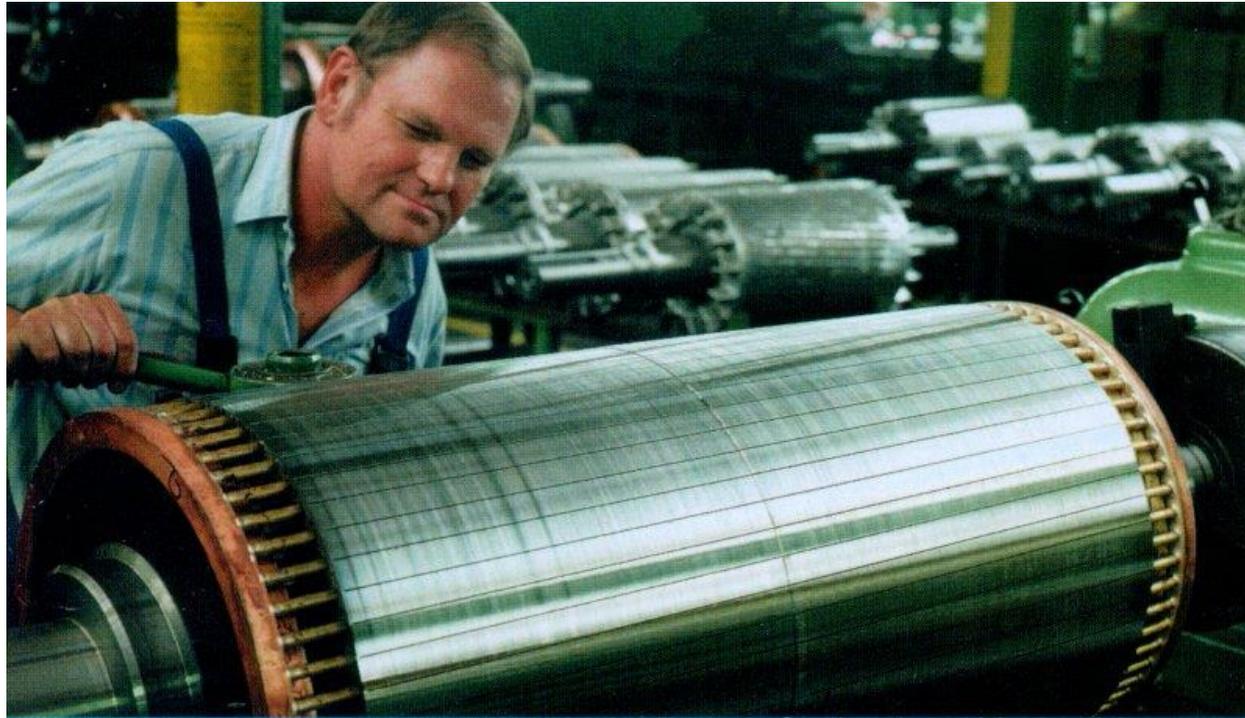


Vorlesungsinhalt

1. Einleitung
2. Drehfelder in elektrischen Maschinen
3. Mathematische Analyse von Luftspaltfeldern
4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen
5. Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine
6. **Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine**
7. Antriebstechnik mit der Asynchronmaschine
8. Die Synchronmaschine
9. Erregereinrichtungen und Kennlinien
10. Gleichstromantriebe

6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine



*Quelle: Fa. Breuer,
Deutschland*

Einsatzgebiete von Käfigläufer-Asynchronmaschinen

- Asynchronmaschinen direkt am Netz: konstante Statorfrequenz

Motor: Läufer dreht langsamer als Drehfeld

- Festdrehzahlantrieb, zumeist als robuster **“Normmotor”**,
- für Pumpen, Gebläse, Kompressoren,
- für Bearbeitungsmaschinen in sehr großer Stückzahl im Einsatz,

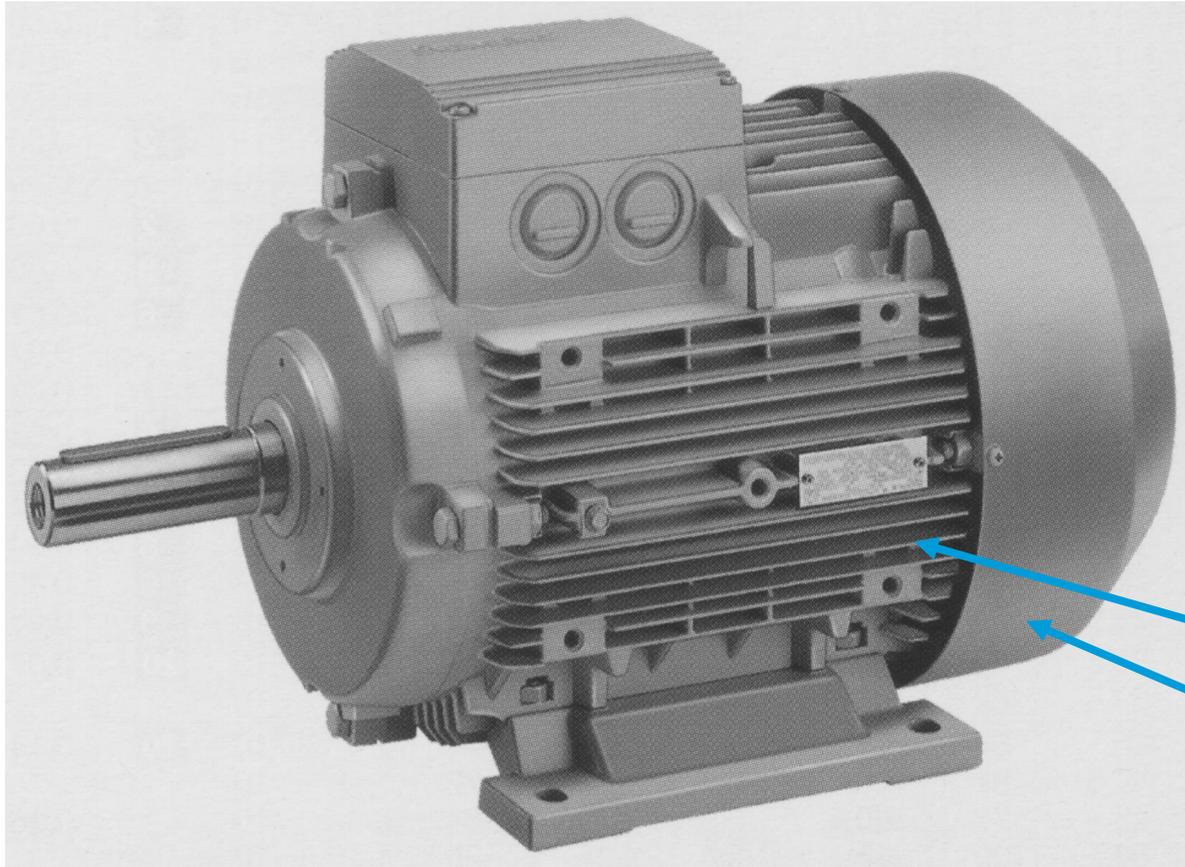
Generator: Läufer dreht schneller als Drehfeld, muss angetrieben werden

- Windgeneratoren, kleinere Wasserkraftwerke, ...

- Asynchronmaschinen mit Umrichterspeisung:
veränderliche Statorfrequenz und Stator-Spannungsamplitude

- **Drehzahlvariabel**, oft geregelt,
- übernimmt viele Aufgaben
 - a) in der Industrie, b) in der Traktion, ...,da die Asynchronmaschine robust ist.

Norm-Asynchronmaschine



**Norm-
Asynchronmotor**

vierpolig

Oberflächenkühlung

Rippengehäuse

**Lüfter mit
Luftführung**

Quelle:

Siemens, Deutschland

Asynchronmotoren mit Umrichterspeisung



Quelle: ELIN EBG Motoren GmbH, Österreich

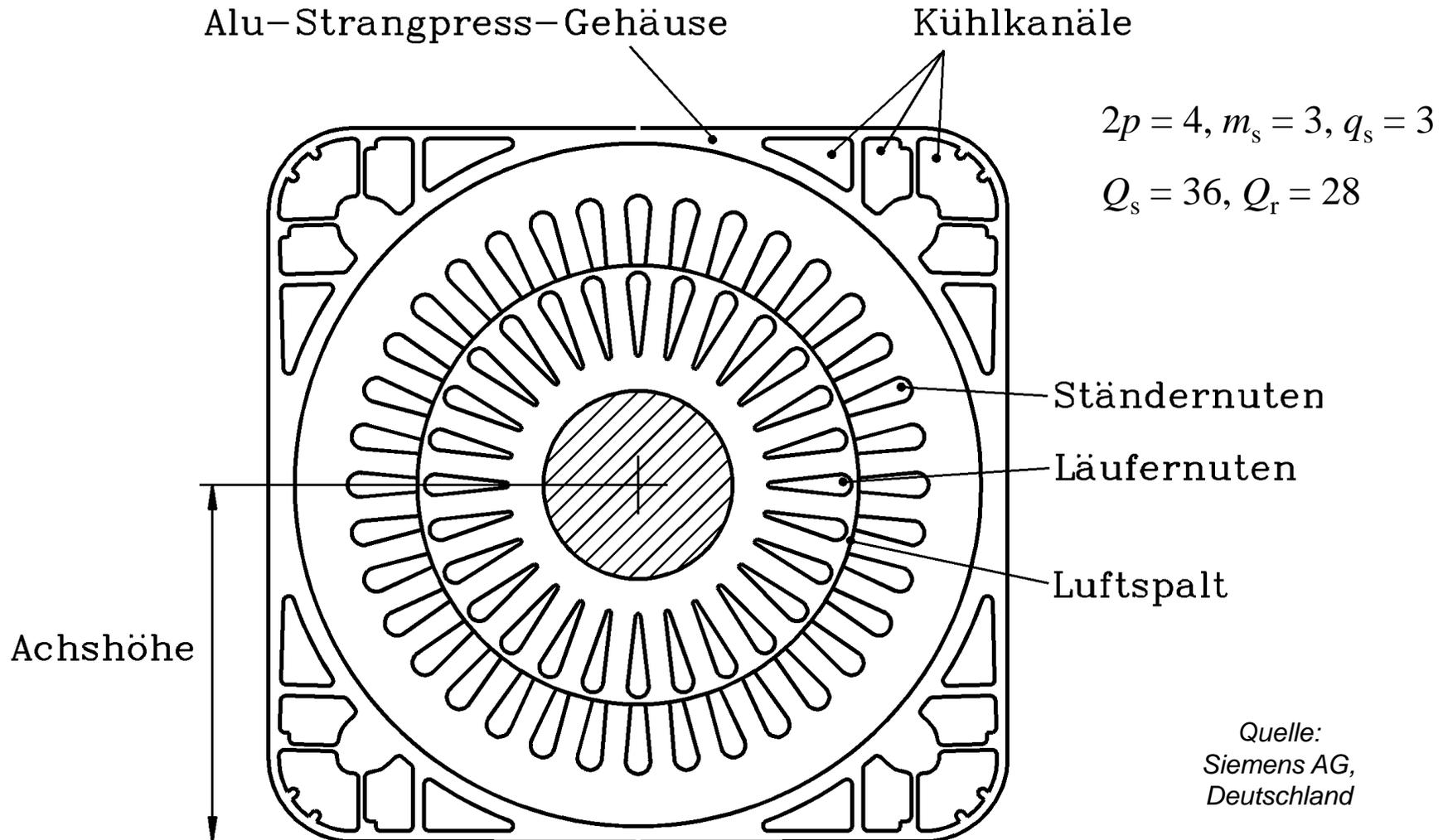
Wassermantelgekühlte 100 kW-Fahrmotoren
für die U-Bahn (Alu-Käfig-Läufer)



Quelle: Siemens AG, Deutschland

Umrichtergespeister Industriemotor,
1 MW, Kupferkäfig, aufgesetzter
Luft-Luft-Kühler, dahinter: Umrichter

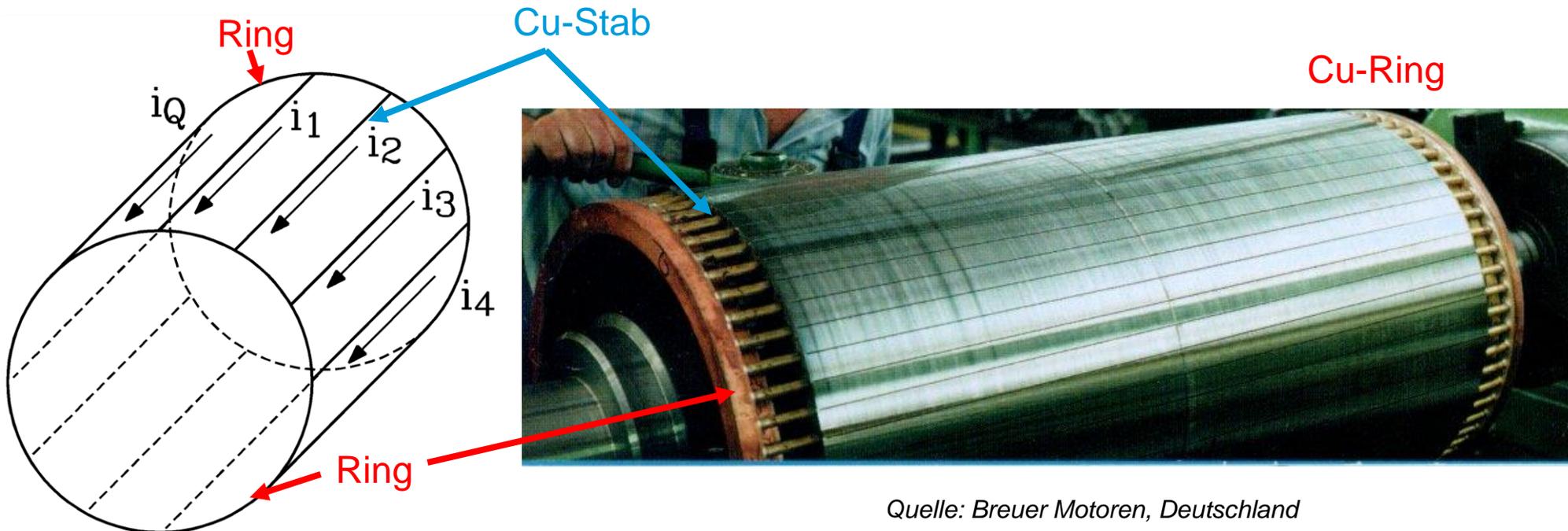
Querschnitt: Käfigläufer-Asynchronmotor



Quelle:
Siemens AG,
Deutschland

Läuferkäfig = Käfigwicklung

Läufer-Kurzschlusskäfig: Q_r leitfähige Stäbe (Kupfer, Aluminium) in Q_r Nuten, die stirnseitig durch je einen leitfähigen Ring kurz geschlossen sind.



