

# Elektrische Maschinen und Antriebe



Quelle: *Faulhaber, Deutschland*



Quelle: *Siemens AG, Deutschland*



## Inhaltsverzeichnis

	Vorwort	1/ 3
1.1	Empfohlene Literatur	1/ 5
1.2	Verwendete Formelzeichen	1/ 6
1.3	Einsatzgebiete elektrischer Energiewandler (Übersicht)	1/ 10
1.4	Bedeutung der elektrischen Energiewandler für unsere Gesellschaft	1/ 13
1.5	Typenvielfalt elektrischer Maschinen und Antriebe	1/ 14
1.6	Prinzipien der elektromagnetischen Kraftbildung	1/ 22
2.	Drehfelder in elektrischen Maschinen	2/ 1
2.1	Grundprinzipien der Magnetfeldberechnung	2/ 4
2.2	Vereinfachte Feldberechnung im Luftspalt elektrischer Maschinen	2/ 6
2.3	Erzeugung von magnetischen Drehfeldern	2/ 10
2.4	Wicklungsanordnungen	2/ 13
3.	Mathematische Analyse von Luftspaltfeldern	3/ 1
3.1	Grund- und Oberwellen von Luftspaltfeldern	3/ 1
3.2	<i>FOURIER</i> -Reihenentwicklung zur Ermittlung von Grund- und Oberwellen	3/ 3
3.3	<i>FOURIER</i> -Reihe von gleichstromerregten Polradfeldern	3/ 12
4.	Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen	4/ 1
4.1	<i>FARADAY</i> 'sches Induktionsgesetz (1831)	4/ 1
4.2	Spannungsinduktion in eine Ständerspule	4/ 8
4.3	Spannungsinduktion in eine Drehfeldwicklung	4/ 10
4.4	Selbstinduktivität je Strang einer Drehfeldwicklung	4/ 16
4.5	Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen	4/ 20
5.	Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine	5/ 1
5.1	Funktionsweise der Schleifringläufermaschine	5/ 3
5.2	Stationäres Betriebsverhalten der Asynchronmaschine	5/ 9
5.3	Asynchrone Energiewandlung	5/ 21
5.4	Kreisdiagramm der Asynchronmaschine	5/ 23
5.5	Anfahren des Schleifringläufermotors mit Anfahrwiderständen	5/ 29
5.6	Drehzahlvariabler Betrieb von Schleifringläufer-Asynchronmaschinen	5/ 32
6.	Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine	6/ 1
6.1	Ströme und Spannungen im Käfigläufer	6/ 1
6.2	Stromverdrängung in den Stäben des Läuferkäfigs	6/ 8
6.3	Käfigformen und Anlaufmomenterhöhung	6/ 13
6.4	Abweichungen vom Kreisdiagramm	6/ 17
7.	Antriebstechnik mit der Asynchronmaschine	7/ 1
7.1	Typische Arbeitsmaschinen	7/ 1
7.2	Hochlauf der Asynchronmaschine	7/ 5
7.3	Stabile und instabile Arbeitspunkte – „Quasistatische Stabilität“	7/ 12
7.4	Abbremsen von Asynchronmaschinen	7/ 14
7.5	Drehzahlvariabler Betrieb von Asynchronmaschinen	7/ 18
7.6	Asynchronmaschine mit Frequenzumrichterspeisung	7/ 23
8.	Die Synchronmaschine	8/ 1
8.1	Funktionsprinzip und Läuferbauweisen	8/ 1
8.2	Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine	8/ 8
8.3	Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren“ Netz	8/ 11
8.4	Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine	8/ 24
8.5	Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren“ Netz	8/ 29
8.6	Verlustbilanz bei Synchronmaschinen	8/ 35
8.7	Synchrongeneratoren im Inselbetrieb	8/ 37
9.	Erregereinrichtungen und Kennlinien	9/ 1
9.1	Elektrische Erregereinrichtungen	9/ 1

9.2	Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie	9/ 6
10.	Gleichstromantriebe	10/ 1
10.1	Die Funktionsweise der Gleichstrommaschine	10/ 1
10.2	Ankerwicklungen	10/ 12
10.3	Elektromagnetisches Drehmoment	10/ 26
10.4	Ankerrückwirkung und Kompensationswicklung	10/ 29
10.5	Kommutierung des Ankerstroms, Funktion der Wendepole, Leistungsbilanz	10/ 34
10.6	Generator- und Motorschaltungen der Gleichstrommaschine	10/ 40
10.7	Der drehzahlveränderbare Gleichstromantrieb	10/ 54
10.8	Stabilität und Leistungsgrenzen der Gleichstrommaschine	10/ 61

### Das griechische Alphabet:

$A \alpha$	Alpha	$B \beta$	Beta	$\Gamma \gamma$	Gamma	$\Delta \delta$	Delta
$E \varepsilon$	Epsilon	$Z \zeta$	Zeta	$H \eta$	Eta	$\Theta \vartheta$	Theta
$I \iota$	Jota	$K \kappa$	Kappa	$\Lambda \lambda$	Lambda	$M \mu$	My (mue)
$N \nu$	Ny (nue)	$\Xi \xi$	Xi	$O \omicron$	Omikron	$\Pi \pi$	Pi
$P \rho$	Rho	$\Sigma \sigma$	Sigma	$T \tau$	Tau	$Y \upsilon$	Ypsilon
$\Phi \varphi$	Phi	$X \chi$	Chi	$\Psi \psi$	Psi	$\Omega \omega$	Omega

## Vorwort zum Skriptum „Elektrische Maschinen und Antriebe“

Liebe Studentin ! Lieber Student !

In dieser Vorlesung wird Ihnen neben der Erläuterung der prinzipiellen Funktionsweise der elektrischen Maschinen ein genaueres Bild der drei wesentlichen elektrischen rotierenden Energiewandler (**Asynchronmaschine, Synchronmaschine, Gleichstrommaschine**) vor Augen geführt. Als angehende Diplomingenieure bzw. BSc- oder MSc-Absolventen mit Universitätsstudium wird von Ihnen erwartet, die physikalischen Vorgänge nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ zu erfassen. Dazu gehört eine **mathematische Analyse** der genannten Maschinen, um ihr Betriebsverhalten rechnerisch voraussagen zu können. Sie können damit Antriebe planen und dimensionieren, sowie einfache dynamische Effekte abschätzen.

*Vorbereitungshilfen zur Prüfung* (siehe auch den aktuellen Aushang):

**Schriftlich:** Es gibt neben den Beispielen der Übungen eine **Aufgabensammlung**, die ähnliche Beispiele enthält, wie sie zur Prüfung gestellt werden. **Typische Kontrollfragen** sind in der Aufgabensammlung enthalten, ähnlich wie sie bei der schriftlichen Prüfung gestellt werden.

**Prüfungsrelevanter Stoffumfang:** Die angegebenen Kontrollfragen und die typischen Beispiele in der Aufgabensammlung umgrenzen den prüfungsrelevanten Stoff.

**Prüfungsart:** Schriftlich: 3 Beispiele (Berechnungen) und theoretische Fragen, die schriftlich zu beantworten sind.

Das **Skript** ist als „Nachleseskript“ gedacht. Es enthält ausführliche Erklärungen, mathematische Ableitungen und einige über den Prüfungsstoff hinausgehende praxisnahe Informationen. Es ist zum Nachlesen zu Hause in einer ruhigen Stunde gedacht, so dass Sie sich während der Vorlesung auf den Vortrag konzentrieren können.

### **Praktika:**

Auch wenn ich mich bemühe, in der Vorlesung mit Bildern und Modellen Ihnen die Maschinen plastisch vor Augen zu führen, so bleibt doch die mathematische Theorie trocken, wenn nicht Sie die Chance nützen, im **Praktikum** selbst mit diesen Maschinen zu hantieren und deren Eigenleben persönlich kennenzulernen. Das **Praktikum** und die die Vorlesung begleitenden **Rechenübungen** sind somit eine wertvolle Ergänzung für das rasche und problemlose Begreifen moderner elektrischer Energiewandler.

### **Weiterführendes Lehrangebot:**

Zahlreiche weitere moderne Maschinentypen, wie Permanentmagnet-Synchronmaschinen, Schrittmotoren, die hochdynamische Servomotortechnik, Switched-Reluctance- und Einphasen-Asynchronmaschinen, Homopolar-Maschinen, Transversalflussmaschinen, aber auch Wechselwirkungen zwischen Maschine und Umrichter, Geräusche, mechanische Festigkeit, das Erreichen möglichst hoher Drehzahlen, etc. können aus Zeitgründen nicht in dieser Vorlesung gebracht werden. Sie finden diese Lehrinhalte in der parallel angebotenen Vorlesung „**Motoren-Entwicklung für die Antriebstechnik (Motor development for electrical drive systems)**“. Eine genauere Analyse des dynamischen Verhaltens sowie der Entwurf von Asynchronmaschinen und Transformatoren wird in der Vorlesung „**Energy Converters - CAD and System Dynamics of Electrical Machines**“ behandelt, während der Entwurf von Synchronmaschinen und die Sondertechniken für Großantriebe in der Vorlesung „**Großgeneratoren und Hochleistungsantriebe**“ erläutert werden. Der Einsatz neuer Technologien wie die Magnetlagerung und Supraleitung ist Thema der Vorlesung „**Neue**

**Technologien elektrischer Energiewandler**“, während im Seminar **„Praxisorientierte Projektierung elektrischer Antriebe“** interessante Antriebsaufgaben zum E-Antrieb für Automobile gelöst werden. Mit numerischer Feldberechnung für Elektromagnetik und Erwärmung können Sie sich im Seminar **“Design of electric machines and actuators with numerical field calculation”** vertraut machen.

*Literatur, Studien- und Diplomarbeiten, Exkursionen:*

Neben einschlägigen **Studien-/Diplomarbeiten** bzw. **Bachelor-/Masterarbeiten** auch in Zusammenarbeit mit der Industrie können Sie auf ein umfangreiches literarisches Werk zu diesem Themenkreis zurückgreifen. Eine Auswahl von **Büchern**, die auch zum Selbststudium geeignet sind, finden Sie in diesem Skript zusammengestellt. Nützen Sie auch die Möglichkeit, an einer **Fachexkursion** teilzunehmen, die wir – wenn möglich – begleitend zur Vorlesung anbieten. Auch da lernen Sie (und wir) sehr viel. So hoffe ich, dass trotz der manchmal sehr grauen Theorie die elektrischen Maschinen für Sie „durchsichtig“ werden, damit Sie in Ihrer späteren beruflichen Praxis davon profitieren können.

Wenn Sie **Wünsche, Probleme oder Anregungen** haben, wenden Sie sich bitte an mich oder die Assistentinnen und Assistenten unseres Instituts.

Mit besten Wünschen für Ihr weiteres Studium

Prof. Andreas Binder

Darmstadt, im Februar 2021

## 1.1 Empfohlene Literatur zur Vertiefung und Ergänzung

Aus der umfangreichen, mehr als 100-jährigen Literaturfülle sind einige ältere Werke, welche die grundlegenden Prinzipien der elektromagnetischen Energiewandlung darstellen, ebenso zu empfehlen wie jüngste Buchpublikationen, sowie Aufsätze in den regelmäßig erscheinenden Fachzeitschriften und in Konferenzbänden. Im Folgenden finden Sie eine **Auswahl**.

### Gute Bücher über fundierte Grundlagen:

Küpfmüller, K.; (Mathis, K.; Reibiger, A.): Theoretische Elektrotechnik, 19. Aufl., Springer, Heidelberg, 2013  
Simonyi, K.: Theoretische Elektrotechnik, 10. Aufl.; Johann Ambrosius Barth, 1993 (GEBRAUCHT)  
Gerthsen, Ch.; (Meschede, D.): Gerthsen Physik, 24. Aufl.; Springer, Heidelberg, 2013  
Tietze, U.; Schenk, Ch.; (Gamm, E.): Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer, Heidelberg, 2012  
Dirschmid, H.-J.: Mathematische Grundlagen der Elektrotechnik (+ Begleitband: Lösungen u. Hinweise), 4. Aufl.; Vieweg, 1990/1996 (GEBRAUCHT)  
Arens, T. u. a.: Mathematik, 2. Aufl.; Spektrum Akad. Verlag, 2012  
Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau  
Grote, K.-H.; Feldhusen, J. (Hsg.): Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau, 24. Aufl.; Springer-Vieweg, Heidelberg, 2014

### Fachbücher:

#### *Einführende Werke:*

Fischer, R.: Elektrische Maschinen, Hanser, München, 13. Auflage, 2006  
Felderhoff, R.; Busch, U.: Leistungselektronik, Hanser, München, 4. Auflage, 2006  
Spring, E.: Elektrische Maschinen – eine Einführung, Springer, Berlin, 3. Auflage, 2009  
Seinsch, H.-O.: Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe, Teubner, Stuttgart, 1993  
Brosch, P.: Moderne Stromrichterantriebe – Leistungselektronik und Maschinen, Vogel-Verlag, 5. Auflage 2007  
Giersch, H.-U.; Harthus, H.; Vogelsang, N.: Elektrische Maschinen – Prüfung, Normung, Leistungselektronik, Vieweg-Teubner, Stuttgart, 5. Auflage, 2003  
Späth, H.: Elektrische Maschinen und Stromrichter, G. Braun, Karlsruhe, 1984  
Kleinrath, H.: Grundlagen elektrischer Maschinen, Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden, 1975  
Dubey, G.K.: Fundamentals of Electrical Drives, Narosa Publishing, New Delhi, 1995  
Hindmarsh, J.; Renfrew, A.: Electrical Machines and Drive Systems, Butterworth-Heinemann, UK 1997  
Hindmarsh, J.: Electrical Machines and Drives – Worked Examples, Pergamon Press, Oxford, 1985  
Hofmann, W.: Elektrische Maschinen, Pearson, München, 2013  
Binder, A.: Elektrische Maschinen und Antriebe, Springer, Berlin-Heidelberg, 2012  
Binder, A.: Elektrische Maschinen und Antriebe - Übungsbuch, Springer, Berlin-Heidelberg, 2012

#### *Vertiefende Literatur:*

Kleinrath, H.: Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen, Springer-Verlag, Wien, 1980  
Bödefeld, Th.; Sequenz, H.: Elektrische Maschinen. Eine Einführung in die Grundlagen, Springer, Wien, 1971  
Müller, G.: Elektrische Maschinen – Grundlagen, Aufbau und Wirkungsweise, VEB Technik, Berlin, 6. Auflage, 1985  
Müller, G.: Elektrische Maschinen – Betriebsverhalten rotierender elektrischer Maschinen, VEB Technik, Berlin, 1985  
Schröder, D.: Elektrische Antriebe (Bände 1 bis 4), Springer, Berlin 1998  
Constantinescu, S. et al.: Elektrische Maschinen und Antriebssysteme – Komponenten, Systeme, Anwendungen, Vieweg, 1999  
Stölting, H.-D.; Kallenbach, E. (Hrsg.): Handbuch Elektrische Kleinantriebe, Hanser, München, 2001  
Wiedemann, E.; Kellenberger, W.: Konstruktion elektrischer Maschinen, Springer, Berlin, 1967  
Kümmel, F.: Elektrische Antriebstechnik, Teil 1: Maschinen, VDE-Verlag, Berlin, 1985  
Kümmel, F.: Elektrische Antriebstechnik, Teil 2: Leistungsstellglieder, VDE-Verlag, Berlin, 1986  
Kümmel, F.: Elektrische Antriebstechnik, Teil 3: Antriebsregelung, VDE-Verlag, Berlin, 1998  
Bohn, T. (Hrsg.): Elektrische Energietechnik, aus: Handbuchreihe Energie, Bd. 4, TÜV Rheinland, 1987  
Hering, E.; Vogt, A.; Bressler, K.: Handbuch der Elektrischen Anlagen und Maschinen, Springer, Berlin, 1999  
Falk, K.: Der Drehstrommotor – Ein Lexikon für die Praxis, VDE-Verlag GmbH, Berlin Offenbach, 1997

**Fachzeitschriften:**

IET Proceedings – Electric Power Applications, Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom

IEEE Transactions on Industry Applications, Institute of Electric and Electronics Engineers, Industry Application Society, New York, USA

IEEE Transactions on Energy Conversion, Institute of Electric and Electronics Engineers, Power Engineering Society, New York, USA

**Tagungsbände (Proceedings) von regelmäßig stattfindenden Fachkonferenzen:**

Proceedings of the International Conference on Electric Machines (ICEM)

Proceedings of the European Power Electronics & Application Conference (EPE)

## 1.2 Verwendete Symbole / List of symbols

$a$	-	Anzahl paralleler Wicklungszweige bei Drehfeldmaschinen, aber: HALBE Anzahl paralleler Wicklungszweige bei Gleichstrommaschinen	number of parallel winding branches of poly-phase machines, however: HALF of the number of parallel winding branches of dc machines
$A$	A/m	Strombelag	electric loading
$A$	m <sup>2</sup>	Fläche	area
$b_s, b_r$	m	Nutbreite (Stator, Rotor)	slot width (stator, rotor)
$b_p$	m	Polschuhbreite	width of pole shoe
$b_{Stab}$	m	Stabbreite	width of bar
$B$	T	magnetische Induktion (Flussdichte)	magnetic induction (flux density)
$c_d, c_q$	-	Feldfaktoren der Längs-, Querachse	field factors of d-(direct) and q-(quadrature) axis
$c_g$	Nm/rad	Ersatzfederkonstante der Synchronmaschine	equivalent spring constant of a synchronous machine
$d_{si}$	m	Bohrungsdurchmesser	bore diameter
$D$	As/m <sup>2</sup>	elektrische Verschiebung (elektrische Flussdichte)	electric displacement (electric flux density)
$E$	V/m	elektrische Feldstärke	electric field density
$f$	Hz	elektrische Frequenz	electric frequency
$F$	N	Kraft	force
$g$	-	ganze Zahl	integer
$h$	m	Höhe	height
$H$	A/m	magnetische Feldstärke	magnetic field density
$I$	A	elektrische Stromstärke	electric current
$j$	-	imaginäre Einheit	imaginary unit
$J$	A/m <sup>2</sup>	elektrische Stromdichte	electric current density
$J$	kgm <sup>2</sup>	polares Trägheitsmoment	moment of inertia
$J_M$	T	magnetische Polarisation	magnetic polarization
$k$	-	Ordnungszahl	ordinal number
$k_d$	-	Zonenfaktor	distribution factor
$k_K$	-	Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis	no load - short circuit ratio
$k_p$	-	Sehnungsfaktor	pitch factor
$k_R, k_L$	-	Stromverdrängungsfaktoren	current displacement factors
$k_R$	V·s/A	Proportionalitätskonstante der Reaktanzspannung	proportional constant of the reactance voltage
$k_w$	-	Wicklungsfaktor	winding factor
$K$	-	Anzahl der Kommutatorsegmente	number of collector segments
$l$	m	Länge (axial)	length (axial)
$L$	H	Selbstinduktivität	self inductance
$m$	-	Strangzahl	number of phases
$M$	H	Gegeninduktivität	mutual inductance
$M$	A/m	Magnetisierung	magnetization
$M$	Nm	Drehmoment	torque
$M_b$	Nm	asynchrones Kippmoment	asynchronous breakdown torque
$M_{p0}$	Nm	synchrones statisches Kippmoment	synchronous, steady-state breakdown torque

$M_s$	Nm	Kupplungsmoment, Wellenmoment	shaft torque
$M_l$	Nm	Anfahrmoment	breakaway torque
$n$	1/s	Drehzahl	motor speed
$N$	-	Windungszahl je Strang	number of windings per phase
$N_c$	-	Spulenwindungszahl	number of windings per coil
$p$	-	Polpaarzahl	number of pole pairs
$P$	W	Leistung	power
$q$	-	Lochzahl (Nuten pro Pol und Strang)	number of slots per pole and phase
$Q$	-	Nutenzahl	number of slots
$R$	Ohm	elektrischer Widerstand	electric resistance
$s$	-	Schlupf	slip
$s$	m	Weglänge	distance
$t$	s	Zeit	time
$T$	s	Zeitkonstante	time constant
$u$	-	Spulenseiten je Nut und Schicht	number of coils per slot and layer
$U$	V	elektrische Spannung	electric voltage
$U_p$	V	Polradspannung	synchronous internal voltage
$\ddot{u}, \ddot{u}_U$	-	Übersetzungsverhältnis (Spannungsübersetzungsverhältnis)	ratio (voltage ratio)
$\ddot{u}_I$	-	Stromübersetzungsverhältnis	current ratio
$v$	m/s	Geschwindigkeit	velocity
$V$	A	magnetische Spannung	magneto-motive force ("magnetic voltage")
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen	volume
$W$	J	Energie	energy
$W$	m	Spulenweite	coil width
$x$	m	Umfangskoordinate	circumferential coordinate
$X$	Ohm	Reaktanz	reactance
$X_d, X_q$	Ohm	Längs-, Querreaktanz	d-, q-reactance
$y$	-	Weite einer Spule, gezählt in Nutteilungen	width of a coil in numbers of slots
$z$	-	gesamte Leiterzahl	total number of conductors
$Z$	Ohm	Impedanz	impedance
$\alpha_e$	-	äquivalente Polbedeckung	pole pitch factor
$\alpha$	rad	Zündwinkel	firing angle
$\alpha_Q$	rad	Nutenwinkel (elektrischen Grad)	slot angle (electric degrees)
$\gamma$	rad	Umfangswinkel (elektrische Grad)	circumferential angle (electric degrees)
$\delta$	m	Luftspalt	air-gap
$\varphi$	rad	Phasenwinkel	phase angle
$\Phi$	Wb	magnetischer Fluss (Scheitelwert)	magnetic flux (peak value)
$\Psi$	Vs	magnetische Flussverkettung (Scheitelwert)	magnetic flux linkage (peak value)
$\kappa$	S/m	elektrische Leitfähigkeit	electric conductivity
$\mu$	-	Ordnungszahl	ordinal number
$\mu$	Vs/(Am)	magnetische Permeabilität	magnetic permeability

$\mu_0$	Vs/(Am)	magnetische Permeabilität des Vakuums ( $4\pi 10^{-7}$ Vs/(Am))	magnetic permeability of vacuum ( $4\pi 10^{-7}$ Vs/(Am))
$\nu$	-	Ordnungszahl	ordinal number
$\xi$	-	„reduzierte“ Leiterhöhe	“reduced” conductor height
$\eta$	-	Wirkungsgrad	efficiency
$\vartheta$	rad	Polradwinkel (elektrische Grad)	load angle (electric degrees)
$\Theta$	A	elektrische Durchflutung	Ampere-turns
$\rho$	As/m <sup>3</sup>	el. Raumladungsdichte	volume charge density
$\sigma$	-	BLONDEL'scher Koeffizient der Gesamtstreuung, Streuziffer	BLONDEL's leakage coefficient
$\sigma_o$	-	Streuziffer der Oberfelderstreuung	leakage coefficient of harmonic leakage
$\tau_c$	m	Kommutatorstegteilung	collector segment pitch
$\tau_Q, \tau_s, \tau_r$	m	Nutteilung allgemein bzw. Stator- und Rotornutteilung	slot pitch in general, stator / rotor slot pitch
$\tau_p$	m	Polteilung	pole pitch
$\omega$	1/s	elektrische Kreisfrequenz	electric angular frequency
$\Omega$	1/s	elektrische Winkelgeschwindigkeit	electric angular speed
$\omega_m, \Omega_m$	1/s	mechanische Winkelgeschwindigkeit	mechanic angular speed
<b>Indices / Subscripts</b>			
$a$		Anker	armature
$av$		Mittelwert	average value
$b$		Bürste, asynchrones Kippen	brush, asynchronous breakdown
$c$		Spule, Kommutator	coil, collector
com		Kommutierungs-	collector
$C$		Koerzitiv-	coercive
$d$		direct (längs), dc (Gleichgröße), Zone (distribution), Verluste (dissipation)	direct, dc (direct current), phase (distribution), losses (dissipation)
$D$		Dämpferwicklung in der Längsachse	damper winding in direct axis
$e$		elektrisch, äquivalent	electric, equivalent
$f$		Feld	field
$Fe$		Eisen	steel
$h$		Haupt-	mutual / magnetising
$i$		induziert	induced
$in$		zugeführt	fed -
$k$		Kurzschluss-	short circuit -
$m$		Magnetisierungs-, magnetisch	magnetising -, magnetic
$m$		mechanisch	mechanical
$m$		maximal	maximum
$N$		Nenn	rated
$out$		abgegeben	delivered
$o$		Oberfelder	harmonics
$p$		Pol, Polrad, Sehnung	pole, rotor (synchronous machine), pitch

$q$		quer	quadrature
$Q$		Dämpferwicklung in der Querachse	damper winding in the quadrature axis
$Q$		Nut	slot
$r$		Rotor	rotor
$R$		Reaktanz- (Gleichstrommaschine), Remanenz, Reibung	reactance (DC machine), remanence, friction
$s$		Stator	stator
$s$		Welle	shaft
$sch$		schalt	switching
$syn$		Synchron	synchronous
$sh$		Shunt	shunt
$v$		Vorwiderstand	external resistance
$w$		Wicklung	winding
$W$		Wendepol	commutating
$\delta$		Luftspalt	air-gap
$\sigma$		Streu-	leakage
$0$		Leerlauf	no load
1		Anfahrpunkt ( $s = 1$ bei Asynchronmaschine)	breakaway ( $s = 1$ with asynchronous machines)
<b>Notationen / Notations</b>			
$i$		Kleinbuchstabe: z.B.: elektrische Stromstärke, Augenblickswert	lower case letter: e.g.: electric current, instantaneous value
$I$		Großbuchstabe: z.B.: elektrische Stromstärke, Effektivwert oder Gleichstrom-Wert	upper case letter: e.g.: electric current, rms or dc value
$X, x$		Großbuchstabe: z.B. Reaktanz, Kleinbuchstabe: z.B. bezogene Reaktanz (p.u. -Wert)	upper case letter: e.g. reactance, lower case letter: e.g. normalised reactance (p.u.-value)
$\underline{I}$		unterstrichen: komplexe Größen	underlined: complex values
$\hat{I}$		Spitzenwert, Amplitude	peak value, amplitude
$I'$		auf Ständerwicklungsdaten umgerechnet	as seen from the stator winding
$X', X''$		transiente, subtransiente Reaktanz	transient, subtransient reactance
$\underline{I}^*$		konjugiert komplexer Wert von $\underline{I}$	conjugated complex value of $\underline{I}$
$\text{Re}(\cdot)$		Realteil von ...	real part of ...
$\text{Im}(\cdot)$		Imaginärteil von ...	imaginary part of ...

### 1.3 Einsatzgebiete elektrischer Energiewandler (Übersicht)

#### a) Transformatoren:

Elektrische Energieversorgung erfolgt im Verbundbetrieb großer, weitverzweigter Netze als Energietransport über große Entfernungen. Hohe Spannungen sind erforderlich (110 / 220 / 380 kV, ...), wenn bei gegebener Leistung die Ströme und damit die OHM'schen Leitungsverluste klein sein sollen. Die Verbindungselemente der Spannungsebenen bilden die **Leistungs-Transformatoren**. Maschinen-(**Block-)**transformatoren in der Kraftwerkschaltanlage transformieren die Maschinenspannung der Synchrongeneratoren (z.B. 10.5 kV) auf Netzspannungsniveau (z.B. 220 kV). **Netztransformatoren** in den Umspannwerken und **Verteiltransformatoren** (in Verbrauchernähe) stellen die Bindeglieder zwischen den Netzspannungsebenen dar. Von 110 / 220 / 380 kV wird auf die lokalen Verteilungsnetze (z.B. 10 / 20 kV) abgespannt, und in Verbrauchernähe auf 400 V transformiert. Im Durchschnitt wird jede kWh transportierte elektrische Energie, die ein Verbraucher bezieht, **rund 4x umgespannt**. Die im Verbundnetz installierte Transformatorleistung beträgt rund das 4-fache der in allen Kraftwerksgeneratoren installierten Leistung, woraus **die wirtschaftliche Bedeutung der Transformatoren** auch für die Hersteller ersichtlich ist. Einphasen-Transformatoren an Bord von Lokomotiven und Triebzügen verringern die hohe Fahrdrachtspannung (*Deutschland*: 15 kV, 16.7 Hz) auf die geringere Fahrdrachtspannung (typisch unter 1 kV, Bild 1.3-1b). „Übertrager“, Transformatoren in der Nachrichtentechnik, sind für deutlich höhere Frequenzen als 50 / 60 Hz geeignet.

#### b) Gleichstrommaschinen:

- *Kleinmotoren* mit Permanentmagneterregung im Bereich von wenigen Watt bis einige 100 Watt Leistung: Hilfsantriebe im Kraftfahrzeug (Fensterheber, Spiegelverstellung, ...), Spielzeugmotoren (Modellbahn, Modellflug, ...), Konsumgüter (Videogeräte, HiFi-Anlagen, ...), feinmechanische Instrumente (Bild 1.3-1a), etc.
- *drehzahlveränderbare Antriebstechnik*: Einige hundert Watt bis mehrere Megawatt Maschinenleistung, zumeist in Kombination mit Stromrichtern: Drehzahlveränderbare Antriebe auf Grund der variablen Spannung durch den Stromrichter, daher vielfältiger Einsatz in Elektroautos und Gabelstaplern, als Antrieb in Kranen, Drahtziehmaschinen, Walzwerken, Papier- und Druckmaschinen, Extrudern, Kalandern, Prüfstandsgeneratoren, als U-Boot-Unterwasserantriebe, Straßenbahn-, U-Bahn-, Vollbahnantriebe, ...

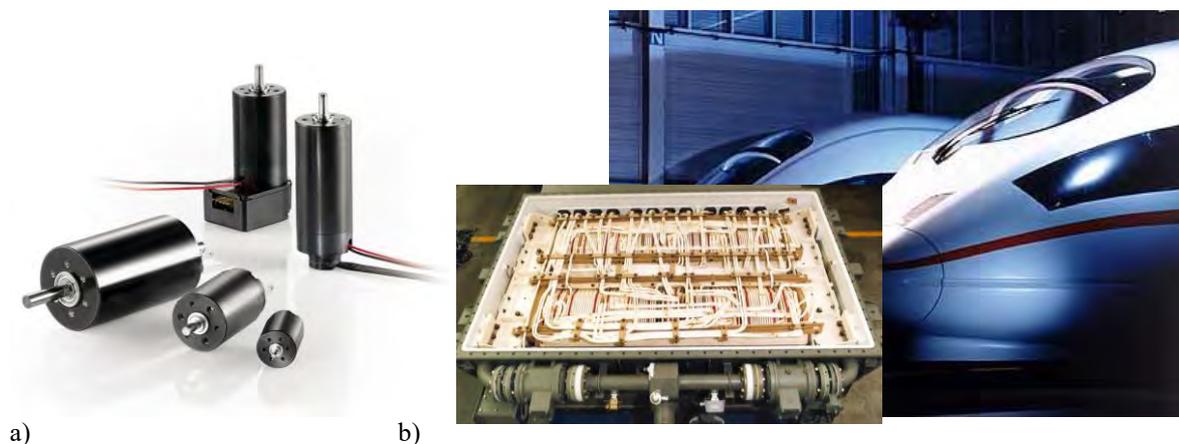


Bild 1.3-1: a) Gleichstrom-Kleinstmotoren für Präzisionsantriebe (*Faulhaber*), b) Einphasen-Traktions-Transformator (Unterflureinbau flach im Ölkessel) für den Hochgeschwindigkeitstriebzug ICE3 (*Siemens AG*)

#### c) Wechselstrommaschinen:

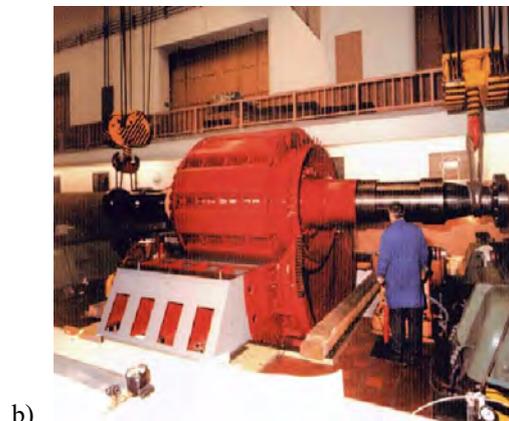
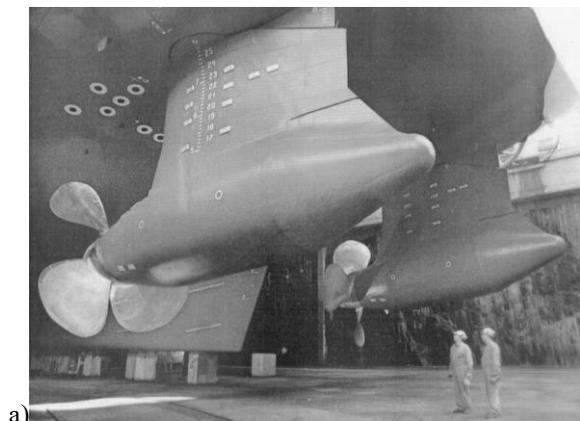
Diese Maschinen werden direkt am Einphasen-Wechselstromnetz betrieben.

- *Kleinmotoren*: wenige Watt bis einige hundert Watt bzw. einige kW:  
*Universalmotoren*: mit einfachem Stromrichter (Triac-Schaltung) als drehzahlveränderbarer Antrieb in einer Vielzahl von Haushaltsgeräten (Staubsauger, Mixer, Waschmaschinen, Elektrowerkzeugen wie Bohr- und Schleifmaschinen, Elektrorasenmäher, ...),  
*Einphasen-Asynchronmaschinen, Spaltpol-Asynchronmaschinen*: Konstantdrehzahlantrieb in Kleingeräten: Lüfterantrieb, Klimageräte, Haushaltspumpen, Waschmaschinen,...
- *Großmaschinen*: bis ca. 1.5 MW: nur als Einphasen-Reihenschluss-Kommutatormotor (= "überdimensionaler Universalmotor") bei Vollbahnen als Lokomotivantrieb älterer Bauart, der noch bei zahlreichen Bahngesellschaften im Betrieb ist.

#### d) Drehstrom-Maschinen:

##### d1) Synchronmaschinen:

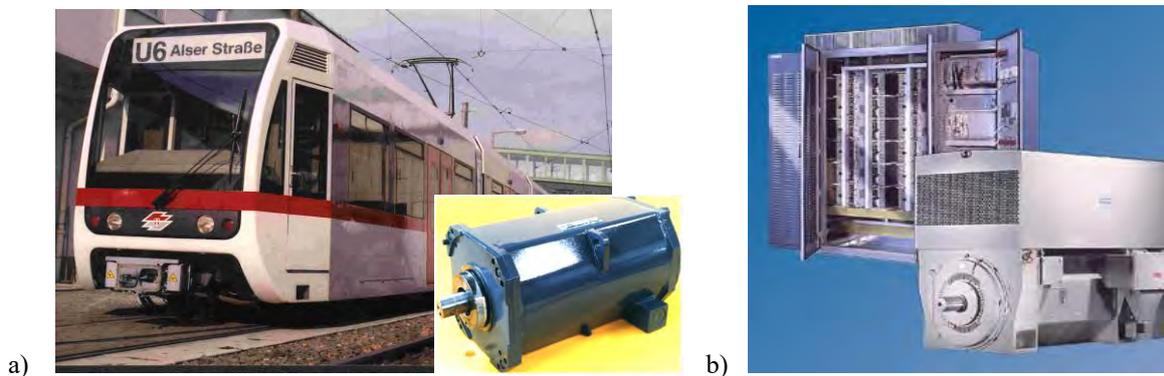
- *Kleinmotoren*: wenige Watt bis einige hundert Watt: Der Läufer ist permanentmagneterregt. Bei Netzspeisung ist die Drehzahl direkt der Netzfrequenz (z. B. 50 Hz oder 60 Hz) proportional: z. B. Synchronuhren (auch Einphasenspeisung). Mit einem Umrichter, der Spannungen variabler Frequenz erzeugt, entsteht ein drehzahlveränderbarer Motor („Elektronikmotor“). Einsatzgebiet in HiFi-Geräten (z.B. Antrieb im CD-Player, Tonbandkassettenantrieb) etc. Vorteil gegenüber Gleichstrom-Kleinmotor: keine Bürstenkontakte.
- *Industrieantrieb*:  
 Mit Permanentmagnetläufer und Umrichterspeisung von ca. 100 Watt bis einige kW („brushless DC-Antrieb“): als drehzahlveränderbarer Antrieb und Positionierantrieb (mit Positionslagegeber) in Werkzeugmaschinen, Elektroautos, Verpackungsmaschinen, Robotern, Spinnmaschinen, Textilfasererzeugung, ...  
 Mit Reluktanzläufer im gleichen Leistungsbereich ebenfalls eingesetzt (billiger, aber auch geringere Leistung bei gleicher Motorgröße).  
 Mit elektrischer Läufererregung und Umrichterspeisung als Großantrieb: ca. 1 MW...100 MW in Walzwerken (Ablösung der Gleichstromtechnik), Kompressor- und Großgebläseantriebe, elektrische Schiffsantriebe (Bild 1.3-2a), Rohrmühlen- und Drehofenantriebe, Bahnantriebe,...
- *Stromerzeuger*: Mit i. A. elektrisch erregtem Läufer als Synchrongeneratoren: von wenigen kW bis ca. 1800 MW (größte elektrische Maschinen überhaupt!): Notstromaggregate, Lichtmaschinen in Kraftfahrzeugen, Bordnetzgeneratoren in Schiffen und Flugzeugen, Kraftwerksgeneratoren (seltener in Kleinwasserkraftwerken und Windkraftanlagen, aber DER Generatortyp schlechthin in allen Kraftwerken ab ca. 1 MW Leistung mit Wasserturbinen-, Dampfturbinen- und Gasturbinenantrieb) (Bild 1.3-2b).



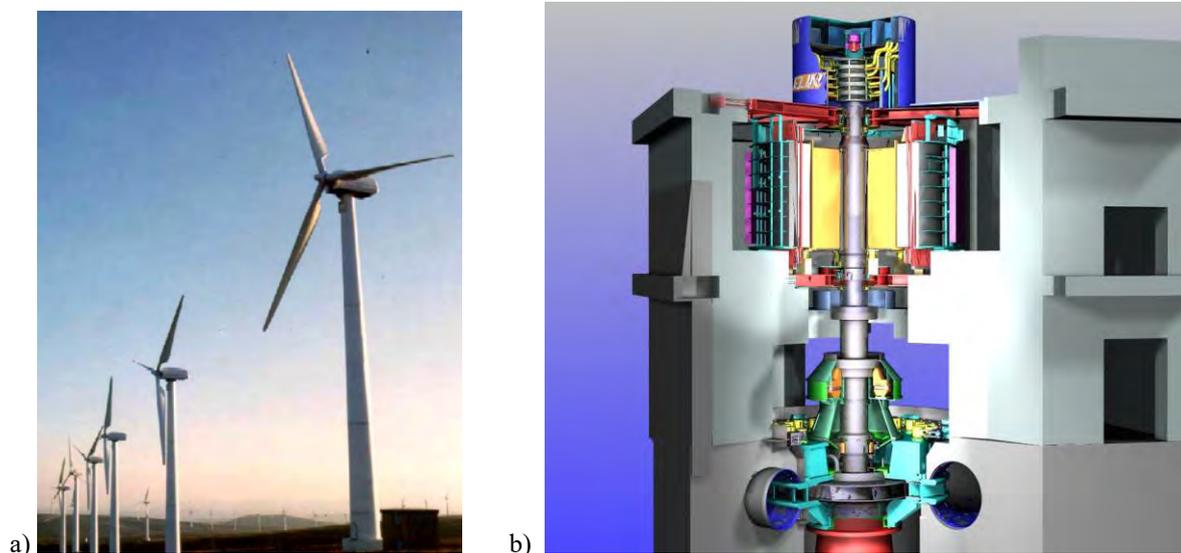
**Bild 1.3-2:** Synchronmaschinen: a) Elektrisch oder Permanentmagnet-erregte Synchronschiffspropellerantriebe, umrichtergespeist, 2 x 14 MW, 0 ... 150 /min, Kreuzfahrtschiff „Paradise“ (ABB; Helsinki, Finnland)  
 b) Kraftwerks-„Upgrading“ von 50 MVA auf 60 MVA: Einbau des 10-poligen Generatorläufers, Pumpspeicher-Kraftwerk Kaprun (Andritz Hydro, Österreich)

**d2) Asynchronmaschinen:**

- *Kleinmotoren:* seltener, hier dominiert die billigere Einphasen-Asynchronmaschine,
- *Industrieantrieb:* **DER Standard-Industriemotor** von wenigen hundert Watt bis ca. 30 MW. Vor allem im unteren und mittleren Leistungsbereich bis ca. 500 kW als "Norm-" und "Transnormmotor" mit herstellerunabhängig genormten Hauptabmessungen am weitesten verbreitet von allen elektrischen Motortypen. Am Drehstromnetz als Konstant-Drehzahl-Antrieb für Pumpen, Transportbänder, Sägen, Ventilatoren, usw., mit Umrichter als drehzahlveränderbarer Antrieb für Elektroautos, Extruder, Kalander, Aufzüge, Straßenbahn-, U-Bahn- und Vollbahnantriebe (Bild 1.3-3a), Krane, Prüfstände, Werkzeugmaschinen, aber auch als Großmaschine z. B. in Bahnumformerwerken, bei Kesselspeisepumpen und Saugzuggebläsen in Kraftwerken in vielfältigster Weise im Einsatz. Als drehzahlveränderbarer Antrieb (Bild 1.3-3b) verdrängt er den auf Grund seiner Bürsten wartungsintensiveren Gleichstromantrieb.



**Bild 1.3-3:** Asynchronmotoren: a) Wassergekühlte 100 kW-Fahrmotoren für die U-Bahn (Alu-Käfig-Läufer) (*Elin EBG Motoren GmbH, Österreich*), b) Umrichtergespeister Industriemotor, 1 MW, Kupferkäfig, aufgesetzter Luft-Luft-Kühler, dahinter: Umrichter (*Siemens AG*)



**Bild 1.3-4:** Asynchrongeneratoren: a) Windgeneratoren mit Getriebe für direkten Netzbetrieb (*Siemens AG*), b) Motorgenerator für das Pumpspeicherwerk *Goldisthal/Thüringen*, vertikale Welle (unten: Pump-Turbine) (*Andritz Hydro, Österreich*)

- *Stromerzeuger:* bis ca. 1 ... 3 MW. Bei Kleinwasserkraftanlagen und Windkraftanlagen (Bild 1.3-4a) billiger als der vergleichbare Synchrongenerator, aber er benötigt stets magnetisierende Blindleistung aus dem Netz, während der Synchrongenerator davon unabhängig ist. Ein Sonderprojekt für ca. 300 MW ist im Pumpspeicher-Kraftwerk

*Goldisthal/Thüringen* ebenfalls mit Asynchronmaschinen europaweit zum ersten Mal realisiert worden (Bild 1.3-4b).

#### 1.4 Bedeutung der elektrischen Energiewandler für unsere Gesellschaft

Der effiziente Bau und der verlustarme Betrieb moderner Energiewandler fußt nicht nur auf **der tiefen Kenntnis der elektromagnetischen Grundgesetze**, die bereits in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts bekannt waren, sondern auch auf dem **Fortschritt der Werkstofftechnologie, der Fertigungstechnik und des Maschinenbaus**, sowie auf dem vermehrten Einsatz ausgefeilter numerischer Berechnungsmethoden (z.B. mechanische Berechnungen, Magnetfeldberechnungen mit der Methode der Finiten Elemente), der durch **die moderne Computertechnologie** erst möglich ist. Die Wirkungsprinzipien elektrischer Energiewandler sind somit als **überliefertes Wissensgut** der Elektroingenieure der ersten Stunde anzusehen. Nahezu alle uns heute bekannten Wandlerprinzipien waren bereits zur Jahrhundertwende bekannt, so z. B. auch das Funktionsprinzip der Brennstoffzelle, der Batterien, der MHD-Wandler, etc. Ihr effizienter Einsatz ist jedoch nur durch das unermüdliche Bestreben, die Umsetzung dieser Wirkprinzipien zu verbessern und durch den Einsatz der **Leistungselektronik**, um den Energiewandlern neue Einsatzbereiche zu eröffnen, möglich geworden. Entwicklungen wie

- **Hochdrehzahlantriebe** (Bild 1.4-1a),
- **supraleitende Generatoren** (Bild 1.4-1b),
- **High-Speed-Magnetschwebbahnen** (Bild 1.4-2),
- **Erhöhung der Ausnutzung** der Wandler zwecks Volumenverringerung,
- Ersatz von verschleißbehafteten mechanischen Komponenten (z.B. Getriebe, Ventile) durch elektrische Antriebselemente (**Direktantriebe, Magnetlager**),
- **Erhöhung des Wirkungsgrads** zwecks Senkung der Kosten und Schonung der Umwelt,
- **Anpassung an das Optimum** des Prozesses durch Drehzahlveränderbarkeit (z.B. bei Pumpen und Schiffsantrieben: Ersatz von Festdrehzahlantrieben), wiederum verbunden mit deutlichen Wirkungsgradvorteilen, kennzeichnen diesen **Fortschritt**. Basis dazu sind der Elektromagnetismus und sein Zusammenwirken mit der Leistungselektronik, der Regelungs- und Automatisierungstechnik, der Mikroelektronik und Sensortechnik und den vielfältigen Anwendungen im Maschinenbau. Dieses Zusammenwirken wird unter dem Schlagwort **Mechatronik** zusammengefasst. Die Mechatronik ist eine große technische Herausforderung und weites Betätigungsfeld mit ungeahnten Möglichkeiten in vielen technischen Bereichen.

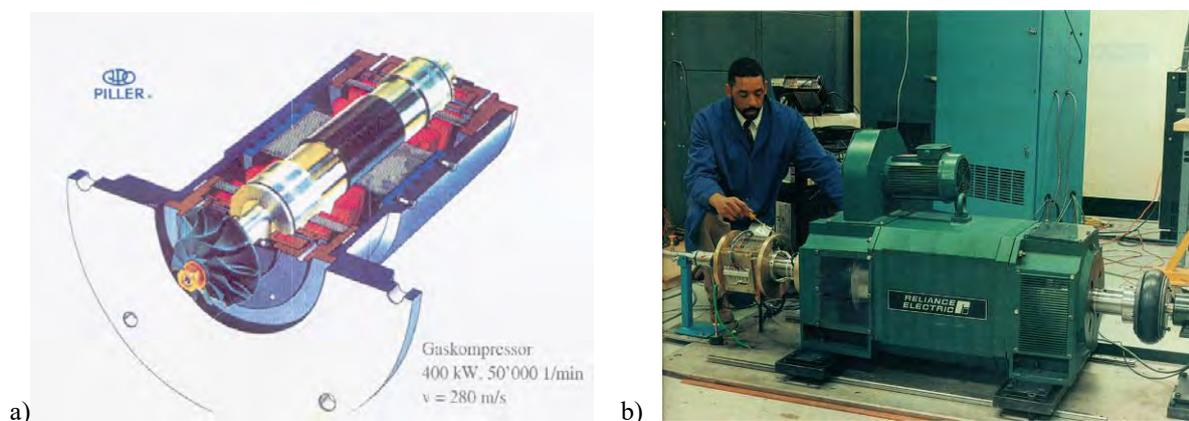
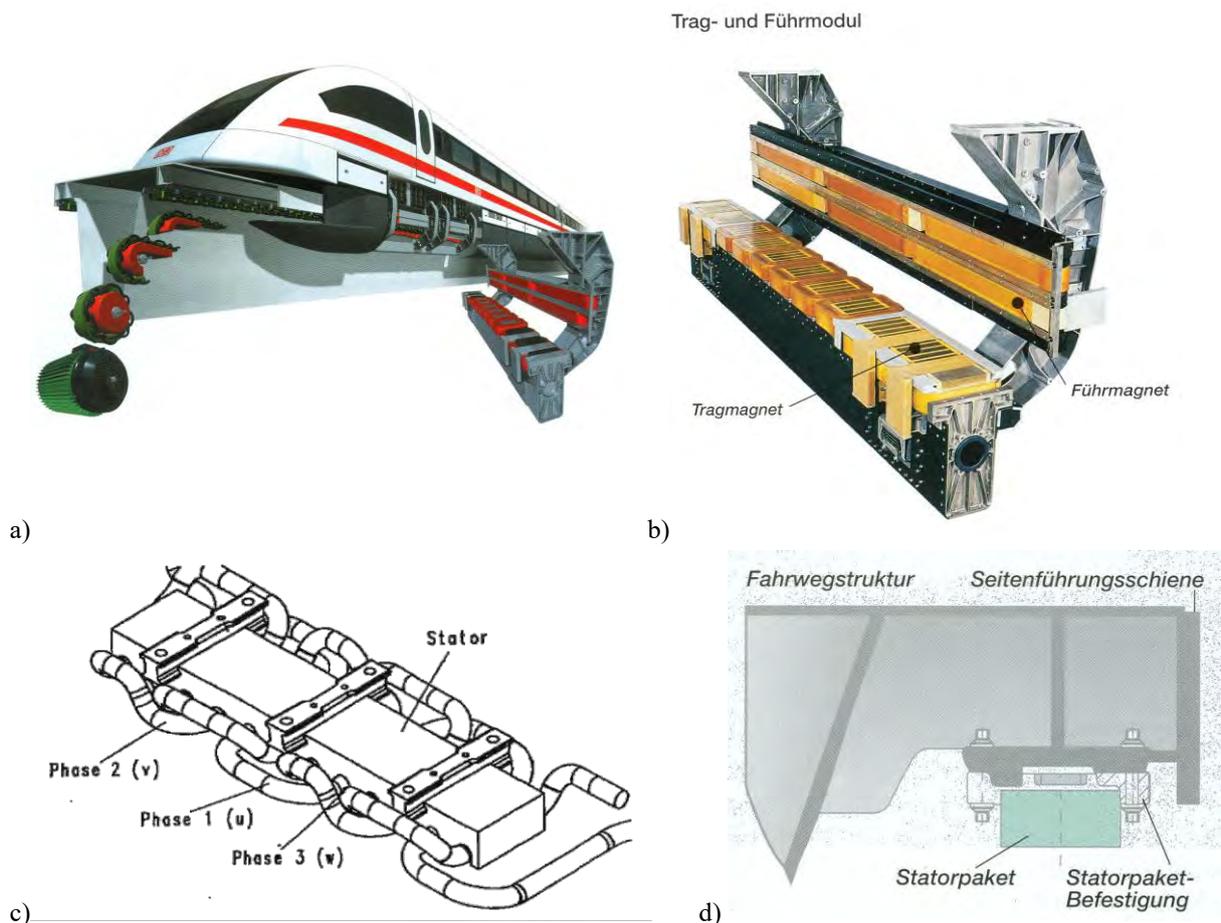


Bild 1.4-1: a) Magnetgelagerter 400 kW-Permanentmagnet-Synchronmotor mit Kohlefaserbandage zur Läufermagnetbefestigung bei 50000/min als Kompressorantrieb, vorne: Kompressorrad (*Piller, Osterode*), b) Vierpoliger Synchronmotor, Hochtemperatur-Supraleiterwicklung im Läufer, 150 kW, He-Gaskühlung, 30 K (*Reliance*)

Dank der ständigen Weiterentwicklung dieser Energiewandler als wesentliche Komponenten der elektrischen Energieerzeugung, -verteilung, aber auch Energieanwendung in der Industrie, in Gewerbe und Haushalt ist es uns möglich, die komfortable elektrische Energie nutzbringend für unsere Gesellschaft flächendeckend, kostengünstig, mit gleichbleibender Qualität und zu jeder Zeit gesichert zur Verfügung zu haben. Die Optimierung der Energiewandler hat auch die Nutzung **alternativer Energieumwandlungsprozesse** wie **Windenergie**, **Brennstoffzellen** erst möglich gemacht. Elektrische Energiewandler haben damit einen bedeutenden Anteil am hohen Niveau des Wohlstands unserer Gesellschaft.



**Bild 1.4-2:** Magnetisch schwebender Hochgeschwindigkeitszug TRANSRAPID 500 km/h: a) Synchron-Linear-Antriebsprinzip, entstanden gedacht aus einer abgewickelten Dreiphasenwicklung, b) Spulen des magnetischen Trag- und Führungssystems für das magnetische Schweben, c) Dreisträngige Einschicht-Langstator-Wellenwicklung u, v, w als Hochspannungskabelwicklung im Blechpaket (siehe Kap. 2), d) Querschnitt durch das rechte Langstator-Blechpaket unterhalb des Fahrwegs (*Thyssen Krupp*)

## 1.5 Typenvielfalt elektrischer Maschinen und Antriebe

Die rotierenden elektrischen Energiewandler, denen dieses Skriptum gewidmet ist, decken – sowohl als **Generatoren** als auch als **Motoren** - ein weites Spektrum der Bemessungsleistung von ca. **0.1 W ...  $10^9$  W** ab, wobei die unterschiedlichsten Bauarten und Wirkprinzipien zum Einsatz kommen.

### 1.5.1 Elektrische Motoren und Antriebe

**Elektrische Motoren** wandeln elektrische in mechanische Energie um. Unterschieden werden

- **Stationär**antriebe und
- **Fahrzeug**antriebe.

Elektrische **Fahrzeugantriebe** werden im Elektrokarren (z.B. batteriegespeiste Gabelstapler: typisch einige kW Antriebsleistung), dem Elektroauto (typisch 10 kW bis 100 kW), den Elektrolokomotiven (Fahrmotoren bis ca. 1.6 MW als Einzelachsantrieb), aber auch den dieselektrischen Loks und den Schiffsantrieben (je nach Schiffsgröße bis ca. 30 MW) benötigt.

**Stationär**antriebe sind im weiten Leistungsbereich von den Mikromotoren (Bruchteile von Watt), Minimotoren (z.B. Videokamera: mehrere Antriebe mit wenigen Watt als Antriebsleistung), dem weiten Feld der Kleinmotoren (typisch 10 W bis 1 kW, z.B. Haushaltsgeräte oder Gerätelüfterantriebe in Computern etc.), dem "unteren" und "mittleren" Leistungsbereich (1 kW bis 100 kW bzw. 100 kW bis 1 MW) als Industrieantriebe (Pumpen, Lüfter, Extruder, Werkzeugmaschinen, Aufzüge, ...) und den Großantrieben (1 MW bis ca. 100 MW als Kesselspeisepumpenantriebe in Kraftwerken, Verdichterantriebe bei Gaspipelines etc.) im Einsatz.

