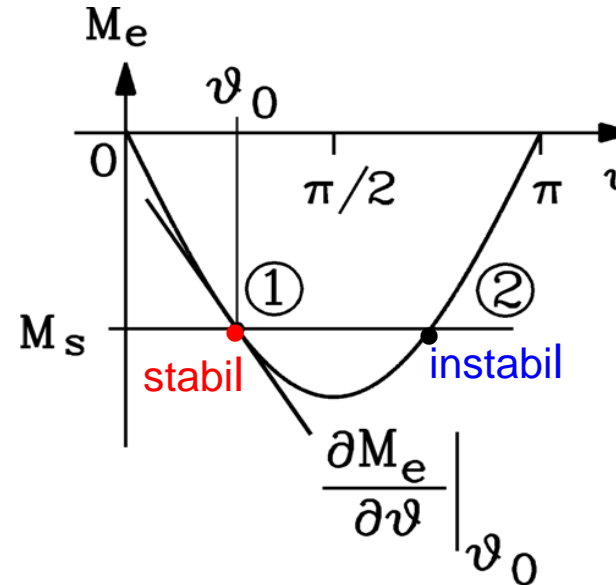
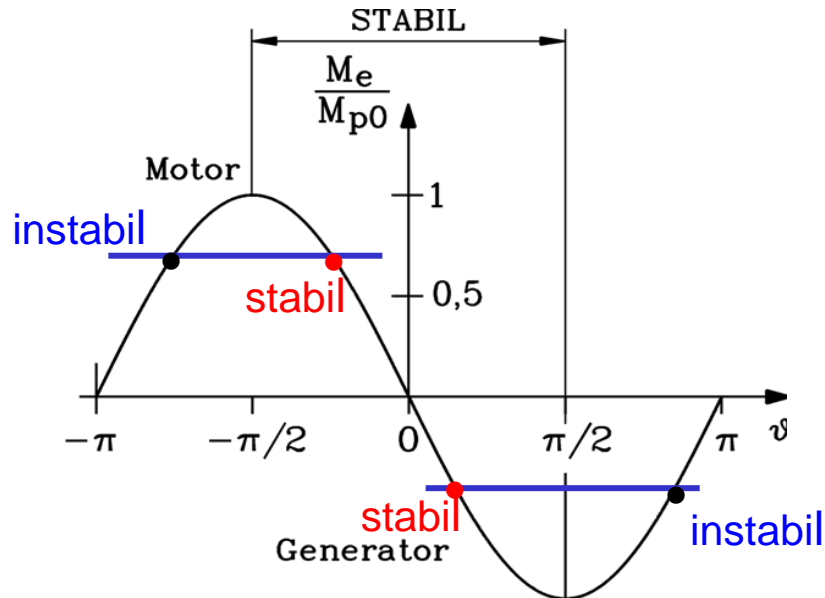
$$c_g(\vartheta_0) = \left. \frac{\partial M_e}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} = -M_{p0} \cos \vartheta_0$$

Nichtlineare negative Federkonstante:

- Nichtlinear, weil Funktion von  $\vartheta_0$
- „Negativ“, weil  $\vartheta$  für Generatorbetrieb positiv definiert



# Stabile und instabile Arbeitspunkte (1)



**Beispiel:** Drehmoment-Polradwinkel-Kurve  $M(\vartheta)$  im Generatorbetrieb: mech. Antriebsmoment  $M_s$   
Arbeitspunkt 1: **stabil**, Arbeitspunkt 2: **instabil**, **Stabilitätsgrenze** beim Polradwinkel  $\pm\pi/2$

# Stabile und instabile Arbeitspunkte (2)

## Fazit:

- Synchrones motorisches / generatorisches **Kippmoment**  $\pm M_{p0}$  bei **Kippwinkel**  $\pm \pi/2$ .

- "**Kippen**" = Überschreiten des Kippmoments:

Polrad „schlüpft“ = Polrad dreht asynchron zu dem vom Netz erregten Ständerdrehfeld.

- Schlüpfen = Wechsellmoment = Es kann keine Wirkleistung mehr übertragen werden.

# Stabilitätsuntersuchung der Arbeitspunkte (1)



- **Stabilität des Arbeitspunkts**  $\vartheta_0$ :  $M_e(\vartheta_0) = M_s$   $M_e(\vartheta) \cong M_e(\vartheta_0) + (\partial M_e / \partial \vartheta) \cdot \Delta \vartheta$

$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e(\vartheta) - M_s = M_e(\vartheta_0) + c_g \cdot \Delta \vartheta - M_s = c_g \cdot \Delta \vartheta \quad \Delta \vartheta = \vartheta - \vartheta_0$$

$$\Omega_m(t) = \Omega_{syn} + \Delta \Omega_m(t) \quad \Rightarrow \quad J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = J \cdot \frac{d\Delta \Omega_m}{dt}$$

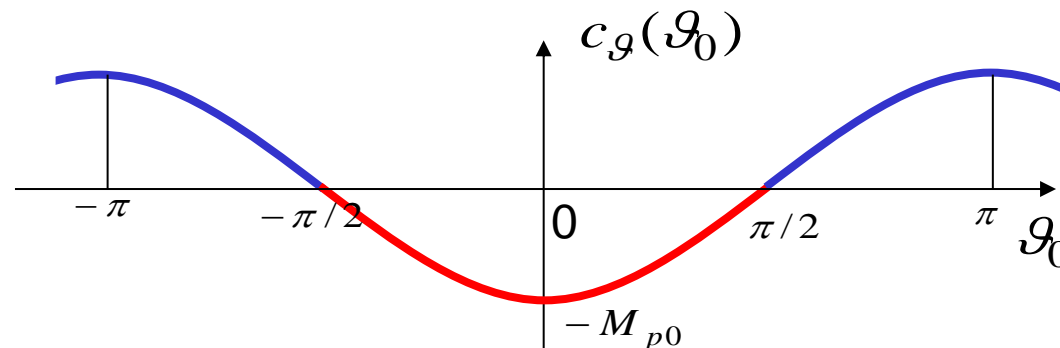
- **Zeitliche Änderung** des Polradwinkels bewirkt **Drehzahländerung**  $d\Delta \vartheta / dt = p \cdot \Delta \Omega_m$

- **Bewegungsgleichung:**

$$J \cdot \frac{d^2 \Delta \vartheta}{dt^2} - p \cdot c_g \cdot \Delta \vartheta = 0$$

a)  $|\vartheta_0| < \pi/2 : c_g < 0$

b)  $|\vartheta_0| > \pi/2 : c_g > 0$



# Stabilitätsuntersuchung der Arbeitspunkte (2)



$$J \cdot \frac{d^2 \Delta \vartheta}{dt^2} - p \cdot c_g \cdot \Delta \vartheta = 0$$

a)  $|\vartheta_0| < \pi/2: c_g = -|c_g| < 0$

$$\Delta \ddot{\vartheta} + (p \cdot |c_g| / J) \cdot \Delta \vartheta = 0$$

$$\Delta \ddot{\vartheta} + \omega_e^2 \cdot \Delta \vartheta = 0$$

$$\omega_e^2 = p \cdot |c_g| / J$$

Anfangsstörung:  $\Delta \vartheta(t=0) = \Delta \vartheta_0, \Delta \dot{\vartheta}(t=0) = 0 \Rightarrow \Delta \vartheta(t) = \Delta \vartheta_0 \cdot \cos(\omega_e t)$

Abweichung des Polradwinkels vom Arbeitspunkt schwingt zwar („Drehfeder mit Dreh-Masse“), aber die Schwingungsamplitude bleibt beschränkt: **STABIL**

b)  $|\vartheta_0| > \pi/2: c_g = |c_g| > 0$

$$\Delta \ddot{\vartheta} - (p \cdot |c_g| / J) \cdot \Delta \vartheta = 0$$

$$\Delta \ddot{\vartheta} - \omega_e^2 \cdot \Delta \vartheta = 0$$

Anfangsstörung:  $\Delta \vartheta(t=0) = \Delta \vartheta_0, \Delta \dot{\vartheta}(t=0) = 0 \Rightarrow \Delta \vartheta(t) = \Delta \vartheta_0 \cdot \cosh(\omega_e t) = \Delta \vartheta_0 \cdot \frac{e^{\omega_e t} + e^{-\omega_e t}}{2}$

Abweichung des Polradwinkels nimmt zu: **INSTABIL**





# Drehschwingungen der Synchronmaschine (1)

- Abweichungen des Polradwinkels vom stationären Arbeitspunkt im stabilen Bereich:

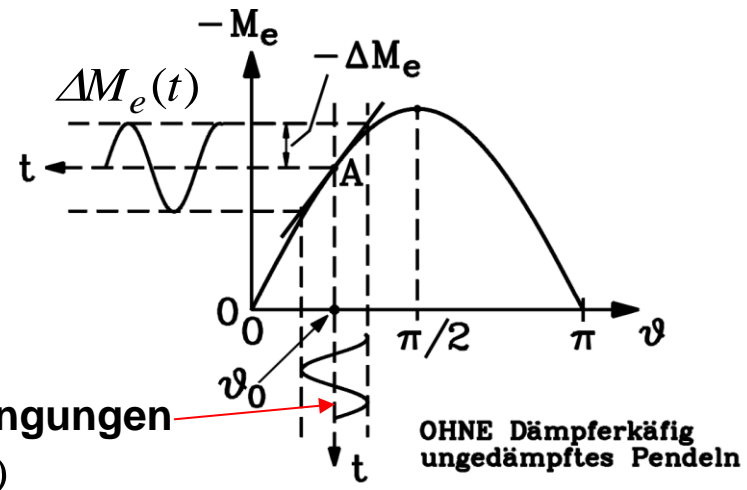
$$|\vartheta_0| < \pi/2: \Delta\ddot{\vartheta} + \omega_e^2 \cdot \Delta\vartheta = 0 \Rightarrow \Delta\vartheta(t) = \Delta\vartheta_0 \cdot \cos(\omega_e t) + (\Delta\dot{\vartheta}_0 / \omega_e) \cdot \sin(\omega_e t)$$

**Schwingungsgleichung:** Polrad schwingt um Arbeitspunkt  $\vartheta_0$  gegen das vom Netz erregte, mit  $n_{\text{syn}}$  rotierende Ständerdrehfeld, wenn es durch eine Störung (z. B. im Antriebsmoment) kurzfristig aus dem Arbeitspunkt ausgelenkt wird, mit der **Eigenfrequenz:**

$$f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot |c_g|}{J}}$$

- Fazit:** Die Synchronmaschine wirkt wie eine schwingende Drehfeder mit einer Dreh-Masse.

- Zum Abdämpfen der Polradschwingungen ist ein **Dämpferkäfig** erforderlich!



# Drehschwingungen der Synchronmaschine (2)

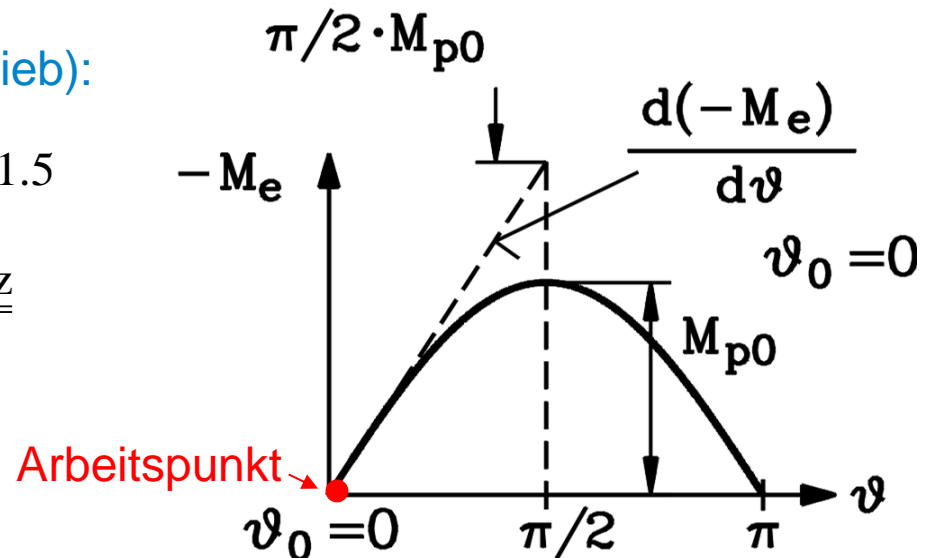
**Beispiel:** Leerlauf-Arbeitspunkt ( $M_e = 0, \vartheta_0 = 0$ ):  $|c_g| = |-M_{p0} \cdot \cos(0)| = M_{p0}$

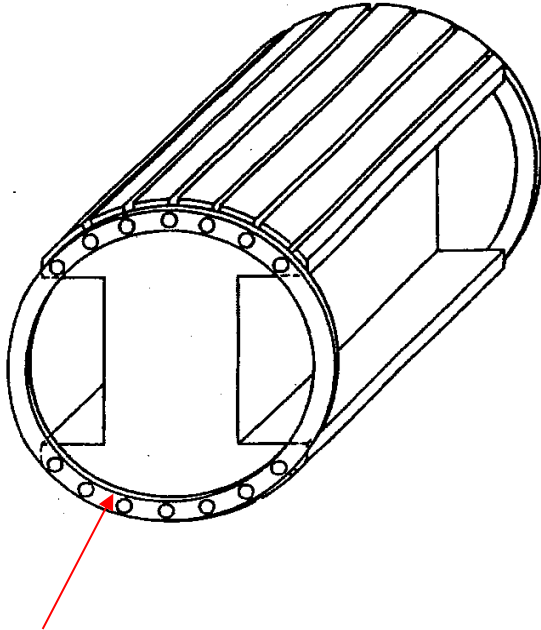
Mit  $p \cdot \Omega_{syn} = \omega_N$  und der Nenn-Anlaufdauer  $T_J = \frac{J \cdot \Omega_{syn}}{M_N}$  folgt:  $f_e = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_N}{T_J} \cdot \frac{M_{p0}}{M_N}}$

**Beispiel:** Synchronmotor (Windkanal-Antrieb):

$P_N = 50 \text{ MW}, f_N = 50 \text{ Hz}, T_J = 10 \text{ s}, M_{p0}/M_N = 1.5$

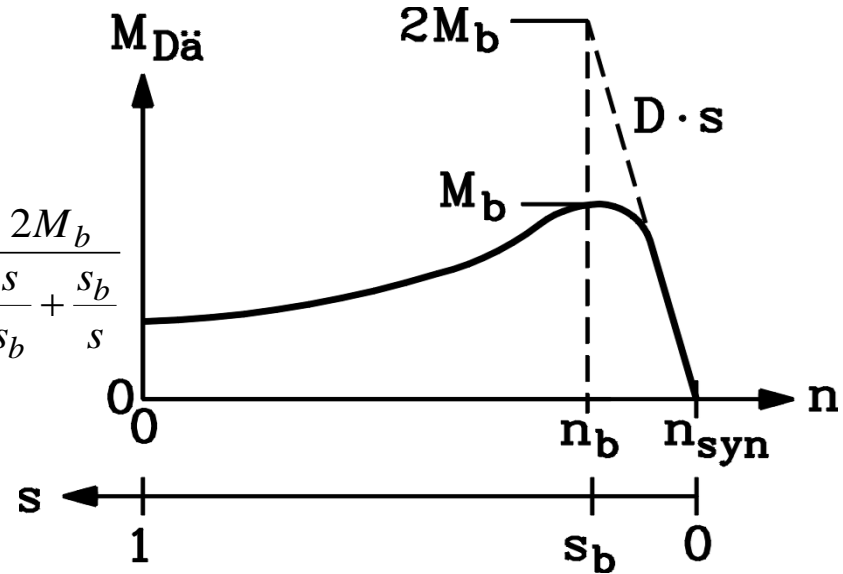
$$f_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_N}{T_J} \cdot \frac{M_{p0}}{M_N}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi 50}{10} \cdot 1.5} = \underline{\underline{1.09 \text{ Hz}}}$$





**Dämpferkäfig** einer zweipoligen Schenkelmaschine

$$M_{D\ddot{a}}(s) = \frac{2M_b}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}}$$



Asynchrones Moment  $M_{D\ddot{a}}(n)$  des Dämpferkäfigs (KLOSS-Funktion)

Näherung der KLOSS-Funktion  $M_{D\ddot{a}}(n)$  für kleinen Schlupf  $s$  nahe der Synchrondrehzahl:

$$M_{D\ddot{a}}(s) \approx \frac{2M_b}{s_b} \cdot s = D \cdot s \quad \text{für } |s| \ll 1$$

- Synchronmaschine schwingt am “starren” Netz bei jeder Belastungsänderung.
- **Dämpferkäfig** (= zusätzlicher **Kurzschlusskäfig** im Polrad) dämpft diese Schwingungen rasch ab.
- Schwingen = Drehzahl weicht von Synchrondrehzahl periodisch ab (**Schlupf  $s$** )  
Spannungsinduktion mit  $s \cdot f_s \Rightarrow$  Im Dämpferkäfig fließt Dämpfer-Strom,  
der mit Ständerdrehfeld **asynchrones Drehmoment  $M_{Dä}$**  bildet.
- **$M_{Dä}$**  wirkt der Ursache (Polrad-Schwingbewegung) entgegen (*Lenz'sche Regel* der Spannungsinduktion)  $\Rightarrow$  Schwingungsdämpfung.
- Kinetische Polrad-Schwingungsenergie in Dämpferkäfig-Stromwärme  
“vernichtet” = **Schwingungsdämpfung !**

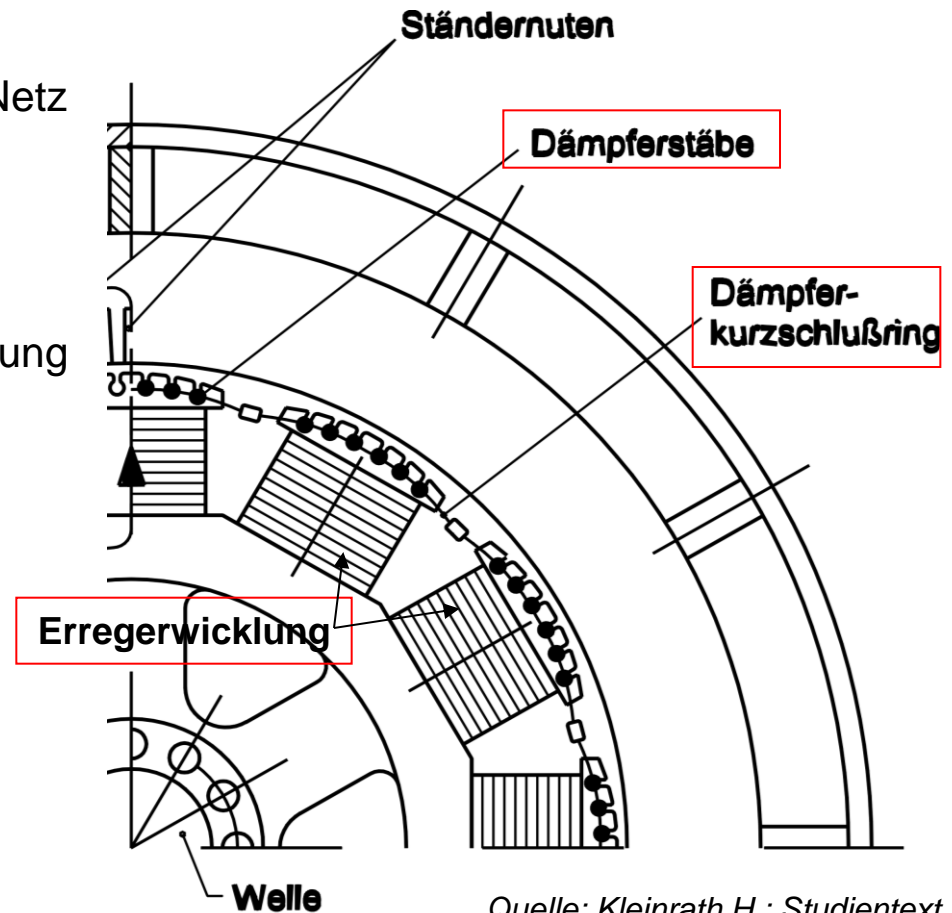
# Asynchronkäfig im Läufer der Synchronmaschine

**Anlaufkäfig:** Grosse Käfig-Stab-Querschnitte:  
Asynchroner Anlauf der Synchronmaschine am Netz möglich, bei kurzgeschlossener Erregerwicklung

**Dämpferkäfig:** Kleine Käfig-Stab-Querschnitte  
Kein asynchroner Anlauf der Synchronmaschine am Netz wegen der Gefahr thermischer Überhitzung möglich.