Jeder Stab ist ein **eigener Strang**, daher: Strangzahl $m_r =$ Stabzahl Q_r

Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine (1)

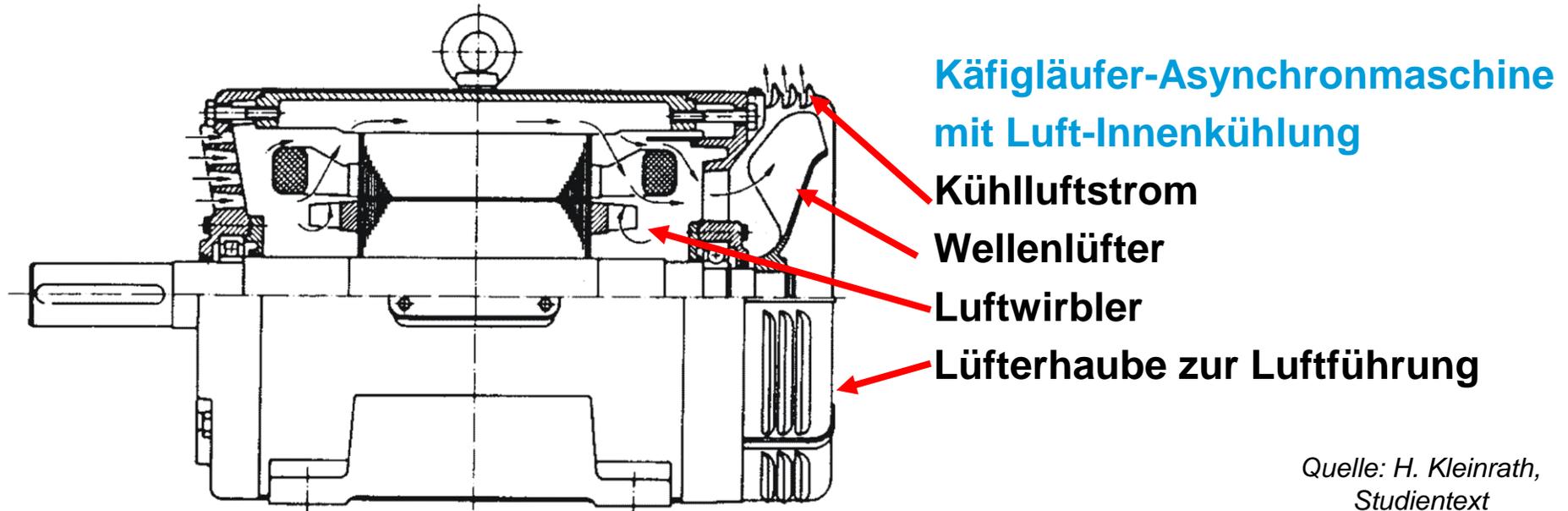
- **KUPFER-Kurzschlusskäfig:**
für große Leistungen > 50 ... 100 kW
Massive, blanke Kupferstäbe
in Läufernuten,
Stirnseite durch je einen hartgelöteten
Kupferring kurzgeschlossen.



Quelle: Fa. Breuer, Deutschland

- **Aluminium-Druckguss-** oder **Aluminium-Schleuderguss-Käfig bei kleineren Leistungen:** Angegossene "Lüfterflügel" an den Ringen verbessern Kühlung.
Fallweise: **Kupfer-Druckguss-Käfig**
- **Je zwei Stäbe** bilden mit zwei Ringabschnitten eine **Läufermasche**, in die das Ständerdrehfeld eine Spannung induziert. Der Läuferstabstrom erzeugt mit dem Luftspaltfeld des Ständers das elektromagnetische Drehmoment.

Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine (2)

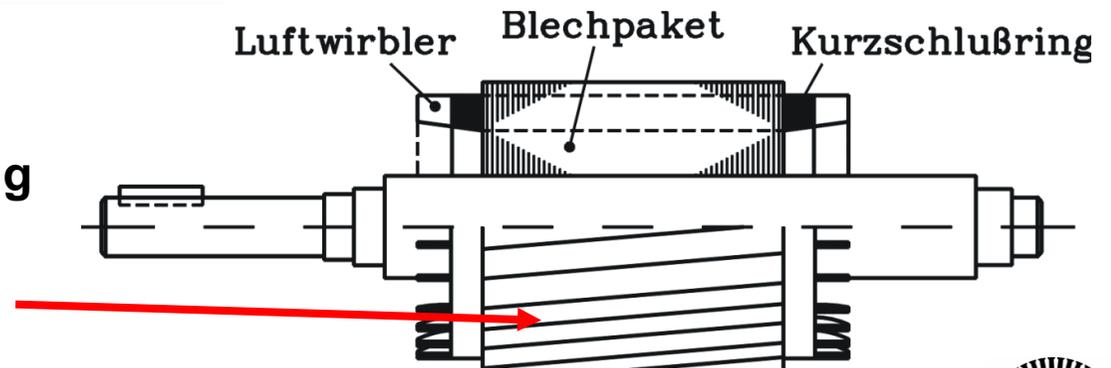


Quelle: H.-O. Seinsch,
Teubner-Verlag

Quelle: H. Kleinrath,
Studententext

Aluminium-Druckguss Käfigläufer

Rotornuten um eine Statornutteilung
geschrägt, um Verluste durch
nutharmonische Feldoberwellen zu
verhindern bzw. zu vermindern.



Zusammenfassung Aufbau von Käfigläufer-Asynchronmaschinen

- Dreisträngige Ständer-Drehfeldwicklung am Sinus-Drehspannungssystem
- Ständerwicklung erzeugt Drehfeld mit ausgeprägter Grundwelle (diese rotiert mit „Synchrozahl“)
- Läufer: Käfigwicklung
- Käfig: Jeder Stab ist ein „Wicklungsstrang“; kurzgeschlossen über zwei Ringe
- Käfig aus Kupfer oder Aluminium-Druckguss

6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine

6.1 Ströme und Spannungen im Käfigläufer

6.2 Stromverdrängung in den Stäben des Läuferkäfigs

6.3 Käfigformen und Anlaufmomentenerhöhung

Induzierte Stabspannungen

- Grundwelle des Ständerdrehfelds (Amplitude $\hat{B}_{\delta,s}$) bewegt sich relativ zum Läufer mit Geschwindigkeit $s \cdot v_{syn} = v_{syn} - v_m$.
- Zwei im Abstand τ_p liegende Stäbe = „Läufermasche“ mit Fluss Φ

Maschenfluss $\Phi(t) = \Phi \cdot \sin(2\pi \cdot s \cdot f_s \cdot t)$ $\Phi = \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s}$

- Maschenspannung mit Frequenz $f_r = s \cdot f_s$ induziert: $u_{i,c}(t) = -d\Phi(t)/dt$

$$\hat{U}_{i,c} = 2\pi \cdot s f_s \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s} = s \cdot 2(2f_s \tau_p) \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta,s} = s \cdot 2v_{syn} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta,s}$$

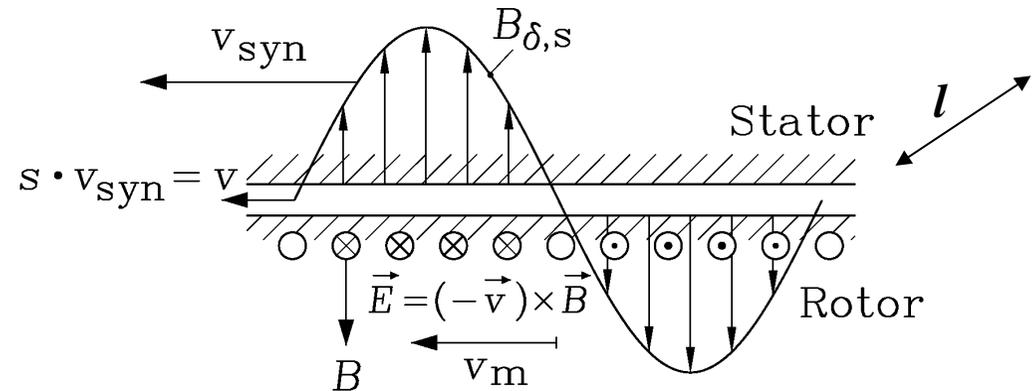
Je Stab:

halbe Spannung $\hat{U}_{i,Stab} = \hat{U}_{i,c} / 2 =$

= **Stabspannung**:

$$\hat{U}_{i,Stab} = s \cdot v_{syn} \cdot \hat{B}_{\delta,s} \cdot l$$

$$\underline{\hat{U}}_{i,c} = -j \cdot 2\pi \cdot s f_s \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \underline{\hat{B}}_{\delta,s}$$



$$U_i \sim |\vec{v} \times \vec{B}|$$

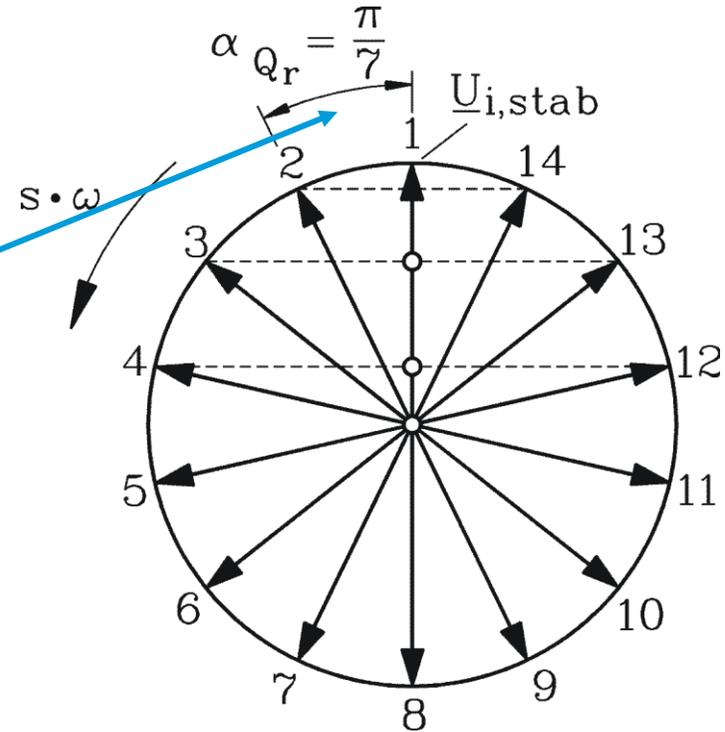
Induzierte Stabspannung bilden Spannungstern

- Abstand zwischen 2 Stäben: Läufernutteilung τ_{QR} ,
daher Phasenverschiebung zwischen den
Stabspannungen =

Läufer-Nutenwinkel

$$\alpha_{QR} = \frac{2\pi \cdot p}{Q_r}$$

Spannungszeiger aller Stäbe bilden in der komplexen Zahlenebene einen regelmäßigen Spannungstern“.



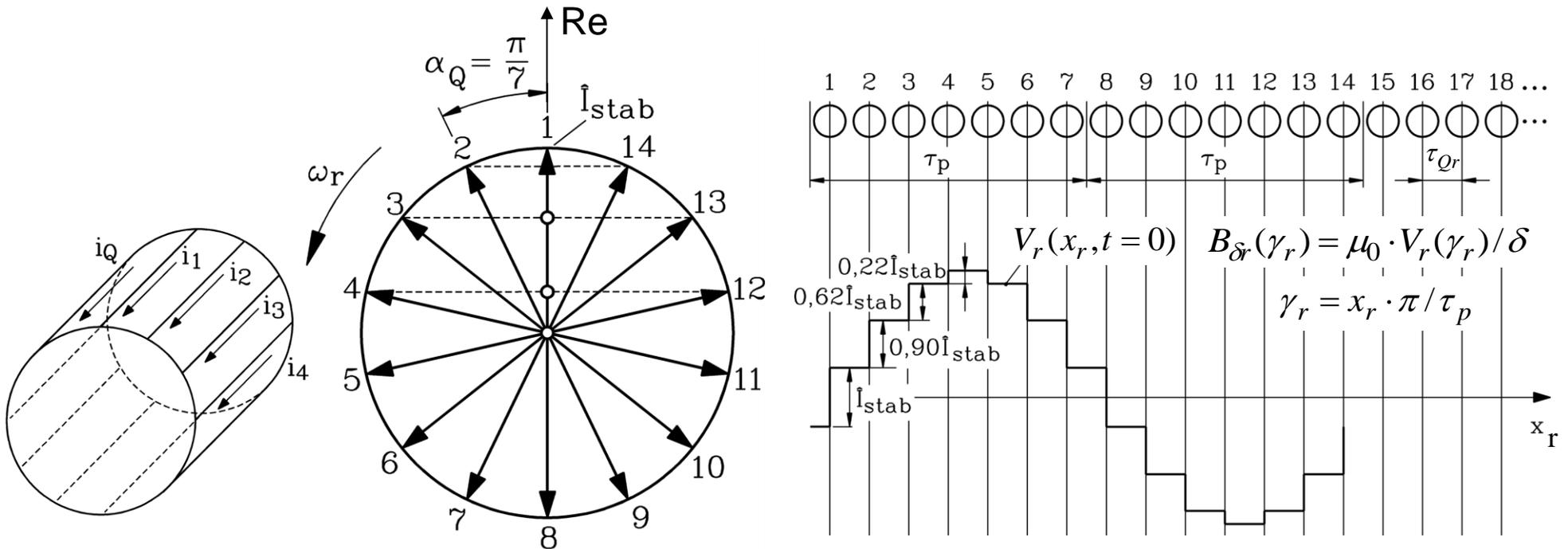
- **Beispiel:** Vierpoliger Käfigläufer mit $Q_r/p = 14$ Stäben/Polpaar

Je zwei Spannungszeiger benachbarter Stäbe sind um den Läufernuttenwinkel

$$\alpha_{QR} = \frac{2\pi \cdot p}{Q_r} = \frac{2\pi \cdot 2}{28} = \pi/7 \text{ phasenverschoben.}$$

Die Spannungen in Stab 1 und 15, 2 und 16 usw. sind phasengleich.

Magnetische Spannung und Luftspaltfeld einer Käfigwicklung



- **Symmetrisches m_r -Drehstromsystem:**

In jedem Stab ein gegenüber dem Nachbarstab phasenversetzter Sinusstrom (**Stabstrom**).
Jeder Stab ist ein **eigener Strang** (Strangzahl $m_r = Q_r$)

- **Beispiel:** $Q_r = 28$ Stäbe, $2p = 4$: Stabstromsystem wiederholt sich nach $Q_r/p = 14$ Stäben, Phasenverschiebung (**Nutenwinkel**) $\alpha_Q = 2\pi p/Q_r = \pi/7$.

