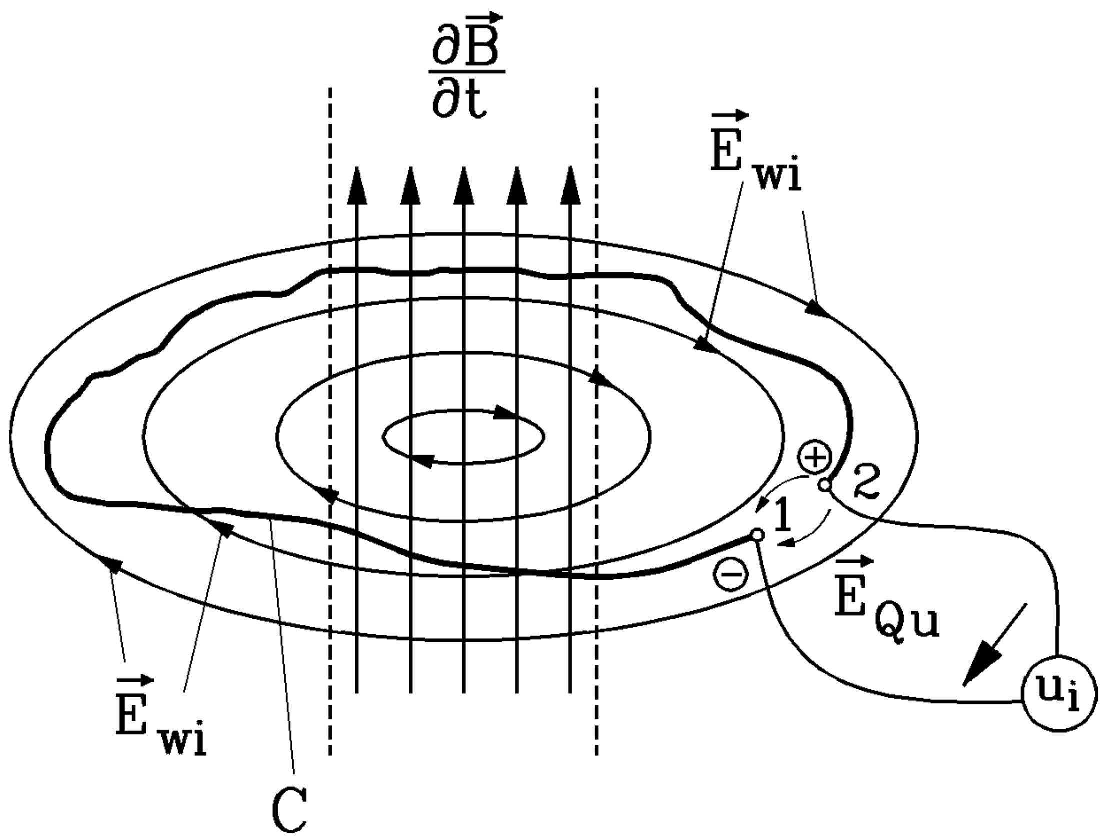
Elektrische Maschinen und Antriebe

Vorlesungsinhalt

1. Einleitung
2. Drehfelder in elektrischen Maschinen
3. Mathematische Analyse von Luftspaltfeldern
4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen
5. Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine
6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine
7. Antriebstechnik mit der Asynchronmaschine
8. Die Synchronmaschine
9. Erregereinrichtungen und Kennlinien
10. Gleichstromantriebe

Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen

4.1 *FARADAY´*sches Induktionsgesetz (1831) **Wiederholung**

4.2 Spannungsinduktion in eine Ständerspule

4.3 Spannungsinduktion in eine Drehfeldwicklung

4.4 Selbstinduktivität je Strang einer Drehfeldwicklung

4.5 Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen

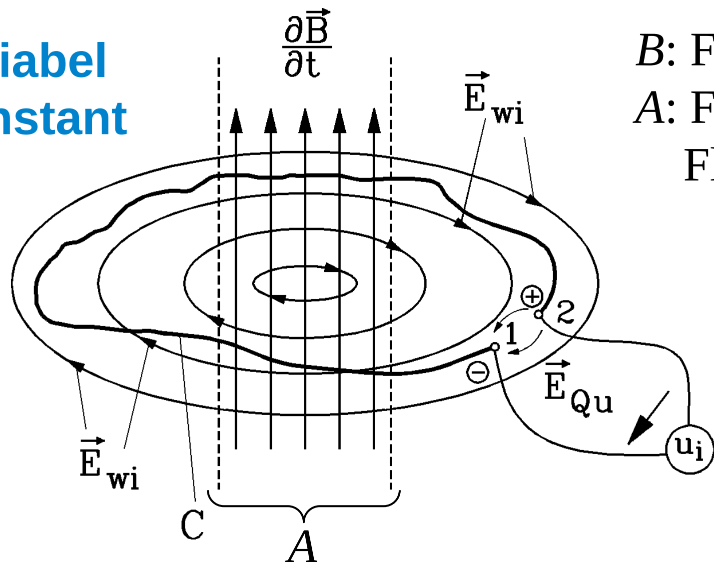
FARADAY´sches Induktionsgesetz

Wiederholung

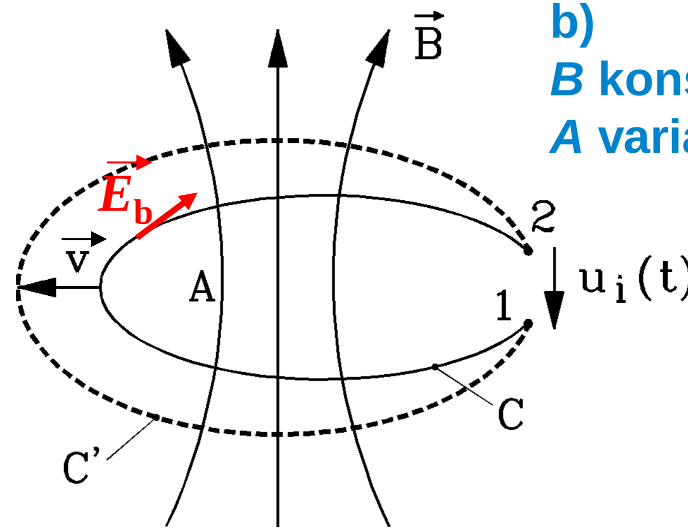
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Änderung von Φ: a) B ändert sich, b) Fläche A ändert sich mit Geschwindigkeit v

a)
***B* variabel**
***A* konstant**



B: Flussdichte
A: Flussführende Fläche



b)
***B* konstant**
***A* variabel**

$$u_{Mess,21} = -u_i = d\Phi / dt \Rightarrow u_{Mess,12} = u_i$$

Jede Änderung des mit der Leiterschleife *C* verketteten Flusses Φ ruft eine induzierte Spannung u_i hervor; die induzierte Spannung ist die negative Änderung des Flusses Φ.

$$\boxed{u_i = -d\Phi / dt} \qquad \text{Fluss}: \ \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \qquad [\Phi] = \mathrm{V} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{Weber}$$

Flussverkettung ψ

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

$$u_i = -d\Phi / dt$$

$$\text{Fluss}: \quad \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \qquad\qquad [\Phi] = \mathrm{V \cdot s} = \mathrm{Weber}$$

- Hat die Schleife *N* Windungen in Serie, so ist u_i *N*-mal so groß: $u_i = -N \cdot d\Phi / dt$.
- **Flussverkettung** $\Psi = N \cdot \Phi \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_i = -d\Psi / dt} \qquad [\Psi] = \mathrm{V \cdot s}$
- **Änderung von Ψ:** a) *B* ändert sich, b) Fläche *A* ändert sich mit Geschwindigkeit *v*

- $$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_{A=konst.} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} - \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} \quad \text{(Produktregel beim Differenzieren)}$$

$$\boxed{u_i = \oint_{N \cdot C} \left(\vec{E}_{wi} + \vec{E}_b\right) \cdot d\vec{s} = N \cdot \int_A -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} + N \cdot \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Psi}{dt}}$$

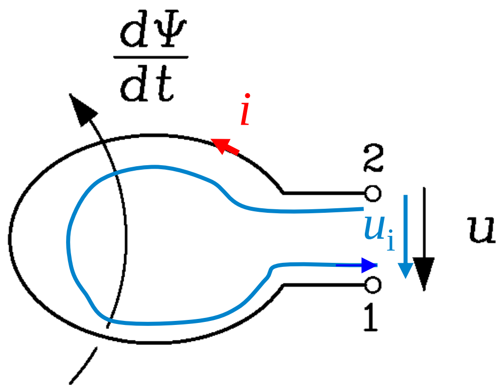
Ruh- und Bewegungsinduktion

Wiederholung

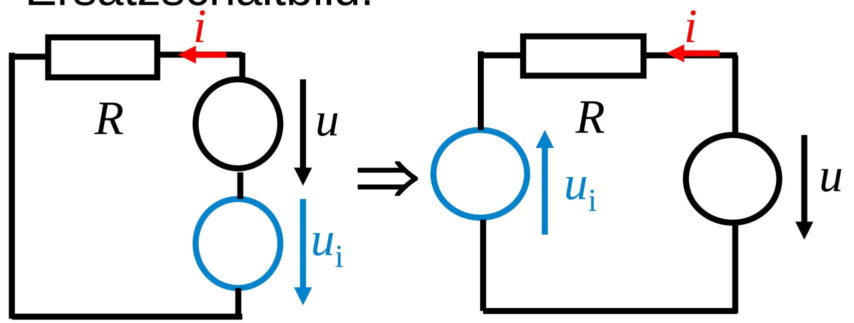
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

<table>
<tr><th>Ruhinduktion</th><th>Bewegungsinduktion</th></tr>
<tr><td>Flussdichte B zeitlich veränderlich</td><td>Flussdichte B zeitlich konstant</td></tr>
<tr><td>Spule ruht</td><td>Spule bewegt sich mit Geschwindigkeit v</td></tr>
<tr><td colspan="2">$u_i = -d\Psi / dt = -N \cdot d\Phi / dt$</td></tr>
<tr><td>$u_i = -\partial\Psi / \partial t = \oint \vec{E}_{wi} \cdot d\vec{s}$</td><td>$u_i = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E}_b \cdot d\vec{s}$</td></tr>
<tr><td>Wirbelfeldstärke $\vec{E}_{wi}$ $\mathrm{rot}\vec{E}_{wi} = -\partial\vec{B}/\partial t$</td><td>Bewegungsfeldstärke $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Anwendung des Induktionsgesetzes:</td></tr>
<tr><td>• Transformatorspulen
• Ständerspulen in Drehfeldmaschinen</td><td>• Rotierende Ankerwicklung in Gleichstrommaschinen</td></tr>
<tr><td>Transformatorische Induktion</td><td>Rotatorische Induktion</td></tr>
</table>

Induktion in eine Leiterschleife - Ersatzschaltbild



Ersatzschaltbild:



R: Schleifen-Widerstand

u: Klemmenspannung

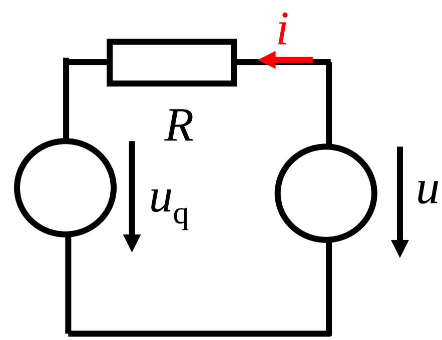
u_i: induzierte Spannung

u_q = $-u_\mathrm{i}$: Quellen-Spannung

$$\boxed{u_q = -u_i = d\Psi / dt}$$

$$u_i = -d\Psi / dt \qquad u = R \cdot i + d\Psi / dt$$

$$u + u_i = R \cdot i \qquad u = R \cdot i + u_q$$



Verbraucher-Zählpfeilsystem für u, i

Beispiel:

a) Leerlaufende Schleife: $i = 0 \Rightarrow u = -u_\mathrm{i} = u_\mathrm{q} = d\Psi/dt$

b) Leerlauf-Spannungsmessung, R_Mess >> *R* an 2-1, $u = 0: 0 + u_i = (R + R_{Mess}) \cdot i$

$$u_{Mess} = u_{21} = -R_{Mess} \cdot i = -u_i \cdot R_{Mess} / (R + R_{Mess}) \approx -u_i \Rightarrow u_{12} = u_i$$

Induktionsgesetz als "*LENZ´*sche Regel"

Wiederholung

Der von der induzierten Spannung u_i getriebene Strom $i_\mathrm{k} = -i$ erregt ein Eigenfeld B_e, das der Ursache von u_i , nämlich der Flussverkettungsänderung, entgegen wirkt.