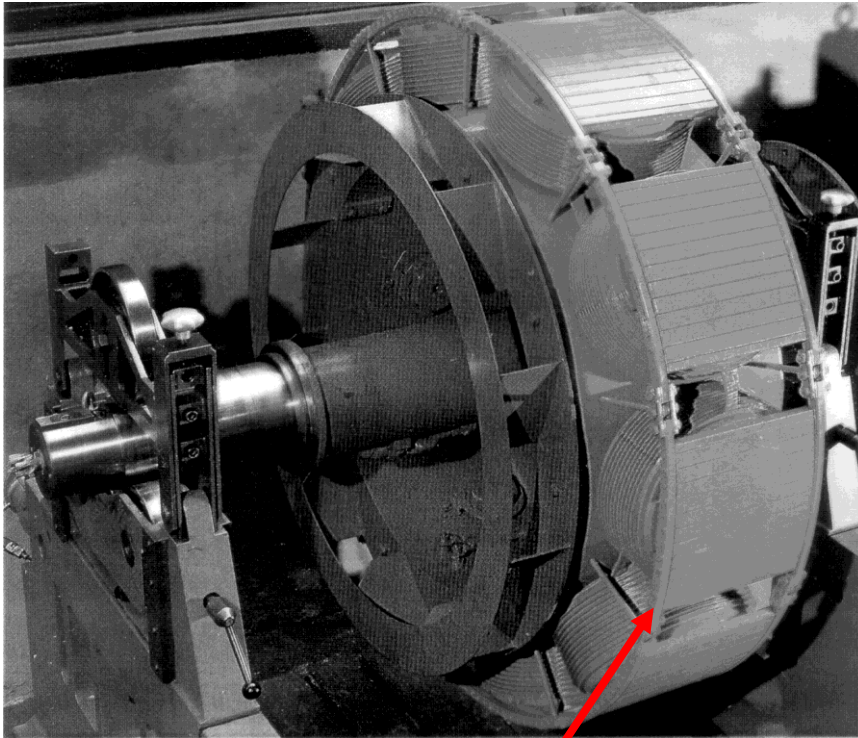
**Aber:**  
Abdämpfung von mechanischen Läufer-schwingungen bei Belastungsänderungen!

**Denn:**  
Schwingen des Läufers (der Drehbewegung überlagert) bewirkt, dass das Luftspalt-Drehfeld den Läuferkäfig induziert.  
Käfigströme bilden mit Drehfeld Bremsmoment, dass die Schwingbewegung rasch dämpft.



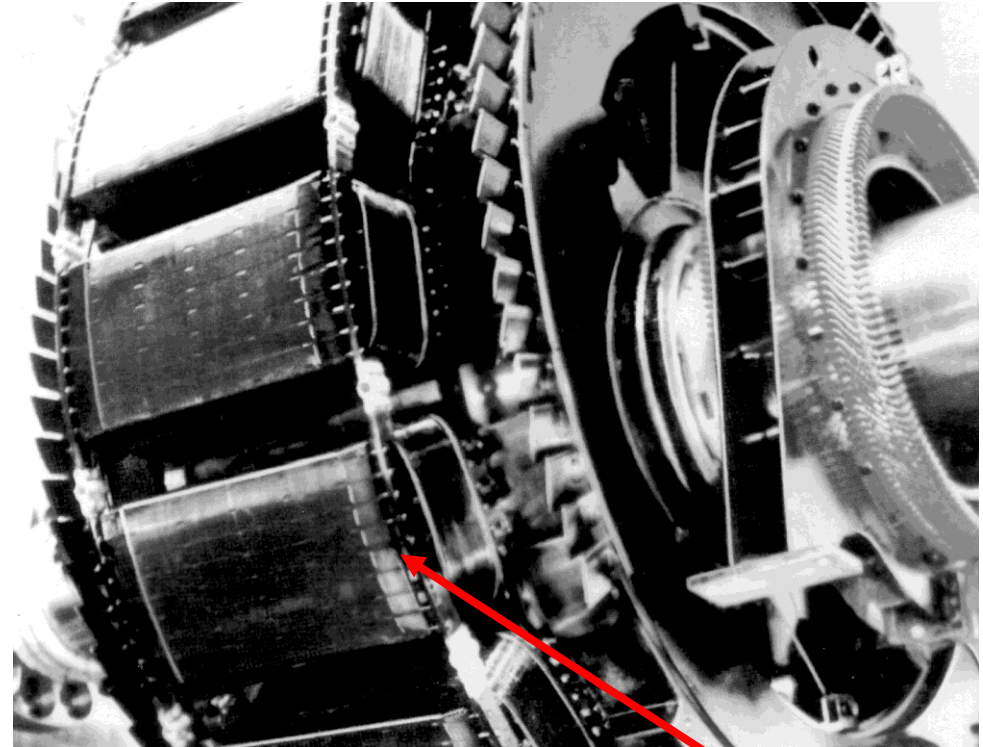
Quelle: Kleinrath H.; Studententext

# Dämpferkäfig in Rotoren von Schenkelpol-Synchronmaschinen



10-poliger **Motorläufer**,  
durchgehende **Dämpferringe**

Quelle: Siemens AG, Deutschland



14-poliger **Generatorläufer**, **Dämpferstäbe** in  
den Polschuhen

Quelle: Lloyd Dynamowerk, Bremen



# Kupferkeile der Erregerwicklung und Wicklungskappen bilden Dämpferkäfig

Vierpoliger  
Turbo-  
Generator

Einführen des  
Rotors mit  
dem Kran

Dämpferkäfig

Wicklun-  
gskap-  
pen



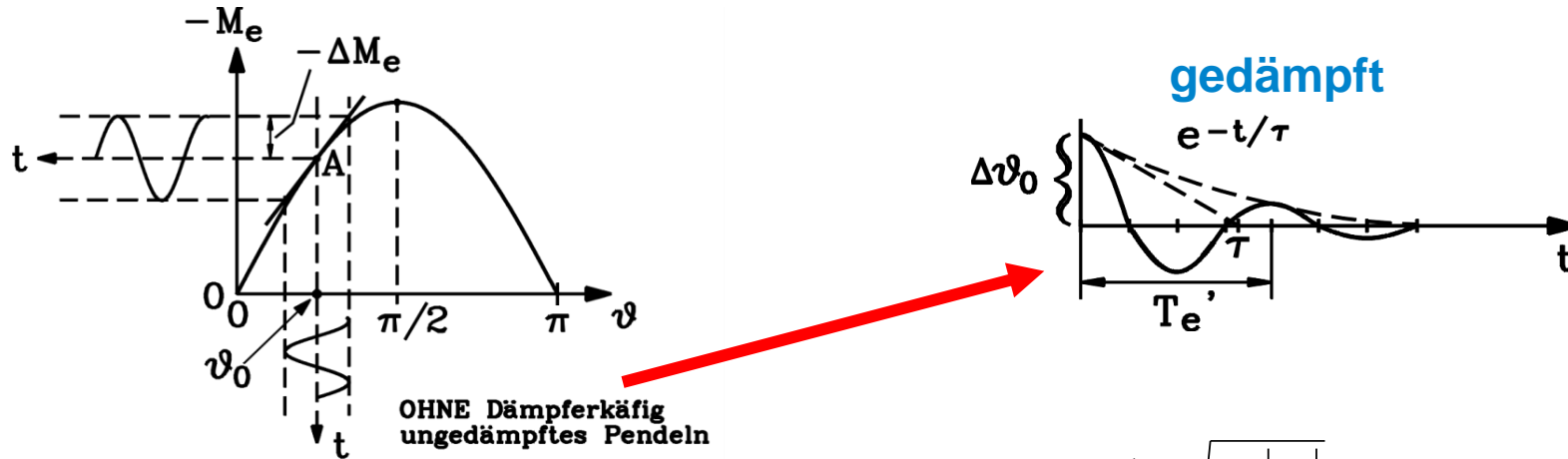
Quelle:

**ALSTOM**

4-poliger Turbogenerator für ca. 1.6 GW:  
Einsatz in Kernkraftwerken



# Gedämpfte Polrad-Schwingungen (1)



- Ungedämpfte Schwingungen: Arbeitspunkt A  $(-M_e, \vartheta_0)$ :  $f_e = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot |c_g|}{J}}$
- Dämpfendes Moment (KLOSS):  $M_{Dä}(s) \approx \frac{2M_b}{s_b} \cdot s = D \cdot s$ , Schlupf  $s = \frac{\Omega_{syn} - \Omega_m}{\Omega_{syn}} = -\frac{\Delta\Omega_m}{\Omega_{syn}}$
- linearisiert:  $J \cdot d\Omega_m / dt = c_g \cdot (\vartheta - \vartheta_0) + D \cdot s$   $\Omega_m(t) = \Omega_{syn} + \Delta\Omega_m(t)$

$$\vartheta(t) - \vartheta_0 = \Delta\vartheta(t) \quad \frac{d\Delta\vartheta}{dt} = p \cdot \Delta\Omega_m = -p \cdot s \cdot \Omega_{syn} \quad \frac{d^2\Delta\vartheta}{dt^2} = p \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = p \cdot \frac{d\Delta\Omega_m}{dt}$$

$$\frac{J}{p} \cdot \Delta\ddot{\vartheta} + \frac{D}{p\Omega_{syn}} \cdot \Delta\dot{\vartheta} + |c_g| \cdot \Delta\vartheta = 0$$

**Lineare Schwingungsgleichung mit Dämpfung**  
 $-\pi/2 \leq \vartheta_0 \leq \pi/2$

# Gedämpfte Polrad-Schwingungen (2)

- Lösung der Schwingungsgleichung: Anfangsbedingungen:

$$\frac{J}{p} \cdot \Delta \ddot{\vartheta} + \frac{D}{p \Omega_{syn}} \cdot \Delta \dot{\vartheta} + |c_g| \cdot \Delta \vartheta = 0 \quad \Delta \vartheta(t=0) = \Delta \vartheta_0$$

$$\Delta \dot{\vartheta}(t=0) = \Delta \dot{\vartheta}_0 : \text{z.B.} : \Delta \dot{\vartheta}_0 = -\Delta \vartheta_0 / \tau = -\alpha \cdot \Delta \vartheta_0$$

$$\Delta \ddot{\vartheta} + \frac{D}{J \cdot \Omega_{syn}} \cdot \Delta \dot{\vartheta} + \frac{p \cdot |c_g|}{J} \cdot \Delta \vartheta = 0$$

$$\Delta \ddot{\vartheta} + 2\alpha \cdot \Delta \dot{\vartheta} + \omega_e^2 \cdot \Delta \vartheta = 0 \Rightarrow \Delta \vartheta = C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \Rightarrow \lambda^2 + 2\alpha \cdot \lambda + \omega_e^2 = 0$$

$$\alpha^2 < \omega_e^2 : \lambda_{1,2} = -\alpha \pm j \cdot \sqrt{\omega_e^2 - \alpha^2} = -\alpha \pm j \cdot \omega_e'$$

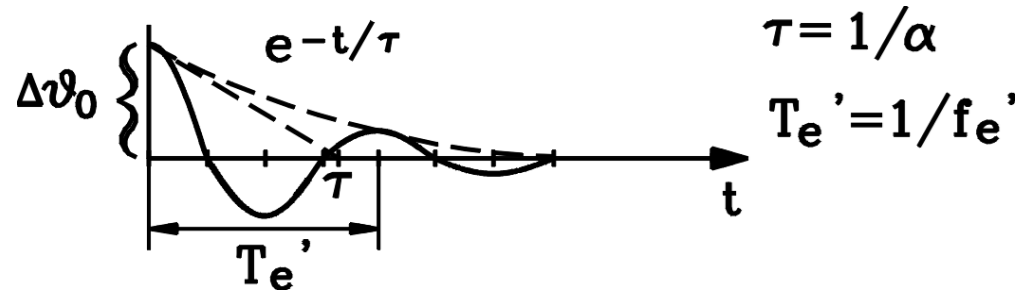
$$\Delta \vartheta(t) = \vartheta(t) - \vartheta_0 = \Delta \vartheta_0 \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(2\pi \cdot f_e' \cdot t)$$

- Dämpfungsmaß:

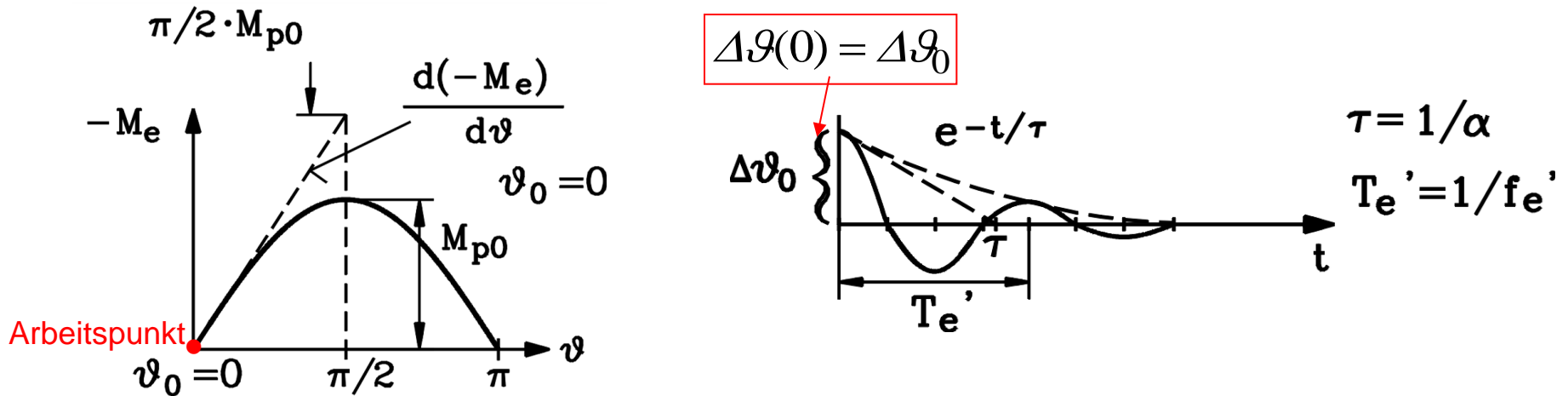
$$\alpha = \frac{D}{2J\Omega_{syn}} = \frac{M_b}{J\Omega_{syn}S_b}$$

- Eigenfrequenz:

$$f_e' = \frac{\sqrt{(2\pi f_e)^2 - \alpha^2}}{2\pi}$$



# Beispiel: Gedämpfte Polrad-Schwingungen



**Beispiel:** Arbeitspunkt  $\vartheta_0 = 0$ : Eigenfrequenz OHNE Dämpfer:  $f_e = 1.093$  Hz

Nenn-Anlaufdauer:  $T_J = 10$  s,  $T_J = J \cdot \Omega_{syn} / M_N$

Dämpferkäfig: asynchrones Kippmoment  $M_b/M_N = 1.4$ , Kippschlupf:  $s_b = 20$  %

**Dämpfungsmaß:** 
$$\alpha = \frac{M_b}{J\Omega_{syn}s_b} = \frac{M_b/M_N}{s_b} \cdot \frac{M_N}{J\Omega_{syn}} = \frac{M_b/M_N}{s_b} \cdot \frac{1}{T_J} = \frac{1.4}{0.2} \cdot \frac{1}{10} = 0.7/\text{s}$$

Schwingung klingt mit der Zeitkonstante  $\tau = 1/\alpha = 1/0.7 = 1.43$  sab.

Schwingung hat Eigenfrequenz 
$$f_e' = \sqrt{(2\pi \cdot 1.093)^2 - 0.7^2} / (2\pi) = \underline{\underline{1.087}} \text{ Hz}$$

# Nutzen der Dämpferwicklung (= Dämpferkäfig, Dämpfer)

## - Synchronmaschinen am starren Netz:

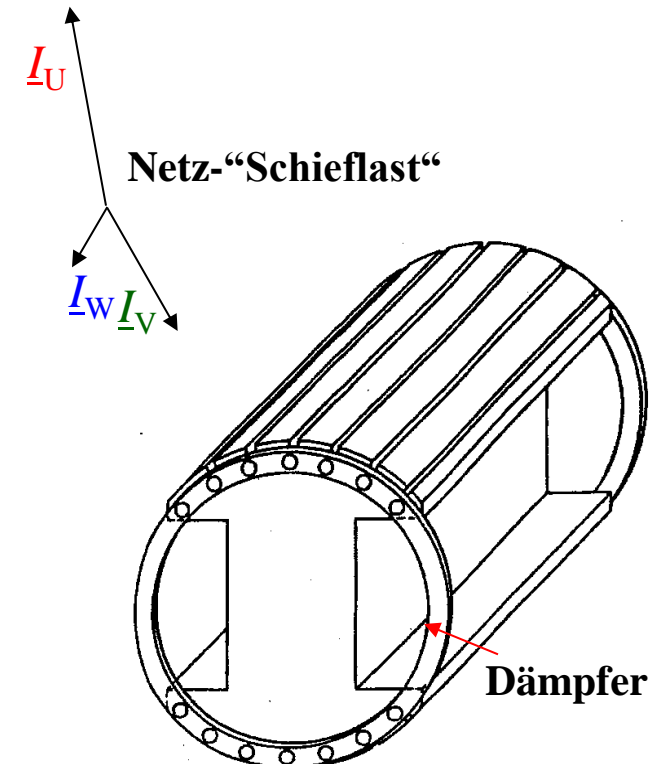
Dämpferwicklung dämpft

- a) Pendelungen bei Laständerung rasch
- b) inverses Drehfeld ( $-\Omega_{\text{syn}}$ ) bei „Schieflast“  
(Meist Dämpferkäfigstab-Querschnitt für 20% Schieflast ausgelegt)

- Dämpferkäfig mit großem Stab-/Ringquerschnitt:  
**Anlaufkäfig** für asynchronen Anlauf am Netz

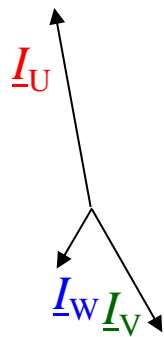
ABER:

- Synchronmaschine **im Inselbetrieb** benötigt keinen Schwingungs-Dämpfer, da sie nicht gegen das von ihr selbst verursachte Statorfeld schwingen kann



# Schiefsymmetrisches Drehstrom-System

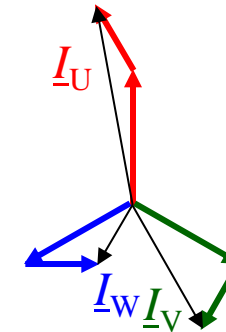
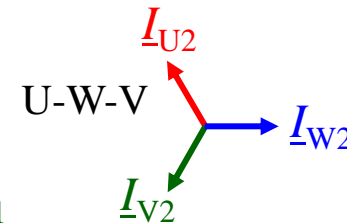
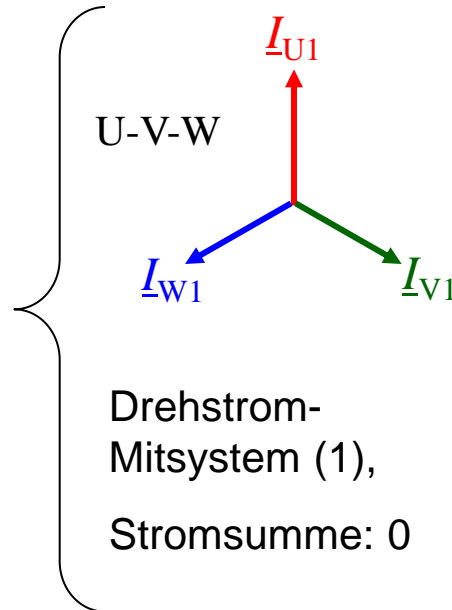
## Gegen-Drehfeld



Unsymmetrisches  
Drehstrom-System  
durch unsymm.  
Belastung je Phase:

Stromsumme: 0

$$\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = 3\underline{I}_0 = 0$$



**Sternschaltung** der Generator-Statorwicklung: Kein Nullstrom-System  $I_0$ !

# Dämpferkäfig verringert Gegen-Drehfeld

- Das **unsymmetrische** Drehstrom-System kann mathematisch eindeutig in zwei symmetrische Drehstrom-Systeme (Mit- und Gegen-System) zerlegt werden.
- **Mit-System:** Erregt das Luftspalt-Mit-Drehfeld (rotiert mit  $n_{\text{syn}}$ ); es erzeugt mit dem Rotorfeld das zeitlich konstante Nutz-Drehmoment  $M_e(\mathcal{G})$ .
- **Gegen-System:** Erregt das Luftspalt-Gegen-Drehfeld (rotiert mit  $-n_{\text{syn}}$ ); es erzeugt mit dem Rotorfeld
  - a) das schädliche mit  $2f_s$  pulsierende Wechsel-Drehmoment  $M_{e,\sim}$  und
  - b) induziert die Rotor-DC-Feldwicklung  $\Rightarrow$  Unerwünschter  $2f_s$ -Wechselstrom in DC-Feldwicklung.
- **ABHILFE:**  
**Gegendrehfeld induziert Dämpferkäfig mit  $2f_s \Rightarrow$  Dämpferströme fließen:**  
Dämpferströme erregen (nahezu) gegenphasiges Luftspaltfeld, das das Gegendrehfeld (nahezu) auslöscht, so dass es die Feldwicklung nicht induzieren kann.