Entsprechungen zwischen dreisträngiger Ständerwicklung und Käfigwicklung

- Jeder Stab = 1 Strang mit einer halben Windung: $N = \frac{1}{2}$.
Sehnungs- und Zonenfaktor = 1.
 μ : Ordnungszahl der Oberwellen der Feldverteilung einer Läuferwicklung
- **Entsprechungen zw. Stator- u. Rotor-Größen:**
 - a) Für die Bestimmung der **Feldamplituden:**

$$N \rightarrow 1/2, \quad m \rightarrow Q_r, \quad k_{w,v} \rightarrow 1, \quad I \rightarrow I_{Stab}, \quad v \rightarrow \mu$$

$$V(x, t) = \sum_{v=1, \dots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m}{p} N \frac{k_{w,v}}{v} I \cdot \cos\left(\frac{v\pi x}{\tau_p} - \omega t\right) \longrightarrow V_r(x_r, t) = \sum_{\mu=1, \dots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{Q_r}{p} \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} I_{Stab} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x_r}{\tau_p} - 2\pi f_r t\right)$$

- b) Für die Bestimmung der **Ordnungszahlen:**

Je Polpaar: $2m$ Zonen ($m = 3: 6: +U, -W, +V, -U, +W, -V$) $\rightarrow Q_r/p$ Zonen im Käfig

$$v = 1 + 2m \cdot g \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \longrightarrow \mu = 1 + \frac{Q_r}{p} \cdot g_r \quad g_r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- c) **Frequenz:** Statorfrequenz $f_s \rightarrow$ Rotorfrequenz f_r

FOURIER-Reihe des Luftspaltfelds einer Käfigwicklung

- **FOURIER-Reihe:**

$$V_r(x_r, t) = \sum_{\mu=1, \dots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{Q_r}{p} \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} I_{Stab} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x_r}{\tau_p} - 2\pi f_r t\right)$$

(Index r: Rotor)

$$B_{\delta r}(x_r, t) = \mu_0 \cdot V_r(x_r, t) / \delta = \sum_{\mu=1, \dots}^{\infty} \hat{B}_{\delta r, \mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu \cdot \pi \cdot x_r}{\tau_p} - 2\pi \cdot f_r \cdot t\right)$$

mit den Ordnungszahlen

$$\mu = 1 + \frac{Q_r}{p} \cdot g_r \quad g_r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- **Beispiel:** $Q_r = 28$ Stäben, $2p = 4$: Ordnungszahlen $\mu = 1, -13, 15, -27, 29, \dots$

Amplituden $\hat{B}_{\delta r, \mu}$ sinken proportional $1/\mu$

Je mehr Stäbe pro Pol, desto besser nähert sich die stufenförmige Verteilung $V_r(x_r, t)$ der gewünschten Sinusgrundwellen-Funktion an!

Zusammenfassung: *FOURIER*-Reihe des Felds einer Käfigwicklung

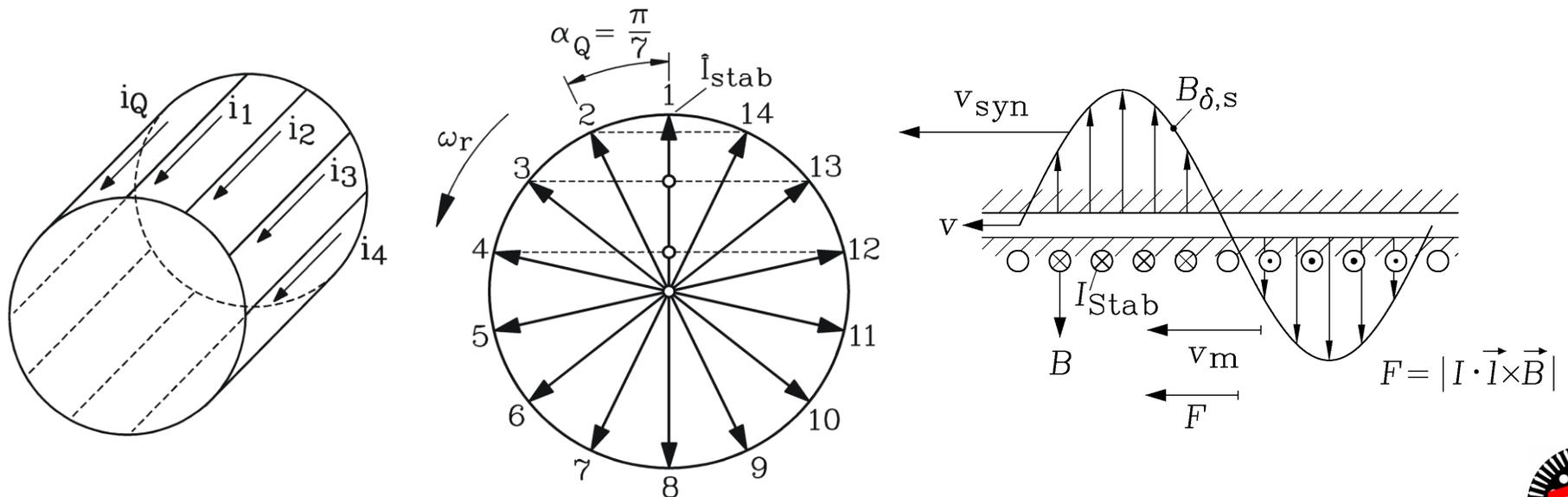
- Käfigwicklung = kurzgeschlossene „Maschen“
- Jeder Stab ist ein Wicklungsstrang
- Das Drehfeld des Käfigs nähert sich besser an die Grundwelle an als die 3-strängige Ständerwicklung (wegen der höheren Strangzahl $Q_r > m_s = 3$)
- Verwendung in Käfigläufer-Asynchronmaschinen

Stabströme, Stabkräfte und Drehmoment

- **Läuferstabströme** bilden **symmetrischen Stromstern**, der eine Läufer-Luftspaltfeld-Grundwelle $\hat{B}_{\delta r, \mu=1}$ erregt, die bzgl. dem Ständer mit v_{syn} dreht.
- Diese Läufer-Grundwelle überlagert sich mit dem Ständerdrehfeld zum resultierenden Luftspaltfeld.
- Die **Läuferstabströme** bilden mit der Ständerfeldwelle eine **LORENTZ-Kraft je Stab**:

$$\hat{F}_{\text{Stab}} = \hat{I}_{\text{Stab}} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta, s}$$

- Alle Stabkräfte bilden mit dem Hebelarm $d_r/2$ das **elektromagnetische Drehmoment M_e**



Abschätzung des Drehmoments bei Nennschlupf s_N (= kleiner Schlupf s)

Herleitung

- **Läuferstabstrom:**

$$\hat{I}_{Stab} = \frac{\hat{U}_{i,Stab}}{R_r + j \cdot s \omega_s L_r} = \frac{-j \cdot s \cdot v_{syn} \hat{B}_{\delta,s} \cdot l}{R_r + j \cdot s \omega_s L_r} \approx \frac{-j \cdot s \cdot v_{syn} \hat{B}_{\delta,s} \cdot l}{R_r}$$

- **Läuferstabkraft am Ort γ_r :** $F_{Stab}(\gamma_r) = I_{Stab}(\gamma_r) \cdot l \cdot B_{\delta,s}(\gamma_r)$

- **Feld- und Stabstromverteilung sind sinusförmig:**

$$I_{Stab}(\gamma_r) = \hat{I}_{Stab} \cdot \sin(\gamma_r) \quad B_{\delta,s}(\gamma_r) = \hat{B}_{\delta,s} \cdot \sin(\gamma_r)$$

- **Mittlere Stabkraft:**

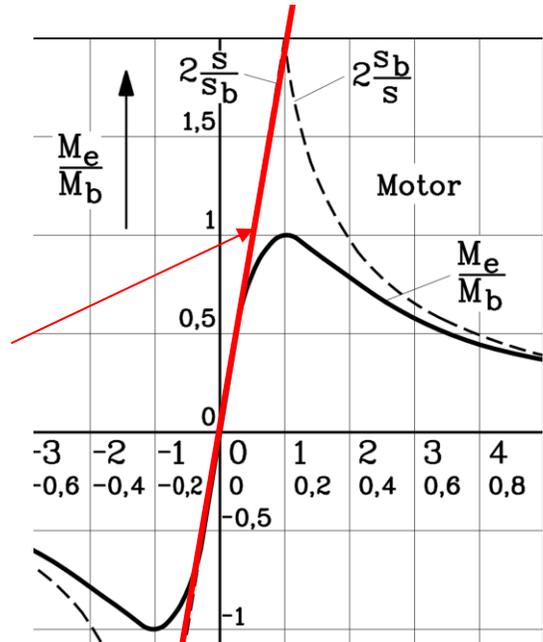
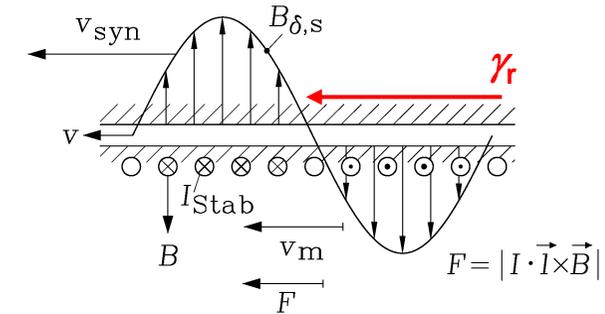
$$F_{Stab,av} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{F}_{Stab} \cdot \sin^2(\gamma_r) \cdot d\gamma_r = \hat{F}_{Stab} / 2$$

- **Drehmoment M_e :**

$$M_e = Q_r \cdot F_{Stab,av} \cdot (d_r / 2)$$

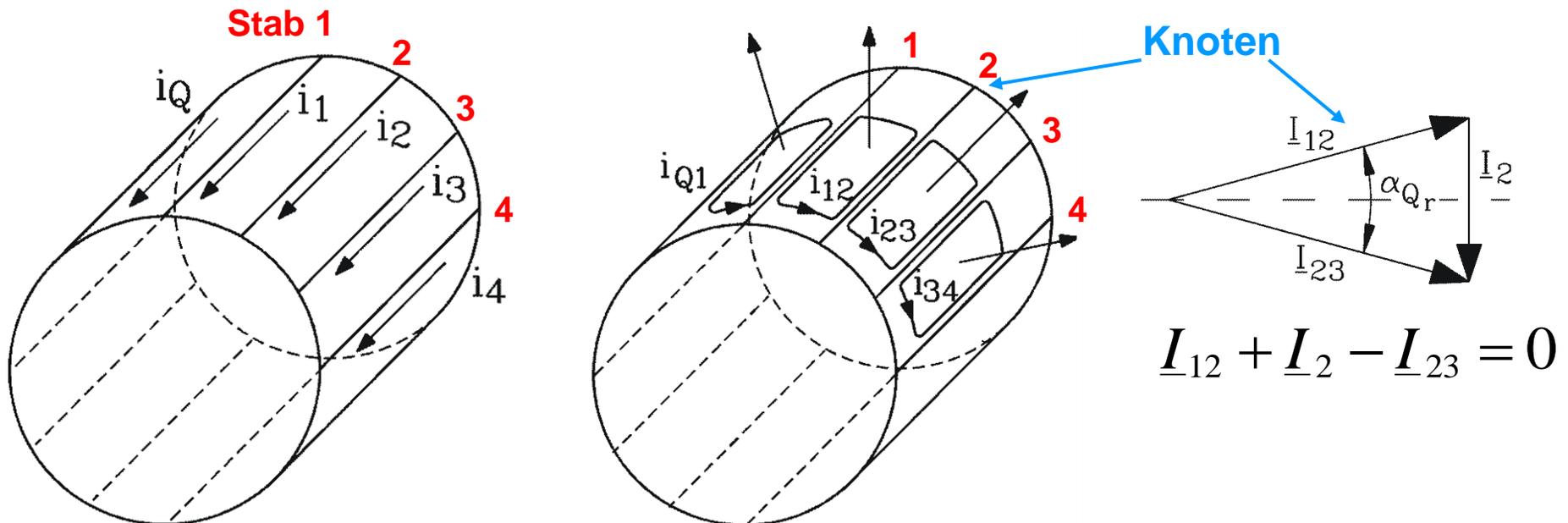
$$M_e(s) \approx Q_r \cdot \frac{s \cdot v_{syn} \cdot (\hat{B}_{\delta,s} \cdot l)^2}{2R_r} \cdot \frac{d_r}{2} \sim s$$

$$M_e(s) \sim s \quad |s| \ll 1$$



Ringabschnittsströme

- **Ringabschnittströme** fließen in den **Ringabschnitten**: z. B. zwischen den Stäben Nr. 2 (Stabstrom \underline{I}_2) und Nr. 3 (Stabstrom \underline{I}_3) der Ringabschnittstrom \underline{I}_{23} .
- **KIRCHHOFF'sche Knotenregel**: $\underline{I}_{12} + \underline{I}_2 - \underline{I}_{23} = 0$. Daher sind Ringabschnittsströme ebenfalls um Nutenwinkel α_{Qr} phasenverschoben und bilden **Ringstrom"stern"**.

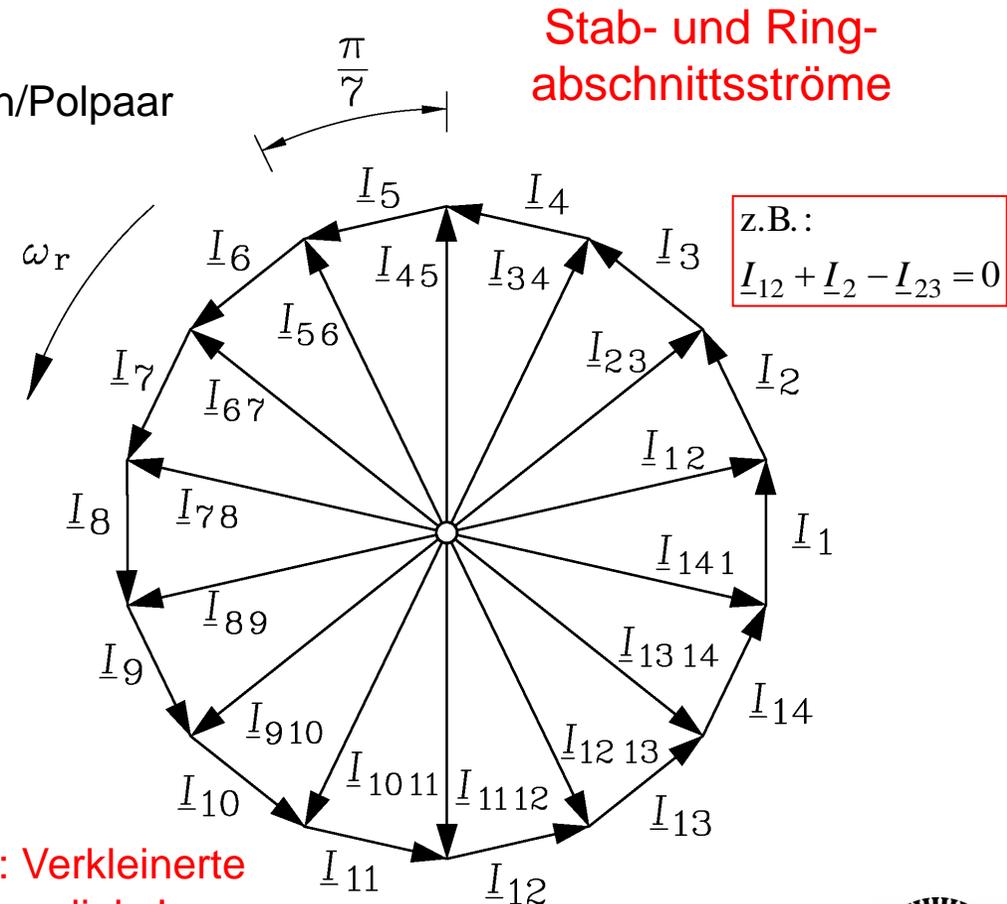
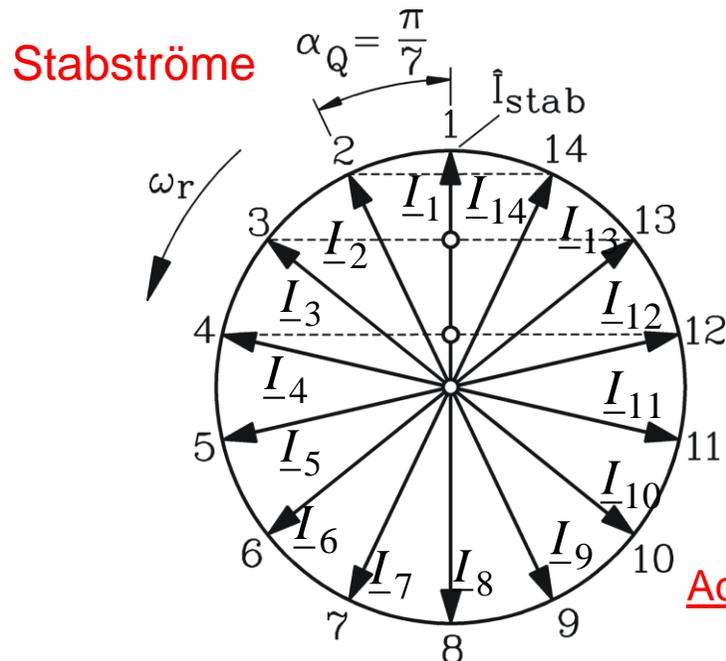


Ringabschnitts- und Stabströme

- Ringabschnittsströme sind wie die Stabströme um Nutenwinkel α_{Qr} phasenverschoben und bilden "Ringstromstern".