### 1.5.1.1 Mikromotoren

Die **Mikromotoren** bilden eine "Welt für sich" mit einer speziellen Technologie der Motorherstellung (z. B. Ätztechnologie) und gesonderten Wirkprinzipien (piezoelektrische, dielektrische, kapazitive und elektromagnetische Effekte). Die Anwendungsmöglichkeiten nehmen ständig zu (z. B. Medizintechnik: winzige "Bohreinheiten" zum invasiven Säubern altersbedingt durch Ablagerungen verengter Arterien im menschlichen Körper). Das Gebiet befindet sich in starker technischer und wirtschaftlicher Entwicklung.

### 1.5.1.2 Mini- und Kleinmotoren

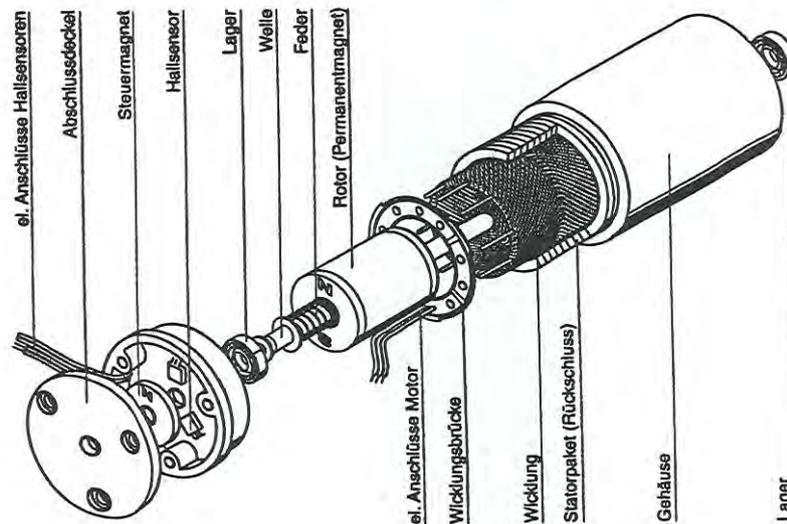
**Mini- und Kleinmotoren** sind durch die zunehmende "Zivilisierung" unserer Gesellschaft in einem großen Aufschwung. Die Stückzahlen steigen stetig. So werden z.B. von einem einzigen Hersteller 1 Million Minimotoren pro Tag (!) für den Einsatz in Videokameras hergestellt. Unser gesteigertes Bedürfnis nach Bequemlichkeit und Sicherheit hat auch in der Autoindustrie die massive Zunahme der Verwendung von Stellmotoren (früher: Scheibenwischermotoren, Lichtmaschine und Starter, nun auch Fensterheber, Spiegelversteller, Sitzversteller, Bremsaktuatoren, ...) ausgelöst. Das Wirkprinzip ist zwar ausschließlich elektromagnetisch, somit die Technologie – wie bei den größeren Maschinen auch – auf Kupfer, Eisen, Permanentmagneten und Isolierstoffen basierend, aber die Energiewandlung erfolgt in den unterschiedlichsten Wirkmechanismen.

Die Ausprägungen der Motoren reichen von den

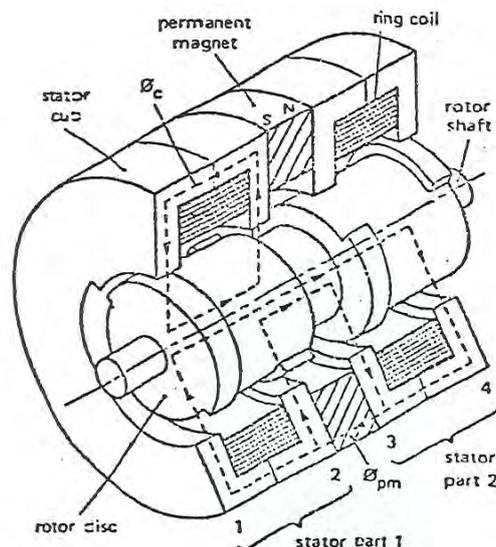
- **Kommutatormotoren** (wechselstrombetriebener Universalmotor, permanentmagnet-erregter Gleichstrommotor) über
- **Induktionsmaschinen** (als Einphasenmotoren z.B. Spaltpolmotor, einsträngiger Anwurfmotor, Zweiphasenmotor am Einphasennetz als "Kondensatormotor", aber auch als kleiner Drehstrommotor),
- **Synchronmaschinen** (Reluktanzmotor, Elektronikmotor Bild 1.5.1.2-1, Hysteresismotor, Permanentmagnet-Synchronmotor) bis hin zu den
- **Schrittmotoren** (Reluktanzschrittmotoren, Permanentmagnet-Schrittmotoren, Hybridschrittmotoren, Bild 1.5.1.2-2).

Auch bei der **Bauweise** besteht bunte "**Artenvielfalt**": Innen- und Außenläufer, Glockenläufer, Zylinder- und Scheibenläufer mit entsprechender radialer, axialer oder toroidaler Flussführung bestehen nebeneinander gleichberechtigt. Bei den vergleichsweise kleinen Leistungen und hohen Stückzahlen wird auf kostengünstigstes Design geachtet. Die

geringe Betriebsstundenzahl im "Leben" eines Kleinmotors und die geringe Leistung pro Motor erlauben es, den Wirkungsgrad der Energieumwandlung und somit die Betriebskosten den Herstellkosten unterzuordnen. Dies ist erforderlich, da der Kostendruck bei Massenkonsumgütern wie den Kleinmotoren enorm ist. Daher werden Energiewandlungsprinzipien angewendet wie z.B. das energetisch ungünstige **Spaltpolmotorprinzip**, weil der Motor dann konstruktiv sehr einfach und damit sehr billig in der Herstellung wird.



**Bild 1.5.1.2-1:** Elektronisch kommutierter **Synchronmotor** (zweipolig) mit permanentmagneterregtem Läufer und „Luftspaltwicklung“ im Stator. Die Motorleistung liegt im Watt-Bereich. Die Wicklung liegt nicht in Nuten, sondern ist direkt an die Ständer-Innenoberfläche geklebt. Die Hallensoren messen die Läuferlage und steuern einen Umrichter zur lagerichtigen Bestromung der Ständerwicklung. Motoren dieser Art wurden als Radantriebe für das Mars-Fahrzeug *SOJOURNER* verwendet (Quelle: *MAXXON*).



**Bild 1.5.1.2-2:** **Hybrid-Schrittmotor** (Prinzipdarstellung), ausgeführt als Homopolarmaschine. Hybridausführung heißt, dass das Drehmoment aus einem Reluktanzanteil (Zahn-Nut im Läufer) und einem Permanentmagnetanteil (Ringmagnet im Ständer, Fluss  $\Phi_{pm}$ ) zusammengesetzt ist. Zur Vereinfachung ist nur ein Zahn im Läufer und Ständer (jeweils je Scheibe 1 bis 4) dargestellt. Wird Phase 1 (Ringspule im Ständerteil 1) erregt (Fluss  $\Phi_c$ ), wird der Permanentmagnetfluss in Scheibe 1 verstärkt und in 2 geschwächt. Der Rotor „rastet“ Zahn auf Zahn in Scheibe 1. Bei Umpolung wird in Scheibe 2 das Feld verstärkt und in 1 geschwächt; der Rotor „rastet“ in die neue Zahn-Zahn-Stellung der Scheibe 2 (= ein Schritt ist ausgeführt). Weitere Phasen (hier Ständerhälfte 2) und feinere Zahnung verringern die Schrittweite je Schrittschritt. „Homopolar“ heißt, dass Scheiben 1 bis 4 stets nur ein Feld einer Polarität „sehen“: Scheibe 1, 2: N-Pol, 3, 4: S-Pol (Quelle: *Philips*)

Beispiel 1.5.1.2-1:

Nutzungsdauer eines Kleinantriebs: Staubsaugermotor: 10 Jahre Lebensdauer, Nutzung 1-mal/Woche 3 Stunden: gesamte Betriebsstunden:  $10 \times 52 \times 3 = 1560$  Stunden.

Beispiel 1.5.1.2-2:

Kostendruck bei Massenfertigung: Wenn 10 Euro-Cent je Motor an Herstellkostenkosten gespart werden, so ist das bei 10000 gefertigten Motoren pro Tag bereits eine Kostenersparnis von 1000,-Euro.

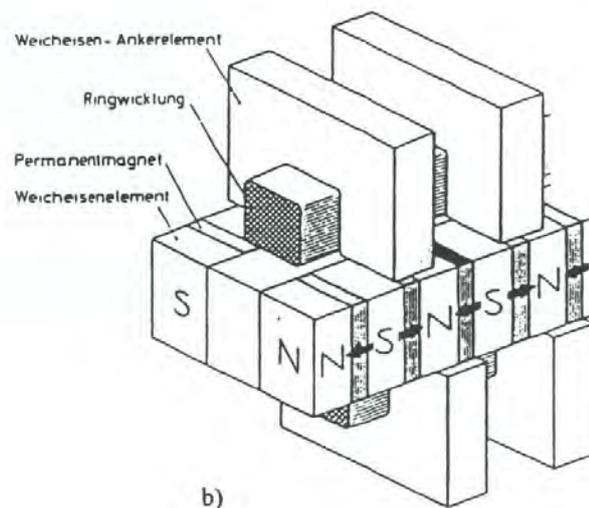
**1.5.1.3 Industrieantriebe, Mittelmaschinen**

Im "**unteren**" und "**mittleren**" Leistungsbereich wird die Artenvielfalt bereits deutlich kleiner. Energietechnische Überlegungen, aber auch Ansprüche an die "Performance" des Antriebs wie guter Rundlauf (= gleichmäßiges Drehen ohne Rucken), hohe Dynamik (hohes Verhältnis Drehmoment/Trägheitsmoment für rasches Beschleunigen), hohes Leistungsgewicht (Leistung je Motormasse) etc. treten in den Vordergrund. **Bis ca. 50 kW** Bemessungsleistung werden verwendet:

- Netz- und umrichter gespeisten **Asynchronmaschinen** in Drehstromtechnik. Einphasenmaschinen werden wegen des schlechteren Wirkungsgrads nur bis ca. 5 kW gebaut.
- Permanentmagneterregte **Synchronmaschinen** mit Polradlagegebersteuerung ("Synchronservomotor" Bild 1.5.1.3-1a, auch "Brushless-DC" genannt, entspricht dem "Elektronikmotor" der Kleinmaschinen), Synchron-Reluktanzmaschinen,
- Neuere (noch seltene) Sonderformen sind Switched-Reluctance-Maschinen Bild 1.5.1.3-2 (der große Bruder des Reluktanz-Schrittmotors, aber mit Polradlagegeber), und der hochpolige **Transversalflussmotor** (Bild 1.5.1.3-1b),
- Permanentmagneterregte und elektrisch erregte **Gleichstrommotoren**.



a)



b)

Bild 1.5.1.3-1: a) Hochpoliger permanentmagneterregter **Synchronmotor** als Kurbelwellen-Starter und Hilfsantrieb für „Mild Hybrid“-Automobile (Schnittmodell) in Außenläufer-Bauweise. Polradlageabhängig (Läufer-Lagegeber!) wird das Ständerfeld über einen Umrichter weiter geschaltet und „zieht“ den Permanentmagnetläufer synchron mit. Die Ständerwicklung liegt hier innen und ist als Zahnspulenwicklung ausgeführt (siehe Vorlesung „Motor development for electrical drive systems“), (Quelle: *Fichtel & Sachs*). b) Das Funktionsprinzip von a) in **Transversalflussbauweise** nach Prof. *WEH*/Braunschweig in linear abgewickelter Darstellung: Ein Strang, bestehend aus zwei z.B. in Serie geschaltete Ringwicklungen, die ober- und unterhalb des Permanentmagnetläufers angeordnet sind, ist mit dem zugehörigen Läufer teil zu sehen. Die Läufer-Magnete sind in *Flusskonzentrationsbauweise* zur Felderhöhung im Luftspalt angeordnet. Eine hohe Polzahl ist auch bei kleiner Polteilung möglich, da keine Nuten vorhanden sind. Der Fluss verläuft quer (*transversal!*) zur Bewegungsrichtung. Die Maschine hat eine hohes Drehmoment/Volumen (Quelle: *Prof. Weh*).

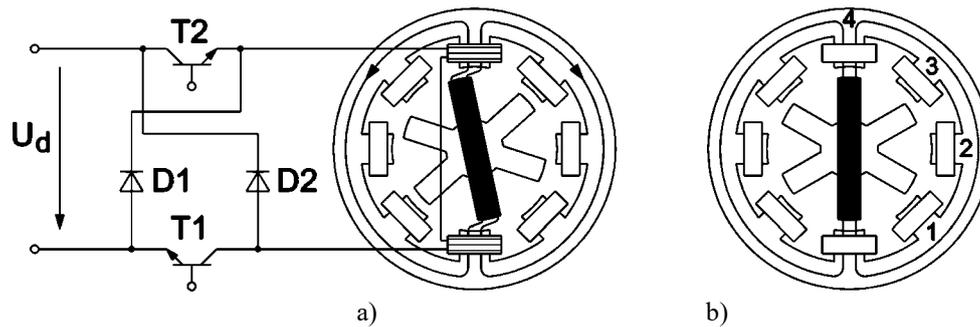


Bild 1.5.1.3-2: Zweipolige, viersträngige **Switched-Reluctance-Maschine** (Stränge 1 bis 4): Es wird über einen Wechselrichter (bestehend aus zwei Transistoren T1, T2 und zwei Freilaufdioden D1, D2) der Strom aus einem Gleichspannungskreis  $U_d$  in einzelne Stränge (hier: Strang 4) gespeist. Da die Läuferzähnezahl geringer ist als die des Ständers, bewegt sich der Läufer auf Grund des magnetischen Zugs der Feldlinien von der Stellung (a) nach (b). In Stellung (b) wird der Strom im Strang 4 abgeschaltet und der Vorgang mit Strang 1, dann 2 und 3 usw. wiederholt, so dass der Läufer weiter dreht.

Trotzdem wird der weitaus größte Anteil der Antriebe von der **Asynchronmaschine** abgedeckt und davon wieder gut 90% durch die netzgespeiste Variante, wobei die sogenannte "**Normmotor**"-Ausführung als oberflächengekühlte Maschine mit Rippengehäuse und Wellenlüfter sowie genormten Hauptabmessungen (Achshöhe, Wellenende, Passfeder) und genormter Leistung-Achshöhen-Zuordnung dominiert. Die Dominanz des Normmotors wird sich nur langsam z.B. zugunsten der permanentmagneterregten Synchronmaschine oder anderer Typen verändern, da der Käfigläufer-Asynchronmotor robust, kostengünstig und dank seiner Normung leicht austauschbar ist.

Jenseits der **100 kW-Grenze bis ca. 1 MW** finden wir in der Regel nur noch

- die Drehstrom-Asynchronmaschine (zumeist Käfigläufer, aber fallweise auch Schleifringläufer) und
- die elektrisch erregte Gleichstrommaschine.

Synchronmotoren in diesem Leistungsbereich sind wegen der höheren Kosten selten. Allen diesen Antrieben ist gemeinsam, dass sie zumeist am **Niederspannungsnetz** (Nennspannung maximal 1000 V) betrieben werden.

#### 1.5.1.4 Großantriebe

Bei den **Großantrieben** ist man gezwungen, wegen der mit der Leistung anwachsenden Stromstärke und daher anwachsenden Kupferquerschnitte auf Mittelspannung überzugehen. Nennspannungen wie 3.15 kV, 6.3 kV, 10.5 kV werden verwendet. Bis zu **30 kV** sind zur Zeit technisch sinnvoll möglich. Das Problem bei elektrischen Maschinen ist ja, dass der auf Hochspannungspotential befindliche Kupferleiter z.B. in einer Statornut in unmittelbarer Nachbarschaft des auf Erdpotential befindlichen Eisenblechpakets liegt. Feststoff-Isolierungen müssen die wenige Millimeter bis Zentimeter lange Distanz sicher isolieren. Das Isolationsproblem ist somit ganz anders gelagert als bei z.B. ölisolierten Transformatoren oder luftisolierten Freileitungen. Es ähnelt mehr dem Kabelisoliationsproblem. So werden z. Zt. auch elektrische Maschinen mit Kabelwicklungen ausgeführt („**Powerformer**“), so dass die Nennspannung auf z.B. 60 ... 100 kV erhöht werden und ein Maschinentransformator entfallen kann.

Bei **Großantrieben** finden wir den robusten **Asynchronmotor**, nun hauptsächlich als umrichter gespeisten Antrieb mit Strom- oder Spannungszwischenkreisumrichter bis zu typisch 10 bis 20 MW, wobei sich die Leistungsgrenze ständig nach oben schiebt. Bei **Gleichstrommaschinen** begrenzt der fliehkraftempfindliche und überschlagsgefährdete Kommutator die Drehzahl, die Spannung und damit die Leistung, so dass große

Gleichstrommaschinen bis typisch maximal 10 MW gebaut werden und zunehmende von stromrichter-gespeisten **elektrisch erregten Synchronmaschinen** abgelöst werden. Diese "**Stromrichtermotoren**" werden z.B. in der Bauart "*Turboläufer*" mit massivem Läufer aus vergütetem Stahl bis zu 100 MW Bemessungsleistung gebaut (Bild 1.5.1.4-1b). Typische Werte sind ca. 10 MW bis 30 MW. Bei langsam laufenden *Direktantriebe* entfällt das Getriebe (Bild 1.5.1.4-1a); der Motor in Schenkelpolbauweise muss dafür ein großes Drehmoment bei kleiner Drehzahl liefern. Hochdrehende Verdichter- oder Pumpenantriebe ohne Getriebe fahren mit Drehzahlen von typisch 3000/min bis 9000/min.

Beispiel 1.5.1.4-1:

Langsam laufender Direktantrieb: Drehzahlbereich 5 ... 10 ... 20/min, Drehmoment bis ca. 5 Millionen Nm (!) für Rohrmühlen oder Zement-Drehofen-Antriebe (Bild 1.5.1.4-1a).

Beispiel 1.5.1.4-2:

Vergleich der Beanspruchung von Klein- und Großantrieb:

	Staubsauger: Gebläsemotor	Raffinerie: Rohgas-Kompressor
Motortyp	Universalmotor	Synchron-Vollpol-Motor
Bemessungsleistung	1500 W	17 MW = 17 000 000 W
Max. Drehzahl	40 000 /min	6060 /min
Rotor-Umfangsgeschwindigkeit	100 m/s	200 m/s
Lebensdauer	10 Jahre, 1x/Woche je 3 h	25 Jahre, 24 h-Betrieb
Betriebsstundenzahl	1500 h	220 000 h

Während bei einem Staubsaugerantrieb (Universalmotor) 40000/min bei 1.5 kW als "hochdrehend" gelten, sind bei einem Großantrieb mit 20 MW Leistung bereits 6000/min eine technische Herausforderung. Der Antrieb muss der mechanischen Beanspruchung nicht nur ca. 1500 Stunden, sondern typisch 200 000 Stunden (ca. 25 Jahre "non-stop"-Betrieb) standhalten. Weiter sind auf Grund der großen Abmessungen die mechanischen Spannungen an der Grenze des vom Werkstoff verkräftbaren Grenzwerts dimensioniert.

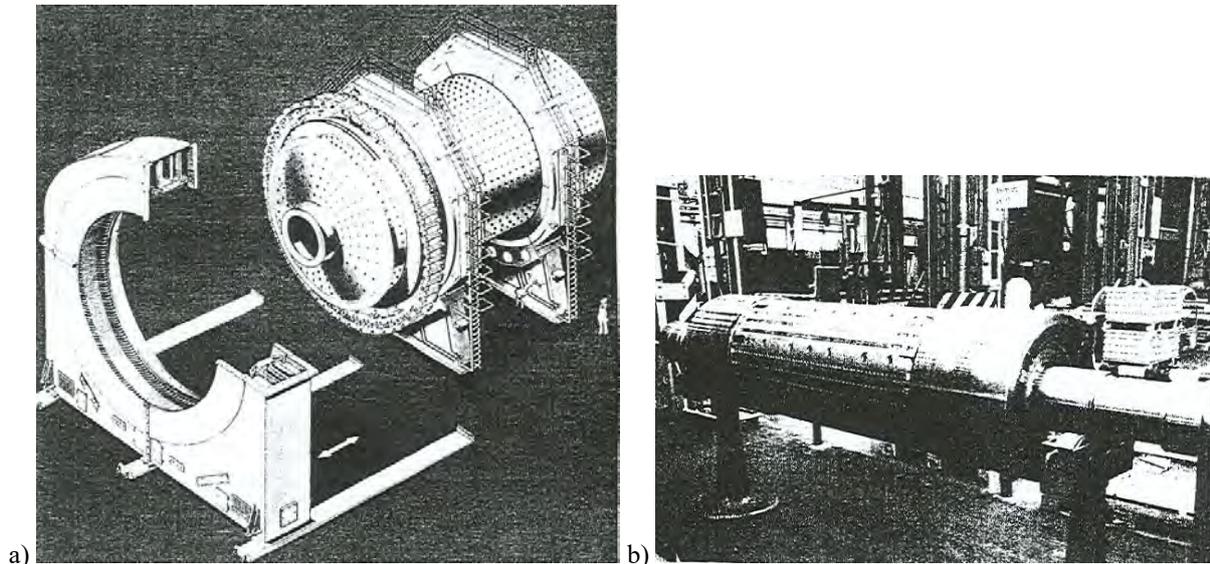


Bild 1.5.1.4-1: Synchron-Direktantriebe (ohne Getriebe): a) Ringmotor zum Antrieben eines Zement-Drehofens, b) Turboläufer eines rasch drehenden Verdichterantriebs (Quelle: Siemens AG)

**Fazit:**

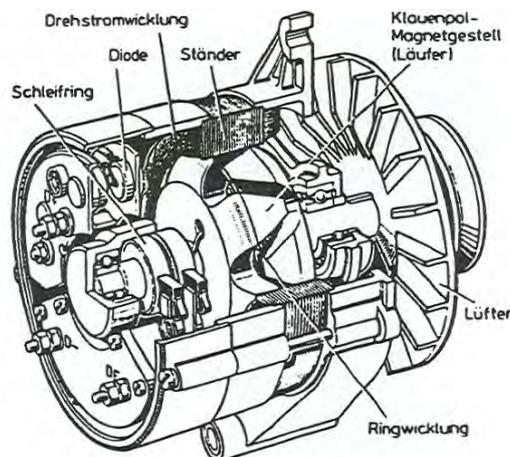
*Großantriebe sind wesentlich höher beansprucht als Kleinantriebe. Sie bedürfen daher einer sorgfältigen Auslegung, hochgenauen Fertigung (Einzelfertigung!) und besonderen Wartung (on-line Monitoring z. B. der Lager- und Wicklungstemperaturen).*

## 1.5.2 Elektrische Generatoren

Natürlich sind die in 1.5.1 besprochenen Motoren fähig, als Generatoren zu arbeiten, wobei sie mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln, z. B. beim *generatorischen Bremsen*. Sie sind aber vom Kunden überwiegend als antreibendes Organ gedacht und dafür gekauft worden. Anders ist das bei den nun zu besprechenden Generatoren. Ihr Hauptzweck ist die elektromechanische Wandlung von mechanischer in elektrische Energie. Auch sie überspannen einen weiten Leistungsbereich und erreichen nach oben hin deutlich höhere Einheitsleistungen (Leistung je Maschineneinheit), nämlich bis zu 2000 MW.

### a) Generatoren mit kleiner Leistung:

Bei den **kleinen Leistungen** im kW-Bereich dominiert der Bordnetzgenerator ("Lichtmaschine"), der im Kfz-Bereich als **Klauenpol-Synchronmaschine** (*LUNDELL-Maschine*, Bild 1.5.2-1) mit geregelter elektrischer Erregung des Läufers im Einsatz ist. Zwar kostengünstig und daher für die Massenproduktion geeignet, ist der Wirkungsgrad auf Grund der Bauweise mit massivem Polrad und hohem Läuferstreufeld mit ca. 70% niedrig.



**Bild 1.5.2-1: Klauenpol-Lichtmaschine:** Der Läufer (Polrad) besteht aus zwei Klauenhälften und einer dazwischen liegenden Ringspule, die über Schleifringe mit Gleichstrom (Feldstrom) erregt wird. Das Magnetfeld schließt sich über die beiden Klauenhälften, so dass die Klauen der einen Hälfte die N-Pole und die der anderen Hälfte die S-Pole bilden. Der drehende Rotor induziert in der Drehstromwicklung des Ständers ein Drehspannungssystem, das über Dioden zur Speisung der Fahrzeugbatterie und der Verbraucher gleichgerichtet wird. Der Feldstrom wird davon abgezweigt (Quelle: *Bosch*).

### b) Generatoren mittlerer Leistung:

Im **unteren und mittleren Leistungsbereich** (10 kW bis ca. 1 MW) sind elektrisch erregte **Synchronmaschinen** in Schenkelpol- und Vollpolbauweise mit überwiegend rotierenden Erregersätzen im Einsatz. Weiter sind **Asynchrongeneratoren** in Verwendung, die ihre Magnetisierungs-Blindleistung aus dem Netz oder – im Inselbetrieb – aus einer parallel geschalteten Kondensatorbank beziehen. Anwendungen sind *Kleinwasserkraftwerke* mit einem Getriebe zwischen langsam laufender Wasserturbine und rasch drehendem, niederpoligem Generator, *Windkraftwerke* (zumeist mit Getriebe, und bei 1 ... 8 MW als doppeltgespeiste Schleifringläufer-Ausführung) und *Diesel-Notstromaggregate*.

### c) Großgeneratoren:

Die eigentliche Bedeutung der Synchronmaschine ist ihre Rolle als DER Großstromerzeuger. Im **oberen Leistungsbereich** ab 1 MW beherrscht sie unangefochten den Markt. Ihre einzigartige Fähigkeit, je nach Erregungsgrad des Polrads kapazitive oder induktive Blindleistung dem Netz zur Verfügung zu stellen, macht sie vor allem auf Grund des überwiegend induktiven Blindleistungsbedarfs des Netzes unentbehrlich. Daher wird nicht die Wirkleistung, sondern die Bemessungs-Scheinleistung (z.B. 30 MVA) als Typenwert der

Synchronmaschine angegeben. Wegen der hohen Leistungen sind Hochspannungsausführungen bis ca. 30 kV erforderlich. Es lassen sich die Großgenerator-Einsatzfälle als **Wasserkraftgeneratoren** und **Dampf- und Gasturbinen-betriebene Turbogeneratoren** klassifizieren (siehe Kap. 8).

#### Beispiel 1.5.2-1:

Bemessungsleistung eines Generators: Wirkleistung der Turbine:  $P = 24 \text{ MW}$ , geforderter  $\cos\varphi = 0.8$  (induktiv)  $\Rightarrow$  Bemessungsscheinleistung:  $S = P / \cos\varphi = \underline{30 \text{ MVA}}$

### 1.5.3 Von der Zeit überholte Maschinenkonzepte

Die Typenvielfalt elektrischer Maschinen und Antriebe ist natürlich viel reichhaltiger, als es diese knappe Zusammenfassung wiederzugeben vermag. Viele der Sonderbauformen sind aber nur in Nischenanwendungen vorhanden oder teilweise gänzlich verschwunden, weil ihre technischen und wirtschaftlichen Nachteile ihre Vorteile bei weitem überwogen. So ist der **Repulsionsmotor**, eine Sonderbauform eines wechselstromgespeisten Kommutatormotors, ebenso verschwunden wie z.B. der **Querfeldschweißgenerator** von **ROSENBERG**, die **Dreileiter-Maschine**, die **Amplidyne**, der **Rototrol**-Antrieb, der **PESTARINI**-Antrieb und die Erregermaschine mit Isthmuspolen. Mit dem Zeitalter der Umrichterspeisung haben diese Energiewandler seit ca. 30 Jahren völlig an Bedeutung verloren. Fallweise wird die **Unipolarmaschine** (Bild 1.5.3-1), eine kommutatorlose Gleichstrommaschine, bei der Gleichstrom auch in den Ankerleitern fließt, heute noch verwendet und hat im Zusammenhang mit elektrischen Raketenantrieben und militärischen Anwendungen (**electric gun**) eine gewisse Renaissance.

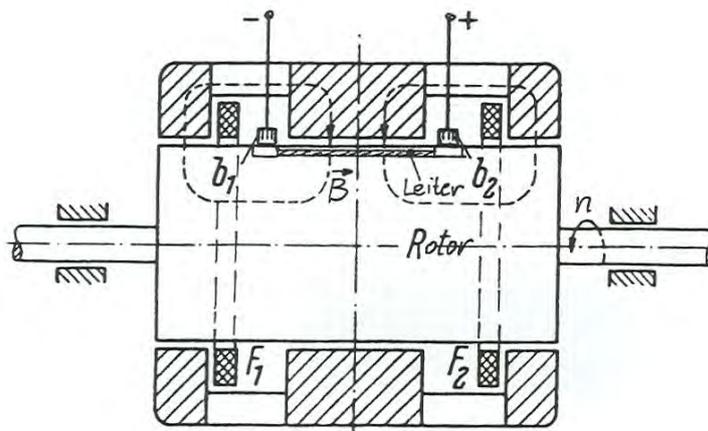


Bild 1.5.3-1: Längsschnitt (schematisch) durch eine **Unipolarmaschine**: Die Feldspulen  $F_1$ ,  $F_2$  (Ringspulen) erregen ein Gleichfeld, das im Bereich der Ankerleiter (Rotorleiter) nur mit einer Polarität (hier: N-Pol) im Luftspalt auftritt (**unipolar!**). Folglich wird in den Rotorleitern, die alle parallel geschaltet sind, eine Gleichspannung induziert, die klein ist, da sie nur von je einem Leiter stammt. Über Schleifringe und Bürsten  $b_1$ ,  $b_2$  wird diese kleine Spannung und – wegen der Parallelschaltung – ein großer Strom abgegriffen. Der magnetische Rückschluss erfolgt außerhalb des Ankerleiterbereichs (Quelle: *Bödefeld/Sequenz, Elektrische Maschinen, Springer-Verlag*).

Weiters sind **ständer- und läufergespeiste Drehstrom-Nebenschlussmaschinen** noch fallweise im Einsatz und werden von einzelnen Spezialfirmen noch gefertigt, erstere mit Leistungen bis zu typisch 500 kW, letztere bis ca. 50 kW. Diese Kommutatormaschinen mit verstellbaren Bürstenlinealen und einer Drehfeldwicklung im Ständer erlauben selbst bei Betrieb am starren Drehstromnetz einen energetisch günstigen drehzahlvariablen Betrieb ohne jeglichen Umrichtereinsatz. Allerdings ist durch das Fehlen von Wendepolen die

Kommutierung der Läuferströme unter den Bürsten kritisch und der Wartungsaufwand (Bürstentausch!) entsprechend hoch.

Ebenso sind **Mittelfrequenzgeneratoren** als Synchron-Gleichpolmaschinen in Hetero- und Homopolarbauweise (*SCHMIDT-LORENZ*-Maschine (Bild 1.5.3-2a), *ARCO*-Maschine (Bild 1.5.3-2b), *GUY*- oder Schwingfeld-Maschine) weitgehend verschwunden. Mittelfrequenzen im Bereich mehrerer kHz werden heute einfacher mit Umrichtern erzeugt. Allerdings hat die Homopolarmaschine der Bauart nach *ARCO* auf Grund des wicklungslosen, massiven Läufers eine Sonderanwendung als robuster Läufer für hohe Drehzahlen (z.B. Antrieb für **Schwungmassenspeicher**). *Homopolar* bedeutet, dass am Maschinenumfang nur Nord- oder Südpole auftreten. Daher besteht die Homopolarmaschine – axial gesehen – aus zwei Maschinenhälften.

*Heteropolar* bezeichnet im Gegensatz dazu die herkömmliche Bauweise mit Magnetpolen abwechselnder Polarität N-S-N-S ... am Maschinenumfang.

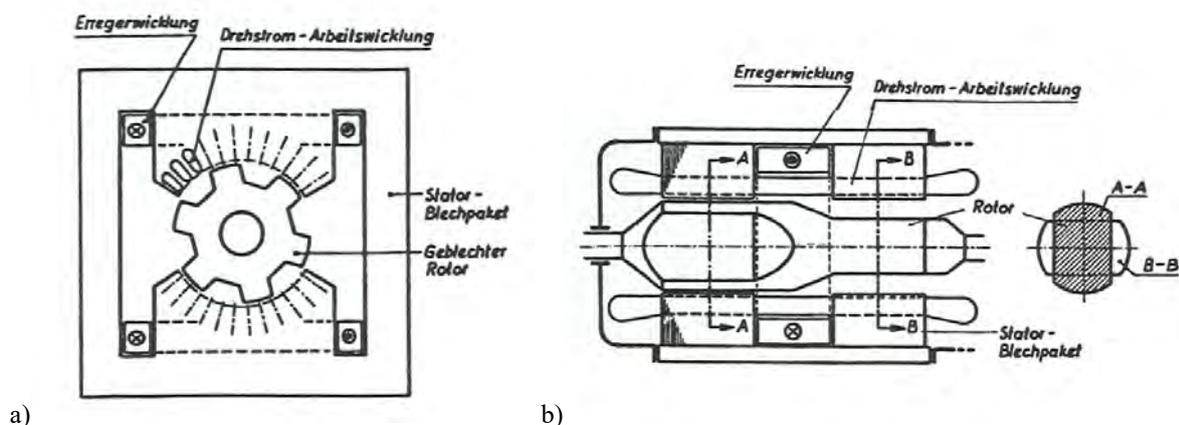


Bild 1.5.3-2: Gleichpolmaschinen:

a) Axialer Schnitt einer zwölfpoligen **Heteropolarmaschine** nach *SCHMIDT-LORENZ*: Die Erregerwicklung erzeugt ein Gleichfeld im Luftspalt, das in die obere Läuferhälfte als N-Pol eintritt und an der unteren Läuferhälfte als S-Pol austritt (**Heteropolarfeld**). Es wird durch den gezahnten Läufer mit Läuferzahn-Frequenz moduliert, so dass dem Erreger-Gleichfeld ein pulsierendes Wechselfeld überlagert ist, das in der Drehstromarbeitswicklung ein Drehspannungssystem mit Läuferzahn-Frequenz als Mittelfrequenz induziert (z.B.  $n = 9000/\text{min}$ ,  $f = Q_r \cdot n = 6(9000/60\text{s}) = 900 \text{ Hz}$ ). Das Luftspaltfeld z. B. in der oberen Läuferhälfte ist im Läufer-Zahnbereich höher als im benachbarten Nutbereich, hat aber dieselbe Polarität, daher der Name „*Gleichpol*“-Maschine. Der Läufer dreht im Gleichfeld und wird somit mit Drehfrequenz ummagnetisiert. Zur Unterdrückung von Wirbelströmen muss er geblecht ausgeführt werden.

b) Längsschnitt einer vierpoligen **Homopolarmaschine** nach *ARCO*: Die Ringerregerspule erzeugt in den beiden axialen Maschinenhälften jeweils einen unipolaren Fluss (**Homopolarfeld**), der durch die Läuferzahnung (hier:  $Q_r = 2$ ) moduliert wird und in der Drehstromarbeitswicklung ein Drehspannungssystem mit Läuferzahnfrequenz induziert. Läufernut- und Zahnabschnitte sind in den beiden Maschinenhälften getauscht, um die Phasenumkehr der induzierten Spannung der beiden Maschinenhälften (1. Hälfte: N-Homopolarfeld, 2. Hälfte: S-Homopolarfeld) aufzuheben. Der Läufer „sieht“ keine Feldänderung und kann daher massiv ausgeführt werden, was einen robusten Antrieb für höchste Drehzahlen ermöglicht (Quelle: *Kleinrath, Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen, Springer-Verlag*).

## 1.6 Prinzipien der elektromagnetischen Kraftbildung

Elektromechanische Energiewandlung findet bei elektrischen Maschinen im unteren Frequenzbereich bis einige zig kHz statt, so dass der u. a. für die elektromagnetische Wellenausbreitung (z. B. bei Antennen) verantwortliche Elektromagnetismus für die Energiewandlung vereinfacht als getrenntes elektrisches und magnetisches System betrachtet werden kann, also Wellenausbreitungsphänomene für die elektromechanische

Energiewandlung nicht relevant sind. Die Kraftbildung im magnetischen Teilsystem findet statt

a) als Kraft  $F$  auf im magnetischen Feld (Flussdichte  $B(t)$ ) bewegte elektrische Ladungen  $q$  (als elektrische Stromstärke  $i(t)$ ) auf Grund der in metallischen Leitern bewegten elektrischen negativen Elementarladungen  $q = -e$ ):

$$\vec{F}(t) = i(t) \cdot (\vec{l} \times \vec{B}(t)) \quad . \quad (1.6-1)$$

In (1.6-1) ist angenommen, dass die magnetische Flussdichte über dem Leiterabschnitt  $l$  räumlich konstant ist, sich aber mit der Zeit  $t$  ändern kann. Ausgedrückt mit der Geschwindigkeit  $v$  für eine am Ort  $\vec{x}$  bewegte elektrische Ladung  $q$  lautet die Kraft  $F$  auf  $q$ :

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = q \cdot (\vec{v}(\vec{x}, t) \times \vec{B}(\vec{x}, t)) \quad . \quad (1.6-2)$$

b) als Kraft  $F$  auf im magnetischen Feld der magnetischen Flussdichte  $B(t)$  magnetisierte Körper mit dem Volumen  $V$ , wobei die Kraftdichte  $f$  in (1.6-3) als Kraft/Volumen von  $B$ , von der Werkstoffbeschaffenheit des Körpers (Para-, Dia-, Ferro-, Ferri-, Antiferromagnetikum) und damit auch vom Ortsvektor  $\vec{x}$  und von der Zeit  $t$  abhängt:

$$\vec{F}(t) = \int_V \vec{f}(\vec{B}, \vec{x}, t) \cdot dV \quad . \quad (1.6-3)$$

Da die unterschiedlichen Phänomene der Magnetisierbarkeit (hier der festen Körper) auf die lokalen magnetischen Momente („Elementarmagnete“ als Dipole, Quadropole und Momente höherer Ordnung) der Atomkerne (Kernmomente), der Elektronen auf ihren Orbitalen im Atom (Bahnmomente) und der Elektronen selbst (Spinmomente) im Kristallgitter zurückzuführen sind, lässt sich (1.6-3) grundsätzlich als Wirkung von im Kristallgitter bewegten elektrischen Ladungen (z. B. in den Atomkernen) verstehen und ist somit auf (1.6-2) zurückführbar, allerdings nicht in elementarer Form. Vielmehr wirken hier die lokalen Gesetze der Quantenelektrodynamik, so dass makroskopisch die Kraft auf magnetisierbare Körper (1.6-3) als zweite „magnetische Grundkraft“ neben der Kraft auf bewegte elektrische Ladungen (1.6-2) steht.

Die Kraftbildung im elektrischen Teilsystem findet statt

a) als Kraft  $F$  auf im elektrischen Feld mit der elektrischen Flussdichte  $D(t) = \epsilon_0 E(t)$  bzw. der elektrischen Feldstärke  $E(t)$  ruhende oder bewegte elektrische Ladungen  $q$  (Coulomb-Kraft):

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = q \cdot \vec{E}(\vec{x}, t) \quad . \quad (1.6-4)$$

b) als Kraft  $F$  auf im elektrischen Feld der elektrischen Flussdichte  $D(t)$  polarisierte Körper mit dem Volumen  $V$ , wobei die Kraftdichte  $f$  (Kraft/Volumen) von  $D$ , von der Werkstoffbeschaffenheit des Körpers (unterschiedliche Arten von polarisierbaren Körpern wie z. B. Ferroelektrika) und damit auch vom Ortsvektor  $\vec{x}$  und von der Zeit  $t$  abhängt:

$$\vec{F}(t) = \int_V \vec{f}(\vec{D}, \vec{x}, t) \cdot dV \quad . \quad (1.6-5)$$

Da die unterschiedlichen Phänomene der Polarisierbarkeit auf die lokalen elektrischen Momente (Monopole, Dipole, Quadropole und elektrische Momente höherer Ordnung) der

Atome z. B. bei Festkörpern im Kristallgitter, der Moleküle in Fluiden etc. zurückzuführen sind, lässt sich (1.6-5) grundsätzlich auf (1.6-4) zurückführen, allerdings i. A. nicht in elementarer Form. Vielmehr wirken hier die lokalen Gesetze der Quantenelektrodynamik, so dass makroskopisch die Kraft auf polarisierbare Körper (1.6-5) als zweite „elektrische Grundkraft“ neben der *Coulomb*-Kraft auf elektrische Ladungen (1.6-4) steht. Die Kombination aus (1.6-2) und (1.6-4) ist als Formel (1.6-6) gegenüber Koordinatentransformationen zueinander auch nahezu mit Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$  schnell bewegter Bezugssysteme (Koordinatensysteme), also gegenüber der *Lorentz*-Transformation der speziellen Relativitätstheorie invariant, wenn Masse, Zeit, Ort, Geschwindigkeit, elektrische Ladung, magnetische Flussdichte und elektrische Feldstärke gemäß den Gesetzen der *Lorentz*-Transformation korrekt transformiert werden und heißt deshalb *Lorentz*-Kraft. Wir verwenden den Begriff *Lorentz*-Kraft im Folgenden auch für  $E \approx 0$ , also für den Ausdruck (1.6-1) bzw. (1.6-2).

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = q \cdot (\vec{v}(\vec{x}, t) \times \vec{B}(\vec{x}, t) + \vec{E}(\vec{x}, t)) \quad (1.6-6)$$

Für die elektromechanische Energiewandlung sind die Kräfte (1.6-4), (1.6-5) (außer bei Mikromotoren) meist zu gering, um technisch nutzbar zu sein. Deshalb sind für die elektromechanische Energiewandlung im Folgenden nur die Kräfte (1.6-1) bzw. (1.6-2) und (1.6-3) von Bedeutung. Dabei werden bei E-Maschinen zur Verringerung des Magnetisierungsbedarfs bei der Erzeugung magnetischer Felder (siehe Kapitel 2) ferromagnetische Materialien verwendet. Von den drei ferromagnetischen Elementen Fe, Ni, Co wird aus Kostengründen in der Regel Eisen (Ferrum Fe) verwendet. Die Erregung magnetischer Felder erfolgt dabei wahlweise über

- elektrische Leiterströme oder über
- Permanentmagnete (die ihrerseits – wie oben erwähnt – ihren remanenten Magnetismus durch die „Elementarströme“ bewegter elektrischer Ladungen in den Atomen des Kristallgitters aufrecht erhalten).

Dabei heißt die von elektrischen Leiterströmen erregte magnetische Feldgröße die magnetische Feldstärke  $H$ . Die in den magnetisierbaren Körpern auftretende magnetische Polarisation  $J_M$  (auch: Magnetisierung  $M = J_M/\mu_0$  genannt) tritt als Wirkung der Magnetisierbarkeit eines Werkstoffs

a) remanent in den Dauermagneten auf oder

b) existiert in den ideal weichmagnetischen Ferromagnetika nur bei von außen eingepprägtem  $H$ .

Während in unmagnetisierbaren Körpern (z. B. Vakuum, idealisiert: Luft, Holz, ..., wenn der Paramagnetismus vernachlässigt wird)  $J_M = 0$  ist und somit die magnetische Flussdichte (magnetische Induktion)  $B = \mu_0 H$  ist, ist in magnetisierbaren Werkstoffen

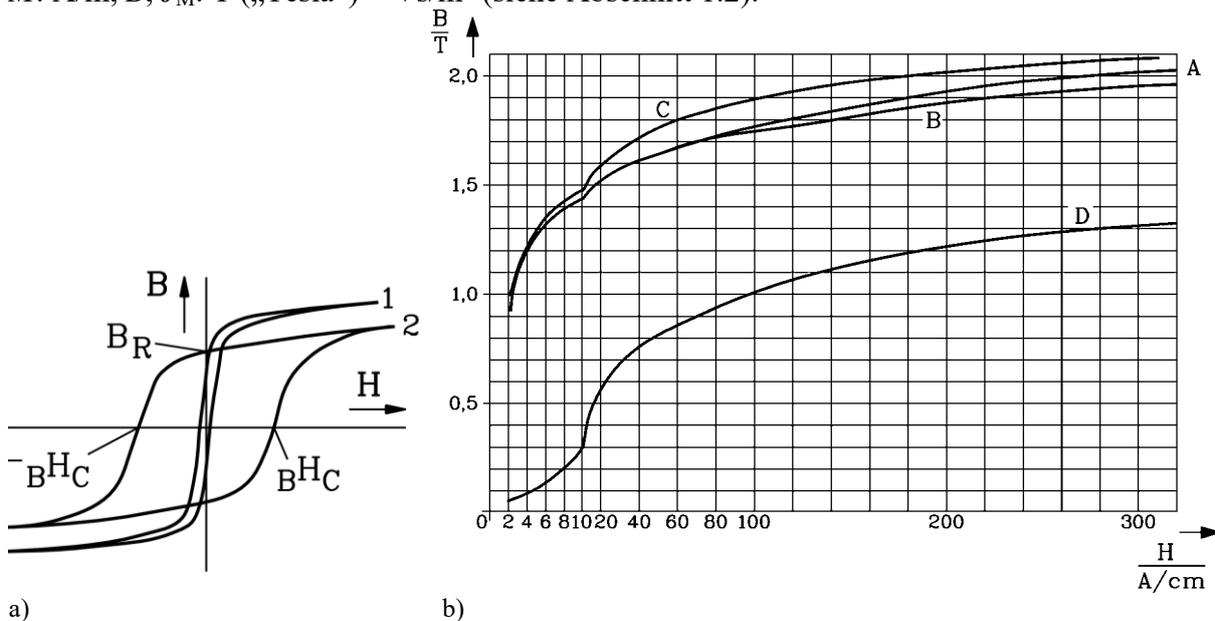
$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{x}, t) + \vec{J}_M(\vec{H}, \vec{x}, t) \quad (1.6-7)$$

und im Sonderfall isotroper magnetisierbarer Werkstoffe

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot \vec{H}(\vec{x}, t) \quad , \quad (1.6-8)$$

wobei  $\mu_r(H)$  bzw.  $\mu_r(B)$  die relative Permeabilität ist. So ist in ferromagnetisierbaren Werkstoffen (z. B. Eisen unterhalb dessen *Curie*-Temperatur)  $J_M(H)$  mit i. A. nichtlinearem Zusammenhang von  $H$  abhängig, da ab einer gewissen Sättigungsfeldstärke  $H_s$  die magnetische Polarisation  $J_{M, \max}$  nicht mehr zunimmt;  $\mu_r(B)$  sinkt also von einem großen

Wert (etwa 5000 ... 7000) auf den Wert 1. In E-Maschinen wird die magnetische Flussdichte  $B$  über solche weichmagnetischen Eisenteile geführt, wobei die Sättigungsgrenze i. A. nicht überschritten werden soll ( $B < 1.7$  T, Bild 1.6-1a, Kurve 1 und Bild 1.6-1b), um den Strom  $i$  zur Erregung von  $H$  zu begrenzen. Soll nach dem Abschalten von  $H$  die Polarisation  $J_M$  erhalten bleiben (Remanenz  $B_R = J_M(H = 0) = J_R$ ), ist ein hysteretischer Werkstoff zu verwenden der  $B(H)$ -Zusammenhang wird durch eine Hystereseschleife dargestellt (Bild 1.6-1a). Hysteretisches Material kommt als Dauermagnetmaterial zum Einsatz (z. B. als AlNiCo-, NdFeB- oder SmCo-Magnete auf der Basis von Ferromagnetika, Bild 1.6-1a, Kurve 2, oder als Ba- oder Sr-Ferrit auf der Basis von Ferrimagnetika). Man beachte die SI-Einheiten von  $H$ ,  $M$ : A/m,  $B$ ,  $J_M$ : T („Tesla“) = Vs/m<sup>2</sup> (siehe Abschnitt 1.2).



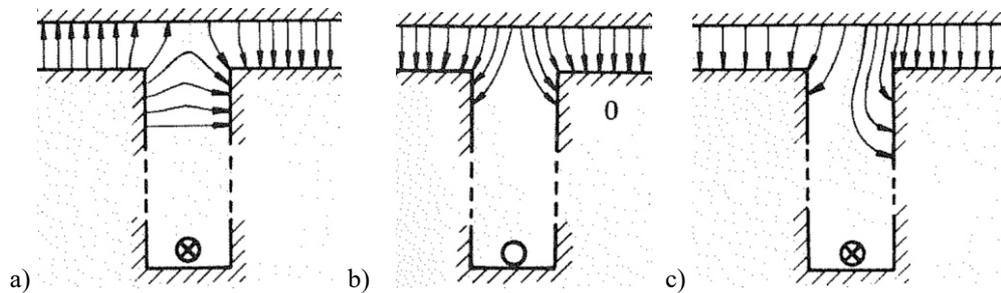
**Bild 1.6-1:** a)  $B(H)$ -Hystereseschleife ferromagnetischer Materialien bei 20°C: 1: Stahlblech, weichmagnetisch = schmale Schleife, 2: AlNiCo-Dauermagnet, hartmagnetisch = breite Schleife, b)  $B(H)$ -Kurven zu a), Kurve 1: C: unsiliziertes Stahlblech, A/B: siliziertes Stahlblech (Dynamoblech) mit 1.5%/3% Siliziumanteil, D: Gusseisen. Die schmale Hystereseschleife ist nicht dargestellt, sondern der Mittelwert beider Kurvenäste.

**Fazit:**

Bei elektrischen Maschinen beruht die Kraftbildung (außer bei Mikroaktoren/-motoren) auf der magnetischen Lorentz-Kraft und der Kraft auf magnetisierbare Werkstoffe. Dabei wird zur Führung der magnetischen Flussdichte weichmagnetisches (nichtremanentes) Eisen verwendet, das unterhalb seiner Sättigungsgrenze magnetisch ausgenützt wird. Die Erzeugung des Magnetfelds erfolgt dabei entweder über elektrisch durchflossene Leiter oder über Permanentmagnete.

Bei elektrischen Maschinen liegen die elektrischen Leiter häufig in Nuten eines Eisenkörpers (Stator oder Rotor, siehe Kapitel 2), um besser fixiert zu werden (Bild 1.6-2a). Das Eigenfeld  $B_e$  des mit dem Strom  $I$  durchflossenen Nutenleiters schließt sich quer über die Nut als  $B_{eQ}$  und links und rechts von der Nut über den Luftspalt und den gegenüberliegenden Eisenteil als  $B_{e\delta}$  (rechts) bzw. als  $-B_{e\delta}$  (links). Ein Fremdfeld (Bild 1.6-2b) fließt links und rechts des stromlosen Nutenleiters vorbei durch das gut magnetisierbare Eisen, so dass es am Ort des Leiters nur einen sehr kleinen Wert  $B_f$  hat, der sehr viel kleiner ist als sein Wert im Luftspalt  $B_{f\delta}$  im Luftspalt links und rechts der Nut (geringe bzw. hohe Feldliniendichte). Das resultierende Feld  $B_{res}$  in Bild 1.6-2c zeigt, dass die tangential nach links auf den Leiter wirkende Lorentz-Kraft gemäß (1.6-1)  $F_2 = I \cdot l \cdot B_f$  klein ist, da  $B_f$  klein ist. Gleichzeitig wirkt aber auf die rechte Nutflanke nun ein deutlich größeres Magnetfeld in tangentialer

Richtung als auf die linke Nutflanke, so dass die gemäß (1.6-3) wirkende resultierende Kraft  $F_1$  auf den genutzten magnetisierten Eisenkörper nach links wirkt und deutlich größer als die Lorentz-Kraft  $F_2$  ist. Im Luftspalt tritt links von der Nut nun  $B_{f\delta} - B_{e\delta}$  und rechts  $B_{f\delta} + B_{e\delta}$  auf.



**Bild 1.6-2:**

Ein elektrischer Leiter liegt in einer Nut eines Körpers (z. B. Rotor) aus in einem weichmagnetisch magnetisierbaren Material ( $\mu \gg \mu_0$ ). Gegenüber (auf der anderen Seite des „Luftspalts“) liegt ein ungenutzter weichmagnetisch magnetisierbarer Körper (z. B. Stator)

a) Magnetisches Eigenfeld  $B_e$  des stromdurchflossenen Nutenleiters, b) Ein Fremdfeld  $B$  (z.B. erzeugt im Stator) tritt wegen der guten Magnetisierbarkeit des Rotors an den beiden Seiten der Nut vorbei am stromlosen Leiter, so dass es am Ort des Leiters nur einen sehr kleinen Wert  $B_f$  hat. c) Resultierende Flussdichte  $B_{res}$  aus Fall a) und b) eines stromdurchflossenen Leiters im Fremdfeld (Quelle: Kleinrath, H.: Grundlagen elektrischer Maschinen, Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden, 1975)

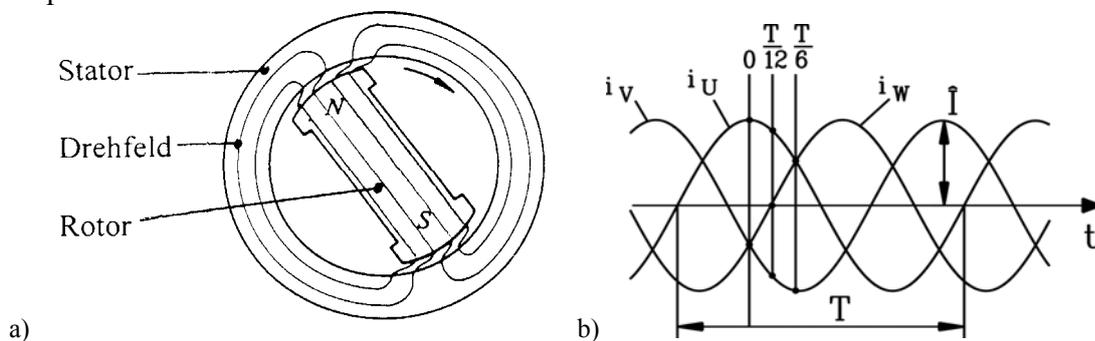
Man kann zeigen, dass die resultierende Tangentialkraft  $F = F_1 + F_2$  identisch ist mit jener Lorentz-Kraft auf den Leiter mit dem Strom  $I$ , wenn dieser Leiter an der Oberfläche eines ungenutzten Rotors im Fremdfeld des Stators mit dem Wert  $B_{f\delta}$  liegt:  $F = I \cdot l \cdot B_{f\delta}$ . Es wird daher im Folgenden stets die Tangentialkraft auf die Nutenleiter so berechnet, als wären diese an der Oberfläche eines ungenutzten Eisenkörpers (bei sonst gleichem Luftspalt und Luftspaltfeld) fixiert. Der reale Einfluss der Nutung bei der Berechnung der Kraftbildung wird somit im Folgenden vernachlässigt. Neben der Tangentialkraft wirkt auf die gegenüberliegenden Eisenflächen von Stator und Rotor durch das Luftspaltfeld für alle drei Fälle a) ... c) in Bild 1.6-2 eine anziehende Normalkraft. Dieser magnetische Zug hebt sich bei rotierenden Maschinen i. A. als resultierende Kraft auf, da diese Kraft radial am gesamten Umfang eines kreiszylindrischen Rotors auftritt, und somit immer zwei entgegengesetzte Kraftkomponenten wirken. Bei LinearMotoren mit einseitiger Leiteranordnung tritt diese Kraft als einseitiger magnetischer Zug, berechenbar mit (1.6-3), auf und beträgt oft das Zehnfache der Tangentialkraft. Er muss durch eine entsprechend kräftige mechanische Lagerung abgestützt werden.