# Vollpol-Synchronmaschine

## Bewickelter isolierter Stator

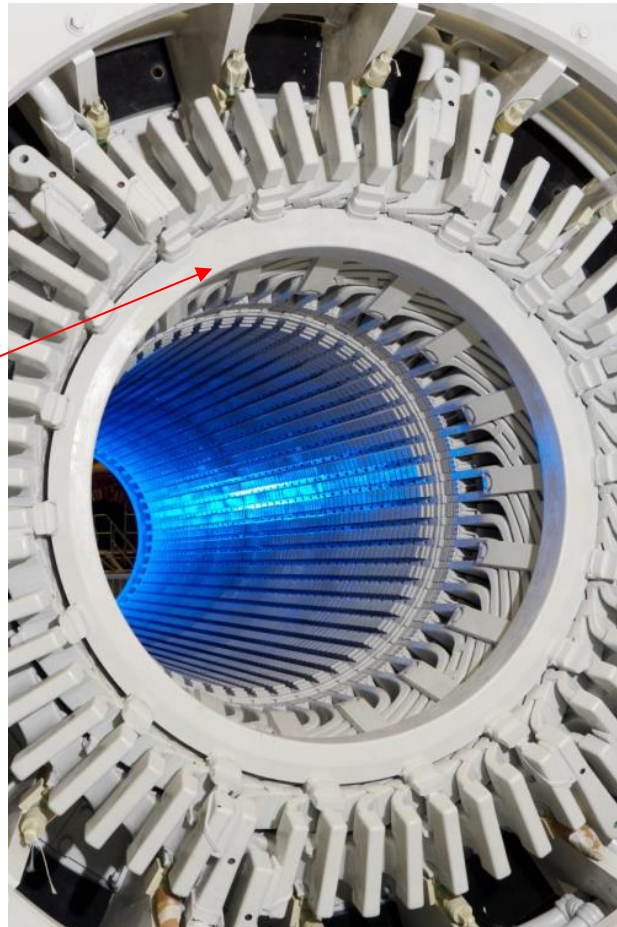
Zweipoliger  
Turbogenerator  
ca. 800 MW für  
ein  
Dampfkraftwerk

Stützringe für  
die Wickelkopf-  
versteifung

Wasserstoff-  
Gaskühlung

Quelle:

**ALSTOM**



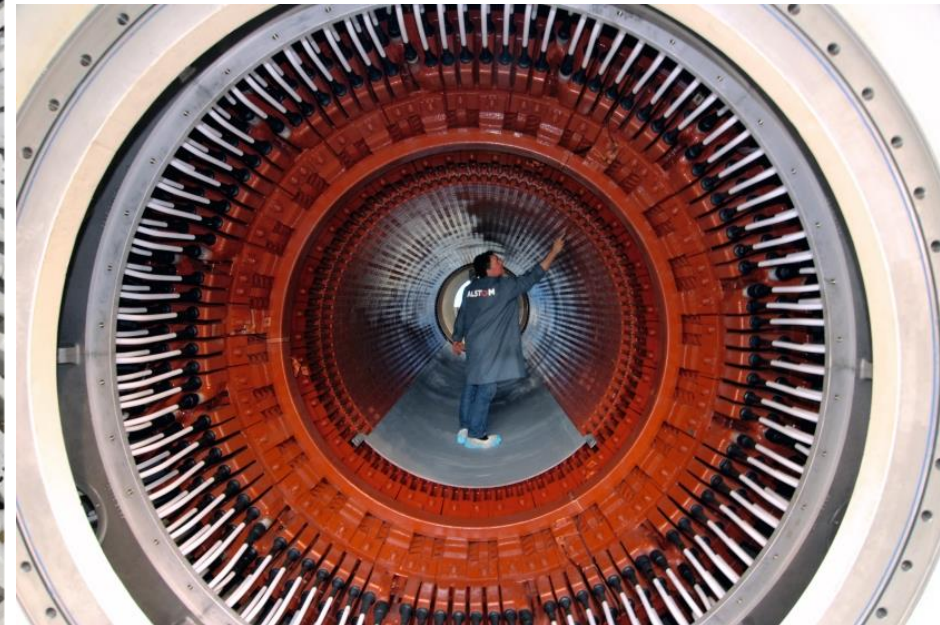
(C) 2007 Bryon Paul McCartney / all rights reserved.

4-poliger Turbogenerator

für ca. 1.6 GW

Direkte Leiterkühlung mit  
deionisiertem Wasser

Einsatz in Kernkraftwerken



# Vollpol-Synchronmaschine: Fertigung des zylindrischen Rotors („Induktor“)

**Zweipoliger Turbo-  
Generator 3000/min**  
300 MW, 19 kV Y, 50 Hz,  
 $\cos \varphi_s = 0.85$  (EZS)

**Fertigung der Rotor-  
Erregerwicklung**

$$q_r = 9, 2p = 2$$

Es fehlen noch die  
Wicklungskappen!

Luftkühlung - Hohlleiter

Leitfähige Keile der  
Erregernuten bilden  
Dämpferkäfig

Rotordurchmesser 1150mm,  
Aktivlänge 5460mm,  
95 Windungen pro Rotorpol



(C) 2007 Bryon Paul McCartney / all rights reserved.

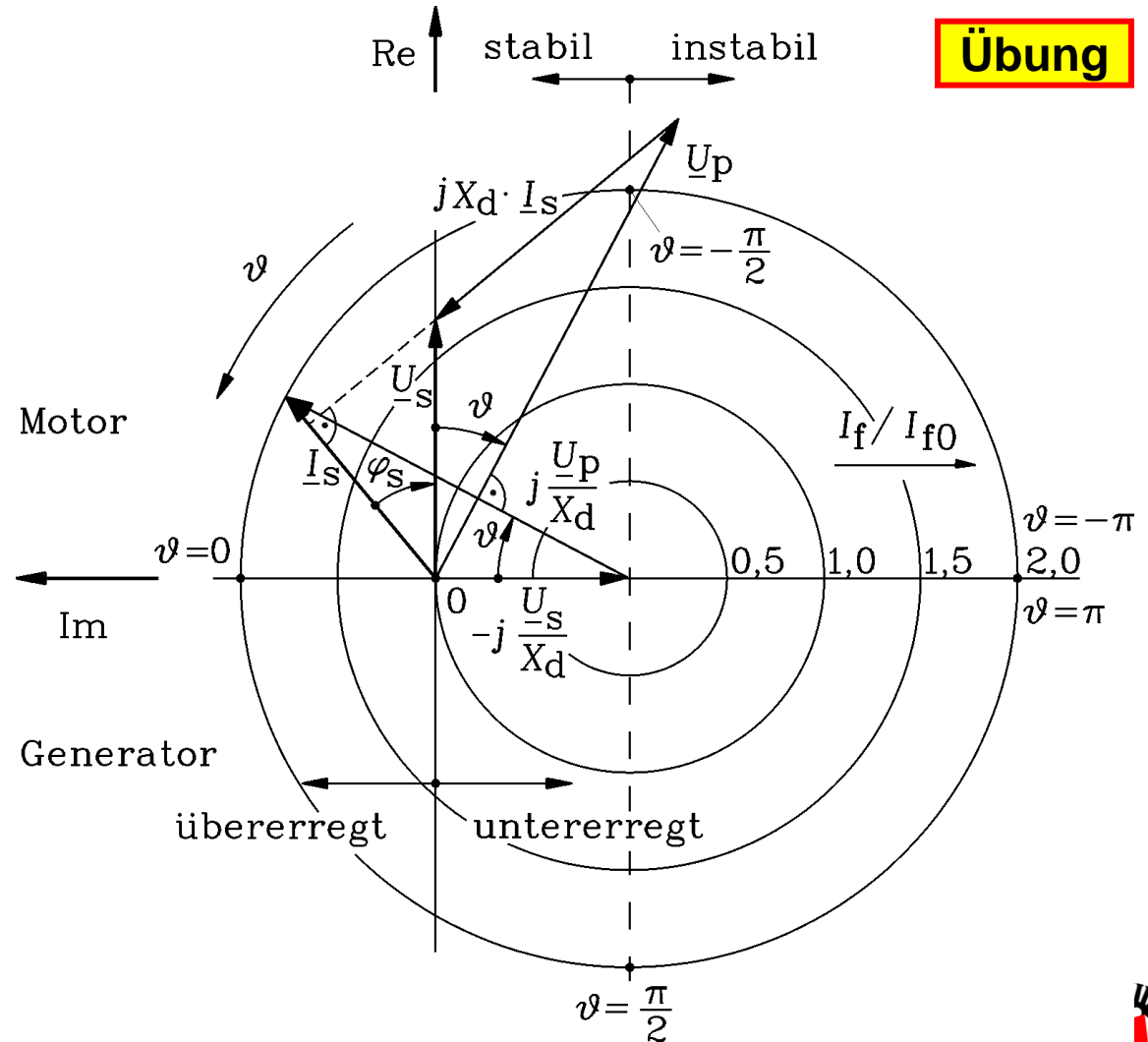


# Stator-Stromortskurve der Vollpol-Synchronmaschine



## Übung

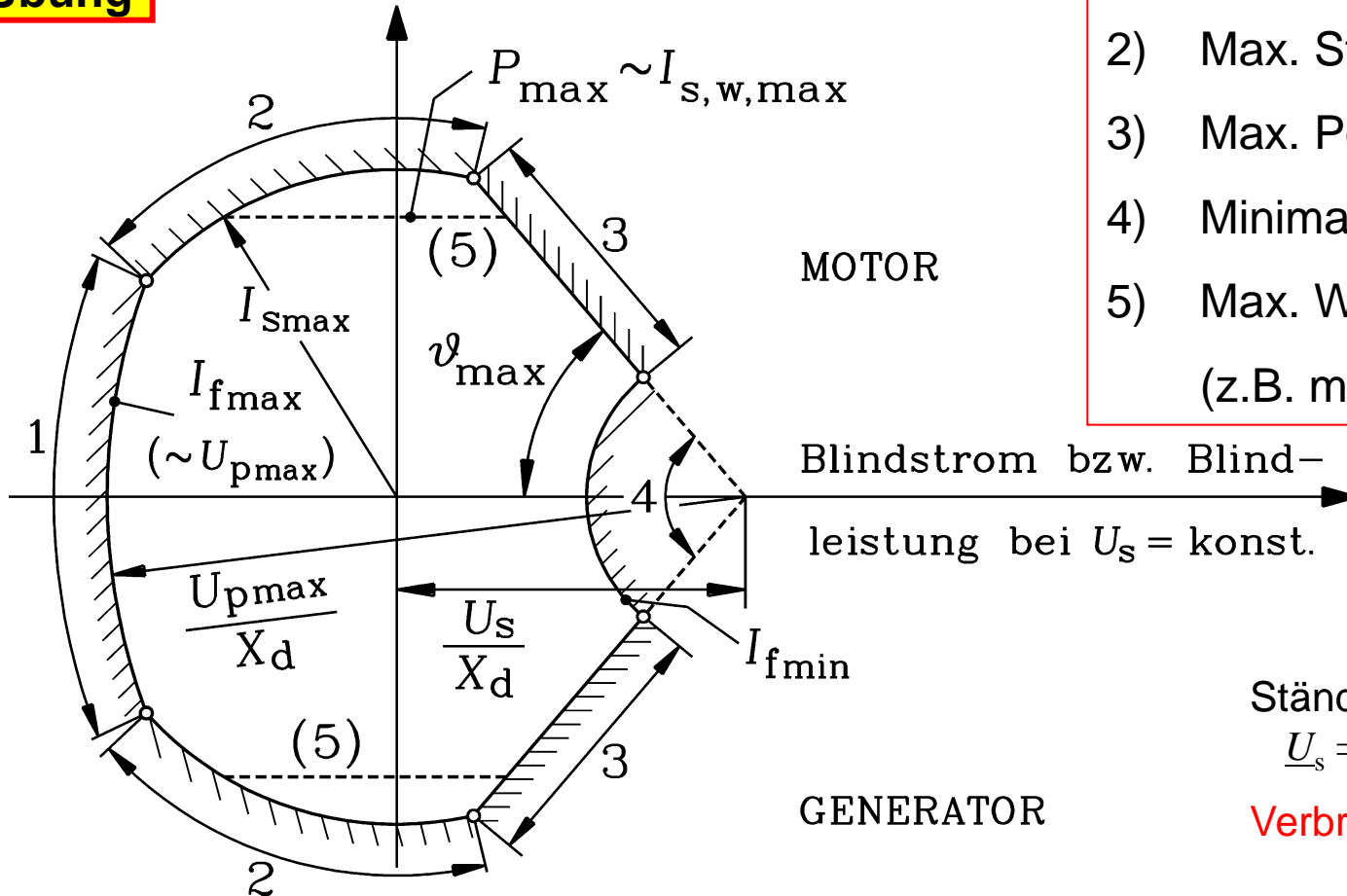
- Ständerwicklungswiderstand vernachlässigt  $R_s \approx 0$
- Ständerspannung ist konstant:  $\underline{U}_s = \text{konst.}$
- **Unterschiedliche Erregerströme**  
 $I_f \sim \underline{U}_p$



# Betriebsgrenzkurven der Synchronmaschine

Wirkstrom bzw. Wirkleistung  
bei  $U_s = \text{konst.}$

## Übung



- 1) Max. Erregerstrom  $I_{f,max}$
- 2) Max. Ständerstrom  $I_{s,max}$
- 3) Max. Polradwinkel ( $\vartheta_{max} < 90^\circ$ )
- 4) Minimaler Erregerstrom  $I_{f,min}$
- 5) Max. Wirkleistung  $P_{max}$   
(z.B. max. Turbinenleistung)

Ständerspannung ist konstant  
 $\underline{U}_s = \text{konst.}$

Verbraucherzählpeilsystem

## Zusammenfassung:

### Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz (1)

- Winkel zwischen Ständerstrangspannung und Polradspannung = „Polradwinkel“  $\vartheta$ .
- Bei  $R_s = 0$  gilt exakt: Polradwinkel  $\vartheta = 0$ : Drehmoment = 0: „Leerlauf“.
- Polradwinkel positiv  $\vartheta > 0$ : Läufer-N-Pol läuft VOR Ständer-S-Pol = Läufer muss angetrieben werden = ele. Drehmoment  $M_e$  bremst = **Generatorbetrieb**.
- Generator: Wirkleistung negativ = Wirkleistungsfluss ins Netz, Phasenwinkel zwischen Ständerstrangspannung und Strangstrom größer als  $90^\circ$ .
- Polradwinkel negativ  $\vartheta < 0$ : Läufer-N-Pol läuft NACH Ständer-S-Pol = Läufer wird gezogen = ele. Drehmoment  $M_e$  treibt = **Motorbetrieb**.

## Zusammenfassung:

## Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starrten“ Netz (2)

- Läufer- und Ständerfeld bilden zeitlich konstantes Drehmoment  $M_e$ .
- Synchronmaschine hat Maximalmoment = „synchrones Kippmoment“  $M_{p0}$ .
  - a) bei  $R_s = 0$ :  $M_{p0}$  im Generator- und Motorbetrieb gleich groß
  - b) bei  $R_s > 0$ :  $M_{p0}$  im Generatorbetrieb wegen  $I_s^2 R_s$ -Verluste größer als im Motorbetrieb (wie bei ASM)
- Polradwinkel  $\vartheta$  kennzeichnet Lastzustand:  
Bei  $R_s = 0$ : **Stabil** bei Polradwinkeln  $-90^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ .
- Synchronmaschine kann **kapazitiv** oder **induktiv** betrieben werden
  - a) kapazitiv  $\sin \varphi_s < 0$ : **übererregt** = hoher Erregerstrom  $I_f$ ,
  - b) induktiv  $\sin \varphi_s > 0$ : **untererregt** = niedriger Erregerstrom  $I_f$ ,
  - c) „ohm'sch“  $\sin \varphi_s = 0$ : **normalerregt** = mittlerer Erregerstrom  $I_f$ .
- **Dämpferkäfig** gegen Polradschwingungen, fallweise auch als „kräftiger“ Anlaufkäfig.

## 8. Die Synchronmaschine

8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen

8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

8.3 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz

**8.4 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine**

8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz

(8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen)

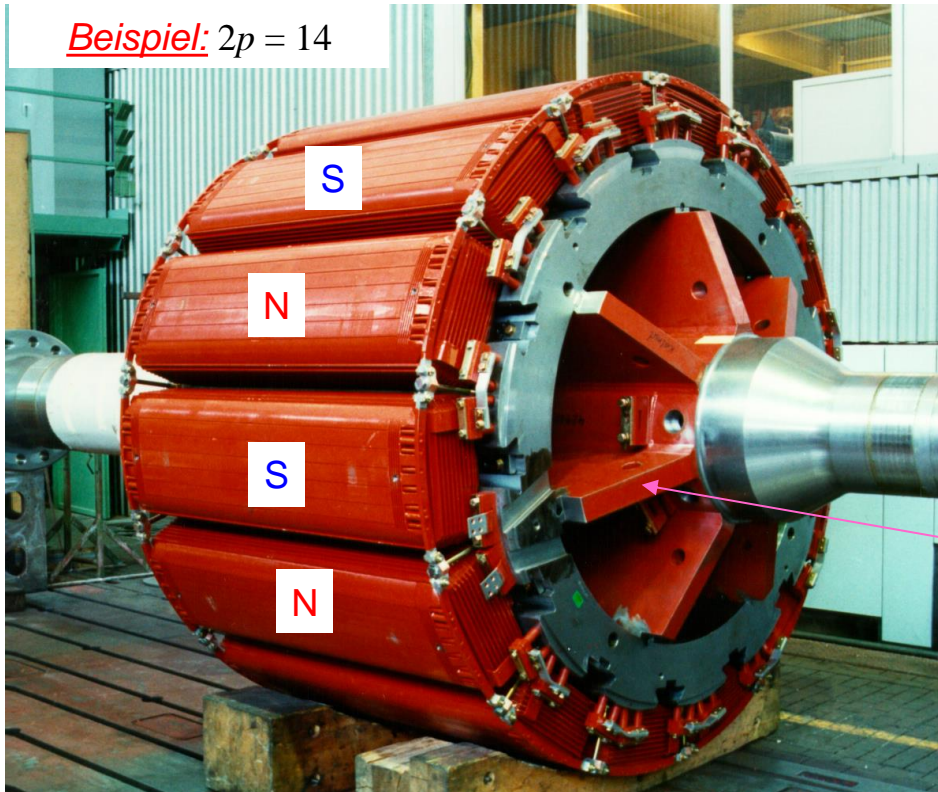
8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb



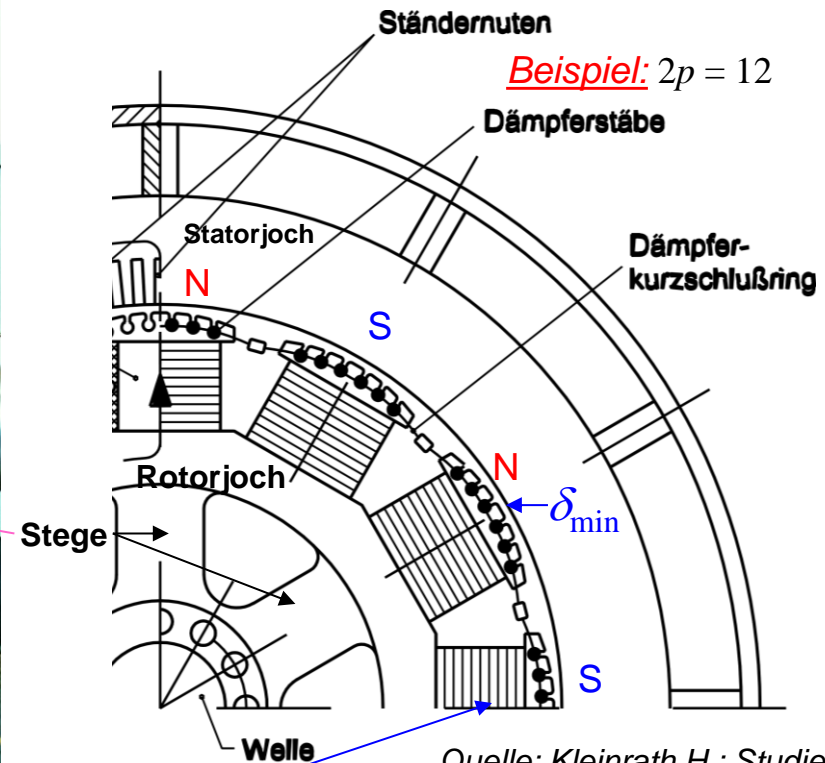
# Schenkelpol-Synchronmaschine

- Ausgeprägte N- und S-Pole, Pollücken dazwischen, Luftspalt nicht konstant,
- Polspulen als Erregerwicklung, Luftspalt in Polmitte am kleinsten ( $\delta_{\min} = \delta_0$ )

*Beispiel:*  $2p = 14$

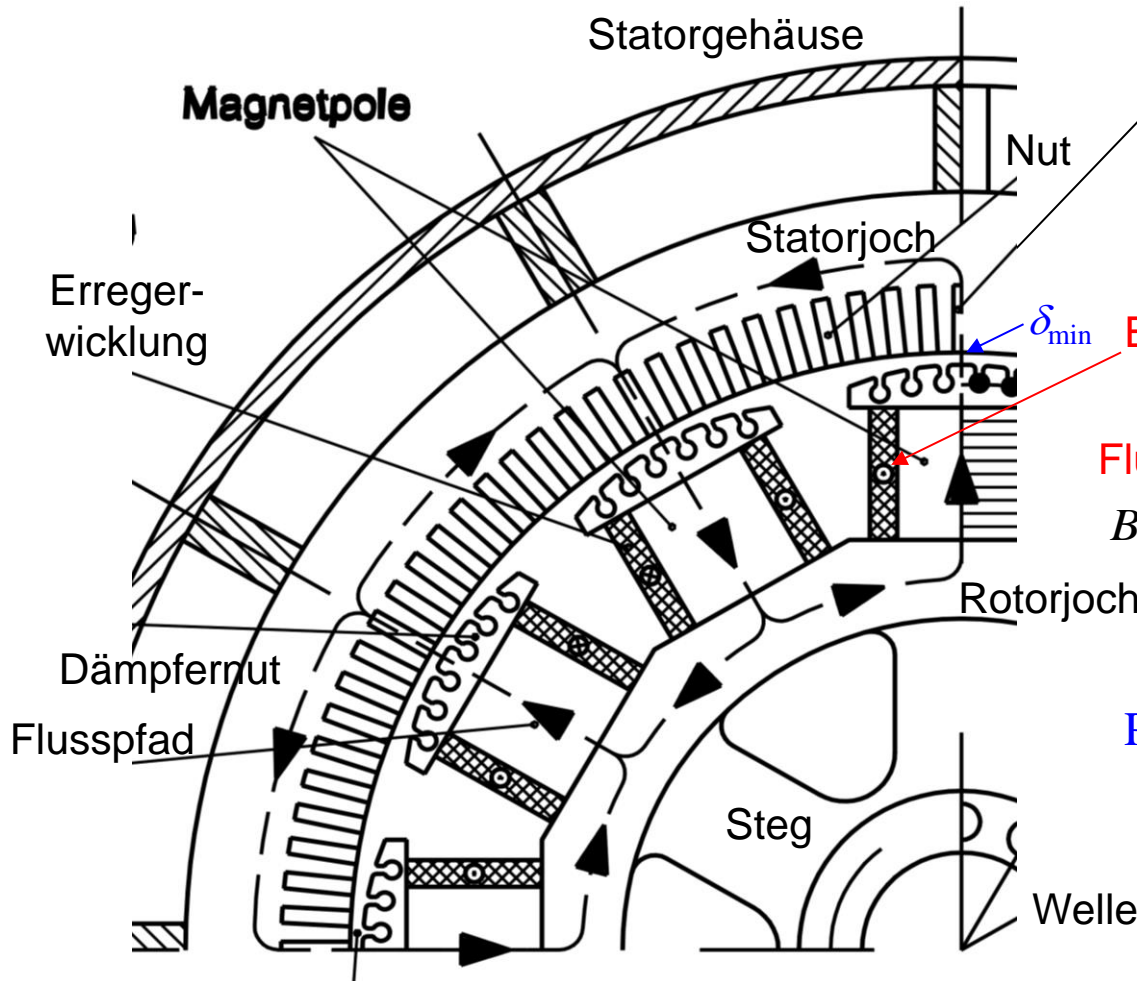


Quelle: Andritz Hydro, Österreich



Läuferwicklung ("Polrad") über Schleifringe mit Gleichstrom ("Feldstrom  $I_f$ ") erregt.