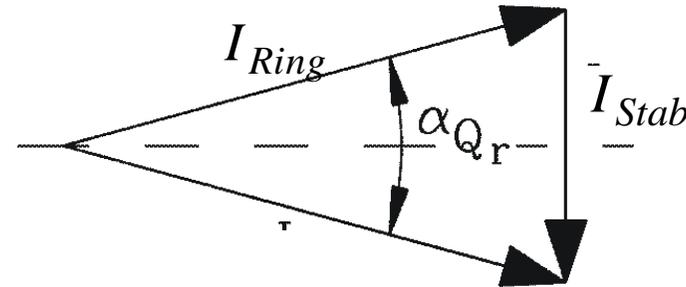
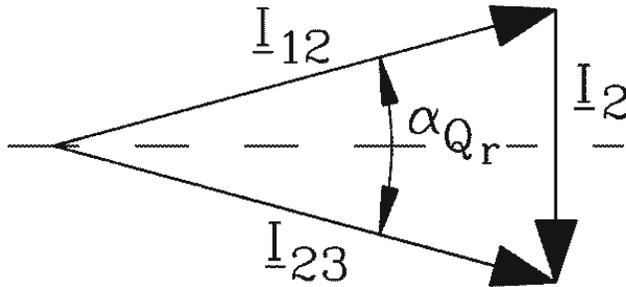
- Beispiel: Vierpoliger Käfigläufer: $Q_r/p = 14$ Stäben/Polpaar

$$\alpha_{Qr} = \frac{2\pi p}{Q_r} = \frac{2\pi \cdot 2}{28} = \pi/7$$



Achtung: Rechts: Verkleinerte Darstellung von links!

Ringabschnittswiderstand



$$I_2 = 2I_{12} \cdot \sin(\alpha_{Q_r} / 2) \Rightarrow I_{Stab} = 2I_{Ring} \cdot \sin(p\pi / Q_r)$$

- Widerstand im Ringabschnitt ΔR_{Ring} : Der **Ersatzwiderstand** ΔR_{Ring}^* wird zum Stabwiderstand R_{Stab} addiert, so dass die Stromwärmeverluste im Käfig richtig bestimmt werden:

$$P_{Cu,r} = Q_r \cdot R_{Stab} \cdot I_{Stab}^2 + 2Q_r \cdot \Delta R_{Ring} \cdot I_{Ring}^2 = Q_r \cdot (R_{Stab} + \Delta R_{Ring}^*) \cdot I_{Stab}^2$$

$$\Delta R_{Ring}^* = \Delta R_{Ring} / (2 \cdot \sin^2(p\pi / Q_r))$$

$$R_{Stab,ers} = R_{Stab} + \Delta R_{Ring}^*$$

$$R_{Stab,ers} = R_r \quad I_{Stab} = I_r$$

Strom- und Spannungs-Übersetzungsverhältnis der Käfigwicklung

- Jeder Stab ist ein **eigener Wicklungsstrang**:

N_r je Strang 1/2,
Strangzahl $m_r = Q_r$,
Wicklungsfaktor $k_{wr} = 1$,
Strangwiderstand R_r .

- **Spannungs- und Stromübersetzungsverhältnis** \ddot{u}_U, \ddot{u}_I sind **unterschiedlich**:

Spannungs- \ddot{u} :

$$\ddot{u}_U = \frac{k_{w,s} \cdot N_s}{k_{w,r} \cdot N_r}$$

$$\ddot{u}_U U_r = U'_r$$

Strom- \ddot{u} :

$$\ddot{u}_I = \frac{k_{w,s} \cdot N_s \cdot m_s}{k_{w,r} \cdot N_r \cdot m_r} = \frac{2 \cdot k_{w,s} \cdot N_s \cdot m_s}{Q_r}$$

$$\frac{I_r}{\ddot{u}_I} = \frac{I_{Stab}}{\ddot{u}_I} = I'_r$$

Übersetzungsverhältnis der Käfigwicklung

$$\ddot{u}_U = \frac{k_{w,s} \cdot N_s}{k_{w,r} \cdot N_r}$$

$$\ddot{u}_I = \frac{k_{w,s} \cdot N_s \cdot m_s}{k_{w,r} \cdot N_r \cdot m_r} = \frac{2 \cdot k_{w,s} \cdot N_s \cdot m_s}{Q_r}$$

$$\ddot{u}_U \cdot U_r = U'_r \quad \frac{I_r}{\ddot{u}_I} = \frac{I_{Stab}}{\ddot{u}_I} = I'_r$$

- Läufer-Selbst- und Gegeninduktivität:

$$\ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{rh} = \left(\frac{k_{w,s} N_s}{k_{w,r} N_r} \right)^2 \frac{m_s}{m_r} \cdot \mu_0 N_r^2 k_{w,r}^2 \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{w,s}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh}$$

$$s \rightarrow r: \quad \ddot{u}_U \cdot M_{rs} = \frac{k_{w,s} N_s}{k_{w,r} N_r} \cdot \mu_0 \cdot N_r k_{w,r} \cdot N_s k_{w,s} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{w,s}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh}$$

$$r \rightarrow s: \quad \ddot{u}_I \cdot M_{sr} = \frac{k_{w,s} N_s m_s}{k_{w,r} N_r m_r} \cdot \mu_0 \cdot N_s k_{w,s} \cdot N_r k_{w,r} \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{w,s}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh}$$

- **Resultat:** $R'_r = \ddot{u}_U \ddot{u}_I R_r$, $L'_{r\sigma} = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r\sigma}$, $\ddot{u}_U M_{rs} = \ddot{u}_I M_{sr} = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{rh} = \underline{\underline{L_h}}$

T-Ersatzschaltbild der Käfigläufer-Asynchronmaschine

- Erweiterung der **Spannungsgleichungen** mit \ddot{u}_U, \ddot{u}_I :

$$\underline{U}_s = j\omega_s \cdot \ddot{u}_I M_{sr} \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s$$

$$j\omega_r \ddot{u}_U M_{rs} \underline{I}_s + j\omega_r \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r,h} \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) + j\omega_r \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r\sigma} \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) + \ddot{u}_U \ddot{u}_I R_r \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) = 0$$

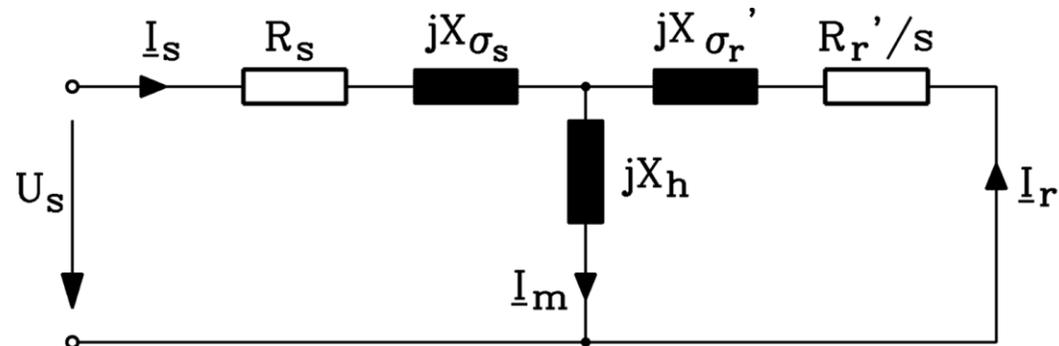
$$\underline{U}_s = j\omega_s L_h \underline{I}'_r + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s$$

$$0 = js\omega_s L_h \underline{I}_s + js\omega_s L_h \underline{I}'_r + js\omega_s L'_{r\sigma} \underline{I}'_r + R'_r \underline{I}'_r$$

$$\underline{U}_s = R_s \cdot \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \cdot \underline{I}_s + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)$$

$$0 = \frac{R'_r}{s} \cdot \underline{I}'_r + jX'_{r\sigma} \cdot \underline{I}'_r + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)$$

- **T-Ersatzschaltbild:**



- **Fazit:** Es tritt prinzipiell dasselbe Ersatzschaltbild wie beim Schleifringläufer auf.

Zusammenfassung: Ströme und Spannungen im Käfigläufer

- Ständer-Grundfeld-Drehwelle wie bei Schleifringläufer-Maschine aus dreisträngiger Drehfeldwicklung
- Jeder Läuferstab bildet einen Läuferstrang
- Vielsträngiges Läuferstrom- und –spannungssystem
- Unterschiedliches Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis \dot{i}_I, \dot{u}_U
- Eliminierung des Ringabschnitts-Stromsystems
- T-Ersatzschaltbild je Strang für Strom- und Drehmomentberechnung
- Berechnungsmethode für Kippmoment, Kippschlupf, Drehmoment-Kurve und Stromortskurve wie bei Schleifringläufer-Asynchronmaschine

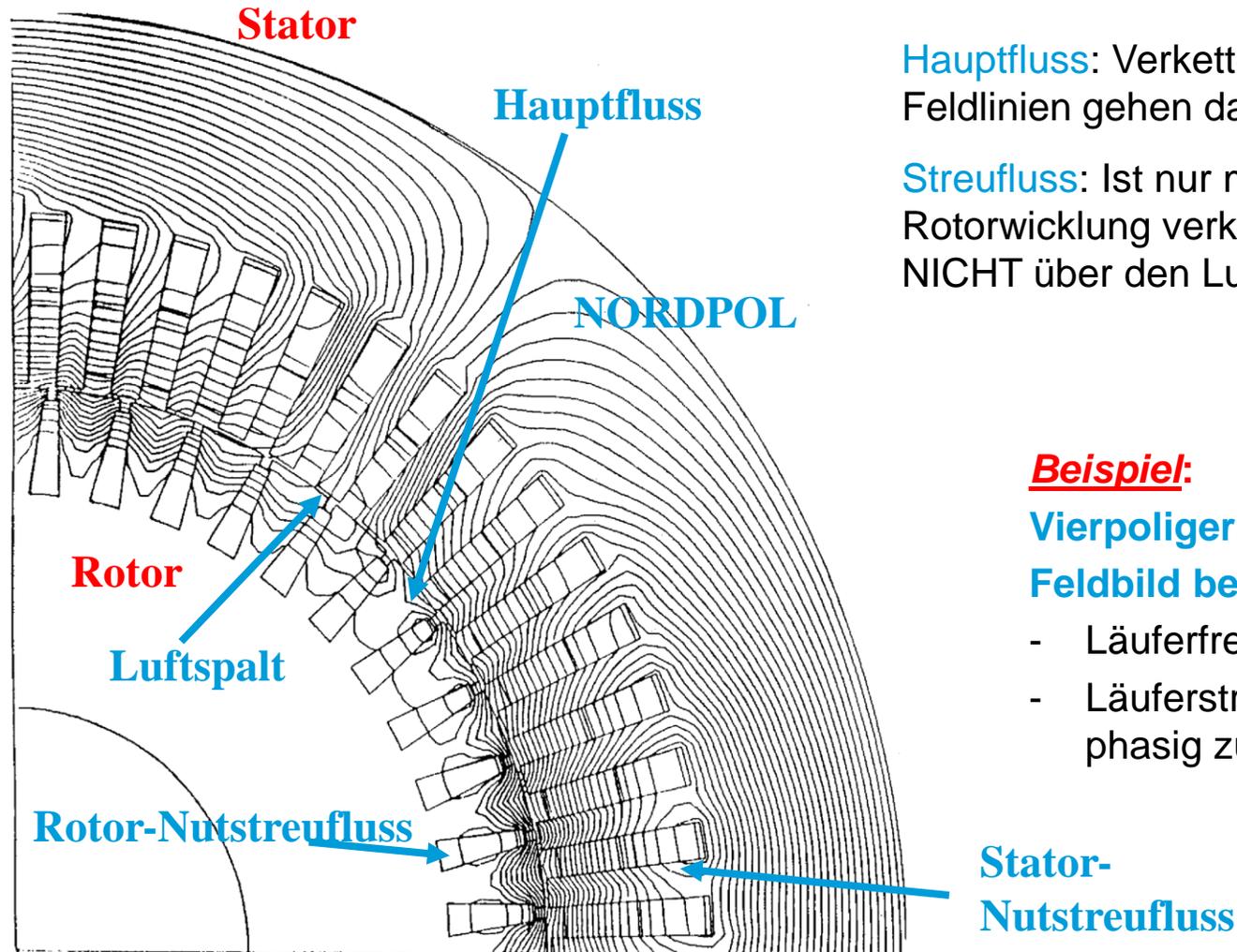
6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine

6.1 Ströme und Spannungen im Käfigläufer

6.2 Stromverdrängung in den Stäben des Läuferkäfigs

6.3 Käfigformen und Anlaufmomenterhöhung

Feldbild einer Käfigläufer-Asynchronmaschine bei $s = 1$



Hauptfluss: Verkettet Stator- mit Rotorwicklung; Feldlinien gehen daher über den Luftspalt

Streufluss: Ist nur mit Stator- oder Rotorwicklung verkettet, Feldlinien gehen NICHT über den Luftspalt

Beispiel:

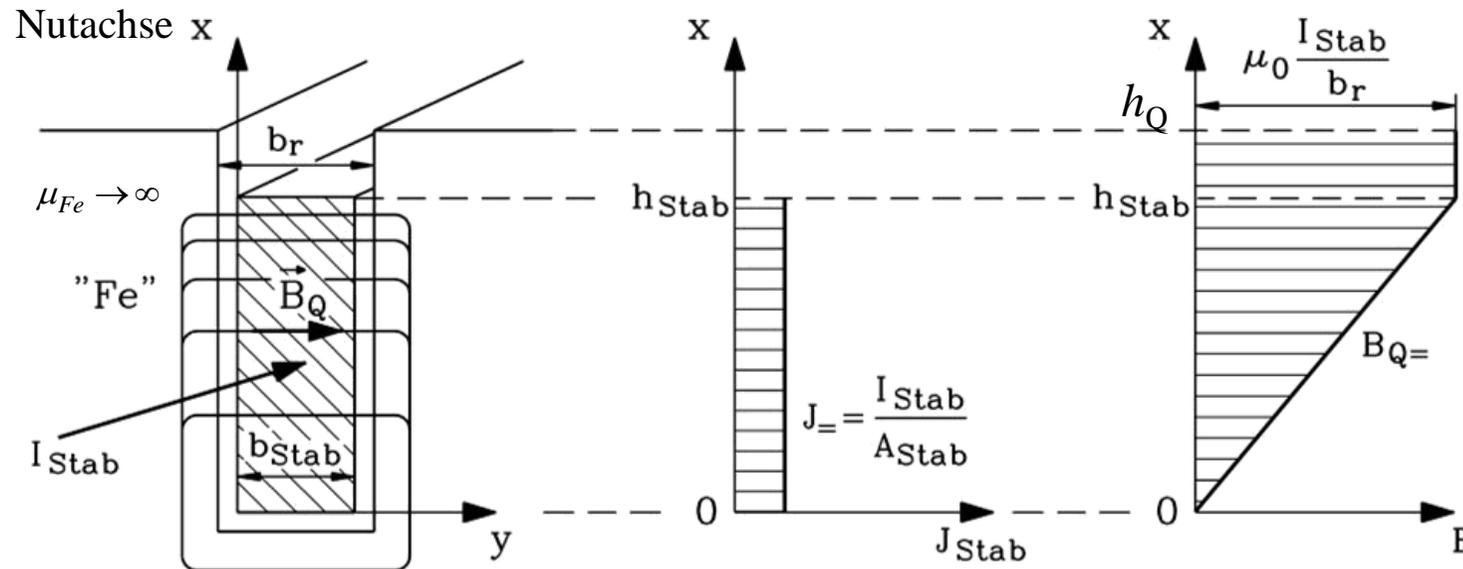
Vierpoliger Keilstabläufer:

Feldbild bei Läuferstillstand ($n = 0$)

- Läuferfrequenz = Ständerfrequenz
- Läuferstrom ist NAHEZU gegenphasig zum Ständerstrom

Nutstreufeld B_Q in den Läufernuten

- Wenn die Stromdichte $J_{=} = I_{Stab} / A_{Stab}$ gleichmäßig über dem Stabquerschnitt verteilt ist, so nimmt das **Nutstreufeld B_Q** , das **quer** zur Nutachse gerichtet ist, **linear** mit der Stabhöhe x **zu**.