### **Fazit:**

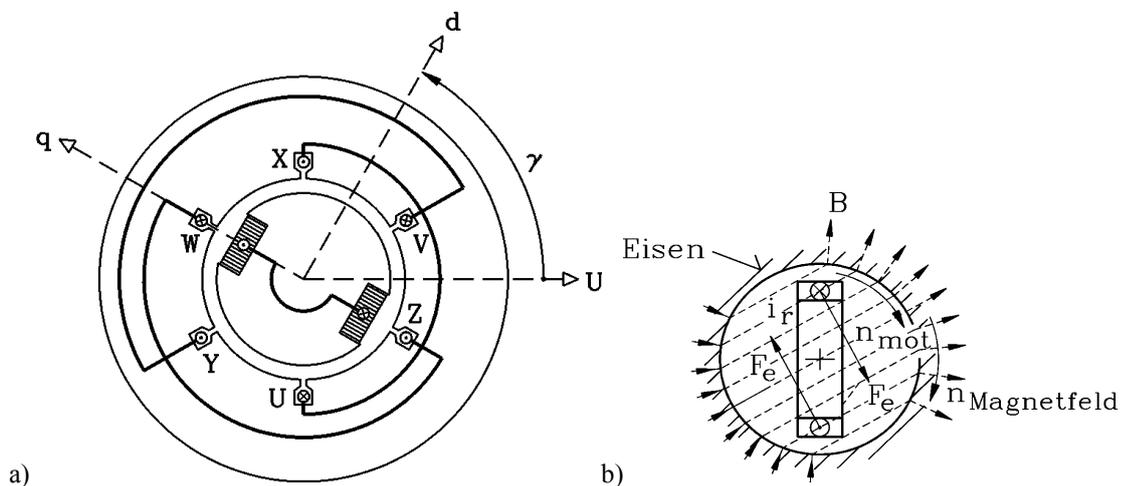
*Bei elektrischen Maschinen liegen die elektrischen Leiter meist in Nuten. Die auf sie wirkende Tangentialkraft ist überwiegend die Magnetkraft auf die magnetisierten Nutflanken und nur zum geringen Teil die Lorentz-Kraft auf den Leiter selbst. Bei rotierenden E-Maschinen hebt sich die radial wirkende Magnetkraftkomponente als Summenkraft auf Rotor bzw. Stator auf, bei einseitig aufgebauten LinearMotoren nicht und muss dann entsprechend abgestützt werden.*

2. Drehfelder in elektrischen Maschinen

Ein wesentlicher Teil der rotierenden elektrischen Energiewandler sind **Drehfeldmaschinen**, bei denen die elektromagnetische Energiewandlung von mechanischer in elektromagnetische Energie (Generator) und umgekehrt (Motor) über rotierende Magnetfelder erfolgt. Die Hauptvertreter der Drehfeldmaschinen sind **Synchron- und Asynchronmaschinen** (Bild 2-1a), die einen überragenden Anteil an der Erzeugung elektrischer Energie und an der modernen Antriebstechnik haben. Prinzipiell ist jedes rotierende magnetische Feld ein Drehfeld, also auch das Magnetfeld eines rotierenden Permanent-Hufeisenmagneten oder der gebündelte Magnetstrahl eines Pulsars (rasch rotierender Neutronenstern). Hier ist aber das rotierende Magnetfeld im Luftspalt zwischen Stator (Ständer) und Rotor (Läufer) einer elektrischen Maschine gemeint, das mit einem System, über ein Drehstromsystem (Bild 2-1b) bestromter, aber **ruhender** Spulen, die in den Nuten des Statorblechpakets untergebracht sind, erzeugt wird. Realisierung und mathematische Analyse des Drehfelds werden in diesem Kapitel behandelt.



**Bild 2-1:** a) Zweipoliges Synchronmaschinenprinzip: Ein im Stator erregtes rotierendes Magnetfeld zieht einen frei drehbaren Stabmagneten (Rotor) im Rechtslauf mit. b) Drehstromsystem  $i_U(t)$ ,  $i_V(t)$ ,  $i_W(t)$  mit der Phasenfolge U, W, V, mit der Amplitude  $\hat{I}$  und der Frequenz  $f = 1/T$



**Bild 2-2:** Zweipoliges Drehfeld: a) Synchronmaschinenprinzip mit elektrisch erregtem Läufer, b) Asynchronmaschinenprinzip, Drehfeld im Rechtslauf

Das Prinzip der Drehfeldwicklung zeigt Bild 2-2a: Drei Wicklungsstränge U-X, V-Y, W-Z (im einfachsten Fall drei Spulen in jeweils zwei Statornuten) sind am Luftspaltumfang bei einer zweipoligen Maschine (Polzahl  $2p = 2$ ) um je ein Drittel des Luftspaltumfangs räumlich versetzt angeordnet (im Bild im Uhrzeigersinn mit der Folge U-W-V) und werden von drei zeitlich um je ein Drittel der Schwingungsperiode  $T$  versetzten Wechselströmen mit gleicher Amplitude  $\hat{I}$  (Effektivwert  $I = \hat{I} / \sqrt{2}$ ) und Frequenz  $f = 1/T$  (Drehstromsystem, Bild 2-1b)

gespeist. Wie in Bild 2.3-1 gezeigt wird, erregen diese Ströme ein mit der Drehzahl  $n_{\text{syn}} = f/p$  rotierendes magnetisches Drehfeld. Bei zeitlicher Stromphasenfolge U-W-V (Bild 2-1b) und räumlicher Spulenfolge U-W-V (im Uhrzeigersinn gezählt, Bild 2-2a) oder Stromfolge U-V-W und Spulenfolge U-V-W dreht das Feld nach rechts (= im Uhrzeigersinn, „Rechtsdrehung“, mathematisch negativer Drehsinn), bei Tausch zweier Phasenströme oder zweier Spulenanschlüsse (z. B. V mit W) nach links. Eine Maschine mit einer vom Wellenende vorne gesehen im Uhrzeigersinn drehender Welle befindet sich im Rechtslauf. Dieses Drehfeld zieht bei der **Synchronmaschine** im Motorbetrieb (Bild 2-2a) über die in 1.6 besprochene Magnetkraft einen zweipolig erregten Magnetläufer (Rotor) gleich schnell („synchron“) mit, so dass dessen Drehzahl (Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde)  $n = n_{\text{syn}}$  ist (Details: Kap. 8 und 9). Bei der (zweipoligen) **Asynchronmaschine** (Bild 2-2b) ist der Stator mit der Drehfeldwicklung identisch wie in Bild 2-2a und deshalb in Bild 2-2b nicht dargestellt. Der Läufer besteht im einfachsten Fall aus einer kurzgeschlossenen Leiterschleife, die zunächst still steht. Das drehende Ständerdrehfeld ist mit dieser Kurzschlusschleife verkettet und ändert auf Grund seiner Drehung seine Flussverkettung. Dadurch wird eine elektrische Spannung in der Leiterschleife induziert, die einen (Kurzschluss-)Strom in der Leiterschleife treibt. Die *Lorentz-Kraft*  $F_e$  aus Stator magnetfeld und Läuferstrom tritt je Spulenseite auf und bildet daher ein Kräftepaar, das als Drehmoment  $M$  den Läufer antreibt (Motorbetrieb). Allerdings dreht die Läuferchleife immer etwas langsamer („asynchron“) als das Drehfeld ( $n < n_{\text{syn}}$ ), damit weiterhin die Läuferchleifen-Flussverkettung sich ändert und damit weiterhin eine Läuferspannung, ein Läuferstrom und damit ein Drehmoment auftreten. Bei  $n = n_{\text{syn}}$  wäre  $M_e = 0$ , und der Läufer würde durch die unvermeidliche Reibung wieder auf  $n < n_{\text{syn}}$  abgebremst (Details siehe Kap. 5 und 6). Bei beiden Maschinentypen ist somit das Prinzip der Drehmomenterzeugung gleich: Magnetische *Lorentz-Tangentialkräfte*  $F_e$  zufolge des magnetischen Drehfelds, die (als gemittelte Kraft je Leiter) auf  $z$  am Luftspaltumfang verteilte stromdurchflossene Leiter wirken (dass sie in Wirklichkeit in Nuten liegen, vernachlässigen wir gemäß 1.6), bilden mit dem Hebelarm des halben Läuferaußendurchmessers  $d/2$  (also wegen des kleinen Luftspalts  $\delta$  etwa auch des halben Ständerinnendurchmessers) das Drehmoment  $M_e = z \cdot F_e \cdot d/2$ . So wird mechanische Leistung  $P_m$  bei der Läuferdrehzahl  $n$  erzeugt (Motorbetrieb):  $P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_e$ . Da in den Zähnen zwischen den Nuten die Flussdichte wegen der zusammengedrängten Feldlinien gegenüber dem Wert im Luftspalt um etwa 80% höher ist und wegen der Eisensättigung 1.7 ... 1.8 T nicht überschreiten soll, ist die Luftspaltflussdichte auf etwa  $B_\delta = 1$  T begrenzt. Damit ist die Kraft  $F_e \sim I B_\delta l$  (Läufer-Blechpaket-Länge  $l$ ) und damit  $M_e$  nur über einen höheren Strangstrom  $I$  (und/oder eine höhere Leiterzahl  $z$ ) zu steigern, was aus thermischen Gründen ( $I^2 R$ -Verluste in der Drehfeldwicklung) ebenfalls begrenzt ist. Über die Maschinengröße (größere Werte von Läufer-Blechpaket-Durchmesser  $d$  und Länge  $l$ ) kann natürlich  $M_e$  erhöht werden, aber die Summen-Tangentialkraft, bezogen auf die Läuferoberfläche, ist begrenzt auf typisch  $z \cdot F_e / (d\pi l) < 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$ . Wegen

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_e = 2\pi \cdot n \cdot \frac{z \cdot F_e}{d\pi l} \cdot d\pi l \cdot \frac{d}{2} \Rightarrow M_e \sim d^2 l \quad (2-1)$$

ist das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  proportional zum Läufer-Blechpaketvolumen  $V = l \cdot d^2 \pi / 4$  und damit auch zum Maschinenvolumen. Dabei werden langsam drehende (meist hochpolige) Drehfeldmaschinen mit großem  $d$  und kleinem  $l$  als „Scheibenläufer“ für hohe Drehmomente  $M_e \sim d$  und niedrige Drehzahlen  $n$  ausgeführt. Für hohe Drehzahlen werden die Läufer als (meist niederpolige) „schlanke Zylinder“ mit kleinem  $d$  und großem  $l$  gebaut werden, also mit kleinem Drehmoment  $M_e$  und hoher Drehzahl  $n$ , so dass die Läuferumfangsgeschwindigkeit  $v = d \cdot \pi \cdot n$  und damit die Fliehkraft auf die

oberflächennahen Massen  $m$  (z. B. Leiter in Nuten)  $F_F = 2m \cdot v^2 / d \sim n^2 d$  auf zulässige Werte begrenzt werden.

Beispiel 2-1: PM-Synchronmotoren

a) hochpolig,  $2p = 20$ ,  $M_e = 800 \text{ Nm}$ ,  $n = 120/\text{min}$ ,  $P_m = 10 \text{ kW}$ , Bild 2-3a

b) niederpolig,  $2p = 2$ ,  $M_e = 0.08 \text{ Nm}$ ,  $n = 60000/\text{min}$ ,  $P_m = 0.5 \text{ kW}$ , Bild 2-3b

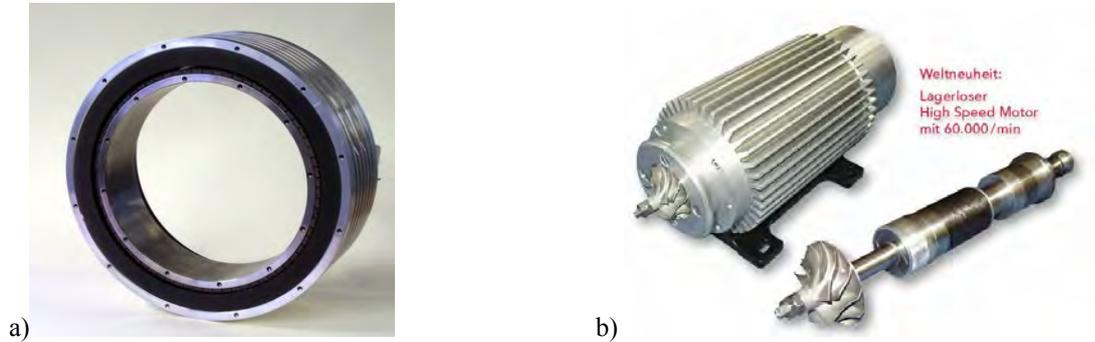


Bild 2-3: Hoch- und niederpolige PM-Synchronmotoren: a) "Scheiben"-Typ, b) „schlanker Zylinder“-Typ (Quelle: a) EMT/Deutschland, b) TU Darmstadt/EW)

Beispiel 2-2: PM-Synchron- und Käfigläufer-Asynchronmaschine als E-Antriebe für Hybrid-Automobile (Bild 2-4)

E-Maschine	PM-Synchron	Käfigläufer
Bemessungsleistung $P_N$	20.5 kW	15 kW
Nenn-drehzahl $n_N$	1500 /min	2765 /min
Maximaldrehzahl $n_{max}$	6000 /min	12500 /min
Nenn-Drehmoment $M_N$ / Polzahl $2p$	130 Nm / 12	52 Nm / 4
Stator-Außendurchmesser $d_{s,a}$	286 mm	150 mm
Läufer-Eisenlänge $l$	95 mm	180 mm
Bauweise	Scheibe	Schlanker Zylinder

Tabelle 2-1: PM-Synchron- und Käfigläufer-Asynchronmaschine als E-Antrieb für Hybrid-Automobile, Flüssigkeitsmantelkühlung im Ständer mit 50% Wasser, 50% Glycol als Kühlmitte, Durchflussrate: 8 l/min, Vorlauftemperatur: 85°C (da damit vorher der speisende Frequenzumrichter gekühlt wird)

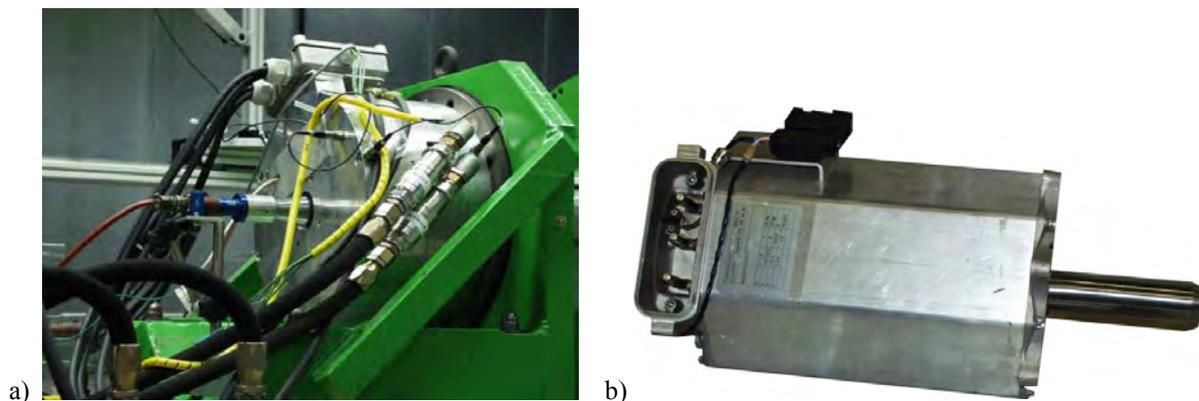


Bild 2-4: E-Antriebe für Hybrid-Automobile: a) Hochpoliger PM-Synchronmaschine als Kurbelwellenantrieb (im Bild auf dem Prüfstand), b) Niederpolige Käfigläufer-Asynchronmaschine als Hinterachs-antrieb (Getriebe 1:8 zum Radsatz) (Quelle: Daimler, Stuttgart)

## 2.1 Grundprinzipien der Magnetfeldberechnung

a) Grundgesetze:

Die Berechnung elektromagnetische Felder erfolgt mit den **vier MAXWELL'schen Gleichungen** (2.1-1) – (2.1-4), formuliert in einem ruhenden Bezugssystem (deshalb tritt in (2.1-2) keine bewegungsinduzierte elektrische Feldstärke auf!, siehe Kap. 4) und den zugehörigen **Materialgleichungen** (2.1-5) ... (2.1-7) (Formelzeichenübersicht in Kapitel 1.2!).

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1-1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1-2)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2.1-3)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2.1-4)$$

$$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} \quad (2.1-5)$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}_M \quad (2.1-6)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (2.1-7)$$

Bei elektrischen Maschinen werden **vorwiegend langsam veränderliche Felder** betrachtet (Änderungsrate typisch 50 Hz bis mehrere zig kHz), daher kann in (2.1-1) die zeitliche Änderung der dielektrischen Verschiebung  $\vec{D}$  vernachlässigt werden.

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (2.1-8)$$

Elektrische Quellenfelder  $\vec{D}$  oder  $\vec{E}$  gemäß (2.1-4) betreffen hauptsächlich die Spannungsbeanspruchung der Wicklungsisolation, während elektrische Wirbelfelder  $\vec{E}$  gemäß (2.2) die Spannungsinduktion in elektrischen Maschinen beschreiben.

**Fazit:**

*Für die Berechnung magnetischer Felder  $B$  und  $H$  verbleiben somit (2.1-8) und (2.1-3), die mit dem Materialgesetz (2.1-6) für die Eisenteile des Stators und Rotors zu verknüpfen sind.*

Im Folgenden wird die elektrische Stromdichte in den Spulen der elektrischen Leiter  $\vec{J}$  als eingepreßt betrachtet und daraus die **magnetische Feldstärke**  $\vec{H}$  berechnet. Im Luftspalt ist  $\vec{H}$  bis auf den Faktor  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$  (**Permeabilität des Vakuums**) identisch mit der **magnetischen Induktion**  $\vec{B}$  (Flussdichte). In den Eisenpartien verstärkt die Magnetisierung  $\vec{M}$  bzw. magnetische Polarisierung  $\vec{J}_M$  des Materials die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$ , so dass bei gleichem  $\vec{B}$  wie in Luft  $\vec{H}$  im Eisen deutlich kleiner als in Luft ist. Dies geschieht physikalisch durch Ausrichtung der mit einem remanenten Magnetismus versehenen mikroskopisch kleinen Elementarbereiche (*WEISS'schen Bezirke*) des Eisens im Fremdfeld  $\vec{H}$ , das von den stromdurchflossenen Spulen erregt wird. Wenn alle Elementarbereiche parallel zum Fremdfeld  $\vec{H}$  ausgerichtet sind, ist das Eisen "**gesättigt**" (siehe Kap. 1.6). Eine weitere Erhöhung des Feldes erfolgt nur noch infolge einer Erhöhung des Fremdfelds wie in Luft auch. Dies ist ab einer Flussdichte  $\vec{B}$  von ca. 1.7 ... 1.8 T im Eisen der Fall, so dass man

bestrebt ist, die Flussdichte im Eisen nicht wesentlich über 2.0 ... 2.2 T zu bemessen. Aus dem Gesagten folgt, dass das Materialgesetz (2.1-6) **nichtlinear** ist. Für isotropes Eisen gilt:

$$\vec{B} = \mu(H) \cdot \vec{H} \quad (2.1-9)$$

Die Ersatzgröße "Permeabilität des Eisens"  $\mu$  hängt somit von  $\vec{H}$  ab. Bei kleinem  $\vec{B}$  bzw.  $\vec{H}$  ist sie typisch 5000 ... 8000-mal so groß wie  $\mu_0$ , um jenseits 2.5 T sich dem Wert von  $\mu_0$  anzunähern.

*b) Integrale Grundgesetze:*

Hier werden (2.1-8) und (2.1-3) nicht in differentieller, sondern integraler Form angewendet. Die Umwandlung von der einen in die andere Form erfolgt mit **Hilfe der Integralsätze**.

*b1) Der AMPERE'sche Durchflutungssatz:*

Gemäß dem *STOKES*'schen Integralsatz gilt für ein beliebiges Vektorfeld  $\vec{H}$ , das durch eine Fläche  $A$  mit der Berandungskurve  $C$  hindurch tritt (Bild 2.1-1a):

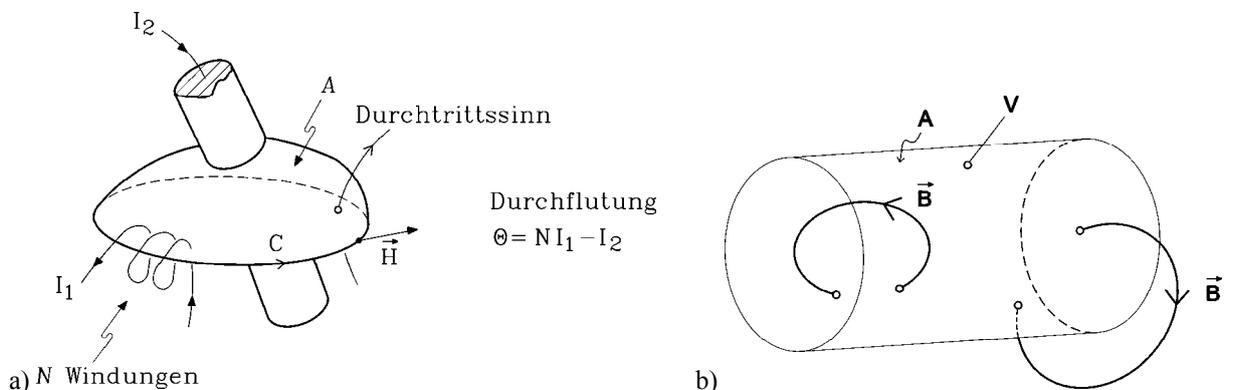
$$\int_A \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{A} = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad (2.1-10a)$$

Das Kurvenintegral der magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$  längs der geschlossenen Kurve  $C$ , die die Fläche  $A$  aufspannt, ist gleich dem Flächenintegral der Rotation  $\text{rot} \vec{H}$  über der Fläche  $A$ . Gemäß (2.1-8) ist aber die Rotation von  $\vec{H}$  exakt die Stromdichte  $\vec{J}$  im elektrischen Leiter. Deren Flächenintegral

$$\int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = \Theta \quad (2.1-10b)$$

ist die Summe aller Ströme ("**Durchflutung**"  $\Theta$ , auch "Ampère-Windungen" genannt), die durch die Fläche  $A$  hindurch treten. Daraus folgt die erste *MAXWELL*-Gleichung für Niederfrequenz in integraler Darstellung als **Durchflutungssatz von AMPÈRE**:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta \quad (2.1-11)$$



**Bild 2.1-1:** a) Geschlossene Kurve  $C$  um stromdurchflossene Leiter, Stromstärken  $I_1, I_2$ . Die Kurve  $C$  ist beliebig gewählt, also nicht notwendig eine Flussröhre ("Feldlinie") von  $\vec{H}$ . b) Es treten ebenso viele Flussröhren von  $\vec{B}$  aus dem Volumen  $V$  aus wie ein, da die  $B$ -Feldlinien stets geschlossene Kurven sind.

Beispiel 2.1-1:

Fläche und Leiteranordnung gemäß Bild 2.1-1a: Die Durchflutung ist  $\Theta = N \cdot I_1 - I_2$ , da die Windungszahl für den ersten Stromkreis  $N$  und für den zweiten Eins ist, und beide Stromrichtungen unterschiedlich sind. Strom  $I_1$  durchfließt die Fläche gemäß der Rechten-Hand-Regel positiv.

*b2) Der Satz vom magnetischen Hüllenfluss:*

Der GAUSS'sche Integralsatz (Bild 2.1-1b) besagt, dass das Flächenintegral eines beliebigen Vektorfelds  $\vec{B}$  über die geschlossene Oberfläche  $A$  eines Volumens  $V$  gleich ist der Quellenstärke (Divergenz)  $\text{div}\vec{B}$  dieser Flussdichte im besagten Volumen  $V$ .

$$\int_V \text{div}\vec{B} \cdot dV = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (2.1-12)$$

Daraus folgt mit (2.1-3) die dritte MAXWELL'sche Gleichung für die magnetische Flussdichte  $B$  in integraler Form als das **Gesetz vom magnetischen Hüllenfluss**: Der magnetische Hüllenfluss ist stets Null!

$$\boxed{\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \Phi = 0} \quad (2.1-13)$$

Es tritt ebensoviel **magnetischer Fluss  $\Phi$**  aus dem Volumen  $V$  aus- wie ein, da der Gesamtfluss über die geschlossene Oberfläche  $A$  Null ist. Folglich sind die Flussröhren von  $\vec{B}$  (im Zweidimensionalen die "Feldlinien" von  $\vec{B}$ ) in sich geschlossen (Bild 2.1-1b). Daher ist die auf der Fläche  $A$  normal stehende Komponente  $B_n$  im Volumen und außen gleich groß (**Konstanz der  $B$ -Normalkomponente**):

$$B_{n,1} = B_{n,2} \quad (2.1-14)$$

Regionen austretender Flussröhren werden "Nordpole", Regionen eintretender Flussröhren „Südpole“ genannt. Somit besagt (2.1-13), dass es stets nur **Nord- und Südpole gemeinsam** gibt. Magnetische Monopole sind bis dato noch nicht entdeckt worden. Das magnetische Feld – auch das in elektrischen Maschinen – ist zumindest ein Dipolfeld. Die Mindest-Polzahl ist 2 (ein Nord- und ein Südpol). Die Anzahl der Magnetpole ist  $2p$  (**Polpaarzahl**  $p = 1, 2, 3, \dots$ ).

## 2.2 Vereinfachte Feldberechnung im Luftspalt elektrischer Maschinen

*a) Vereinfachende Annahmen:*

Numerische Berechnungsverfahren wie die Methode der "Finiten Differenzen", der "Finiten Elemente" und der "Boundary Elements" lösen die MAXWELL'schen Differentialgleichungen und die nichtlineare Materialgleichung an vorgegebenen Stützstellen mit einer vordefinierten Genauigkeitsschranke und gestatten damit eine ausreichend genaue Vorausberechnung der magnetischen Felder in elektrischen Maschinen im 2D oder 3D-Raum. Für das Verständnis und für einfache Abschätzungen genügt eine **vereinfachte analytische Berechnung**, die im Folgenden vorgestellt wird. Wesentlich für die analytische Berechnung ist, dass einige vereinfachende Randbedingungen angenommen werden:

- Das Eisen ist schwach gesättigt oder ungesättigt. Dann kann **näherungsweise  $\mu$  unendlich groß** angenommen werden. Daher treten wegen  $\mu \gg \mu_0$  die Feldlinien von  $B$  nahezu rechtwinklig in das Eisen ein.
- Die **Luftspaltweite  $\delta$**  in elektrischen Maschinen ist deutlich kürzer als die Polteilung (Polbreite). Daher besteht das Feld im Luftspalt nur aus einer Radialkomponente.
- Da die axiale Maschinenlänge  $l_{Fe}$  wesentlich länger als  $\delta$  ist, können **Randeffekte**, also Flussröhren, die aus den Stirnflächen des zylindrischen Rotors in die Stirnflächen des Stators einmünden (Stirnstromfluss gegenüber dem Luftspaltfluss vernachlässigt werden.
- Die Nuten, in denen die Spulen liegen, werden als unendlich klein angenommen (**konzentrierte Nutdurchflutung**).

b) Luftspaltfeld einer stromdurchflossenen Spule:

Betrachten wir eine **zweipolige elektrische Maschine im axialen Querschnitt**, deren elektrische Wicklung im Stator aus einer einzigen Spule (Spulenwindungszahl  $N_c$ , Spulenstrom  $I_c$ ) besteht, die mit der elektrischen Durchflutung  $\Theta$  erregt wird (Bild 2.2-1). Wegen  $B_{n,1} = B_{n,2}$  ist  $\vec{B}$  im Luftspalt genauso groß wie in der unmittelbar daran angrenzenden Eisenpartie. Da die Eisenpermeabilität  $\mu_{Fe}$  dort aber unendlich groß ist, muss  $\vec{H}_{Fe} = \vec{B} / \mu_{Fe}$  im Eisen Null sein. Daraus folgt, dass jene Anteile des Kurvenintegrals von (2.1-11), die im Eisen des Stators oder Rotors verlaufen, Null sind. Es verbleiben die beiden Abschnitte für den Luftspalt. Da dessen Spaltweite  $\delta$  klein ist, ändert sich  $\vec{H}$  über die Spaltweite hinweg nahezu nicht und kann als konstanter Wert  $H_\delta$ , der die Radialkomponente des Vektorfelds  $\vec{H}$  im Luftspalt darstellt, angenommen werden. Damit folgt:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2H_{Fe}\Delta_{Fe} + 2H_\delta\delta = 2H_\delta\delta = \Theta \tag{2.2-1}$$

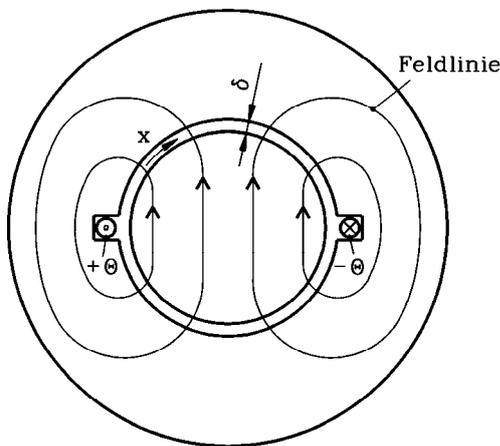


Bild 2.2-1: Eine mit der elektrischen Durchflutung  $\Theta$  durchflossene Spule erregt das zweipolige Feld  $\vec{B}$  (Querschnitt der elektrischen Maschine dargestellt).

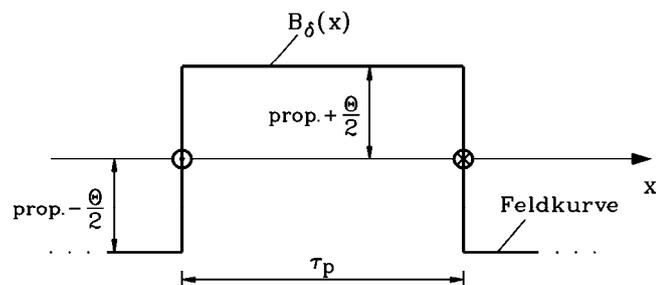


Bild 2.2-2: Verteilung der magnetischen Luftspalt-Flussdichte längs des Maschinenumfangs

Da die Luftspaltweite  $\delta$  längs des gesamten Umfangs der Maschine konstant ist (der Einfluss der Nutöffnungen wird hier vernachlässigt), ist  $H_\delta$  und damit  $B_\delta = \mu_0 H_\delta$  längs des halben Umfangs positiv konstant (obere Maschinenhälfte) und in der unteren Hälfte im Luftspalt negativ konstant. Der Maschinenumfang im Luftspalt  $d_{si}\pi$  ( $d_{si}$ : Innendurchmesser des Stators = "**Bohrungsdurchmesser**") zerfällt somit in zwei gleiche Abschnitte, den **Polteilungen  $\tau_p$** ,

wo  $B_\delta$  entweder positiv (Nordpol) oder negativ (Südpol) ist. Allgemein gilt für eine Maschine mit höherer Polzahl  $2p$ :

$$\tau_p = \frac{d_{si}\pi}{2p} \quad (2.2-2)$$

Die **Feldvektoren** von  $\vec{H}$  und  $\vec{B}$  bestehen im Luftspalt nur aus radialen Komponenten. Mit der Spulenwindungszahl  $N_c$  und dem Spulenstrom  $I_c$  folgt für die Luftspaltflussdichte:

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta = \mu_0 \frac{\Theta}{2\delta} = \mu_0 \frac{N_c I_c}{2\delta} \quad (2.2-3)$$

Der **magnetische Summenfluss** durch eine geschlossene Hüllfläche  $A$  um den zylindrischen Rotor im Luftspalt muss Null sein. Da der Stirnflächenfluss vernachlässigt werden kann, gilt:

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = I_{Fe} = \int_{x=0}^{2p\tau_p} B_\delta(x) dx = 0 \quad (2.2-4)$$

#### **Fazit:**

Es muss die „Gesamt-Fläche“ unter der Feldkurve  $B_\delta(x)$  im Luftspalt längs des Maschinenumfangs Null sein. Positive und negative „Flächen“, die dem positiven oder negativen Fluss  $\Phi' = \Phi/l$  je axialer Längeneinheit entsprechen, müssen gleich groß sein (Bild 2.2-2).

#### Beispiel 2.2-1:

Durchflutungssatz: Daten zu Bild 2.2-1:  $N_c = 100$ ,  $I_c = 10$  A,  $\delta = 1$  mm,  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ . Feldlinie von  $B$  als geschlossene Kurve  $C$  gewählt:

$$B_\delta = \mu_0 \frac{N_c I_c}{2\delta} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100 \cdot 10}{2 \cdot 0.001} = \underline{0.63} \text{ T}$$

#### c) Magnetische Spannung $V(x)$ und Strombelag $A(x)$ :

Die Feldkurve  $B_\delta(x)$  der Flussdichte (Bild 2.2-2) im Luftspalt ist über  $\mu_0$  auch die Feldkurve der Feldstärke  $H_\delta(x)$  und wegen des konstanten Luftspalts  $\delta$  auch die Kurve des Produkts  $\delta H_\delta(x)$ . Da  $H_{Fe}$  bei  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  Null ist, entspringen die Feldlinien von  $H_\delta$  an der Rotoroberfläche und enden an der Statoroberfläche, genauso wie beim elektrischen Plattenkondensator (Plattenabstand  $\delta$ ) die Feldlinien der elektrischen Feldstärke  $E$  an der positiven Plattenoberfläche entspringen und an der negativen Platte enden. Daher wird gemäß dieser Analogie definiert:

$$\text{„magnetische Spannung“ im Luftspalt: } \boxed{V_\delta = H_\delta \cdot \delta} \quad , \quad (2.2-5a)$$

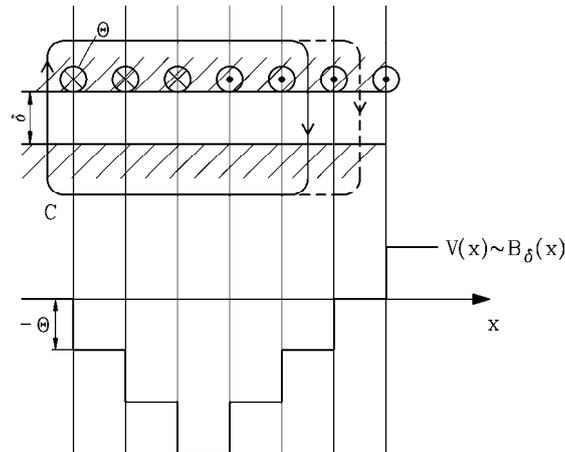
$$\text{„elektrische“ Spannung im Kondensator: } U = E \cdot \delta. \quad (2.2-5b)$$

#### **Fazit:**

Bei  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  sind die Feldkurven  $B_\delta(x)$  und die Kurve  $V_\delta(x)$  identisch bis auf den Faktor  $\mu_0/\delta$ .

$$\boxed{B_\delta(x) = \mu_0 \frac{V_\delta(x)}{\delta}} \quad (2.2-6)$$

Die Kurve  $V_\delta(x)$  springt an den Stellen  $x$ , wo die **elektrische Nutdurchflutung**  $\Theta$  lokalisiert ist, um den Wert  $\Theta$  (Bild 2.2-2). Dabei bedeuten die Symbole  $\otimes$  eine in die Papierebene weisende Stromrichtung (Richtungspfeil "von hinten" gesehen =  $\Theta$  negativ), während Symbole mit  $\bullet$  die umgekehrte Richtung (Richtungspfeil "von vorne" =  $\Theta$  positiv) andeuten. Bild 2.2-3 zeigt als Beispiel einen Ausschnitt für eine willkürliche Anordnung von Nutdurchflutungen längs dem Luftspalt und die dazu ermittelte Kurve der magnetischen Spannung  $V_\delta(x)$  bzw. der Flussdichte  $B_\delta(x)$ .



**Bild 2.2-3:** Ermittlung der Feldkurve  $B_\delta(x)$  bei vorgegebener Durchflutungsverteilung (Stator, Rotor und Luftspalt der Maschine in abgewickelter Form dargestellt)

Da die Nutdurchflutung jeweils in einem Punkt konzentriert angenommen wurde, ergibt sich die Feldkurve in Treppenform („**Feldtreppe**“). Die Stromdichte in der jeweiligen Spule in der Nut ist unendlich groß. Die Nut selbst ist unendlich klein. Die Nutbreite  $b$  ist Null und der Einfluss dieser Nutöffnung auf die Feldkurvenform vernachlässigbar. Diese Idealisierung bedeutet: Jede Nutdurchflutung ist längs  $x$  ein *DIRAC*'scher Durchflutungsimpuls mit einer unendliche hohen "Durchflutung je Längeneinheit":

$$A = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{\Theta}{b} \quad \text{im Nutbereich,} \quad A = 0 \quad \text{außerhalb des Nutbereichs} \quad (2.2-7)$$

Man nennt  $A$  den "**Strombelag**" (Einheit: "Ampère/Meter"). Er ist eine Funktion der Umfangscoordinate  $x$ . In Bild 2.2-3 ist der Strombelag  $A(x)$  eine äquidistante Folge von *DIRAC*-"Impulsen" unterschiedlicher Polarität. In der Umkehrung von (2.2-7) gilt daher, dass das Integral von  $A$  die Durchflutung ist. Die Berechnung der Feldkurve  $B_\delta$  lässt sich somit mit  $A(x)$  formulieren:

$$B_\delta(x) = \mu_0 H_\delta(x) = \frac{\mu_0}{\delta} \int_0^x A(x) dx = \frac{\mu_0}{\delta} (V(x) - V_0) \quad (2.2-8)$$

$$V(x) = \int_0^x A(x) dx + V_0 \quad \text{bzw.} \quad A(x) = dV(x)/dx \quad (2.2-9)$$

Die Integrationskonstante  $V_0$  muss so gewählt werden, dass (2.2-4) erfüllt ist, dass also die positiven und negativen Flächen unterhalb der  $V(x)$ -Kurve gleich groß sind. Beispielsweise ist in Bild 2.2-2  $V_0 = 0$ .

d) Magnetisches Feld von Spulengruppen:

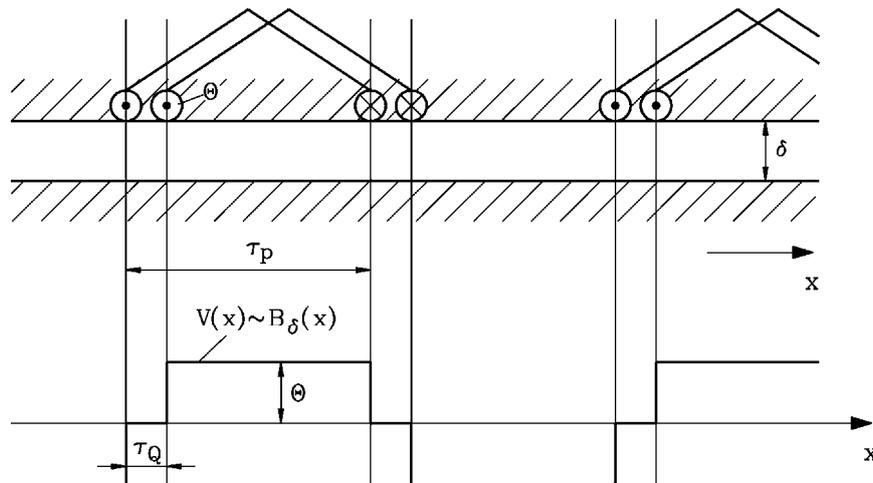


Bild 2.2-4: Magnetische Spannung  $V(x)$  und Luftspalt-Flussdichte  $B_\delta(x)$  einer Folge von Spulengruppen

Im Allgemeinen sind die Windungen einer Wicklung pro Pol schon aus Platzgründen nicht in einer einzigen Spule in einer Nut konzentriert, sondern auf mehrere in Serie geschaltete Spulen verteilt („**Spulengruppe**“). Bei mehr als zwei Polen können die Spulengruppen pro Pol wieder in Serie geschaltet werden. In Bild 2.2-4 besteht jede Gruppe pro Pol aus zwei Spulen gleicher Weite (**Spulenweite**  $W = \text{Polteilung } \tau_p$ ), die im Abstand einer **Nutteilung**  $\tau_q$  angeordnet sind. Die Gruppen sind im Abstand von einer Polteilung am Maschinenumfang verteilt und in Serie geschaltet. Die "konzentrierte" Durchflutung je Spule hat daher stets den gleichen Betrag  $\theta$ . Die zugehörige Feldtreppe wird gemäß (2.2-8) ermittelt und ist so angeordnet, dass die Flächen unter der Feldkurve entgegengesetzt gleich groß sind, womit (2.2-4) erfüllt ist. Die Integrationskonstante  $V_0$  ist Null. Die Feldkurve ist wie in Bild 2.2-2 **abszissensymmetrisch**, d.h. die Kurvenverläufe oberhalb und unterhalb der Abszisse ( $x$ -Achse) liegen spiegelbildlich, wenn man z.B. die oberhalb liegenden Kurvenabschnitte um  $\tau_p$  nach links oder rechts verschiebt.

$$B_\delta(x \pm \tau_p) = -B_\delta(x) \tag{2.2-10}$$

Physikalisch heißt das, dass die **Nord- und Südpole gleichartig ausgeprägt** sind. Elektrische Maschinen sind zumeist in dieser Weise konstruiert.

### 2.3 Erzeugung von magnetischen Drehfeldern

a) *Magnetisches Wechselfeld:*

Wird die Spulengruppen-Anordnung in Bild 2.2-4 nicht mit Gleichstrom  $I_c$ , sondern sinusförmigem Wechselstrom  $i_c$  gespeist (Amplitude  $\hat{I}_c$ , Frequenz  $f$ , Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$ ),

$$i_c(t) = \hat{I}_c \cos \omega t \tag{2.3-1}$$

so beginnt sich gemäß (2.2-3) das Luftspaltfeld ebenso zeitlich sinusförmig zu verändern. Dabei behält das Feld aber **seine räumliche Form** (die Verteilung längs  $x$ ) bei, nur der Betrag der radialen Feldkomponente am Ort  $x$  ändert sich zwischen einem positiven und einem negativen Maximalwert.

$$B_{\delta}(x,t) = B_{\delta}(x) \cos \omega t \quad . \quad (2.3-2)$$

Aus einem stehenden, zeitlich unveränderlichen (**statischen**) Magnetfeld ist ein stehendes, zeitlich mit  $f$  pulsierendes **Wechselfeld** entstanden.

b) *Magnetisches Drehfeld:*

Aus dem Wechselfeld (2.3-2) kann ein Drehfeld "konstruiert" werden, wenn weitere – räumlich versetzte – Spulen, die von zeitlich versetzten Wechselströmen gespeist werden, hinzu genommen werden. Bild 2.2-4 ist so gezeichnet, dass zwischen die beiden Spulenseiten einer Spulengruppe jeweils zwei Spulenseiten zweier weiterer Spulengruppen hineinpassen, die stets äquidistant (Spulenabstand = Nutteilung) angeordnet sind. Die ursprüngliche Spulengruppe und ihre Serienschaltung am Umfang werden mit "Strang U" bezeichnet, die beiden weiteren Spulengruppen mit "Strang V" und "Strang W". Die räumlich positive Stromrichtung je Spulengruppe wird so gewählt, dass sie im Strang V gegenüber U um  $2\tau_p/3$  versetzt ist, im Strang W um das Doppelte, nämlich  $4\tau_p/3$  (Bild 2.3-1 oben). Die beiden Spulenseiten je Spulengruppe im Strang U mit positiver Stromrichtung werden mit "**Zone**" +U bezeichnet, jene mit negativer Stromrichtung mit "Zone" –U. Analog ist die Bezeichnung für Strang V und W. So entstehen je Polpaar, also längs dem Abschnitt  $2\tau_p$  des Maschinenumfangs im Luftspalt, **sechs Zonen** mit der Bezeichnungsfolge +U, -W, +V, -U, +W, -V. Danach wiederholt sich diese Folge identisch, und zwar so oft, wie Polpaare am Umfang der Maschine vorgesehen sind. Je Zone sind zwei Spulen, jede in einer Nut, angeordnet. Man spricht von zwei Nuten je Pol und Strang ("**Lochzahl**"  $q = 2$ ).

Werden die räumlich am Umfang um je  $2\tau_p/3$  versetzt angeordneten Wicklungsstränge U, V, W mit zeitlich um jeweils  $T/3$  ( $T = 1/f$ : Schwingungsperiode des Wechselstroms) phasenversetzten Wechselströmen  $i_U(t)$ ,  $i_V(t)$ ,  $i_W(t)$  gespeist (in (2.3-3) ... (2.3-5) z. B. mit der Phasenfolge U-W-V), so entsteht ein **Drehfeld**.

$$i_U(t) = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.3-3)$$

$$i_V(t) = \hat{I} \cos\left(\omega t + \frac{\omega T}{3} + \varphi\right) \quad (2.3-4)$$

$$i_W(t) = \hat{I} \cos\left(\omega t + \frac{2\omega T}{3} + \varphi\right) \quad (2.3-5)$$

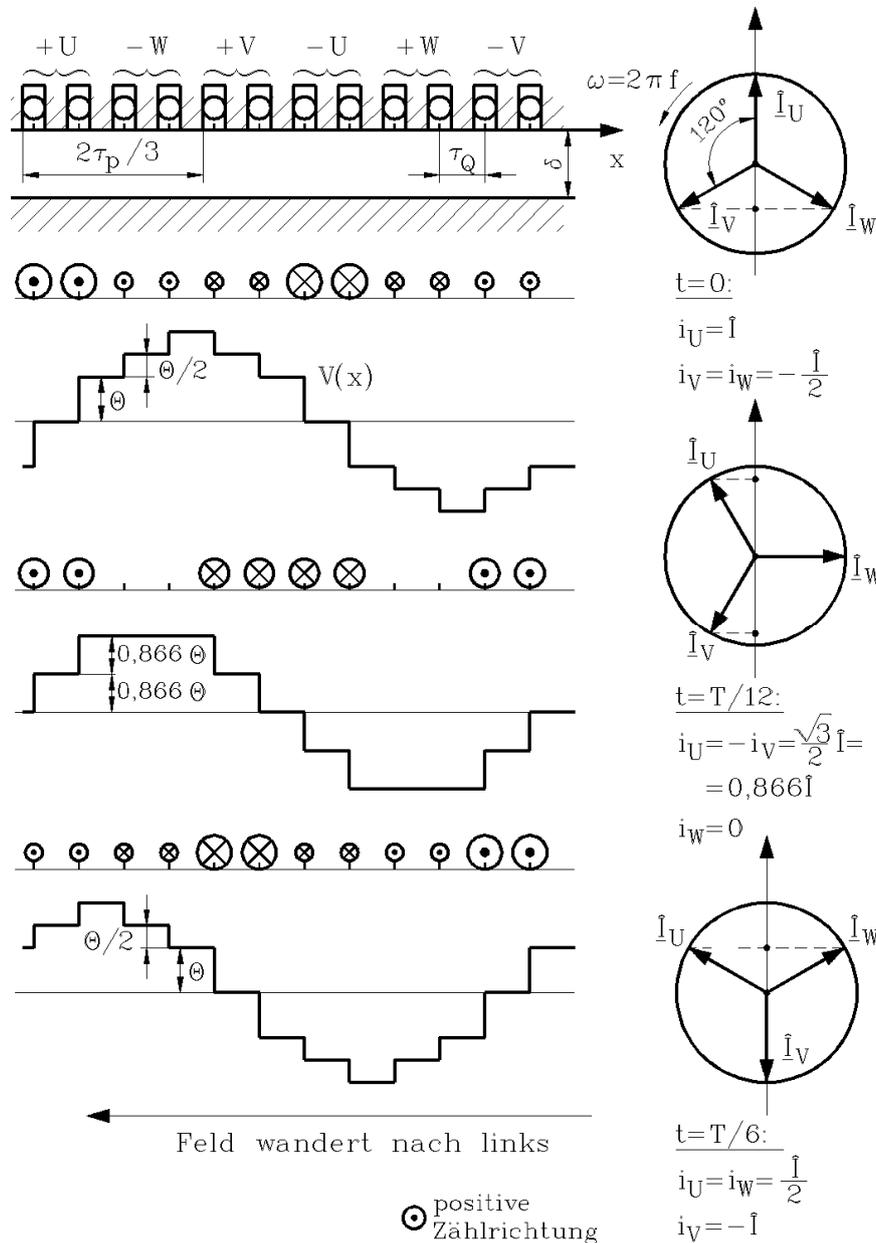
$$i(t) = \operatorname{Re}\left\{\underline{I} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}\right\} = \operatorname{Re}\left\{I \cdot e^{j\varphi} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}\right\} = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.3-6)$$

$$\underline{I} = I \cdot e^{j\varphi} \quad (2.3-7)$$

In Bild 2.3-1 ist dies graphisch dargestellt. Dabei können die zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  in den Wicklungssträngen fließenden Ströme  $i(t)$  gemäß der **komplexen Wechselstromrechnung** dadurch bestimmt werden, dass die in (2.3-3) ... (2.3-5) dargestellten Wechselströme als mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  kreisende Zeiger  $\underline{I}$  (2.3-6) in der komplexen Zahlenebene aufgefasst werden. Deren Projektion auf die Realteilachse (im Bild 2.3-1 die Vertikalachse) ergibt die Augenblickswerte  $i(t)$ .

Der (beliebig wählbare) Phasenwinkel  $\varphi$  wird der Einfachheit halber Null gesetzt. Dann ist in Bild 2.3-1 zum Zeitpunkt  $t = 0$  der Strom im Strang U positiv maximal, daher im Strang V und W nur halb so groß und negativ. Die zugehörige Durchflutungsverteilung und die damit verbundene Feldkurve  $B_{\delta}(x)$  bzw. die ihr proportionale Kurve der magnetischen Spannung  $V_{\delta}(x)$  ist links davon dargestellt. Wenig später – zum Zeitpunkt  $t = T/12$  – ist der Strom im

Strang U betragsmäßig gleich groß wie im Strang V, jedoch mit entgegengesetzter Polarität, während im Strang W der Strom Null ist. Die zugehörige Feldkurve hat ihre Form verändert, aber – was wesentlicher ist – die Nord- und Südpole sind **nach links** weiter gewandert, nämlich um  $2\tau_p/12$ . Zum Zeitpunkt  $T/6$  tritt wieder die ursprüngliche Form der Feldkurve auf, jetzt aber bereits um  $2\tau_p/6$  nach links verschoben. Man erkennt, dass nach einer vollen Periode das Feld um zwei Polteilungen weiter gewandert ist.



**Bild 2.3-1:** Ein Wicklungssystem aus drei um je  $2\tau_p/3$  versetzten Wicklungssträngen, gespeist mit um je  $T/3$  phasenversetzten Wechselströmen, erzeugt ein magnetisches Wanderfeld (Linearmotor) oder Drehfeld (rotierende Drehfeldmaschine).

In einer linearen Ständer-Läufer-Anordnung wandert das Feld mit der Geschwindigkeit (**synchrone Wellengeschwindigkeit  $v_{syn}$** )

$$\boxed{v_{syn} = \frac{2\tau_p}{T} = 2f\tau_p} \quad (2.3-8)$$

Dies ist bei den **Linearmotoren** mit geradlinig bewegtem Läufer (z. B. Antrieb der Magnetschwebbahn *TRANSRAPID*) der Fall.

Beispiel 2.3-1:

Magnetschwebbahn *TRANSRAPID*:  $\tau_p = 258 \text{ mm}$ ,  $f = 270 \text{ Hz}$  (Ausgangsfrequenz des Umrichters):  $v_{syn} = 2f\tau_p = 2 \cdot 270 \cdot 0.258 = \underline{139.3 \text{ m/s}} = \underline{501.6 \text{ km/h}}$  Reisegeschwindigkeit.