# Läuferfeld („Polradfeld“)



Feldlinie als geschlossene Kurve  $C$  für Durchflutungssatz:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx 2 \cdot H_{\delta} \cdot \delta_{\min} = 2 \cdot N_{f,Pol} \cdot I_f$$

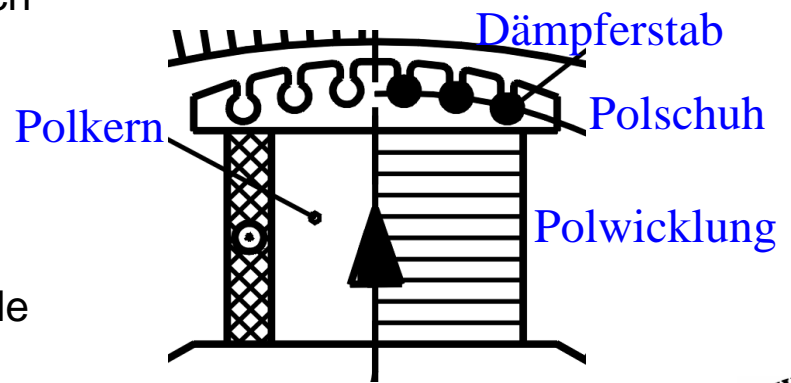
$(\mu_{Fe} \gg \mu_0)$

Erregerdurchflutung pro Läuferpol:

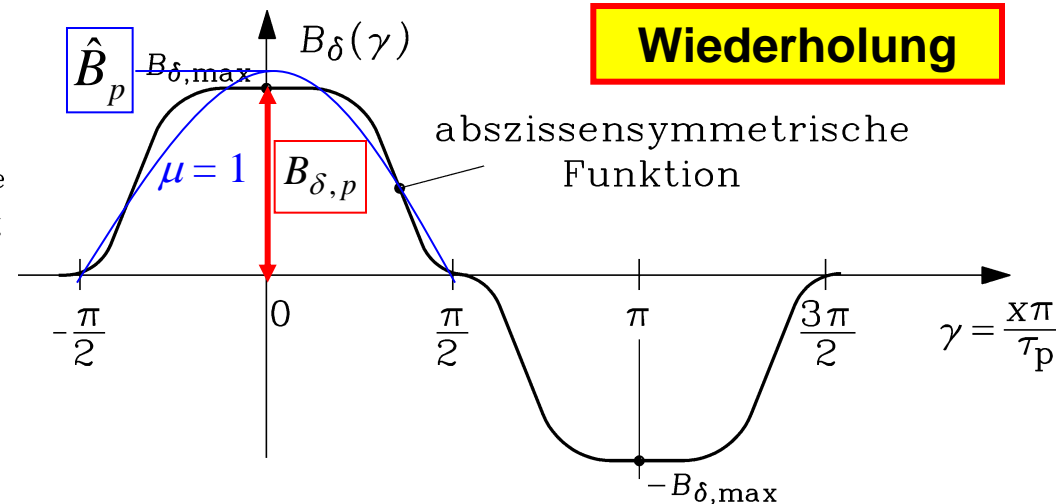
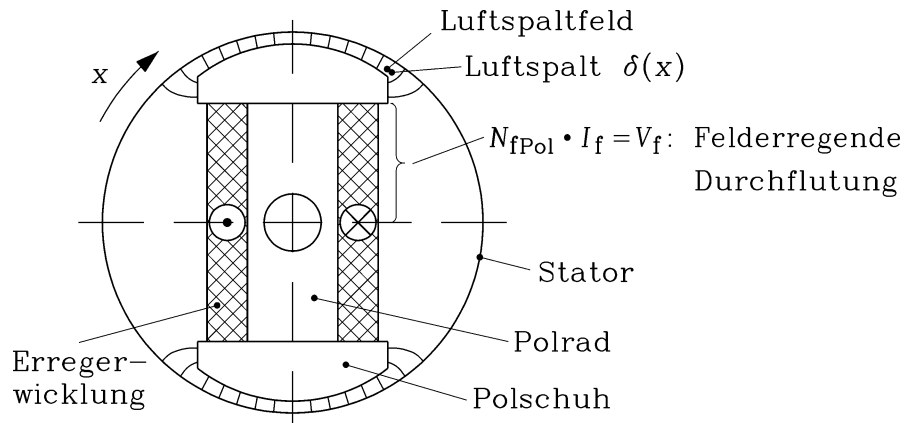
$$N_{f,Pol} \cdot I_f$$

Flussdichte beim minimalen Luftspalt:

$$B_{\delta,max} = B_{\delta,p} = \mu_0 \cdot H_{\delta} \approx \mu_0 \cdot N_{f,Pol} \cdot I_f / \delta_{\min}$$



# Läuferfeld und Polradspannung der Schenkelpolmaschine



- **Glockenförmige Läufer-Feldkurve  $B_\delta(x)$ :** Konstante magnetische Spannung  $V_f$  erzeugt mit variablem Luftspalt  $\delta(x)$  glockenförmige Feldkurve. Diese hat Grundwelle ( $\mu = 1$ ):

$$B_\delta(x) = \mu_0 \frac{V_f}{\delta(x)} \rightarrow \text{FOURIER-Reihe: Grundwelle: Amplitude } \hat{B}_p \text{ proportional } I_f$$

- **Polradspannung  $U_p$ :** Sinusförmige Feld-Grundwelle  $\hat{B}_p$  induziert **in die dreiphasige Ständerwicklung** bei Drehzahl  $n$  ein Drehspannungssystem ("**Polradspannung**")

$$U_p = \omega_s \cdot \Psi_p / \sqrt{2} = \omega_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \Phi_p / \sqrt{2} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \frac{2}{\pi} l \tau_p \hat{B}_p \quad f_s = n \cdot p$$



## Wiederholung

- **Grundwellen-Läuferfluss pro Pol:** Fluss der Feld-Grundwelle  $\mu = 1$ :

$$\Phi_p(I_f) = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_p(I_f)$$

Läufer-Fluss ist bezüglich Läufer ein **Gleichfluss**,  
bezüglich Ständer wegen Läuferrotation ein **Wechselfluss**  $\Phi_p(t)$

- Rotierendes Polrad (Drehzahl  $n$ ):  $\Phi_p(t) = \Phi_p \cdot \sin(2\pi \cdot f_s \cdot t)$  Frequenz  $f_s = n \cdot p$
- **Induzierte Polrad-Spannung** je Ständerwicklungsstrang als Leerlaufspannung im Generatorbetrieb messbar:

$$U_{i0} = U_p = \omega_s \cdot N_s k_{ws} \cdot \Phi_p / \sqrt{2} = \sqrt{2} \pi \cdot f_s \cdot N_s k_{ws} \cdot \Phi_p \quad (k_{ws} \approx 0.95)$$

- Bei Änderung des Feldstroms  $I_f$  in der Polradwicklung ändert sich die induzierte Polradspannung  $U_p \sim I_f$ .





# Fertigung geblechter Rotor-Schenkelpole (noch unbewickelt)

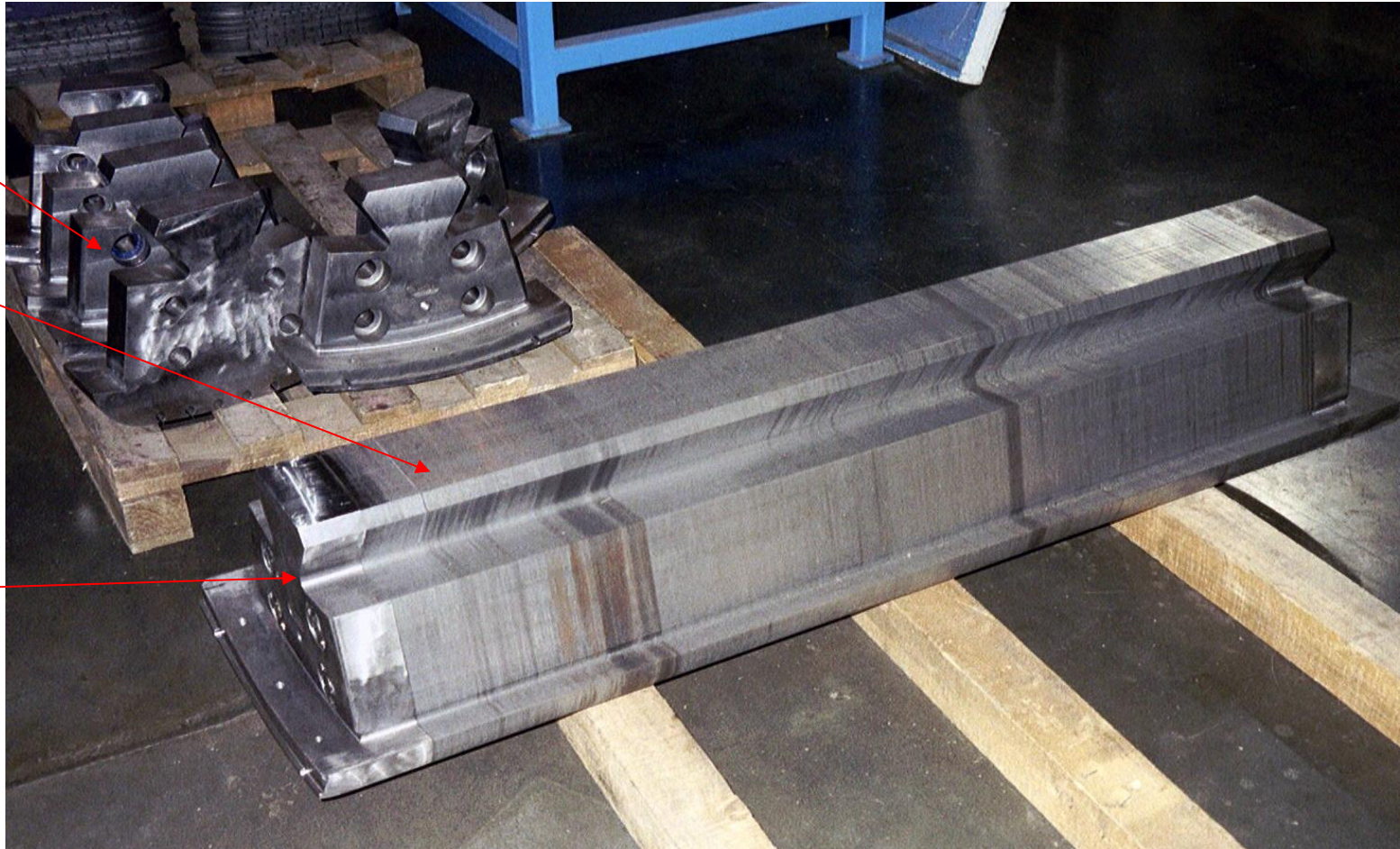


TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Massive  
Polpress-  
platten

Schwalben-  
schwanz-  
befestigung  
im Rotorjoch

Rotorbleche  
werden durch  
Pressplatten  
fixiert



Quelle:

Andritz Hydro,  
Bhopal, Indien

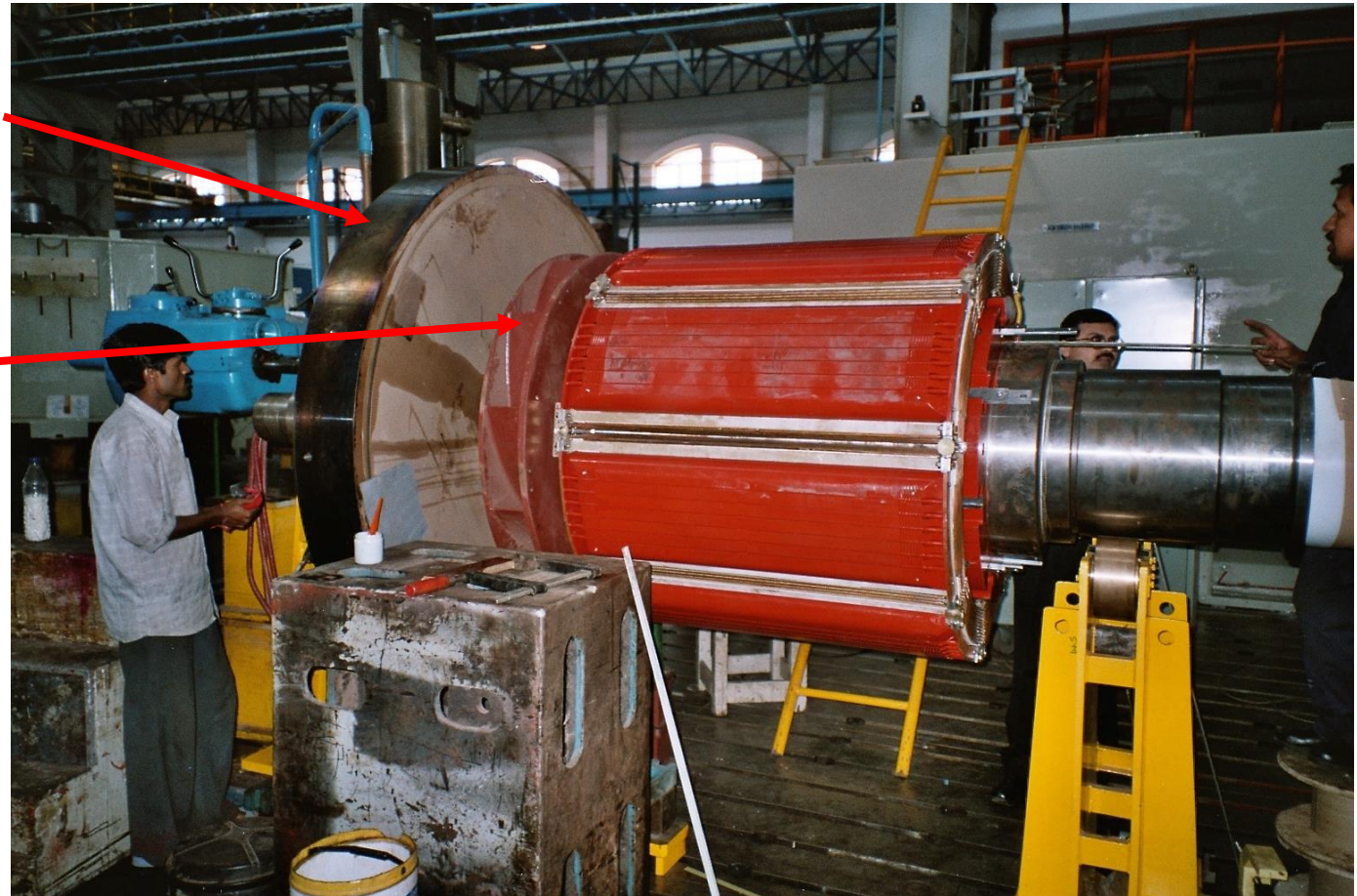




# Komplettiertes Polrad mit Schenkelpolen, Lüfter und Schwungrad, 8-polig

**Schwungrad** erhöht Rotorträgheitsmoment, um bei Lastabwurf die Drehzahlzunahme zu begrenzen

**Radiallüfter** mit rückwärts gekrümmten Schaufeln, auf der Welle fixiert, für eine Drehrichtung bei fester Drehzahl optimiert



Quelle:

Andritz Hydro, Bhopal,  
Indien

**Wasserkraftwerk Kauli**



# Vierpoliger Schenkelpollläufer mit Massivpolen für Motorbetrieb mit asynchronem Netzanlauf

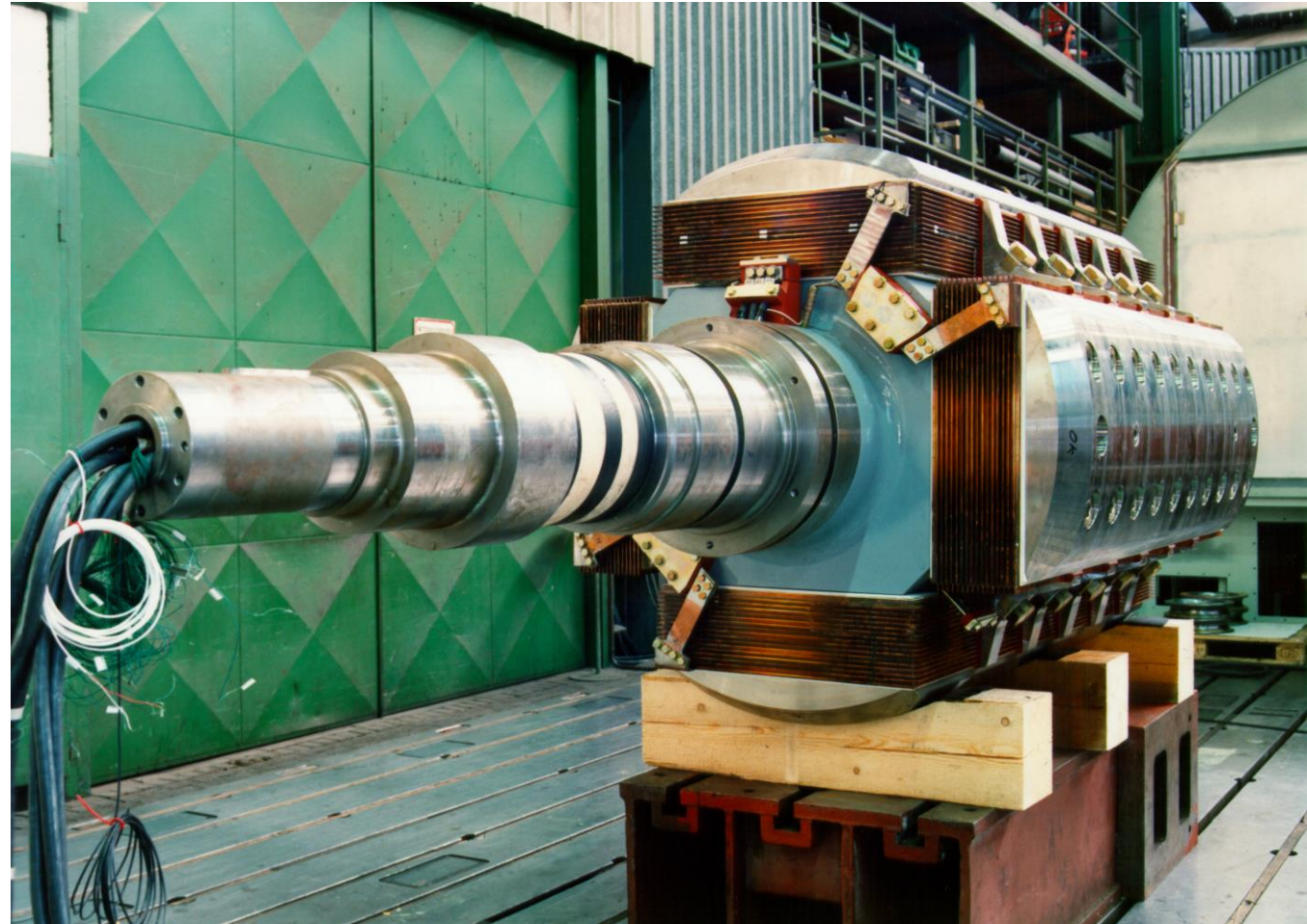
Massiveiserner Läufer mit massiveisernen Polschuhen als „Anlauf- und „Dämpferkäfig“:

Bei asynchronem Netzanlauf induziert das Ständerfeld in die massiven el. leitfähigen Läuferpolschuhe Wirbelströme.