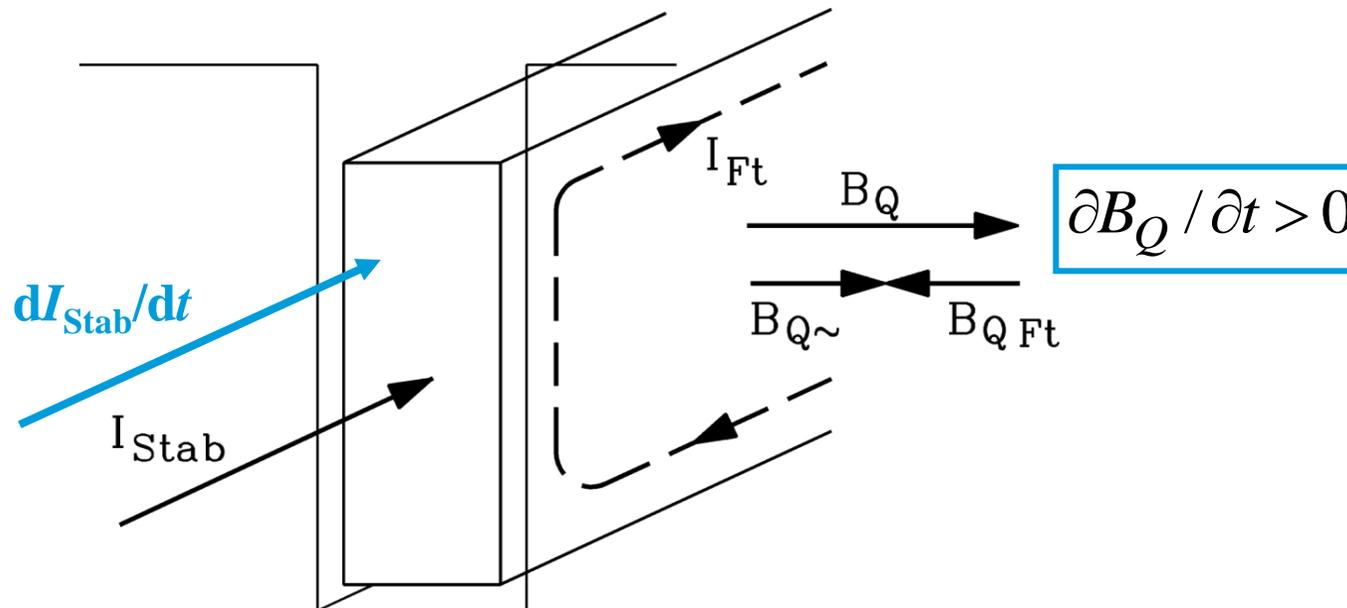
- Durchflutungssatz: $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_Q(x) \cdot b_r = J_{=} \cdot x \cdot b_{Stab} \quad J_{=} = I_{Stab} / (h_{Stab} \cdot b_{Stab}) \quad B_Q = \mu_0 H_Q$

$$B_Q(x) = \mu_0 J_{=} \cdot \frac{x \cdot b_{Stab}}{b_r} = \mu_0 \cdot \frac{I_{Stab}}{b_r} \cdot \frac{x}{h_{Stab}}, 0 \leq x \leq h_{Stab} \quad \text{und} \quad B_Q = \mu_0 \cdot \frac{I_{Stab}}{b_r}, h_Q \geq x \geq h_{Stab}$$

Wirbelstrombildung in den Stäben des Läuferkäfigs



- **Querfeld** B_Q pulsiert mit Läuferfrequenz f_r und durchsetzt den Stab in seiner Breitseite. Stab bildet eine "massive Kurzschlusschleife".
- **FARADAY'sches Induktionsgesetz:** $B_Q \sim \Phi_Q$ induziert Spannung $u_i = -d\Phi_Q/dt$, die einen **Wirbelstrom** I_{Ft} im Stab treibt. **Dessen Eigenfeld** $B_{Q Ft}$ ist der ihn verursachenden Nutquerfeldänderung $\partial B_Q / \partial t$ entgegen gerichtet (**LENZ'sche Regel**).
- **Daher** fließt der **Wirbelstrom** I_{Ft} im oberen Stabbereich IN Richtung des Stabstroms I_{Stab} , im unteren Stabbereich aber ENTGEGEN dem Stabstrom.



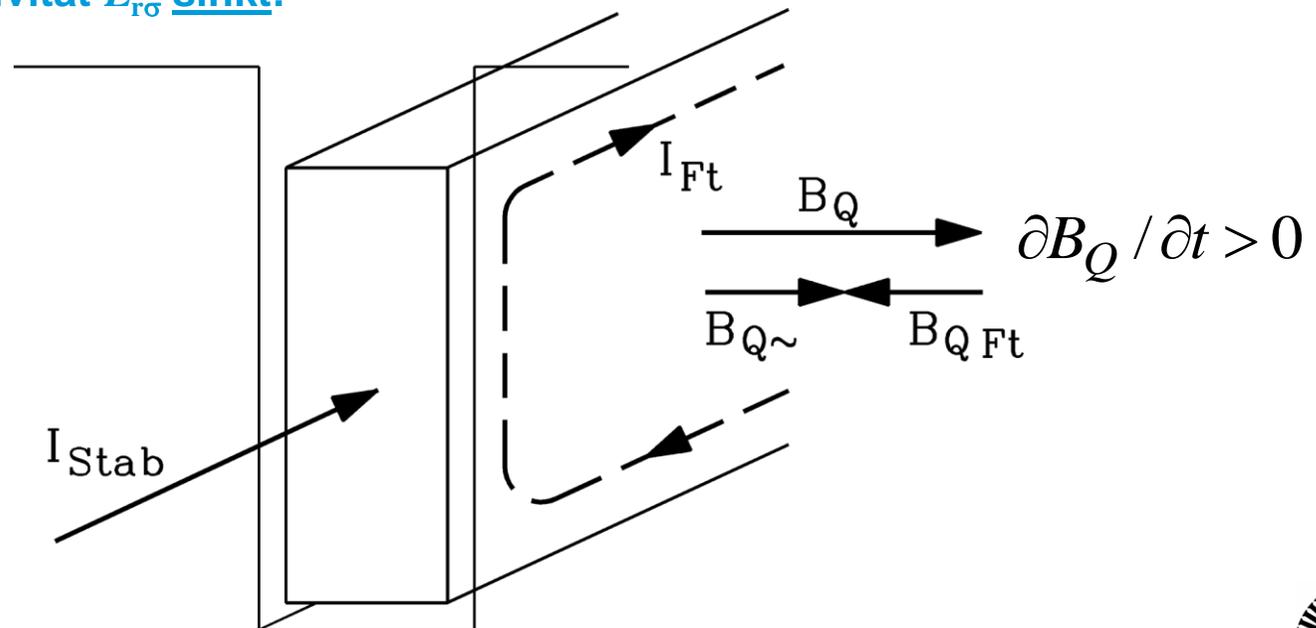
Stromverdrängung im Läuferstab

- **Fazit 1:**

Durch I_{Ft} ist die Stromdichteverteilung im oberen Stabbereich höher als im unteren
(**Stromverdrängung zur Staboberkante, Haut- oder Skineneffekt**) $\Rightarrow I_{Ft}$ fließt!
Die Verluste steigen; **damit steigt der „effektive“ Rotorstab-Widerstand $R_{r,\sim}$!**

- **Fazit 2:**

Das **resultierende** Nutstreufeld $B_{Q\sim}$ wird wegen B_{QFt} **verringert** \Rightarrow
Die Läufernutstreueinduktivität $L_{r\sigma}$ sinkt!



Abschätzung des Wirbelstroms im Läuferstab bei kleinen Läuferfrequenzen ($s \ll 1$)

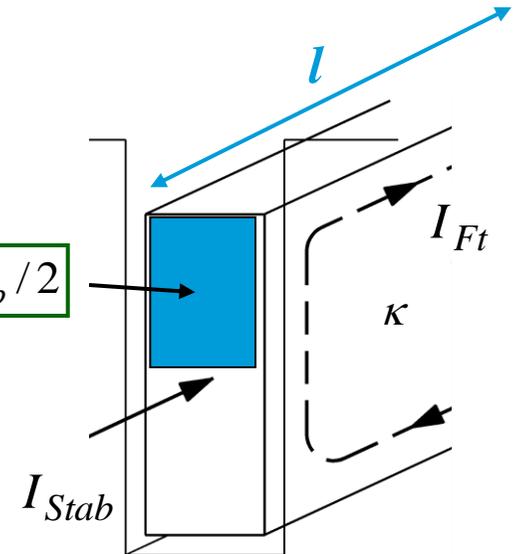
Herleitung

Nutstreuwechselfluss: $\Phi_Q \approx B_Q \cdot h_{Stab} \cdot l / 2$ Induzierte Spannung: $\hat{U}_i = 2\pi f_r \cdot \Phi_Q$ $B_Q = \mu_0 \frac{\hat{I}_{Stab}}{b_r}$
 „Schleifen“-Widerstand: $R \approx 2l / (\kappa \cdot b_{Stab} h_{Stab} / 2) = 4R_{Stab}$

Wirbelstrom bei kleinen Frequenzen f_r : $I_{Ft} = \frac{U_i}{R + j2\pi f_r \cdot L} \approx \frac{U_i}{R}$

$$I_{Ft} \approx \frac{U_i}{R} = \frac{2\pi f_r \cdot h_{Stab} l \cdot \mu_0 I_{Stab} / (2b_r)}{2l / (\kappa \cdot b_{Stab} h_{Stab} / 2)}$$

$$I_{Ft} \approx \frac{\pi}{4} \cdot f_r \cdot \mu_0 \cdot \kappa \cdot \frac{b_{Stab}}{b_r} \cdot h_{Stab}^2 \cdot I_{Stab} = (\xi^2 / 4) \cdot I_{Stab}$$



$$\xi = h_{Stab} \sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}}$$

(dimensionslos)

$$P_{\sim} = R_{Stab} I_{Stab}^2 + \overbrace{4R_{Stab}}^R I_{Ft}^2 = R_{Stab} I_{Stab}^2 \cdot \left(1 + \xi^4 / 4\right)$$

$$\xi = h_{Stab} \cdot \sqrt{\pi \cdot f_r \cdot \mu_0 \cdot \kappa \cdot \frac{b_{Stab}}{b_r}}$$

Ergebnis: Wirbelstrom I_{Ft} und damit **Stromverdrängung** nimmt **ZU**

- mit höherer **Läuferfrequenz** f_r ,
- mit höherer elektrischer **Stab-Leitfähigkeit** κ ,
- mit größerer **Stabhöhe** h_{Stab} ,
- mit **höherer Permeabilität** μ des Leiters
(Kupfer und Alu haben aber nur $\mu = \mu_0$!)

„Äquivalente“ Erhöhung des Stabwiderstands zur Berücksichtigung der Wirbelstromverluste für kleinen Schlupf

- Bei kleinen Läuferfrequenzen $f_r \ll f_s$: $0 < \xi \ll 1$

$$P_{\sim} = R_{Stab} \cdot I_{Stab}^2 + 4R_{Stab} \cdot I_{Ft}^2 = R_{Stab} \cdot I_{Stab}^2 \cdot \left(1 + \xi^4 / 4\right)$$

$$\xi = h_{Stab} \cdot \sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}} = h_{Stab} / d_E$$

$$P_{=} = R_{Stab} \cdot I_{Stab}^2$$

„Eindringtiefe“: $d_E = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_r \cdot \mu \cdot \kappa \cdot \frac{b_{Stab}}{b_r}}}$
 $\mu = \mu_0$

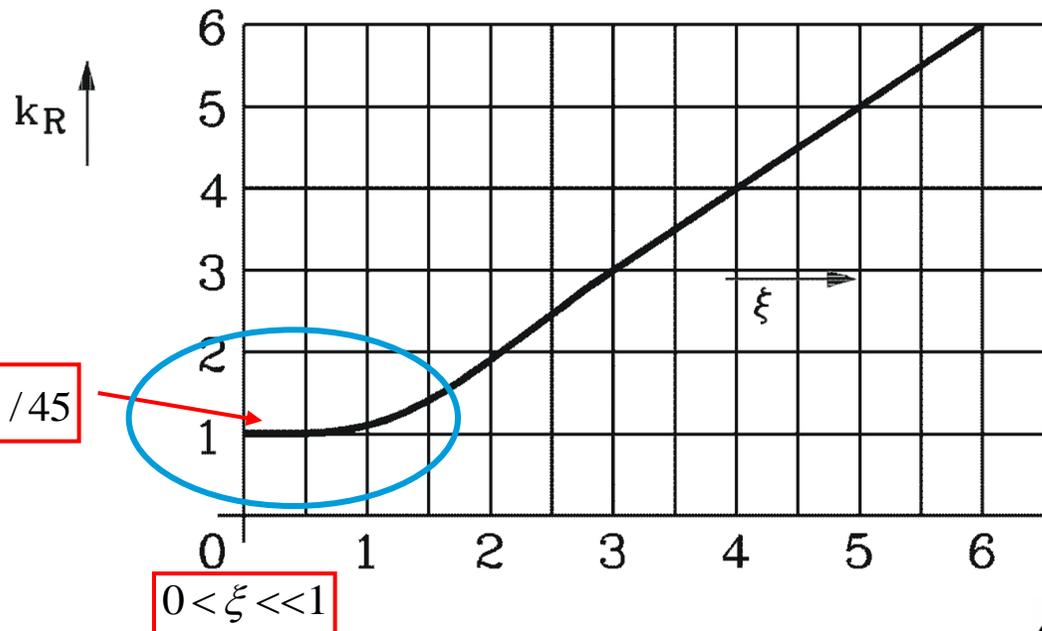
$$k_R = \frac{P_{\sim}}{P_{=}} \approx 1 + \xi^4 / 4$$