Im Fall der rotierenden elektrischen Maschine, die in Bild 2.3-1 abgewickelt dargestellt ist, ist  $v_{syn}$  die Umfangsgeschwindigkeit des Magnetfelds, bezogen auf die Statorbohrung. Dem entspricht die synchrone Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{syn}$  bzw. **Synchrondrehzahl**  $n_{syn}$ , mit der das Drehfeld rotiert.

$$\Omega_{syn} = 2\pi n_{syn} = \frac{v_{syn}}{d_{si}/2} = \frac{v_{syn}}{p\tau_p/\pi} = \frac{2\pi f}{p} = \frac{\omega}{p} \quad (2.3-9)$$

$$\boxed{n_{syn} = f/p} \quad (2.3-10)$$

Beispiel 2.3-2:

Speisung der Wicklungsstränge mit Wechselströmen mit der Frequenz  $f = 50 \text{ Hz}$ :

- Zweipolige Maschine ( $2p = 2$ ): Drehfeld dreht mit  $n_{syn} = 50 \text{ Hz} = \underline{3000/\text{min}}$
- Vierpolige Maschine ( $2p = 4$ ):  $n_{syn} = 25 \text{ Hz} = \underline{1500/\text{min}}$
- Sechzigpoliger Wasserkraftgenerator ( $2p = 60$ ):  $n_{syn} = \underline{100/\text{min}}$

Beispiel 2.3-3:

In USA und Japan werden 60 Hz-Netze verwendet:

- Zweipolige Maschine ( $2p = 2$ ): Drehfeld dreht mit  $n_{syn} = 60 \text{ Hz} = \underline{3600/\text{min}}$
- Vierpolige Maschine ( $2p = 4$ ):  $n_{syn} = 30 \text{ Hz} = \underline{1800/\text{min}}$
- Sechzigpoliger Wasserkraftgenerator ( $2p = 60$ ):  $n_{syn} = \underline{120/\text{min}}$

	$2p$	-	2	4	6	8	10	12	14
$f = 50 \text{ Hz}$	$n_{syn}$	1/min	3000	1500	1000	750	600	500	428.6
$f = 60 \text{ Hz}$	$n_{syn}$	1/min	3600	1800	1200	900	720	600	514.2

Tabelle 2.3-1: Typische Synchrondrehzahlen am 50 Hz- und 60 Hz-Netz

Bitte beachten Sie:

In Bild 2.3-1 kehrt sich die Wander-/Drehrichtung des Feldes um, wenn Sie den Strom in zwei Phasen tauschen. Überzeugen Sie sich selbst davon mit Hilfe einer Konstruktion analog zu Bild 2.3-1, indem Sie in Strang V den Strom  $i_W$  einprägen und in Strang W den Strom  $i_V$ .

**Fazit:**

*Drehrichtungsumkehr des Drehfelds wird durch Tausch zweier Phasenanschlüsse bewirkt.*

## 2.4 Wicklungsanordnungen

a) *Einschichtwicklungen:*

Wie sind Spulen in den Nuten des Statorblechpakets anzuordnen, damit Drehfelder entstehen? In Bild 2.3-1 ist eine **dreisträngige** Wicklung (Stränge U, V, W, Strangzahl  $m = 3$ ) dargestellt. Es ist eine **Sechszonenwicklung**, da je Polpaar sechs Zonen, bestehend aus drei Zonen +U, +V, +W und drei Zonen -U, -V, -W, angeordnet sind. Dabei ist man zunächst frei, wie viele Spulen  $q$  je Spulengruppe, also je Zone angeordnet sind. Mit deren Anzahl  $q$  wird die Gesamtnutenzahl  $Q$  des Stators einer  $2p$ -poligen Maschine bestimmt:

$$Q = 2pmq \quad (2.4-1)$$

Da in Bild 2.3-1 und 2.4-1 in jeder Nut nur stets Windungen einer Spule („Schleife“) liegen, nennt man diese Wicklung **Einschicht-Schleifen-Wicklung**. Eine Spulengruppe erzeugt Nord- und Südpol gemeinsam. Für z. B. vier Pole sind nur zwei Spulengruppen pro Strang erforderlich. Die Spulen können identische Geometrie haben (als **Spulen gleicher Weite**). Ebenso kann man die in Serie geschalteten Spulen der Spulengruppe als **konzentrische Spulen** ausführen, ohne dass dies etwas an der Durchflutungsverteilung ändert (Bild 2.4-1). Kleine Maschinen mit Runddrahtwicklung werden mit Wicklungsautomaten (Roboter) bewickelt. Dafür eignen sich besonders die konzentrischen Spulen („Einziehtechnik“).

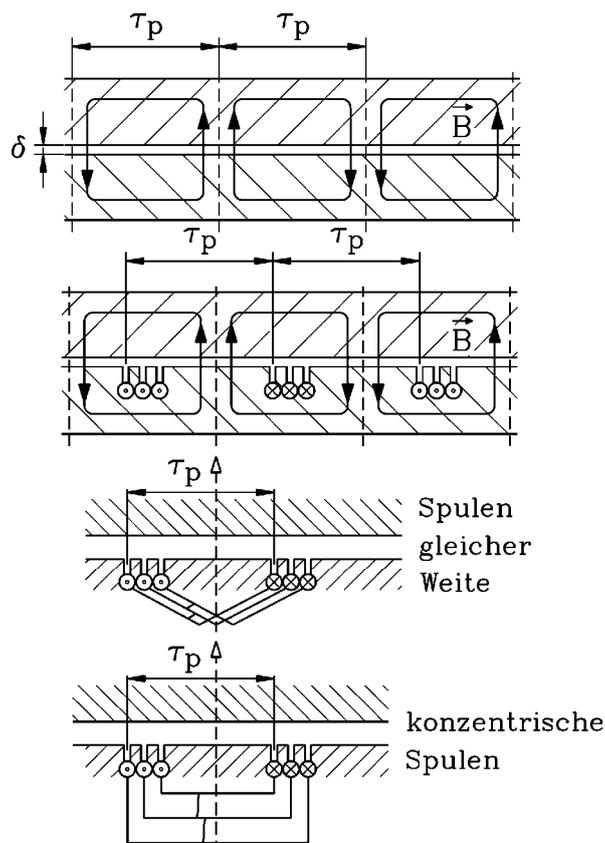


Bild 2.4-1: Spulengruppe mit  $q = 3$  Spulen: Spulen gleicher Weite  $W = \tau_p$  und konzentrische Spulen

Beispiel 2.4-1:

Dreisträngige, 12-polige Maschine mit  $q = 3$  Spulen je Gruppe:

- Nutzahl:  $Q = m \cdot 2p \cdot q = 3 \cdot 12 \cdot 3 = 108$

Beispiel 2.4-2:

Bild 2.4-2a: Abgewinkelte Statorbohrung einer vierpoligen Maschine:

- $2p = 4$ ,  $m = 3$ ,  $q = 2$ : Nutzahl  $Q = 24$
- Ausführung mit konzentrischen Spulen

Die Aufsicht auf die Wicklung in Bild 2.4-2a zeigt das **Problem bei Einschichtwicklungen**: Im Wickelkopf, also im Bereich außerhalb des Blechpakets an dessen Stirnseiten, wo die Spulen sich kreuzen, ist kein Platz für die Kreuzungspunkte, da alle Spulen in der gleichen Ebene liegen. Daher müssen die Stirnverbindungen von einigen Spulen hoch gebogen werden. In Bild 2.4-2a behilft man sich dadurch, dass man abwechselnd je eine Spulengruppe eines

Stranges mit kürzeren bzw. längeren Stirnverbindungen ausführt. Die Spulen mit den längeren Wickelköpfen können problemlos hoch gebogen werden. Es sind aber zumindest vier Pole erforderlich, um je Strang die gleiche Gesamtwindungslänge und damit den gleichen Strangwiderstand zu erhalten.

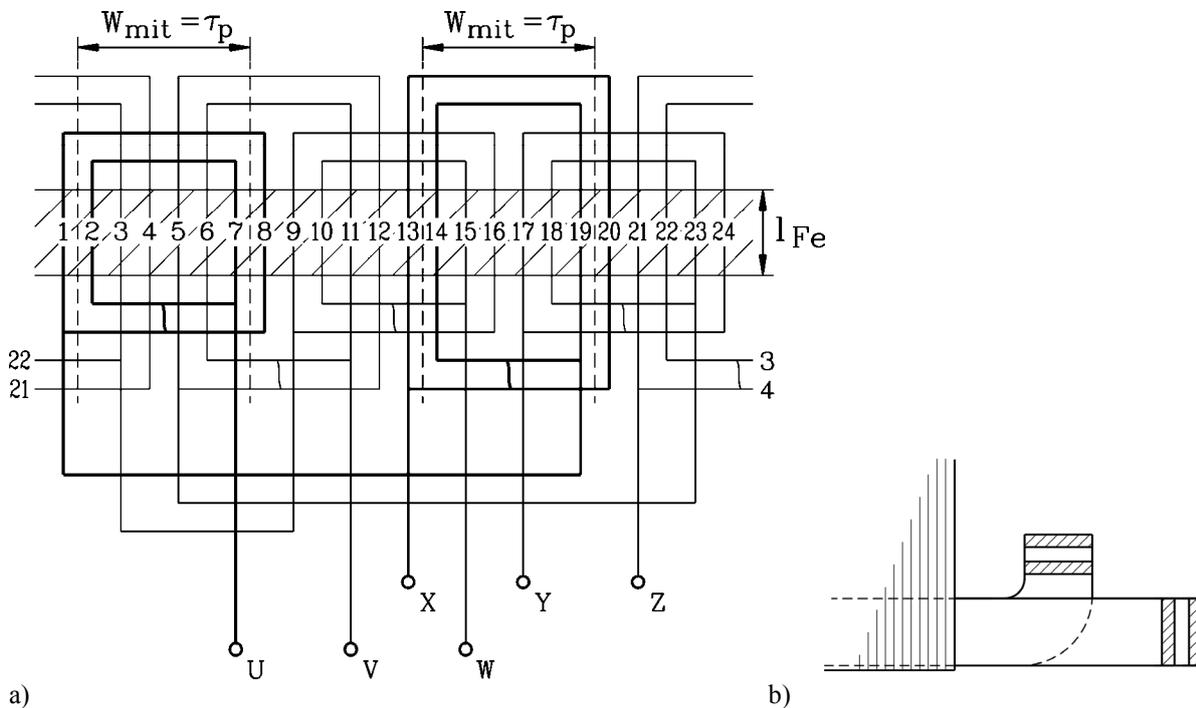


Bild 2.4-2: Dreisträngige **Einschichtwicklung** mit **konzentrischen** Spulen ( $2p = 4, m = 3, Q = 24, q = 2$ ) als Zwei-Etagen-Schleifen-Wicklung mit kurzen und langen Spulen: a) Wicklungsschema, b) seitlicher Schnitt

Im seitlichen Schnitt (Bild 2.4-2b) durch den Wicklungskopf liegen die Stirnverbinder der kurzen Spulen in der Nutebene und die Verbinder der hoch gebogenen Spulen darüber auf einer zweiten Ebene (Zwei-Ebenen- oder "Zwei-Etagen-Wicklung").

Beispiel 2.4-3:

Bild 2.4-3: Drehstrom-Wicklung des *TRANSRAPID*-Linear-Stators:  $m = 3, q = 1$ . Im Unterschied zu Bild 2.4-2 sind alle drei Spulen U, V, W stets gleich lang. Die Stirnverbindung von Spule U liegt stets in der Nutebene, jene von Spule W ist stets hoch gebogen (2. „Etage“), während jene von Spule V S-förmig gebogen ist.

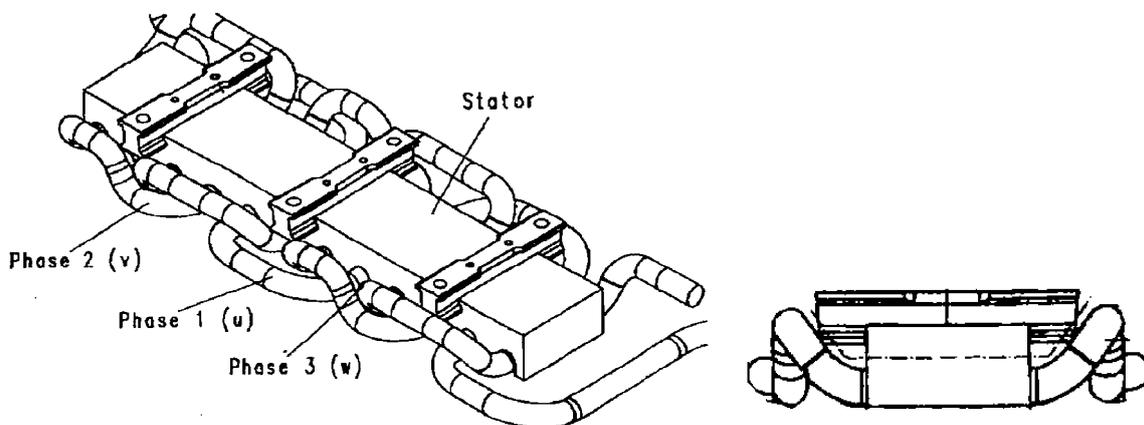
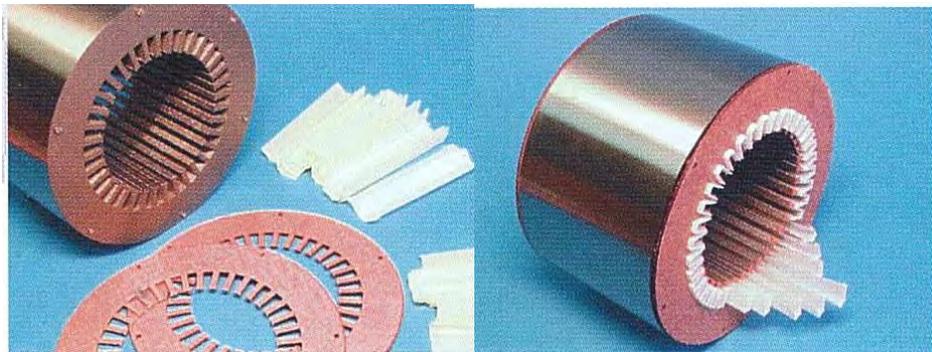
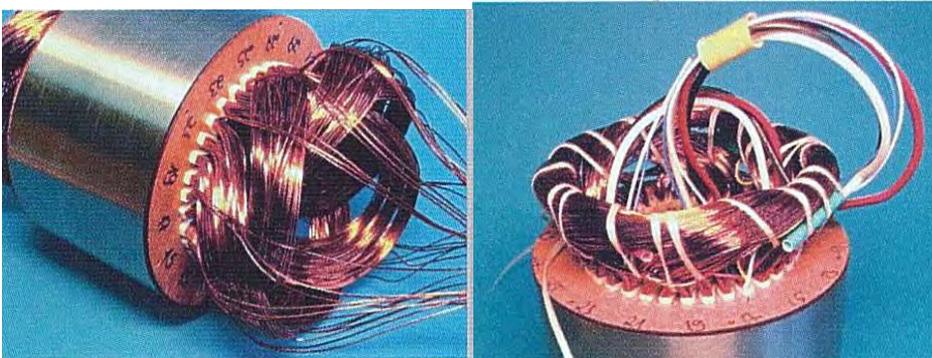


Bild 2.4-3: Dreisträngige **Einschichtwicklung** als „Wellenwicklung“ mit wellenartig verlegten Spulen der *TRANSRAPID*-Magnetschwebe-Schnellbahn ( $m = 3, q = 1$ ). „Welle“ i. A. nur bei  $N_c = 1$  möglich!

Kostengünstige Einschichtwicklungen in der Kombination mit (i.A. konzentrischen) Spulen aus **Kupfer-Runddrähten** werden in Niederspannungs-Maschinen kleinerer und mittlerer Leistung verwendet (Bild 2.4-4).



Elektrisch isolierte Statorbleche bilden das Statorblechpaket      Einlegen der Nutisolation (Kunststoff)



Einlegen der Runddrahtspulen      Schalten der Spulen zu drei Strängen U, V, W



Formen und Bandagieren der Wickelköpfe      Hochwertiger Harzverguss im Vakuum des kompletten Stators

**Bild 2.4-4:** Statorfertigung mit Niederspannungs-Einschichtwicklung: Zweipolige, dreisträngige Wicklung in 36 Nuten (Quelle: LTI / Lahnau)

#### b) Zweischichtwicklungen:

Bei größeren Leistungen (typisch  $> 500 \text{ kW}$  bis  $1 \text{ MW}$ ) und Hochspannungswicklungen ( $> 1 \text{ kV}$ ) werden Spulenleiter aus **Profilkupfer** (Rechteck-Querschnitt) verwendet. Diese werden in **Zweischichtwicklungen** als Spulen gleicher Weite eingesetzt. Wie Bild 2.4-5a, b zeigt, kann die Durchflutungsverteilung von Bild 2.4-1 mit  $q = 3$  Spulen je Gruppe auch so realisiert werden, dass je Nut **zwei** Spulenseiten übereinander liegen, die zu unterschiedlichen Spulen gehören. Beide zusammen bilden die Durchflutung  $\Theta$  einer Nut. Nord- und Südpol werden von **zwei** Spulengruppen erzeugt. Daher muss der Wickelsinn der Spulengruppe im S-Pol-Bereich umgekehrt zu jener im N-Pol-Bereich werden, was durch den **Umkehrverbinder** im Stirnbereich (Bild 2.4-5c), der die Spulengruppe von Nord- und Südpol miteinander verbindet, verwirklicht wird. Für z. B. vier Pole sind vier Spulengruppen pro Strang erforderlich.

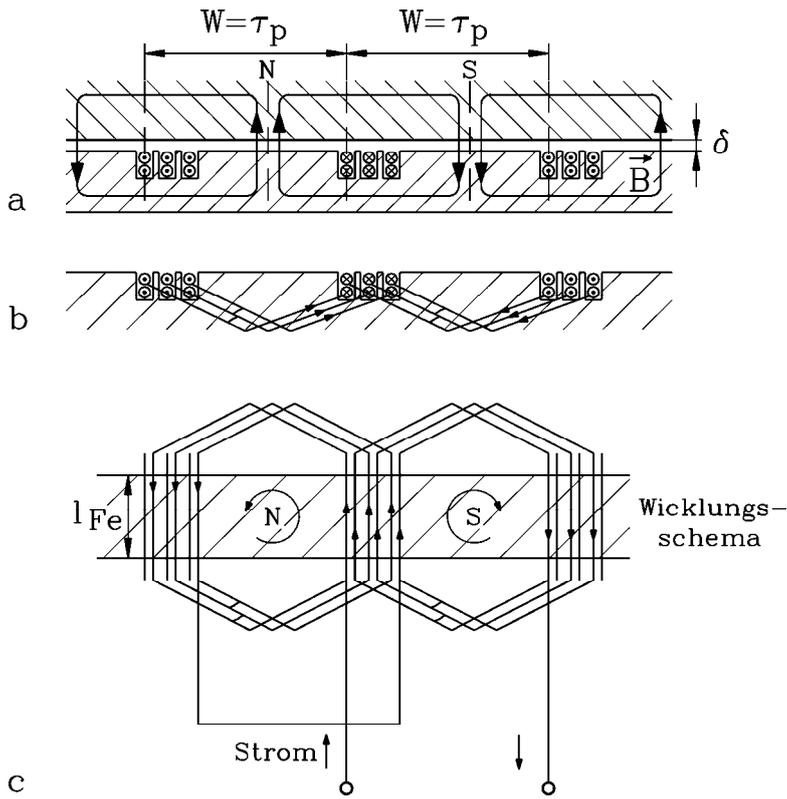


Bild 2.4-5: Entstehung eines Wicklungsstrangs einer ungesehnten Zweischichtwicklung für  $q = 3$

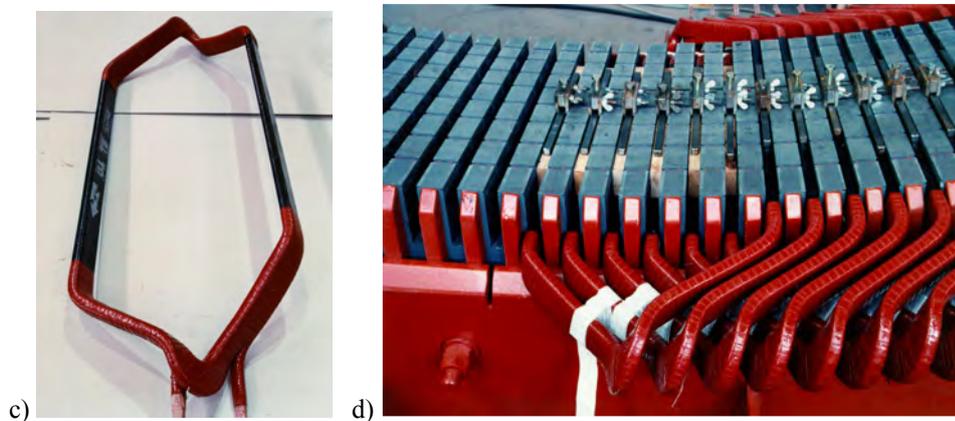
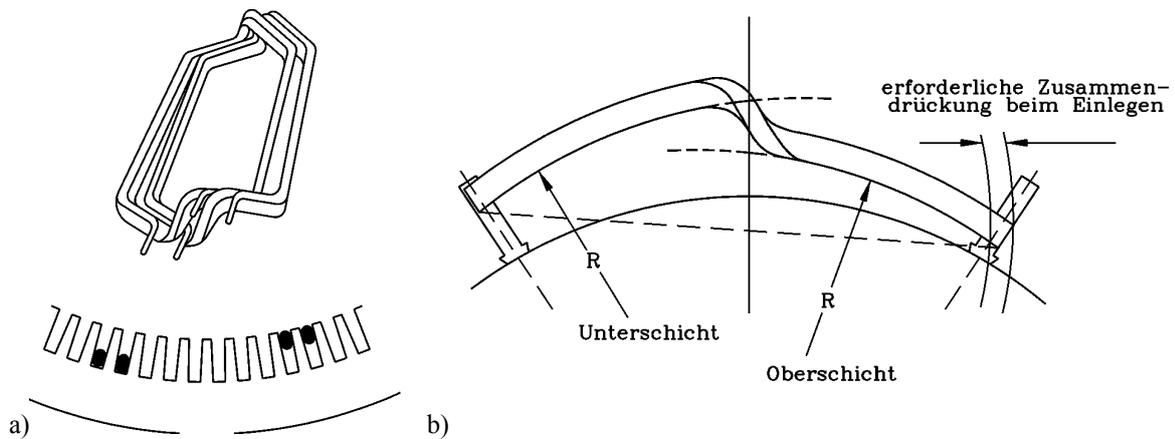


Bild 2.4-6: Zweischichtwicklung: a), c) Formspulen vor dem Einlegen in die Blechpaketnuten: Es gibt keine Kreuzungspunkte im Wickelkopf, b), d) In die Nuten eingelegte Formspulen (Quelle: a), b) HÜTTE, Energietechnik, Springer, 1980, c), d) Andritz Hydro/Österreich)

Durch die Ausführung in zwei Schichten **vermeidet man die Kreuzungspunkte** im Wickelkopf, da die Spulen stets von der oberen in die untere Ebene wechseln. Sie müssen dazu im Wickelkopf speziell gebogen werden (**Formspulen**). Der Wickelkopf ist dadurch eine regelmäßige ("ausgeglichene") Anordnung von Stirnverbindungen, die von der Ober- in die Unterschicht wechseln (Bild 2.4-6 a, d, Bild 2.4-12). Während Runddrahtwicklungen über Wicklungsautomaten oder von Hand direkt in die Nuten eingewickelt ("eingezogen", "eingeträufelt") werden können, müssen die vorgefertigten Profilkupfer-Formspulen sorgfältig durch „Drückung“ in die Nuten eingelegt werden (Bild 2.4-6b, Bild 2.4-12). Besondere Bedeutung kommt dem Einlegen der letzten Spule zu, da deren Unterschicht-Spulenseite unter die Oberschicht-Spulenseite einer bereits eingelegten Spule gelegt werden muss. Bei Großmaschinen, wo oft einwindige Spulen als „Wellenwicklung“ vorkommen ( $N_c = 1$ ), ist diese Wicklungsausführung nur dadurch möglich, dass die Spulen geteilt werden in zwei Spulenseiten („**Stäbe**“). Zunächst werden alle Unterstäbe eingelegt, dann alle Oberstäbe. Sodann werden diese im Wickelkopfbereich miteinander verlötet (Bild 2.4-7).



Bild 2.4-7: Einwindige Zweischichtwicklung in einem Synchron-Wasserkraftgenerator: Die einwindigen Spulen  $N_c = 1$  erlauben eine Wellenwicklung (vgl. Bild 2.4-3), dadurch weniger Stirnverbinder = Kupferersparnis. In die Nuten eingelegt als Halbspulen („Stäbe“), die zwischen Ober- und Unterschicht im Stirnbereich verlötet werden (Quelle: *Andritz Hydro/Österreich*)

### c) Sehnung von Spulen:

Die **Zweischichtwicklung** gestattet einen weiteren Freiheitsgrad bei der Wicklungsgestaltung, nämlich die **gesehnte Spulenausführung**. Bild 2.4-8 zeigt, dass eine Verkürzung der Spulenweite  $W$  in ganzzahligen Nutteilungseinheiten  $S$  möglich ist.

$$W = \tau_p \cdot \frac{m \cdot q - S}{m \cdot q} = \tau_p \cdot \frac{Y_Q}{m \cdot q} \quad (2.4-2)$$

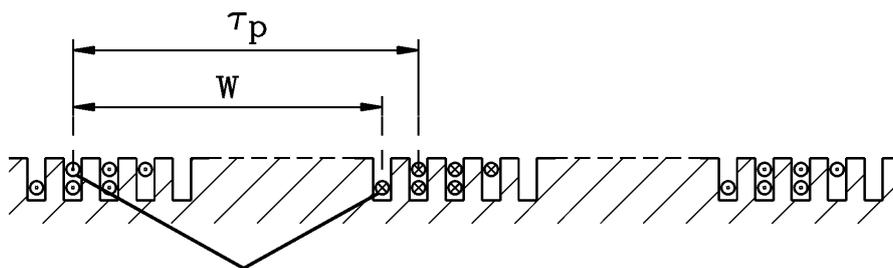


Bild 2.4-8: Spulengruppe wie bei Bild 2.4-5, jedoch Spulenweite um eine Nutteilung verringert ("gesehnte" Spule)

In Kapitel 3 wird gezeigt, dass durch diese Sehnung die Kurvenform der "Feldtreppe" besser an die erwünschte Sinusform angeglichen werden kann. Sehnungen  $W/\tau_p < 2/3$  werden zumeist nicht ausgeführt, da der von der Spule umfasste Fluss zu klein wird.

*d) Serien- und Parallelschaltung von Spulengruppen:*

Die Spulengruppen werden zu Windungssträngen verschaltet, wobei **Serien- und Parallelschaltung** der Spulengruppen möglich ist (Bild 2.4-9a,b).

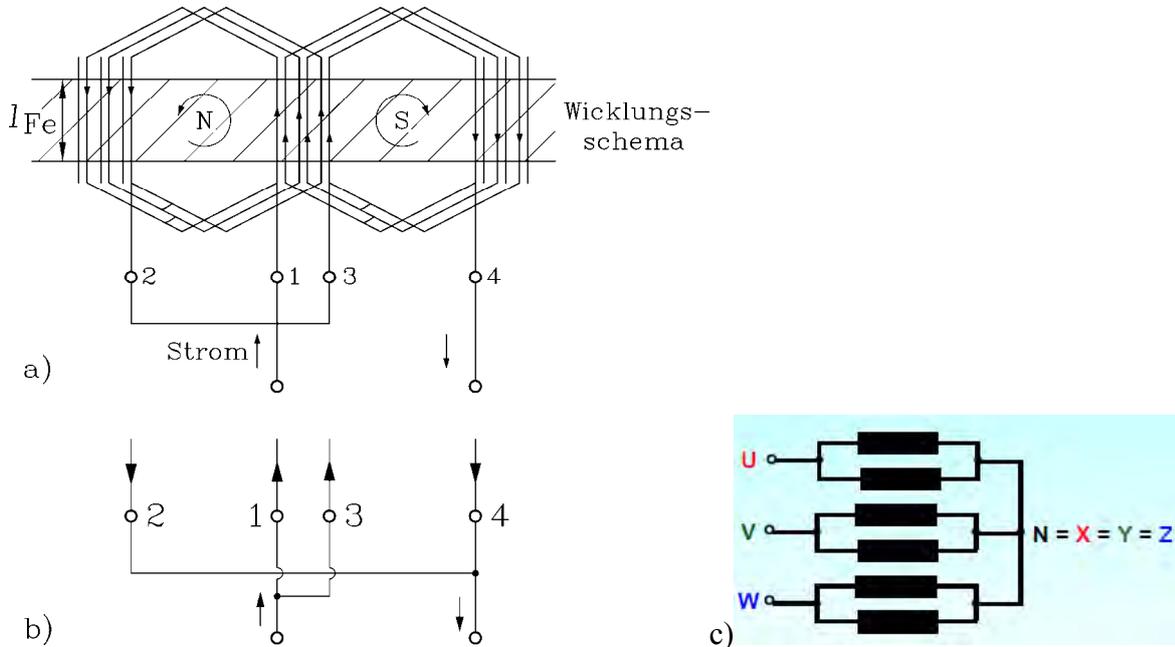


Bild 2.4-9: Spulengruppe a) wie bei Bild 2.4-5c als Serienschaltung der beiden Spulengruppen, b) als Parallelschaltung der beiden Spulengruppen, c) Dreisträngiges Ersatzschaltbild zur Parallelschaltung  $a = 2$

Beispiel 2.4-4:

Achtpolige Maschine:

**Zweischichtwicklung:** Es sind acht Spulengruppen zu je  $q$  Spulen pro Strang vorhanden.

Schaltvarianten:  $a = 1$ : Serienschaltung aller acht Spulengruppen

$a = 2$ : 4 Spulengruppen in Serie, parallel mit dem zweiten Serienabschnitt

$a = 4$ : 2 Spulengruppen in Serie, vier parallele Serienabschnitte

$a = 8$ : Alle 8 Spulengruppen parallel geschaltet

**Einschichtwicklung:** Es sind 4 Spulengruppen zu je  $q$  Spulen pro Strang vorhanden.

Schaltvarianten:  $a = 1$ : Serienschaltung aller 4 Spulengruppen

$a = 2$ : 2 Spulengruppen in Serie, parallel mit dem zweiten Serienabschnitt

$a = 4$ : Alle 4 Spulengruppen parallel geschaltet

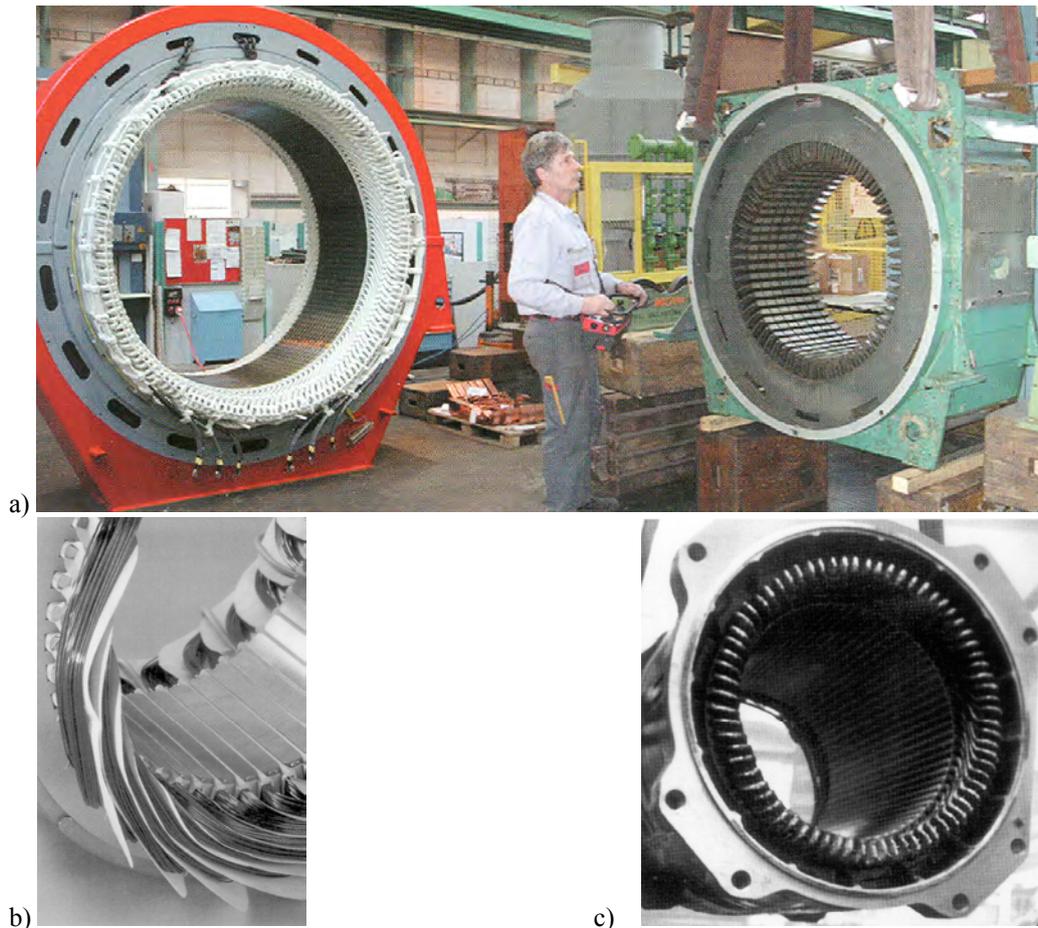
Die magnetisch wirksame **Windungszahl je Strang**  $N$  beträgt folglich (mit der Windungszahl je Spule  $N_c$ ):

$$\boxed{N = \frac{pqN_c}{a}} \text{ Einschichtwicklung} \qquad \boxed{N = \frac{2pqN_c}{a}} \text{ Zweischichtwicklung} \qquad (2.4-3)$$

Beispiel 2.4-5:

Zweipolige Zweischichtwicklung,  $q = 3$ , elfwindigen Spulen ( $N_c = 11$ ), Serienschaltung aller Spulengruppen:  $a = 1$  (Bild 2.4-9a): Windungszahl je Strang  $N = 2 \cdot 3 \cdot 11 / 1 = \underline{66}$  Windungen;  
 $a = 2$  (Bild 2.4-9b): Windungszahl je Strang  $N = 2 \cdot 3 \cdot 11 / 2 = \underline{33}$  Windungen





**Bild 2.4-12:** Zweisicht-Drehstromwicklungen im Statorblechpaket: a) Rechts Statorblechpaket mit 60 offenen Nuten für eine vierpolige Asynchronmaschine ( $q = 5$ ) vor dem Einlegen der Hochspannungs-Spulen, links hochpoliger bewickelter Stator mit offenem Strang-Enden U, X, V, Y, W, Z vor dem Tränken, b) Niederspannungs-Runddraht-Wicklung eines kleineren Industriemotors, c) Profildraht-Wicklung eines 1.6 MW-Asynchron-Lokomotiv-Antriebsmotors der DB BR 120 (Quelle: a) ABB, b) Fa. LTI, Lahnuau, c) Siemens AG)

f) Andere Strangzahlen als  $m = 3$ :

Das **Drehfeld** in Bild 2.3-1 kann anstatt mit  $m = 3$  um  $T/3$  ( $\omega T/3 = 120^\circ$ ) zeitlich phasenversetzten Wechselströmen in drei um räumlich  $2\tau_p/3$  versetzten Spulengruppen auch allgemein mit  $m$  Wechselströmen, die für ungerades  $m$  zeitlich um  $T/m$  phasenversetzt sind und in  $m$  um  $2\tau_p/m$  versetzten Spulengruppen fließen (für gerades  $m$  zeitlich um  $T/(2m)$  phasenversetzt, räumlich um  $\tau_p/m$  versetzt), erzeugt werden. Die Strangzahl  $m = 3$  hat sich aus ökonomischen Gründen im Starkstrombereich durchgesetzt, da das Leitervolumen für eine bestimmte zu übertragende Leistung und Stromdichte minimal ist. Es gibt aber auch AC-Maschinen mit einsträngiger ( $m = 1$ ), zweisträngiger ( $m = 2$ ) und mehrsträngiger ( $m > 3$ ) Wicklungsausführung. **Einsträngig** sind die **Einphasen-Synchrongeneratoren** für das einphasige Bahnnetz (15 kV, 16.7 Hz) ausgeführt, ebenso kleine Synchronuhnantriebe (Minimotoren). **Zweisträngig** sind Asynchronmotoren für das Einphasennetz (230 V, 50 Hz) ausgeführt. Der zweite Strang ist über einen Kondensator  $C$ , der die notwendige Phasenverschiebung für den Strangstrom des zweiten Strangs durchführt, an das Einphasennetz angeschlossen. Der erste Strang ist direkt ans Netz angeschlossen („**Einphasen-Asynchronmaschine**“, **Kondensator-Motor**), Bild 2.4-13a. Große Asynchron- und Synchronmotoren im MW-Leistungsbereich werden **sechssträngig** ausgeführt, wobei das speisende Sechssystem über Transformator- und/oder Umrichterschaltungen aus dem Dreiphasensystem generiert wird.

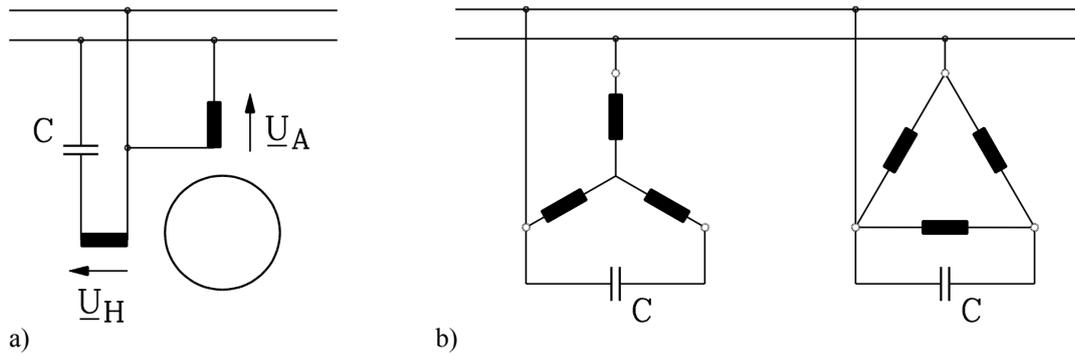
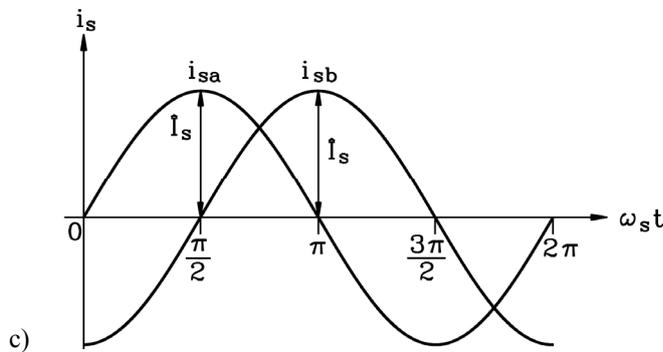
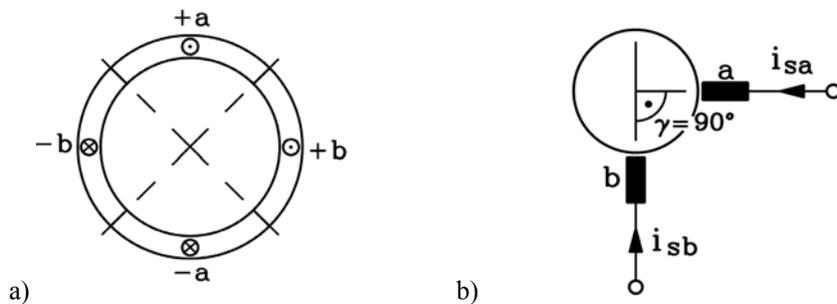


Bild 2.4-13: Betrieb am Einphasennetz:

- a) „Einphasenmotor“ (zweisträngige Wicklung) mit „Arbeits“- und „Hilfs“-Phase und Kondensator C,
- b) „STEINMETZ“-Schaltung: Ein dreisträngiger Motor (Stern- oder Dreieckschaltung) erzeugt am Einphasennetz nur ein Drehfeld, wenn mit einem Kondensator C die Phasenlage in den drei Strängen künstlich verschoben wird. Da die Phasenverschiebung aber deutlich von 120° abweicht, rotiert das Drehfeld ungleichmäßig und seine Amplitude schwankt sehr stark (nur für kleine Leistungen brauchbar).



$\omega_{st}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$i_{sa}$	0	$I_s\sqrt{2}$	0	$-I_s\sqrt{2}$	0
$i_{sb}$	$-I_s\sqrt{2}$	0	$I_s\sqrt{2}$	0	$-I_s\sqrt{2}$

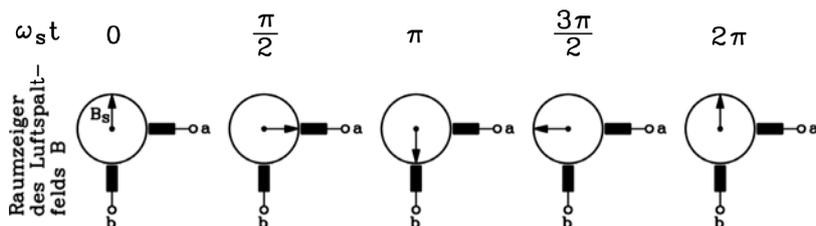


Bild 2.4-14: Wirkungsweise des Zweiphasenmotors ( $m = 2$ ) am Beispiel  $2p = 2$ : a) Anordnung der beiden Wicklungsstränge a (gespeist von  $U_A$ ) und b (gespeist von  $U_H$ ) mit 90° räumlichem Phasenversatz, b) elektrisches Ersatzschaltbild, c) um 90° zeitlich phasenversetzte Strang-Wechselströme  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  und Ausbildung des Drehfelds (Amplitude  $B_s$ ) für 5 ausgewählte, um  $T/4$  versetzte Zeitpunkte

### 3. Mathematische Analyse von Luftspaltfeldern

#### 3.1 Grund- und Oberwellen des Luftspaltfelds

Es besteht ein fundamentaler Unterschied zwischen **Wellen und Schwingung**. Bei der (periodischen) **Welle** ändert sich eine Größe **räumlich** und **zeitlich** periodisch, bei einer **Schwingung** nur zeitlich periodisch. So stellt die Feldverteilung  $B_\delta(x,t)$  im Luftspalt eine Welle dar, während der Wechselstrom je Strang  $i(t)$  eine Schwingungsform ist.

Die treppenförmige Kurvenform der Wanderwelle  $B_\delta(x,t)$  im Luftspalt ändert beim "Wandern"  $T/6$ -periodisch ihre Form. Man ist nur an der der Feldtreppe innewohnenden sinusförmigen **Grundwelle** interessiert. Diese Welle hat als Wellenlänge  $2\tau_p$  und ändert beim Wandern ihre Form NICHT. Sie kann daher zur Energiewandlung von mechanischer in elektrische Energie u. U. gut verwendet werden. Diese Grundwelle ermittelt man aus  $B_\delta(x,t)$  mittels **FOURIER-Analyse**. Weiter sind in der Kurve  $B_\delta(x,t)$  **Oberwellen** mit kürzerer Wellenlänge und kleinerer Amplitude enthalten. Sie werden als Parasitäreffekt betrachtet, die den Hauptzweck der elektrischen Maschine, die elektromechanische Energiewandlung, i. A. nur stören. Sie sind auch dafür verantwortlich, dass die Feldkurvenform sich ändert, während die Feldverteilung weiter wandert.

a) Drehwellen, Wanderwellen:

Die **Grundwelle** hat die mathematische Form

$$B_{\delta 1}(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} - 2\pi f \cdot t\right) \quad (3.1-1)$$

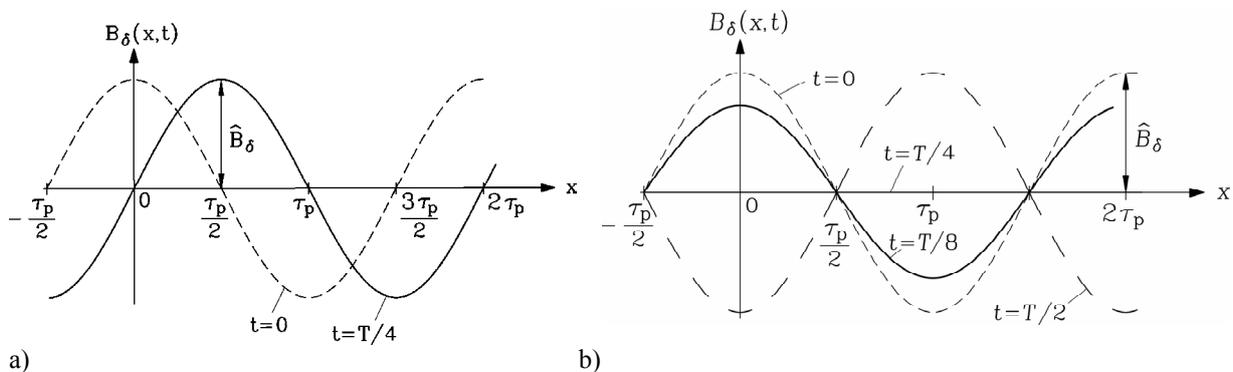


Bild 3.1-1: Feldwellen im Luftspalt: a) Feld-Grundwelle der Feldverteilung aus Bild 2.3-1 als Wanderwelle, b) Stehende Welle als Grundwelle der Feldverteilung eines Wicklungs-Strangs Bild 2.2-4

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  ist die Grundwelle eine Cosinus-Funktion mit dem Maximum bei  $x = 0$  (Bild 3.1-1a).

$$B_{\delta 1}(x,0) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p}\right) \quad (3.1-2)$$

Nach der Zeit  $t = T/4$  (mit  $T = 1/f$ ) ist sie eine Sinusfunktion mit dem Maximum bei  $x = \tau_p/2$ .

$$B_{\delta 1}(x, T/4) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} - \frac{\pi}{2}\right) = \hat{B}_{\delta 1} \sin\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p}\right) \quad (3.1-3)$$

Die Welle ist um die Strecke  $\tau_p/2$  weiter gewandert. An jedem festen Ort  $x = C$  schwingt dabei die Flussdichte mit der Frequenz  $f$ , aber mit unterschiedlicher Phasenlage  $C\pi/\tau_p$ .

$$B_{\delta 1}(x = C, t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{C \cdot \pi}{\tau_p} - 2\pi f \cdot t\right) \quad (3.1-4)$$

Die Umfangs-Geschwindigkeit  $v_{syn}$  der Drehwelle (oder beim Linearmotor in linearer "Abwicklung" der gekrümmten Geometrie die Geschwindigkeit  $v$  der Wanderwelle), wird mit der Überlegung berechnet, dass ein mit der Welle mitbewegter Beobachter stets eine konstante Phase  $\frac{x\pi}{\tau_p} - 2\pi f t = \text{Konst.}$  sieht. Folglich gilt für ihn

$$v_{syn} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(\text{Konst.} + 2\pi f t) \frac{\tau_p}{\pi} = 2f\tau_p \quad (3.1-5)$$

Dieses Ergebnis wurde bereits in Kapitel 2 auf anderem Weg hergeleitet. Eine in **entgegengesetzte Richtung** laufende Welle  $v_{syn} = -2f\tau_p$  hat folglich die Darstellung

$$B_{\delta 1}(x, t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} + 2\pi f \cdot t\right) \quad \text{„Gegenlaufendes Drehfeld“} \quad (3.1-6)$$

#### Beispiel 3.1-1:

Bei  $f = 50$  Hz ist die  $v_{syn}$  in  $m/s$  zahlenmäßig genauso groß wie die Polteilung in  $cm$ .

$$f = 50 \text{ Hz} : \quad v_{syn}^{[m/s]} = \tau_p^{[cm]} \quad (3.1-7)$$

Zweipoliger Turbogenerator ( $2p = 2$ ) in kalorischem Kraftwerk:  $n_{syn} = 3000/\text{min}$ :

- Bohrungsdurchmesser  $d_{si} = 1.2$  m
- Polteilung  $\tau_p = 1.2\pi/2 = 1.88$  m = 188 cm
- $v_{syn} = 188$  m/s = 676 km/h = Umfangsgeschwindigkeit des Läufers, der synchron mit der Drehwelle läuft (Synchronmaschine !)

#### b) Stehende Wellen:

Die Feldverteilung eines Strangs (z. B. Bild 2.2-4) wandert nicht bei Wechselstromspeisung, sondern „steht“ räumlich fest, pulsiert aber zeitlich mit der Frequenz  $f$ . Deren *FOURIER*-Grundwelle ist ebenfalls eine stehende, pulsierende Welle (Bild 3.1-1b).

$$B_{\delta 1}(x, t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p}\right) \cdot \cos(2\pi f \cdot t) \quad (3.1-8)$$

Sie ändert die Lage ihrer Knoten (Nullstellen) und Bäuche (Maxima) nicht, wohl aber pulsiert die Amplitude. Zur Zeit  $t = 0$  hat das Maximum bei  $x = 0$  den Wert  $\hat{B}_{\delta 1}$ , bei  $t = T/8$  nur noch  $\hat{B}_{\delta 1} / \sqrt{2}$ , bei  $t = T/4$  den Wert Null, bei  $t = T/2$  den Wert  $-\hat{B}_{\delta 1}$  usw.

### 3.2 FOURIER-Reihenentwicklung zur Ermittlung von Grund- und Oberwellen

Eine periodische Funktion  $V(\gamma)$  mit der Periode  $2\pi$  kann in eine unendliche Summe von sinusförmigen Funktionen dargestellt werden (FOURIER-Reihe):

$$V(\gamma) = V_0 + \sum_{\nu=1,2,3,\dots}^{\infty} [\hat{V}_{\nu,a} \cdot \cos(\nu \cdot \gamma) + \hat{V}_{\nu,b} \cdot \sin(\nu \cdot \gamma)] \quad (3.2-1)$$

Die einzelnen Amplituden zu den Ordnungszahlen

$$\nu = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2-2)$$

werden mit

$$\hat{V}_{\nu,a} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\gamma) \cdot \cos(\nu \cdot \gamma) \cdot d\gamma, \quad \hat{V}_{\nu,b} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\gamma) \cdot \sin(\nu \cdot \gamma) \cdot d\gamma \quad (3.2-3)$$

und der Mittelwert mit

$$V_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\gamma) \cdot d\gamma \quad (3.2-4)$$

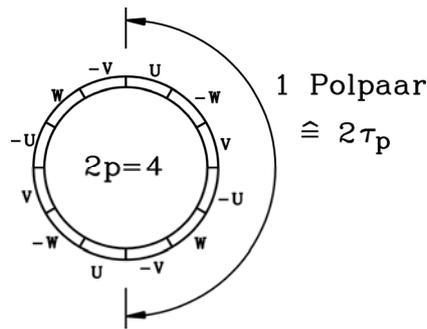
berechnet.

a) *FOURIER-Reihe des Felds ungesehnter Spulen ( $q = 1$ ):*

Die räumliche Verteilung der magnetischen Spannung  $V_c(x)$  eines Wicklungsstrangs mit  $q = 1$  Spulen pro Pol ist gemäß Bild 3.2-2a – unabhängig von der zeitlichen Kurvenform des Spulenstroms  $i_c$  – eine periodische Rechteckfunktion. Je Nut ist bei einer Zweischichtwicklung die "konzentrierte" Nut-Durchflutung  $\Theta_Q = 2N_c i_c$  vorhanden. Die Umfangskoordinate  $x$  wird durch den Umfangswinkel  $\gamma$

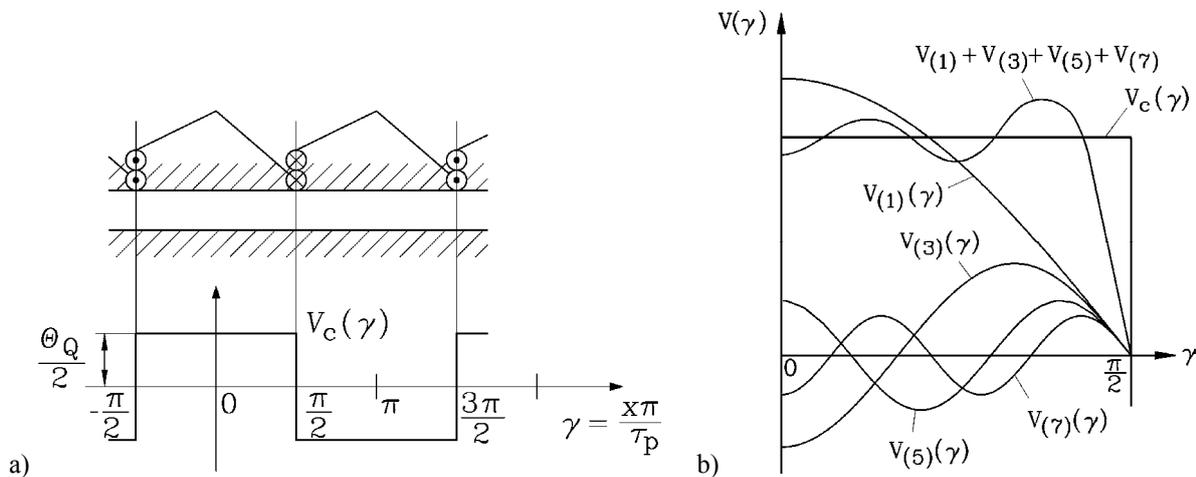
$$\boxed{\gamma = x \frac{\pi}{\tau_p}} \quad (3.2-5)$$

ausgedrückt. Bei  $x = 2\tau_p$  ist der Umfangswinkel  $2\pi$ . Das entspricht bei einer zweipoligen Maschine auch dem Umfangswinkel  $2\pi$  in "**mechanischen Graden**", bei einer vierpoligen Maschine jedoch nur  $\pi$  in "mechanischen Grad" usw. Der Umfangswinkel  $\gamma$  wird folglich in "**elektrischen Graden**" gezählt. Allgemein sind  $\gamma = 2\pi$ , gezählt in "elektrischen Graden",  $\gamma_m = 2\pi/p$ , gezählt in "mechanischen Graden" (Bild 3.2-1).



**Bild 3.2-1:** Sechszonen-Wicklungsanordnung pro Polpaar für die Spulengruppen einer vierpoligen Drehfeldmaschine N-S-N-S ( $2p = 4$ ). Der halbe mechanische Umfangswinkel  $\gamma_m = 180^\circ$  entspricht einem Polpaar der Wicklung (also  $\gamma = 360^\circ$  elektrisch):  $\gamma_m = 2\pi/p = 2\pi/2 = \pi$ .

Da die negativen und positiven Flächen unter der Kurve  $V_c(\gamma)$  gleich groß sind, ist  $V_{c,0}$  gemäß (3.2-4) Null: **Es tritt kein Gleichanteil („Unipolarflussdichte“) im Luftspaltfeld auf.**



**Bild 3.2-2:** a) Magnetische Spannung  $V_c(x)$  einer Folge von ungespeisten, bestromten Spulen  
 b) Grundwelle  $v = 1$  und Oberwellen  $v = 3, 5, 7$  sowie deren Summe

Wird die Lage von  $\gamma = 0$  wie in Bild 3.2-2a gewählt, so ist  $V_c(\gamma)$  eine „gerade“ Funktion:

$$V_c(\gamma) = V_c(-\gamma) \tag{3.2-6}$$

Wird dies in (3.2-3) eingesetzt, so folgt  $\hat{V}_{c,v,b} = 0$  (bitte überprüfen Sie das selbst!).