Diese **Wirbelströme** erzeugen mit dem Ständerfeld das Anlaufmoment.

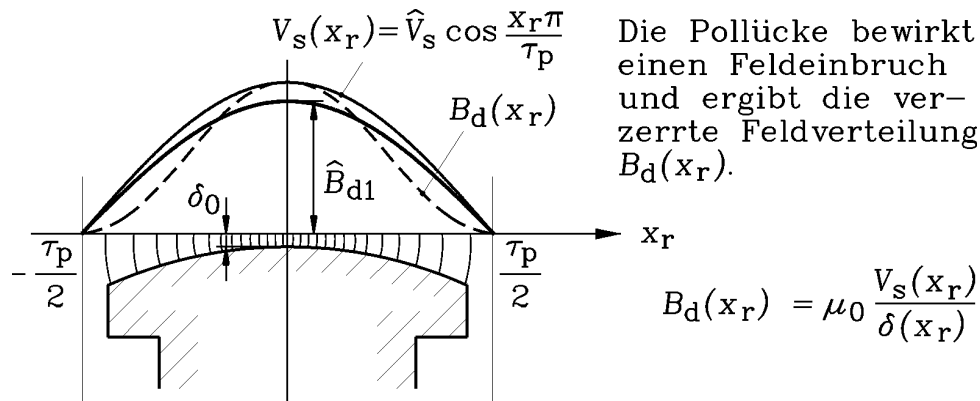
50 Hz,  $2p = 4$ ,  $n = 1500/\text{min}$

Quelle: Andritz Hydro, Österreich

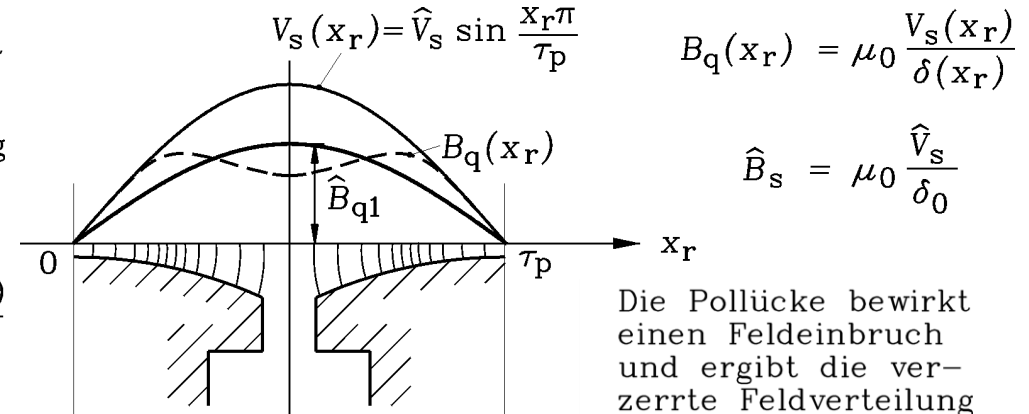


# Schenkelpolmaschine: Ständerluftspaltfeld & Hauptinduktivität

- **Ständer-Drehfeldwicklung** wie bei Asynchronmaschine,  
ABER: Luftspalt ist in der **Pollücke ( $q$ -Achse) GRÖßER** als in der **Polachse ( $d$ -Achse)**, wo  $\delta_{\min} = \delta_0$ !
- **Daher:** Bei **gleicher magnetischer Spannung**  $V_s$  (Grundwelle  $\nu = 1$ ) ist Luftspaltfeld in der  $q$ -Achse **KLEINER** als in der  $d$ -Achse.



$$L_{dh} = c_d \cdot L_h$$



$$L_{qh} = c_q \cdot L_h$$

- **Ständerfeld in  $d$ -Achse:** Grundwellenamplitude **etwas** kleiner als bei konstantem Luftspalt  $\delta_0$  :

$$c_d = \hat{B}_{d1} / \hat{B}_s \approx 0.95 < 1$$

$$L_{dh} \approx 0.95 \cdot L_h$$

- **Ständerfeld in  $q$ -Achse:** Grundwellenamplitude **um ca. 50%** kleiner als bei konstantem Luftspalt  $\delta_0$  :

$$c_q = \hat{B}_{q1} / \hat{B}_s \approx 0.4 \dots 0.5 < 1$$

$$L_{qh} \approx (0.4 \dots 0.5) \cdot L_h$$

# Zerlegung der $V_s$ -Stator-Grundwelle in $V_d$ und $V_q$

$$\hat{V}_s \cdot \cos(\gamma - \gamma_0) = \hat{V}_s \cdot \cos \gamma_0 \cdot \cos \gamma + \hat{V}_s \cdot \sin \gamma_0 \cdot \sin \gamma$$

$$\hat{V}_s \cdot \cos \gamma_0 \cdot \cos \gamma = \hat{V}_d \cdot \cos \gamma$$

$$\hat{V}_s \cdot \sin \gamma_0 \cdot \sin \gamma = \hat{V}_q \cdot \sin \gamma$$

$$\hat{V}_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{3}{p} \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot I_s$$

$$\hat{V}_d = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{3}{p} \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot I_{sd} \Rightarrow I_{sd} = I_s \cdot \cos \gamma_0$$

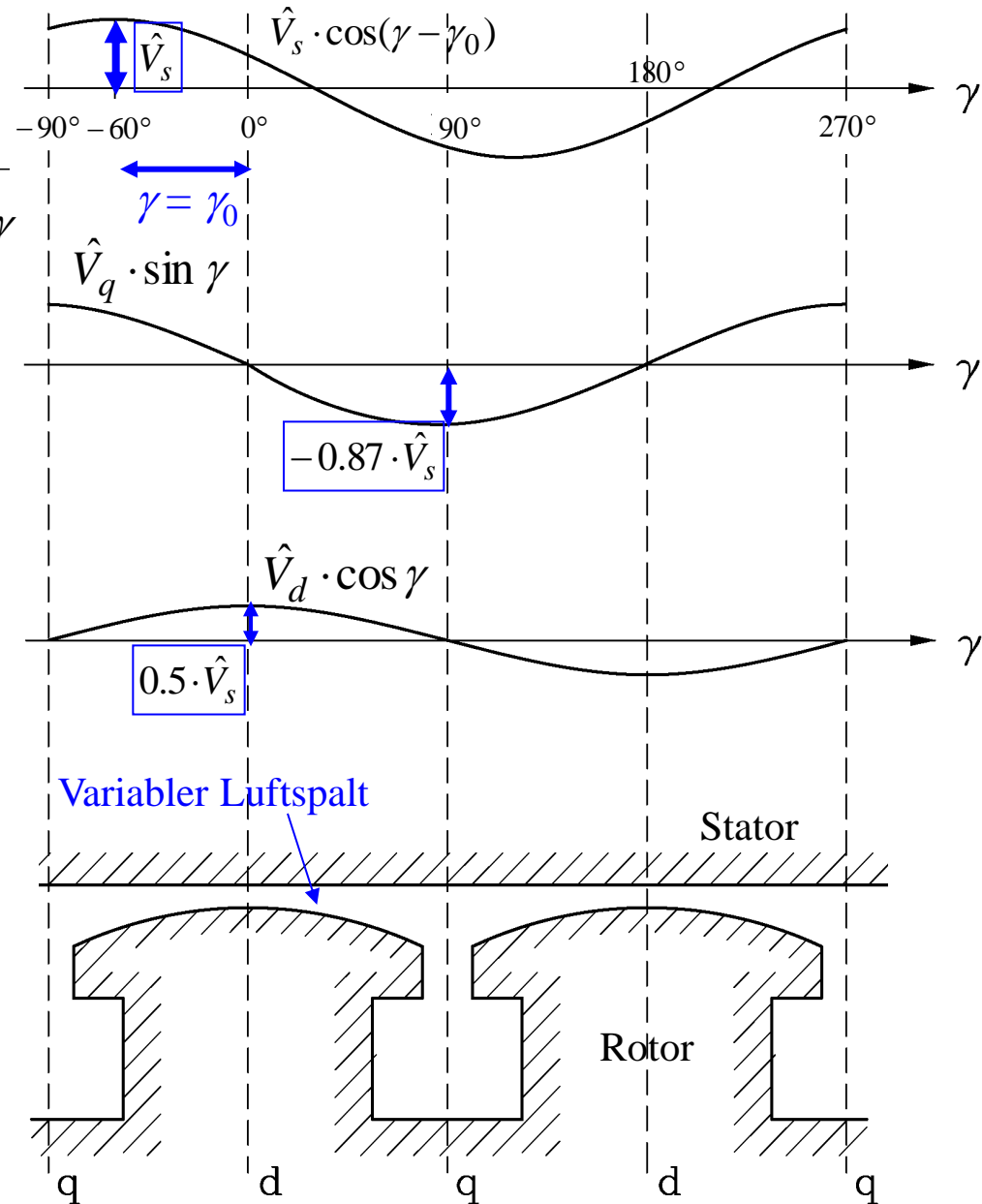
$$\hat{V}_q = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{3}{p} \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot I_{sq} \Rightarrow I_{sq} = I_s \cdot \sin \gamma_0$$

## Beispiel:

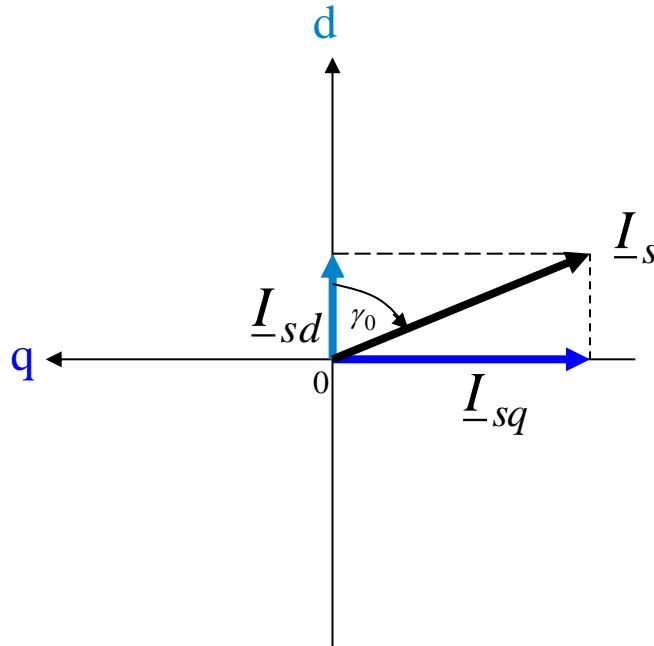
$$\gamma_0 = -60^\circ \Rightarrow V_s(\gamma) = \hat{V}_s \cdot \cos(\gamma + 60^\circ)$$

$$V_d(\gamma) = \hat{V}_s \cdot \cos(-60^\circ) \cdot \cos \gamma \Rightarrow \hat{V}_d = 0.5 \cdot \hat{V}_s$$

$$V_q(\gamma) = \hat{V}_s \cdot \sin(-60^\circ) \cdot \sin \gamma \Rightarrow \hat{V}_q = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \hat{V}_s = -0.87 \cdot \hat{V}_s$$



# Zerlegung des Stator-Stroms $I_s$ in $I_{sd}$ und $I_{sq}$



$$\underline{I}_s = \underline{I}_{sd} + j \cdot \underline{I}_{sq}$$

**Beispiel:**

$$\gamma_0 = -60^\circ$$

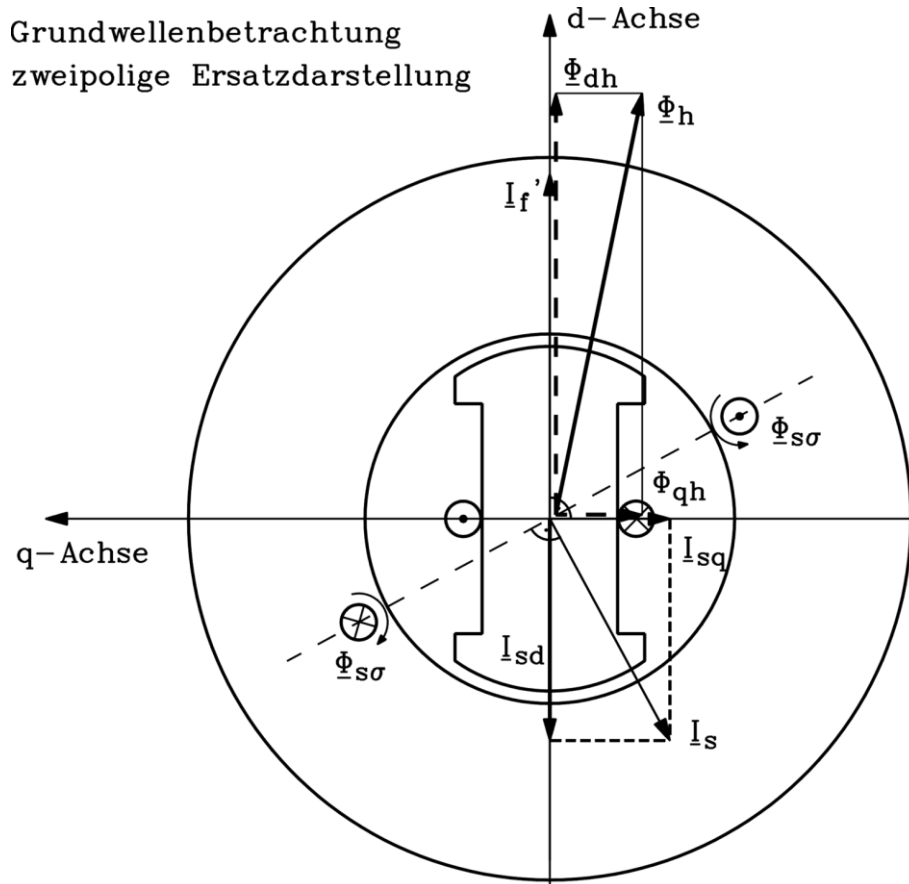
$$I_{sd} = I_s \cdot \cos \gamma_0 = I_s \cdot \cos(-60^\circ) = 0.5 \cdot I_s$$

$$I_{sq} = I_s \cdot \sin \gamma_0 = I_s \cdot \sin(-60^\circ) = -0.87 \cdot I_s$$

## „Zwei-Achsen-Theorie“:

- Das dreiphasige Stromsystem  $I_{sd}$  (in Phasen U, V, W) magnetisiert eine Stator-Grundwelle **IN RICHTUNG der d-Achse**  $\Rightarrow$  **Es wirkt die Induktivität  $L_{dh}$ !**
- Das dreiphasige Stromsystem  $I_{sq}$  (in Phasen U, V, W) magnetisiert eine Stator-Grundwelle **IN RICHTUNG der q-Achse**  $\Rightarrow$  **Es wirkt die Induktivität  $L_{qh}$ !**

# Ständerstrom $I_s$ : $d$ - und $q$ -Komponente



$$\Psi_{dh} / \sqrt{2} = L_{dh} \cdot (I'_f + I_{sd}) \rightarrow \Phi_{dh} = \Psi_{dh} / (k_{ws} N_s)$$

$$\Psi_{qh} / \sqrt{2} = L_{qh} \cdot I_{sq} \rightarrow \Phi_{qh} = \Psi_{qh} / (k_{ws} N_s)$$

- **Ständerstrom-Zeiger  $\underline{I}_s$**  in  $d$ - und  $q$ -Komponente gedanklich zerlegt:

$$\underline{I}_s = \underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}$$

$\underline{I}_{sd}$  ist in Phase/Gegenphase mit  $\underline{I}'_f$  und erregt daher ein Ständer-Luftspaltfeld in  $d$ -Achse (Polachse). Bildet gemeinsam mit dem Läuferfeld den Luftspaltfluss  $\Phi_{dh}$ .

$\underline{I}_{sq}$  ist  $90^\circ$  zu  $\underline{I}_{sd}$  phasenverschoben, erregt daher ein Ständer-Luftspaltfeld in  $q$ -Achse (Pollücke). Zugehöriger Luftspaltfluss:  $\Phi_{qh}$ .

- **Statorfeld-Selbstinduktionsspannung:**

Zwei um  $90^\circ$  phasenverschobene

Komponenten:  $j\omega_s L_{dh} \underline{I}_{sd}$   $j\omega_s L_{qh} \underline{I}_{sq}$

- Hinzu kommt Selbstinduktion durch

Ständerstreufeld  $\Phi_{s\sigma}$ :  $j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s$



# Schenkelpolmaschine

## Ständer-Spannungsgleichung

- **Ständerspannungsgleichung je Strang**

mit Ständerstreuinduktivität  $L_{s\sigma}$  und Strangwiderstand  $R_s$ :

$$\underline{U}_s = R_s \cdot \underline{I}_s + j\omega_s \cdot L_{s\sigma} \cdot \underline{I}_s + j\omega_s \cdot L_{qh} \cdot \underline{I}_{sq} + j\omega_s \cdot L_{dh} \cdot \underline{I}_{sd} + \underline{U}_p \quad \underline{U}_p = j\omega_s \cdot L_{dh} \cdot \underline{I}'_f$$

$$\underline{U}_s = R_s \cdot \underline{I}_s + j\omega_s \cdot L_{s\sigma} \cdot (\underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}) + j\omega_s \cdot (L_{qh} \cdot \underline{I}_{sq} + L_{dh} \cdot \underline{I}_{sd}) + \underline{U}_p$$

- $X_d$ : „**Synchrone Reaktanz der Längsachse**“:  $X_d = X_{s\sigma} + X_{dh} = \omega_s \cdot L_{s\sigma} + \omega_s \cdot L_{dh}$

$X_q$ : „**Synchrone Reaktanz der Querachse**“:  $X_q = X_{s\sigma} + X_{qh} = \omega_s \cdot L_{s\sigma} + \omega_s \cdot L_{qh}$

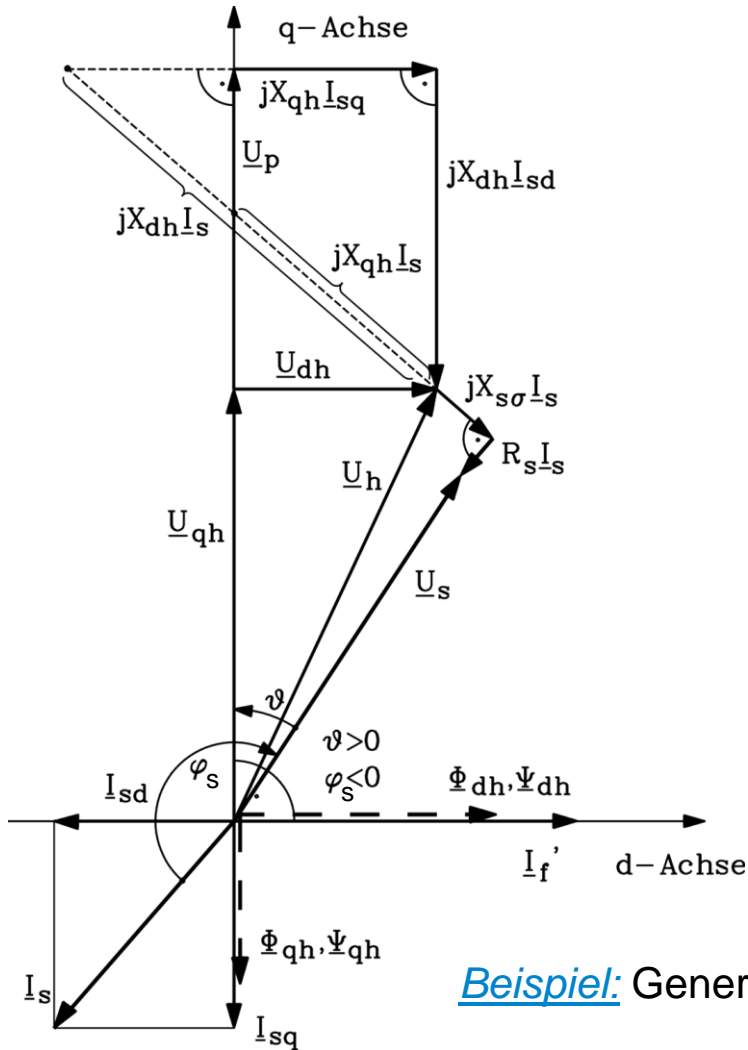
- Es ist  $X_d > X_q$ , typisch:  $X_q = (0.5 \dots 0.6) \cdot X_d$ ,  
z. B. bei Schenkelpol-Wasserkraftgeneratoren, großen Schenkelpol-Synchronmotoren, ...

- **Vollpolmaschine: "Sonderfall"** der Schenkelpolmaschine für  $X_d = X_q$

### **Hinweis:**

Die Nuten der Erregerwicklung des Vollpol-Läufers stellen ebenfalls kleine "Lücken" dar, daher ist in Wirklichkeit ebenfalls  $X_d > X_q$ , typisch:  $X_q = (0.8 \dots 0.9) \cdot X_d$ .





$$\underline{U}_s = R_s \cdot \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \cdot \underline{I}_s + jX_{qh} \cdot \underline{I}_{sq} + jX_{dh} \cdot \underline{I}_{sd} + \underline{U}_p$$

$$\underline{U}_p = jX_{dh} \cdot \underline{I}'_f$$

- **Induzierte Hauptfeldspannung  $\underline{U}_h$ :**

$$\underline{U}_h = j\omega_s \cdot \underline{\Psi}_h / \sqrt{2} = \underline{U}_{qh} + \underline{U}_{dh}$$

hat zwei Komponenten

$$\underline{U}_{qh} = j\omega_s L_{dh} \underline{I}_{sd} + \underline{U}_p$$

$$\underline{U}_{dh} = j\omega_s L_{qh} \underline{I}_{sq}$$

- **Ständerspannung, Polradspannung, Ständerstrom:**
  - Polradwinkel  $\vartheta$ ,
  - Phasenwinkel  $\varphi_s$ , wie bei Vollpolmaschine definiert !