- Bei exakter Lösung der *Maxwell*-Gleichungen ergibt sich:

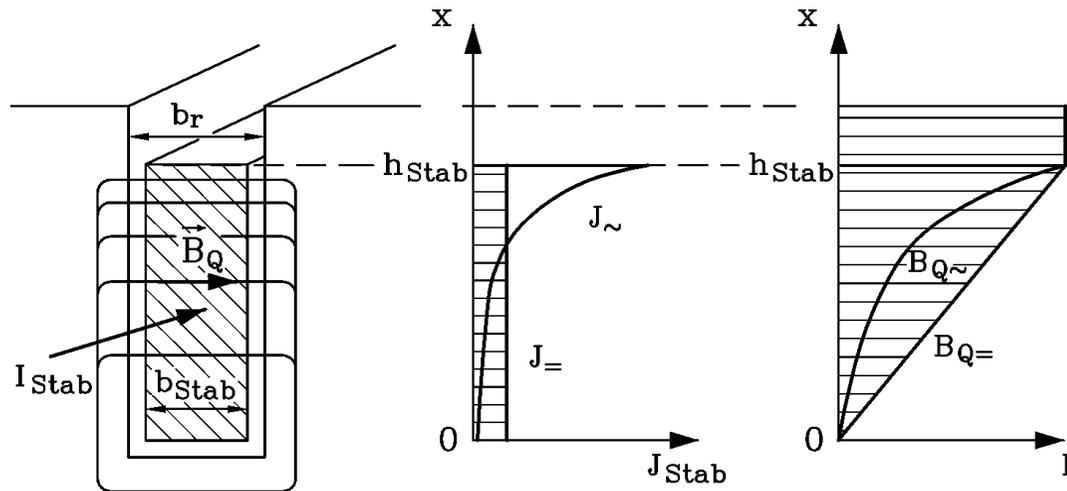
$$k_R = \frac{P_{\sim}}{P_{=}} \approx 1 + 4 \cdot \xi^4 / 45$$

Herleitung:
aus den *Maxwell*-Gleichungen:
siehe „Kap. 1: Bildergalerie“

$$k_R \approx 1 + 4 \xi^4 / 45$$



Auswirkung der Stromverdrängung



- Bei hoher Läuferfrequenz (z. B. $s = 1$): Stabstrom fließt hauptsächlich im oberen Stabbereich \Rightarrow Verringerter Stabquerschnitt wirksam.

Der “Wechselstrom-Widerstand” $R_{Stab\sim}$ ist höher als der Gleichstrom-Widerstand $R_{Stab=}$!

- Die Schwächung des Nut-Streufelds B_Q verringert den Nutstreufeldfluss.

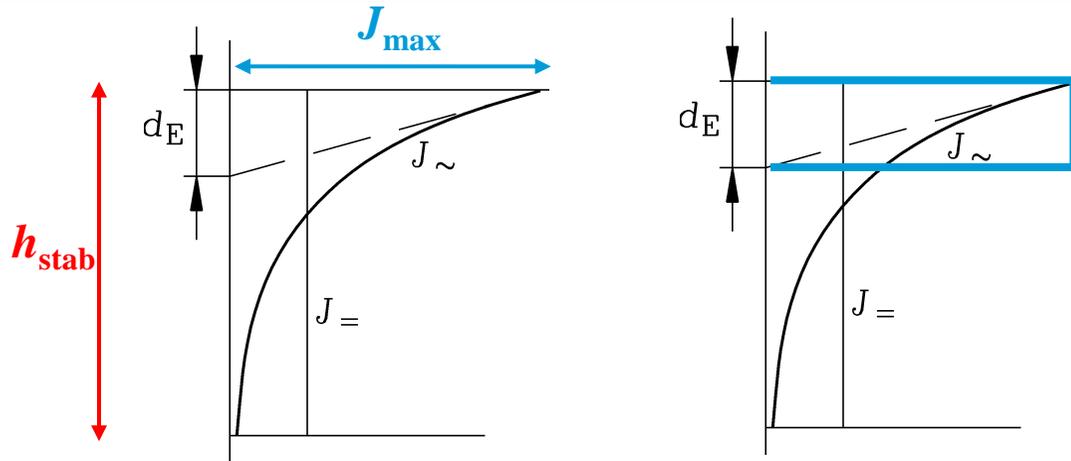
Die Wechselstrom-Induktivität $L_{\sigma,Stab\sim}$ ist kleiner als die Gleichstrom-Induktivität $L_{\sigma,Stab=}$!

$$R_{Stab\sim} = k_R \cdot R_{Stab=} > R_{Stab=}$$

$$L_{\sigma,Stab\sim} = k_L \cdot L_{\sigma,Stab=} < L_{\sigma,Stab=}$$

- Bei niedriger Läuferfrequenz (z. B. $s = s_N$) tritt (nahezu) keine Stromverdrängung auf !

Abschätzung der Widerstandserhöhung bei hoher Läuferfrequenz = bei großer Stromverdrängung ($s \approx 1$)



Vereinfachte Stromdichteverteilung: nur im Bereich der Eindringtiefe!

Stabstrom: $I_{Stab} = J_{max} \cdot d_E b_{Stab}$

a) Stabwiderstand bei Wechselstrom:

$$R_{Stab,\sim} \approx \frac{l}{\kappa \cdot d_E b_{Stab}}, \quad f_r \text{ groß!}$$

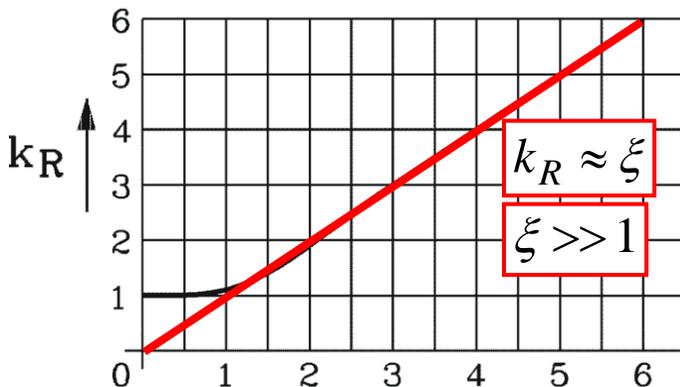
b) Stabwiderstand bei Gleichstrom:

$$R_{Stab,=} = \frac{l}{\kappa \cdot h_{Stab} b_{Stab}}, \quad f_r \text{ ist Null!}$$

„Eindringtiefe“: $d_E = \frac{1}{\sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}}}$

Widerstandserhöhung bei Wechselstrom bei hohem f_r (= bei hohem ξ):

$$k_R = \frac{R_{Stab,\sim}}{R_{Stab,=}} = \frac{h_{Stab}}{d_E} = h_{Stab} \cdot \sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}} = \xi \quad \xi \gg 1$$

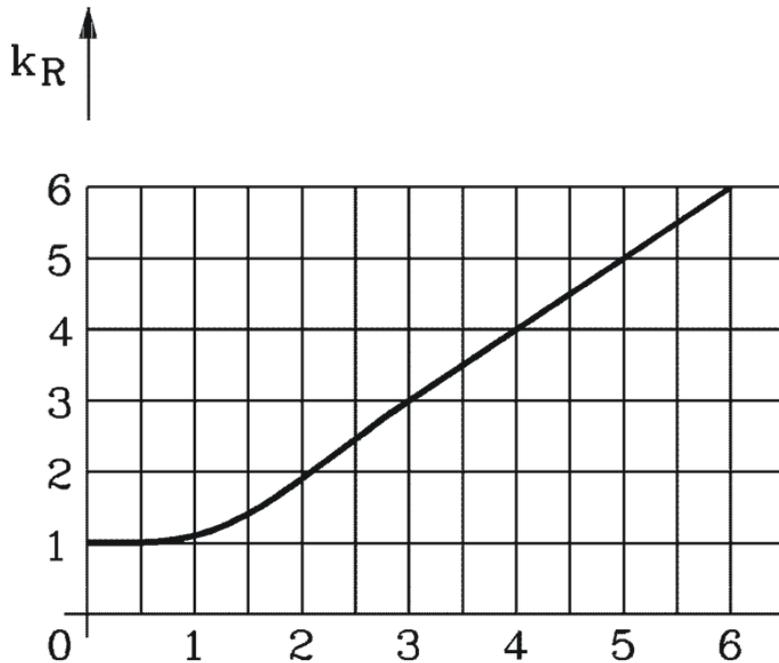


$d_E = h_{Stab} / \xi$ ξ : „reduzierte Leiterhöhe“

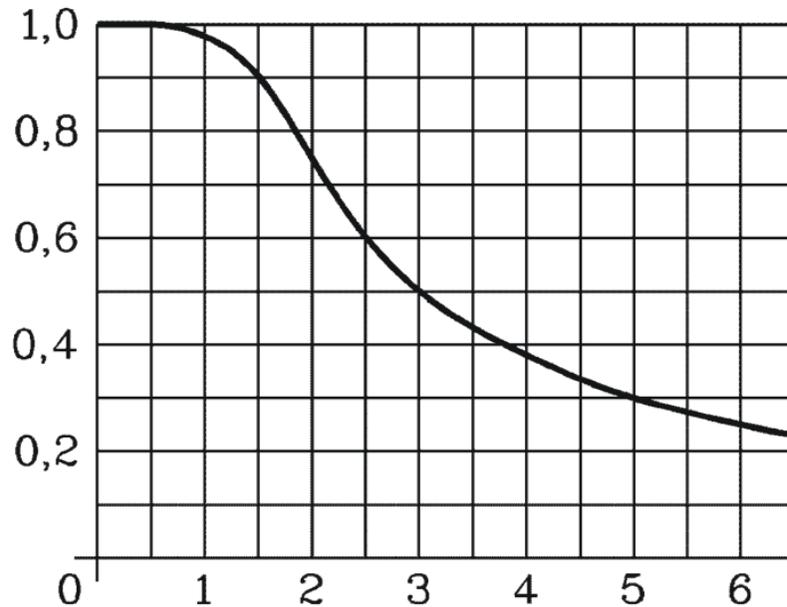


Widerstandszunahme k_R und Induktivitätsabnahme k_L

k_R, k_L für den Rechteckstab ("Hochstab")



Herleitung:
aus den Maxwell-Gleichungen:
siehe „Kap. 1: Bildergalerie“



$$\xi = h_{Stab} \cdot \sqrt{\pi f_r \mu \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}} = \frac{h_{Stab}}{d_E} \quad \mu = \mu_0$$

- „Reduzierte Leiterhöhe“ ξ (dimensionslos) enthält **alle Einflussparameter** !

Beispiel: Stromverdrängung beim "Hochstab"

• Kupferstab:

- Bei 75°C beträgt die elektrische Leitfähigkeit $\kappa_{Cu} = 50 \cdot 10^6$ S/m.
- Stabbreite = Nutbreite: $b_{Stab} = b_r$,
- Permeabilität: $\mu_{Cu} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am)
- Anfahren der Asynchronmaschine: $s = 1$: Läuferfrequenz $f_r = 50$ Hz
- Stabhöhe: $h_{Stab} = 3$ cm
- Eindringtiefe: $d_E = 1 / \sqrt{\pi f_r \mu_{Cu} \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}} = 1 / \sqrt{\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^6 \cdot 1} = 0.0101 \text{ m} = 1.01 \text{ cm}$
- reduzierte Leiterhöhe: $\xi = h_{Stab} / d_E = 3 / 1.01 = 2.98 \approx 3.0$

Aus Kurve $k_R(\xi)$ folgt: $k_R(3) = 3$, Aus Kurve $k_L(\xi)$ folgt: $k_L(3) = 0.5$!

• Fazit:

- Der Läuferstabwiderstand erhöht sich auf das **3-fache** ! $k_R \approx \xi = 2.98 \approx 3.0$
- Die Läufer-Nutstreuinduktivität **sinkt auf 50% ab.** $k_L \approx 1.5 / \xi = 1.5 / 2.98 \approx 0.5$ } $\xi \geq 2$

• Merkregel:

Bei 50 Hz ist die Widerstandserhöhung eines Kupfer-Rechteckstabs $k_R = h_{Stab} [cm]$

Anlaufmomenterhöhung durch Stromverdrängung

- Erhöhung der Läuferverluste $P_{Cu,r}$ führt zur Erhöhung des Anlaufdrehmoments M_1 :

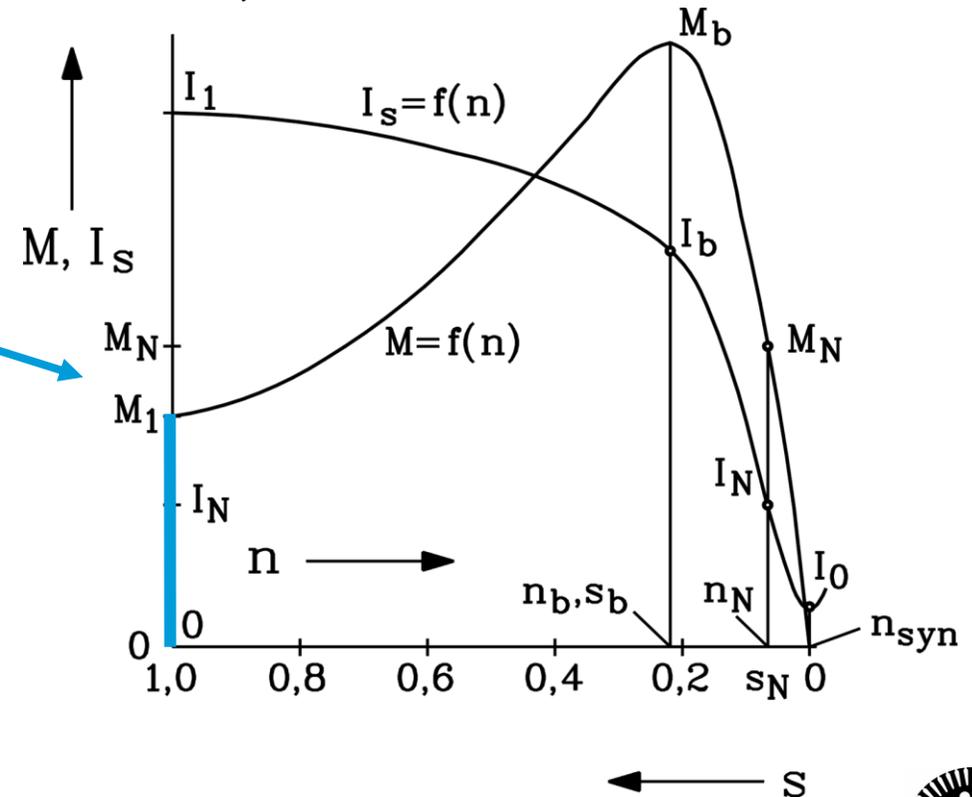
$$M_e(s) = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} = \frac{P_{Cu,r} / s}{\Omega_{syn}} \quad \Rightarrow \quad M_1 = M_e(s=1) = \frac{P_{Cu,r}}{\Omega_{syn}}$$

Erhöhung des Anlaufdrehmoments M_1

- Beispiel:**

$$\xi = 3:$$

Erhöhung von $P_{Cu,r} \sim \xi$ und $M_1 \sim P_{Cu,r}$
auf das Dreifache!