Beispiel:

***Ruhinduktion:* Kurzgeschlossene ruhende Spule**:

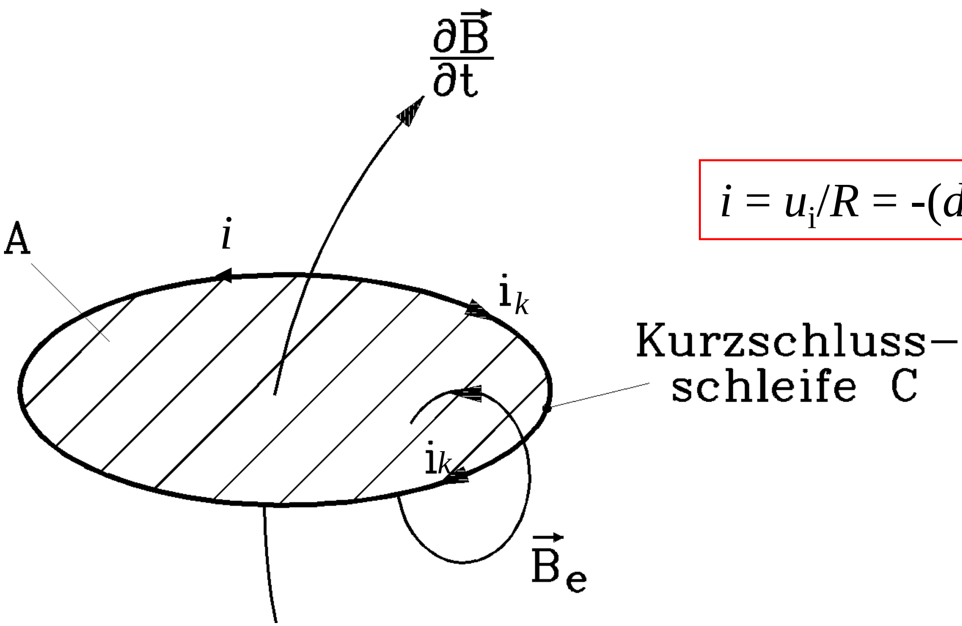
- Das zeitlich veränderliche Fremdfeld *B* nimmt von unten nach oben durch die Schleifenfläche A zu und **induziert** die Wirbelfeldstärke E_{Wi}
- Die **linkswendig** mit $\partial\vec{B}/\partial t$ verkettete Feldstärke E_{Wi} treibt in *C* einen **Kurzschlussstrom** $i_k = -i$.
- Strom i_k erregt (**Durchflutungssatz !)** ein **rechtswendig** mit i_k verkettetes **Eigenfeld B_e**.

B_e ist der Ursache von u_i, nämlich der Feldänderung $\partial\vec{B}/\partial t$ entgegen gerichtet.

Induzierung einer Kurzschluss-Schleife

Beispiel:

Kurzgeschlossene Schleife: $u = 0 \Rightarrow i = u_i/R = -u_q/R = -(d\Psi/dt)/R$ NEGATIVER Strom!



$i = u_i/R = -(d\Psi/dt)/R$ NEGATIVER Strom!

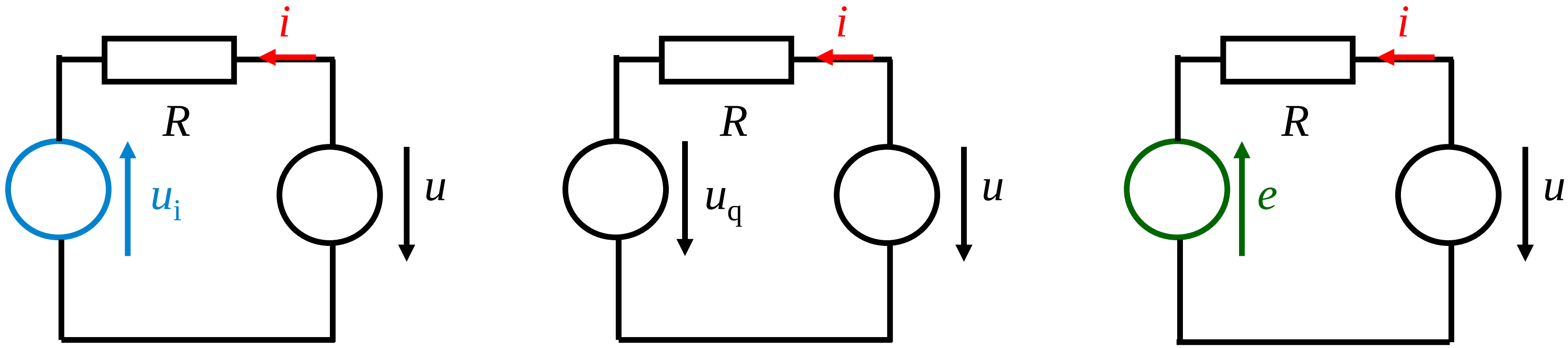
Kurzschluss-Strom: $i_k = -i$

Das Feld $B_e(i_k)$ bremst die resultierende Feldänderung = „Magnetische Trägheit“!

Induktion in eine Leiterschleife - Ersatzschaltbildvarianten

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



Verbraucher-Zählpfeilsystem für u, i

u_i: Induzierte Spannung

u_q: Quellen-Spannung

e: „Elektromotorische Kraft“ (EMK)

$$u_i = -d\Psi/dt \qquad u_q = d\Psi/dt \qquad e = d\Psi/dt$$

$$\sum_k u_k = 0 = u + u_i - R\cdot i \qquad \sum_k u_k = 0 = u - u_q - R\cdot i \qquad \sum_k u_k = \sum_k e_k \Rightarrow u - R\cdot i = e$$

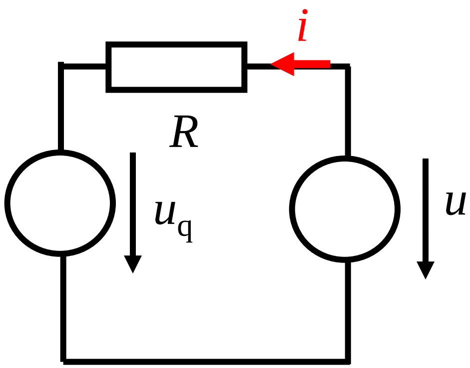
$$u_q = -u_i = e = d\Psi/dt \qquad \boxed{u = R\cdot i + d\Psi/dt}$$

R: Schleifen-Widerstand
u: Klemmenspannung

Wir verwenden im ESB die „Quellenspannung“,
bezeichnen sie aber auch (wie in manchen Lehrbüchern üblich) mit „u_i“ (also $d\Psi/dt$) !

Induzierte Spannung – Selbst- und Gegeninduktion

Ersatzschaltbild: Verbraucher-Zählpfeilsystem für u, $i = i_1$



L: Selbstinduktivität

M: Gegeninduktivität eines Fremdstromsystems i_2

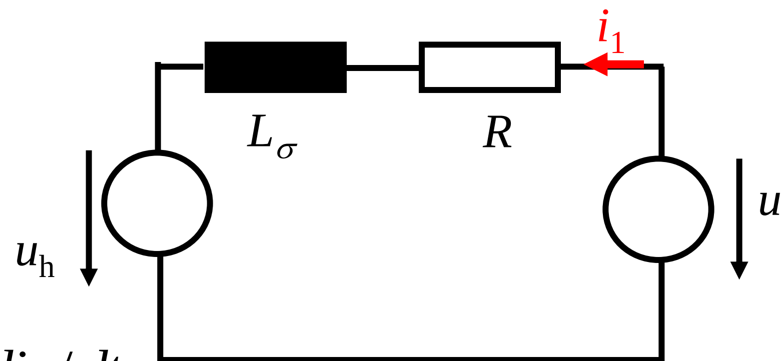
Gesamtflussverkettung der Schleife: $\Psi = L \cdot i_1 + M \cdot i_2$

Streuinduktivität: $L_\sigma = L - M$

Hauptfeldspannung: $u_h = M \cdot d(i_1 + i_2)/dt$

$$u = R \cdot i + d\Psi/dt$$

$$u_q = -u_i = d\Psi/dt$$



Hauptflussverkettung:

$$\Psi_h = M \cdot (i_1 + i_2)$$

Streuflussverkettung:

$$\Psi_\sigma = L_\sigma \cdot i_1$$

$$u_q = d\Psi/dt = L \cdot di_1/dt + M \cdot di_2/dt$$

$$u_q = (L - M) \cdot di_1/dt + M \cdot d(i_1 + i_2)/dt$$

$$u_q = d\Psi_\sigma/dt + d\Psi_h/dt$$

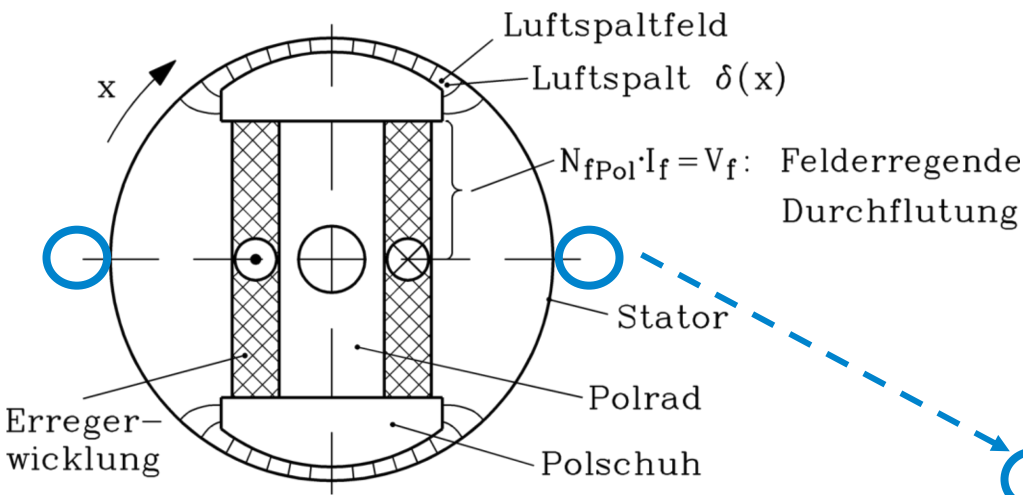
$$\boxed{u = R \cdot i_1 + L_\sigma \cdot di_1/dt + u_h}$$

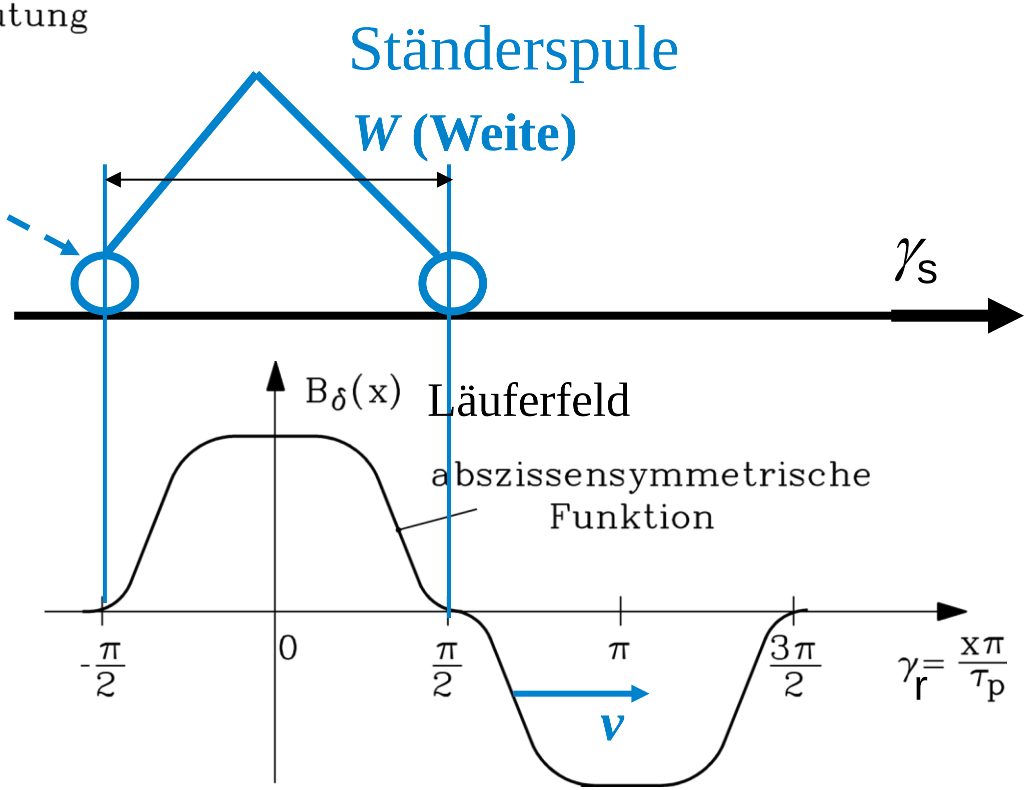
Zusammenfassung:
*FARADAY´*sches Induktionsgesetz (1831)

- Allgemeines Induktionsgesetz:
  Induzierte Spannung u_i = negative Änderung der Flussverkettung Ψ
- Ruh- und Bewegungsinduktion als zwei Sonderformen, auch „Transformatorische" und „rotatorische" Spannungsinduktion genannt
- *Lenz´*sche Regel: „Bremsende" Wirkung des Magnetfelds B_e, das vom Strom i erregt wird, der zufolge der induzierten Spannung u_i fließt

Gegeninduktion: Spannungsinduktion in Ständer-Spulen durch ein gleichstromerregtes Läuferfeld (Polradfeld)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

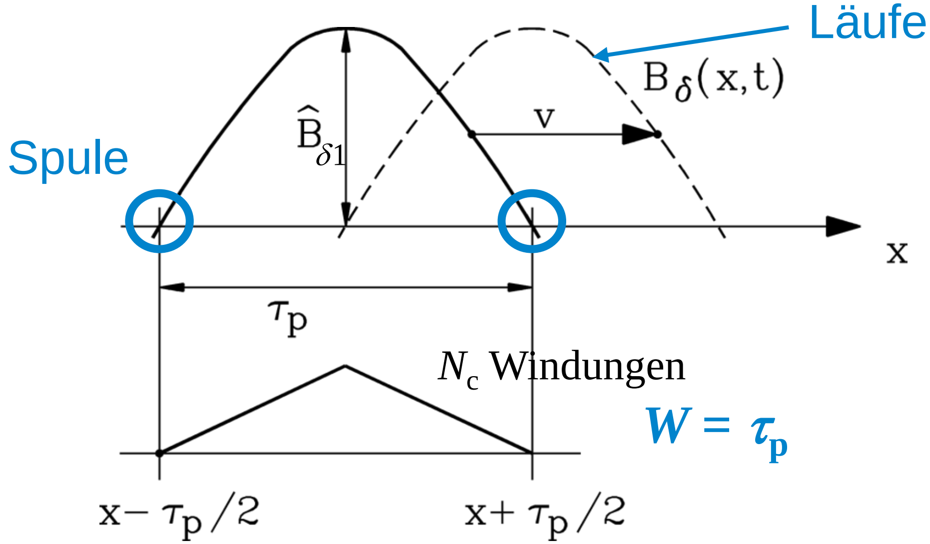


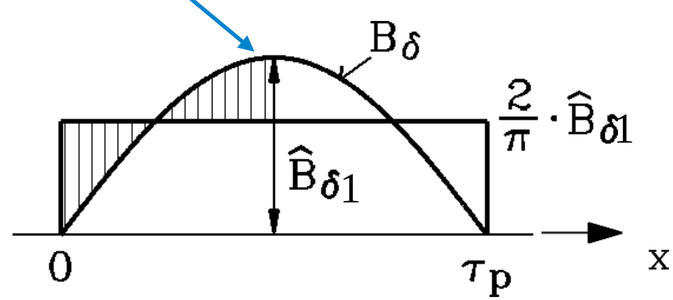


- 2*p*-poliges Polrad dreht mit der Drehzahl *n* (Umfangs-Geschwindigkeit *v*)
- Mit der Ständerspule verketteter Polradfluss Ψ ändert bei einer Polrad-Umdrehung 2*p*-mal seine Polarität.