Beispiel: Generator, übererregt

# Wirkleistung der Schenkelpolmaschine für $R_s = 0$

## Herleitung

- **Gewählt:**  $d$ -Achse = Re-Achse,  $q$ -Achse = Im-Achse:

$$\underline{U}_s = U_{sd} + jU_{sq} \quad \underline{I}_s = I_{sd} + jI_{sq}$$

$$R_s = 0: \underline{U}_s = jX_d \cdot \underline{I}_{sd} + jX_q \cdot \underline{I}_{sq} + \underline{U}_p$$

$$\Rightarrow \underline{U}_s = jX_d \cdot I_{sd} - X_q \cdot I_{sq} + jU_p$$

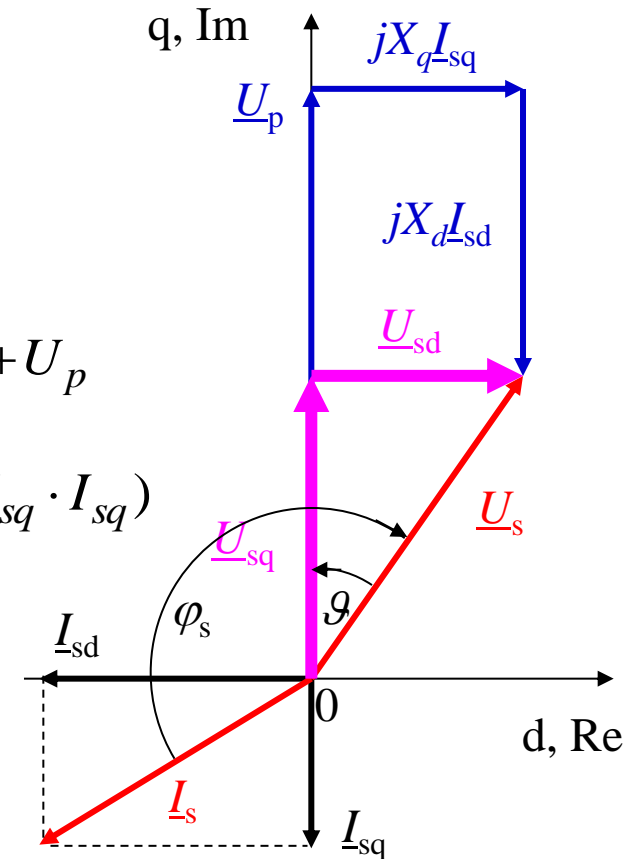
$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{U}_p = jU_p \\ U_{sd} = -X_q \cdot I_{sq} \\ U_{sq} = X_d \cdot I_{sd} + U_p \end{array} \right.$$

- **Wirkleistung  $P_e$ :**

$$P_e = m_s \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s = m_s \cdot \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^* \right\} = m_s \cdot (U_{sd} \cdot I_{sd} + U_{sq} \cdot I_{sq})$$

$$P_e = m_s \cdot (-X_q \cdot I_{sq} \cdot I_{sd} + X_d \cdot I_{sd} \cdot I_{sq} + U_p \cdot I_{sq})$$

$$P_e = m_s \cdot (U_p \cdot I_{sq} + (X_d - X_q) \cdot I_{sq} \cdot I_{sd})$$



# Drehmoment $M_e$ der Schenkelpolmaschine für $R_s = 0$

- **El. Wirkleistung:**  $P_e = m_s \cdot (U_p \cdot I_{sq} + (X_d - X_q) \cdot I_{sq} I_{sd})$

- **Elektromagnetisches Drehmoment:**

$$M_e = \frac{P_m}{\Omega_m} = \frac{P_m}{\Omega_{syn}} = \frac{P_e}{\Omega_{syn}} = \frac{m_s}{\Omega_{syn}} \cdot (U_p \cdot I_{sq} + (X_d - X_q) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq})$$

⇒ **Zwei Drehmomentanteile:**

- a) prop.  $U_p$  wie bei Vollpolmaschine
- b) **"Reluktanz"moment** wegen  $X_d \neq X_q$

- Für Reluktanzmoment ist KEINE Läufererregung erforderlich ( $U_p = 0$ )!  
⇒ Robuster Läuferaufbau OHNE Wicklung möglich:  
**Reluktanz-Synchronmaschine:** Meist für Leistungen < 50 kW!

## Zusammenfassung: Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine

- Unterschiedliche Ständerinduktivität für Längs- und Querachse  $L_d \neq L_q$
- Pollücke in Querachse verringert Querinduktivität  $L_q$  der Ständerwicklung
- Vollpolmaschine ist Sonderfall der Schenkelpolmaschine für  $L_d = L_q$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vollpolmaschine:} \quad P_e = m_s \cdot U_p I_{sq} \\ \text{Schenkelpolmaschine:} \quad P_e = m_s \cdot (U_p I_{sq} + (X_d - X_q) \cdot I_{sq} I_{sd}) \end{array} \right\} \text{ bei } R_s = 0$$

- $L_d = L_q$ : NUR Querstrom macht Drehmoment:  $M_e \sim I_{sq}$

„Feldorientierte Regelung“:  $M_e \sim I_{sq} = I_{s\perp}$ : Stromkomponente normal auf  $\underline{I}'_f \sim \underline{\Phi}_p$

## 8. Die Synchronmaschine

8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen

8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

8.3 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz

8.4 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine

**8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz**

(8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen)

8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb

# Drehmoment $M_e$ als Funktion von $U_s$ und $\vartheta$ für $R_s = 0$

## Herleitung

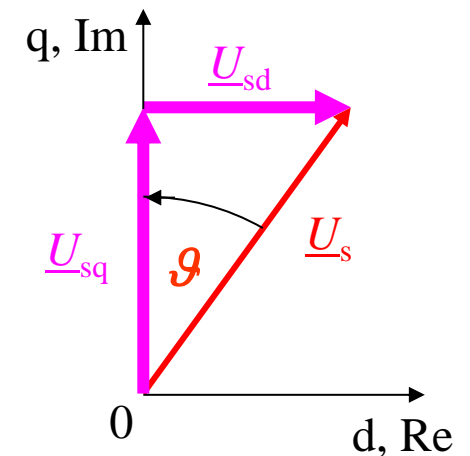
$$\underline{U}_s = jX_d \cdot I_{sd} - X_q \cdot I_{sq} + jU_p \Rightarrow \begin{cases} U_{sd} = -X_q \cdot I_{sq} & \Rightarrow I_{sq} = -\frac{U_{sd}}{X_q} \\ jU_{sq} = jX_d \cdot I_{sd} + jU_p & \Rightarrow I_{sd} = \frac{U_{sq} - U_p}{X_d} \end{cases}$$

$$\underline{U}_s = U_{sd} + jU_{sq} \begin{cases} U_{sd} = U_s \cdot \sin \vartheta \\ U_{sq} = U_s \cdot \cos \vartheta \end{cases}$$

$$M_e = \frac{m_s}{\Omega_{syn}} \cdot (U_p \cdot I_{sq} + (X_d - X_q) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq}) =$$

$$= \frac{m_s}{\Omega_{syn}} \cdot \left( -\frac{U_p U_s \sin \vartheta}{X_q} - \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \cdot U_s \sin \vartheta \cdot (U_s \cos \vartheta - U_p) \right)$$

$$M_e = -\frac{p \cdot m_s}{\omega_s} \cdot \left( \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta + \frac{U_s^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\vartheta \right)$$



$$\sin \vartheta \cdot \cos \vartheta = \sin(2\vartheta) / 2$$



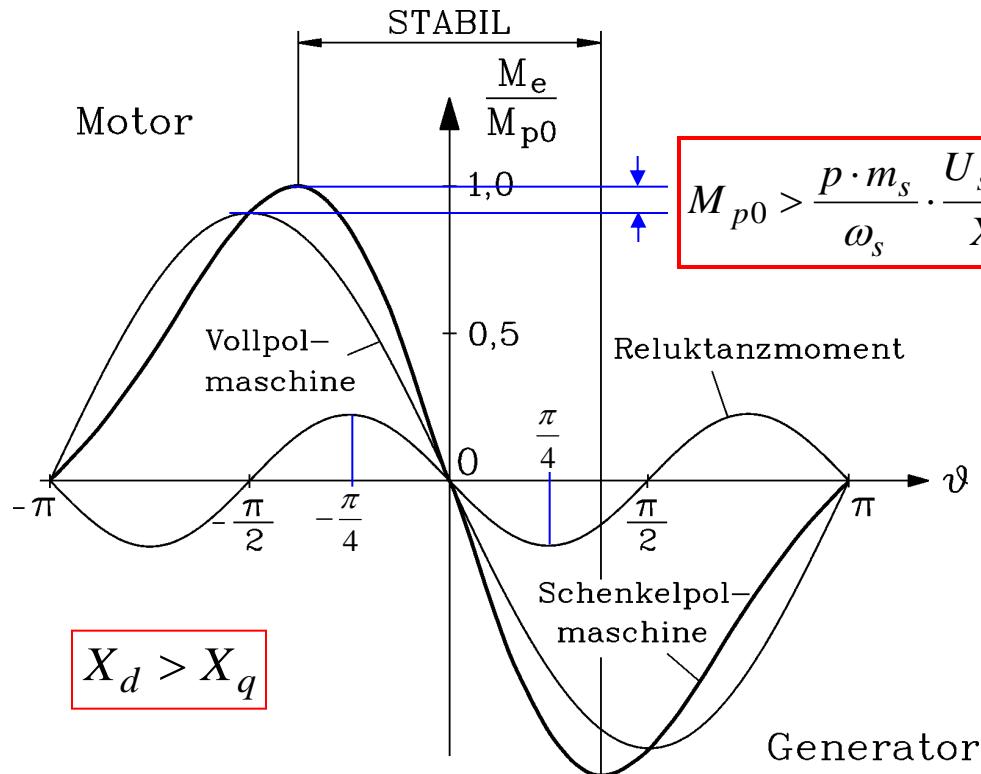
# Drehmoment-Polradwinkel-Kurve $M_e(\vartheta)$

für  $R_s = 0$

- Drehmoment  $M_e(U_s, \vartheta)$ :

$$M_e = -\frac{p \cdot m_s}{\omega_s} \cdot \left( \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta + \frac{U_s^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\vartheta \right)$$

Vollpolmoment Reluktanzmoment



$$M_{p0} > \frac{p \cdot m_s}{\omega_s} \cdot \frac{U_s U_p}{X_d}$$

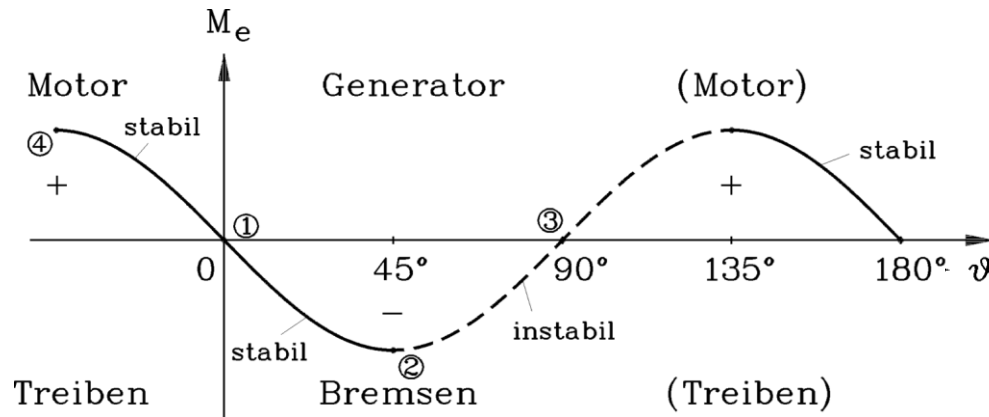
Betrag des Kippwinkels  $|\vartheta_p| < 90^\circ$ ,  
da Kippmoment des  
Reluktanzmoments bei  $\pm 45^\circ$ .

Betrag des Kippmoments  $|M_{p0}|$  durch  
Reluktanzmoment erhöht.

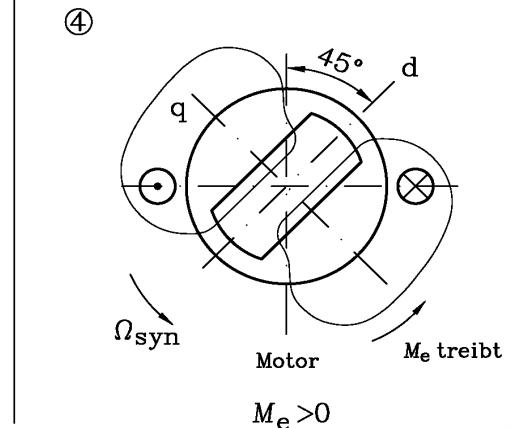
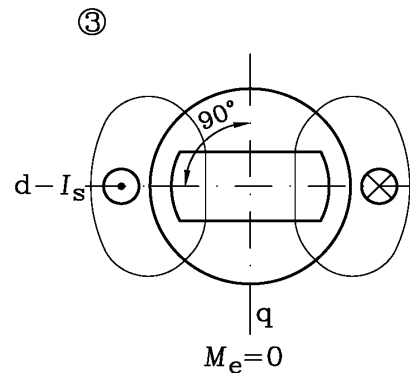
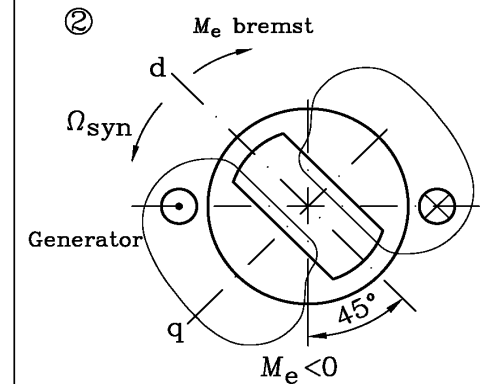
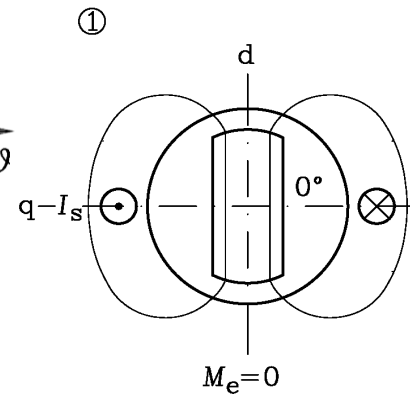
Ersatz-Drehfederkonstante  $c_\vartheta$   
größer als bei Vollpolmaschine,  
da Reluktanzmoment mitwirkt  
(= steilere  $M_e(\vartheta)$ -Kennlinie).

# Synchron-Reluktanzmaschine

für  $R_s = 0$



$$X_d > X_q$$

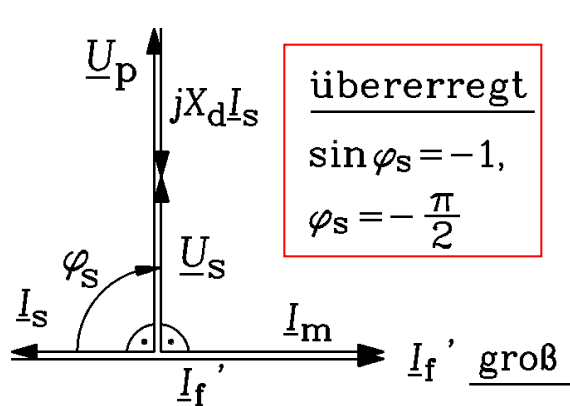


- Läufer **ohne Wicklung**, aber mit **großen Pollücken**:  $X_d > X_q$
- Läufer will sich STETS in die Ständerfeld-Achse drehen, damit Feldlinien möglichst KURZEN Weg über den Luftspalt zurück legen müssen: Ergibt **Reluktanzmoment!**
- **Reluktanzmaschinen:**  
Meist kleinere Leistung < 50 kW

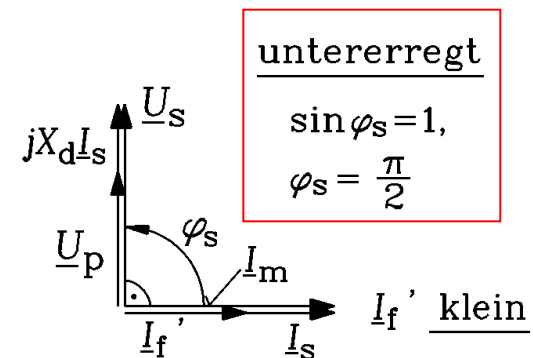
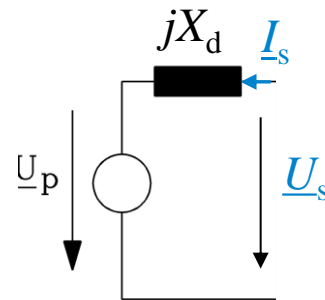
# Synchronmaschine als "Phasenschieber", $\cos \varphi_s = 0$

## Gültig für Vollpol- u. Schenkelpolmaschine (hier: $R_s = 0$ )

- Synchronmaschine am „starr“en Netz  $\underline{U}_s = \text{konst.}$ : Angetrieben durch Hilfsmotor, aber: **Keine** Wirkleistungsumsetzung:  $P_e = M_e = \mathcal{G} = 0$ ,  $\cos \varphi_s = 0$ .
- Phasenwinkel  $\varphi_s$  entweder **induktiv** oder **kapazitiv** = **Phasenschieber**:  $\sin \varphi_s = 1$  oder  $-1$ !
- Ersatzschaltbild:  $R_s = 0$ :  $\underline{U}_s = \underline{U}_p + jX_d \cdot \underline{I}_s$ ,  $\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_f$ ,  $\underline{I}_{sq} = 0$ ,  $\underline{I}_s = \underline{I}_{sd}$



Großer  $I_f$  (**übererregt**):  
Maschine ist **kapazitiver** Verbraucher



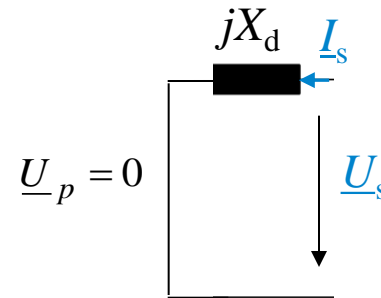
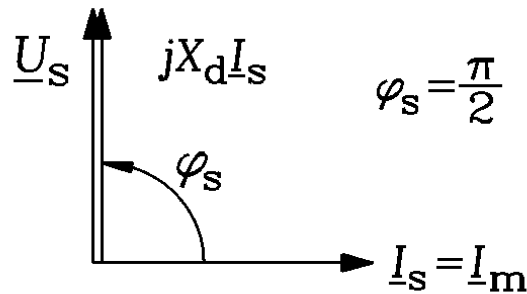
Kleiner  $I_f$  (**untererregt**):  
Maschine ist **induktiver** Verbraucher

- **Anwendung**: Blindleistungskompensation im Netz!