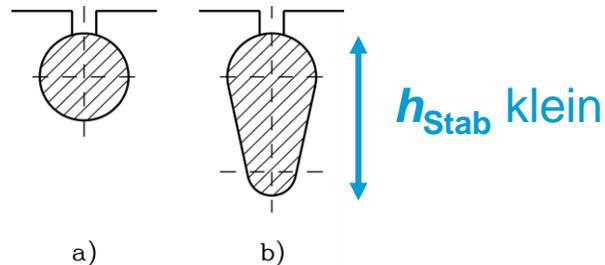
Zusammenfassung: Stromverdrängung in den Stäben des Läuferkäfigs

- Läuferstäbe haben großen Querschnitt, wo Wirbelströme bei Anlauf fließen
- Wirbelströme erhöhen Anlaufmoment
- Wirbelströme erhöhen Läuferverluste und senken Läuferstreuinduktivität
- Wirbelstromeffekt wirkt etwa zwischen Anlauf und Kippschlupf
- Kein Wirbelstromeffekt im Nennbetrieb =
= keine zusätzlichen dauernden Verluste

- 6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine
 - 6.1 Ströme und Spannungen im Käfigläufer
 - 6.2 Stromverdrängung in den Stäben des Läuferkäfigs
 - 6.3 Käfigformen und Anlaufmomenterhöhung

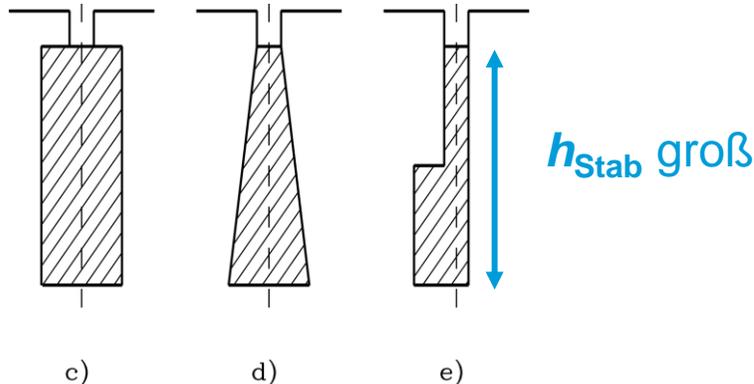
- **Spezielle Stabformen** für niedriges und hohes Anlaufmoment M_1 :

Quelle:
T. Bohn, Energie,
TÜV Rheinland



WENIG Stromverdrängung: M_1 klein:

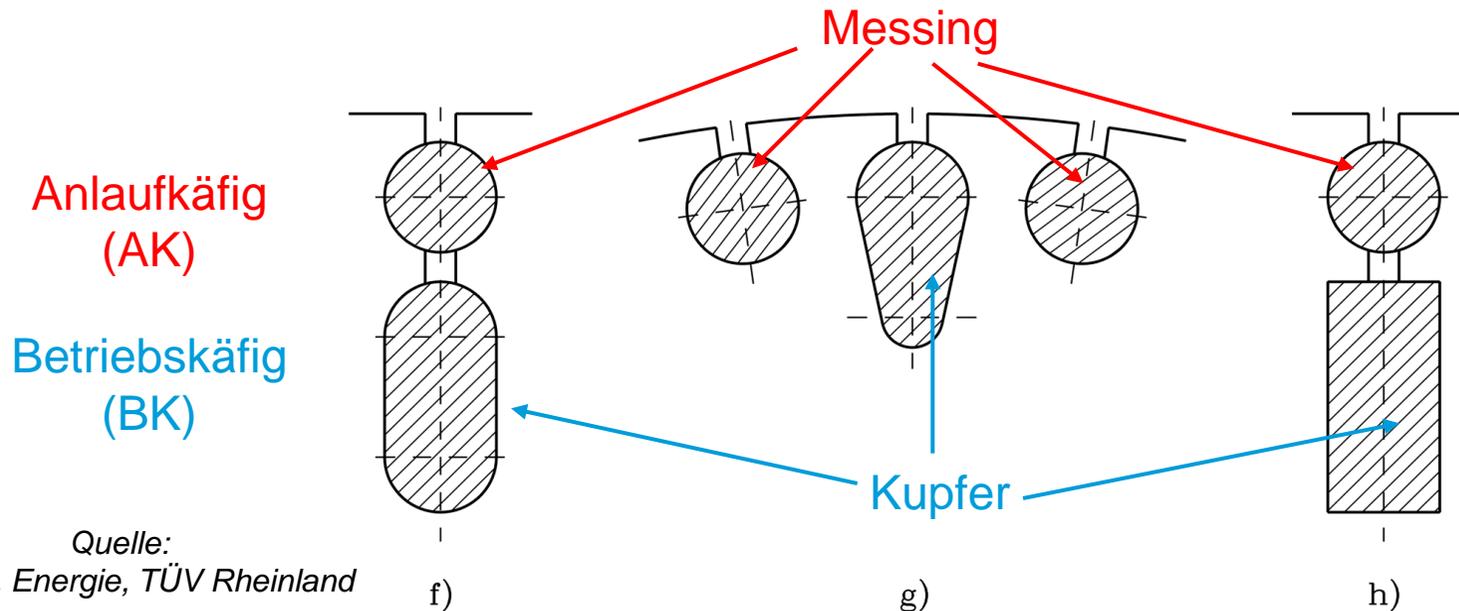
- a) Rundstab
- b) Birnenstab



VIEL Stromverdrängung: M_1 erhöht:

- c) Hochstab
- d) Keilstab
- e) L-Sonderstab

Doppelstab-Läufer für sehr großes Anlaufmoment



SEHR VIEL Stromverdrängung: M_1 sehr groß!

g) Wechselstabskäfing,

f) und h): **Doppelstab (Doppelnut):**

⇒ Rundstäbe aus Messing (hoher Widerstand) bewirken gemeinsam mit der Stromverdrängung hohe Läuferverluste, während der Unterstab fast stromlos ist (**ANFAHREN, $s = 1$**).

⇒ Bei **Nennschlupf** Stromfluss vor allem im Unterstab = **geringe Stromwärmeverluste !**

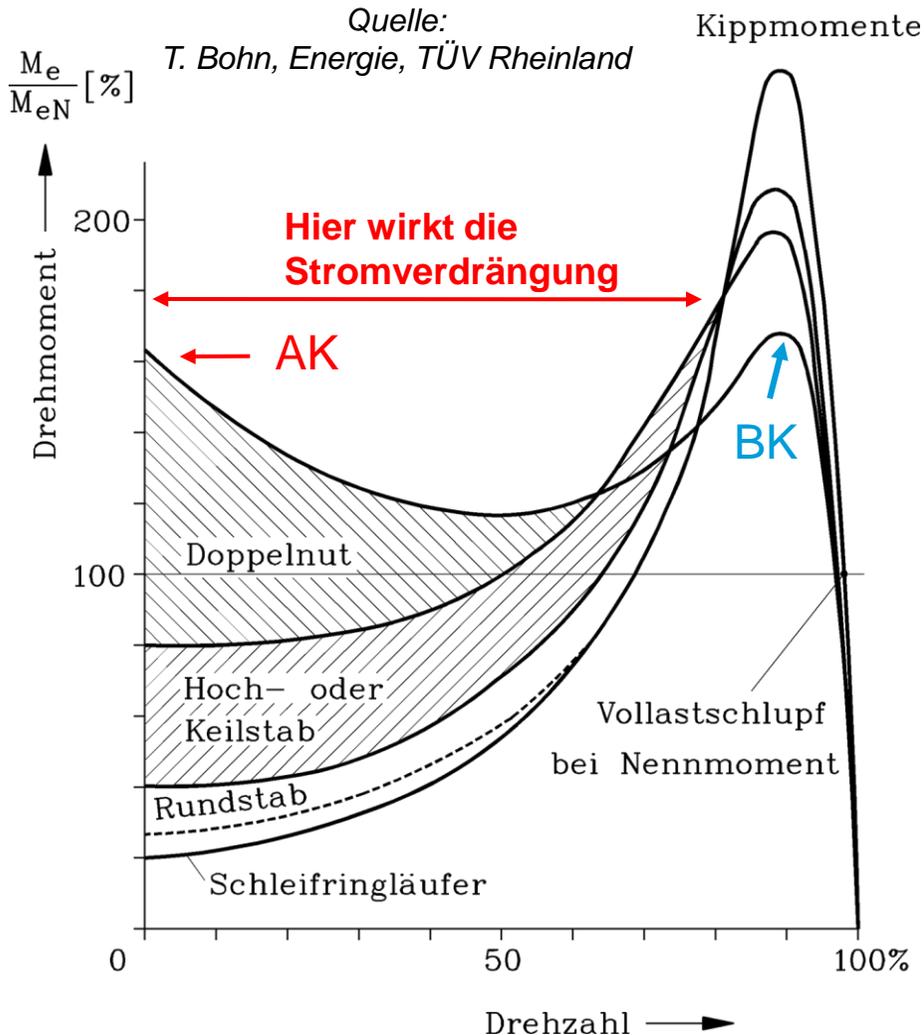
Messing: Cu-Zn-Legierung:

Zn-Anteil: 5 ... 20%

κ (20°C) : 33 ... 19 MS/m

κ / κ_{Cu} : 0.6 ... 0.33

Momentenkennlinien von Asynchronmaschinen (1)

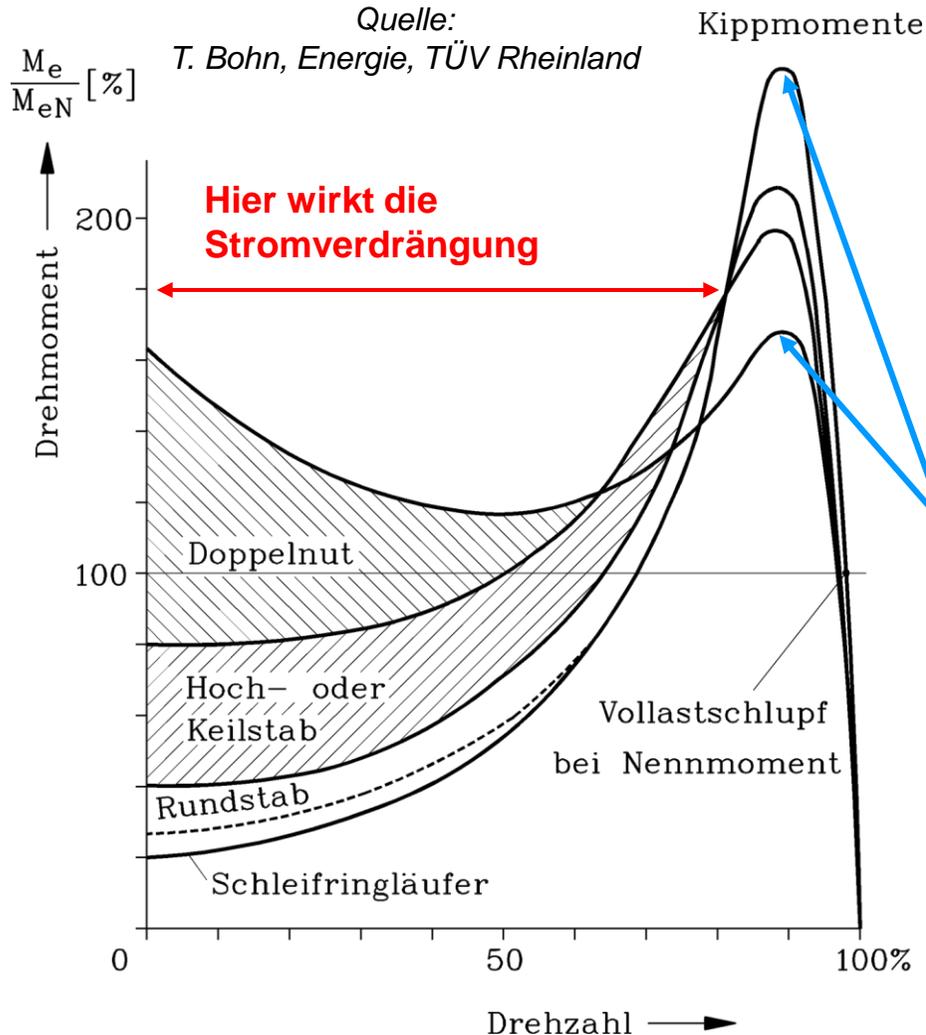


AK: Anlaufkäfig
BK: Betriebskäfig

Unterschiedliche Läuferstab-Typen:

- 100% = Nennmoment der Maschine
- 100% = Synchrondrehzahl
- **Schleifringläufer:** Läuferwicklung aus Drähten geringen Querschnitts: keine Stromverdrängung; (wie bei **Rundstabläufer**)
- **Keil- und Hochstab:** erhöhtes Anlaufmoment (40% ... 80%) $\cdot M_N$
- **Doppelstabläufer:** Anlaufmoment bis ca. 160% $\cdot M_N$

Momentenkennlinien von Asynchronmaschinen (2)



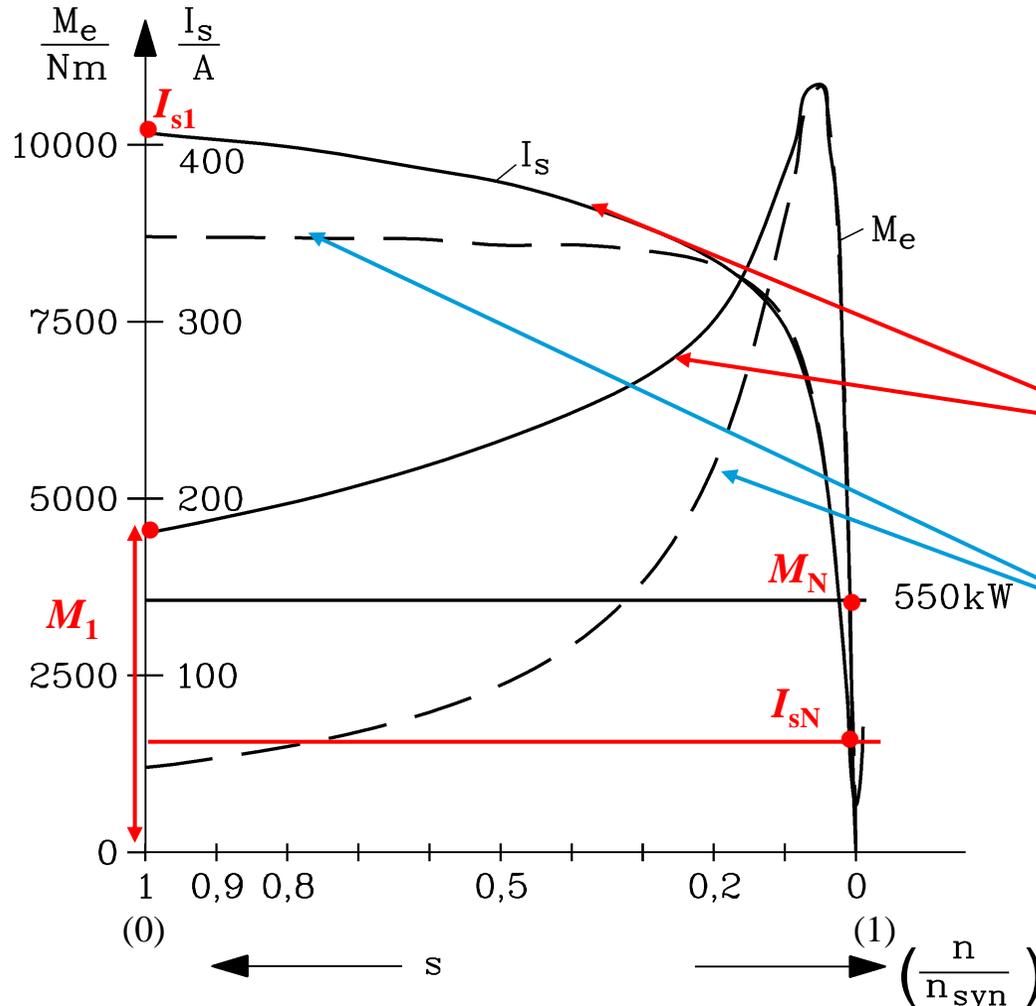
ABER:

Bei hohen Stäben, die für hohes Anlaufmoment gedacht sind, ist bei kleinen Läuferfrequenzen $f_r < 0.1 \cdot f_s$, wo die Stromverdrängung nicht mehr wirkt, die Läuferstab-Streuinduktivität groß = hohe Streuziffer σ .