$\Rightarrow$ Frequenz der in der Ständerspule induzierten Spannung: $\boxed{f = n \cdot p}$

Grundwellen-Flussverkettung in ungesehnte Ständerspule





$$\Phi_c = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta 1}$$

- Sinus-Wanderwelle $B_{\delta 1}(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos(x\pi / \tau_p - \omega t)$ bewirkt Spulenwechselfluss $\Phi_c(t)$

$$\Phi_c(t) = l \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta 1}(x,t) \cdot dx = \underbrace{\frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta 1}}_{\Phi_c} \cdot \underbrace{\sin(\pi/2)}_{k_{p1}} \cdot \cos \omega t = \Phi_c \cdot k_{p1} \cdot \cos \omega t = \Phi_{c1} \cdot \cos \omega t$$

Wechselflussverkettung $\Psi_c(t) = N_c \cdot \Phi_c(t)$

Grundwellen-Fluss in einer ungesehnten Ständerspule

Herleitung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

$$\Phi(t) = \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} l \cdot B_{\delta 1}(x,t) \cdot dx = \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} l \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos(x\pi/\tau_p - \omega t) \cdot dx =$$

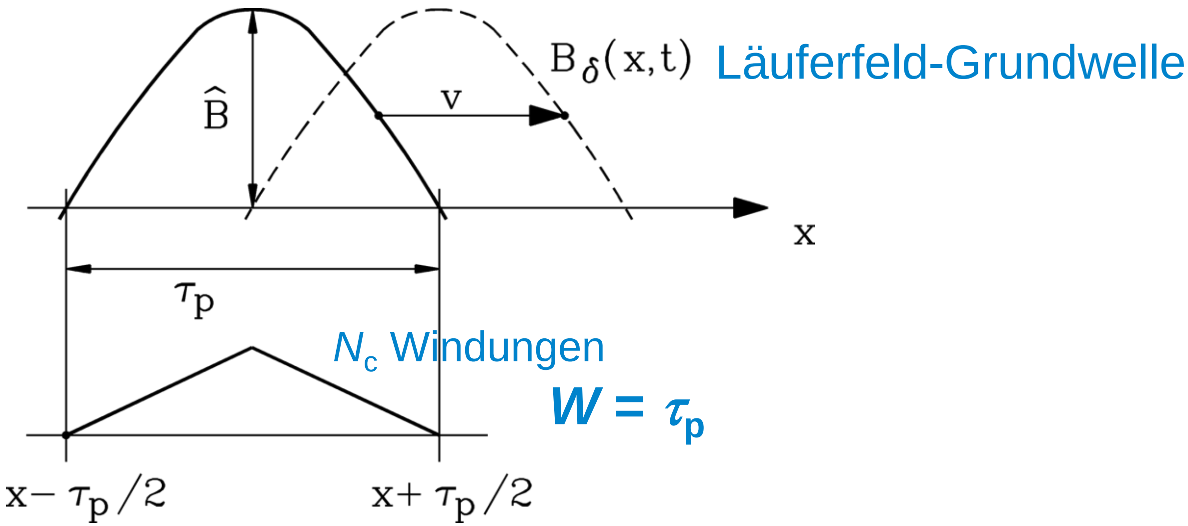
$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos(\gamma - \omega t) \cdot d\gamma = l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \sin(\gamma - \omega t) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} =$$

$$= l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \left(\sin(\frac{\pi}{2} - \omega t) - \sin(-\frac{\pi}{2} - \omega t) \right) = \underbrace{\frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \sin(\pi/2)}_{\Phi_{c1}} \cdot \cos\omega t = \Phi_{c1} \cdot \cos\omega t$$

$$W = \tau_p : \quad k_{p1} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2} \right) = \sin(\pi/2) = 1$$

$$\boxed{\Phi_{c1} = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot k_{p1}}$$

Grundwellen-Spannungsinduktion in ungesehnte Ständerspule



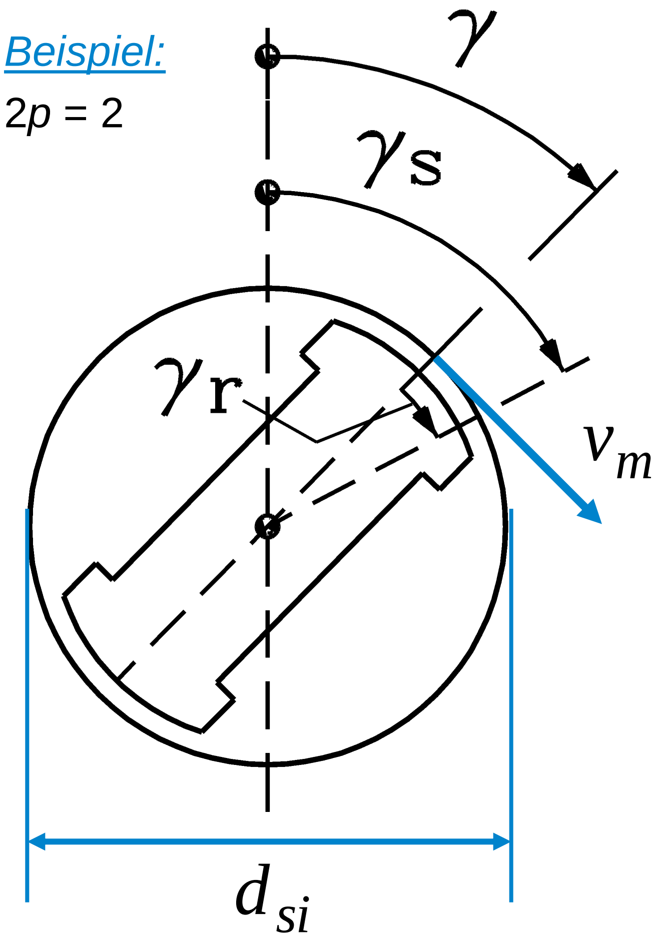
$$\Psi_c(t) = N_c \cdot \Phi_c(t) \Rightarrow -d\Psi_c/dt = -d(N_c \cdot \Phi_{c1} \cdot \cos\omega t) = \omega \cdot N_c \cdot \Phi_{c1} \cdot \sin\omega t$$

- **Induzierte Spulen-Sinus-Wechselspannung**: $u_{i,c}(t) = -d\Psi_c(t)/dt = \hat{U}_{i,c} \cdot \sin\omega t$
- **Amplitude:** $\boxed{\hat{U}_{i,c} = \omega \cdot N_c \cdot \Phi_{c1} = 2\pi \cdot f \cdot N_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot k_{p1}}$

ungesehnte Spule: $k_{p1} = \sin(\pi/2) = 1$

Ständer- und läuferfestes Koordinatensystem

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



$\gamma_s(t)$: Umfangswinkel im ständerfesten Koordinatensystem

$\gamma_r(t)$: Umfangswinkel im läuferfesten Koordinatensystem

„elektrische Grade“: $2p\tau_p = p\cdot 2\tau_p \Leftrightarrow p\cdot 2\pi$

Umrechnung des Umfangswinkels vom läuferfesten in das ständerfeste Koordinatensystem („***Galilei*-Transformation**“):

$$\boxed{\gamma_s(t) = \gamma_r + \gamma(t) = \gamma_r + p\cdot\Omega_m\cdot t}$$

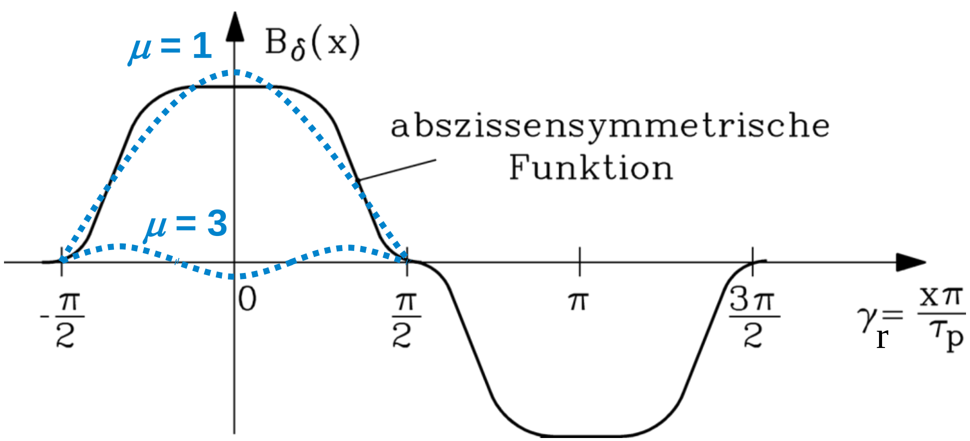
$$\Omega_m = 2\pi\cdot n = \frac{v_m}{d_{si}/2} \qquad p\Omega_m = 2\pi\cdot n\cdot p = 2\pi\cdot f = \omega$$

Feldwelle des gleichstromerregten Polradfelds

$$\mu = 1, 3, 5, 7, 9, \ldots$$

$$\boxed{B_{\delta\mu}(\gamma_r) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu\gamma_r) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu\gamma_s - \mu p \Omega_m t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p} - \omega_\mu t\right)}$$

Läuferfester Umfangswinkel γ_r Ständerfester Umfangswinkel γ_s



γ_r: Rotorfester Umfangswinkel

$$\omega_\mu = \mu \cdot \omega$$

$$f_\mu = \frac{\omega_\mu}{2\pi} = \frac{\mu \cdot p \cdot \Omega_m}{2\pi} = \mu \cdot p \cdot n = \mu \cdot f$$

Frequenz der μ-ten Läuferfeld-Oberwelle f_μ bezüglich dem Ständer μ-mal so groß wie jene der Grundwelle mit $\mu = 1$.

Oberwellen-Spannungsinduktion in ungesehnte Ständerspule

- Rotierendes Läuferfeld (Drehzahl *n*): = *FOURIER*-Summe von **Grund-** und **Oberwellen**:

$$B_{\delta,\mu}(x,t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu x \pi}{\tau_p} - \mu \cdot \omega \cdot t\right), \quad \mu = 1,3,5,7,\ldots \quad \omega = 2\pi \cdot n \cdot p$$

- Spulen-Wechsel-Fluss (bei $W = \tau_p$) $\Phi_{c\mu}(t) = l \int\limits_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta,\mu}(x,t)dx = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \overbrace{\sin\left(\frac{\mu\pi}{2}\right)}^{k_{p\mu},\ W/\tau_p = 1} \cdot \cos(\mu\omega t)$

- Induzierte Spannung: $\boxed{u_{i,c,\mu} = -N_c \cdot \frac{d\Phi_{c\mu}}{dt} = \mu \cdot \omega \cdot N_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu} \cdot \sin(\mu\omega t)}$

$$\hat{U}_{i,c,\mu} = \cancel{\mu} \cdot \omega \cdot N_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\cancel{\mu}} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu} \sim \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu}$$

$\Rightarrow$ In die Ständerspule wird nicht nur die "Nutz"-Spannung (Frequenz $f = n \cdot p$) durch die Grundwelle $\mu = 1$ induziert, sondern auch Zusatz-Störspannungen mit kleineren Amplituden, aber höheren Frequenzen, durch die Oberwellen ($\mu > 1$).

Störende Oberschwingungsspannungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

$$\Phi_{c\mu} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu} \Rightarrow \hat{U}_{i,c,\mu} = \mu \cdot \omega \cdot N_c \cdot \Phi_{c\mu} = \omega \cdot N_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu}$$

- **Kleinere** Spannungs-Amplitude $\hat{U}_{i,c,\mu}$ proportional $k_{p\mu} \cdot \hat{B}_{\delta\mu}$

ABER: deutlich höhere Frequenz $f_\mu = \mu \cdot \omega / (2\pi)$!

- **Ungesehnte Spule:**

Sehnungsfaktor: $W = \tau_p: \quad k_{p\mu} = \sin\left(\mu \cdot \frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\mu\pi/2) = (-1)^{(\mu-1)/2}$

mit μ = 1, 3, 5, ...

ist *nur* 1, -1, 1, -1, ...