**Fazit:**

Die **FOURIER-Reihe** einer gerade Funktion enthält nur **cos-Funktionen**.

Weiter ist die Feldkurve in Bild 3.2-2a eine abszissensymmetrische Funktion:

$$V_c(\gamma) = -V_c(\gamma + \pi) \tag{3.2-7}$$

Wird dies in (3.2-3) eingesetzt, so folgt für  $v = 1, 2, 3, \dots$ :

$$V_{c,v,a} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma \tag{3.2-8}$$

Das zweite Integral in (3.2-8) liefert mit der Abszissensymmetrie (3.2-7)

$$\int_{\pi}^{2\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma = \int_0^{\pi} V_c(\gamma'+\pi) \cos(v(\gamma'+\pi)) d\gamma' = \int_0^{\pi} -V_c(\gamma') \cos(v\gamma') (-1)^v d\gamma' \quad (3.2-9)$$

Folglich hebt sich das zweite Integral mit dem ersten in (3.2-8) für gerade Ordnungszahlen  $v$  auf:

$$v = 2, 4, 6, \dots: \hat{V}_{c,v,a} = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma - \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma \right] = 0 \quad (3.2-10)$$

Es verbleibt in (3.2-3):

$$v = 1, 3, 5, \dots: \hat{V}_{c,v,a} = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma + \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma \right] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma \quad (3.2-11)$$

**Fazit:**

*Abszissensymmetrische periodische Kurvenverläufe (Feldverteilungen) haben nur Oberwellen mit ungerader Ordnungszahl.*

$$\hat{V}_{c,v} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma, \quad V_c(\gamma) = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{V}_{c,v} \cos(v\gamma) \quad (3.2-12)$$

Die FOURIER-Reihe der periodischen Rechteckfunktion Bild 3.2-2a liefert somit (bitte nachrechnen):

$$\hat{V}_{c,v} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(v\gamma) d\gamma = \frac{\Theta_Q}{2} \cdot \frac{4}{v\pi} \cdot \sin\left(\frac{v\pi}{2}\right), \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (3.2-13)$$

Da der Faktor  $\sin(v\pi/2)$  stets den Betrag 1 hat, sinken die Amplitudenbeträge der Oberwellen mit  $1/v$ . Die endliche FOURIER-Summe bis zur 7. Oberwelle beschreibt die Rechteckverteilung schon ganz brauchbar (Bild 3.2-2b).

b) FOURIER-Reihe des Felds gesehnter Spulen ( $q = 1$ ):

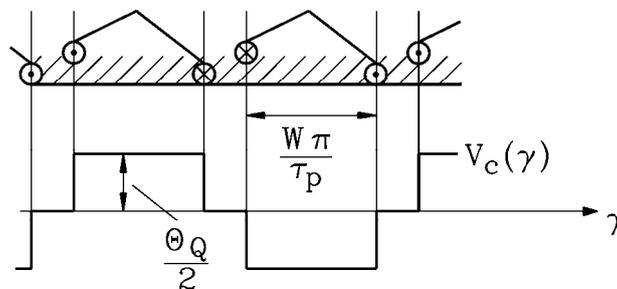


Bild 3.2-3: Magnetische Spannung  $V_c(x)$  einer Folge von gesehnten, bestromten Spulen

Werden die Spulen gesehnt, so verändert sich  $V_c(x)$  gemäß Bild 3.2-3. Die zugehörige Berechnung der FOURIER-Amplituden lautet mit den Beziehungen (3.2-6, 3.2-7)

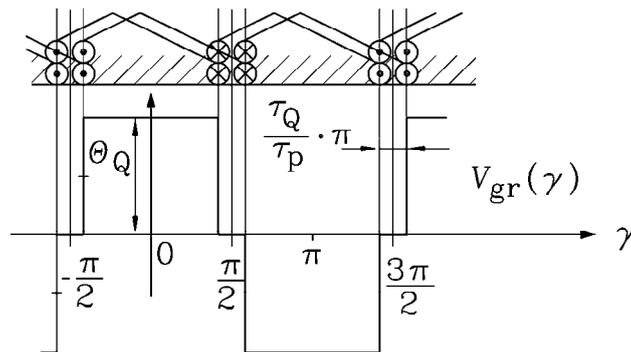
$$\begin{aligned} \nu = 1, 3, 5, \dots: \hat{V}_{c,\nu} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_c(\gamma) \cos(\nu\gamma) d\gamma = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_c(\gamma) \cos(\nu\gamma) d\gamma = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} V_c(\gamma) \cos(\nu\gamma) d\gamma = \\ &= \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}} \frac{\Theta_Q}{2} \cdot \cos(\nu\gamma) d\gamma = \frac{\Theta_Q}{2} \cdot \frac{4}{\nu\pi} \cdot \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\nu\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.2-14)$$

Im Vergleich zu den ungesehnten Spulen ist der Betrag der Amplituden um den **"Schnungsfaktor"**  $k_{p,\nu}$  kleiner. Im Sonderfall  $W = \tau_p$  (ungesehnt) geht (3.2-14) in (3.2-13) über.

$$k_{p,\nu} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\nu\pi}{2}\right) \quad (3.2-15)$$

*Beispiel 3.2-1:*  $W/\tau_p = 5/6$  ( $q = 2$ ):  $\nu = 1$ :  $k_{p1} = 0.966$ ,  $\nu = 5$ :  $k_{p5} = 0.259$

c) *FOURIER-Reihe des Felds einer ungesehnten Spulengruppe ( $q > 1$ ):*



**Bild 3.2-4:** Magnetische Spannung  $V_{gr}(x)$  einer Folge von  $q = 2$  ungesehnten, bestromten Spulengruppen (Amplitude  $q\Theta_Q/2 = \Theta_Q$ )

Der Verlauf der magnetischen Spannung einer ungesehnten Spulengruppe für  $q = 2$  ist in Bild 3.2-4 dargestellt. Die *FOURIER*-Reihe der magnetischen Spannungsverteilung  $V_{gr}(\gamma)$  lautet

$$\hat{V}_{gr,\nu} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_{gr}(\gamma) \cos(\nu\gamma) d\gamma = \frac{q\Theta_Q}{2} \cdot \frac{4}{\nu\pi} \cdot \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\nu\pi}{2mq}\right)}, \quad \nu = 1, 3, 5, \dots \quad (3.2-16)$$

- Bei der Rechnung wurde berücksichtigt, dass der Abstand zwischen benachbarten Nutdurchflutungen die Nutteilung  $\tau_Q = \tau_p/(m \cdot q)$  ist. Im Vergleich zu (3.2-13) sind die Amplituden
- einerseits um den Faktor  $q$  größer, da sich die Anzahl der Nutdurchflutungen um den Faktor  $q$  erhöht hat,
  - aber um den **"Zonenfaktor"**  $k_{d,\nu}$  (3.2-17) verringert.

$$k_{d,v} = \frac{\sin\left(\frac{v\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{v\pi}{2mq}\right)} \quad (3.2-17)$$

Im Sonderfall  $q = 1$  entsteht aus (3.2-17) der Faktor 1, was (3.2-16) wieder auf (3.2-13) führt. Mit der Umformung

$$\frac{q\Theta_Q}{2} = qN_c i_c = \frac{2pqN_c}{a} \cdot \frac{ai_c}{2p} = N \cdot \frac{i}{2p} \quad (3.2-18)$$

wird die Windungszahl  $N$  je Strang eingeführt und statt des Spulenstroms  $i_c$  der Strangstrom  $i = ai_c$ . Im Sonderfall der Serienschaltung aller Spulen ( $a = 1$ ) sind Spulen- und Strangstrom identisch. Für die Amplituden in (3.2-16) folgt mit (3.2-18):

$$\hat{V}_{gr,v} = N \cdot \frac{i}{2p} \cdot \frac{4}{v\pi} \cdot \sin\left(\frac{v\pi}{2}\right) \cdot k_{d,v} \quad (3.2-19)$$

d) *FOURIER-Reihe des Felds einer gesehten Spulengruppe* ( $q > 1$ ,  $W/\tau_p < 1$ ):

Im allgemeinen Fall der Folge von gesehten Spulengruppen muss in (3.2-16) der Ausdruck  $\sin(v\pi/2)$  durch den Sehnungsfaktor (3.2-15) ersetzt werden. Damit erhält man die *FOURIER-Reihe* der periodischen Kurve  $V_{strang}(\gamma)$  eines Wicklungsstrangs (mit  $i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$ ).

$$\hat{V}_{strang,v}(t) = N \cdot \frac{i(t)}{2p} \cdot \frac{4}{v\pi} \cdot k_{p,v} \cdot k_{d,v}, \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (3.2-20)$$

$$\hat{V}_{strang,v} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{N}{p} \cdot \frac{1}{v} \cdot k_{p,v} \cdot k_{d,v} \cdot I, \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (3.2-21)$$

$$V_{strang}(\gamma, t) = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{V}_{strang,v} \cdot \cos(v\gamma) \cdot \cos(\omega t) \quad (3.2-22)$$

### Fazit:

Die *FOURIER-Reihe* der periodischen magnetischen Spannungsverteilung  $V_{strang}(\gamma, t)$  und damit der Feldkurve  $B_\delta(x, t)$  eines Wicklungsstrangs mit der Strangwindungszahl  $N$ , vom Strangstrom  $i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$  erregt, ist (3.2-21), (3.2-22). Diese magnetische Spannungsverteilung ist eine Summe stehender, pulsierender Wellen („Wechselfeld“).

Das Produkt (3.2-23) heißt "**Wicklungsfaktor**"  $k_{w,v}$ .

$$k_{w,v} = k_{p,v} \cdot k_{d,v} \quad (3.2-23)$$

### Beispiel 3.2-2:

a) Wicklungsdaten ausgeführter E-Maschinen:

$Q/p = 6$ ,  $q = 1$ ,  $W/\tau_p = 1$ :

- elektrische erregte Synchron-Lichtmaschine (12-polig),
- TRANSRAPID-Wanderfeldwicklung für elektrisch erregten Synchron-Linearmotor

Die mögliche Sehnung  $W/\tau_p = 2/3$  mindert alle Amplituden gleichartig (siehe Tab. 3.2-1) und wird daher in der Praxis nicht eingesetzt.

$Q/p = 12, q = 2, W/\tau_p = 1$ :

- Permanentmagneterregte Synchronmaschine im Hybridauto (*Toyota Prius II*), 8-polig;

$Q/p = 18, q = 3, W/\tau_p = 7/9$ :

- Vierpolige Käfigläufer-Asynchronmaschinen.

Die Sehnungen  $W/\tau_p = 5/6$  und  $7/9$  mindern selektiv Oberwellenamplituden (Tab. 3.2-1) und werden daher in der Praxis häufig eingesetzt, aus Kostengründen in der Regel aber erst bei größeren E-Maschinen ab etwa 100 ... 200 kW.

b) Sehnungs-, Wicklungs- und Zonenfaktor für  $q = 1, 2, 3$  (Drehstromwicklungen A, B, C, Tab. 3.2-1) für ausgewählte ungerade, nicht durch 3 teilbare Ordnungszahlen:

**A:**  $Q/p = 6, q = 1, W/\tau_p = 2/3$ , **B:**  $Q/p = 12, q = 2, W/\tau_p = 5/6$ , **C:**  $Q/p = 18, q = 3, W/\tau_p = 7/9$

	A			B			C		
	$q = 1, W/\tau_p = 2/3$			$q = 2, W/\tau_p = 5/6$			$q = 3, W/\tau_p = 7/9$		
	$Q/p = 6$			$Q/p = 12$			$Q/p = 18$		
$\nu$	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$
1	0.866	1	0.866	0.966	0.966	0.933	0.940	0.960	0.902
5	-0.866	1	-0.866	0.259	0.259	0.067	-0.174	0.218	-0.038
7	0.866	1	0.866	0.259	-0.259	-0.067	0.766	-0.177	-0.136
11	-0.866	1	-0.866	0.966	-0.966	<u>-0.933</u>	0.766	-0.177	-0.136
13	0.866	1	0.866	-0.966	-0.966	<u>0.933</u>	-0.174	0.218	-0.038
17	-0.866	1	-0.866	-0.259	-0.259	0.067	0.940	0.960	<u>0.902</u>
19	0.866	1	0.866	-0.259	0.259	-0.067	-0.940	0.960	<u>-0.902</u>

Tabelle 3.2-1: Sehnungs-, Zonen- und Wicklungsfaktoren für gesehnte Drehstromwicklungen mit 6, 12 und 18 Nuten je Polpaar

Sehnungs- und Zonenfaktor **SCHWÄCHEN** bestimmte Oberwellenamplituden **AB**. Sehnungs-, Zonen- und Wicklungsfaktor hängen wegen der sin-Funktion **PERIODISCH** von der Ordnungszahl  $\nu$  ab und sind bei bestimmten höheren Ordnungszahlen  $\nu_Q$  („*nutharmonische Ordnungszahlen*“) ebenso groß wie bei  $\nu = 1$ .

e) *FOURIER-Reihe des Felds einer Drehstromwicklung:*

Die **stehende pulsierende Durchflutungsverteilung** je Strang wird für die drei, je um  $2\tau_p/3$  räumlich versetzten Stränge U, V, W einzeln für jede Ordnungszahl  $\nu$  angeschrieben. Dabei werden die drei Stränge durch drei je um  $T/3$  phasenversetzte Sinuswechselströme gespeist.

$$V_{U\nu}(\gamma, t) = \hat{V}_{strang,\nu} \cdot \cos(\nu\gamma) \cdot \cos(\omega t) \tag{3.2-24}$$

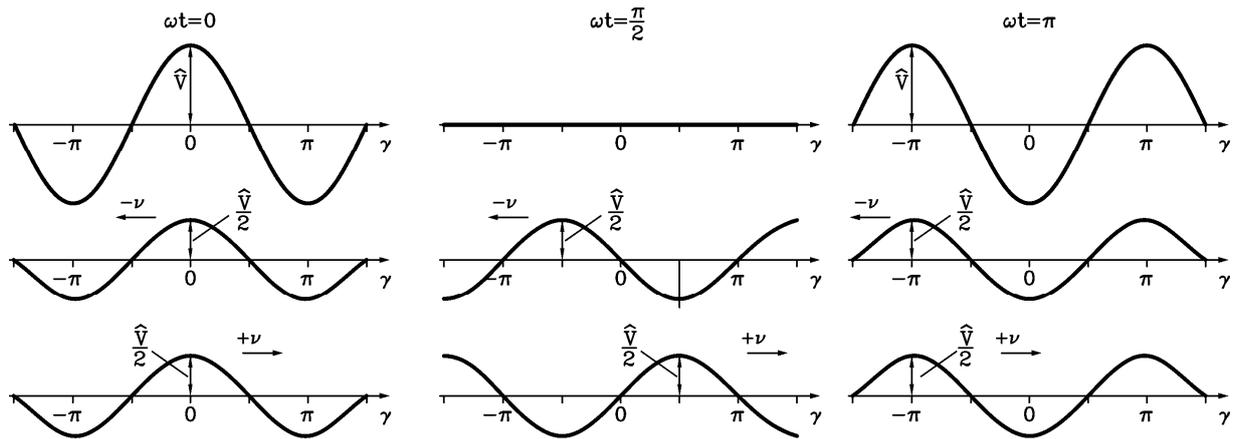
$$V_{V\nu}(\gamma, t) = \hat{V}_{strang,\nu} \cdot \cos(\nu(\gamma - 2\pi/3)) \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3) \tag{3.2-25}$$

$$V_{W\nu}(\gamma, t) = \hat{V}_{strang,\nu} \cdot \cos(\nu(\gamma - 4\pi/3)) \cdot \cos(\omega t - 4\pi/3) \tag{3.2-26}$$

Die stehenden, pulsierenden Wellen (3.-24) ... (3.26) können mit dem trigonometrischen Summensatz

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

in **mit-** und **gegenlaufende** Drehwellen zerlegt werden (Bild 3.2-5).



**Bild 3.2-5:** Zerlegung einer stehenden, pulsierenden Welle  $v = 1$  (Amplitude  $\hat{V}$ , oben) in zwei gegenläufige Wanderwellen (Drehwellen) halber Amplitude  $\hat{V}/2$  (darunter), dargestellt für drei Zeitpunkte  $t = 0, T/4, T/2$

$$V_{Uv}(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang,v}}{2} \cos(v\gamma + \omega t) + \frac{\hat{V}_{strang,v}}{2} \cos(v\gamma - \omega t) \quad (3.2-27)$$

$$V_{Vv}(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang,v}}{2} \cos\left(v\gamma - \frac{v2\pi}{3} + \omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\hat{V}_{strang,v}}{2} \cos\left(v\gamma - \frac{v2\pi}{3} - \omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.2-28)$$

$$V_{Wv}(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang,v}}{2} \cos\left(v\gamma - \frac{v4\pi}{3} + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{\hat{V}_{strang,v}}{2} \cos\left(v\gamma - \frac{v4\pi}{3} - \omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (3.2-29)$$

Die Summenbildung

$$V(\gamma, t) = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} (V_{Uv}(\gamma, t) + V_{Vv}(\gamma, t) + V_{Wv}(\gamma, t)) = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} V_v(\gamma, t) \quad (3.2-30)$$

wird im Folgenden für  $v = 1$  ausführlich vorgerechnet.

$$V_{U1}(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang,1}}{2} \cos(\gamma + \omega t) + \frac{\hat{V}_{strang,1}}{2} \cos(\gamma - \omega t)$$

$$V_{V1}(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang,1}}{2} \cos\left(\gamma + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{\hat{V}_{strang,1}}{2} \cos(\gamma - \omega t)$$

$$V_{W1}(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang,1}}{2} \cos\left(\gamma + \omega t - \frac{8\pi}{3}\right) + \frac{\hat{V}_{strang,1}}{2} \cos(\gamma - \omega t)$$

Mit der allgemein gültigen Beziehung

$$\cos(\lambda) + \cos\left(\lambda - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\lambda - \frac{8\pi}{3}\right) = 0 \quad (3.2-31)$$

löschen sich die jeweils drei ersten Summanden (gegenlaufende Teildrehwellen) bei der Summenbildung  $V_1(\gamma, t) = V_{U1}(\gamma, t) + V_{V1}(\gamma, t) + V_{W1}(\gamma, t)$  aus, während die drei zweiten Summanden (mitlaufenden Teilwellen) sich gleichphasig summieren zu einem resultierenden Drehfeld mit der **1.5-fachen Amplitude** gegenüber den stehenden Wechselfeldern je Strang:

$$V_1(x,t) = \frac{3}{2} \hat{V}_{strang,1} \cos(\gamma - \omega t) \quad (3.2-32)$$

Daraus folgt mit  $B_\delta = \mu_0 V / \delta$  die in (3.1-1) angegebene **Drehwelle des Grundfelds**

$$B_{\delta 1}(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} - 2\pi f \cdot t\right) . \quad (3.2-33)$$

In gleicher Weise wird die Summe für  $\nu > 1$  gebildet. Es ergibt sich

$$V_3(\gamma,t) = 0 + 0 = 0 \quad (3.2-34)$$

$$V_5(\gamma,t) = \frac{3}{2} \hat{V}_{strang,5} \cos(5\gamma + \omega t) \quad (3.2-35)$$

$$V_7(\gamma,t) = \frac{3}{2} \hat{V}_{strang,7} \cos(7\gamma - \omega t) \quad (3.2-36)$$

$$V_9(\gamma,t) = 0 + 0 = 0 \quad (3.2-37)$$

Für Ordnungszahlen  $\nu$ , die durch drei teilbar sind, ist die Summenwirkung der drei Stränge stets **Null**. Die drei mitlaufenden und die drei gegenlaufenden Teildrehwellen löschen einander – je für sich betrachtet - aus.

$$\underline{\nu = 3, 9, 15, 21, \dots}: \quad V_\nu(\gamma,t) = V_{U\nu}(\gamma,t) + V_{V\nu}(\gamma,t) + V_{W\nu}(\gamma,t) = 0 \quad (3.2-38)$$

Für  $\nu = 7, 13, 19, \dots$  löschen sich, wie bei der Grundwelle, die drei gegenlaufenden Teilwellen aus, während die drei mitlaufenden Teildrehwellen sich gleichphasig addieren; es ergeben sich mit dem Grundwellenfeld MIT-laufende Oberwellen.

Für  $\nu = 5, 11, 17, \dots$  löschen sich die drei mitlaufenden Teilwellen aus, während die drei gegenlaufenden Teildrehwellen sich gleichphasig addieren; es ergeben sich daher GEGEN-laufende Oberwellen.

### **Fazit:**

*Eine dreisträngige Drehfeldwicklung, gespeist von einem symmetrischen Drehstromsystem, erregt eine stufenförmige Durchflutungsverteilung  $V(x,t)$ , die als Summe von Grund- und Oberwellen dargestellt werden kann. Es treten **nur ungerade Ordnungszahlen**  $\nu = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots$  auf.*

$$V(x,t) = \sum_{\nu} V_{\nu}(x,t) = \sum_{\nu} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m}{p} N \frac{k_{w,\nu}}{\nu} I \cdot \cos\left(\frac{\nu\pi x}{\tau_p} - \omega t\right) \quad (3.2-39)$$

$$\nu = 1, -5, 7, -11, 13, -17, \dots \quad (3.2-40)$$

In (3.2-39) wird eine **vorzeichenbehaftete Ordnungszahl** (3.2-40) verwendet, damit sich automatisch mit- und gegenlaufende Wellen ergeben. Auf den Ausdruck  $k_{w,\nu}/\nu$  hat dies keinen Einfluss, weil sich die Vorzeichen von Zähler und Nenner aufheben. In (3.2-39) ist die

allgemeine Strangzahl  $m$  (hier:  $m = 3$ ) eingesetzt, da die Rechnung für eine  $m$ -strängige Drehstromwicklung, gespeist mit einem  $m$ -strängigen Drehstromsystem, ebenfalls gültig ist.

Die Ordnungszahlen (3.2-40) können mit der Hilfsformel (3.2-41) bestimmt werden.

$$\nu = 1 + 2mg \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (g: \text{ganze Zahl}) \quad (3.2-41)$$

Beispiel 3.2-3:

Ordnungszahlen bei  $m = 3$ :  $\nu = 1 + 2 \cdot 3 \cdot g = 1 + 6g$

$g$	0	-1	1	-2	2	...
$\nu$	1	-5	7	-11	13	...

Die Umlaufgeschwindigkeiten der Oberwellen sinken mit  $1/\nu$ .

$$v_{syn,\nu} = 2f \frac{\tau_p}{\nu} \quad (3.2-42)$$

Die Amplituden sinken mit  $k_{w,\nu}/\nu$ , somit stärker als  $1/\nu$ , da  $|k_{w,\nu}| < 1$  ist. Die Frequenz der Oberwellen ist einheitlich die Statorfrequenz  $f$ , da sie alle vom selben  $f$ -frequenten Drehstromsystem erregt werden.

Beispiel 3.2-4:

Feldwellen-Amplitudenspektrum  $\hat{B}_{\delta\nu} / \hat{B}_{\delta 1} = \hat{V}_\nu / \hat{V}_1$  für drei unterschiedliche Wicklungen A, B, C:

	A	B	C
	$q = 1, W/\tau_p = 2/3$	$q = 2, W/\tau_p = 5/6$	$q = 3, W/\tau_p = 7/9$
	$Q/p = 6$	$Q/p = 12$	$Q/p = 18$
$\nu$	$\hat{B}_{\delta\nu} / \hat{B}_{\delta 1} \quad (\%)$	$\hat{B}_{\delta\nu} / \hat{B}_{\delta 1} \quad (\%)$	$\hat{B}_{\delta\nu} / \hat{B}_{\delta 1} \quad (\%)$
1	100	100	100
-5	-20	1.4	-0.8
7	14.3	-1.0	-2.2
-11	-9.1	<u>-9.1</u>	-1.4
13	7.7	<u>7.7</u>	-0.3
-17	-5.6	-0.4	<u>5.9</u>
19	5.3	0.38	<u>-5.3</u>

Tabelle 3.2-2: Feldwellen-Amplitudenspektrum für gesehnte Drehstromwicklungen mit 6, 12 und 18 Nuten je Polpaar

*Wicklung A:*

2/3-Sehnung, Lochzahl  $q = 1$ : Die Amplituden der Oberwellen sinken nur mit  $1/\nu$ , denn bei  $q = 1$  beeinflusst die Sehnung Grund- und Oberwellen in gleicher Weise. Daher sind Wicklungen  $q = 1$  un-gesehnt.

*Wicklung B:*

5/6-Sehnung, Lochzahl  $q = 2$ : Die 5-te und 7-te Oberwelle sind stark verringert („weg-gesehnt“), analog dazu periodisch die 17-te, 19-te usw.

*Wicklung C:*

7/9-Sehnung, Lochzahl  $q = 3$ : Die feinere Nutung gegenüber  $q = 2$  bewirkt, dass auch die 11. und 13. Harmonische stark verringert sind.

**Fazit:**

Sehnung und feinere Nutung  $q > 1$  bewirken eine starke Verringerung der Oberwellenamplituden und damit eine bessere Annäherung der "Feldtreppenkurve" an die gewünschte Sinusform.

**f) Nutharmonische Oberwellen:**

In Tab. 3.2-2 fällt auf, dass bei den nutharmonischen Ordnungszahlen (3.2-43) die Oberwellenamplituden wieder zunehmen, weil bei ihnen der Wicklungsfaktor genau so groß wie bei der Grundwelle ist (siehe Bsp. 3.2-2).

$$v_Q = 1 + \frac{Q}{p} g, \quad g = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3.2-43)$$

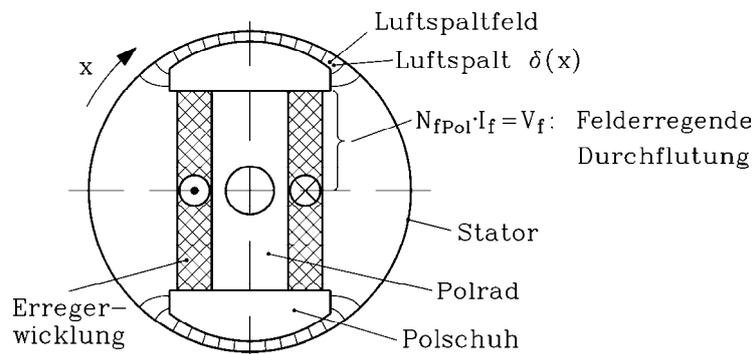
**Beispiel 3.2-5:**

Nutharmonische Ordnungszahlen:

a)  $Q/p = 12$ :  $v_Q = 1 + 12g = -11, 13, -23, 25$  usw.,

b)  $Q/p = 18$ :  $v_Q = 1 + 18g = -17, 19, -35, 37$  usw. (vergleiche Tabelle 3.2-2).

Diese **nutharmonischen Oberwellen** treten als Paare (-11, 13; -23, 25; usw.) auf. Das Paar mit den niedrigsten Ordnungszahlen hat als Wellenlänge etwa die Nutteilung, denn die Nutharmonischen approximieren im Wesentlichen die Stufen in der Feldtreppe  $V(x)$  (vgl. Bild 3.2-1), die durch die in den (unendlich schmalen) Nuten diskret lokalisierten Nutdurchflutungen bewirkt werden. Diese nutharmonischen Feldoberwellen bewirken durch ihren radialen magnetischen Zug zwischen Stator und Rotor u. U. Blechpaketschwingungen, die wie ein Lautsprecher fallweise unangenehme magnetische Töne („Sirenentöne“) abstrahlen. Weiter induzieren sie in massiven elektrisch leitfähigen Teilen elektrische Spannungen, die Wirbelströme treiben und u. U. hohe Wirbelstromverluste bewirken. Durch Schrägung der Nuten kann man ihre Amplitude verringern (siehe Kap. 4 und die Vorlesung: „Motorenentwicklung für die Antriebstechnik“).

**3.3 FOURIER-Reihe von gleichstromerregten Polradfeldern**

**Bild 3.3-1:** Luftspaltfeld einer zweipoligen Synchronmaschine im Leerlauf ohne Nutungseinfluss

In Bild 3.3-1 ist das Luftspaltfeld  $H_\delta$  eines zweipoligen, elektrisch erregten Polrads (Läufers) einer Schenkelpol-Synchronmaschine dargestellt. Die Drehfeld-Wicklung im Stator sei stromlos, daher ist diese nicht eingezeichnet. Die Nutöffnungen der Ständernten sind vernachlässigt. Das Luftspaltfeld ist ausschließlich von der Läuferdurchflutung  $N_{fPol} I_f$  erregt, wobei  $N_{fPol}$  die Spulenwindungszahl pro Pol ist. Die Erregerpulen von N- und S-Pol sind –

wie zumeist üblich - elektrisch in Serie geschaltet. Wegen der Polschuhkontur und der Pollücke ist der **Luftspalt nicht mehr konstant**, sondern vergrößert sich zu den Pollücken hin (Bild 3.3-3). Er ist eine Funktion der Umfangskoordinate  $\delta(x)$ . Das Eisen wird als magnetisch unendlich permeabel ( $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ) vorausgesetzt, daher ist die Feldstärke  $H_{Fe}$  im Eisen Null. Die Radialkomponente  $B_\delta$  des Luftspaltfelds wird mit dem Durchflutungssatz berechnet.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2N_{fPol} I_f = 2V_f = 2H_\delta \delta(x) + 2H_{Fe} \Delta_{Fe} = 2H_\delta \delta(x) \tag{3.3-1}$$

$$B_\delta(x) = \mu_0 H_\delta(x) = \mu_0 \frac{V_f}{\delta(x)} \tag{3.3-2}$$

Dabei wurde die Integrationskurve  $C$  identisch mit einer geschlossenen Feldlinie des Leerlauffelds  $\vec{B}$  gewählt. Da N- und S-Pol eine identische Geometrie haben, ist die Feldkurve (3.3-2) eine abszissensymmetrische Funktion  $B_\delta(\gamma) = -B_\delta(\gamma + \pi)$  (Bild 3.3-2). Deren *FOURIER*-Cosinus-Reihe weist daher nur Oberwellen mit ungerader Ordnung auf, deren Amplituden  $\hat{B}_{\delta\mu}$  numerisch ermittelt werden müssen.

$$B_\delta(\gamma) = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\delta\mu} \cos(\mu\gamma) \tag{3.3-3}$$

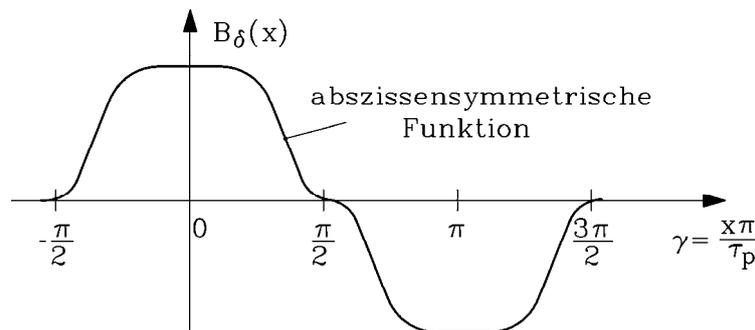


Bild 3.3-2: Abszissensymmetrische Feldkurve  $B_\delta(x)$  längs der Umfangskoordinate  $x$  bei variablem Luftspalt  $\delta(x)$

Die **Form der Feldkurve** ist durch die Funktion  $\delta(x)$  und daher durch die Kontur des Polschuhs bestimmt. Wegen der Pollücke weicht die Feldkurve von der gewünschten Sinusform ab, was durch die **Amplituden der Oberwellen**  $\hat{B}_{\delta\mu}$  für  $\mu > 1$  (hier auch durch 3 teilbare Ordnungszahlen!) zum Ausdruck kommt.

Die in Bild 3.3-2 dargestellte Feldkurve – vom Gleichstrom  $I_f$  erregt – stellt bezüglich dem Läufer ein stehendes Gleichfeld dar. Da das Polrad mit der **konstanten mechanischen Winkelgeschwindigkeit**  $\Omega_m = 2\pi n = 2v_m/d_{si}$  rotiert, stellt es bezüglich der Ständerwicklung ein **Drehfeld** dar. Dabei ist  $v_m$  die Umfangsgeschwindigkeit des Felds an der Ständerbohrung  $d_{si}$ . Bezeichnet  $\gamma_r$  den Umfangswinkel im rotorfesten Koordinatensystem (in elektrischen Grad gemessen), so wächst dieser Umfangswinkel – vom statorfesten Koordinatensystem aus als Winkel  $\gamma_s$  gesehen – um den Drehwinkel  $\gamma(t)$ . Da  $\Omega_m = d\gamma_m / dt = (d\gamma / dt) / p$  ist, folgt

$$\gamma_s(t) = \gamma_r + \gamma(t) = \gamma_r + \int_0^t d\gamma / dt \cdot dt = \gamma_r + \int_0^t p \cdot \Omega_m \cdot dt = \gamma_r + p \cdot \Omega_m \cdot t \tag{3.3-4}$$

$$B_{\delta\mu}(\gamma_r) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu\gamma_r) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu\gamma_s - \mu p \Omega_m t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p} - \omega_\mu t\right) \quad (3.3-5)$$

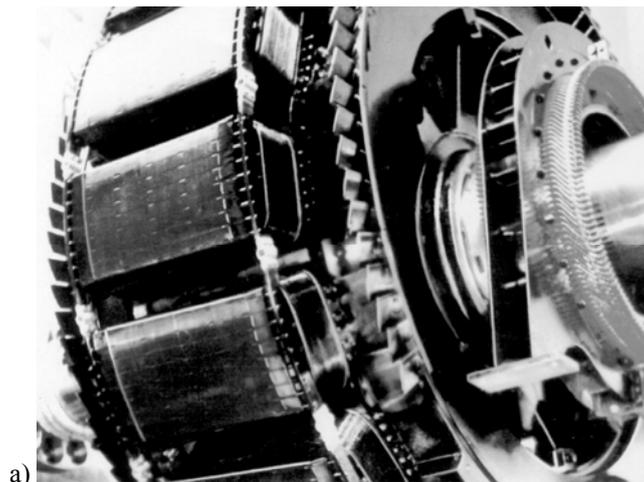
Diese Feldwellen wirken in jedem Punkt  $x$  am Ständerumfang als eine Flussdichteänderung mit der Frequenz

$$f_\mu = \frac{\omega_\mu}{2\pi} = \frac{\mu p \Omega_m}{2\pi} = \mu \cdot p \cdot n \quad (3.3-6)$$

**Fazit:**

Die bezüglich des Läufers (Polrads) ruhenden Feldwellen werden vom Ständer aus als Drehwellen gesehen.

Da sich alle Drehwellen  $B_\mu$  mit derselben Geschwindigkeit  $v_m$  am Ständer vorbei bewegen, ist die Frequenz der  $\mu$ -ten Oberwelle  $\mu$ -mal so groß wie jene der Grundwelle mit  $\mu = 1$ . Dadurch werden in der Ständerwicklung neben der erwünschten Sinusspannung der Grundwelle zusätzliche höherfrequente Spannungen mit der Frequenz  $f_\mu$  induziert, die z. B. benachbarte Telephonleitungen durch elektromagnetische Beeinflussung empfindlich stören können. Daher müssen auch die Oberwellen des Läufers möglichst klein gehalten werden.



**Bild 3.3-3:** Ansichten der Läuferpole des Polrads von Schenkelpol-Synchronmaschinen: a) Mit Axiallüfter vor und hinter den Polen (Quelle: *Lloyd Dynamowerk, Bremen*), b) 14-poliger Läufer mit Schwalbenschwanzbefestigung der Pole (Quelle: *Andritz Hydro, Weiz, Österreich*)

## 4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen

### 4.1 FARADAY'sches Induktionsgesetz (1831)

a) *Ruhinduktion:*

Die **zweite MAXWELL-Gleichung** für ein ruhendes Bezugssystem

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.1-1a)$$

beschreibt die Spannungsinduktion in ruhenden Wicklungen. Mit dem *STOKES'schen* Integralsatz

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad , \quad (4.1-1b)$$

angewendet auf eine Leiterschleife (geschlossene Kurve  $C$  in Bild 4.1-1a), die die Fläche  $A$  aufspannt, wird (4.1-1a) von der differentiellen in die integrale Form (4.1-2) umgewandelt.

$$u_i = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{A} = -\int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad (4.1-2)$$

Die längs der Kurve  $C$  induzierte elektrische Spannung als Wegintegral der elektrischen Feldstärke  $E = E_{Wi}$  heißt  $u_i$ . Wird die partielle Ableitung  $\partial / \partial t$  vor das Integral gezogen (was möglich ist, wenn  $A$  konstant ist, also nicht von  $t$  abhängt, was nur möglich ist, wenn die Leiterschleife sich nicht bewegt), so gilt

$$u_i = \oint_C \vec{E}_{Wi} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{A=const.} \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad . \quad (4.1-3)$$

Dabei ist  $\Phi$  der magnetische Fluss durch die Fläche  $A$ .

Das **Induktionsgesetz** für **ruhende** Leiterschleifen (4.1-3) besagt:

Die elektrische Wirbelfeldstärke  $\vec{E}_{Wi}$  und die ihr entsprechende induzierte Spannung  $u_i$  wird durch die **negative** zeitliche Änderung des mit der "Leiterschleife"  $C$  verketteten magnetischen Flusses  $\Phi$  induziert. Daher ist die Richtung von  $\vec{E}_{Wi}$  **linkswendig** (Linke-Hand-Regel) mit der Richtung  $\partial \vec{B} / \partial t$  verkettet. Da die Leiterschleife ruht, nennt man den Vorgang "**Ruhinduktion**".

Wesentlich ist in diesem Zusammenhang die Unterscheidung zwischen elektrischer **Wirbelfeldstärke**  $E_{Wi}$  und **Quellenfeldstärke**  $E_{Qu}$ . Gemäß (4.1-1) ist die induzierte elektrische Feldstärke eine Wirbelfeldstärke  $\vec{E}_{Wi}$ , da sie rechnerisch aus einer „Rotation“ gebildet wird. Ihre Feldlinien sind geschlossen (Index „Wi“, Bild 4.1-1a). Diese Feldstärke verschiebt auf der Leiterschleife  $C$ , die an den Klemmen 1 und 2 getrennt ist, die elektrischen Ladungen so, dass Klemme 1 negativ und Klemme 2 positiv geladen ist. Diese Ladungen (Ladungsdichte  $\rho$ ) erzeugen eine elektrische Quellenfeldstärke  $\vec{E}_{Qu}$  gemäß der 4. *MAXWELL-Gleichung*  $\operatorname{div} \vec{E}_{Qu} = \rho / \epsilon_0$ , die an den Klemmen 1-2 messbar ist.

b) *Bewegungsinduktion:*

**Bewegt** sich die Leiterschleife  $C$  mit der Geschwindigkeit  $v$  im Magnetfeld, sei es als starre Schleife mit einheitlicher Geschwindigkeit, oder auch mit Änderung der Schleifenform, so dass jeder Punkt der Schleife eine andere Geschwindigkeit  $v$  aufweist (Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}(x,y,z)$ ), dann ändert sich i. A. der magnetische Fluss durch die Schleifenfläche  $A$  selbst dann, wenn sich  $B$  zeitlich NICHT ändert ( $B = \text{konst.}$ ). Zwei Möglichkeiten sind zu unterscheiden:

1. Die **Form** der Schleife ändert sich und damit die Fläche  $A$  (Bild 4.1-1b).
2. Eine starre Schleife bewegt sich aus einer Region mit der Flussdichte  $B_1$  an einen Ort mit der **räumlich unterschiedlichen** Flussdichte  $B_2 \neq B_1$ .

In beiden Fällen tritt durch Bewegung der Schleife in einem zeitlich konstanten Magnetfeld eine **Änderung des mit der Schleife  $C$  verketteten Flusses  $\Phi$**  auf. Folglich wird gemäß (4.1-3) wieder eine Spannung  $u_i$  induziert. Die Lage der Fläche  $A$  ist in den beiden Fällen 1. und 2. nicht konstant, da die Lagekoordinaten  $(x,y,z)$  der Randkurve  $C(x,y,z)$  gemäß  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  sich mit der Zeit ändern und das o.g. Geschwindigkeitsfeld ergeben:  $\partial / \partial t(x,y,z) = (\partial x / \partial t, \partial y / \partial t, \partial z / \partial t) = (v_x, v_y, v_z) = \vec{v}$ . Jeder Punkt der Schleife erfährt

daher nicht nur eine zeitliche Änderung  $\partial \vec{B} / \partial t$  wie in (4.1-1), sondern auch bei  $\partial \vec{B} / \partial t = 0$  eine Feldänderung, wenn sich die Schleife vom Ort eines zeitlich konstanten Felds  $B_1$  zum Ort eines zeitlich konstanten Werts  $B_2$  bewegt. Es ist in (4.1-1)  $\partial \vec{B} / \partial t$  durch  $d\vec{B} / dt$  zu ersetzen,

so dass aus  $\frac{d\vec{B}}{dt} = \left( \frac{dB_x}{dt}, \frac{dB_y}{dt}, \frac{dB_z}{dt} \right)$  folgt z. B. für  $B_x$ :

$$\frac{dB_x}{dt} = \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial B_x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial B_x}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial B_x}{\partial z} \cdot v_z + \frac{\partial B_x}{\partial t} \quad \text{und analog}$$

$$\frac{dB_y}{dt} = \frac{\partial B_y}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial z} \cdot v_z + \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad \text{und} \quad \frac{dB_z}{dt} \quad \text{Durch Erweiterung der Ausdrücke z. B.}$$

für  $\frac{dB_x}{dt}$  mit  $0 = \left( \frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_x$  und analog für die beiden anderen Komponenten

erhalten wir

$$\frac{dB_x}{dt} = \left( \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial y} \cdot v_y - \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial z} \cdot v_z - \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial t}, \quad (4.1-4a)$$

$$\frac{dB_y}{dt} = \left( \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial x} \cdot v_x - \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial z} \cdot v_z - \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad (4.1-4b)$$

$$\frac{dB_z}{dt} = \left( \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_z + \frac{\partial B_z}{\partial x} \cdot v_x - \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot v_z + \frac{\partial B_z}{\partial y} \cdot v_y - \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot v_z + \frac{\partial B_z}{\partial t}. \quad (4.1-4c)$$

Der erste Term in (4.1-4)  $\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = \text{div} \vec{B} = 0$  verschwindet wegen der 3.

MAXWELL-Gleichung. Mit der neu zu definierenden „**bewegungsinduzierten elektrische Feldstärke**“ (4.1-5)

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} v_y B_z - v_z B_y \\ v_z B_x - v_x B_z \\ v_x B_y - v_y B_x \end{pmatrix} = \vec{E}_b = \begin{pmatrix} E_{bx} \\ E_{by} \\ E_{bz} \end{pmatrix} \quad (4.1-5)$$

bilden wir mit dem „Nabla“-Vektor deren „Rotation“ (4.1-6)

$$\text{rot}\vec{E}_b = \nabla \times \vec{E}_b = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_{bz}}{\partial y} - \frac{\partial E_{by}}{\partial z} \\ \frac{\partial E_{bx}}{\partial z} - \frac{\partial E_{bz}}{\partial x} \\ \frac{\partial E_{by}}{\partial x} - \frac{\partial E_{bx}}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} - v_y \cdot \frac{\partial B_x}{\partial y} - v_z \cdot \frac{\partial B_x}{\partial z} + v_x \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \\ v_y \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} - v_z \cdot \frac{\partial B_y}{\partial z} - v_x \cdot \frac{\partial B_y}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial B_x}{\partial x} \\ v_z \cdot \frac{\partial B_x}{\partial x} - v_x \cdot \frac{\partial B_z}{\partial x} - v_y \cdot \frac{\partial B_z}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4.1-6)$$

und stellen durch Vergleich mit (4.1-4) fest, dass diese drei Vektorkomponenten genau die Komponenten  $-\frac{dB_x}{dt}$ ,  $-\frac{dB_y}{dt}$ ,  $-\frac{dB_z}{dt}$  darstellen, wenn  $\partial\vec{B}/\partial t = 0$ . Wir schreiben also

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \left( \frac{dB_x}{dt}, \frac{dB_y}{dt}, \frac{dB_z}{dt} \right) = -(\nabla \times \vec{E}_b) + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (4.1-7)$$

und erhalten das Induktionsgesetz für ruhende und bewegte Schleifen C

$$u_i = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\int_A \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{A} = \int_A \left[ \text{rot}\vec{E}_b - \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \right] \cdot d\vec{A} = \int_A \left[ \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) - \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \right] \cdot d\vec{A} \quad (4.1-8)$$

das mit dem STOKES'schen Integralsatz (4.1-1a) in die Form (4.1-9) umgewandelt wird.

$$u_i = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} - \int_A \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad (4.1-9)$$

Im Sonderfall zeitlich konstanter Flussdichte ( $\partial\vec{B}/\partial t = 0$ ) erhalten wir aus (4.1-9) das **Induktionsgesetz** für bewegte Leiterschleifen (4.1-10) bei zeitlich konstanter Flussdichte.

$$\boxed{u_i = \oint_C \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}} \quad (4.1-10)$$

Durch die Bewegung einer Leiterschleife C mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  im zeitlich konstanten Feld B tritt die elektrische **bewegungsinduzierte Feldstärke**  $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}$  auf ("**Bewegungsinduktion**"). Ihr Wegintegral längs der Kurve C ist die bewegungsinduzierte Spannung  $u_i$ .

c) *Allgemeines Induktionsgesetz:*

- Bewegt sich die Leiterschleife C mit der Geschwindigkeit v im Magnetfeld B und
  - ändert es sich auch zeitlich,
- so treten gemäß (4.1-9) Ruh- und Bewegungsinduktion im **allgemeinen Induktionsgesetz** (4.1-11) gleichzeitig auf.

$$\boxed{u_i = \oint_C (\vec{E}_{wi} + \vec{E}_b) \cdot d\vec{s} = \oint_C (\vec{E}_{wi} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}} \quad (4.1-11)$$

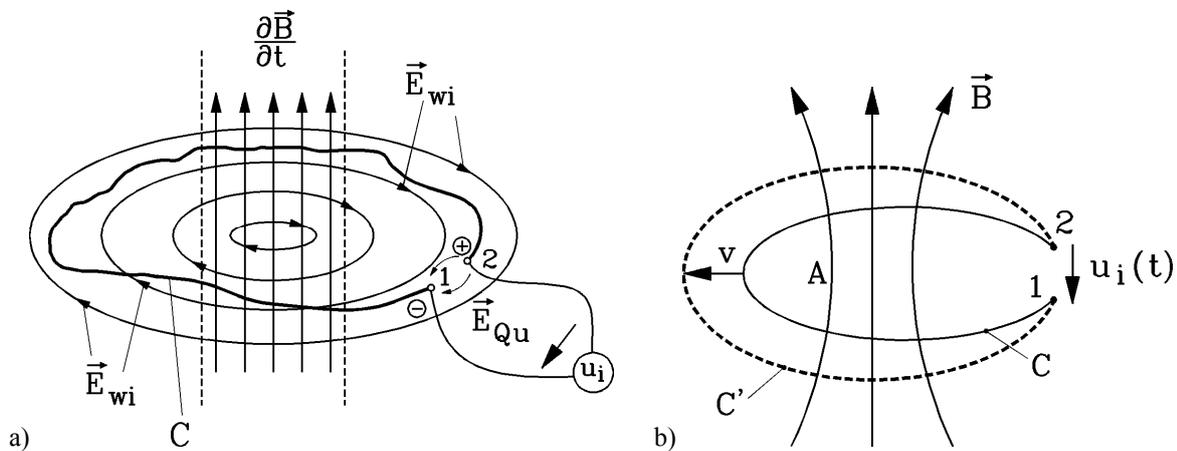
Jegliche Änderung des mit einer Leiterschleife  $C$  verketteten Flusses  $\Phi$  ruft eine induzierte Spannung  $u_i$  hervor; und zwar ist die induzierte Spannung gleich der negativen Änderung des Flusses.

Hat die Schleife  $N$  Windungen in Serie, so ist  $u_i$   $N$ -mal so groß:  $u_i = -N \cdot d\Phi / dt$ . Mit der **Flussverkeftung**

$$\Psi = N \cdot \Phi = N \cdot \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{4.1-12}$$

gilt das **Induktionsgesetz** in seiner allgemeinen Form:

$$u_i = - \frac{d\Psi}{dt} \tag{4.1-13}$$



**Bild 4.1-1: Spannungsinduktion** in eine Leiterschleife  $C$ : a) Die Leiterschleife ruht, aber das Magnetfeld ändert sich (Ruhinduktion). b) Die Leiterschleife bewegt sich bei zeitlich konstantem Feld (Bewegungsinduktion)

*d) Stromlose Leiterschleife:*

Die induzierte Spannung wirkt in der Schleife  $C$  wie eine von außen eingeprägt Spannung, die einen Schleifenstrom  $i$  treibt, der positiv im rechtswendig zur positiven Felddurchtrittsrichtung  $\vec{B}$  gezählten Schleifenumlaufsinn von 2 nach 1 gezählt wird. Er wird vom Schleifenwiderstand  $R$  begrenzt:  $R \cdot i = u_i$ . Wirkt noch zusätzlich eine an den Klemmen von 2 nach 1 positiv gezählte äußere Spannung  $u$ , so fließt der Strom  $R \cdot i = u + u_i$ . Bei offenen Klemmen 1, 2 kann kein Strom in der Leiterschleife  $C$  fließen, so dass  $R \cdot i = u + u_i = 0$  ist, und die von 2 nach 1 gemessene Spannung  $u = u_0 = -u_i$  ist. Das kann mit folgender Hilfsvorstellung anschaulich gemacht werden: Bei  $i = 0$  ist die resultierende Kraft  $F$  auf die Ladungsträger im Leiter (Ladung  $Q$ ) Null, und daher Quellenfeldstärke (durch Ladungsansammlung an den offenen Klemmen) und induzierte Feldstärke gegengleich.

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = Q \cdot (\vec{E}_{Wi+b} + \vec{E}_{Qu}) = 0 \Rightarrow \vec{E}_{Wi+b} = -\vec{E}_{Qu} \tag{4.1-14}$$

Da die Klemmen 1 und 2 unmittelbar benachbart sind, ist das Wegintegral längs  $C$  im positiven Umlaufsinn von 2 nach 1 gleich dem geschlossenen Kurvenintegral:

$\int_2^1 \dots \cdot d\vec{s} = \oint_C \dots \cdot d\vec{s}$  . Die induzierte Spannung

$$u_i = \oint_C (\vec{E}_{Wi} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} \approx \int_2^1 (\vec{E}_{Wi} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \int_2^1 \vec{E}_{Wi+b} \cdot d\vec{s} \tag{4.1-15}$$

und die an den Klemmen von 2 nach 1 messbare Spannung

$$u = u_{21} = \int_2^1 \vec{E}_{Qu} \cdot d\vec{s} = \int_2^1 -\vec{E}_{Wi+b} \cdot d\vec{s} = -u_i \tag{4.1-16}$$

sind folglich im Leerlauf bis auf das Vorzeichen **identisch**. Häufig wird die Leerlaufspannung  $u = u_0$  auch als **Quellenspannung**  $u_0 = u_q$  für induktive Kreise (ähnlich wie bei Batterien) verwendet. Demnach ist  $u_q = -u_i$ .

e) *Belastete Leiterschleife:*

Bei Anschluss einer externen idealen Spannungsquelle (mit dem Innenwiderstand Null)  $u$  fließt ein Strom  $i$ , der von der induzierten Spannung und von der externen Spannung gemeinsam getrieben wird und nur vom Innenwiderstand  $R$  der Schleife begrenzt wird.

$$R \cdot i = u + u_i = u - \frac{d\Psi}{dt} \Rightarrow R \cdot i + \frac{d\Psi}{dt} = u = R \cdot i + u_q \text{ (Bild 4.1-2a)} \tag{4.1-17}$$

Der Faktor zwischen Flussverketzung und dem das Magnetfeld  $B$  erregenden Strom  $i$  ist die **Selbstinduktivität**  $L$ , wenn der Strom in der betrachteten Spule **selbst** fließt.

$$\Psi(t) = L \cdot i(t) \tag{4.1-18}$$

Wenn der erregende Strom  $i_2$  in einer **zweiten (externen) Spule** fließt und deren Feld mit der betrachteten (ersten) Spule verkettet ist, heißt der Faktor **Gegeninduktivität**  $M$

$$\Psi(t) = M \cdot i(t) \tag{4.1-19}$$

Mit (4.1-17) folgt die Schreibweise für induktive Kreise mit konzentrierten Elementen:

$$R \cdot i + L \cdot di / dt = u \qquad R \cdot i_1 + M \cdot di_2 / dt = u \tag{4.1-20}$$

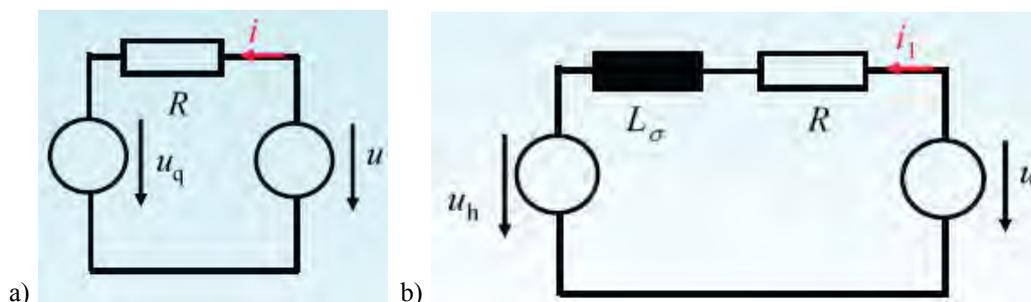


Bild 4.1-2: a) Erschaltbild der belasteten induzierten Schleife (VZS), b) Definition von Hauptfeldspannung  $u_h$  und Streuinduktivität  $L_\sigma$

Bei gleichzeitigem Auftreten der Selbstinduktivität  $L$  zufolge des Stromflusses  $i_1$  in der Schleife und der Gegeninduktivität  $M$  zufolge eines felderregenden Fremdstromsystems  $i_2$  ist

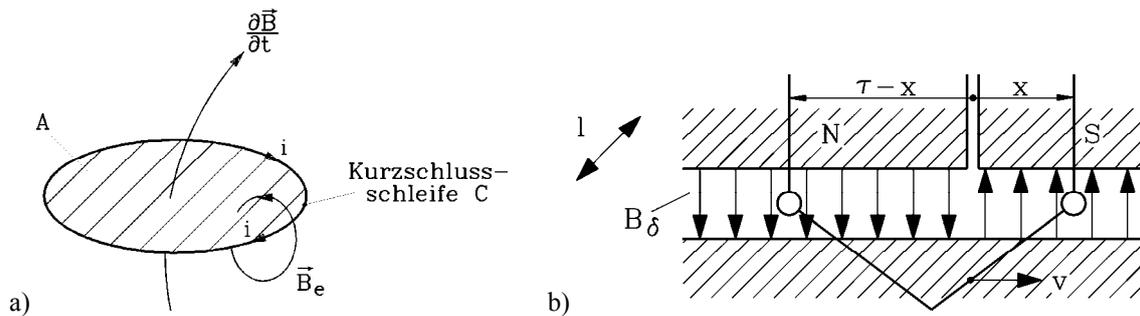
die Gesamtflussverkettung der Schleife  $\Psi = L \cdot i_1 + M \cdot i_2$ . Definieren wir die **Streuinduktivität**  $L_\sigma = L - M$ , so folgt die Auftrennung in

- a) die Hauptflussverkettung  $\Psi_h = M \cdot (i_1 + i_2)$  und
- b) die Streuflussverkettung  $\Psi_\sigma = L_\sigma \cdot i_1$  (Bild 4.1-2b).