# Synchronmaschine unerregt am Netz

Gültig für Vollpol- u. Schenkelpolmaschine (hier:  $R_s = 0$ )

- Synchronmaschine angetrieben am „starr“en Netz  $\underline{U}_s = \text{konst.}$
- KEIN Erregerstrom = **Unerregt am Netz**:  $I_f = 0 \Rightarrow U_p = 0$ .
- Ständerwicklung als induktive Reaktanz  $X_d$  am Netz.
- Sie "zieht" inductiven Strom  $I_s$  als Magnetisierungsstrom  $I_m$ !



$$R_s = 0: \quad \underline{U}_s = jX_d \underline{I}_s$$

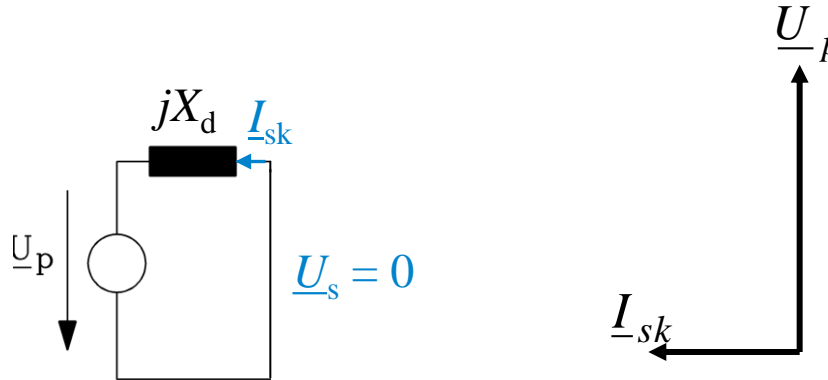
$$\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_f = \underline{I}_s$$

# Dauerkurzschluss der Synchronmaschine

Gültig für Vollpol- u. Schenkelpolmaschine (hier:  $R_s = 0$ )

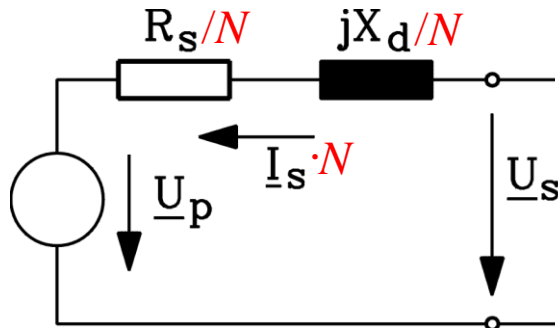
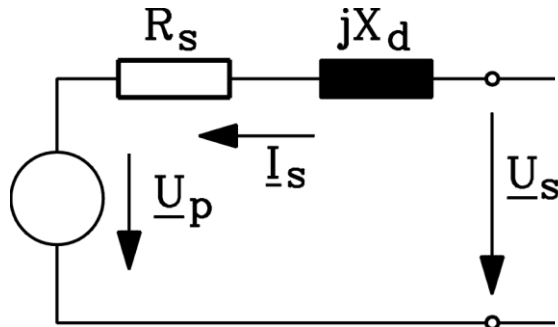
- Synchronmaschine angetrieben, vom Netz getrennt.
- Stator клемmen dauernd kurz geschlossen:  $\underline{U}_s = 0$ .
- Erregerstrom  $I_f$  bewirkt  $U_p$ .
- $\underline{U}_p$  treibt **Ständer-Kurzschlussstrom**  $I_{sk}$ , durch  $X_d$  (und  $R_s$ ) begrenzt):  $I_{sk} \approx U_p/X_d$  !
- **Dauerkurzschlussstrom durch Erregerstrom linear veränderbar!**

$$R_s = 0: \quad 0 = \underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s$$



$$\underline{I}_s = \underline{I}_{sk} \approx -\frac{\underline{U}_p(I_f)}{jX_d} = j \cdot \frac{\underline{U}_p(I_f)}{X_d}$$

# Synchrongenerator als Netzspannungsquelle



- Viele Synchrongeneratoren parallel = „Netz“
- **Beispiel:**  $N$  parallele Vollpol-Generatoren gleicher Leistung:

Resultierende Polradspannung:  $\underline{U}_p$

Resultierender Nennstrom:  $\underline{I}_{sN} \rightarrow \underline{I}_{sN} \cdot N$

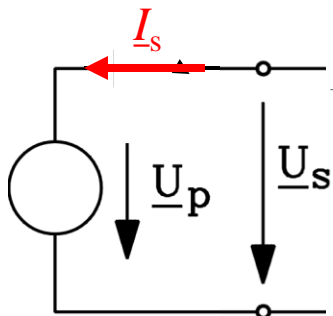
Resultierende Impedanz:  $\underline{Z}_d = (R_s + jX_d)/N$

- **Unendlich** viele Synchrongeneratoren parallel = „**starres Netz**“

$N \rightarrow \infty$ : Resultierende Polradspannung:  $\underline{U}_p = \underline{U}_s$   
Resultierende Impedanz ist **Null**:  $\underline{Z}_d = 0$

**Unendlich hoher Kurzschlussstrom:**  $\underline{U}_s = 0$ :  $\underline{I}_{sk} = \underline{U}_p / \underline{Z}_d \rightarrow \infty$ ,  
daher unendlich hohe Netz-Kurzschlussleistung!

- **„Starres“ Netz:**  $\underline{U}_p = \underline{U}_s$   
Unabhängig vom Belastungsstrom  $\underline{I}_s$  sind Amplitude und Frequenz von  $u_s(t)$  **KONSTANT** = eingeprägte Spannung!





## Zusammenfassung: Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz

- Zusätzlich zum Synchronmoment tritt Reluktanzmoment auf
- Betrag des Polrad-Kippwinkels  $|\vartheta_p|$  kleiner als  $90^\circ$
- Reluktanzmaschine als Sonderfall der unerregten Schenkelpolmaschine ( $I_f = 0$ )
- Besondere Betriebsfälle von Vollpol- und Schenkelpolmaschine:
  - unerregt,
  - Dauerkurzschluss,
  - Phasenschieber.

## 8. Die Synchronmaschine

8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen

8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

8.3 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz

8.4 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine

8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz

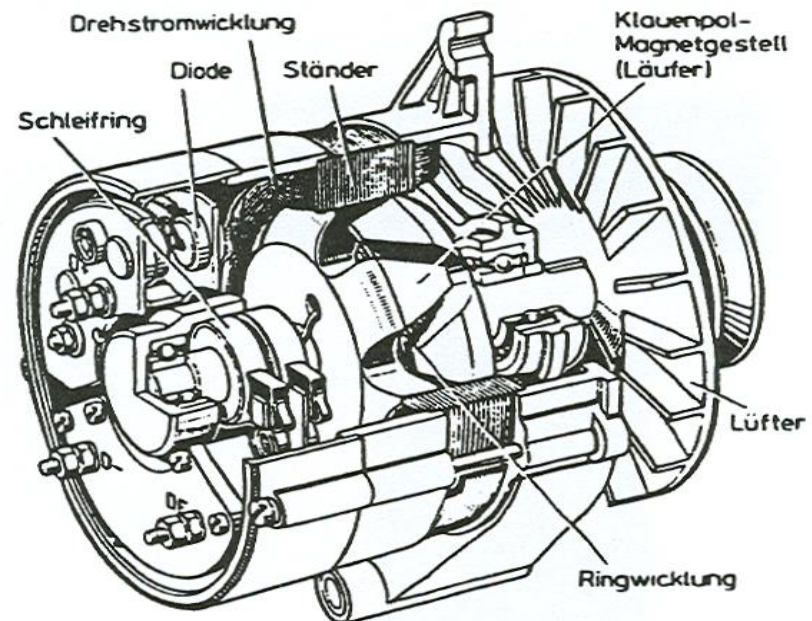
(8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen: siehe Skript)

**8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb**

# Synchrongenerator im Inselbetrieb

- **Beispiele:** Lichtmaschine (Kfz), Bordnetzgenerator (Flugzeug, Schiff), Generatorstation mit "Insel"-Netz (Insel, Notstrombetrieb, ...)
- **Keine "starre" Spannung  $U_s$  vorhanden:** Synchronmaschine angetrieben, erregt mit  $I_f$ , Polradspannung  $U_p$  als "eingeprägte" Quellenspannung,  $U_s$  **belastungsabhängig**.
- Daher **keine**  $M_e \sim \sin \vartheta$  - Abhängigkeit, weil  $U_s$  nicht konstant; **kein** Kippen bei  $\vartheta = \pm 90^\circ$ .

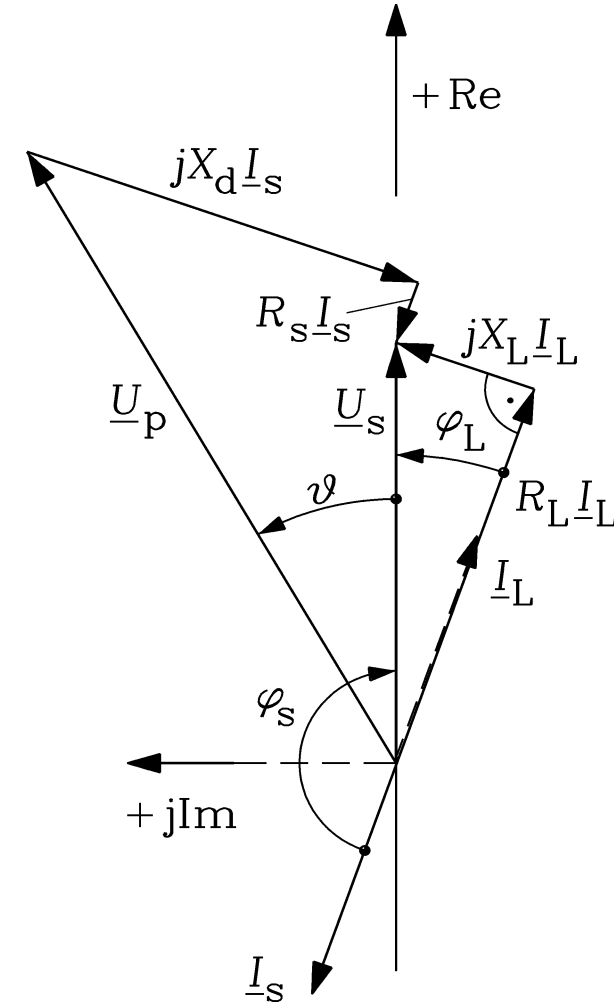
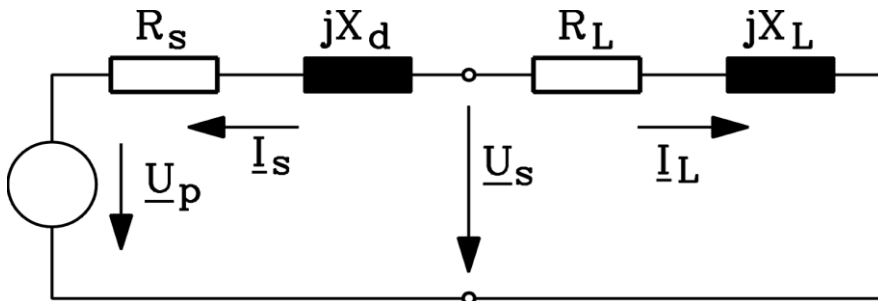
12 V DC-Kfz-Lichtmaschine (Kfz),  
12-polig,  $m_s = 3$ ,  $q_s = 1$ , 1 ... 3 kW



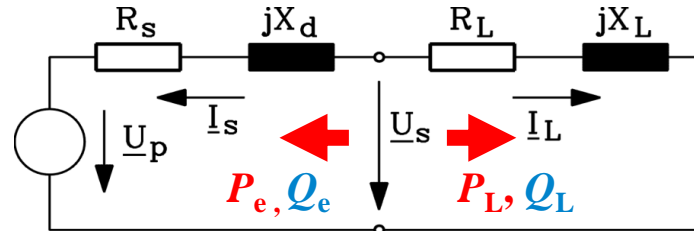
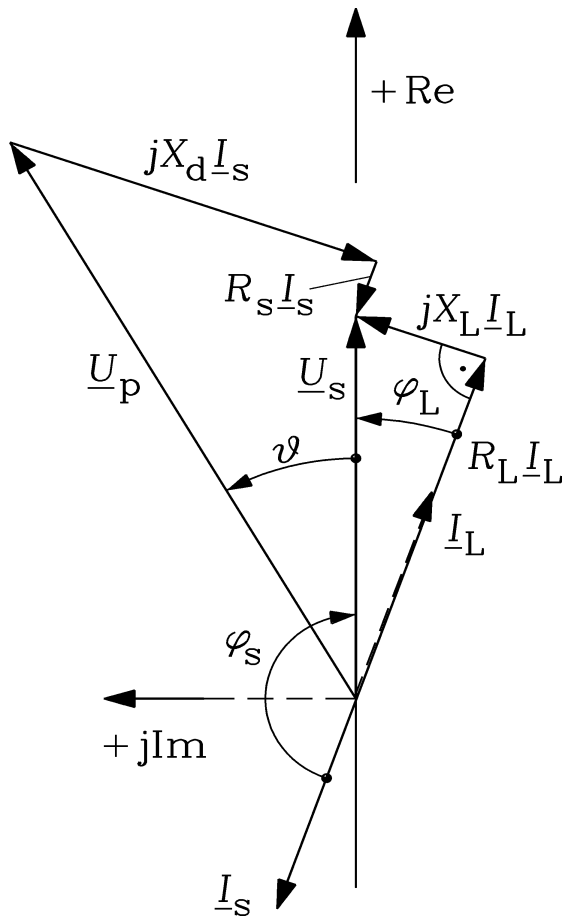
Quelle: Bosch, Bühlertal, D

# Synchrongenerator im Inselbetrieb

- Lastimpedanz: allgemein  $\underline{Z}_L$  (hier:  $\underline{Z}_L = R_L + jX_L$ )
- **Beispiel:**  
OHM'sch-induktive Last  $\underline{Z}_L$  (VZS: Laststrom  $\underline{I}_L = -\underline{I}_s$ )



# Leistungsbilanz im Inselbetrieb



$$\underline{I}_s = -\underline{I}_L, \quad I_s = I_L$$

**VZS:** Generator  $P_e < 0$ , **VZS:** Verbraucher  $P_L > 0$ :

$$-P_e = P_L$$

$$-P_e = -3 \cdot U_s I_s \cos \varphi_s = P_L = 3 U_s I_L \cos \varphi_L$$

$$\varphi_L - \varphi_s = \pi : \cos \varphi_s = -\cos \varphi_L$$

**Generator übererregt = KAPAZITIV**, **Verbraucher INDUKTIV**

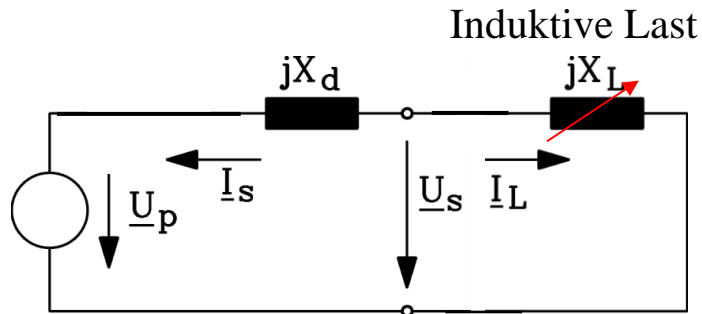
$$-Q_e = -3 \cdot U_s I_s \sin \varphi_s = Q_L = 3 U_s I_L \sin \varphi_L$$

$$-Q_e = Q_L$$

$$\varphi_L - \varphi_s = \pi : \sin \varphi_s = -\sin \varphi_L$$

Wirk- und Blindleistung sind im „abgeschlossenen System“  
INSELNETZ **ausgeglichen**:  $P_e + P_L = 0$ ,  $Q_e + Q_L = 0$ .

# Inselbetrieb: Strom-Spannungs-Kennlinie $U_s(I_s)$ bei induktiver Last und $R_s = 0$ (1)

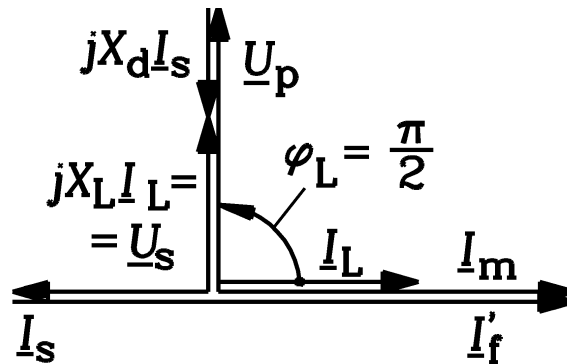


$$\underline{Z}_L = j\omega L_L = jX_L$$

$$\underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s = \underline{U}_s = -jX_L \underline{I}_s$$

**Leerlauf:**  $Z_L \rightarrow \infty \Rightarrow I_s = 0 \Rightarrow U_s = U_p = U_{s0}$

**Kurzschluss:**  $Z_L = 0: U_s = 0 \Rightarrow I_s = U_p/X_d = I_{sk}$



$$U_s = U_p - X_d I_s$$

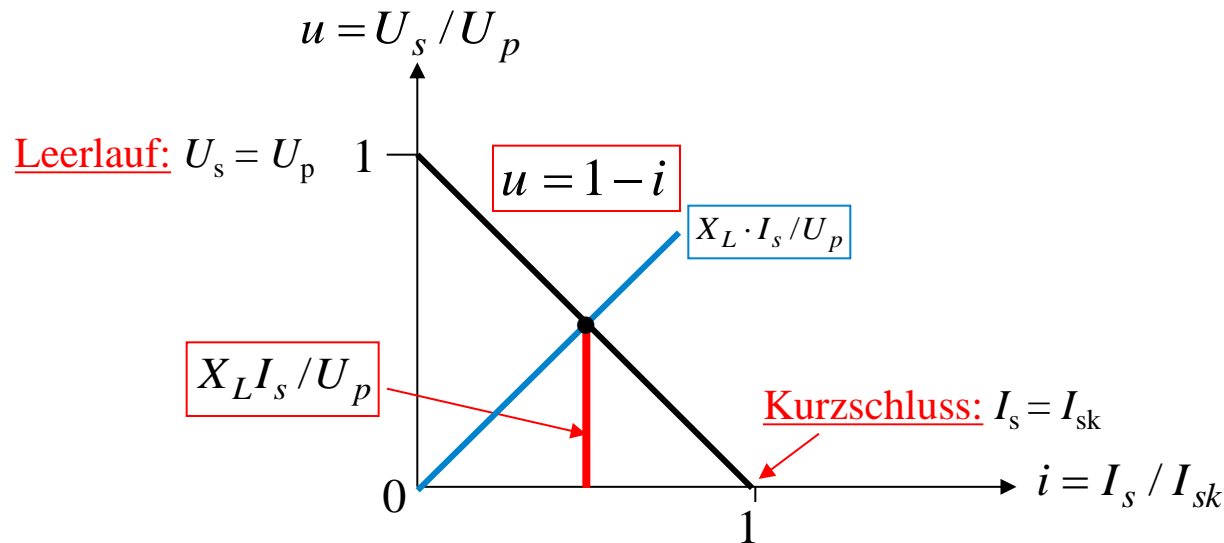


# Inselbetrieb: Strom-Spannungs-Kennlinie $U_s(I_s)$ bei induktiver Last und $R_s = 0$ (2)

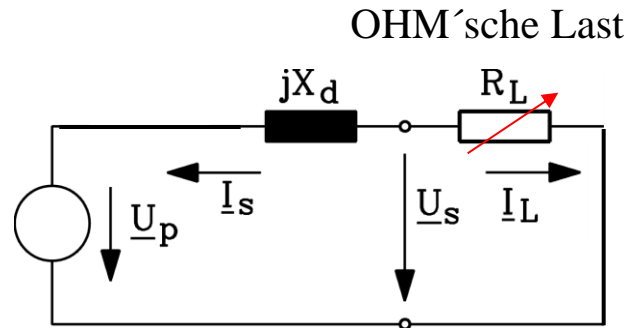
- Induktive Last: Im Zeigerdiagramm: Spannungsfälle auf einer Geraden:  $U_s = U_p - X_d I_s$
- Spannung  $U_s$  SINKT linear mit zunehmendem Laststrom  $I_s$  !

$$u = \frac{U_s}{U_p} = 1 - \frac{I_s}{U_p / X_d} = 1 - i$$

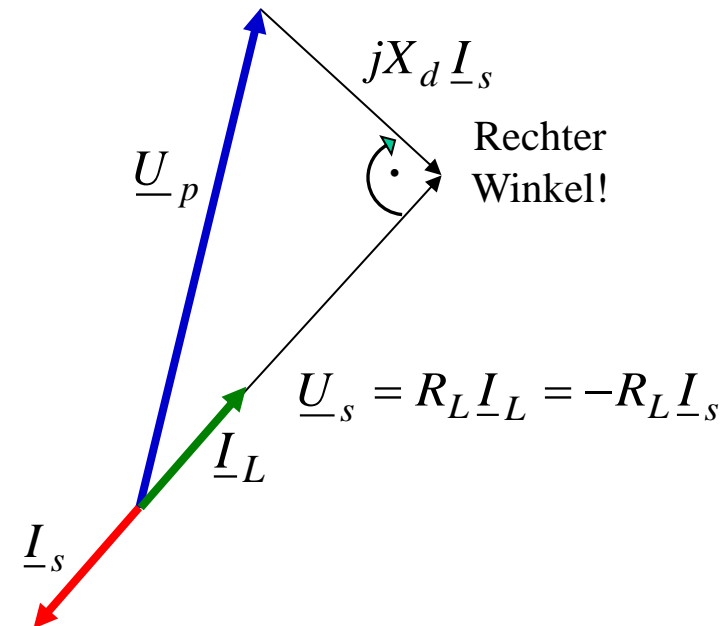
$$u = \frac{U_s}{U_p}, \quad i = \frac{I_s}{U_p / X_d} = \frac{I_s}{I_{sk} / X_d}$$



# Inselbetrieb: Strom-Spannungs-Kennlinie $\underline{U}_s(\underline{I}_s)$ bei *OHM'scher* Last $R_L$ und $R_s = 0$ (1)



- Ohm'sche Last:  $\underline{U}_s = R_L \cdot \underline{I}_L = -R_L \cdot \underline{I}_s$   
 $\underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s = \underline{U}_s = -R_L \underline{I}_s$

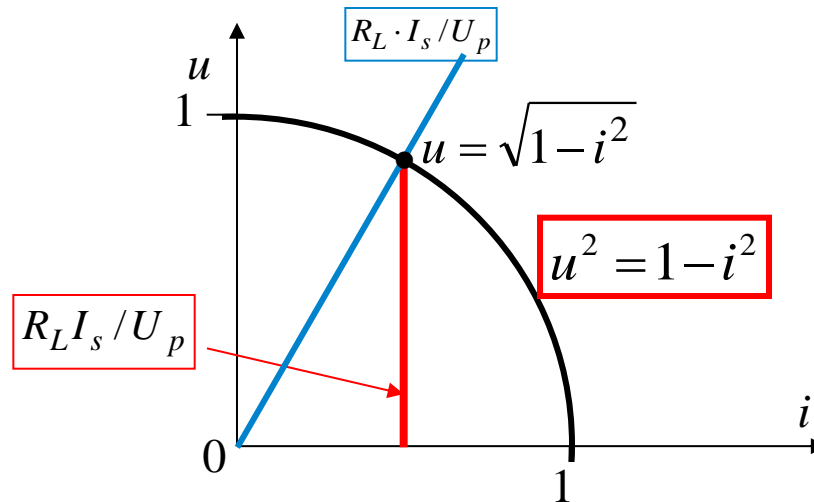


- Spannungsfälle bilden rechtwinkliges Dreieck:
- *Pythagoras*:  $U_p^2 = U_s^2 + (X_d I_s)^2$

# Inselbetrieb: Strom-Spannungs-Kennlinie $U_s(I_s)$ bei $OHM$ 'scher Last $R_L$ und $R_s = 0$ (2)

$$U_p^2 = U_s^2 + (X_d I_s)^2$$

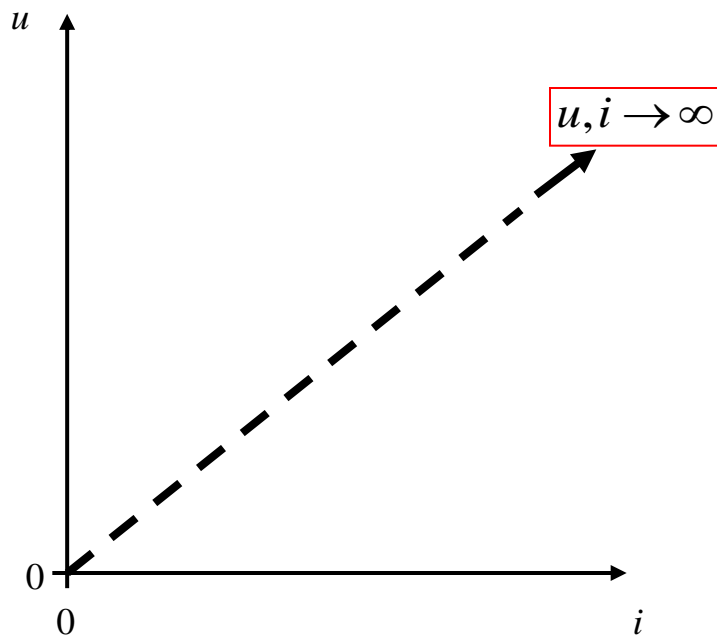
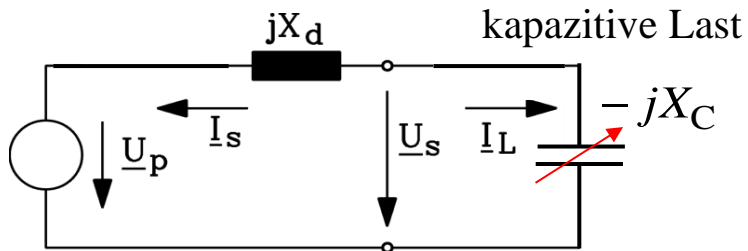
$$u^2 = \left( \frac{U_s}{U_p} \right)^2 = 1 - \frac{I_s^2}{(U_p / X_d)^2} = 1 - i^2$$



Einheitskreis:  $u^2 + i^2 = 1$

- Spannungs-Strom-Kurve (in per-unit) ist Viertelkreissegment !