Sehnungsfaktor ändert nur das Vorzeichen (= Phasenlage 180° statt 0°),

aber nicht die Amplitude $\hat{U}_{i,c,\mu}$

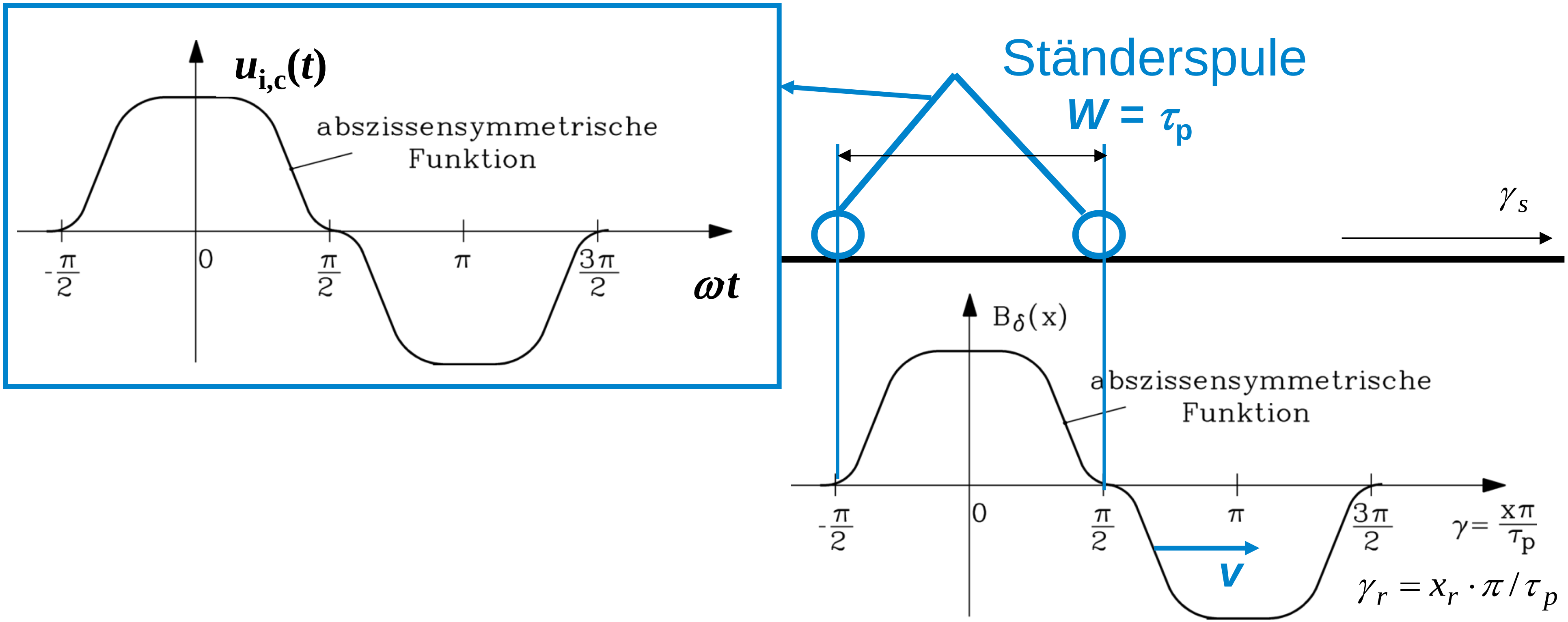
Beispiel: Induzierte Spulen-Spannung (Synchrongenerator)

- Zwölfpoliger Synchrongenerator: $n = 500/\mathrm{min}$, $2p = 12$, Ständerspule $N_c = 2$, $W = \tau_p = 0.5\ \mathrm{m}$, $l = 1\ \mathrm{m}$
- Grundfrequenz der induzierten Spannung: $f = n \cdot p = (500/60) \cdot 6 = 50\ \mathrm{Hz}$
- Läuferfluss in der Spule je Ordnungszahl μ: $\Phi_{c\mu} \sim \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu}/\mu$, $W/\tau_p = 1 \Rightarrow |k_{p\mu}| = 1$
- Induzierte Spannung bei gegebenen Feld-Amplituden $\hat{B}_{\delta\mu}$ des Läuferfelds: $\boxed{U_{i,c\mu} \sim \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu}}$

μ	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$\hat{B}_{\delta\mu}/\hat{B}_{\delta 1}$	f_μ	$\Phi_{c\mu}$	$U_{i,c\mu} = \hat{U}_{i,c\mu}/\sqrt{2}$	$\lvert\hat{U}_{i,c\mu}/\hat{U}_{i,c1}\rvert$
-	T	%	Hz	mWb	V	%
1	0.9	**100**	50	286.5	127.2	**100**
3	0.15	**16.7**	150	-15.9	-21.2	**16.7**
5	0.05	**5.6**	250	3.3	7.1	**5.6**
7	0.05	**5.6**	350	-2.3	-7.1	**5.6**

- *In einer **ungesehnten Spule** ($k_{p\mu} = \pm 1$) ist die induzierte Spannungskurvenform identisch mit der induzierenden Feldkurvenform !*

Gegeninduktion: Räumlicher Luftspaltfeldverlauf $B_\delta(x)$ und zeitlicher Verlauf $u_{i,c}(t)$ der induzierten Spannung sind bei einer ungesehnten Spule IDENTISCH!



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Zusammenfassung:
Spannungsinduktion in eine Ständerspule

- Induktion in eine ruhende Spule mit der Weite W = Polteilung τ_p
- Induzierte Spannungskurvenform = räumliche Form der Radialfeldkurve
- Beweis wurde über *FOURIER*-Reihe der Feldverteilung geführt

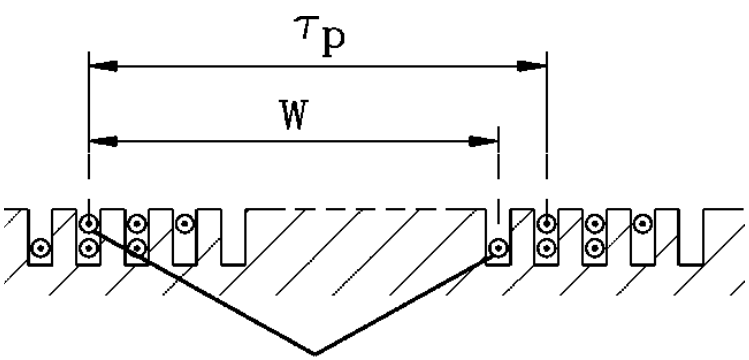
4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen

Spannungsinduktion in gesehnte Spule (1)

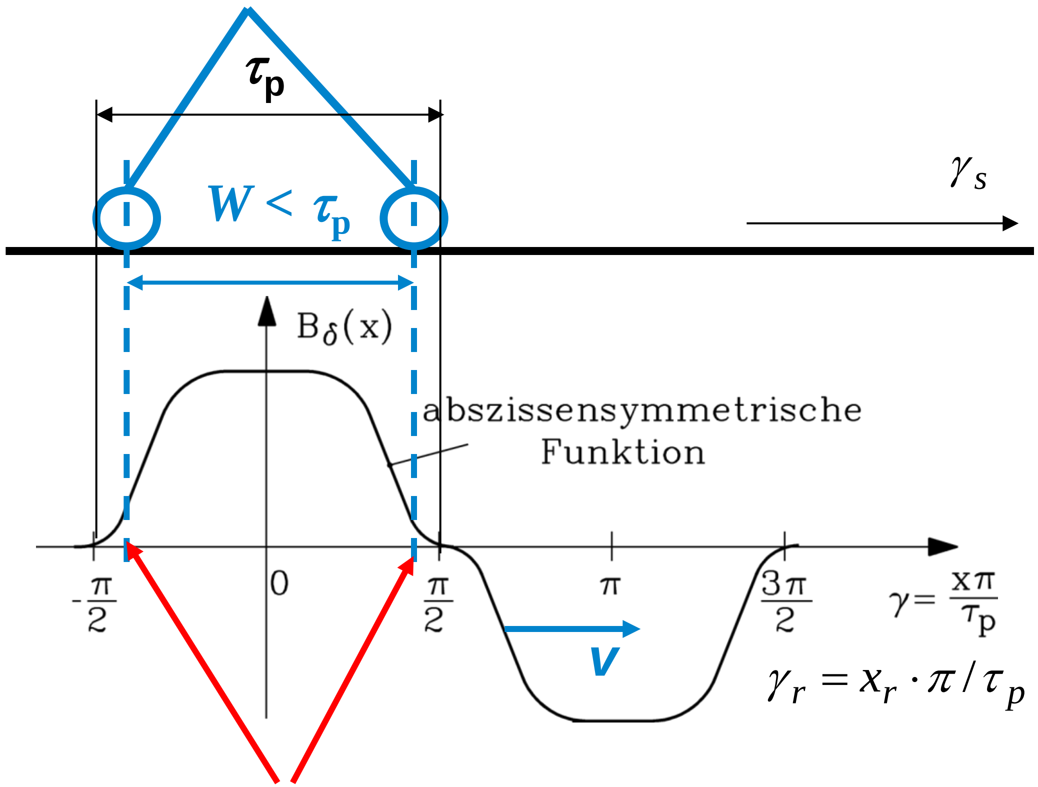
Sehnung: Spulenweite $W \neq \tau_p$:

Beispiel:

$m = 3,\ q = 3,\ W/\tau_p = 8/9$



Gesehnte Ständerspule



Flussverlust je Spule

Spannungsinduktion in gesehnte Spule (2)

Sehnung: Spulenweite $W \neq \tau_p$:

$$\Phi_{c\mu}(t) = \int_{-W/2}^{W/2} l \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu \cdot \pi \cdot x}{\tau_p} - \mu \cdot \omega \cdot t\right) \cdot dx = \int_{-\frac{W}{\tau_p}\cdot\frac{\pi}{2}}^{\frac{W}{\tau_p}\cdot\frac{\pi}{2}} l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu \cdot \gamma - \mu \cdot \omega \cdot t) \cdot d\gamma =$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\mu \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{\tau_p}\right) \cdot \cos(\mu \cdot \omega \cdot t) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p\mu} \cdot \cos(\mu \cdot \omega \cdot t) = \Phi_{c\mu} \cdot \cos(\mu \cdot \omega \cdot t)$$

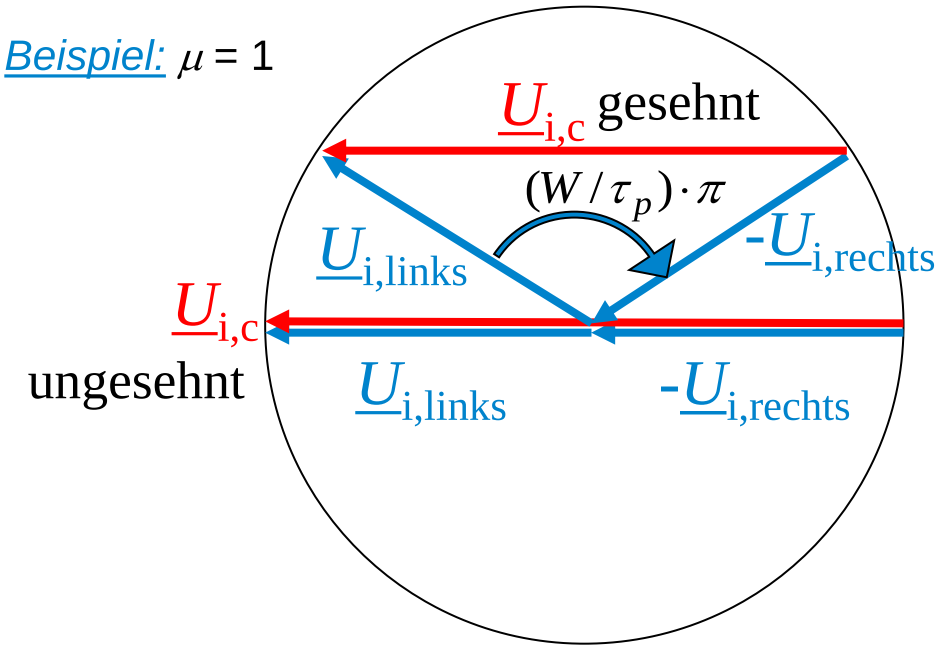
Verketteter Fluss ist um den **Sehnungsfaktor** $k_{p,\mu}$ kleiner als bei der ungesehnten Spule.