Wird für die mit  $u$  gespeiste Schleife das Verbraucher-Zählpfeilsystem verwendet, so folgt:  
 $u = R \cdot i_1 + d\Psi / dt = R \cdot i_1 + d\Psi_\sigma / dt + d\Psi_h / dt = R \cdot i_1 + L_\sigma \cdot di_1 / dt + u_h$  (Bild 4.1-2b).

**Beispiel 4.1-1: Kurzgeschlossene ruhende Spule** im zeitlich veränderlichen Fremdfeld  $B$ :

Die Schleife  $C$  von Bild 4.1-1a wird an den Klemmen 1 und 2 ideal leitend verbunden und damit **kurzgeschlossen** (Bild 4.1-3a). Das zeitlich veränderliche Fremdfeld  $B$  bewirkt eine Zunahme des Felds von unten nach oben durch die Schleifenfläche  $A$  und **induziert** daher die Wirbelfeldstärke  $E_{wi}$ . Die **linkswendig** mit der Änderungsrichtung von  $B$  verkettete Feldstärke  $E_{wi}$  treibt in ihre Richtung einen **Kurzschlussstrom**  $i$ . Dieser erregt gemäß dem **Durchflutungssatz** ein **rechtswendig** mit dem Strom verkettetes Eigenfeld  $B_e$  (Rechte-Hand-Regel), das folglich der Ursache der induzierten Spannung, nämlich der Feldänderung  $\partial B / \partial t$  entgegen gerichtet ist. Das Reaktionsfeld  $B_e$  versucht, die Feldänderung zu bremsen ("**LENZ'sche Regel**", **magnetische Trägheit**). **Der von der induzierten Spannung  $u_i$  getriebene Strom erregt ein Eigenfeld, das der Ursache von  $u_i$  entgegen wirkt.**



**Bild 4.1-3:** a) Die in eine kurzgeschlossene Spule durch eine Feldänderung induzierte Spannung  $u_i$  treibt einen Kurzschluss-Strom  $i$ , dessen Eigenfeld  $B_e$  der äußeren Feldänderung  $\partial B / \partial t$  entgegenwirkt, b) In eine bewegte Spule (Spulenweite  $\tau$ , Geschwindigkeit  $v$ ) im zeitlich stationären Magnetfeld  $B_\delta$  wird eine Spannung induziert.

f) *Bedeutung des Induktionsgesetzes:*

<i>Ruhinduktion</i>	<i>Bewegungsinduktion</i>
Feld $B$ zeitlich veränderlich	Feld $B$ zeitlich konstant
Spule ruht	Spule bewegt sich mit Geschwindigkeit $v$
$u_i = -d\Psi / dt$	
$u_i = -\partial\Psi / \partial t = \oint \vec{E}_{wi} \cdot d\vec{s}$	$u_i = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E}_b \cdot d\vec{s}$
Anwendung des Induktionsgesetzes:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformatorspulen</li> <li>• Ständerspulen in Drehfeldmaschinen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rotierende Ankerwicklung in Gleichstrommaschinen</li> </ul>
<i>Transformatorische Induktion</i>	<i>Rotatorische Induktion</i>

Tabelle 4.1-1: Bedeutung des Induktionsgesetzes in elektrischen Maschinen und Transformatoren

Für die Funktion von elektrischen Maschinen und Transformatoren ist das Induktionsgesetz von fundamentaler Bedeutung. Die Auftrennung in Ruh- und Bewegungsinduktion ist abhängig vom Beobachter und daher willkürlich. Das Induktionsgesetz in der Form (4.1-13) hingegen ist allgemein gültig.

Beispiel 4.1-2:

**Einfache Linearmaschine** (Bild 4.1-3b):

Eine Spule (Windungszahl  $N_c$ , Spulenweite  $\tau$ ) wird im Luftspalt zwischen einem Eisenjoch und Permanentmagneten (Polfolge N-S-N-S, Polbreite  $b_p = \tau$ ) mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt. Das Luftspaltfeld  $B_\delta$  ist homogen positiv oder negativ, je nach Polarität des Magneten. Die Spule ist offen, also  $i = 0$ ; der Richtungssinn der Spule ist wie in Bild 4.1-1a rechtswendig (Bild 4.1-4a).

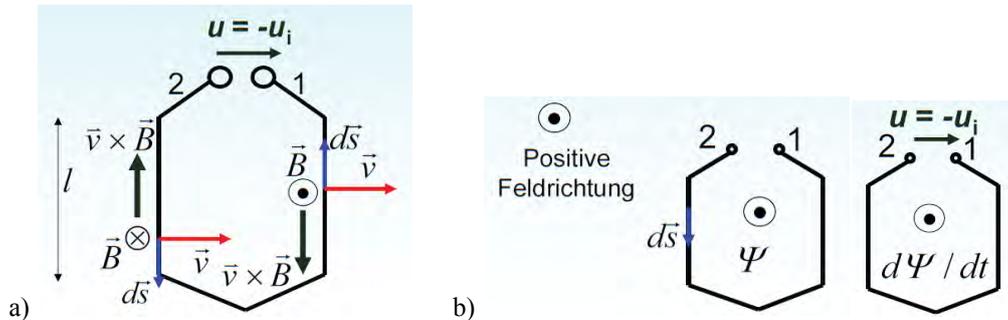


Bild 4.1-4: a) Die bewegte leerlaufende Spule von Bild 4.1-3b von oben betrachtet, b) Positive gezählte Flussverkettung und ihre Änderung, passend zum rechtswendigen Umlaufsinn durch die Spule von 2 nach 1

a) Berechnung von  $u_i$  für einen ruhenden Beobachter: Er stellt Bewegungsinduktion fest.

Die Ruhinduktion ist Null, da die Permanentmagnete ihr Feld zeitlich nicht ändern. Es verbleibt die Bewegungsinduktion. Die Kurve C "entartet" zur Länge  $2l$ , da die Stirnseiten der Spule im feldfreien Raum liegen. Da Geschwindigkeitsrichtung, Feldrichtung und Raumorientierung der Spulenseiten aufeinander senkrecht stehen, folgt für die leerlaufende Spule  $u + u_i = 0$  mit den Richtungen von Bild 4.1-4a:

$$u = -u_i = -N_c \cdot 2 \int_0^l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \underline{2N_c v B l} \quad (4.1-21)$$

b) Berechnung von  $u_i$  für einen mit der Spule bewegten Beobachter: Für ihn ist  $v = 0$ , aber er stellt eine Flussverkettungsänderung  $d\Psi/dt$  fest!

Die Flussverkettung  $\Psi$  ändert sich auf Grund der Bewegung der Spule durch das Magnetfeld, da sich die Ortskoordinate  $x = vt$  mit der Zeit ändert. Im linken Spulenteil tritt der Fluss entgegengesetzt zur positiven Zählrichtung (Bild 4.1-4b) ( $\Psi < 0$ ) durch die Spule und im rechten Teil in positiver Richtung ( $\Psi > 0$ ):

$$\text{Fluss durch die Spule: } \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = -l \cdot [(\tau - x)B_\delta - xB_\delta] = -lB_\delta(\tau - 2x)$$

$$\text{Flussverkettung der Spule: } \Psi(t) = N_c \Phi(t) = -N_c l B_\delta (\tau - 2x) = -N_c l B_\delta (\tau - 2 \cdot v \cdot t)$$

Anwendung des allgemeinen Induktionsgesetzes (4.1-13) führt auf Übereinstimmung mit (4.1-21):

$$u = -u_i = \frac{d\Psi}{dt} = -N_c l B_\delta \cdot \frac{d(\tau - 2 \cdot v \cdot t)}{dt} = \underline{2N_c v B_\delta l} \quad (4.1-22)$$

**Fazit:**

Die Aufteilung in Ruh- und Bewegungsinduktion hängt vom Standpunkt des Beobachters ab. **Letztlich zählt immer nur die totale Änderung der Flussverkettung für die Berechnung der induzierten Spannung.**

### 4.2 Spannungsinduktion in eine Ständerspule

a) Spannungsinduktion durch die Grundfeld-Drehwelle:

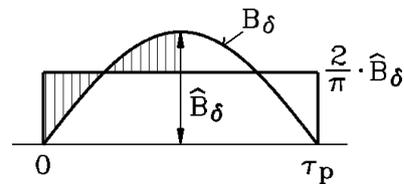
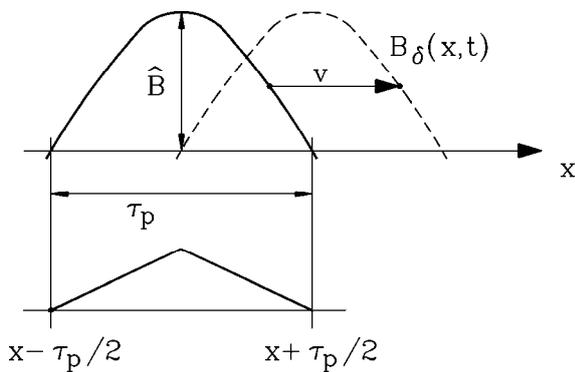


Bild 4.2-1: Eine Sinus-Wanderwelle induziert eine ruhende Spule,  $W = \tau_p$

Bild 4.2-2: Polfluss bei sinusförmig verteilter Flussdichte als Fläche unter der Feldkurve

In Bild 4.2-1 ist eine ruhende Spule mit der Weite  $\tau_p$ , die in Ständernuten (Länge je Nut  $l$ ) liegt, dargestellt. Außerhalb des Luftspaltbereichs ist das Feld in guter Näherung Null, so dass dort durch die Stirnverbindungen der Spule kein nennenswerter weiterer Fluss umfasst wird. Die in Kapitel 3.3 beschriebene Drehfeld-Grundwelle des Luftspaltfelds mit der radialen Komponente der Flussdichte

$$B_{\delta 1}(x, t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x\pi}{\tau_p} - \omega t\right) \quad (4.2-1)$$

erzeugt gemäß

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} l \cdot B_{\delta 1}(x, t) dx = \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} l \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x\pi}{\tau_p} - \omega t\right) dx = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cos(\gamma - \omega t) d\gamma = \\ &= l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \sin(\gamma - \omega t) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \left( \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right) = \\ &= \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \cdot \sin(\pi/2) \cdot \cos \omega t = \Phi_{c1} \cdot \cos \omega t \end{aligned}$$

in der Spule den Wechsel-Fluss (mit  $k_{p1} = \sin(\pi/2) = 1$  wegen  $W = \tau_p$  gemäß Kap. 3)

$$\Phi(t) = l \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta 1}(x, t) dx = \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos \omega t \quad (4.2-2)$$

Er hat die Amplitude

$$\Phi_c = \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \quad (4.2-3)$$

und pulsiert mit der Frequenz  $f = \omega/(2\pi)$  (Bild 4.2-2). Ebenso pulsiert die Flussverkettung

$$\Psi_c(t) = N_c \Phi_c \cdot \cos \omega t \quad (4.2-4)$$

und induziert daher die **Spulenspannung  $u_{i,c}$  als sinusförmige Wechselspannung:**

$$u_{i,c}(t) = -d\Psi_c(t)/dt = \hat{U}_{i,c} \sin \omega t \quad (4.2-5)$$

mit der Amplitude

$$\hat{U}_{i,c} = \omega N_c \Phi_c = 2\pi f N_c \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \quad (4.2-6)$$

*b) Spannungsinduktion durch die Oberfeld-Drehwellen:*

In einem Synchrongenerator wird das vom mit der Drehzahl  $n$  rotierenden Polrad erregte Läuferfeld als *FOURIER*-Summe einzelner Sinusfeldwellen dargestellt (siehe Kapitel 3.3). Für die induzierenden Läufer-Feldwellen (die **Grundwelle** hat die Ordnungszahl  $\mu = 1$ , für die **Oberwellen** gilt  $\mu > 1$ ) gilt allgemein

$$B_{\delta,\mu}(x,t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cos\left(\frac{\mu x \pi}{\tau_p} - \mu \cdot \omega \cdot t\right) \quad , \mu = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (4.2-7)$$

mit  $\omega = 2\pi \cdot n \cdot p$ . Der in der Spule erzeugte Wechsel-Fluss

$$\Phi_{c\mu}(t) = l \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta,\mu}(x,t) dx = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) \cdot \cos(\mu\omega t) \quad (4.2-8)$$

hat die Amplitude

$$\Phi_{c\mu} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \quad . \quad (4.2-9)$$

Er hat eine um den Faktor  $\hat{B}_{\delta\mu}/(\mu \cdot \hat{B}_{\delta 1})$  **kleinere** Amplitude als der Grundwellenfluss, pulsiert aber mit der **deutlich höheren Frequenz**  $f_\mu = \mu\omega/(2\pi)$ . Der Ausdruck  $k_{p,\mu} = \sin(\mu\pi/2) = (-1)^{(\mu-1)/2}$  mit  $\mu = 1, 3, 5, \dots$  ist jeweils nur 1, -1, 1, -1, ... . Er ändert nur das Vorzeichen, nicht die Amplitude. Die je Spule induzierte Spannung ist analog zu (4.2-5)

$$u_{i,c,\mu} = -\frac{d\Psi_{c\mu}}{dt} = -N_c \frac{d\Phi_{c\mu}}{dt} = \mu\omega \cdot N_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) \cdot \sin(\mu\omega t) \quad . \quad (4.2-10)$$

Der Sonderfall  $\mu = 1$  ist identisch mit (4.2-5), (4.2-6).

**Fazit:**

*In die Ständerspule einer Drehfeld-Maschine wird nicht nur die "Nutz"-Spannung mit der Frequenz  $f = n \cdot p$  induziert, sondern zusätzliche störende Spannungen mit zwar kleineren Amplituden, aber höheren Frequenzen.*

Beispiel 4.2-1:

Zwölfpoliger Synchrongenerator:  $n = 500/\text{min}$ ,  $2p = 12$ ,  $f = n \cdot p = (500/60) \cdot 6 = 50 \text{ Hz}$ , ungesehnte Ständerspule  $N_c = 2$ ,  $W = \tau_p = 0.5 \text{ m}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ . Das Spektrum der induzierten Spannung in Tabelle 4.2-1 ist prozentual identisch mit dem Spektrum der induzierenden Läuferfeld-Amplituden, so das räumliche Feldkurve und zeitliche Spannungskurvenform identisch und i. A. nicht-sinusförmig sind.

$\mu$	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$ \hat{B}_{\delta\mu}/\hat{B}_{\delta 1} $	$f_\mu$	$\Phi_{c\mu}$	$U_{i,c\mu} = \hat{U}_{i,c\mu} / \sqrt{2}$	$ U_{i,c\mu}/U_{i,c1} $
-	T	%	Hz	mWb	V	%
1	0.9	100	50	286.5	127.2	100
3	0.15	16.7	150	-15.9	-21.2	16.7
5	0.05	5.6	250	3.3	7.1	5.6
7	0.05	5.6	350	-2.3	-7.1	5.6

Tabelle 4.2-1: Spannungsinduktion in eine ungesehnte Ständerspule durch Läufer-Grund- und Oberfelder

**4.3 Spannungsinduktion in eine Drehfeldwicklung**

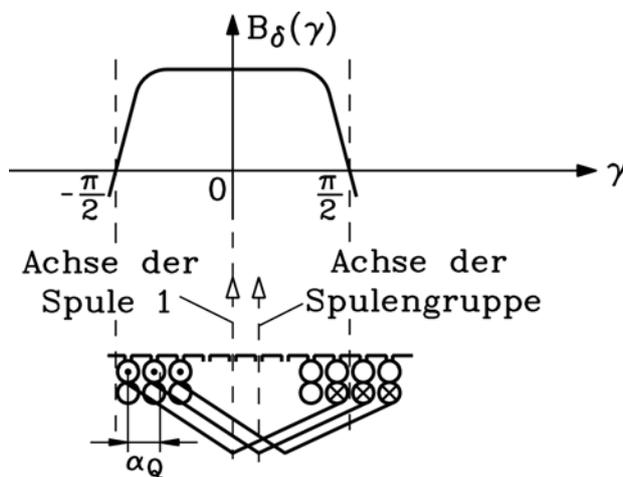


Bild 4.3-1: Induzierung einer gesehten Spule beliebiger Weite  $W$  durch ein Magnetfeld. Im Bild ist eine Spulengruppe mit  $q = 3$  Spulen dargestellt;  $\alpha_Q = \pi \tau_Q / \tau_p$

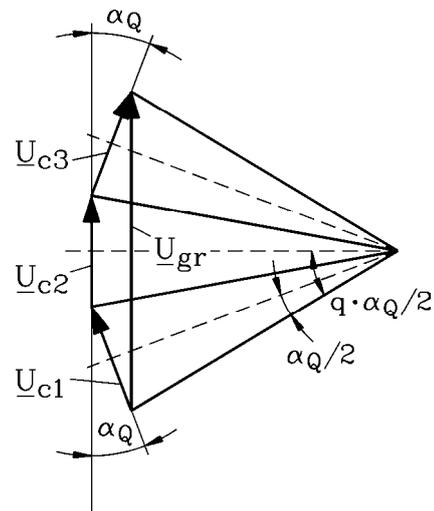


Bild 4.3-2: Drei ungesehnte, in Serie geschaltete Spulen bilden eine Spulengruppe  $q = 3$ , deren Spannungssumme  $\underline{U}_{gr}$  mit der komplexen Wechselstromrechnung ermittelt wird.

Eine Drehfeldwicklung besteht aus  $m$  Wicklungssträngen. Jeder Strang besteht aus einer Serien- (oder Parallelschaltung) von Spulengruppen, deren Spulen bei Zweischichtwicklungen i. A. geseht sind, so dass deren Spulenweite  $W$  i. A. kleiner als die Polteilung ist.

a) Spannungsinduktion in gesehte Spulen:

Im Bild 4.3-1 ist die Sehnung durch  $\beta = (W / \tau_p) \cdot \pi$  angegeben. Bei **Sehnung** ist der mit der Spule verkettete Fluss um den **Sehnungsfaktor**  $k_{p,\mu}$  kleiner als bei der ungesehnten Spule, wie (4.3-1) im Vergleich mit (4.2-8) zeigt.

$$\Phi_{c\mu}(t) = l \int_{-W/2}^{W/2} \hat{B}_{\delta\mu} \cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p} - \mu\omega t\right) dx = \frac{2}{\pi\mu} \tau_p l \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\mu \frac{\pi W}{2 \tau_p}\right) \cdot \cos \mu\omega t \quad (4.3-1)$$

$$k_{p,\mu} = \sin\left(\mu \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{\tau_p}\right) \tag{4.3-2}$$

Der Sehnungsfaktor ist in Bild 4.3-3 alternativ zu (4.3-1), (4.3-2) graphisch für  $\mu = 1$  als das Verhältnis der geometrischen Summe des Spannungszeigers der linken und rechten Spulenseite  $U_{i,c} = |\underline{U}_{i,c}| = |\underline{U}_{i,links} - \underline{U}_{i,rechts}| = 2 \cdot U_i \cdot \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$  zur algebraischen Summe mit  $U_{i,links} + U_{i,rechts} = 2U_i$  hergeleitet.

$$k_{p,1} = \frac{U_{i,c}}{U_{i,links} + U_{i,rechts}} = \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

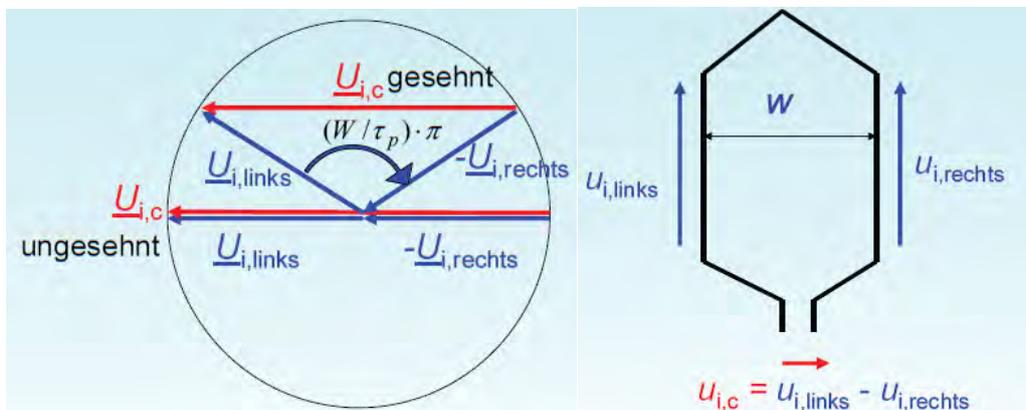


Bild 4.3-3: Herleitung des Sehnungsfaktors aus der Summe der induzierten Spannungen je Spulenseite  $u_{i,links}$  und  $u_{i,rechts}$

*b) Spannungsinduktion in eine Spulengruppe mit ungesehenen Spulen:*

Wie groß ist die induzierte Spannung je Spulengruppe, die aus  $q$  ungesehenen Spulen besteht, die – in Serie geschaltet – in  $q$  benachbarten Nuten (Nutteilung  $\tau_Q$ ) liegen? Jede Spule wird von der Grund- und den Oberwellen mit einer Sinuswechselspannung gemäß (4.2-10) induziert. Die Phase der einzelnen Spulenspannungen ist bei der Grundwelle um den Nuttenwinkel

$$\alpha_Q = \frac{\pi \cdot \tau_Q}{\tau_p} = \frac{2\pi}{2mq} \tag{4.3-3}$$

zueinander verschoben (Bild 4.3-1, 4.3-2). Im Augenblick maximaler Flussverkettung für die erste Spule der Gruppe, wenn das Feldwellenmaximum der Sinusgrundwelle in der Mitte dieser Spule liegt, ist dieses Maximum von der Mitte der zweiten Spule um die Nutteilung  $\tau_Q$  entfernt. Erst nach der Zeit  $\Delta t = \tau_Q/v$  erreicht das Feldwellenmaximum die Spulnmitte der zweiten Spule. Mit der Geschwindigkeit  $v = 2f\tau_p$  und  $\tau_p/\tau_Q = mq$  (z.B.  $q = 3, m = 3: \tau_p/\tau_Q = 9$  Nuten pro Pol) ergibt sich die Zeit  $\Delta t = 1/(2 \cdot f \cdot m \cdot q)$ , was einer Phasenverschiebung

$$\alpha_Q = \omega \cdot \Delta t = \omega / (2 \cdot f \cdot m \cdot q) = 2\pi f / (2 \cdot f \cdot m \cdot q) = 2\pi / (2mq) \tag{4.3-4}$$

entspricht. Induziert eine  $\mu$ -te Oberwelle, so ist wegen der um  $1/\mu$  kürzeren Wellenlänge diese Phasenverschiebung um  $\mu$  größer, was auch aus der  $\mu$ -fachen induzierten Frequenz folgt (Bild 4.3-4 für  $\mu = 3, q = 3$ ).

$$\alpha_{Q,\mu} = \mu \cdot \omega \cdot \Delta t = \mu \cdot 2\pi / (2mq) = \mu \cdot \alpha_Q \quad (4.3-5)$$

**Fazit:**

Die induzierte Spannung je Spulengruppe ist eine Summe aus  $q$  Spulenspannungen, die um den Phasenwinkel  $\alpha_{Q,\mu}$  zueinander phasenverschoben sind (Bild 4.3-2).

In Bild 4.3-2 ist für  $q = 3$  die Summe der drei Spannungszeiger gebildet. Das Verhältnis der Länge des Summenzeigers  $\hat{U}_{i,gr,\mu} \sim 2 \sin\left(q \frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)$  zur algebraischen Summe der Spulenspannungszeiger  $\hat{U}_{i,c,\mu} \sim 2 \sin\left(\frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)$  ist der bereits in Kapitel 3 erwähnte

**Zonenfaktor.**

$$k_{d,\mu} = \frac{\hat{U}_{i,gr,\mu}}{q \hat{U}_{i,c,\mu}} = \frac{2 \sin\left(q \frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)}{q \cdot 2 \sin\left(\frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\mu \frac{\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\mu \frac{\pi}{2mq}\right)} \quad (4.3-6)$$

**Fazit:**

Die induzierte Spannung einer Spulengruppe ist um den Zonenfaktor kleiner als die induzierte Spannung einer einzigen Spule mit gleicher Windungszahl wie die Spulengruppe.

*c) Spannungsinduktion in einen Wicklungsstrang mit gesehten Spulen:*

Bei einer  $2p$ -poligen Maschine mit einer **Zweischichtwicklung** sind  $2p$  Spulengruppen mit je  $q$  i.A. gesehten Spulen vorhanden. Bei der induzierten Spannung gemäß (4.2-10), (4.3-6) treten wegen der Sehnung und der Spulengruppen der Sehnungs- und der Zonenfaktor multiplikativ als **Wicklungsfaktor** auf. Für die Grundwelle  $\mu = 1$  gilt:

$$\boxed{k_{w1} = k_{d1} \cdot k_{p1}} \quad (4.3-7)$$

Mit der Windungszahl  $N$  je Strang erhalten wir den Effektivwert  $U_{i,1}$  der von der **Läufergrundwelle**  $\mu = 1$  induzierten Spannung je Strang analog zu (4.2-6).

$$\boxed{U_{i1} = \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot k_{w1} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1}} \quad (4.3-8)$$

Analog zu (4.2-10) gilt für die von der  $\mu$ -ten Läuferoberwelle induzierte Strangspannung  $U_{i,\mu}$  (mit  $k_{w,\mu} = k_{p,\mu} k_{d,\mu}$ )

$$U_{i,\mu} = \sqrt{2} \pi \cdot \mu \cdot f \cdot N \cdot k_{w,\mu} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \quad (4.3-9)$$

Beispiel 4.3-1:

$q = 3, m = 3, \alpha_Q = 180^\circ / (m \cdot q) = 180^\circ / 9 = 20^\circ, \alpha_{Q,\mu=3} = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$  (Bild 4.3-4):

$$k_{d,1} = \frac{\hat{U}_{i,gr,1}}{3\hat{U}_{i,c,1}} = \frac{2 \sin\left(3 \frac{20^\circ}{2}\right)}{3 \cdot 2 \sin\left(\frac{20^\circ}{2}\right)} = 0.9598, \quad k_{d,3} = \frac{\hat{U}_{i,gr,3}}{3\hat{U}_{i,c,3}} = \frac{2 \sin\left(3 \frac{60^\circ}{2}\right)}{3 \cdot 2 \sin\left(\frac{60^\circ}{2}\right)} = 0.6667$$

Beispiel 4.3-2:

- Zwölfpoliger Synchrongenerator:  $n = 500/\text{min}, 2p = 12, f = 50 \text{ Hz}$
- Gesehnte Ständerwicklung:  $N_c = 2, q = 2, W = 5/6 \tau_p, a = 1, \tau_p = 0.5 \text{ m}, l = 1 \text{ m}$
- Strangwindungszahl:  $N = 2pqN_c / a = 12 \cdot 2 \cdot 2 / 1 = 48$

Die Feld-Amplituden des Läuferfelds sind gemäß Tabelle 4.2-1 vorgegeben. Durch die Sehnung wird der Spulenfluss  $\Phi_{c\mu}$  verringert. Die induzierte Strangspannung der Grundwelle wird durch Sehnung und Spulengruppen jedoch nur geringfügig verringert, die der Oberfelder aber stark, wodurch die Sinuskurvenform der Spannung trotz nichtsinusförmiger Feldkurve besser angenähert wird.

$\mu$	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$ \hat{B}_{\delta\mu} / \hat{B}_{\delta 1} $	$f_\mu$	$\Phi_{c\mu}$	$U_{i,\mu}$	$ U_{i,\mu} / U_{i,1} $
-	T	%	Hz	mWb	V	%
1	0.9	100	50	276.7	2850.1	100
3	0.15	16.7	150	-11.3	-254.6	8.9
5	0.05	5.6	250	0.8	11.4	0.4
7	0.05	5.6	350	-0.6	-11.4	0.4

Tabelle 4.3-1: Spannungsinduktion in einen Wicklungsstrang mit gesehnten Ständerspulengruppen durch Läufer-Grund- und Oberfelder (vgl. Tab. 4.2-1)



Bild 4.3-4: a) Wie Bild 4.3-2, jedoch für  $\mu = 3$ . Es ist daher  $\alpha_Q = \mu \pi \tau_Q / \tau_p = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$  und  $k_{d3} = 0.667$ .  
 b) Sternschaltung: Keine „dritte“ Spannungs-Oberschwingung in der verketteten Spannung

Da der Wicklungsfaktor für  $\mu = 3$  die induzierende Wirkung der 3. Läuferoberwelle nicht ausreichend stark abmindert, schaltet man häufig die Statorwicklung vor allem bei Generatoren in Stern, weil dann in der verketteten Spannung alle Spannungsüberschwingungen mit durch 3 teilbarer Ordnungszahl verschwinden. Gemäß (4.3-10) sind nämlich die dritten Strangspannungsüberschwingungen in allen drei Strängen U, V, W gleichphasig (ebenso für alle Ordnungszahlen mit Vielfachen von 3), so dass die entsprechenden verketteten Spannungen gemäß (4.3-11) Null sind.

$$u_{U3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) \tag{4.3-10a}$$

$$u_{V3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3(\omega t - 2\pi/3)) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) = u_{U3}(t) \tag{4.3-10b}$$

$$u_{W3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3(\omega t - 4\pi/3)) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) = u_{U3}(t) \tag{4.3-10c}$$

$$u_{UV3}(t) = u_{U3}(t) - u_{V3}(t) = u_{U3}(t) - u_{U3}(t) = 0 \tag{4.3-11}$$

Die harmonischen Strangspannungen würden Oberschwingungsströme IN PHASE treiben. Bei isoliertem Sternpunkt können wegen des erste Kirchhoff-Gesetzes („Knotenregel“) diese NICHT fließen (4.3-12), so dass diese Strangspannungen keinerlei elektrische Auswirkung haben.

$$u_{U3}(t) \rightarrow i_3(t) : i_{U3}(t) + i_{V3}(t) + i_{W3}(t) = 3i_3(t) = 0 \rightarrow i_3(t) = 0 \tag{4.3-12}$$

**Fazit:**

Im Vergleich zur Spannung in einer ungesehnten Spule (Bsp. 4.2-1) ist durch die Sehnung und die Spulengruppen (Bsp. 4.3-2) die 5-te und 7-te Spannungsüberschwingung von 5.6% auf 0.4% gesunken. Es verbleibt die zwar verringerte, aber noch zu große 3-te Oberschwingung mit 8.9% der Grundschwingung, die durch Sternschaltung der dreisträngigen Wicklung OHNE Anschluss des Sternpunkts an einen Neutraleiter eliminiert wird.

d) Schrägung der Statornuten zur Verringerung der nutharmonischen Spannungen:

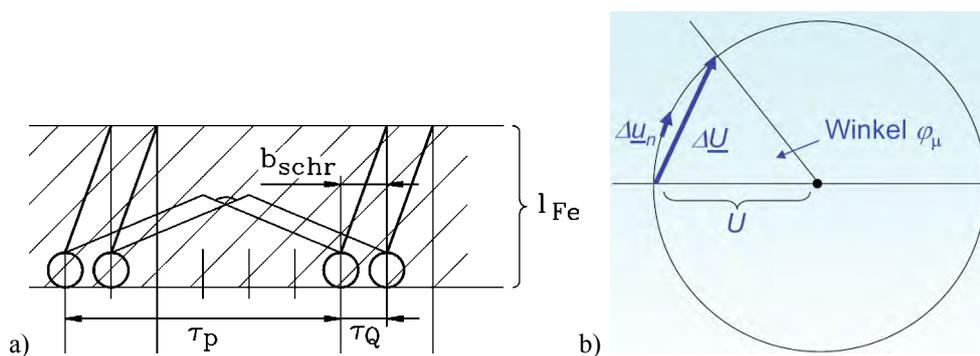


Bild 4.3-5: a) Aufsicht auf eine Ständerspulegruppe  $q = 2$  mit um eine Nutteilung  $\tau_Q$  geschrägten Statornuten in einem Statorblechpaket mit der Länge  $l_{Fe}$ . b) Induzierter Spannungszeiger  $\Delta u_n$  in einem kleinen Abschnitt der Spulenseite und resultierende induzierte Spannung  $\Delta U$  je Spulenseite in einer geschrägten Spule

Der Wicklungsfaktor ist für die nutharmonischen Läufer-Oberwellen (Ordnungszahlen  $\mu_Q = 1 + (Q/p) \cdot g$ ,  $g = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ,  $Q$ : Statornutzahl) identisch mit dem Wicklungsfaktor der Grundwelle und daher nahezu 1 (siehe Tab. 3.2-1). Sollten solche Läuferoberwellen mit nennenswerter Amplitude auftreten, würden die von ihnen induzierten Oberschwingungsspannungen ggf. zu groß. Abhilfe bringt die Schrägung der Ständernuten um z. B. eine Ständernutteilung  $b_{schr} = \tau_Q$  (Bild 4.3-5a) Wir zerlegen jede Spulenseite gedanklich in  $K$  Abschnitte  $\Delta y = l_{Fe} / K$ . Durch die Schrägung erfährt jeder differentiell kurze Abschnitt einer Spulenseite mit der Länge  $\Delta y \rightarrow dy (K \rightarrow \infty)$  durch eine  $\mu$ -te Läuferoberwelle eine (differentiell) kleine induzierte Spannung  $\Delta u_n(t) \rightarrow du_n (K \rightarrow \infty)$ , die zur induzierten Spannung im benachbarten Abschnitt  $\Delta u_{n+1}(t)$  wegen der Schrägung geringfügig phasenverschoben ist. Die Spannungsanteile im ersten und letzten Abschnitt der gedanklich unterteilten Spulenseite  $\Delta u_1(t)$  und  $\Delta u_K(t)$  sind um den Phasenwinkel der Schrägung  $\varphi_\mu = \pi \cdot b_{schr} / (\tau_p / \mu)$  phasenverschoben (Bild 4.3-5b). Folglich reihen sich die

kleinen Spannungen  $\Delta u_n(t)$  als komplexe Zeiger  $\Delta \underline{u}_n$  auf Grund ihrer Phasenverschiebungen wie auf einem Kreisbogen aneinander. Ihre algebraische Summe entspricht daher der Bogenlänge über dem Winkel  $\varphi_\mu$ :  $\sum_{n=1}^K |\Delta \underline{u}_n| \rightarrow \sum_{n=1}^K |d\underline{u}_n| = U \cdot \varphi_\mu$ , ihre geometrische Summe

$$\left| \sum_{n=1}^K \Delta \underline{u}_n \right| \rightarrow \left| \sum_{n=1}^{\infty} d\underline{u}_n \right| = |\Delta \underline{U}| = \Delta U. \text{ Mit dem willkürlich wählbaren Spannungs-Maßstab } U$$

erhalten wir den  $\mu$ -te Schrägungsfaktor  $\chi_\mu$  als das Verhältnis aus der Spannung je Spulenseite bei geschrägter zu ungeschrägter Spule, also das Verhältnis aus geometrischer zu algebraischer Spannungszeigersumme (Bild 4.3-5b):

$$\chi_\mu = \frac{\Delta U}{\sum_{n=1}^{\infty} \Delta u_n} = \frac{2 \cdot U \cdot \sin(\varphi_\mu / 2)}{U \cdot \varphi_\mu} = \sin(S_\mu) / S_\mu \quad S_\mu = \frac{\mu \pi b_{schr}}{2 \tau_p} \quad (4.3-13)$$

Alternativ kann man auch den Läufer schrägen, da es nur auf die relative Schrägung zwischen Spule und induzierendem Feld ankommt.

Beispiel 4.3-3: Wirkung des Schrägungsfaktors in einer sechspoligen dreisträngigen Drehfeld-Maschine, Drehzahl 1500/min, 5/6-gesehnte Spulen,  $q = 2 \rightarrow 12$  Nuten je Polpaar, Nutschrägung um eine Statornutteilung,  $\frac{\varphi_{\mu=1}}{2} = \frac{\pi b_{schr}}{2 \tau_p} = \frac{\pi \cdot \tau_Q}{2 \tau_p} = \frac{\pi}{12} \leftrightarrow 15^\circ$ .

Mit dem in Tabelle 4.3-2 vorgegebenem Amplitudenspektrum des Läuferfelds wäre ohne Y-Schaltung der Ständerwicklung die 3. Spannungsoberschwingung mit 12.7% zu groß. Aber auch die nutharmonische induzierten Spannungen (Ordnungszahlen  $\mu_Q = 1 + \frac{Q}{p} g = 1 + 12 \cdot g$ , für  $g = \pm 1$ :  $\mu_Q = 1 \pm 12 = -11, +13$ ) wären ohne Schrägung mit jeweils 8% zu groß. Durch die Wirkung von Sehnung, Spulengruppen, Sternschaltung und Schrägung ist die verkettete Spannung nahezu ideal sinusförmig und entspricht damit den Anforderungen an die Sinusform der öffentlichen Netzspannung.

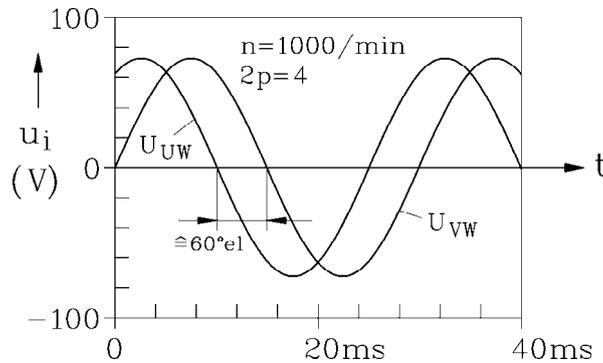
Läuferfeld- Ordnungs- zahl	Stator- frequenz	Flussdichte- Amplitude	Wicklungs- faktor	Schrägungs- faktor	Induzierte Strang- spannung	Induzierte verkettete Spannung
$\mu$	$\mu f$	$B_{\delta\mu} / B_{\delta 1}$	$k_{w\mu}$	$\chi_\mu$	$U_{i\mu}$	$U_{i\mu,LL}$
1	75 Hz	100 %	0.933	0.989	100 %	100 %
3	225 Hz	-26.1 %	-0.50	0.900	12.73 %	0
5	375 Hz	7.9 %	0.067	0.738	0.42 %	0.42 %
7	525 Hz	1.2 %	-0.067	0.527	0.05 %	0.05 %
9	675 Hz	-6.0 %	0.50	0.300	0.98 %	0
11	825 Hz	8.0 %	-0.933	0.090	0.73 %	0.73 %
13	975 Hz	-8.0 %	0.933	-0.076	0.61 %	0.61 %

Tabelle 4.3-2: Spektrum der induzierten Spannungen je Strang und verkettet, jeweils in % der Grundschwingungsspannung

Beispiel 4.3-4:

Gemessene verkettete Leerlaufspannung eines 4-poligen PM-Synchrongenerators bei 1000/min ( $m = 3, q = 3, n = 1000/\text{min}$ , Sternschaltung, geschrägte Nuten): Die verkettete

**Leerlaufspannung ist nahezu ideal sinusförmig.** Die *Fourier*-Analyse der gemessenen verketteten Leerlaufspannung ergab:  $\mu = 1$ : 33.5 Hz, 74.8 V  
 $\mu = 5$ : 167.0 Hz, 0.34 V  
 $\mu > 5$ : Amplituden vernachlässigbar klein



**Bild 4.3-6:** Gemessene verkettete Leerlaufspannung eines 4-poligen PM-Synchrongenerators bei 1000/min. Die Grundfrequenz beträgt  $f = np = (1000/60) \cdot 2 = 33.3$  Hz. Beachten Sie, dass die Phasenverschiebung zwischen  $u_{VW}$  und  $u_{WU}$   $120^\circ$  ist, aber zwischen  $u_{VW}$  und  $u_{UW} = -u_{WU}$  nur  $60^\circ$ .

#### 4.4 Selbstinduktivität je Strang einer Drehfeldwicklung

a) *Selbstinduktionsspannung des Ständerdrehfelds:*

Betrachten wir eine Drehfeldmaschine mit konstantem Luftspalt  $\delta$ , deren Läufer unbewickelt ist, und in deren Ständernuten eine  $m$ -strängige Drehfeldwicklung angeordnet ist. In Kapitel 2 und 3 wurde gezeigt, dass diese Wicklung, wenn sie von einem symmetrischen Drehstromsystem mit der Frequenz  $f$  und dem Stromeffektivwert  $I$  (Strom je Strang) erregt wird, im Luftspalt (bei  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ) ein treppenförmiges Drehfeld erregt. Dieses kann als eine Summe von Sinusdrehwellen dargestellt werden. Diese Feldwellen mit der Ordnungszahl  $\nu$  sind je nach Ordnungszahl mit der Grundwelle **mit** oder **entgegen** laufende Drehwellen.

$$B_{\delta\nu}(x, t) = \hat{B}_{\delta\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\pi x}{\tau_p} - \omega t\right) \quad \hat{B}_{\delta\nu} = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{\delta} \frac{m}{\pi} \frac{N}{p} \frac{k_{w,\nu}}{\nu} I \quad (4.4-1)$$

$$\nu = 1 + 2mg, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Die Ständer-Drehwellen induzieren die Ständerwicklung, von der sie erregt wurden, infolge **Selbstinduktion**. Da die Ständer-Feldwellen einheitlich mit der Frequenz  $f$  erregt werden, ist die Umfangsgeschwindigkeit  $v_\nu$  der Wellen proportional  $1/\nu$  (Kapitel 3). Folglich induzieren die Grund- und die Oberwellen die Ständerspulen einheitlich mit der Frequenz  $f$ .

$$f_\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \nu \cdot p \cdot (n/\nu) = p \cdot n = f \quad (4.4-2)$$

Für den Effektivwert der induzierten Spannungen je Strang gilt analog zu (4.3-9) für die  $\nu$ -te Oberwelle

$$U_{i,\nu} = \sqrt{2}\pi f \cdot N \cdot k_{w,\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{\tau_p}{\nu} l \hat{B}_{\delta\nu} \quad (4.4-3)$$

b) Haupt- und Streuinduktivität:

Setzt man die Feldamplitude aus (4.4-1) ein, so erhält man als Relation zwischen induzierter Spannung und Strom je Strang die **Reaktanz**  $X_{h\nu} = \omega L_{h\nu}$  für die  $\nu$ -te Oberwelle.

$$U_{i,\nu} = X_{h\nu} I = \omega L_{h\nu} I \quad , \quad L_{h\nu} = \mu_0 N^2 \frac{k_{w,\nu}^2}{\nu^2} \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p \cdot \delta} \quad (4.4-4)$$

Diese Selbstinduktivitäten werden nur vom Luftspaltfeld verursacht, das auch als **Hauptfeld** bezeichnet wird, da es für die Energiewandlung von mechanischer in elektrische Energie und umgekehrt verantwortlich ist. Darum nennt man die in (4.4-4) beschriebenen Drehfeld-Selbstinduktivitäten **Hauptinduktivitäten**  $L_{h\nu}$  (Index h). Da alle induzierten Spannungen  $U_{i,\nu}$  mit gleicher Frequenz  $f$  vom selben Strangstrom  $I$  in die Ständerwicklung induziert werden, können wir sie zur induzierten Gesamtspannung  $\sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} U_{i,\nu}$  zusammenfassen und eine

**Gesamtfeld-Induktivität** definieren:

$$L_{h,gesamt} = \frac{\sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} U_{i,\nu}}{\omega I} = \sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} L_{h\nu} = (1 + \sigma_o) \cdot L_{h,\nu=1} \quad (4.4-5)$$

Wesentlich ist die **Grundwellen-Hauptinduktivität**  $L_h$

$$L_{h,\nu=1} = \mu_0 N^2 k_{w,1}^2 \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p \cdot \delta} = L_h \quad (4.4-6)$$

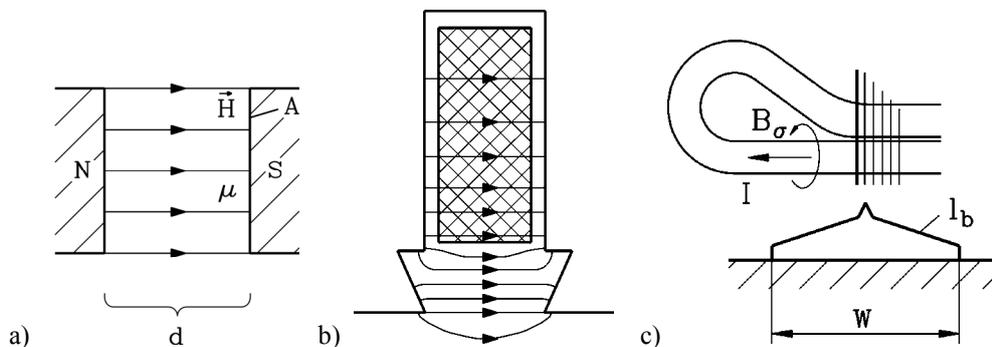


Bild 4.4-1: a) Magnetischer Widerstand eines Luftspalts  $d$  mit der Polfläche  $A$ :  $R_m = d/(A\mu_0)$ , b) Nutstrefeld, c) Stimmstreufeld  $B_\sigma$  und Spulen-Wickelkopfbereich (Länge  $l_b$ ) von oben betrachtet

Sie beschreibt die Selbstinduktionswirkung der Statorfeldgrundwelle einer  $m$ -strängigen Drehfeldwicklung in einem Wicklungsstrang bei unendlich permeablem Eisen (deshalb ist sie proportional zu  $\mu_0$ ) und einem konstanten Luftspalt  $\delta$  mit vernachlässigtem Einfluss der Nutöffnungen. Wie jede Selbstinduktivität ist sie proportional zum Quadrat der Windungszahl  $N^2$ , hier aber wegen der in Nuten verteilten Wicklung proportional zu  $N^2 k_{w,1}^2$ , weshalb man  $N \cdot k_{w,1}$  als **effektive Windungszahl** bezeichnet. Sie ist verkehrt proportional zum durch den Luftspalt gebildeten magnetische „Widerstand“ (**Reluktanz**) (Bild 4.4-1a):  $L_h \sim 1/R_m$ .

$$R_m = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{d}{A} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l \cdot \tau_p} \tag{4.4-7}$$

Aus (4.4-5), (4.4-6) folgt für die **Oberfelder-Streuziffer**  $\sigma_o$ :

$$\sigma_o = \sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} \left( \frac{k_{w,\nu}}{\nu \cdot k_{w,1}} \right)^2 - 1 \tag{4.4-8}$$

Sie gibt die Summe der Hauptinduktivitäten der Oberwellen im Verhältnis zu  $L_{h,\nu=1}$  an und ist sehr klein, nämlich typisch 0.01 ... 0.1, wie man durch Einsetzen der ersten zehn Wicklungsfaktoren leicht nachrechnet. Im Folgenden werden wir für die Energiewandlung nur **noch die dominanten Ständer- und Läufer-Feldgrundwellen** betrachten, so dass die Ständeroberwellen-Wirkung nur als Selbstinduktionsspannung über die Oberfelder-Streuinduktivität  $L_{\sigma o} = \sigma_o \cdot L_h \ll L_h$  berücksichtigt wird. Hinzu kommen **Streifelder** in den Nuten und im Stirnbereich (Bild 4.4-1b,c: Nutstreuinduktivität je Strang  $L_{\sigma Q}$ , Stirnstreuinduktivität je Strang  $L_{\sigma b}$ ), die den Läufer nicht erreichen und daher dort keine Kräfte und damit keine Energiewandlung bewirken können. Gleichwohl bilden diese Felder mit der Ständerwicklung ebenfalls Selbstinduktionsspannungen:  $U_{i\sigma,Q+b} = \omega \cdot (L_{\sigma Q} + L_{\sigma b}) \cdot I$ . Somit bilden wir die Stator-Streureaktanz je Strang als Summe aus **Nutstreuinduktivität  $L_{\sigma Q}$ , Stirnstreuinduktivität  $L_{\sigma b}$  und Oberfelder-Streuinduktivität  $L_{\sigma o}$** .

$$X_\sigma = \omega L_\sigma = \omega L_{\sigma Q} + \omega L_{\sigma b} + \omega L_{\sigma o} \tag{4.4-9}$$

**Fazit:**

Die Oberfelder sind zwar keine Streifelder im eigentlichen Sinn, da sie den Läufer erreichen und dort Kräfte oder Drehmomente bewirken können, doch weil sie eher stören als dass sie nützlich sind, werden sie in der folgenden Grundwellenbetrachtung der Drehfeldmaschinen den "echten" Streifeldern der Nuten und des Stirnbereichs zugerechnet.

c) Zusammenwirken der drei Stränge U, V, W:

Die unter b) beschriebene Selbstinduktion je Strang durch die Statorfeldgrundwelle (und durch die Oberwellen) ist genau genommen **eine Mischung aus Selbstinduktion** (z.B. Feld, erregt von Strang U, induziert in Strang U) **und Gegeninduktion** (Felder, erregt von Strang V und W, induzieren in Strang U). Wir werden daher (4.4-6) mit Rücksicht darauf nochmals herleiten. Das vom Strang U erregte Feld ist gemäß Kap. 2 ein **stehendes Wechselfeld** und pulsiert mit der Frequenz  $f$  (Bild 4.4-2).

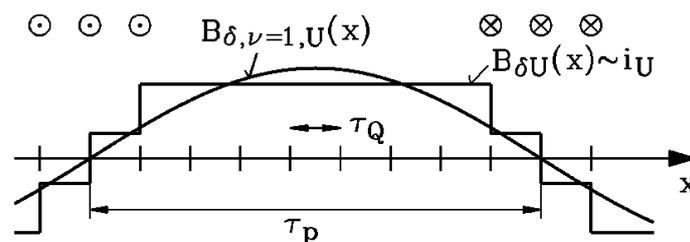


Bild 4.4-2: Luftspaltflussdichte  $B_\delta$  und deren *FOURIER*-Grundwelle  $B_{\delta,\nu=1}$  des Wicklungsstrangs U bei  $q = 3$ , Einschichtwicklung, ein Pol dargestellt

Die Amplitude der Grundwelle des stehenden Wechselfelds ist gemäß Kapitel 3

$$B_{\delta, \nu=1} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{2}{p} N k_{w, \nu=1} I \quad (4.4-10)$$

Der Fluss pro Pol der Grundwelle in einer ungesehnten Spule ist

$$\Phi_{c, \nu=1} = \frac{2}{\pi} \tau_p l_{Fe} B_{\delta, \nu=1} \quad (4.4-11)$$

und die Flussverketung im Strang U zufolge des Strangstroms  $i_U$

$$\Psi_{UU} = L_{hUU} \cdot i_U = N \cdot k_{w, \nu=1} \cdot \Phi_{\nu=1} \quad (4.4-12)$$

was der **Selbstinduktivität eines Strangs**  $L_{hUU}$  entspricht.

$$L_{hUU} = \mu_0 N^2 k_{w,1}^2 \frac{4}{\pi^2} \frac{l \tau_p}{p \cdot \delta} = L_{h, strang} \quad (4.4-13)$$

Auch der Strom  $i_V$  erregt des stehendes pulsierendes Wechselfeld, dessen Grundwelle um  $2\tau_p/3$  räumlich versetzt ist (Bild 4.4-3). Sie ist mit den U-Spulen verkettet (schraffierte Fläche in Bild 4.4-3); diese Flussverketung  $\Psi_{UV}$  ist - bei gleicher Stromamplitude – als Summe der positiven und negativen Flussflächen in Bild 4.4-3 nur halb so groß (und negativ) wie die Flussverketung (4.4-12).

$$\Psi_{UV} = L_{hUV} \cdot i_V = \cos(2\pi/3) \cdot L_{hUU} \cdot i_V = -\frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_V \quad (4.4-14)$$

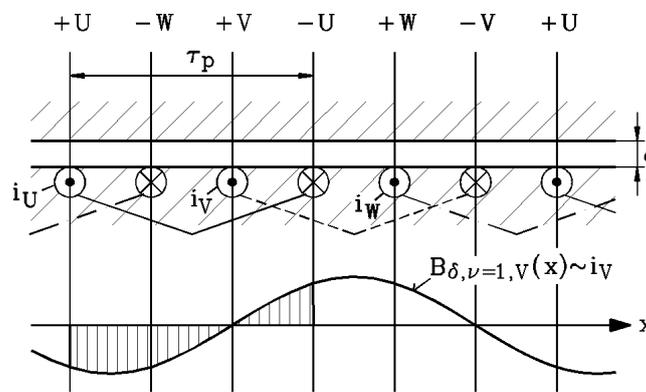


Bild 4.4-3: Verkettung der Spulen des Strangs U mit dem vom Strang V erregten Grundwellenfluss

Dasselbe gilt für Strang W, da die W-Spulen um  $4\tau_p/3$  zu Strang U räumlich versetzt sind.

$$\Psi_{UW} = L_{hUW} \cdot i_W = \cos(4\pi/3) \cdot L_{hUU} \cdot i_W = -\frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_W \quad (4.4-15)$$

Im symmetrischen Drehstromsystem gilt:  $i_U + i_V + i_W = 0$ . Daher folgt mit  $i_U = -i_V - i_W$  für die resultierende Hauptinduktivität  $L_{hU}$  des Strangs U mit  $\Psi_U = L_{hU} i_U$

$$\Psi_U = L_{hUU} i_U - \frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_V - \frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_W = L_{hUU} i_U - \frac{L_{hUU}}{2} \cdot (i_V + i_W) = \frac{3}{2} \cdot L_{hUU} \cdot i_U \quad (4.4-16)$$

Diese Herleitung gilt aus Symmetriegründen für jeden der drei Stränge. Daraus folgt mit (4.4-13) in Übereinstimmung mit (4.4-6) die **Hauptinduktivität  $L_h$  eines Strangs** für  $m = 3$ :

$$L_{hU} = \mu_0 N^2 k_{w,1}^2 \frac{2 \cdot 3}{\pi^2} \frac{l \tau_p}{p \cdot \delta} \quad (4.4-17)$$

**Fazit:**

Die Drehfeld-Hauptinduktivität  $L_h$  je Strang ist auf Grund der gemeinsamen Wirkung aller drei Wicklungsstränge 1.5-mal (allgemein  $m/2$ ) so groß ist wie die Strang-Selbstinduktivität zufolge des Felds eines Strangs alleine.