Daher sinkt das Kippmoment M_b .

$$\sigma \uparrow \quad \downarrow M_b = \pm \frac{m_s}{2} \cdot \frac{p}{\omega_s} \cdot U_s^2 \cdot \frac{1 - \sigma}{\sigma \cdot X_s}$$

Hochstabläufer: Wirkung der Stromverdrängung



Beispiel:

Berechneter Statorstrom und Drehmoment über der Drehzahl:

550 kW, 4-polig, dreiphasig, Hochstab-Käfigläufer

6.6 kV, 50 Hz, $I_N = 59 \text{ A}$

$s = 1$: $k_L = 0.38$, $k_R = 4$

Mit Stromverdrängung

(k_L , k_R) in den Rotorstäben

Ohne Stromverdrängung

($k_L = 1$, $k_R = 1$)

Drehmoment und Strom bei $s = 1$ sind kleiner.

Resultat:

M_1 steigt um k_R auf das Vierfache!

I_{s1} steigt wegen $k_L < 1$ an um ca. 15%.

Einfluss des erhöhten Läuferwiderstands auf das Kreisdiagramm

Beispiel: $R_r + R_v = 10R_r$

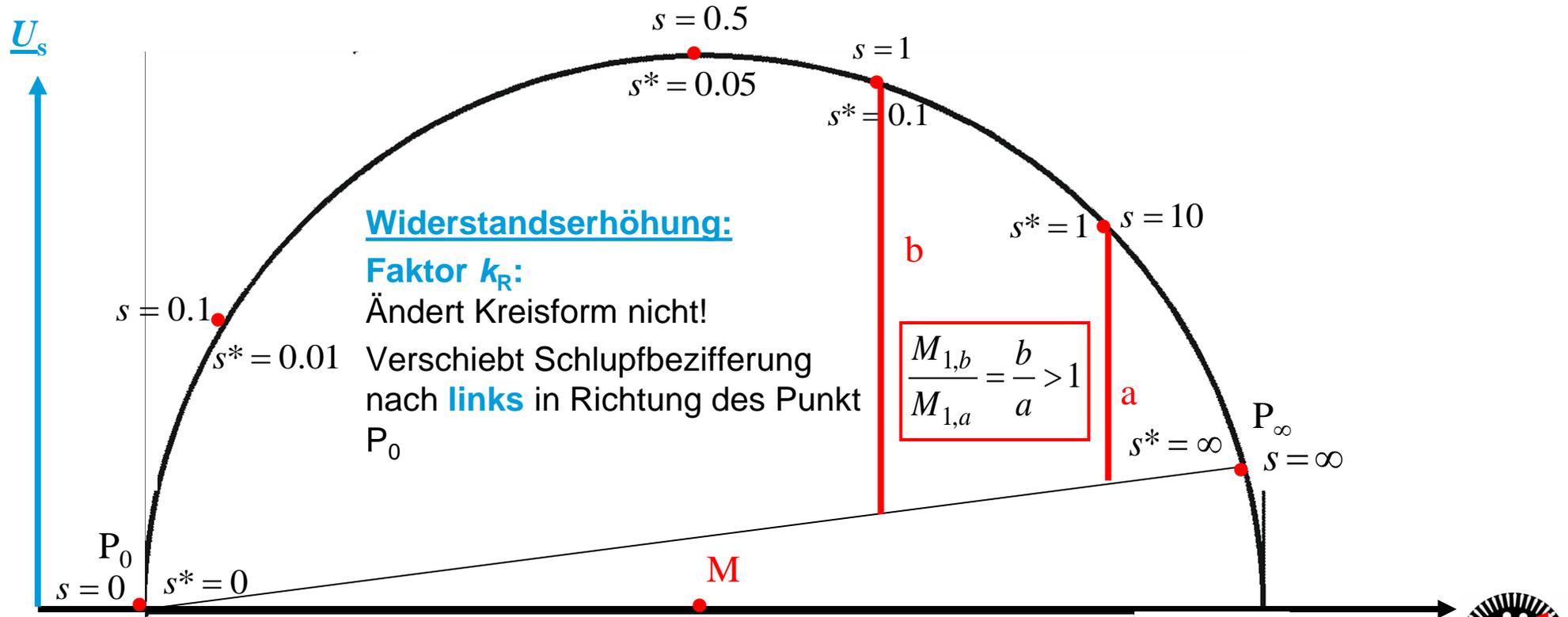
$$\frac{R_r + R_v}{s} = \frac{R_r}{s^*} \Rightarrow s = 10s^*$$

Alte Schlupfbezifferung: s^*

Neue Schlupfbezifferung: s

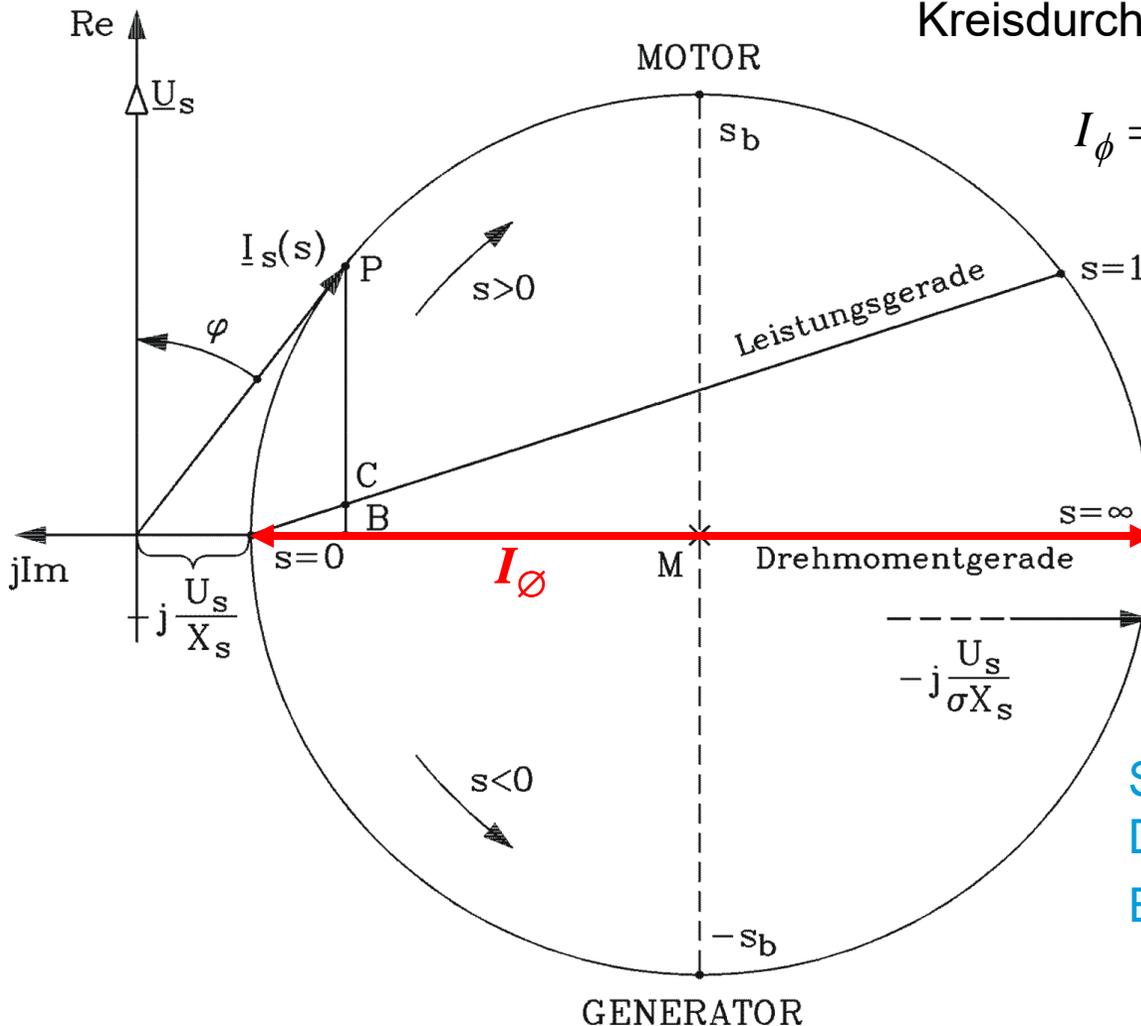
(Hier:

z. B. vereinfachter OSSANNA-Kreis)



Kreisdiagrammdurchmesser

(hier am Beispiel: $R_s = 0$)



Kreisdurchmesser = „Durchmesserstrom“ I_ϕ :

$$I_\phi = I_{s=\infty} - I_{s=0} = \frac{U_s}{\sigma \cdot X_s} - \frac{U_s}{X_s} = \frac{(1-\sigma) \cdot U_s}{\sigma \cdot X_s}$$

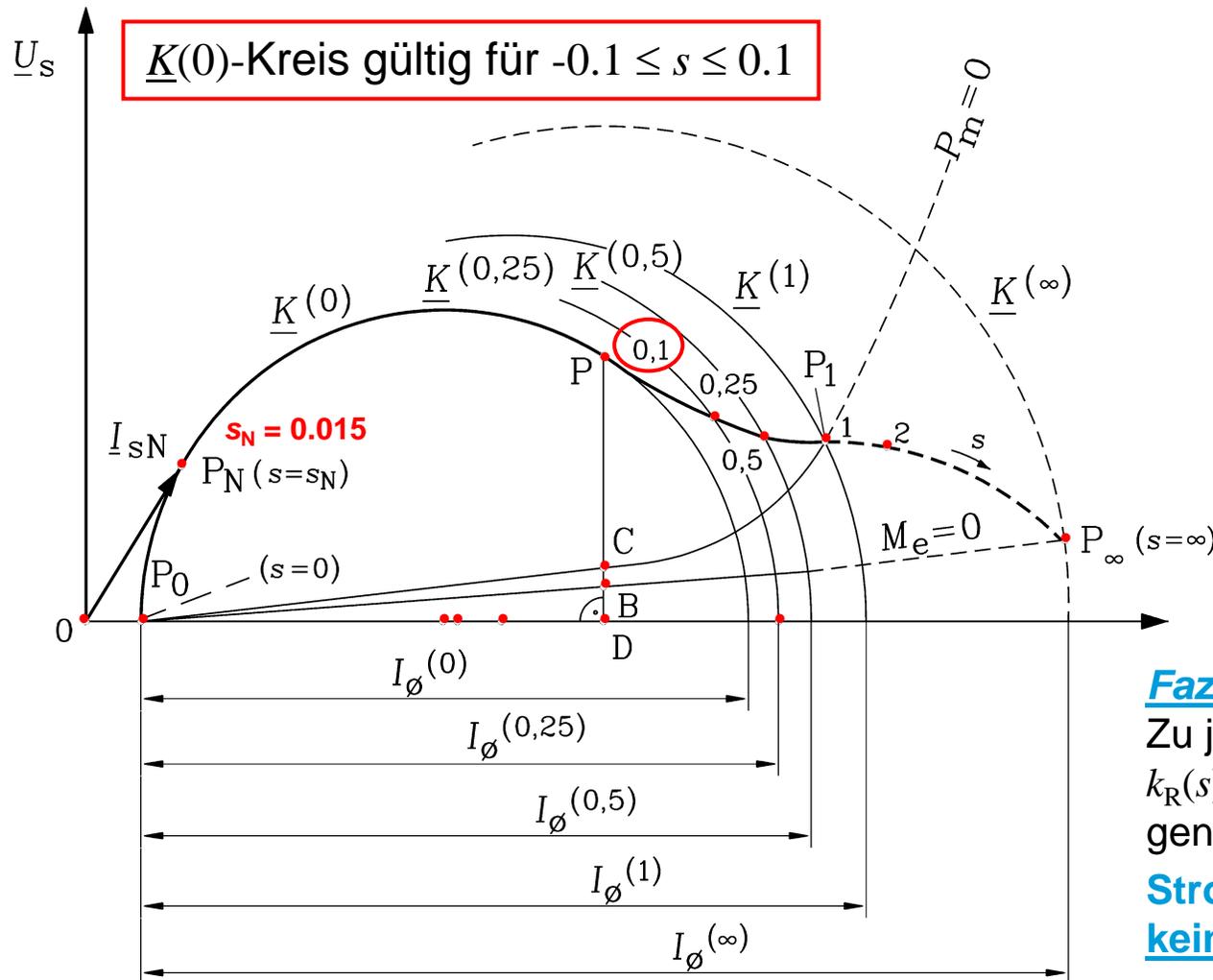
$$I_\phi \sim \frac{1-\sigma}{\sigma}$$

↑ ↓

σ

Streuinduktivität sinkt = Faktor k_L sinkt!
Damit sinkt σ :
Es **erhöht** sich der Kreisdurchmesser !

Einfluss der Stromverdrängung auf das „Kreisdiagramm“



- **Widerstandserhöhung:**

- Faktor k_R :**

- Ändert Kreisform nicht, sondern verschiebt nur Schlupfbezifferung s nach **links** in Richtung des Punktes P_0

- **Streuinduktivität sinkt:**

- Faktor k_L :**

- Erhöht** den Kreisdurchmesser !

Fazit:

Zu jedem Schlupf s existiert wegen $k_R(s)$, $k_L(s)$ ein eigener Kreis $\underline{K}(s)$ mit genau EINEM Betriebspunkt s !

Stromortskurve $\underline{I}_s(s)$ ist für $|s| > s_b$ kein Kreis mehr.

Zusammenfassung: Käfigformen und Anlaufmomenterhöhung

- Tiefe Läuferstäbe haben hohe Wirbelströme, daher:
erhöhtes Anlaufmoment M_1
- Tiefe Stäbe haben aber hohen Nutstreiffluss, daher:
verringertes Kippmoment M_b
- ABER: Läufer-Nutstreiffluss sinkt mit steigendem Schlupf s ($k_L < 1!$), daher:
erhöhter Anlaufstrom $I_s(s = 1)$
- Doppelstab: Oberstab mit erhöhtem Widerstand = sehr hohes Anlaufmoment
- Stromverdrängung: Stromortskurve kein Kreis mehr jenseits Kippschlupf $|s| > s_b$