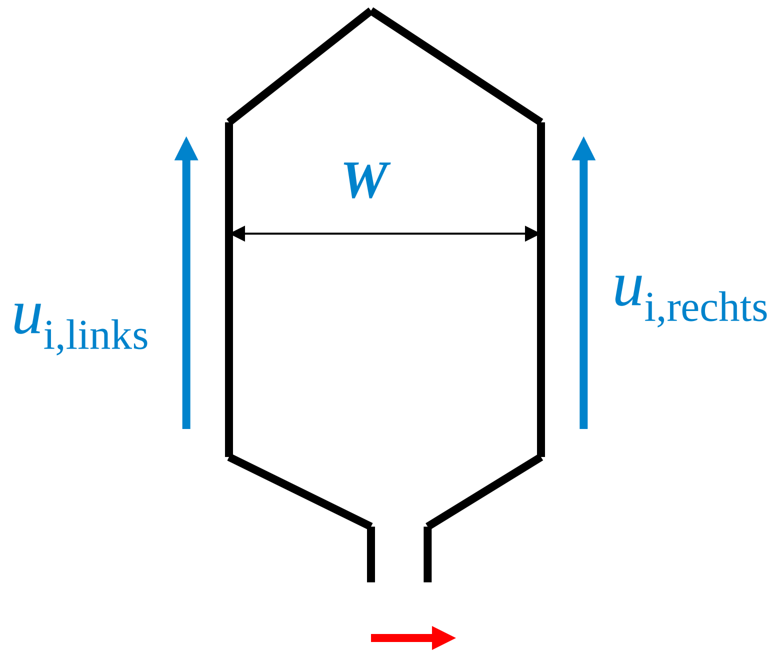
$$\boxed{k_{p,\mu} = \sin\left(\mu \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{\tau_p}\right)}$$

Spannungsinduktion in gesehnte Spule (3)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

<u>*Beispiel:*</u> $\mu = 1$





$u_{i,c} = u_{i,links} - u_{i,rechts}$

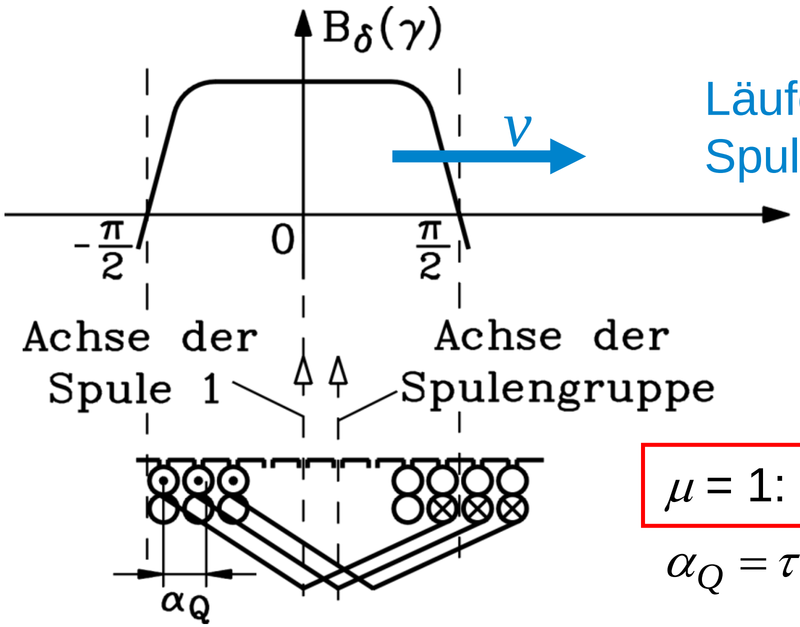
- Phasenverschiebung zwischen den induzierten Spannungen der linken und rechten Spulenseite:

  a) ungesehnt: π b) gesehnt: $(W/\tau_p)\cdot\pi$

- **Sehnungsfaktor:** $k_{p,1} = \dfrac{U_{i,c}}{U_{i,links} + U_{i,rechts}} = \dfrac{2\cdot\sin\left(\dfrac{W}{\tau_p}\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)}{2} = \sin\left(\dfrac{W}{\tau_p}\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{k_{p,1} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{W}{\tau_p}\right)}$$

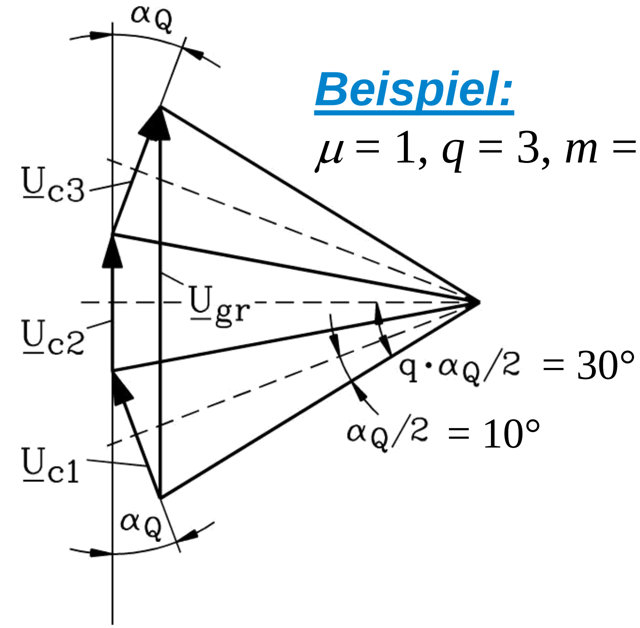
Spannungsinduktion in eine Spulengruppe



Läuferfeld induziert Spulengruppe

$\boxed{\mu = 1:}$

$$\alpha_Q = \tau_Q \cdot \frac{2\pi}{2\tau_p} = \frac{2\pi}{2 \cdot m \cdot q}$$



Beispiel:

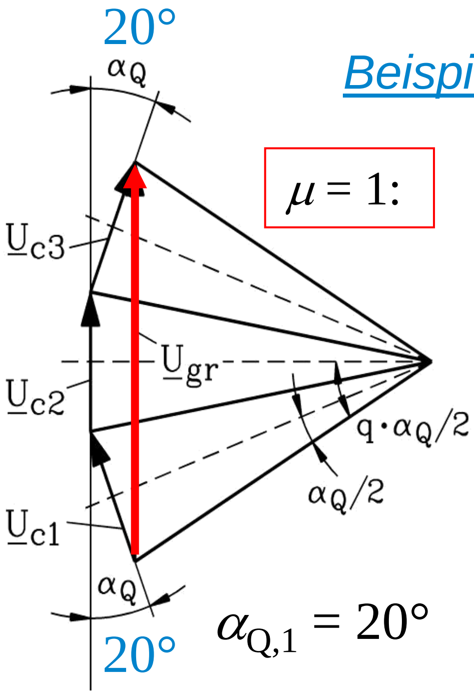
$\mu = 1,\ q = 3,\ m = 3$

- Die induzierte Spannung je Spulengruppe ist die geom. Summe aus q Spulenspannungen, die um den Phasenwinkel $\alpha_{Q,\mu} = \mu \cdot 2\pi / (2 \cdot m \cdot q)$ phasenverschoben sind:

- **Zonenfaktor:**

$$\boxed{k_{d,\mu} = \frac{\hat{U}_{i,gr,\mu}}{q \cdot \hat{U}_{i,c,\mu}} = \frac{2 \cdot \sin\left(q \cdot \frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)}{q \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\mu \cdot \frac{\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\mu \cdot \frac{\pi}{2m \cdot q}\right)}}$$

Zonenfaktor $k_{d,\mu}$ bei Oberwelleninduktion $\mu > 1$

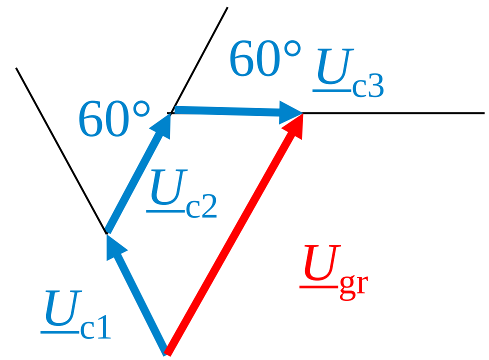


Beispiel: $q = 3$, $m = 3$, $\alpha_Q = 180°/(m \cdot q) = 180°/9 = 20°$

$\mu = 1$: U_i durch Grundwelle

$\alpha_{Q,1} = 20°$

$\mu = 3$: U_i durch 3. Oberwelle



$\alpha_{Q,\mu=3} = 3 \cdot 20° = 60°$

Das Verhältnis von U_{gr} zur Summe der Spulen-Spannungszeiger U_c ist bei den Oberwellen (bis auf die Nutharmonischen) deutlich kleiner als bei der Grundwelle.

$$k_{d,1} = \frac{\hat{U}_{i,gr,1}}{3\hat{U}_{i,c,1}} = \frac{2\sin\left(3\frac{20°}{2}\right)}{3 \cdot 2\sin\left(\frac{20°}{2}\right)} = 0.9598$$

$$k_{d,3} = \frac{\hat{U}_{i,gr,3}}{3\hat{U}_{i,c,3}} = \frac{2\sin\left(3\frac{60°}{2}\right)}{3 \cdot 2\sin\left(\frac{60°}{2}\right)} = 0.6667$$

Gegeninduktion: Spannungsinduktion in einen Wicklungsstrang

- $2p$-polige Maschine,
- **Zweischichtwicklung:** $2p$ Spulengruppen mit je q gesehnten Spulen.
- Induzierte Spannung je Strang (Effektivwert) durch **Läufergrundwelle:**

$$\boxed{U_{i1} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N \cdot k_{w1} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta 1}}$$

$$N = 2p \cdot q \cdot N_c / a \qquad k_{w1} = k_{d1} \cdot k_{p1}$$

- Induzierte Spannung je Strang (Effektivwert) durch **μ-te Läuferoberwelle**:

$$\boxed{U_{i,\mu} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \mu \cdot f \cdot N \cdot k_{w,\mu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta\mu}}$$

$$\frac{U_{i,\mu}}{U_{i1}} = \frac{k_{w,\mu} \cdot \hat{B}_{\delta\mu}}{k_{w1} \cdot \hat{B}_{\delta 1}}$$

Beispiel:
Spannungsinduktion in einen Wicklungsstrang

Beispiel: Zwölfpoliger Synchrongenerator: $n = 500/\text{min}$, $2p = 12$, $f = 50$ Hz
a) Ständerwicklung: $N_c = 2$, $q = 2$, $W = (5/6)\cdot\tau_p$, $a = 1$, $\tau_p = 0.5$ m, $l = 1$ m
b) Strangwindungszahl: $N = 2pqN_c / a = 12\cdot 2\cdot 2/1 = \underline{\underline{48}}$

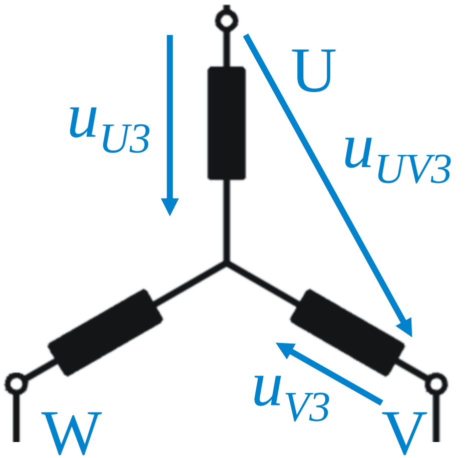
$$\Phi_{c\mu} \sim \hat{B}_{\delta\mu}\cdot k_{p\mu}/\mu$$

$$\boxed{U_{i,\mu} \sim \hat{B}_{\delta\mu}\cdot k_{w\mu} = \hat{B}_{\delta\mu}\cdot k_{p\mu}\cdot k_{d\mu}}$$

μ	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$\hat{B}_{\delta\mu}/\hat{B}_{\delta 1}$	f_μ	$\Phi_{c\mu}$	$U_{i,\mu}$	$\lvert\hat{U}_{i,\mu}/\hat{U}_{i,1}\rvert$
-	T	%	Hz	mWb	V	%
1	0.9	**100**	50	276.7	2850.1	**100**
3	0.15	**16.7**	150	-11.3	-254.6	**8.9**
5	0.05	**5.6**	250	0.8	11.4	**0.4**
7	0.05	**5.6**	350	-0.6	-11.4	**0.4**

Durch Sehnung $k_{p\mu}$ & Spulengruppe $k_{d\mu}$ werden Spannungsoberschwingungen verringert.

Sternschaltung: Keine „dritte“ Oberschwingung



$$u_{U3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t)$$

$$u_{V3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3(\omega t - 2\pi/3)) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) = u_{U3}(t)$$

$$u_{W3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3(\omega t - 4\pi/3)) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) = u_{U3}(t)$$

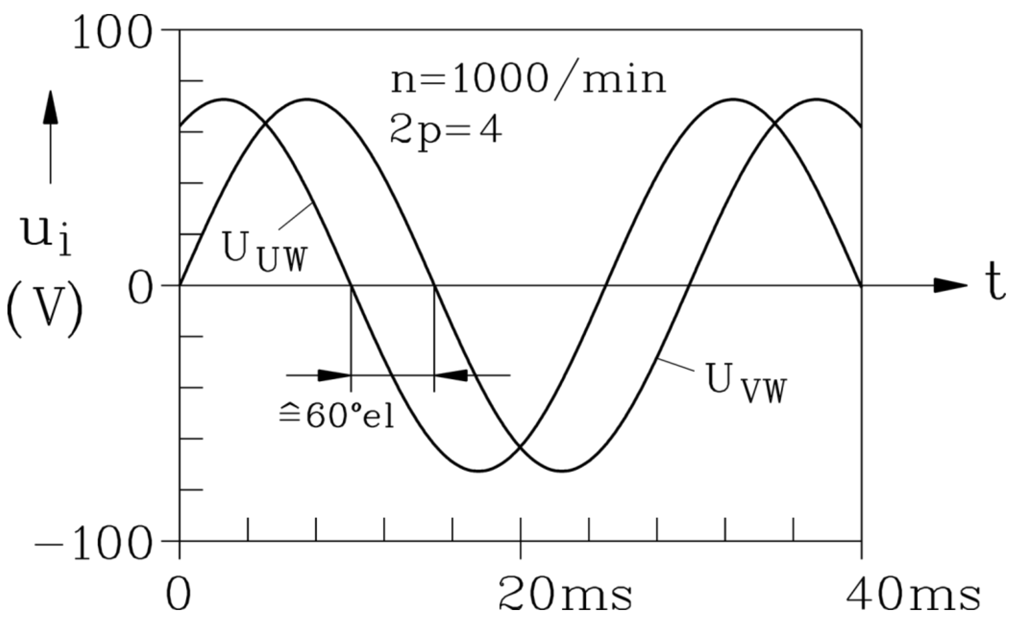
$$\boxed{u_{UV3}(t) = u_{U3}(t) - u_{V3}(t) = u_{U3}(t) - u_{U3}(t) = 0}$$

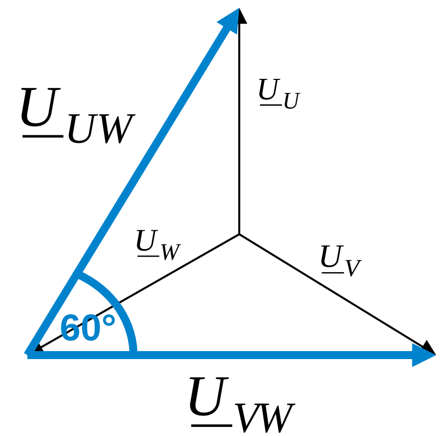
- Ständerwicklung in **Sternschaltung**: Dritte harmonische Oberschwingungsspannungen in allen 3 Strängen U, V, W IN Phase, und daher IDENTISCH !