Beispiel 4.4-1:

**Drehfelddrossel:** Der Ständer hatte eine Drehfeldwicklung, der Läufer ist wicklungslos. Je Strang ist die Induktivität  $L_s$  als  $L_{h,gesamt}$  zuzüglich Nut- und Stirnstreifelder wirksam:

$L_s = L_{h,gesamt} + L_{\sigma Q+b} = L_h + L_{\sigma o} + L_{\sigma Q} + L_{\sigma b} = L_h + L_{\sigma} = 1.5L_{h,Strang} + L_{\sigma}$ . Der Luftspalt  $\delta$  bestimmt maßgeblich  $L_s$ .

*Wir fassen zusammen:*

Für die im Folgenden ausschließliche Grundwellenbetrachtung einer Drehfeldmaschine unterscheiden wir **Hauptfluss- und Streuflussverkettung** je Strang.

Der **Hauptfluss** wird aus den Feldgrundwellen von Stator- und Rotorfeld gebildet ( $\nu = \mu = 1$ ) gebildet. Nur diese beiden bilden gemeinsam das als Nutmoment zu bezeichnende Drehmoment  $M_e$ , das wegen der Sinuswellenform von Stator- und Rotorgrunddrehwelle ZEITLICH KONSTANT ist.

Oberwellen des Stators ( $\nu \neq 1$ ) werden als Stator-Oberwellenstreuung betrachtet, die sie (nahezu) NICHT zur Drehmomentbildung beitragen. Ebenso werden die Rotoroberwellen ( $\mu \neq 1$ ) als Rotor-Oberwellenstreuung einer Rotor-Drehfeldwicklung (z. B. bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine in Kap. 5) zusammengefasst.

**Streufluss:**

a) Echter Streufluss ist nur mit jeweils mit der Stator- oder Rotorwicklung verkettet (Nut- und Stirnstreufluss): Die zugehörigen Feldlinien gehen NICHT über den Luftspalt.

b) „Unechter“ Streufluss: Stator- bzw. Rotoroberwellen: Ihre Feldlinien verketteten über den Luftspalt hinweg so wie das Grundwellenfeld. Trotzdem tragen sie (fast) nicht zum Nutmoment bei. Sie werden nur in ihrer jeweiligen Selbstinduktionswirkung je Strang als Oberfelder-Streuinduktivität berücksichtigt.

## 4.5 Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen

Wir betrachten nun die Gegeninduktivität zwischen einer im Stator und einer im Rotor untergebrachten Drehfeldwicklung. Ab nun erfolgt die Analyse der E-Maschinen nur noch mit der Grundwellenbetrachtung:

Stator: Grundwellenordnungszahl  $\nu = 1$ , Wicklungsfaktor  $k_{ws,1} = k_{ws}$

Rotor: Grundwellenordnungszahl  $\mu = 1$ , Wicklungsfaktor  $k_{wr,1} = k_{wr}$

In Bild 4.5-1a ist sowohl im Ständer wie im Läufer je eine dreisträngige Drehfeldwicklung angeordnet:

- im Stator: Stränge U-X, V-Y, W-Z, Index  $s$ ,
- im Rotor: Stränge u-x, v-y, w-z, Index  $r$ .

Die Wicklungen sind in Bild 4.5-1b durch Strang-Induktivitäten als konzentrierte Elemente, die wie die realen Wicklungsstränge um je  $2\tau_p/3$  zueinander versetzt sind, dargestellt. Der

**Rotor** steht still, ist aber gegenüber dem Stator um den Winkel  $\gamma$  verdreht (Winkel  $\gamma$  zwischen den Wicklungsachsen (Spulenmitten) des Rotors und Stators in Bild 4.5-1a). Der Winkel  $\gamma$  ist  $2\pi$ , wenn der Rotor gegenüber dem Stator um  $2\tau_p$  verdreht ist. Da in Bild 4.5-1 die Anordnung zweipolig ist, sind mechanische und elektrische Winkelzählung identisch. Allgemein sind die Polzahlen von Stator- und Rotorwicklung identisch  $2p$ , aber die Wicklungsdaten je Strang (fallweise auch die Strangzahlen) sind i. A. unterschiedlich (Tabelle 4.5-1).

	Stator	Rotor
Polzahl	$2p$	$2p$
Strangzahl	$m_s$	$m_r$
Windungszahl	$N_s$	$N_r$
Sehnung	$W_s/\tau_p$	$W_r/\tau_p$
Lochzahl	$q_s$	$q_r$
Wicklungsfaktor	$k_{ws}$	$k_{wr}$
Nutzahl	$Q_s$	$Q_r$

Tabelle 4.4: Stator- und Rotorwicklungsdaten

Werden die Stränge im Stator mit dem symmetrischen Drehstromsystem (Statorstrom  $I_s$ , Statorfrequenz  $f_s$ ) gespeist, so laufen im Luftspalt Drehwellen um, die die Rotorwicklung induzieren.

$$B_{\delta,s}(x,t) = \hat{B}_{\delta,s} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau_p} - \omega_s t\right), \quad \hat{B}_{\delta,s} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_s}{p} N_s k_{ws} I_s \quad (4.5-1)$$

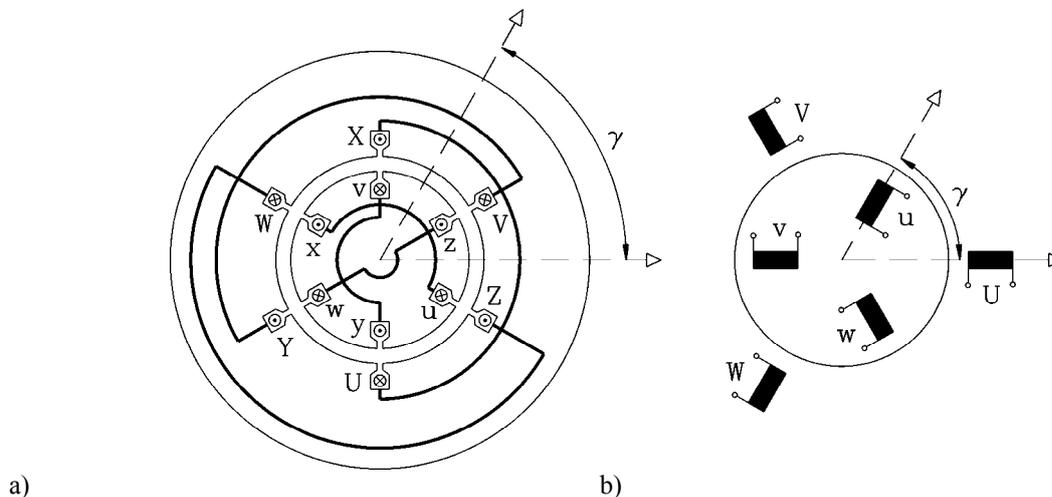


Bild 4.5-1: Dreisträngige Drehfeldwicklung im Stator und Rotor einer elektrischen Maschine mit konstantem Luftspalt, a) Querschnittsdarstellung für  $2p = 2$ ,  $m_s = m_r = 3$ ,  $q_s = q_r = 1$ ,  $W_s = W_r = \tau_p$ , b) Modelldarstellung für beliebige Wicklungsdaten je Strang

Der Effektivwert der induzierten Spannung je Strang im Rotor (4.5-2) wird analog zu (4.4-3) berechnet, da der Rotor stillsteht. Die Läuferfrequenz  $f_r$  ist im **ruhenden** Läufer genauso groß wie im ruhenden Ständer:  $f_r = f_s$ .

$$U_{i,rs} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_r \cdot k_{wr} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s} \quad (4.5-2)$$

Damit ergibt sich für die Statorfeldgrundwelle die **Drehfeld-Gegeninduktivität je Strang  $M_{rs}$  vom Stator zum Rotor** (4.5-4) aus (4.5-1), (4.5-2), (4.5-3).

$$\boxed{U_{i,rs} = \omega_s M_{rs} I_s} \quad (4.5-3)$$

$$\boxed{M_{rs} = \mu_0 \cdot N_s k_{ws} \cdot N_r k_{wr} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta}} \quad (4.5-4)$$

Die durch die Statorfeldgrundwelle in der Statorwicklung induzierte Selbstinduktionsspannungen  $U_{i,ss}$  ist gemäß (4.4-3) für  $\nu = 1$ :

$$U_{i,ss} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s} \quad (4.5-5)$$

Die induzierten Strangspannungen in der Rotorwicklung sind wegen der Verdrehung um  $\gamma$  gegenüber den Selbstinduktionsspannungen  $U_{i,s}$  in den Statorwicklungssträngen um diesen Winkel  $\gamma$  **phasenverschoben**. Die Drehwelle muss nämlich diese Wegstrecke zwischen den Wicklungsachsen von Stator und Rotor zurücklegen, ehe die Flussverketzung in den Rotorsträngen maximal ist. Da die Rotorstränge u, v, w auch um je  $2\tau_p/3$  versetzt angeordnet sind, sind die vom Ständerdrehfeld induzierten Spannungen je Strang zueinander um  $2\pi/3$  phasenverschoben. Sie bilden wieder ein symmetrisches Drehspannungssystem.

Umgekehrt findet auch Gegeninduktion vom Rotor in den Stator statt, wenn die Rotorwicklung mit einem Drehstromsystem (Effektivwert  $I_r$ , Frequenz  $f_r$ ) erregt wird. Mit  $f_r = f_s$  erregt das Rotorstromsystem eine Rotor-Luftspalt-Grundwelle

$$\hat{B}_{\delta,r} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_r}{p} N_r k_{wr} I_r \quad , \quad B_{\delta,r}(x,t) = \hat{B}_{\delta,r} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau_p} - \omega_s t\right) \quad (4.5-6)$$

die in der Statorwicklung je Strang eine Spannung mit dem Effektivwert

$$U_{i,sr} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,r} \quad (4.5-7)$$

gegeninduziert, während sie durch Selbstinduktion in den Rotorwicklungssträngen die Spannung

$$U_{i,rr} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_r \cdot k_{wr} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,r} \quad (4.5-8)$$

induziert. Dabei ist  $U_{i,rr}$  gegenüber  $U_{i,sr}$  um  $-\gamma$  phasenverschoben. Die Gegeninduktivität vom Rotor zum Stator  $M_{sr}$ , definiert durch  $U_{i,sr} = \omega_s M_{sr} I_r$ , ist

$$\boxed{M_{sr} = \mu_0 \cdot N_s k_{ws} \cdot N_r k_{wr} \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta}} \quad (4.5-9)$$

Beide Gegeninduktivitäten  $M_{sr}$ ,  $M_{rs}$  sind zum Produkt  $N_s k_{ws} \cdot N_r k_{wr}$  und zum Kehrwert von  $R_m$  (4.4-7) proportional. Beachten Sie, dass i. A. die beiden **nicht reziprok** sind:  $M_{sr} \neq M_{rs}$ , sondern sich wie die Strangzahlen verhalten (4.5-10). Im häufigen Fall  $m_s = m_r$  gilt allerdings  $M_{sr} = M_{rs}$ .

$$\frac{M_{rs}}{M_{sr}} = \frac{m_s}{m_r} \tag{4.5-10}$$

**Beispiel 4.5-1: Drehtransformator:**

Schaltet man Ständer- und Läuferstrang U und u in Serie (ebenso V und v sowie W und w), so summiert man die Ständer- und Läuferstrangspannung (Bild 4.5-2). Man greift zwischen der Eingangsklemme des Ständerstrangs und der Ausgangsklemme des Läuferstrangs je Strang folgende Summenspannung ab:

$$\underline{U} = \underline{U}_s + \underline{U}_r = U_s + U_r e^{-j\gamma} \tag{4.5-11}$$

Man kann bei Verdrehung des Läufers durch kontinuierliche Änderung des Winkels  $\gamma$  die Summenspannung kontinuierlich nach Betrag und Phasenlage verstellen. Sind z.B. Ständer- und Läuferwicklung identisch aufgebaut, gilt  $U_r = U_s$  und daher

$$\underline{U} = U_s + U_s e^{-j\gamma} = U_s \cdot (1 + e^{-j\gamma}) \tag{4.5-12}$$

Bei  $\gamma = 0$  ergibt sich der doppelte Wert der Ständerspannung  $2U_s$ , und bei  $\gamma = \pi$  jedoch der Wert Null.

**Fazit:**

Mit dem Drehtransformator kann man kontinuierlich zwischen 0 und  $2U_s$  die Spannung verändern.

Der **Drehtransformator ("Drehregler")** findet vor allem in Prüffeldern Anwendung, wo eine kontinuierlich verstellbare Spannungsamplitude z.B. für das Messen von Leerlauf- und Kurzschlusskennlinien von Asynchronmaschinen oder Transformatoren benötigt wird.

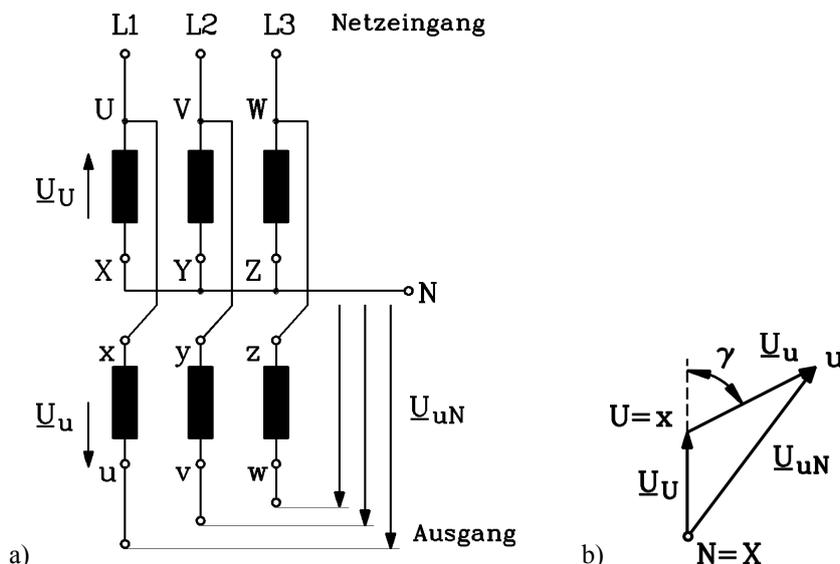


Bild 4.5-2: Drehtransformator: a) Prinzipschaltung, b) Spannungsbildung

## 4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen

### 4.1 FARADAY'sches Induktionsgesetz (1831)

a) *Ruhinduktion:*

Die **zweite MAXWELL-Gleichung** für ein ruhendes Bezugssystem

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.1-1a)$$

beschreibt die Spannungsinduktion in ruhenden Wicklungen. Mit dem *STOKES'schen* Integralsatz

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad , \quad (4.1-1b)$$

angewendet auf eine Leiterschleife (geschlossene Kurve  $C$  in Bild 4.1-1a), die die Fläche  $A$  aufspannt, wird (4.1-1a) von der differentiellen in die integrale Form (4.1-2) umgewandelt.

$$u_i = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{A} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad (4.1-2)$$

Die längs der Kurve  $C$  induzierte elektrische Spannung als Wegintegral der elektrischen Feldstärke  $E = E_{Wi}$  heißt  $u_i$ . Wird die partielle Ableitung  $\partial / \partial t$  vor das Integral gezogen (was möglich ist, wenn  $A$  konstant ist, also nicht von  $t$  abhängt, was nur möglich ist, wenn die Leiterschleife sich nicht bewegt), so gilt

$$u_i = \oint_C \vec{E}_{Wi} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{A=const.} \vec{B} \cdot d\vec{A} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad . \quad (4.1-3)$$

Dabei ist  $\Phi$  der magnetische Fluss durch die Fläche  $A$ .

Das **Induktionsgesetz** für **ruhende** Leiterschleifen (4.1-3) besagt:

Die elektrische Wirbelfeldstärke  $\vec{E}_{Wi}$  und die ihr entsprechende induzierte Spannung  $u_i$  wird durch die **negative** zeitliche Änderung des mit der "Leiterschleife"  $C$  verketteten magnetischen Flusses  $\Phi$  induziert. Daher ist die Richtung von  $\vec{E}_{Wi}$  **linkswendig** (Linke-Hand-Regel) mit der Richtung  $\partial \vec{B} / \partial t$  verkettet. Da die Leiterschleife ruht, nennt man den Vorgang "**Ruhinduktion**".

Wesentlich ist in diesem Zusammenhang die Unterscheidung zwischen elektrischer **Wirbelfeldstärke**  $E_{Wi}$  und **Quellenfeldstärke**  $E_{Qu}$ . Gemäß (4.1-1) ist die induzierte elektrische Feldstärke eine Wirbelfeldstärke  $\vec{E}_{Wi}$ , da sie rechnerisch aus einer „Rotation“ gebildet wird. Ihre Feldlinien sind geschlossen (Index „Wi“, Bild 4.1-1a). Diese Feldstärke verschiebt auf der Leiterschleife  $C$ , die an den Klemmen 1 und 2 getrennt ist, die elektrischen Ladungen so, dass Klemme 1 negativ und Klemme 2 positiv geladen ist. Diese Ladungen (Ladungsdichte  $\rho$ ) erzeugen eine elektrische Quellenfeldstärke  $\vec{E}_{Qu}$  gemäß der 4. *MAXWELL-Gleichung*  $\operatorname{div} \vec{E}_{Qu} = \rho / \epsilon_0$ , die an den Klemmen 1-2 messbar ist.

b) *Bewegungsinduktion:*

**Bewegt** sich die Leiterschleife  $C$  mit der Geschwindigkeit  $v$  im Magnetfeld, sei es als starre Schleife mit einheitlicher Geschwindigkeit, oder auch mit Änderung der Schleifenform, so dass jeder Punkt der Schleife eine andere Geschwindigkeit  $v$  aufweist (Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}(x, y, z)$ ), dann ändert sich i. A. der magnetische Fluss durch die Schleifenfläche  $A$  selbst dann, wenn sich  $B$  zeitlich NICHT ändert ( $B = \text{konst.}$ ). Zwei Möglichkeiten sind zu unterscheiden:

1. Die **Form** der Schleife ändert sich und damit die Fläche  $A$  (Bild 4.1-1b).
2. Eine starre Schleife bewegt sich aus einer Region mit der Flussdichte  $B_1$  an einen Ort mit der **räumlich unterschiedlichen** Flussdichte  $B_2 \neq B_1$ .

In beiden Fällen tritt durch Bewegung der Schleife in einem zeitlich konstanten Magnetfeld eine **Änderung des mit der Schleife  $C$  verketteten Flusses  $\Phi$**  auf. Folglich wird gemäß (4.1-3) wieder eine Spannung  $u_i$  induziert. Die Lage der Fläche  $A$  ist in den beiden Fällen 1. und 2. nicht konstant, da die Lagekoordinaten  $(x, y, z)$  der Randkurve  $C(x, y, z)$  gemäß  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  sich mit der Zeit ändern und das o.g. Geschwindigkeitsfeld ergeben:  $\partial / \partial t(x, y, z) = (\partial x / \partial t, \partial y / \partial t, \partial z / \partial t) = (v_x, v_y, v_z) = \vec{v}$ . Jeder Punkt der Schleife erfährt

daher nicht nur eine zeitliche Änderung  $\partial \vec{B} / \partial t$  wie in (4.1-1), sondern auch bei  $\partial \vec{B} / \partial t = 0$  eine Feldänderung, wenn sich die Schleife vom Ort eines zeitlich konstanten Felds  $B_1$  zum Ort eines zeitlich konstanten Werts  $B_2$  bewegt. Es ist in (4.1-1)  $\partial \vec{B} / \partial t$  durch  $d\vec{B} / dt$  zu ersetzen,

so dass aus  $\frac{d\vec{B}}{dt} = \left( \frac{dB_x}{dt}, \frac{dB_y}{dt}, \frac{dB_z}{dt} \right)$  folgt z. B. für  $B_x$ :

$$\frac{dB_x}{dt} = \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial B_x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial B_x}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial B_x}{\partial z} \cdot v_z + \frac{\partial B_x}{\partial t} \quad \text{und analog}$$

$$\frac{dB_y}{dt} = \frac{\partial B_y}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial z} \cdot v_z + \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad \text{und} \quad \frac{dB_z}{dt} \quad \text{Durch Erweiterung der Ausdrücke z. B.}$$

für  $\frac{dB_x}{dt}$  mit  $0 = \left( \frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_x$  und analog für die beiden anderen Komponenten

erhalten wir

$$\frac{dB_x}{dt} = \left( \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial y} \cdot v_y - \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial z} \cdot v_z - \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot v_x + \frac{\partial B_x}{\partial t}, \quad (4.1-4a)$$

$$\frac{dB_y}{dt} = \left( \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial x} \cdot v_x - \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial z} \cdot v_z - \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot v_y + \frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad (4.1-4b)$$

$$\frac{dB_z}{dt} = \left( \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \cdot v_z + \frac{\partial B_z}{\partial x} \cdot v_x - \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot v_z + \frac{\partial B_z}{\partial y} \cdot v_y - \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot v_z + \frac{\partial B_z}{\partial t}. \quad (4.1-4c)$$

Der erste Term in (4.1-4)  $\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = \text{div} \vec{B} = 0$  verschwindet wegen der 3.

MAXWELL-Gleichung. Mit der neu zu definierenden „**bewegungsinduzierten elektrische Feldstärke**“ (4.1-5)

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} v_y B_z - v_z B_y \\ v_z B_x - v_x B_z \\ v_x B_y - v_y B_x \end{pmatrix} = \vec{E}_b = \begin{pmatrix} E_{bx} \\ E_{by} \\ E_{bz} \end{pmatrix} \quad (4.1-5)$$

bilden wir mit dem „Nabla“-Vektor deren „Rotation“ (4.1-6)

$$\operatorname{rot} \vec{E}_b = \nabla \times \vec{E}_b = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_{bz}}{\partial y} - \frac{\partial E_{by}}{\partial z} \\ \frac{\partial E_{bx}}{\partial z} - \frac{\partial E_{bz}}{\partial x} \\ \frac{\partial E_{by}}{\partial x} - \frac{\partial E_{bx}}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} - v_y \cdot \frac{\partial B_x}{\partial y} - v_z \cdot \frac{\partial B_x}{\partial z} + v_x \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \\ v_y \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} - v_z \cdot \frac{\partial B_y}{\partial z} - v_x \cdot \frac{\partial B_y}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial B_x}{\partial x} \\ v_z \cdot \frac{\partial B_x}{\partial x} - v_x \cdot \frac{\partial B_z}{\partial x} - v_y \cdot \frac{\partial B_z}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4.1-6)$$

und stellen durch Vergleich mit (4.1-4) fest, dass diese drei Vektorkomponenten genau die Komponenten  $-\frac{dB_x}{dt}$ ,  $-\frac{dB_y}{dt}$ ,  $-\frac{dB_z}{dt}$  darstellen, wenn  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$ . Wir schreiben also

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \left( \frac{dB_x}{dt}, \frac{dB_y}{dt}, \frac{dB_z}{dt} \right) = -(\nabla \times \vec{E}_b) + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.1-7)$$

und erhalten das Induktionsgesetz für ruhende und bewegte Schleifen  $C$

$$u_i = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\int_A \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{A} = \int_A \left[ \operatorname{rot} \vec{E}_b - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \cdot d\vec{A} = \int_A \left[ \operatorname{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \cdot d\vec{A} \quad , \quad (4.1-8)$$

das mit dem STOKES'schen Integralsatz (4.1-1a) in die Form (4.1-9) umgewandelt wird.

$$u_i = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad (4.1-9)$$

Im Sonderfall zeitlich konstanter Flussdichte ( $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$ ) erhalten wir aus (4.1-9) das **Induktionsgesetz** für bewegte Leiterschleifen (4.1-10) bei zeitlich konstanter Flussdichte.

$$\boxed{u_i = \oint_C \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}} \quad (4.1-10)$$

Durch die Bewegung einer Leiterschleife  $C$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  im zeitlich konstanten Feld  $B$  tritt die elektrische **bewegungsinduzierte Feldstärke**  $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}$  auf ("Bewegungsinduktion"). Ihr Wegintegral längs der Kurve  $C$  ist die bewegungsinduzierte Spannung  $u_i$ .

c) *Allgemeines Induktionsgesetz:*

- Bewegt sich die Leiterschleife  $C$  mit der Geschwindigkeit  $v$  im Magnetfeld  $B$  und
- ändert es sich auch zeitlich,

so treten gemäß (4.1-9) Ruh- und Bewegungsinduktion im **allgemeinen Induktionsgesetz** (4.1-11) gleichzeitig auf.

$$\boxed{u_i = \oint_C (\vec{E}_w + \vec{E}_b) \cdot d\vec{s} = \oint_C (\vec{E}_w + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}} \quad (4.1-11)$$

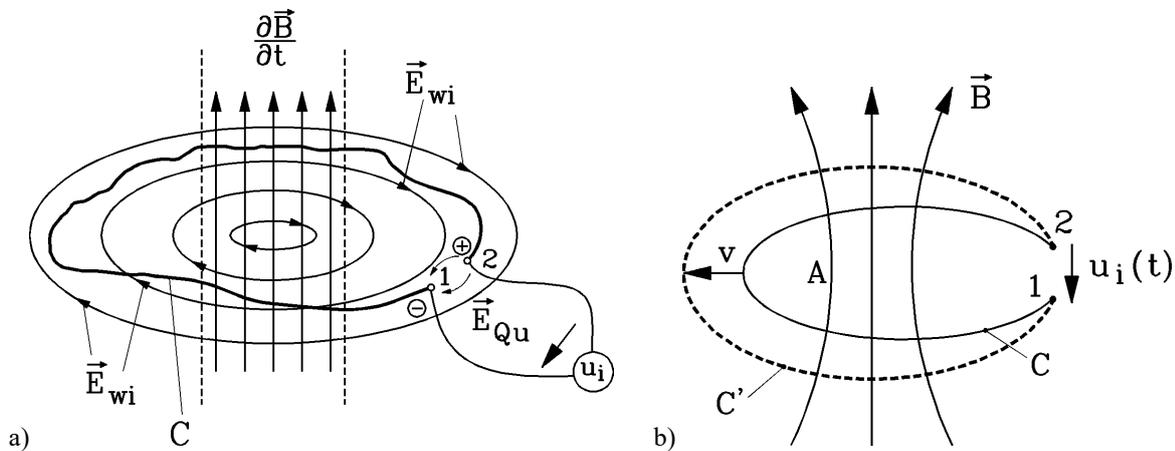
Jegliche Änderung des mit einer Leiterschleife  $C$  verketteten Flusses  $\Phi$  ruft eine induzierte Spannung  $u_i$  hervor; und zwar ist die induzierte Spannung gleich der negativen Änderung des Flusses.

Hat die Schleife  $N$  Windungen in Serie, so ist  $u_i$   $N$ -mal so groß:  $u_i = -N \cdot d\Phi / dt$ . Mit der **Flussverkeftung**

$$\Psi = N \cdot \Phi = N \cdot \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{4.1-12}$$

gilt das **Induktionsgesetz** in seiner allgemeinen Form:

$$u_i = - \frac{d\Psi}{dt} \tag{4.1-13}$$



**Bild 4.1-1: Spannungsinduktion** in eine Leiterschleife  $C$ : a) Die Leiterschleife ruht, aber das Magnetfeld ändert sich (Ruhinduktion). b) Die Leiterschleife bewegt sich bei zeitlich konstantem Feld (Bewegungsinduktion)

*d) Stromlose Leiterschleife:*

Die induzierte Spannung wirkt in der Schleife  $C$  wie eine von außen eingeprägt Spannung, die einen Schleifenstrom  $i$  treibt, der positiv im rechtswendig zur positiven Felddurchtrittsrichtung  $\vec{B}$  gezählten Schleifenumlaufsinn von 2 nach 1 gezählt wird. Er wird vom Schleifenwiderstand  $R$  begrenzt:  $R \cdot i = u_i$ . Wirkt noch zusätzlich eine an den Klemmen von 2 nach 1 positiv gezählte äußere Spannung  $u$ , so fließt der Strom  $R \cdot i = u + u_i$ . Bei offenen Klemmen 1, 2 kann kein Strom in der Leiterschleife  $C$  fließen, so dass  $R \cdot i = u + u_i = 0$  ist, und die von 2 nach 1 gemessene Spannung  $u = u_0 = -u_i$  ist. Das kann mit folgender Hilfsvorstellung anschaulich gemacht werden: Bei  $i = 0$  ist die resultierende Kraft  $F$  auf die Ladungsträger im Leiter (Ladung  $Q$ ) Null, und daher Quellenfeldstärke (durch Ladungsansammlung an den offenen Klemmen) und induzierte Feldstärke gegengleich.

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = Q \cdot (\vec{E}_{wi+b} + \vec{E}_{Qu}) = 0 \Rightarrow \vec{E}_{wi+b} = -\vec{E}_{Qu} \tag{4.1-14}$$

Da die Klemmen 1 und 2 unmittelbar benachbart sind, ist das Wegintegral längs  $C$  im positiven Umlaufsinn von 2 nach 1 gleich dem geschlossenen Kurvenintegral:

$\int_2^1 \dots \cdot d\vec{s} = \oint_C \dots \cdot d\vec{s}$  . Die induzierte Spannung

$$u_i = \oint_C (\vec{E}_{Wi} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} \approx \int_2^1 (\vec{E}_{Wi} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \int_2^1 \vec{E}_{Wi+b} \cdot d\vec{s} \quad (4.1-15)$$

und die an den Klemmen von 2 nach 1 messbare Spannung

$$u = u_{21} = \int_2^1 \vec{E}_{Qu} \cdot d\vec{s} = \int_2^1 -\vec{E}_{Wi+b} \cdot d\vec{s} = -u_i \quad (4.1-16)$$

sind folglich im Leerlauf bis auf das Vorzeichen **identisch**. Häufig wird die Leerlaufspannung  $u = u_0$  auch als **Quellenspannung**  $u_0 = u_q$  für induktive Kreise (ähnlich wie bei Batterien) verwendet. Demnach ist  $u_q = -u_i$ .

e) *Belastete Leiterschleife:*

Bei Anschluss einer externen idealen Spannungsquelle (mit dem Innenwiderstand Null)  $u$  fließt ein Strom  $i$ , der von der induzierten Spannung und von der externen Spannung gemeinsam getrieben wird und nur vom Innenwiderstand  $R$  der Schleife begrenzt wird.

$$R \cdot i = u + u_i = u - \frac{d\Psi}{dt} \quad \Rightarrow \quad R \cdot i + \frac{d\Psi}{dt} = u = R \cdot i + u_q \quad (\text{Bild 4.1-2a}) \quad (4.1-17)$$

Der Faktor zwischen Flussverketzung und dem das Magnetfeld  $B$  erregenden Strom  $i$  ist die **Selbstinduktivität**  $L$ , wenn der Strom in der betrachteten Spule **selbst** fließt.

$$\boxed{\Psi(t) = L \cdot i(t)} \quad . \quad (4.1-18)$$

Wenn der erregende Strom  $i_2$  in einer **zweiten (externen) Spule** fließt und deren Feld mit der betrachteten (ersten) Spule verkettet ist, heißt der Faktor **Gegeninduktivität**  $M$

$$\boxed{\Psi(t) = M \cdot i(t)} \quad . \quad (4.1-19)$$

Mit (4.1-17) folgt die Schreibweise für induktive Kreise mit konzentrierten Elementen:

$$R \cdot i + L \cdot di/dt = u \quad R \cdot i_1 + M \cdot di_2/dt = u \quad (4.1-20)$$

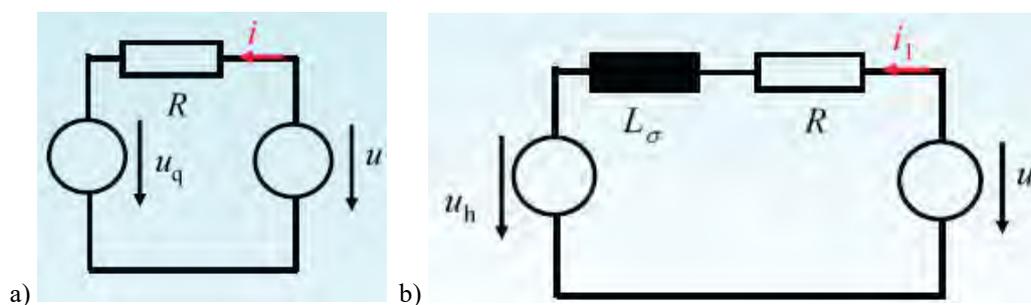


Bild 4.1-2: a) Erschaltbild der belasteten induzierten Schleife (VZS), b) Definition von Hauptfeldspannung  $u_h$  und Streuinduktivität  $L_\sigma$

Bei gleichzeitigem Auftreten der Selbstinduktivität  $L$  zufolge des Stromflusses  $i_1$  in der Schleife und der Gegeninduktivität  $M$  zufolge eines felderregenden Fremdstromsystems  $i_2$  ist

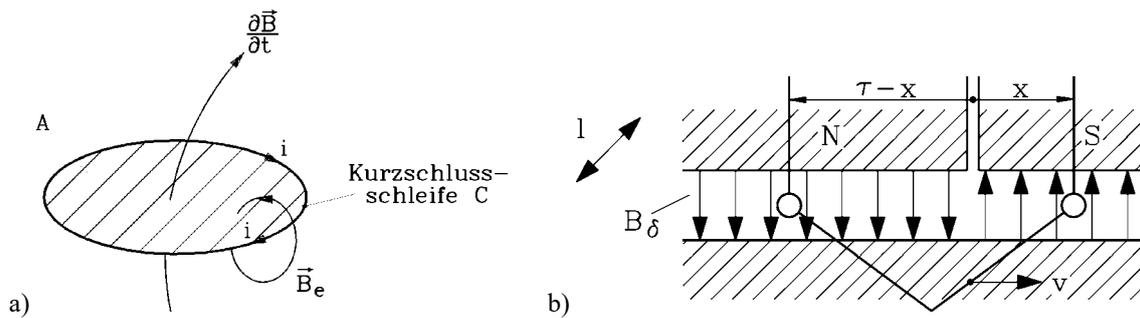
die Gesamtflussverkettung der Schleife  $\Psi = L \cdot i_1 + M \cdot i_2$ . Definieren wir die **Streuinduktivität**  $L_\sigma = L - M$ , so folgt die Auftrennung in

- a) die Hauptflussverkettung  $\Psi_h = M \cdot (i_1 + i_2)$  und
- b) die Streuflussverkettung  $\Psi_\sigma = L_\sigma \cdot i_1$  (Bild 4.1-2b).

Wird für die mit  $u$  gespeiste Schleife das Verbraucher-Zählpeilsystem verwendet, so folgt:  
 $u = R \cdot i_1 + d\Psi / dt = R \cdot i_1 + d\Psi_\sigma / dt + d\Psi_h / dt = R \cdot i_1 + L_\sigma \cdot di_1 / dt + u_h$  (Bild 4.1-2b).

**Beispiel 4.1-1: Kurzgeschlossene ruhende Spule im zeitlich veränderlichen Fremdfeld  $B$ :**

Die Schleife  $C$  von Bild 4.1-1a wird an den Klemmen 1 und 2 ideal leitend verbunden und damit **kurzgeschlossen** (Bild 4.1-3a). Das zeitlich veränderliche Fremdfeld  $B$  bewirkt eine Zunahme des Felds von unten nach oben durch die Schleifenfläche  $A$  und **induziert** daher die Wirbelfeldstärke  $E_{wi}$ . Die **linkswendig** mit der Änderungsrichtung von  $B$  verkettete Feldstärke  $E_{wi}$  treibt in ihre Richtung einen **Kurzschlussstrom**  $i$ . Dieser erregt gemäß dem **Durchflutungssatz** ein **rechtswendig** mit dem Strom verkettetes Eigenfeld  $B_e$  (Rechte-Hand-Regel), das folglich der Ursache der induzierten Spannung, nämlich der Feldänderung  $\partial B / \partial t$  entgegen gerichtet ist. Das Reaktionsfeld  $B_e$  versucht, die Feldänderung zu bremsen ("**LENZ'sche Regel**", **magnetische Trägheit**). **Der von der induzierten Spannung  $u_i$  getriebene Strom erregt ein Eigenfeld, das der Ursache von  $u_i$  entgegen wirkt.**



**Bild 4.1-3:** a) Die in eine kurzgeschlossene Spule durch eine Feldänderung induzierte Spannung  $u_i$  treibt einen Kurzschluss-Strom  $i$ , dessen Eigenfeld  $B_e$  der äußeren Feldänderung  $\partial B / \partial t$  entgegenwirkt, b) In eine bewegte Spule (Spulenweite  $\tau$ , Geschwindigkeit  $v$ ) im zeitlich stationären Magnetfeld  $B_\delta$  wird eine Spannung induziert.

f) *Bedeutung des Induktionsgesetzes:*

<i>Ruhinduktion</i>	<i>Bewegungsinduktion</i>
Feld $B$ zeitlich veränderlich	Feld $B$ zeitlich konstant
Spule ruht	Spule bewegt sich mit Geschwindigkeit $v$
$u_i = -d\Psi / dt$	
$u_i = -\partial\Psi / \partial t = \oint \vec{E}_{wi} \cdot d\vec{s}$	$u_i = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E}_b \cdot d\vec{s}$
Anwendung des Induktionsgesetzes:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformatorspulen</li> <li>• Ständerspulen in Drehfeldmaschinen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rotierende Ankerwicklung in Gleichstrommaschinen</li> </ul>
<i>Transformatorische Induktion</i>	<i>Rotatorische Induktion</i>

Tabelle 4.1-1: Bedeutung des Induktionsgesetzes in elektrischen Maschinen und Transformatoren

Für die Funktion von elektrischen Maschinen und Transformatoren ist das Induktionsgesetz von fundamentaler Bedeutung. Die Auftrennung in Ruh- und Bewegungsinduktion ist abhängig vom Beobachter und daher willkürlich. Das Induktionsgesetz in der Form (4.1-13) hingegen ist allgemein gültig.

Beispiel 4.1-2:

**Einfache Linearmaschine** (Bild 4.1-3b):

Eine Spule (Windungszahl  $N_c$ , Spulenweite  $\tau$ ) wird im Luftspalt zwischen einem Eisenjoch und Permanentmagneten (Polfolge N-S-N-S, Polbreite  $b_p = \tau$ ) mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt. Das Luftspaltfeld  $B_\delta$  ist homogen positiv oder negativ, je nach Polarität des Magneten. Die Spule ist offen, also  $i = 0$ ; der Richtungssinn der Spule ist wie in Bild 4.1-1a rechtswendig (Bild 4.1-4a).

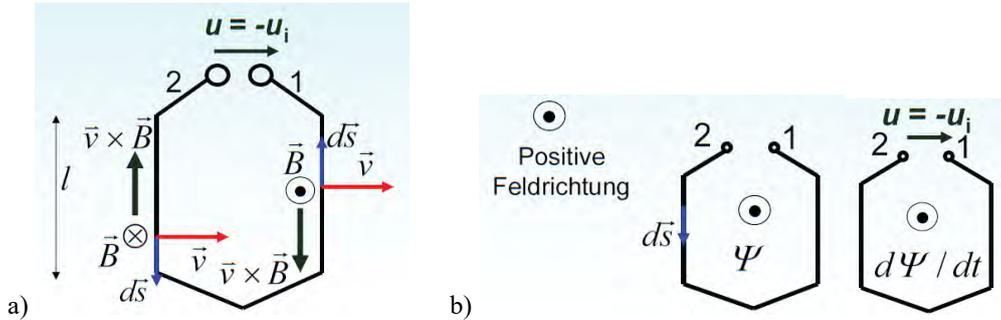


Bild 4.1-4: a) Die bewegte leerlaufende Spule von Bild 4.1-3b von oben betrachtet, b) Positive gezählte Flussverketung und ihre Änderung, passend zum rechtswendigen Umlaufsinn durch die Spule von 2 nach 1

a) Berechnung von  $u_i$  für einen ruhenden Beobachter: Er stellt Bewegungsinduktion fest.

Die Ruhinduktion ist Null, da die Permanentmagnete ihr Feld zeitlich nicht ändern. Es verbleibt die Bewegungsinduktion. Die Kurve C "entartet" zur Länge  $2l$ , da die Stirnseiten der Spule im feldfreien Raum liegen. Da Geschwindigkeitsrichtung, Feldrichtung und Raumorientierung der Spulenseiten aufeinander senkrecht stehen, folgt für die leerlaufende Spule  $u + u_i = 0$  mit den Richtungen von Bild 4.1-4a:

$$u = -u_i = -N_c \cdot 2 \int_0^l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \underline{2N_c v B l} \quad (4.1-21)$$

b) Berechnung von  $u_i$  für einen mit der Spule bewegten Beobachter: Für ihn ist  $v = 0$ , aber er stellt eine Flussverketungsänderung  $d\Psi/dt$  fest!

Die Flussverketung  $\Psi$  ändert sich auf Grund der Bewegung der Spule durch das Magnetfeld, da sich die Ortskoordinate  $x = vt$  mit der Zeit ändert. Im linken Spulenteil tritt der Fluss entgegengesetzt zur positiven Zählrichtung (Bild 4.1-4b) ( $\Psi < 0$ ) durch die Spule und im rechten Teil in positiver Richtung ( $\Psi > 0$ ):

$$\text{Fluss durch die Spule: } \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = -l \cdot [(\tau - x)B_\delta - xB_\delta] = -lB_\delta(\tau - 2x)$$

$$\text{Flussverketung der Spule: } \Psi(t) = N_c \Phi(t) = -N_c l B_\delta (\tau - 2x) = -N_c l B_\delta (\tau - 2 \cdot v \cdot t)$$

Anwendung des allgemeinen Induktionsgesetzes (4.1-13) führt auf Übereinstimmung mit (4.1-21):

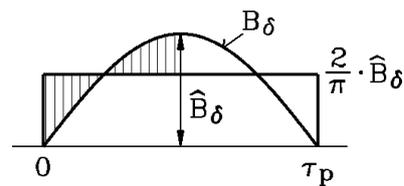
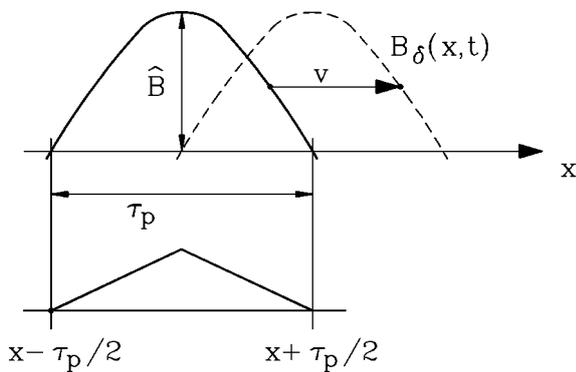
$$u = -u_i = \frac{d\Psi}{dt} = -N_c l B_\delta \cdot \frac{d(\tau - 2 \cdot v \cdot t)}{dt} = \underline{2N_c v B_\delta l} \quad (4.1-22)$$

**Fazit:**

Die Aufteilung in Ruh- und Bewegungsinduktion hängt vom Standpunkt des Beobachters ab. Letztlich zählt immer nur die totale Änderung der Flussverketung für die Berechnung der induzierten Spannung.

### 4.2 Spannungsinduktion in eine Ständerspule

a) Spannungsinduktion durch die Grundfeld-Drehwelle:



**Bild 4.2-1:** Eine Sinus-Wanderwelle induziert eine ruhende Spule,  $W = \tau_p$

**Bild 4.2-2:** Polfluss bei sinusförmig verteilten Flussdichte als Fläche unter der Feldkurve

In Bild 4.2-1 ist eine ruhende Spule mit der Weite  $\tau_p$ , die in Ständernuten (Länge je Nut  $l$ ) liegt, dargestellt. Außerhalb des Luftspaltbereichs ist das Feld in guter Näherung Null, so dass dort durch die Stirnverbindungen der Spule kein nennenswerter weiterer Fluss umfasst wird. Die in Kapitel 3.3 beschriebene Drehfeld-Grundwelle des Luftspaltfelds mit der radialen Komponente der Flussdichte

$$B_{\delta 1}(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(\frac{x\pi}{\tau_p} - \omega t\right) \tag{4.2-1}$$

erzeugt gemäß

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} l \cdot B_{\delta 1}(x,t) dx = \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} l \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cos(x\pi/\tau_p - \omega t) dx = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cos(\gamma - \omega t) d\gamma = \\ &= l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \sin(\gamma - \omega t) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = l \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \left( \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right) = \\ &= \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \cdot \sin(\pi/2) \cdot \cos \omega t = \Phi_{c1} \cdot \cos \omega t \end{aligned}$$

in der Spule den Wechsel-Fluss (mit  $k_{p1} = \sin(\pi/2) = 1$  wegen  $W = \tau_p$  gemäß Kap. 3)

$$\Phi(t) = l \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta 1}(x,t) dx = \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos \omega t \tag{4.2-2}$$

Er hat die Amplitude

$$\Phi_c = \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \tag{4.2-3}$$

und pulsiert mit der Frequenz  $f = \omega/(2\pi)$  (Bild 4.2-2). Ebenso pulsiert die Flussverkettung

$$\Psi_c(t) = N_c \Phi_c \cdot \cos \omega t \quad (4.2-4)$$

und induziert daher die **Spulenspannung  $u_{i,c}$  als sinusförmige Wechselspannung:**

$$u_{i,c}(t) = -d\Psi_c(t)/dt = \hat{U}_{i,c} \sin \omega t \quad (4.2-5)$$

mit der Amplitude

$$\hat{U}_{i,c} = \omega N_c \Phi_c = 2\pi f N_c \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1} \quad (4.2-6)$$

*b) Spannungsinduktion durch die Oberfeld-Drehwellen:*

In einem Synchrongenerator wird das vom mit der Drehzahl  $n$  rotierenden Polrad erregte Läuferfeld als *FOURIER*-Summe einzelner Sinusfeldwellen dargestellt (siehe Kapitel 3.3). Für die induzierenden Läufer-Feldwellen (die **Grundwelle** hat die Ordnungszahl  $\mu = 1$ , für die **Oberwellen** gilt  $\mu > 1$ ) gilt allgemein

$$B_{\delta,\mu}(x,t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cos\left(\frac{\mu x \pi}{\tau_p} - \mu \cdot \omega \cdot t\right) \quad , \mu = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (4.2-7)$$

mit  $\omega = 2\pi \cdot n \cdot p$ . Der in der Spule erzeugte Wechsel-Fluss

$$\Phi_{c\mu}(t) = l \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta,\mu}(x,t) dx = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) \cdot \cos(\mu\omega t) \quad (4.2-8)$$

hat die Amplitude

$$\Phi_{c\mu} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \quad . \quad (4.2-9)$$

Er hat eine um den Faktor  $\hat{B}_{\delta\mu} / (\mu \cdot \hat{B}_{\delta 1})$  **kleinere** Amplitude als der Grundwellenfluss, pulsiert aber mit der **deutlich höheren Frequenz**  $f_\mu = \mu\omega/(2\pi)$ . Der Ausdruck  $k_{p,\mu} = \sin(\mu\pi/2) = (-1)^{(\mu-1)/2}$  mit  $\mu = 1, 3, 5, \dots$  ist jeweils nur 1, -1, 1, -1, ... . Er ändert nur das Vorzeichen, nicht die Amplitude. Die je Spule induzierte Spannung ist analog zu (4.2-5)

$$u_{i,c,\mu} = -\frac{d\Psi_{c\mu}}{dt} = -N_c \frac{d\Phi_{c\mu}}{dt} = \mu\omega \cdot N_c \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) \cdot \sin(\mu\omega t) \quad . \quad (4.2-10)$$

Der Sonderfall  $\mu = 1$  ist identisch mit (4.2-5), (4.2-6).

**Fazit:**

*In die Ständerspule einer Drehfeld-Maschine wird nicht nur die "Nutz"-Spannung mit der Frequenz  $f = n \cdot p$  induziert, sondern zusätzliche störende Spannungen mit zwar kleineren Amplituden, aber höheren Frequenzen.*

Beispiel 4.2-1:

Zwölfpoliger Synchrongenerator:  $n = 500/\text{min}$ ,  $2p = 12$ ,  $f = n \cdot p = (500/60) \cdot 6 = 50 \text{ Hz}$ , ungesehnte Ständerspule  $N_c = 2$ ,  $W = \tau_p = 0.5 \text{ m}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ . Das Spektrum der induzierten Spannung in Tabelle 4.2-1 ist prozentual identisch mit dem Spektrum der induzierenden Läuferfeld-Amplituden, so das räumliche Feldkurve und zeitliche Spannungskurvenform identisch und i. A. nicht-sinusförmig sind.

$\mu$	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$ \hat{B}_{\delta\mu} / \hat{B}_{\delta 1} $	$f_\mu$	$\Phi_{c\mu}$	$U_{i,c\mu} = \hat{U}_{i,c\mu} / \sqrt{2}$	$ U_{i,c\mu} / U_{i,c1} $
-	T	%	Hz	mWb	V	%
1	0.9	100	50	286.5	127.2	100
3	0.15	16.7	150	-15.9	-21.2	16.7
5	0.05	5.6	250	3.3	7.1	5.6
7	0.05	5.6	350	-2.3	-7.1	5.6

Tabelle 4.2-1: Spannungsinduktion in eine ungesehnte Ständerspule durch Läufer-Grund- und Oberfelder

**4.3 Spannungsinduktion in eine Drehfeldwicklung**

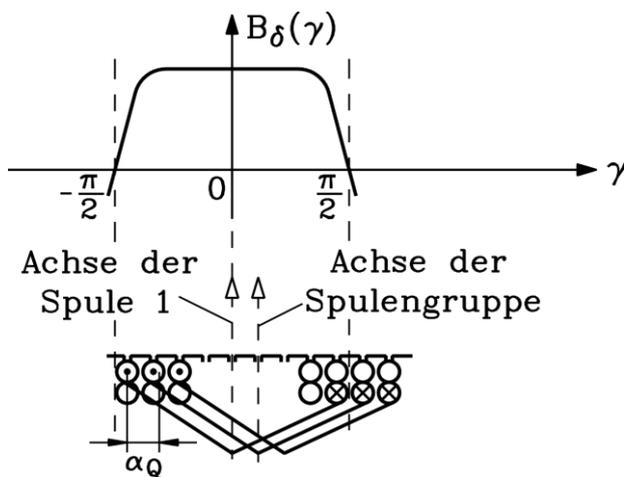


Bild 4.3-1: Induzierung einer gesehnten Spule beliebiger Weite  $W$  durch ein Magnetfeld. Im Bild ist eine Spulengruppe mit  $q = 3$  Spulen dargestellt;  $\alpha_Q = \pi \tau_Q / \tau_p$

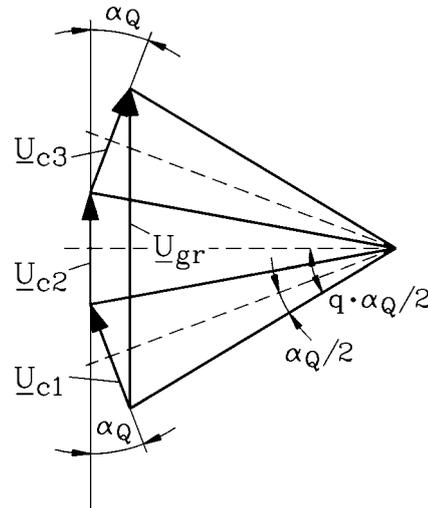


Bild 4.3-2: Drei ungesehnte, in Serie geschaltete Spulen bilden eine Spulengruppe  $q = 3$ , deren Spannungssumme  $\underline{U}_{gr}$  mit der komplexen Wechselstromrechnung ermittelt wird.