# Inselbetrieb: $U_s(I_s)$ -Kurve bei Resonanz: Kapazitive Last $X_C = X_d$ und $R_s = 0$



- Kapazitive Last:  $\frac{1}{j \cdot \omega C} = -j \cdot \frac{1}{\omega C} = -j \cdot X_C$

- **Resonanz:  $X_C = X_d$** , hier: Ungedämpft!

$$\underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s = \underline{U}_s = -jX_C \underline{I}_L = jX_C \underline{I}_s$$

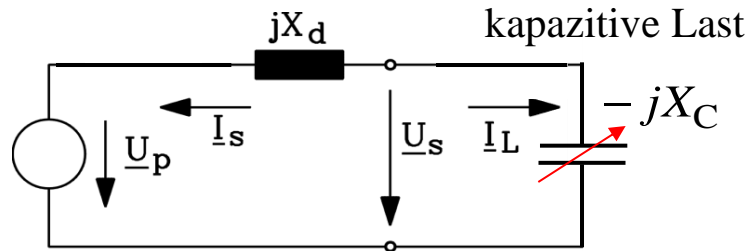
$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_p}{j(X_C - X_d)} \rightarrow \infty, \quad \underline{U}_s = jX_C \underline{I}_s \rightarrow \infty$$

$$\underline{i} = \frac{1}{j \cdot ((X_C / X_d) - 1)} \Rightarrow i = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{X_C}{X_d}\right)^2 - 1}} \rightarrow \infty$$

- In **der Realität** wird  $I_s$  durch Widerstand  $R_s$  etc. begrenzt!
- **Meist ist  $X_C$  deutlich größer als  $X_d$** , da  $C$  sehr klein!
- Daher Resonanz selten!

# Inselbetrieb: $U_s(I_s)$ -Kurve

für kapazitive Last  $X_C > X_d$  und  $R_s = 0$  (1)

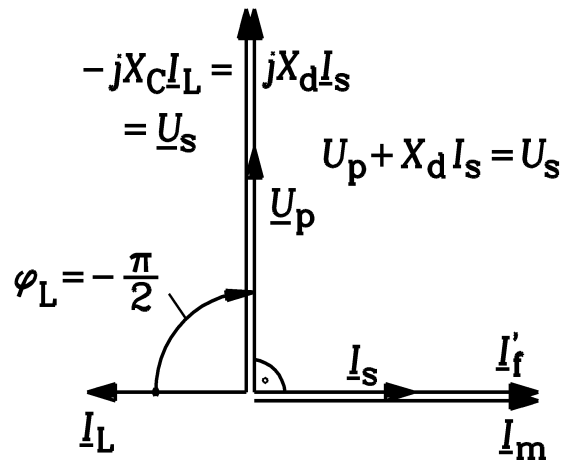


- **Kapazitive Last:** Meist  $X_C > X_d$  (kleine Kapazität!)

$$\underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s = \underline{U}_s = -jX_C \underline{I}_L = jX_C \underline{I}_s$$

$$U_s = U_p + X_d I_s$$

- Es ist  $\underline{U}_p$  in Phase mit  $\underline{U}_s$  und  $U_s < U_p$  **untererregt!**
- Synchronmaschine ist induktiver Verbraucher.

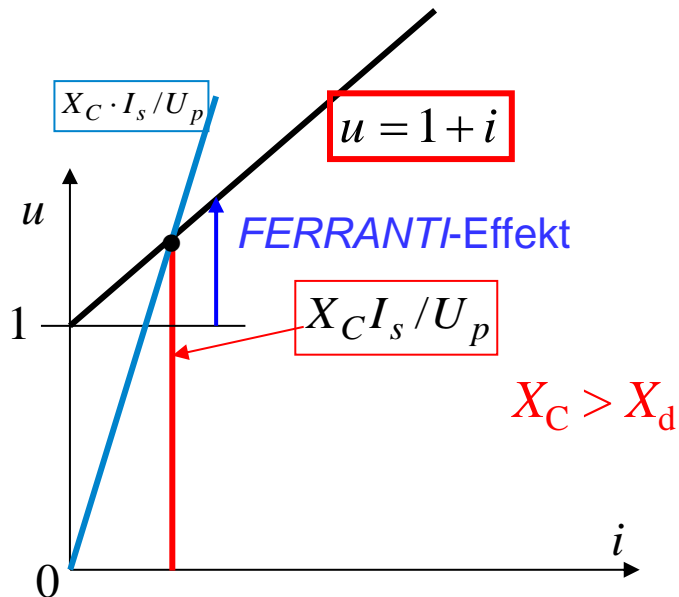


# Inselbetrieb: $U_s(I_s)$ -Kurve

für kapazitive Last  $X_C > X_d$  und  $R_s = 0$  (2)

$$U_s = U_p + X_d I_s$$

$$u = \frac{U_s}{U_p} = 1 + \frac{I_s}{U_p / X_d} = 1 + i$$



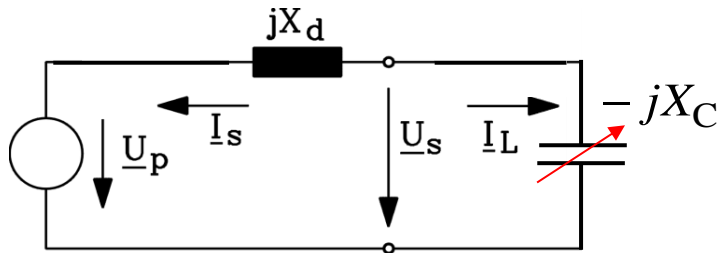
$u(i)$ -Kennlinie beginnt im Leerlaufpunkt!

- **Beispiel:**  
“Selbsterregung der Synchronmaschine”:
  - Unerregter Generator ( $I_f = 0$ ) liegt an Kapazität (z. B. leerlaufende Freileitung)
  - Eisenremanenz des rotierenden Polrads:  
Induzierte kleine Polradspannung  $U_{p,rem}$ ,  
die Blindstrom  $I_s$  treibt, der  $U_s \gg U_{p,rem}$  bewirkt!
- Spannung STEIGT durch kapazitive Belastung AN (= *FERRANTI*-Effekt!)



# Inselbetrieb: $U_s(I_s)$ -Kurve

für kapazitive Last  $X_C < X_d$  und  $R_s = 0$  (1)

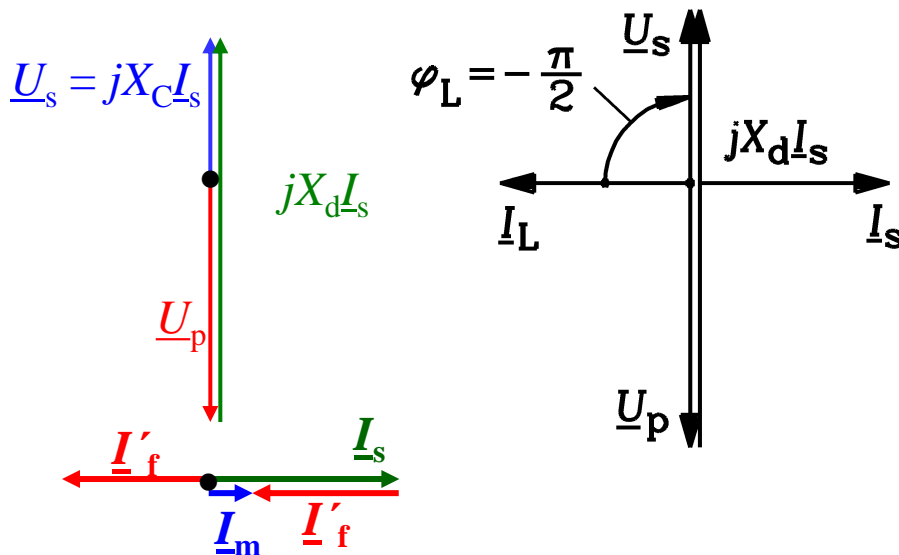


- **Kapazitive Last:** Selten:  $X_C < X_d$  (große Kapazität!)

$$\underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s = \underline{U}_s = jX_C \underline{I}_s$$

$$U_s = X_d I_s - U_p$$

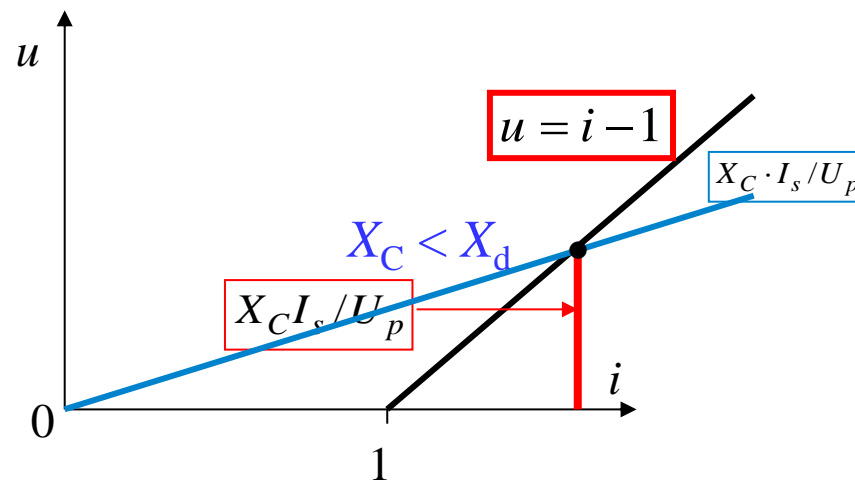
- $\underline{U}_p, \underline{I}'_f$  sind in Gegenphase zu  $\underline{U}_s, \underline{I}_s$ :  
(GEGENERREGUNG)



# Inselbetrieb: $U_s(I_s)$ -Kurve

für kapazitive Last  $X_C < X_d$  und  $R_s = 0$  (2)

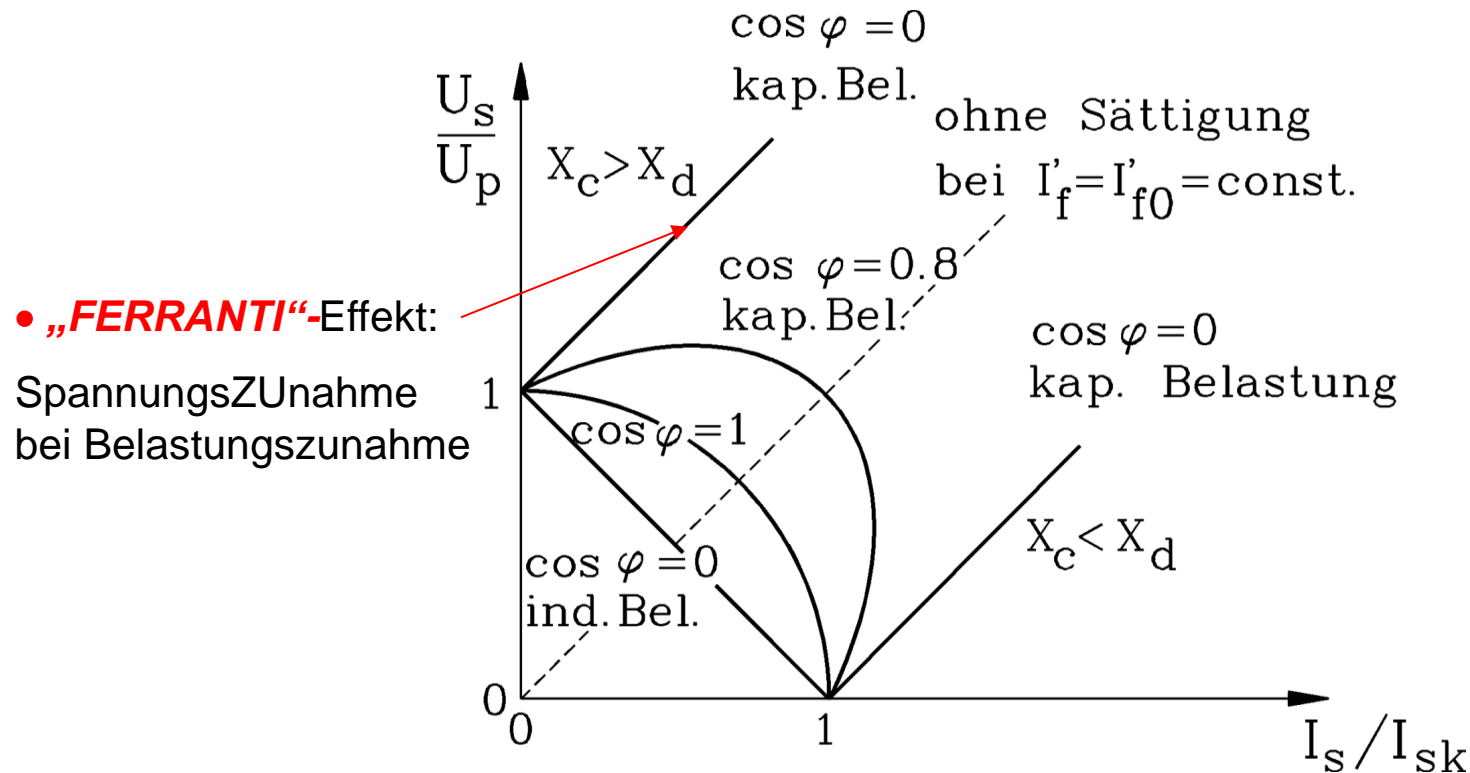
$$U_s = X_d I_s - U_p$$
$$u = \frac{U_s}{U_p} = \frac{I_s}{U_p / X_d} - 1 = i - 1$$



$u(i)$ -Kennlinie beginnt im Kurzschlusspunkt!

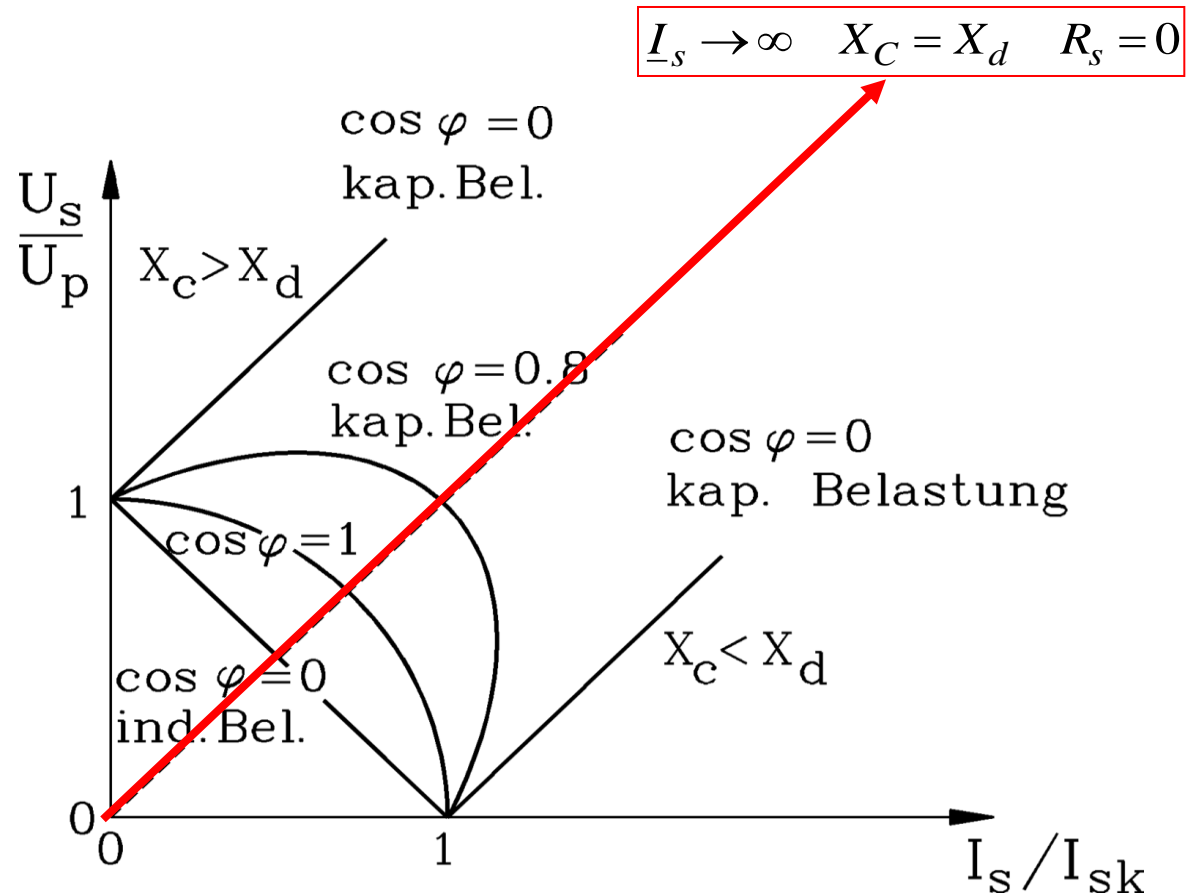
# Inselbetrieb: Strom-Spannungs-Kennlinie $U_s(I_s)$

## Kennlinienübersicht (bei $R_s = 0$ )



- Bei **gemischt ohm'sch-induktiver** und **ohm'sch-kapazitiver Last** sind die Kennlinien  $u(i)$  Ellipsenabschnitte (Herleitung im Skript!).

# Inselbetrieb: $U_s(I_s)$ -Kurve bei Resonanz: Kapazitive Last $X_C = X_d$ und $R_s = 0$



## Zusammenfassung: Synchrongeneratoren im Inselbetrieb

- Kein Kippen möglich, da kein starres Netz vorhanden.
- **Strom-Spannungs-Kennlinien**  $U_s(I_s)$  bei konstanter Drehzahl  $n = \text{konst.}$ ,  $I_f = \text{konst.}$  und veränderlicher el. Belastung ( $Z_L$  variabel).
- Überwiegend **ohm'sch-induktive Last**: Spannung  $U_s$  sinkt bei steigendem Strom  $I_s$
- Bei kapazitiver Last: Spannungszunahme  $U_s$  bei steigendem Strom  $I_s$ : **FERRANTI-Effekt**
- Bei kapazitiver Last: „Selbsterregung“ über Polradeisenremanenz möglich!
- **Selbsterregung** unerwünscht wegen des unkontrollierten Spannungsanstiegs  $U_s > U_{p,\text{rem}}$ .