- Daher enthalten die **verketteten Spannungen** KEINE 3. harmonische Oberschwingungsspannung (auch nicht: 9-te, 15-te, …). (Die harmonischen Strangspannungen würden Oberschwingungsströme IN PHASE treiben).
- Bei isoliertem Sternpunkt können diese NICHT fließen (1. *Kirchhoff*-Gesetz: „Knotenregel“)

$$\underline{I}_3 = \underline{U}_3 / \underline{Z}_3 \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_{U3} + \underline{I}_{V3} + \underline{I}_{W3} = 3\underline{I}_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_3 = 0$$

Messung: Sternschaltung: Keine „dritte“ Oberschwingung





- Gemessene verkettete Leerlaufspannung bei 1000/min:
  4-poliger PM-Synchrongenerator, q = 3, n = 1000/min, Sternschaltung, geschrägte Nuten:
  ⇒ **Leerlaufspannung nahezu ideal sinusförmig**

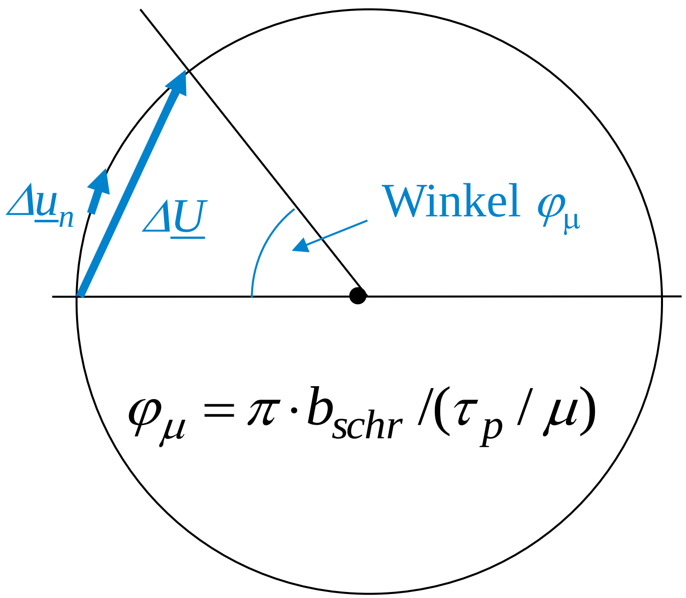
- ***Fourier*-Analyse** der verketteten Leerlaufspannung: μ = 1: 33.5 Hz, 74.8 V
  μ = 5: 167.0 Hz, 0.34 V
  μ > 5: Amplituden vernachlässigbar klein

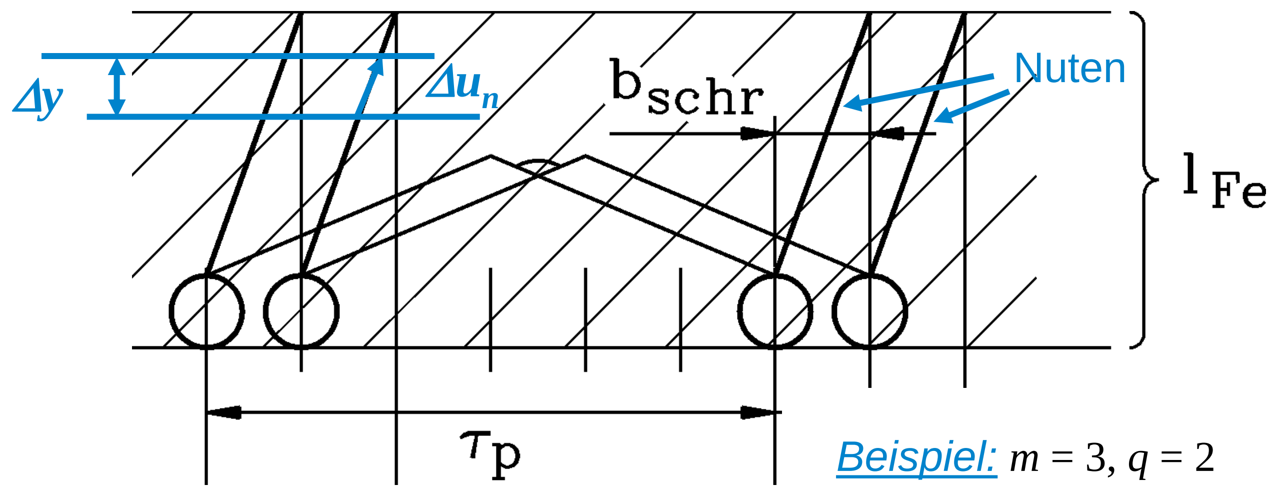
Nutschrägung: Glättet die nut-harmonischen *U*-Oberschwingungen

Ergänzung

- **Schrägung** der Nuten um das Maß b_{schr}
- Schrägung bewirkt eine Phasenverschiebung der induzierten Spannung in einer Spulenseite am Beginn und Ende bezüglicher μ-ten induzierenden Feldoberwelle um

$$\varphi_\mu = \pi \cdot b_{schr} / (\tau_p / \mu)$$

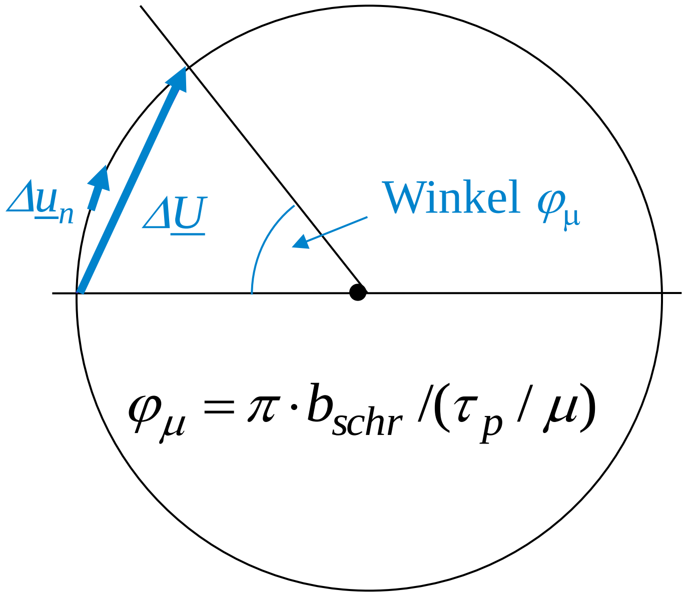




Beispiel: $m = 3$, $q = 2$

Schrägungsfaktor für Spannungsinduktion

Ergänzung



- Resultierende induzierte Spannung $\Delta\underline{U}$ je Spulenseite in einer Nut $\Rightarrow$
- $\Delta\underline{U}$ ist Summe aller differentiell kleiner Spannungsanteile $\Delta\underline{u}_n \to d\underline{u}$ längs der differentiell kurzen Spulenseitenabschnitte $\Delta y \to dy$

Schrägungsfaktor χ_μ

$$\chi_\mu = \frac{\left|\sum_{n=1}^{\infty} \Delta\underline{u}_n\right|}{\sum_{n=1}^{\infty} \left|\Delta\underline{u}_n\right|} = \frac{\left|\Delta\underline{U}\right|}{\sum_{n=1}^{\infty} \left|\Delta\underline{u}_n\right|} = \frac{2 \cdot \sin(\varphi_\mu / 2)}{\varphi_\mu} = \frac{\sin S_\mu}{S_\mu} \qquad S_\mu = \frac{\mu \pi b_{schr}}{2\tau_p}$$

Wirkung des Schrägungsfaktors

Ergänzung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Beispiel: Sechspolige Maschine, Drehzahl 1500/min, 5/6-gesehnte Spulen, q = 2, Nutschrägung um eine Statornutteilung: $b_{schr} = \tau_{Qs}$

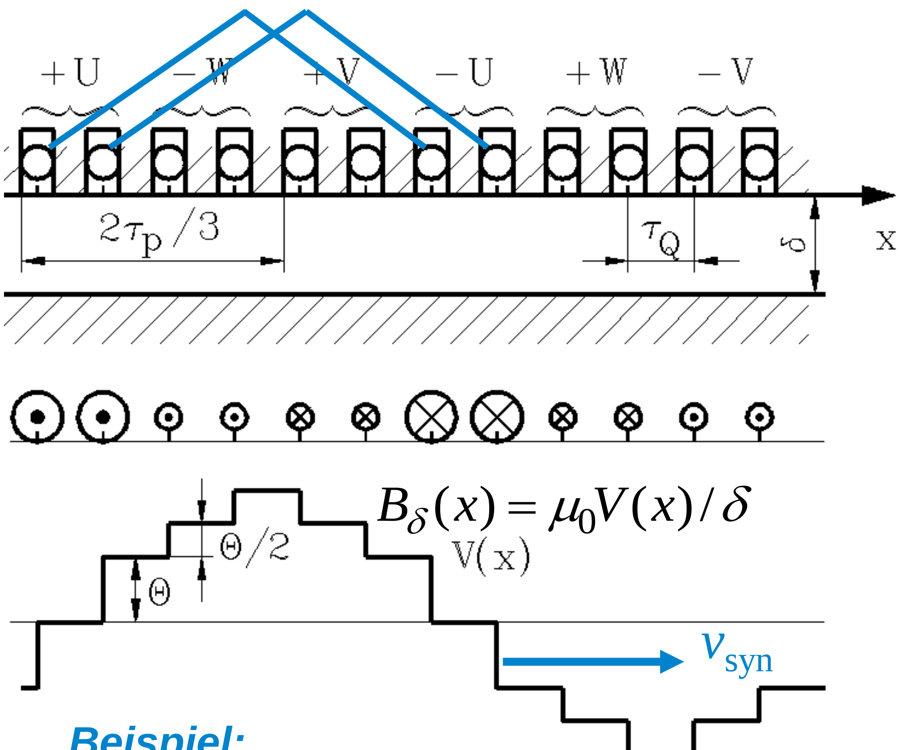
$$\boxed{U_{i,\mu} \sim \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{w\mu} \cdot \chi_{\mu}}$$

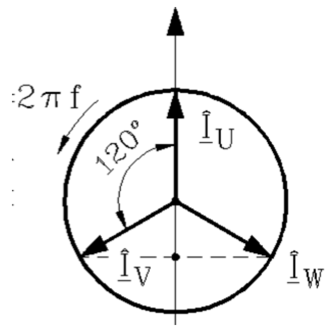
	Läuferfeld: Ordnungs-zahl	Stator-frequenz	Flussdichte-Amplitude	Wicklungs-faktor	Schrägungs-faktor	Induzierte Strang-spannung	Induzierte verkettete Spannung
	μ	$\mu \cdot f$	$B_{\delta\mu}$	$k_{w\mu}$	χ_μ	$U_{i\mu}$	$U_{i\mu LL}$
	1	**75 Hz**	**100 %**	**0.933**	**0.989**	**100 %**	**100 %**
	3	**225 Hz**	**-26.1 %**	**-0.50**	**0.900**	**12.73 %**	**0**
	5	**375 Hz**	**7.9 %**	**0.067**	**0.738**	**0.42 %**	**0.42 %**
	7	**525 Hz**	**1.2 %**	**-0.067**	**0.527**	**0.05 %**	**0.05 %**
	9	**675 Hz**	**-6.0 %**	**0.50**	**0.300**	**0.98 %**	**0**
Nut-harmonisch	**11**	**825 Hz**	**8.0 %**	**-0.933**	**0.090**	**0.73 %**	**0.73 %**
	13	**975 Hz**	**-8.0 %**	**0.933**	**-0.076**	**0.61 %**	**0.61 %**

Zusammenfassung:
Spannungsinduktion in eine Drehfeldwicklung

- Induktion in gesehnte ruhende Spulengruppen
- Es tritt wieder der Wicklungsfaktor $k_{w\mu}$ auf
- Wicklungsfaktor $k_{w\mu}$, Sternschaltung und Schrägung bewirken nahezu sinusförmige induzierte Stator-Spannungskurvenform, obwohl Rotor-Feldverteilung von Sinusform abweicht!
- Beweis wurde über *FOURIER*-Reihe der Feldverteilung geführt
- Netzspannung ist also deswegen (nahezu) sinusförmig, weil Generatoren eine gesehnte verteilte Y-Schaltungs-Wicklung haben, und nicht, weil das Rotor-Magnetfeld sinusförmig verteilt ist!

Selbstinduktionswirkung durch das magnetische Ständerdrehfeld in der Ständerwicklung





- Das vom Stator-Drehstromsystem $\underline{I}_s$ erregte Stator-Luftspalt-Drehfeld B_δ induziert in die drei Ständer-Wicklungsstränge U, V, W durch SELBSTINDUKTION eine Spannung $U_{i,s}$ mit Statorfrequenz $f = f_s$
- Dieser Spannung wird die Selbstinduktivität $L_{h,gesamt}$ zugeordnet.

$$\boxed{U_{i,s} = \omega_s \cdot L_{h,gesamt} \cdot I_s}$$

Beispiel:

$m_s = 3,\ q = 2,\ W/\tau_p = 1$

Felddarstellung für: $i_U = \hat{I}_s,\ i_V = i_W = -\hat{I}_s/2$

Drehfeldwicklung:
Selbstinduktion - Hauptinduktivität

- Die Ständer-Luftspalt-Grundwelle $\nu = 1$, erregt vom Ständerstrom I_s, induziert die Ständerwicklung, von der sie erregt wurde, infolge **Selbstinduktion**.

$$B_{\delta,s,1}(x,t) = \hat{B}_{\delta,s,1} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{\tau_p} - \omega_s \cdot t\right) \qquad \hat{B}_{\delta,s,1} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s}{p} \cdot N_s \cdot \frac{k_{ws,1}}{1} \cdot I_s \qquad m_s = 3$$

- Ständer-Feldwelle ist von ω_s-frequenten Strom I_s erregt:
  Daher hat induzierte Spannung die **Frequenz f_s .**

- Effektivwert der induzierten Selbstinduktions-Spannung je Strang:

$$U_{i,s,\nu=1} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f_s \cdot N_s \cdot k_{w,s,1} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta,s,1}$$

- **Hauptinduktivität je Feldwelle:** $U_{i,s,\nu=1} = \omega_s \cdot L_h \cdot I_s$

$$\boxed{L_h = \mu_0 \cdot (N_s \cdot k_{w,s,1})^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l \cdot \tau_p}{p \cdot \delta}} \qquad \mu_{Fe} \to \infty$$

Drehfeldwicklung: Grundwellen-Hauptinduktivität L_h

- **Hauptinduktivität:** Je Strang der Grundwelle $L_{h,\nu=1} = L_h$ bei $\mu_{Fe} \to \infty$:

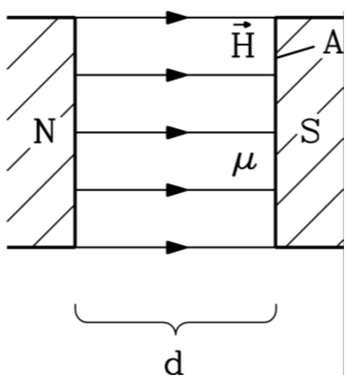
$$\boxed{L_h = \mu_0 \cdot (N_s \cdot k_{w,s,1})^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l \cdot \tau_p}{p \cdot \delta}}$$

- **Merkmale:** $L_h \sim \mu_0 \cdot (N_s \cdot k_{w,s,1})^2$

  Effektive Windungszahl je Strang: $N_s \cdot k_{w,s,1}$

  Magnetische **Reluktanz** („magn. Widerstand“): $R_m = \dfrac{1}{\mu_0} \cdot \dfrac{\delta}{l \cdot \tau_p}$

$$\boxed{L_h \sim \frac{m}{2} \cdot \frac{(N_s k_{ws,1})^2}{R_m}}$$



$$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{d}{A}$$

Analogon: Elektrischer Widerstand: $R = \dfrac{1}{\kappa} \cdot \dfrac{d}{A}$
(κ: elektr. Leitfähigkeit)

$$\left(R_m = \frac{V}{\Phi} = \frac{H \cdot d}{B \cdot A} = \frac{H \cdot d}{\mu \cdot H \cdot A} = \frac{d}{\mu \cdot A} \right)$$

Selbstinduktionswirkung aller Ständerdrehfeldwellen

$$\boxed{U_{i,s} = \omega_s \cdot L_{h,gesamt} \cdot I_s}$$

$$U_{i,s} / U_{i,s,\nu=1} = L_{h,gesamt} / L_h > 1$$

- Definition der „Oberfelder-Streuziffer“: $L_{h,gesamt} = (1 + \sigma_o) \cdot L_h$

σ_o : **Oberfelder-Streuziffer** bei $m_s = 3$, $q \geq 1$: Sehr klein: ca. $\underset{q>1}{0.01}$ ... $\underset{q=1}{0.09}$

- Oberfelder $|\nu| > 1$ sind zwar Luftspaltfelder, aber "stören";
  sie werden daher als "Streu"feld betrachtet:

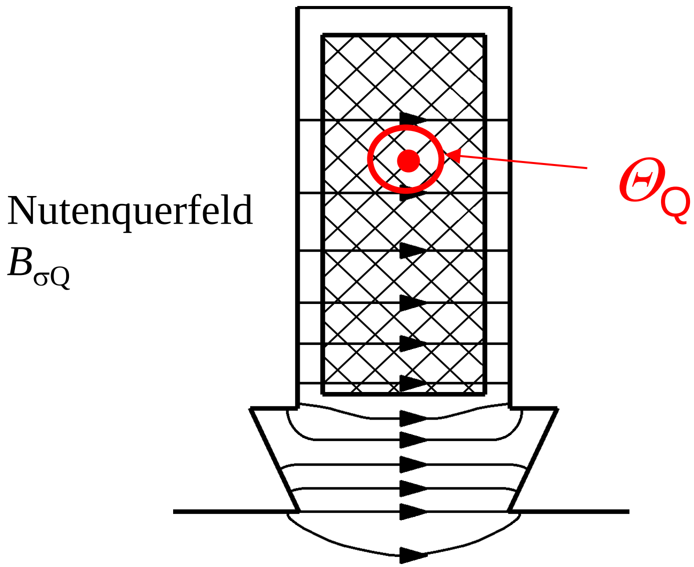
Oberfelder-Streuinduktivität $L_{\sigma,o}$: $\boxed{L_{\sigma,o} = \sigma_o \cdot L_h \approx (0.01 \ldots 0.09) \cdot L_h}$

Selbstinduktion: Nut- und Stirn-Streuinduktivität

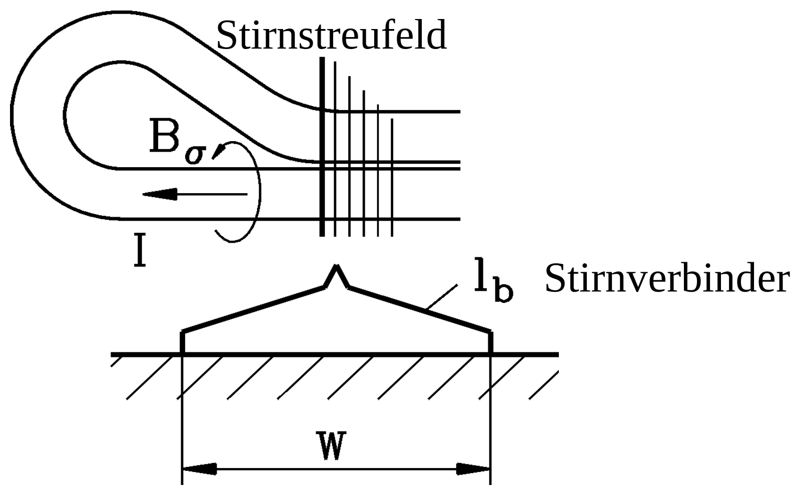
- Magnetfelder - in den **Nuten** (Nutenquerfeld $B_{\sigma Q}$) und
  - um die **Stirnverbinder** (Stirnstreufeld B_{σ})

  erreichen den Läufer NICHT und können daher dort keine Kräfte und damit keinen Energieumsatz bewirken = **Streufelder (Index σ)**

- Streufelder induzieren in der Ständerwicklung ebenfalls Selbstinduktionsspannungen:
  Nutstreuinduktivität $L_{\sigma Q}$, Stirnstreuinduktivität $L_{\sigma b}$: $U_{i\sigma,Q+b} = \omega \cdot (L_{\sigma Q} + L_{\sigma b}) \cdot I_s$



Nutstreufeld



Stirnstreufeld

Grundwellen-Hauptfluss einer Drehfeldmaschine

- **Hauptfluss Φ_h:**
  Wird aus den Feldgrundwellen von Stator- und Rotorfeld gebildet ($\nu = \mu = 1$).

- Nur diese beiden $\nu = \mu = 1$ bilden gemeinsam das Drehmoment M_e,
  das wegen
  a) der Sinuswellenform von Stator- und Rotorgrunddrehwelle ,
  b) der gleichen Geschwindigkeit und Polzahl
  ZEITLICH KONSTANT ist: $M_e(t) = M_e = \text{konst.}$

- **Oberwellen:** $\nu \neq 1$, $\mu \neq 1$:

- Oberwellen des Stators ($\nu \neq 1$) werden als Stator-Oberwellenstreuung $L_{s\sigma o}$ betrachtet, die (nahezu) NICHT zur Drehmomentbildung beitragen.

- Rotoroberwellen z. B. des Läuferfelds der Asynchronmaschine ($\mu \neq 1$) werden ebenso als Rotor-Oberwellenstreuung $L_{r\sigma o}$ zusammengefasst (siehe Kap. 5).

Streufluss-Definition in einer Drehfeldmaschine

Streufluss Φ_σ:

a) Echter Streufluss ist nur mit jeweils Stator- oder Rotorwicklung verkettet
(Nut- und Stirnstreuung $\Phi_{\sigma Q}$, $\Phi_{\sigma b}$):
Feldlinien gehen NICHT über den Luftspalt

b) „Unechter" Streufluss: Stator- bzw. Rotoroberwellenstreuung $L_{\mathrm{s\sigma o}}$, $L_{\mathrm{r\sigma o}}$:
Nur deren jeweilige Selbstinduktionswirkung wird HIER berücksichtigt
(Ihre Gegeninduktionswirkung (= „Parasitäreffekt") wird hier vernachlässigt)

Reaktanzen-Definition in einer Drehfeldmaschine

a) Stator-Streureaktanz:

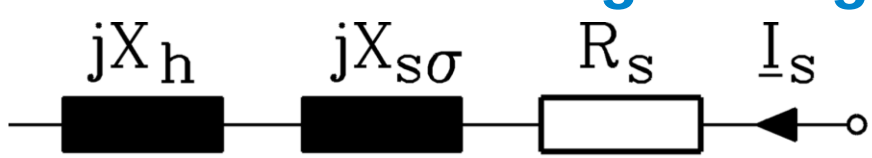
$$\boxed{X_{s\sigma} = \omega \cdot L_{s\sigma} = \omega \cdot L_{s\sigma Q} + \omega \cdot L_{s\sigma b} + \omega \cdot L_{s\sigma o}}$$

Nutstreuinduktivität $L_{\sigma Q}$ **Stirnstreuinduktivität $L_{\sigma b}$** **Oberfelder-Streuinduktivität $L_{\sigma o}$**

b) Hauptreaktanz: (*m*/2-Wert des einsträngigen Betriebs)

$$\boxed{X_h = \omega L_h}$$

c) Ersatzschaltbild für einen Wicklungsstrang:



Zusammenfassung:
Selbstinduktivität je Strang einer Drehfeldwicklung

- Selbstinduktivität L_s je Strang (z.B.: U) ist wegen der Verkettung mit den anderen beiden Strängen (V, W) eigentlich eine Summe aus Selbstinduktivität L_{UU} und zwei Gegeninduktivitäten M_{UV}, M_{UW}
- Grundwelle $\nu = 1$ führt zur Hauptinduktivität L_h
- Echte Streuinduktivitäten durch Nut- und Stirnstreufluss $L_{\sigma Q}$, $L_{\sigma b}$
- Selbstinduktivität proportional zu Windungszahlquadrat und Flussfläche: $L \sim N^2 \cdot \tau_p l_{Fe}$
- Invers proportional zum Luftspalt δ („magnetischer Widerstand“ $\delta \sim R_m$): $L \sim 1/R_m$

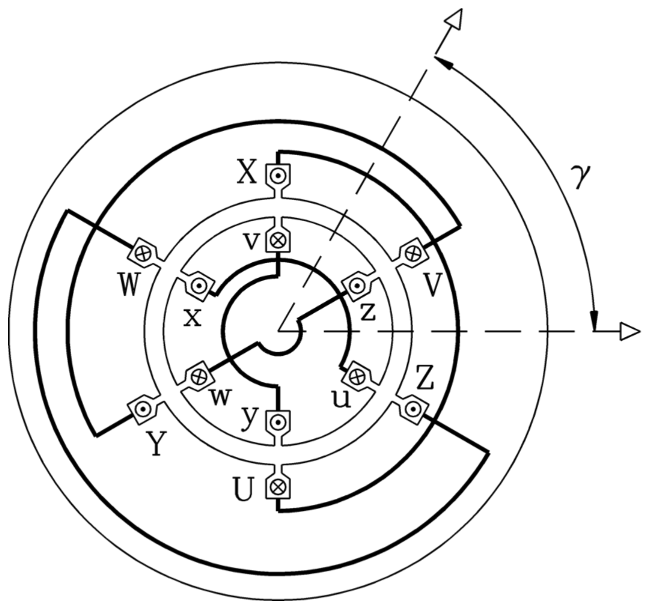
Ab nun: Nur Grundwellenbetrachtung: $\nu = 1,\ k_{ws,1} = k_{ws}$

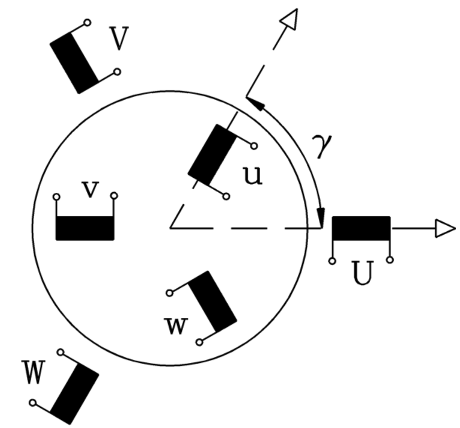
$$\mu = 1,\ k_{wr,1} = k_{wr}$$

Oberwellenwirkung in (kleiner) Oberwellen-“Streu“induktivität $L_{\sigma o}$ zusammengefasst

Drehfeldwicklungen in Stator und Rotor

Beispiel:
$m_s = m_r = 3$,
$Q_s = Q_r = 6$,
$q_s = q_r = 1$,
Verdrehwinkel
$\gamma = \gamma_{el} = 60°$

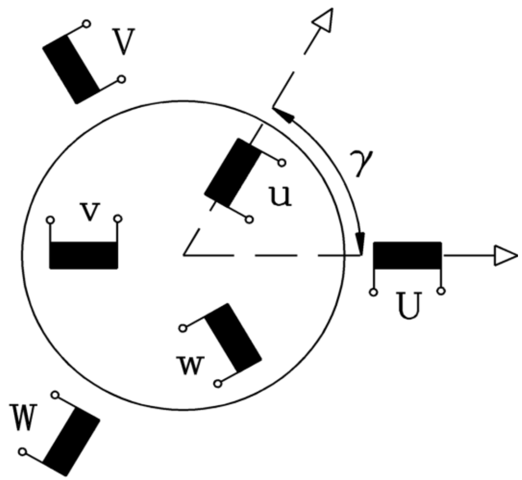




- Im Ständer und im Läufer je eine Drehfeldwicklung angeordnet:
  - im Stator: Stränge U-X, V-Y, W-Z, Index *s*,
  - im Rotor: Stränge u-x, v-y, w-z, Index *r*.

- **Rotor** steht still, ist gegenüber dem **Stator** um Winkel γ verdreht
  (= Winkel zwischen den Wicklungsachsen (Spulenmitten) des Rotors und Stators).
  $\gamma = 2\pi$, wenn der Rotor gegenüber dem Stator um $2\tau_p$ verdreht ist.

Drehfeld-Wicklungsparameter



	Stator	Rotor
Polzahl	$2p$	$2p$
Strangzahl	m_s	m_r
Windungszahl	N_s	N_r
Sehnung	$W_s\ /\ \tau_p$	$W_r\ /\ \tau_p$
Lochzahl / Nutzahl	$q_s\ /\ Q_s$	$q_r\ /\ Q_r$
Wicklungsfaktor (Grundwelle)	k_{ws}	k_{wr}

- Polzahlen von Stator- und Rotorwicklung sind identisch $2p$, aber Wicklungen i. A. nicht.
- Vermeidung von magnetischen Rastmomenten: $\boxed{Q_r \neq Q_s}$

Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen s → r

- **Gegeninduktion:** Stator-Luftspalt-Grundwelle induziert in Rotorwicklung:

$$B_{\delta,s}(x,t) = \hat{B}_{\delta,s} \cdot \cos(\frac{\pi x}{\tau_p} - \omega_s t) \text{ mit Amplitude } \hat{B}_{\delta,s} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s}{p} \cdot N_s k_{ws} \cdot I_s \qquad \mu_{Fe} \to \infty$$

- Effektivwert der induzierten Spannung je Strang in der Rotorwicklung:

$$U_{i,r} = \sqrt{2}\pi f_r \cdot N_r \cdot k_{wr} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s}$$

- Rotorfrequenz f_r (bei **ruhendem** Rotor $n = 0$): $f_r = f_s$.

- *Grund*welle: **Drehfeld-Gegeninduktivität je Strang M_{rs} :** $U_{i,r} = \omega_r \cdot M_{rs} \cdot I_s \qquad s \to r$

$$\boxed{M_{rs} = \mu_0 \cdot N_s k_{w,s} \cdot N_r k_{w,r} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta}}$$

Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen r → s

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- **Gegeninduktion:** Rotor-Luftspalt-Grundwelle induziert in Statorwicklung:

$B_{\delta,r}(x,t) = \hat{B}_{\delta,r} \cdot \cos(\frac{\pi x}{\tau_p} - \omega_s t)$ mit Amplitude $\hat{B}_{\delta,r} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_r}{p} N_r k_{wr} \cdot I_r$

- Effektivwert der induzierten Spannung je Strang in der Statorwicklung:

$U_{i,s} = \sqrt{2}\pi f_s \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot \frac{2}{\pi}\tau_p l \hat{B}_{\delta,r}$ Statorfrequenz f_s (bei **ruhendem** Rotor): $f_s = f_r$

- *Grund*welle: **Drehfeld-Gegeninduktivität je Strang *M_{sr}*:** $U_{i,s} = \omega_s \cdot M_{sr} \cdot I_r \quad r \to s$

$$\boxed{M_{sr} = \mu_0 \cdot N_s k_{w,s} \cdot N_r k_{w,r} \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta}}$$

$$\boxed{\frac{M_{rs}}{M_{sr}} = \frac{m_s}{m_r}}$$

Anmerkung:

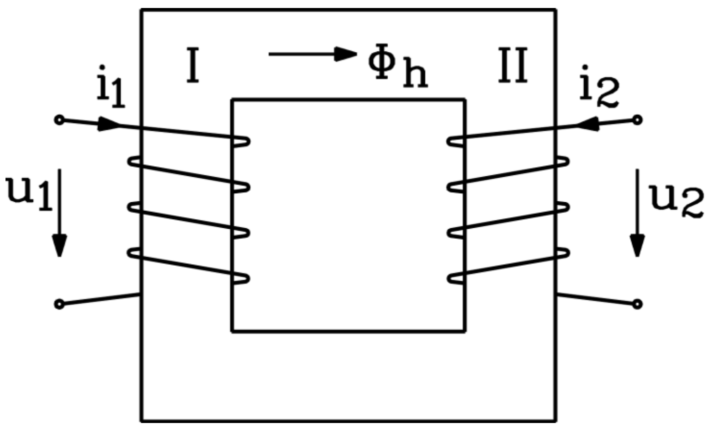
nur bei $m_s = m_r$: $\boxed{M_{sr} = M_{rs}}$

Zur Erinnerung:
Konventioneller Transformator

Ergänzung

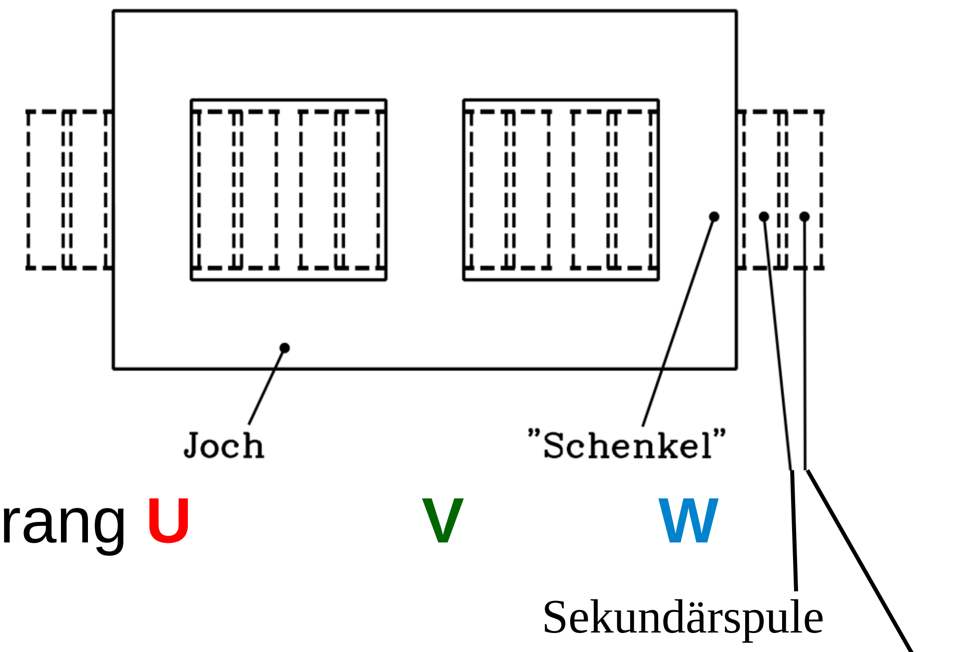
- Galvanische Trennung zwischen Primär- und Sekundärspule = Potentialtrennung!
- Konstantes Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = N_1/N_2$!

Einphasentransformator



Blathy, Deri, Zipernovsky
1881, Fa. Ganz, Budapest,
Österreich.-Ungar. Donaumonarchie

Drehstrom-Transformator



Michael von Dolivo-Dobrowolsky
1890, Fa. AEG, Berlin,
Deutsches Kaiserreich

Drehtransformator (1)

- Induzierte Rotor-Spannungen sind wegen Läufer-Verdrehung γ gegenüber den Selbstinduktionsspannungen im Stator um diesen Winkel γ **phasenverschoben**.

- **Serienschaltung von Ständer- und Läuferstrang** U und u (ebenso V und v, W und w)
  $\Rightarrow$ Man greift zwischen Eingangsklemme des Ständerstrangs und Ausgangsklemme des Läuferstrangs je Strang die Summenspannung ab:

$$\underline{U} = \underline{U}_s + \underline{U}_r = U_s + U_r \cdot e^{-j\gamma} \text{ , z. B. } U_r = U_s: \quad \underline{U} = U_s + U_s \cdot e^{-j\gamma} = U_s \cdot \left(1 + e^{-j\gamma}\right)$$

- Verdrehung des Läufers = kontinuierliche Winkel-Änderung γ.

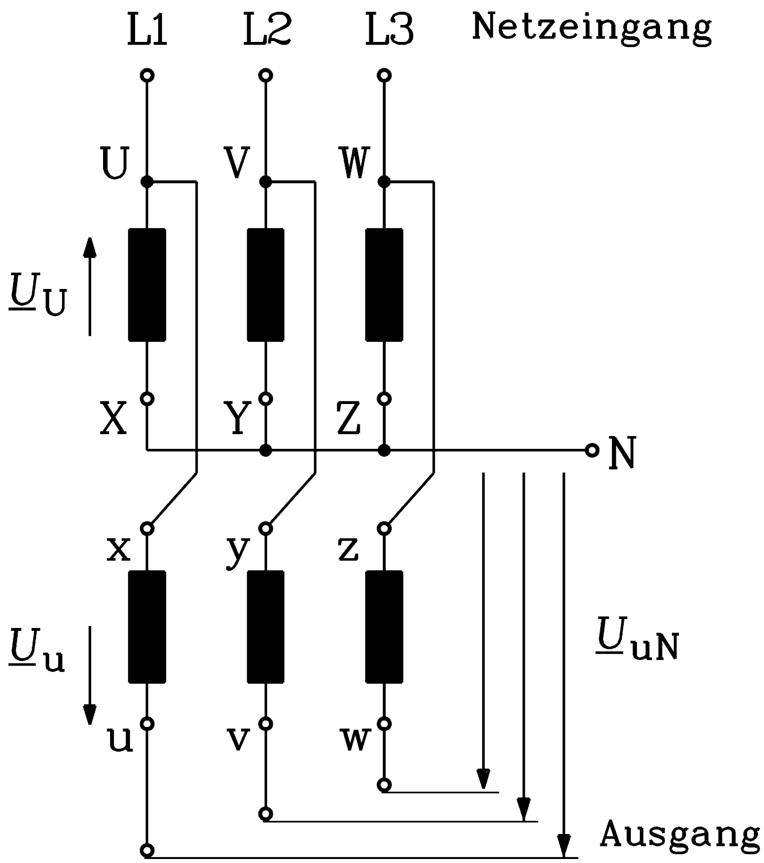
- *Mit dem Drehtransformator kann man* ***kontinuierlich*** *zwischen 0 und 2U_s die Spannung verändern.*

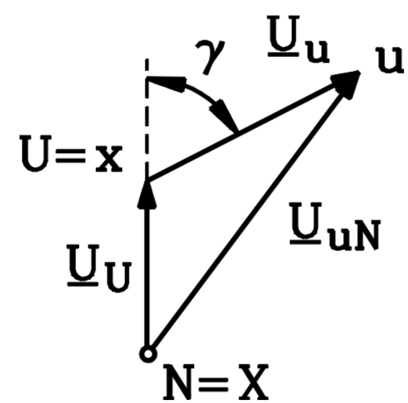
Drehtransformator (2)

Verdrehung des Läufers = kontinuierliche Winkel-Änderung γ. *Mit dem Drehtransformator kann man **kontinuierlich** zwischen 0 und $2U_s$ die Spannung verändern.*

Nachteil:

Keine galvanische Trennung!





Zusammenfassung:
Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen

- Ständer- und Läuferdrehfeldwicklung induzieren
  a) sich und
  b) einander wie bei Transformator
- Nur Grundwellen für Gegeninduktion $\nu = 1$, $\mu = 1$ berücksichtigt
- Gegeninduktivität M proportional zu
  Windungszahlprodukt $N_s N_r$ und Flussfläche: $M \sim \tau_p l_{Fe}$
- M umgekehrt proportional zum Luftspalt δ („magnetischer Widerstand“ $\delta \sim R_m$)
- Spannungsinduktion wegen Flussverkettung rotorstellungsabhängig
- Anwendung:
  Drehtransformator zur stufenlosen Spannungsamplitudenänderung