Eine Drehfeldwicklung besteht aus  $m$  Wicklungssträngen. Jeder Strang besteht aus einer Serien- (oder Parallelschaltung) von Spulengruppen, deren Spulen bei Zweischichtwicklungen i. A. gesehnt sind, so dass deren Spulenweite  $W$  i. A. kleiner als die Polteilung ist.

a) Spannungsinduktion in gesehnte Spulen:

Im Bild 4.3-1 ist die Sehnung durch  $\beta = (W / \tau_p) \cdot \pi$  angegeben. Bei **Sehnung** ist der mit der Spule verkettete Fluss um den **Sehnungsfaktor**  $k_{p,\mu}$  kleiner als bei der ungesehnten Spule, wie (4.3-1) im Vergleich mit (4.2-8) zeigt.

$$\Phi_{c\mu}(t) = l \int_{-W/2}^{W/2} \hat{B}_{\delta\mu} \cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p} - \mu\omega t\right) dx = \frac{2}{\pi\mu} \tau_p l \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\mu \frac{\pi W}{2 \tau_p}\right) \cdot \cos \mu\omega t \quad (4.3-1)$$

$$k_{p,\mu} = \sin\left(\mu \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{\tau_p}\right) \quad (4.3-2)$$

Der Sehnungsfaktor ist in Bild 4.3-3 alternativ zu (4.3-1), (4.3-2) graphisch für  $\mu = 1$  als das Verhältnis der geometrischen Summe des Spannungszeigers der linken und rechten Spulenseite  $U_{i,c} = |\underline{U}_{i,c}| = |\underline{U}_{i,links} - \underline{U}_{i,rechts}| = 2 \cdot U_i \cdot \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$  zur algebraischen Summe mit  $U_{i,links} + U_{i,rechts} = 2U_i$  hergeleitet.

$$k_{p,1} = \frac{U_{i,c}}{U_{i,links} + U_{i,rechts}} = \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

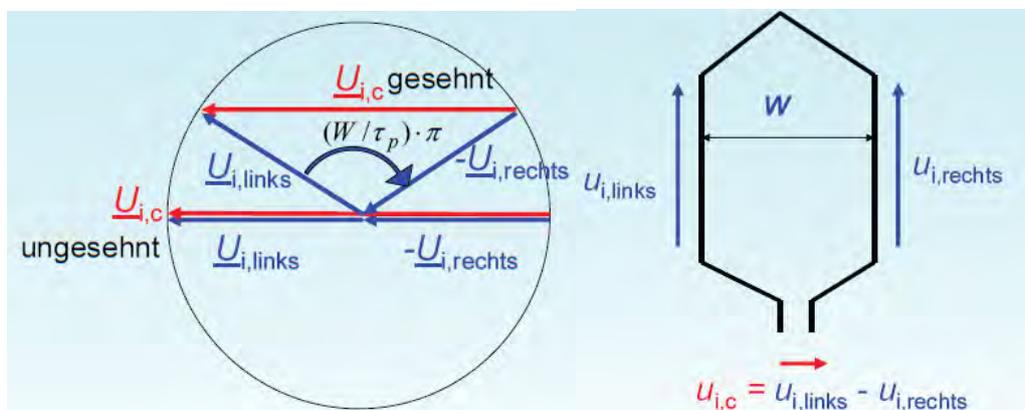


Bild 4.3-3: Herleitung des Sehnungsfaktors aus der Summe der induzierten Spannungen je Spulenseite  $u_{i,links}$  und  $u_{i,rechts}$

b) *Spannungsinduktion in eine Spulengruppe mit ungesehenen Spulen:*

Wie groß ist die induzierte Spannung je Spulengruppe, die aus  $q$  ungesehenen Spulen besteht, die – in Serie geschaltet – in  $q$  benachbarten Nuten (Nutteilung  $\tau_Q$ ) liegen? Jede Spule wird von der Grund- und den Oberwellen mit einer Sinuswechselspannung gemäß (4.2-10) induziert. Die Phase der einzelnen Spulenspannungen ist bei der Grundwelle um den Nuttenwinkel

$$\alpha_Q = \frac{\pi \cdot \tau_Q}{\tau_p} = \frac{2\pi}{2mq} \quad (4.3-3)$$

zueinander verschoben (Bild 4.3-1, 4.3-2). Im Augenblick maximaler Flussverketzung für die erste Spule der Gruppe, wenn das Feldwellenmaximum der Sinusgrundwelle in der Mitte dieser Spule liegt, ist dieses Maximum von der Mitte der zweiten Spule um die Nutteilung  $\tau_Q$  entfernt. Erst nach der Zeit  $\Delta t = \tau_Q/v$  erreicht das Feldwellenmaximum die Spulensmitte der zweiten Spule. Mit der Geschwindigkeit  $v = 2f\tau_p$  und  $\tau_p/\tau_Q = mq$  (z.B.  $q = 3$ ,  $m = 3$ :  $\tau_p/\tau_Q = 9$  Nuten pro Pol) ergibt sich die Zeit  $\Delta t = 1/(2fmq)$ , was einer Phasenverschiebung

$$\alpha_Q = \omega \cdot \Delta t = \omega/(2 \cdot f \cdot m \cdot q) = 2\pi f/(2fmq) = 2\pi/(2mq) \quad (4.3-4)$$

entspricht. Induziert eine  $\mu$ -te Oberwelle, so ist wegen der um  $1/\mu$  kürzeren Wellenlänge diese Phasenverschiebung um  $\mu$  größer, was auch aus der  $\mu$ -fachen induzierten Frequenz folgt (Bild 4.3-4 für  $\mu = 3$ ,  $q = 3$ ).

$$\alpha_{Q,\mu} = \mu \cdot \omega \cdot \Delta t = \mu \cdot 2\pi / (2mq) = \mu \cdot \alpha_Q \quad (4.3-5)$$

**Fazit:**

Die induzierte Spannung je Spulengruppe ist eine Summe aus  $q$  Spulenspannungen, die um den Phasenwinkel  $\alpha_{Q,\mu}$  zueinander phasenverschoben sind (Bild 4.3-2).

In Bild 4.3-2 ist für  $q = 3$  die Summe der drei Spannungszeiger gebildet. Das Verhältnis der Länge des Summenzeigers  $\hat{U}_{i,gr,\mu} \sim 2 \sin\left(q \frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)$  zur algebraischen Summe der Spulenspannungszeiger  $\hat{U}_{i,c,\mu} \sim 2 \sin\left(\frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)$  ist der bereits in Kapitel 3 erwähnte

**Zonenfaktor.**

$$k_{d,\mu} = \frac{\hat{U}_{i,gr,\mu}}{q \hat{U}_{i,c,\mu}} = \frac{2 \sin\left(q \frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)}{q \cdot 2 \sin\left(\frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\mu \frac{\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\mu \frac{\pi}{2mq}\right)} \quad (4.3-6)$$

**Fazit:**

Die induzierte Spannung einer Spulengruppe ist um den Zonenfaktor kleiner als die induzierte Spannung einer einzigen Spule mit gleicher Windungszahl wie die Spulengruppe.

c) Spannungsinduktion in einen Wicklungsstrang mit gesehten Spulen:

Bei einer  $2p$ -poligen Maschine mit einer **Zweischichtwicklung** sind  $2p$  Spulengruppen mit je  $q$  i.A. gesehten Spulen vorhanden. Bei der induzierten Spannung gemäß (4.2-10), (4.3-6) treten wegen der Sehnung und der Spulengruppen der Sehnungs- und der Zonenfaktor multiplikativ als **Wicklungsfaktor** auf. Für die Grundwelle  $\mu = 1$  gilt:

$$\boxed{k_{w1} = k_{d1} \cdot k_{p1}} \quad (4.3-7)$$

Mit der Windungszahl  $N$  je Strang erhalten wir den Effektivwert  $U_{i,1}$  der von der **Läufergrundwelle**  $\mu = 1$  induzierten Spannung je Strang analog zu (4.2-6).

$$\boxed{U_{i1} = \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot k_{w1} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta 1}} \quad (4.3-8)$$

Analog zu (4.2-10) gilt für die von der  $\mu$ -ten Läuferoberwelle induzierte Strangspannung  $U_{i,\mu}$  (mit  $k_{w,\mu} = k_{p,\mu} k_{d,\mu}$ )

$$U_{i,\mu} = \sqrt{2} \pi \cdot \mu \cdot f \cdot N \cdot k_{w,\mu} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{\tau_p}{\mu} l \hat{B}_{\delta\mu} \quad (4.3-9)$$

Beispiel 4.3-1:

$q = 3, m = 3, \alpha_Q = 180^\circ / (m \cdot q) = 180^\circ / 9 = 20^\circ, \alpha_{Q,\mu=3} = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$  (Bild 4.3-4):

$$k_{d,1} = \frac{\hat{U}_{i,gr,1}}{3\hat{U}_{i,c,1}} = \frac{2 \sin\left(3 \frac{20^\circ}{2}\right)}{3 \cdot 2 \sin\left(\frac{20^\circ}{2}\right)} = 0.9598, \quad k_{d,3} = \frac{\hat{U}_{i,gr,3}}{3\hat{U}_{i,c,3}} = \frac{2 \sin\left(3 \frac{60^\circ}{2}\right)}{3 \cdot 2 \sin\left(\frac{60^\circ}{2}\right)} = 0.6667$$

Beispiel 4.3-2:

- Zwölfpoliger Synchrongenerator:  $n = 500/\text{min}, 2p = 12, f = 50 \text{ Hz}$
- Gesehnte Ständerwicklung:  $N_c = 2, q = 2, W = 5/6 \tau_p, a = 1, \tau_p = 0.5 \text{ m}, l = 1 \text{ m}$
- Strangwindungszahl:  $N = 2pqN_c / a = 12 \cdot 2 \cdot 2 / 1 = 48$

Die Feld-Amplituden des Läuferfelds sind gemäß Tabelle 4.2-1 vorgegeben. Durch die Sehnung wird der Spulenfluss  $\Phi_{c\mu}$  verringert. Die induzierte Strangspannung der Grundwelle wird durch Sehnung und Spulengruppen jedoch nur geringfügig verringert, die der Oberfelder aber stark, wodurch die Sinuskurvenform der Spannung trotz nichtsinusförmiger Feldkurve besser angenähert wird.

$\mu$	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$ \hat{B}_{\delta\mu} / \hat{B}_{\delta 1} $	$f_\mu$	$\Phi_{c\mu}$	$U_{i,\mu}$	$ U_{i,\mu} / U_{i,1} $
-	T	%	Hz	mWb	V	%
1	0.9	100	50	276.7	2850.1	100
3	0.15	16.7	150	-11.3	-254.6	8.9
5	0.05	5.6	250	0.8	11.4	0.4
7	0.05	5.6	350	-0.6	-11.4	0.4

Tabelle 4.3-1: Spannungsinduktion in einen Wicklungsstrang mit gesehnten Ständerspulen durch Läufer-Grund- und Oberfelder (vgl. Tab. 4.2-1)



Bild 4.3-4: a) Wie Bild 4.3-2, jedoch für  $\mu = 3$ . Es ist daher  $\alpha_Q = \mu \pi \tau_Q / \tau_p = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$  und  $k_{d3} = 0.667$ .  
 b) Sternschaltung: Keine „dritte“ Spannungs-Oberschwingung in der verketteten Spannung

Da der Wicklungsfaktor für  $\mu = 3$  die induzierende Wirkung der 3. Läuferoberwelle nicht ausreichend stark abmindert, schaltet man häufig die Statorwicklung vor allem bei Generatoren in Stern, weil dann in der verketteten Spannung alle Spannungsüberschwingungen mit durch 3 teilbarer Ordnungszahl verschwinden. Gemäß (4.3-10) sind nämlich die dritten Strangspannungsüberschwingungen in allen drei Strängen U, V, W gleichphasig (ebenso für alle Ordnungszahlen mit Vielfachen von 3), so dass die entsprechenden verketteten Spannungen gemäß (4.3-11) Null sind.

$$u_{U3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) \tag{4.3-10a}$$

$$u_{V3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3(\omega t - 2\pi/3)) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) = u_{U3}(t) \tag{4.3-10b}$$

$$u_{W3}(t) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3(\omega t - 4\pi/3)) = \hat{U}_3 \cdot \cos(3\omega t) = u_{U3}(t) \tag{4.3-10c}$$

$$u_{UV3}(t) = u_{U3}(t) - u_{V3}(t) = u_{U3}(t) - u_{U3}(t) = 0 \tag{4.3-11}$$

Die harmonischen Strangspannungen würden Oberschwingungsströme IN PHASE treiben. Bei isoliertem Sternpunkt können wegen des erste Kirchhoff-Gesetzes („Knotenregel“) diese NICHT fließen (4.3-12), so dass diese Strangspannungen keinerlei elektrische Auswirkung haben.

$$u_{U3}(t) \rightarrow i_3(t): i_{U3}(t) + i_{V3}(t) + i_{W3}(t) = 3i_3(t) = 0 \rightarrow i_3(t) = 0 \tag{4.3-12}$$

**Fazit:**

Im Vergleich zur Spannung in einer ungesehnten Spule (Bsp. 4.2-1) ist durch die Sehnung und die Spulengruppen (Bsp. 4.3-2) die 5-te und 7-te Spannungsoberschwingung von 5.6% auf 0.4% gesunken. Es verbleibt die zwar verringerte, aber noch zu große 3-te Oberschwingung mit 8.9% der Grundschwingung, die durch Sternschaltung der dreisträngigen Wicklung OHNE Anschluss des Sternpunkts an einen Neutralleiter eliminiert wird.

d) Schrägung der Statornuten zur Verringerung der nutharmonischen Spannungen:

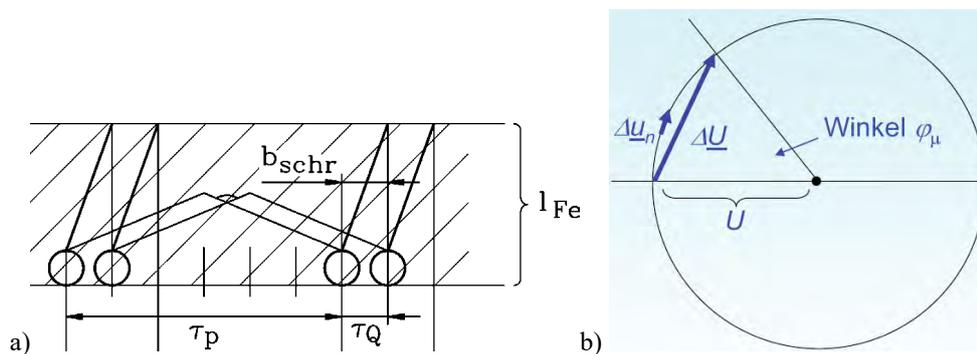


Bild 4.3-5: a) Aufsicht auf eine Ständerspulegruppe  $q = 2$  mit um eine Nutteilung  $\tau_Q$  geschrägten Statornuten in einem Statorblechpaket mit der Länge  $l_{Fe}$ . b) Induzierter Spannungszeiger  $\Delta u_n$  in einem kleinen Abschnitt der Spulenseite und resultierende induzierte Spannung  $\Delta U$  je Spulenseite in einer geschrägten Spule

Der Wicklungsfaktor ist für die nutharmonischen Läufer-Oberwellen (Ordnungszahlen  $\mu_Q = 1 + (Q/p) \cdot g$ ,  $g = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ,  $Q$ : Statornutzahl) identisch mit dem Wicklungsfaktor der Grundwelle und daher nahezu 1 (siehe Tab. 3.2-1). Sollten solche Läuferoberwellen mit nennenswerter Amplitude auftreten, würden die von ihnen induzierten Oberschwingungsspannungen ggf. zu groß. Abhilfe bringt die Schrägung der Ständernuten um z. B. eine Ständernutteilung  $b_{schr} = \tau_Q$  (Bild 4.3-5a) Wir zerlegen jede Spulenseite gedanklich in  $K$  Abschnitte  $\Delta y = l_{Fe} / K$ . Durch die Schrägung erfährt jeder differentiell kurze Abschnitt einer Spulenseite mit der Länge  $\Delta y \rightarrow dy (K \rightarrow \infty)$  durch eine  $\mu$ -te Läuferoberwelle eine (differentiell) kleine induzierte Spannung  $\Delta u_n(t) \rightarrow du_n (K \rightarrow \infty)$ , die zur induzierten Spannung im benachbarten Abschnitt  $\Delta u_{n+1}(t)$  wegen der Schrägung geringfügig phasenverschoben ist. Die Spannungsanteile im ersten und letzten Abschnitt der gedanklich unterteilten Spulenseite  $\Delta u_1(t)$  und  $\Delta u_K(t)$  sind um den Phasenwinkel der Schrägung  $\varphi_\mu = \pi \cdot b_{schr} / (\tau_p / \mu)$  phasenverschoben (Bild 4.3-5b). Folglich reihen sich die

kleinen Spannungen  $\Delta u_n(t)$  als komplexe Zeiger  $\Delta \underline{u}_n$  auf Grund ihrer Phasenverschiebungen wie auf einem Kreisbogen aneinander. Ihre algebraische Summe entspricht daher der Bogenlänge über dem Winkel  $\varphi_\mu$ :  $\sum_{n=1}^K |\Delta \underline{u}_n| \rightarrow \sum_{n=1}^K |d\underline{u}_n| = U \cdot \varphi_\mu$ , ihre geometrische Summe

$\left| \sum_{n=1}^K \Delta \underline{u}_n \right| \rightarrow \left| \sum_{n=1}^\infty d\underline{u}_n \right| = |\Delta \underline{U}| = \Delta U$ . Mit dem willkürlich wählbaren Spannungs-Maßstab  $U$  erhalten wir den  $\mu$ -te Schrägungsfaktor  $\chi_\mu$  als das Verhältnis aus der Spannung je Spulenseite bei geschrägter zu ungeschrägter Spule, also das Verhältnis aus geometrischer zu algebraischer Spannungszeigersumme (Bild 4.3-5b):

$$\chi_\mu = \frac{\Delta U}{\sum_{n=1}^\infty \Delta u_n} = \frac{2 \cdot U \cdot \sin(\varphi_\mu / 2)}{U \cdot \varphi_\mu} = \sin(S_\mu) / S_\mu \quad S_\mu = \frac{\mu \pi b_{schr}}{2 \tau_p} \quad (4.3-13)$$

Alternativ kann man auch den Läufer schrägen, da es nur auf die relative Schrägung zwischen Spule und induzierendem Feld ankommt.

Beispiel 4.3-3: Wirkung des Schrägungsfaktors in einer sechspoligen dreisträngigen Drehfeld-Maschine, Drehzahl 1500/min, 5/6-gesehnte Spulen,  $q = 2 \rightarrow 12$  Nuten je Polpaar, Nutschrägung um eine Statornutteilung,  $\frac{\varphi_{\mu=1}}{2} = \frac{\pi b_{schr}}{2 \tau_p} = \frac{\pi \cdot \tau_Q}{2 \tau_p} = \frac{\pi}{12} \leftrightarrow 15^\circ$ .

Mit dem in Tabelle 4.3-2 vorgegebenem Amplitudenspektrum des Läuferfelds wäre ohne Y-Schaltung der Ständerwicklung die 3. Spannungsoberschwingung mit 12.7% zu groß. Aber auch die nutharmonische induzierten Spannungen (Ordnungszahlen  $\mu_Q = 1 + \frac{Q}{p} g = 1 + 12 \cdot g$ , für  $g = \pm 1$ :  $\mu_Q = 1 \pm 12 = -11, +13$ ) wären ohne Schrägung mit jeweils 8% zu groß. Durch die Wirkung von Sehnung, Spulengruppen, Sternschaltung und Schrägung ist die verkettete Spannung nahezu ideal sinusförmig und entspricht damit den Anforderungen an die Sinusform der öffentlichen Netzspannung.

Läuferfeld- Ordnungs- zahl	Stator- frequenz	Flussdichte- Amplitude	Wicklungs- faktor	Schrägungs- faktor	Induzierte Strang- spannung	Induzierte verkettete Spannung
$\mu$	$\mu f$	$B_{\delta\mu} / B_{\delta 1}$	$k_{w\mu}$	$\chi_\mu$	$U_{i\mu}$	$U_{i\mu LL}$
1	75 Hz	100 %	0.933	0.989	100 %	100 %
3	225 Hz	-26.1 %	-0.50	0.900	12.73 %	0
5	375 Hz	7.9 %	0.067	0.738	0.42 %	0.42 %
7	525 Hz	1.2 %	-0.067	0.527	0.05 %	0.05 %
9	675 Hz	-6.0 %	0.50	0.300	0.98 %	0
11	825 Hz	8.0 %	-0.933	0.090	0.73 %	0.73 %
13	975 Hz	-8.0 %	0.933	-0.076	0.61 %	0.61 %

Tabelle 4.3-2: Spektrum der induzierten Spannungen je Strang und verkettet, jeweils in % der Grundschwingungsspannung

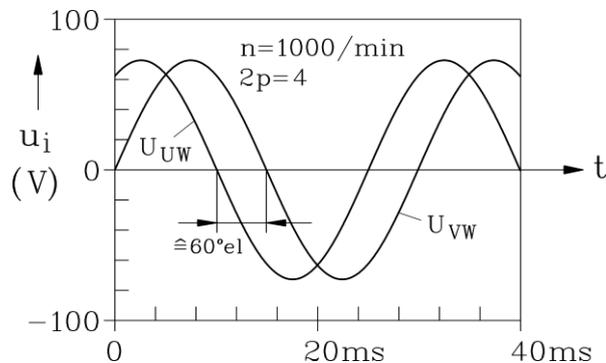
Beispiel 4.3-4:

Gemessene verkettete Leerlaufspannung eines 4-poligen PM-Synchrongenerators bei 1000/min ( $m = 3, q = 3, n = 1000/\text{min}$ , Sternschaltung, geschrägte Nuten): Die verkettete

**Leerlaufspannung ist nahezu ideal sinusförmig.** Die *Fourier*-Analyse der gemessenen verketteten Leerlaufspannung ergab:  $\mu = 1$ : 33.5 Hz, 74.8 V

$\mu = 5$ : 167.0 Hz, 0.34 V

$\mu > 5$ : Amplituden vernachlässigbar klein



**Bild 4.3-6:** Gemessene verkettete Leerlaufspannung eines 4-poligen PM-Synchrongenerators bei 1000/min. Die Grundfrequenz beträgt  $f = n \cdot p = (1000/60) \cdot 2 = 33.3$  Hz. Beachten Sie, dass die Phasenverschiebung zwischen  $u_{VW}$  und  $u_{UW}$   $120^\circ$  ist, aber zwischen  $u_{VW}$  und  $u_{UW} = -u_{WU}$  nur  $60^\circ$ .

#### 4.4 Selbstinduktivität je Strang einer Drehfeldwicklung

a) *Selbstinduktionsspannung des Ständerdrehfelds:*

Betrachten wir eine Drehfeldmaschine mit konstantem Luftspalt  $\delta$ , deren Läufer unbewickelt ist, und in deren Ständernuten eine  $m$ -strängige Drehfeldwicklung angeordnet ist. In Kapitel 2 und 3 wurde gezeigt, dass diese Wicklung, wenn sie von einem symmetrischen Drehstromsystem mit der Frequenz  $f$  und dem Stromeffektivwert  $I$  (Strom je Strang) erregt wird, im Luftspalt (bei  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ) ein treppenförmiges Drehfeld erregt. Dieses kann als eine Summe von Sinusdrehwellen dargestellt werden. Diese Feldwellen mit der Ordnungszahl  $\nu$  sind je nach Ordnungszahl mit der Grundwelle **mit** oder **entgegen** laufende Drehwellen.

$$\boxed{B_{\delta\nu}(x,t) = \hat{B}_{\delta\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\pi x}{\tau_p} - \omega t\right)} \quad \boxed{\hat{B}_{\delta\nu} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m}{p} N \frac{k_{w,\nu}}{\nu} I} \quad (4.4-1)$$

$$\nu = 1 + 2mg, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Die Ständer-Drehwellen induzieren die Ständerwicklung, von der sie erregt wurden, infolge **Selbstinduktion**. Da die Ständer-Feldwellen einheitlich mit der Frequenz  $f$  erregt werden, ist die Umfangsgeschwindigkeit  $v_\nu$  der Wellen proportional  $1/\nu$  (Kapitel 3). Folglich induzieren die Grund- und die Oberwellen die Ständerspulen einheitlich mit der Frequenz  $f$ .

$$f_\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \nu \cdot p \cdot (n/\nu) = p \cdot n = f \quad (4.4-2)$$

Für den Effektivwert der induzierten Spannungen je Strang gilt analog zu (4.3-9) für die  $\nu$ -te Oberwelle

$$\boxed{U_{i,\nu} = \sqrt{2}\pi f \cdot N \cdot k_{w,\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{\tau_p}{\nu} l \hat{B}_{\delta\nu}} \quad (4.4-3)$$

b) Haupt- und Streuinduktivität:

Setzt man die Feldamplitude aus (4.4-1) ein, so erhält man als Relation zwischen induzierter Spannung und Strom je Strang die **Reaktanz**  $X_{h\nu} = \omega L_{h\nu}$  für die  $\nu$ -te Oberwelle.

$$U_{i,\nu} = X_{h\nu} I = \omega L_{h\nu} I \quad , \quad L_{h\nu} = \mu_0 N^2 \frac{k_{w,\nu}^2}{\nu^2} \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p \cdot \delta} \quad (4.4-4)$$

Diese Selbstinduktivitäten werden nur vom Luftspaltfeld verursacht, das auch als **Hauptfeld** bezeichnet wird, da es für die Energiewandlung von mechanischer in elektrische Energie und umgekehrt verantwortlich ist. Darum nennt man die in (4.4-4) beschriebenen Drehfeld-Selbstinduktivitäten **Hauptinduktivitäten**  $L_{h\nu}$  (Index h). Da alle induzierten Spannungen  $U_{i,\nu}$  mit gleicher Frequenz  $f$  vom selben Strangstrom  $I$  in die Ständerwicklung induziert werden, können wir sie zur induzierten Gesamtspannung  $\sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} U_{i,\nu}$  zusammenfassen und eine

**Gesamtfeld-Induktivität** definieren:

$$L_{h,gesamt} = \frac{\sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} U_{i,\nu}}{\omega I} = \sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} L_{h\nu} = (1 + \sigma_o) \cdot L_{h,\nu=1} \quad (4.4-5)$$

Wesentlich ist die **Grundwellen-Hauptinduktivität**  $L_h$

$$L_{h,\nu=1} = \mu_0 N^2 k_{w,1}^2 \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p \cdot \delta} = L_h \quad (4.4-6)$$

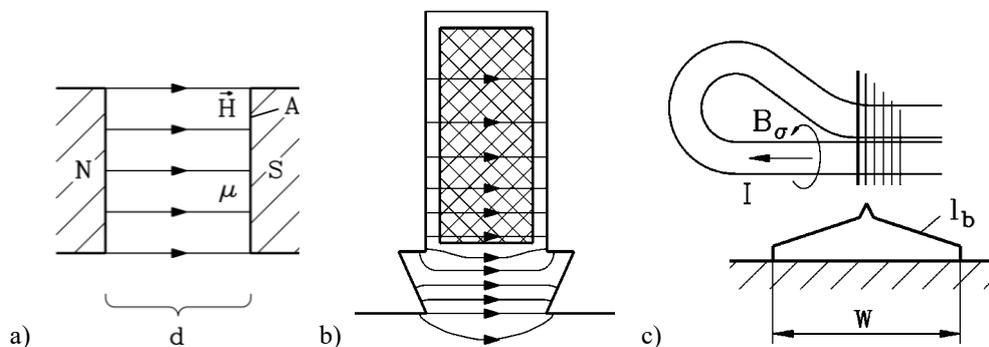


Bild 4.4-1: a) Magnetischer Widerstand eines Luftspalts  $d$  mit der Polfläche  $A$ :  $R_m = d/(A \cdot \mu_0)$ , b) Nutstreuelfeld, c) Stirnstreufeld  $B_\sigma$  und Spulen-Wickelkopfbereich (Länge  $l_b$ ) von oben betrachtet

Sie beschreibt die Selbstinduktionswirkung der Statorfeldgrundwelle einer  $m$ -strängigen Drehfeldwicklung in einem Wicklungsstrang bei unendlich permeablem Eisen (deshalb ist sie proportional zu  $\mu_0$ ) und einem konstanten Luftspalt  $\delta$  mit vernachlässigtem Einfluss der Nutöffnungen. Wie jede Selbstinduktivität ist sie proportional zum Quadrat der Windungszahl  $N^2$ , hier aber wegen der in Nuten verteilten Wicklung proportional zu  $N^2 k_{w,1}^2$ , weshalb man  $N \cdot k_{w,1}$  als **effektive Windungszahl** bezeichnet. Sie ist verkehrt proportional zum durch den Luftspalt gebildeten magnetische „Widerstand“ (**Reluktanz**) (Bild 4.4-1a):  $L_h \sim 1/R_m$ .

$$R_m = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{d}{A} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l \cdot \tau_p} \tag{4.4-7}$$

Aus (4.4-5), (4.4-6) folgt für die **Oberfelder-Streuziffer**  $\sigma_o$ :

$$\sigma_o = \sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} \left( \frac{k_{w,\nu}}{\nu \cdot k_{w,1}} \right)^2 - 1 \tag{4.4-8}$$

Sie gibt die Summe der Hauptinduktivitäten der Oberwellen im Verhältnis zu  $L_{h,\nu=1}$  an und ist sehr klein, nämlich typisch 0.01 ... 0.1, wie man durch Einsetzen der ersten zehn Wicklungsfaktoren leicht nachrechnet. Im Folgenden werden wir für die Energiewandlung nur **noch die dominanten Ständer- und Läufer-Feldgrundwellen** betrachten, so dass die Ständeroberwellen-Wirkung nur als Selbstinduktionsspannung über die Oberfelder-Streuinduktivität  $L_{\sigma o} = \sigma_o \cdot L_h \ll L_h$  berücksichtigt wird. Hinzu kommen **Strefelder** in den Nuten und im Stirnbereich (Bild 4.4-1b,c: Nutstreuinduktivität je Strang  $L_{\sigma Q}$ , Stirnstreuinduktivität je Strang  $L_{\sigma b}$ ), die den Läufer nicht erreichen und daher dort keine Kräfte und damit keine Energiewandlung bewirken können. Gleichwohl bilden diese Felder mit der Ständerwicklung ebenfalls Selbstinduktionsspannungen:  $U_{i\sigma,Q+b} = \omega \cdot (L_{\sigma Q} + L_{\sigma b}) \cdot I$ . Somit bilden wir die Stator-Streureaktanz je Strang als Summe aus **Nutstreuinduktivität  $L_{\sigma Q}$ , Stirnstreuinduktivität  $L_{\sigma b}$  und Oberfelder-Streuinduktivität  $L_{\sigma o}$** .

$$X_\sigma = \omega L_\sigma = \omega L_{\sigma Q} + \omega L_{\sigma b} + \omega L_{\sigma o} \tag{4.4-9}$$

**Fazit:**

Die Oberfelder sind zwar keine Strefelder im eigentlichen Sinn, da sie den Läufer erreichen und dort Kräfte oder Drehmomente bewirken können, doch weil sie eher stören als dass sie nützlich sind, werden sie in der folgenden Grundwellenbetrachtung der Drehfeldmaschinen den "echten" Strefeldern der Nuten und des Stirnbereichs zugerechnet.

c) Zusammenwirken der drei Stränge U, V, W:

Die unter b) beschriebene Selbstinduktion je Strang durch die Statorfeldgrundwelle (und durch die Oberwellen) ist genau genommen **eine Mischung aus Selbstinduktion** (z.B. Feld, erregt von Strang U, induziert in Strang U) **und Gegeninduktion** (Felder, erregt von Strang V und W, induzieren in Strang U). Wir werden daher (4.4-6) mit Rücksicht darauf nochmals herleiten. Das vom Strang U erregte Feld ist gemäß Kap. 2 ein **stehendes Wechselfeld** und pulsiert mit der Frequenz  $f$  (Bild 4.4-2).

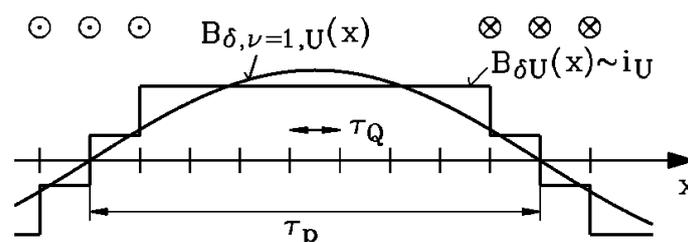


Bild 4.4-2: Luftspaltflussdichte  $B_\delta$  und deren *FOURIER*-Grundwelle  $B_{\delta,\nu=1}$  des Wicklungsstrangs U bei  $q = 3$ , Einschichtwicklung, ein Pol dargestellt

Die Amplitude der Grundwelle des stehenden Wechselfelds ist gemäß Kapitel 3

$$B_{\delta, \nu=1} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{2}{p} N k_{w, \nu=1} I \quad (4.4-10)$$

Der Fluss pro Pol der Grundwelle in einer ungesehnten Spule ist

$$\Phi_{c, \nu=1} = \frac{2}{\pi} \tau_p l_{Fe} B_{\delta, \nu=1} \quad (4.4-11)$$

und die Flussverketung im Strang U zufolge des Strangstroms  $i_U$

$$\Psi_{UU} = L_{hUU} \cdot i_U = N \cdot k_{w, \nu=1} \cdot \Phi_{\nu=1} \quad (4.4-12)$$

was der **Selbstinduktivität eines Strangs**  $L_{hUU}$  entspricht.

$$L_{hUU} = \mu_0 N^2 k_{w,1}^2 \frac{4}{\pi^2} \frac{l \tau_p}{p \cdot \delta} = L_{h, \text{strang}} \quad (4.4-13)$$

Auch der Strom  $i_V$  erregt des stehendes pulsierendes Wechselfeld, dessen Grundwelle um  $2\tau_p/3$  räumlich versetzt ist (Bild 4.4-3). Sie ist mit den U-Spulen verkettet (schraffierte Fläche in Bild 4.4-3); diese Flussverketung  $\Psi_{UV}$  ist - bei gleicher Stromamplitude – als Summe der positiven und negativen Flussflächen in Bild 4.4-3 nur halb so groß (und negativ) wie die Flussverketung (4.4-12).

$$\Psi_{UV} = L_{hUV} \cdot i_V = \cos(2\pi/3) \cdot L_{hUU} \cdot i_V = -\frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_V \quad (4.4-14)$$

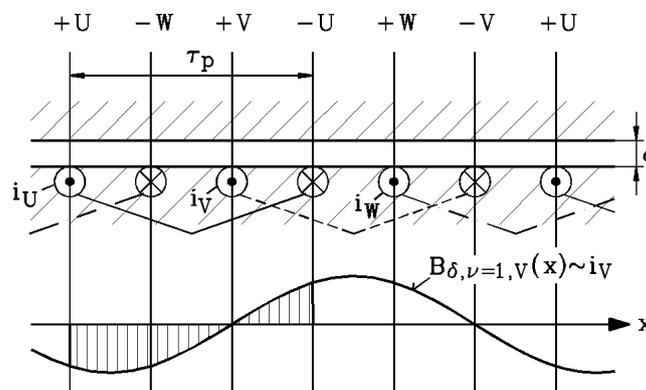


Bild 4.4-3: Verketung der Spulen des Strangs U mit dem vom Strang V erregten Grundwellenfluss

Dasselbe gilt für Strang W, da die W-Spulen um  $4\tau_p/3$  zu Strang U räumlich versetzt sind.

$$\Psi_{UW} = L_{hUW} \cdot i_W = \cos(4\pi/3) \cdot L_{hUU} \cdot i_W = -\frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_W \quad (4.4-15)$$

Im symmetrischen Drehstromsystem gilt:  $i_U + i_V + i_W = 0$ . Daher folgt mit  $i_U = -i_V - i_W$  für die resultierende Hauptinduktivität  $L_{hU}$  des Strangs U mit  $\Psi_U = L_{hU} i_U$

$$\Psi_U = L_{hUU} i_U - \frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_V - \frac{L_{hUU}}{2} \cdot i_W = L_{hUU} i_U - \frac{L_{hUU}}{2} \cdot (i_V + i_W) = \frac{3}{2} \cdot L_{hUU} \cdot i_U \quad (4.4-16)$$

Diese Herleitung gilt aus Symmetriegründen für jeden der drei Stränge. Daraus folgt mit (4.4-13) in Übereinstimmung mit (4.4-6) die **Hauptinduktivität  $L_h$  eines Strangs** für  $m = 3$ :

$$L_{hU} = \mu_0 N^2 k_{w,1}^2 \frac{2 \cdot 3}{\pi^2} \frac{l \tau_p}{p \cdot \delta} \quad (4.4-17)$$

**Fazit:**

Die Drehfeld-Hauptinduktivität  $L_h$  je Strang ist auf Grund der gemeinsamen Wirkung aller drei Wicklungsstränge 1.5-mal (allgemein  $m/2$ ) so groß ist wie die Strang-Selbstinduktivität zufolge des Felds eines Strangs alleine.

Beispiel 4.4-1:

**Drehfelddrossel:** Der Ständer hatte eine Drehfeldwicklung, der Läufer ist wicklungslos. Je Strang ist die Induktivität  $L_s$  als  $L_{h,gesamt}$  zuzüglich Nut- und Stirnstreufelder wirksam:

$L_s = L_{h,gesamt} + L_{\sigma Q+b} = L_h + L_{\sigma o} + L_{\sigma Q} + L_{\sigma b} = L_h + L_{\sigma} = 1.5 L_{h,Strang} + L_{\sigma}$ . Der Luftspalt  $\delta$  bestimmt maßgeblich  $L_s$ .

*Wir fassen zusammen:*

Für die im Folgenden ausschließliche Grundwellenbetrachtung einer Drehfeldmaschine unterscheiden wir **Hauptfluss- und Streuflussverkettung** je Strang.

Der **Hauptfluss** wird aus den Feldgrundwellen von Stator- und Rotorfeld gebildet ( $\nu = \mu = 1$ ). Nur diese beiden bilden gemeinsam das als Nutmoment zu bezeichnende Drehmoment  $M_e$ , das wegen der Sinuswellenform von Stator- und Rotorgrunddrehwelle ZEITLICH KONSTANT ist.

Oberwellen des Stators ( $\nu \neq 1$ ) werden als Stator-Oberwellenstreuung betrachtet, die sie (nahezu) NICHT zur Drehmomentbildung beitragen. Ebenso werden die Rotoroberwellen ( $\mu \neq 1$ ) als Rotor-Oberwellenstreuung einer Rotor-Drehfeldwicklung (z. B. bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine in Kap. 5) zusammengefasst.

**Streufluss:**

- Echter Streufluss ist nur mit jeweils mit der Stator- oder Rotorwicklung verkettet (Nut- und Stirnstreufluss): Die zugehörigen Feldlinien gehen NICHT über den Luftspalt.
- „Unechter“ Streufluss: Stator- bzw. Rotoroberwellen: Ihre Feldlinien verketteten über den Luftspalt hinweg so wie das Grundwellenfeld. Trotzdem tragen sie (fast) nicht zum Nutmoment bei. Sie werden nur in ihrer jeweiligen Selbstinduktionswirkung je Strang als Oberfelder-Streuinduktivität berücksichtigt.

## 4.5 Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen

Wir betrachten nun die Gegeninduktivität zwischen einer im Stator und einer im Rotor untergebrachten Drehfeldwicklung. Ab nun erfolgt die Analyse der E-Maschinen nur noch mit der Grundwellenbetrachtung:

Stator: Grundwellenordnungszahl  $\nu = 1$ , Wicklungsfaktor  $k_{ws,1} = k_{ws}$

Rotor: Grundwellenordnungszahl  $\mu = 1$ , Wicklungsfaktor  $k_{wr,1} = k_{wr}$

In Bild 4.5-1a ist sowohl im Ständer wie im Läufer je eine dreisträngige Drehfeldwicklung angeordnet:

- im Stator: Stränge U-X, V-Y, W-Z, Index  $s$ ,
- im Rotor: Stränge u-x, v-y, w-z, Index  $r$ .

Die Wicklungen sind in Bild 4.5-1b durch Strang-Induktivitäten als konzentrierte Elemente, die wie die realen Wicklungsstränge um je  $2\tau_p/3$  zueinander versetzt sind, dargestellt. Der

**Rotor** steht still, ist aber gegenüber dem Stator um den Winkel  $\gamma$  verdreht (Winkel  $\gamma$  zwischen den Wicklungsachsen (Spulenmitten) des Rotors und Stators in Bild 4.5-1a). Der Winkel  $\gamma$  ist  $2\pi$ , wenn der Rotor gegenüber dem Stator um  $2\tau_p$  verdreht ist. Da in Bild 4.5-1 die Anordnung zweipolig ist, sind mechanische und elektrische Winkelzählung identisch. Allgemein sind die Polzahlen von Stator- und Rotorwicklung identisch  $2p$ , aber die Wicklungsdaten je Strang (fallweise auch die Strangzahlen) sind i. A. unterschiedlich (Tabelle 4.5-1).

	Stator	Rotor
Polzahl	$2p$	$2p$
Strangzahl	$m_s$	$m_r$
Windungszahl	$N_s$	$N_r$
Sehnung	$W_s/\tau_p$	$W_r/\tau_p$
Lochzahl	$q_s$	$q_r$
Wicklungsfaktor	$k_{ws}$	$k_{wr}$
Nutzahl	$Q_s$	$Q_r$

Tabelle 4.4: Stator- und Rotorwicklungsdaten

Werden die Stränge im Stator mit dem symmetrischen Drehstromsystem (Statorstrom  $I_s$ , Statorfrequenz  $f_s$ ) gespeist, so laufen im Luftspalt Drehwellen um, die die Rotorwicklung induzieren.

$$B_{\delta,s}(x,t) = \hat{B}_{\delta,s} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau_p} - \omega_s t\right), \quad \hat{B}_{\delta,s} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_s}{p} N_s k_{ws} I_s \quad (4.5-1)$$

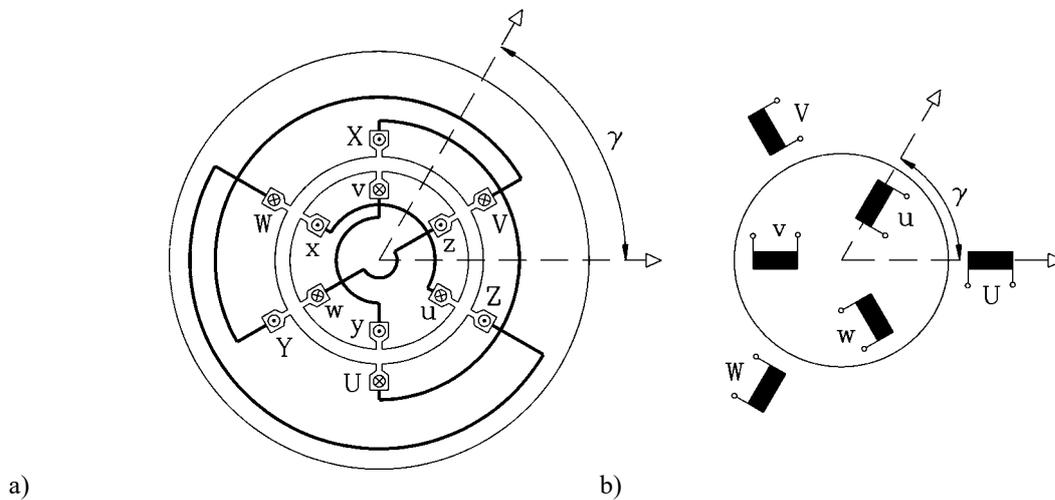


Bild 4.5-1: Dreisträngige Drehfeldwicklung im Stator und Rotor einer elektrischen Maschine mit konstantem Luftspalt, a) Querschnittsdarstellung für  $2p = 2$ ,  $m_s = m_r = 3$ ,  $q_s = q_r = 1$ ,  $W_s = W_r = \tau_p$ , b) Modelldarstellung für beliebige Wicklungsdaten je Strang

Der Effektivwert der induzierten Spannung je Strang im Rotor (4.5-2) wird analog zu (4.4-3) berechnet, da der Rotor stillsteht. Die Läuferfrequenz  $f_r$  ist im **ruhenden** Läufer genauso groß wie im ruhenden Ständer:  $f_r = f_s$ .

$$U_{i,rs} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_r \cdot k_{wr} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s} \quad (4.5-2)$$

Damit ergibt sich für die Statorfeldgrundwelle die **Drehfeld-Gegeninduktivität je Strang  $M_{rs}$  vom Stator zum Rotor** (4.5-4) aus (4.5-1), (4.5-2), (4.5-3).

$$\boxed{U_{i,rs} = \omega_s M_{rs} I_s} \quad (4.5-3)$$

$$\boxed{M_{rs} = \mu_0 \cdot N_s k_{ws} \cdot N_r k_{wr} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta}} \quad (4.5-4)$$

Die durch die Statorfeldgrundwelle in der Statorwicklung induzierte Selbstinduktionsspannungen  $U_{i,ss}$  ist gemäß (4.4-3) für  $\nu=1$ :

$$U_{i,ss} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s} \quad (4.5-5)$$

Die induzierten Strangspannungen in der Rotorwicklung sind wegen der Verdrehung um  $\gamma$  gegenüber den Selbstinduktionsspannungen  $U_{i,s}$  in den Statorwicklungssträngen um diesen Winkel  $\gamma$  **phasenverschoben**. Die Drehwelle muss nämlich diese Wegstrecke zwischen den Wicklungsachsen von Stator und Rotor zurücklegen, ehe die Flussverkettung in den Rotorsträngen maximal ist. Da die Rotorstränge u, v, w auch um je  $2\tau_p/3$  versetzt angeordnet sind, sind die vom Ständerdrehfeld induzierten Spannungen je Strang zueinander um  $2\pi/3$  phasenverschoben. Sie bilden wieder ein symmetrisches Drehspannungssystem.

Umgekehrt findet auch Gegeninduktion vom Rotor in den Stator statt, wenn die Rotorwicklung mit einem Drehstromsystem (Effektivwert  $I_r$ , Frequenz  $f_r$ ) erregt wird. Mit  $f_r = f_s$  erregt das Rotorstromsystem eine Rotor-Luftspalt-Grundwelle

$$\hat{B}_{\delta,r} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_r}{p} N_r k_{wr} I_r \quad , \quad B_{\delta,r}(x,t) = \hat{B}_{\delta,r} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau_p} - \omega_s t\right) \quad (4.5-6)$$

die in der Statorwicklung je Strang eine Spannung mit dem Effektivwert

$$U_{i,sr} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,r} \quad (4.5-7)$$

gegeninduziert, während sie durch Selbstinduktion in den Rotorwicklungssträngen die Spannung

$$U_{i,rr} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_r \cdot k_{wr} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,r} \quad (4.5-8)$$

induziert. Dabei ist  $U_{i,rr}$  gegenüber  $U_{i,sr}$  um  $-\gamma$  phasenverschoben. Die Gegeninduktivität vom Rotor zum Stator  $M_{sr}$ , definiert durch  $U_{i,sr} = \omega_s M_{sr} I_r$ , ist

$$\boxed{M_{sr} = \mu_0 \cdot N_s k_{ws} \cdot N_r k_{wr} \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta}} \quad (4.5-9)$$

Beide Gegeninduktivitäten  $M_{sr}$ ,  $M_{rs}$  sind zum Produkt  $N_s k_{ws} \cdot N_r k_{wr}$  und zum Kehrwert von  $R_m$  (4.4-7) proportional. Beachten Sie, dass i. A. die beiden **nicht reziprok** sind:  $M_{sr} \neq M_{rs}$ , sondern sich wie die Strangzahlen verhalten (4.5-10). Im häufigen Fall  $m_s = m_r$  gilt allerdings  $M_{sr} = M_{rs}$ .

$$\frac{M_{rs}}{M_{sr}} = \frac{m_s}{m_r} \tag{4.5-10}$$

**Beispiel 4.5-1: Drehtransformator:**

Schaltet man Ständer- und Läuferstrang U und u in Serie (ebenso V und v sowie W und w), so summiert man die Ständer- und Läuferstrangspannung (Bild 4.5-2). Man greift zwischen der Eingangsklemme des Ständerstrangs und der Ausgangsklemme des Läuferstrangs je Strang folgende Summenspannung ab:

$$\underline{U} = \underline{U}_s + \underline{U}_r = U_s + U_r e^{-j\gamma} \tag{4.5-11}$$

Man kann bei Verdrehung des Läufers durch kontinuierliche Änderung des Winkels  $\gamma$  die Summenspannung kontinuierlich nach Betrag und Phasenlage verstellen. Sind z.B. Ständer- und Läuferwicklung identisch aufgebaut, gilt  $U_r = U_s$  und daher

$$\underline{U} = U_s + U_s e^{-j\gamma} = U_s \cdot (1 + e^{-j\gamma}) \tag{4.5-12}$$

Bei  $\gamma = 0$  ergibt sich der doppelte Wert der Ständerspannung  $2U_s$ , und bei  $\gamma = \pi$  jedoch der Wert Null.

**Fazit:**

Mit dem Drehtransformator kann man kontinuierlich zwischen 0 und  $2U_s$  die Spannung verändern.

Der **Drehtransformator** ("Drehregler") findet vor allem in Prüffeldern Anwendung, wo eine kontinuierlich verstellbare Spannungsamplitude z.B. für das Messen von Leerlauf- und Kurzschlusskennlinien von Asynchronmaschinen oder Transformatoren benötigt wird.

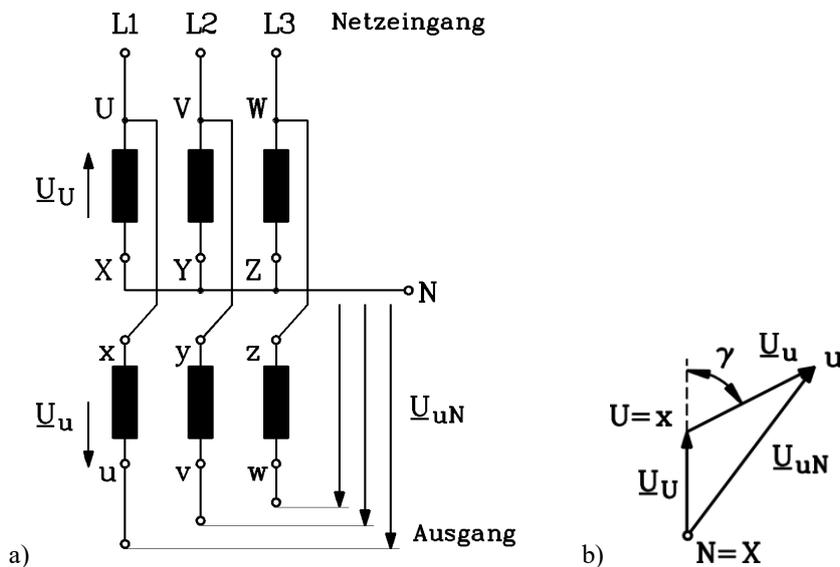


Bild 4.5-2: Drehtransformator: a) Prinzipschaltung, b) Spannungsbildung

5. Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine

Das Betriebsverhalten elektrischer Drehfeld-Maschinen wird bei Speisung mit zeitlich sinusförmig veränderlichen Spannungen im **stationären Betriebszustand** betrachtet. **Transiente** (= flüchtige) **Vorgänge** wie das Einschalten, der Stoßkurzschluss, eine plötzliche Blockade des Läufers usw. werden hier nicht beschrieben (dazu siehe Vorlesung: *Energy Converters – CAD and System Dynamics*). Zur mathematischen Beschreibung der elektrischen Maschinen verwenden wir das **Verbraucher-Zählpfeilsystem**. Der Phasenwinkel  $\varphi$  wird VOM Strom ZUR Spannung positiv im mathematisch positiven Drehsinn gezählt (Rechts- bzw. Gegen-Uhrzeiger-Drehsinn, Bild 5.1). Vier elektrische Betriebszustände Bild 5.1a ... d, Tab. 5.1 sind zu unterscheiden, die – übersetzt in die Begriffswelt der elektrischen Energiewandler – in Tab. 5.2 zusammengefasst sind.

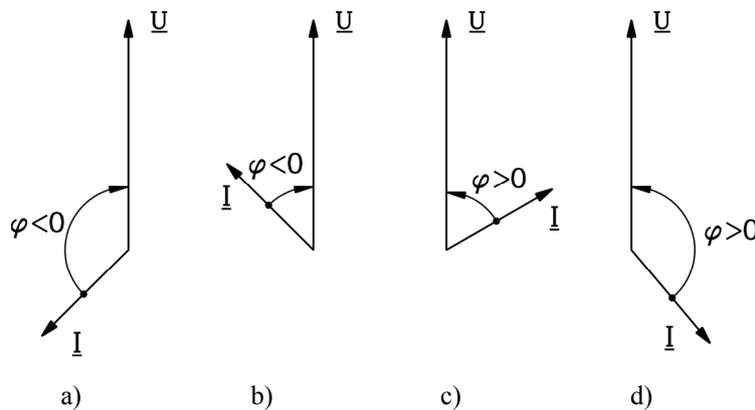


Bild 5.-1: Die vier unterschiedlichen Zustände im Einphasen-Wechselstromsystem bzw. im Drehstromsystem je Strang a) bis d) entsprechend den Eigenschaften in Tabelle 5.1

Bild 5.1a	Bild 5.1b	Bild 5.1c	Bild 5.1d
$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ vor	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ vor	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ nach	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ nach
System kapazitiv	System kapazitiv	System induktiv	System induktiv
$Q < 0$	$Q < 0$	$Q > 0$	$Q > 0$
Erzeuger	Verbraucher	Verbraucher	Erzeuger
$P < 0$	$P > 0$	$P > 0$	$P < 0$

Tabelle 5.1: Die vier grundsätzlichen Varianten in Wechselstrom- und Drehstromsystemen hinsichtlich der Vorzeichen von elektrischer Wirk- und Blindleistung im Verbraucher-Zählpfeilsystem

	Wirkleistung $P = mUI \cos \varphi$	Blindleistung $Q = mUI \sin \varphi$
$0 \leq \varphi < 90^\circ$	$P > 0$ , Motor	$Q > 0$ , induktiver Verbraucher
$90^\circ \leq \varphi < 180^\circ$	$P < 0$ , Generator	$Q > 0$ , induktiver Verbraucher
$180^\circ \leq \varphi < 270^\circ$	$P < 0$ , Generator	$Q < 0$ , kapazitiver Verbraucher
$270^\circ \leq \varphi < 360^\circ$	$P > 0$ , Motor	$Q < 0$ , kapazitiver Verbraucher

Tabelle 5.2: Zusammenhang zwischen Phasenwinkel sowie Vorzeichen von Wirk- und Blindleistungsfluss (Motor-/Generatorbetrieb) im Verbraucher-Zählpfeil-System in einem  $m$ -Phasensystem

**Motorbetrieb:**

Im **Motorbetrieb** sind die elektrische (aufgenommene) Leistung  $P_e$  und der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  positiv, die mechanische (abgegebene)  $P_m$  ebenfalls. Das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment  $M_e$  ist ebenfalls positiv und wirkt **antreibend**. Es muss das bremsende Moment  $M_s$  der angetriebenen Arbeitsmaschine überwinden, damit die Drehung der elektrischen Maschine aufrecht erhalten werden kann.

**Generatorbetrieb:**

Im **Generatorbetrieb** ist der Leistungsfaktor negativ, der Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung dem Betrag nach **größer** als  $90^\circ$  und **kleiner** als  $270^\circ$ . Die elektrische (abgegebene) Leistung ist daher negativ, ebenso die mechanisch aufgenommene Leistung. Sie wird dem mechanischen System (z.B. einer Dampfturbinenanlage) entzogen. Das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment der Maschine ist ebenso negativ, es **bremst** und muss vom antreibenden mechanischen Moment überwunden werden, damit die Drehung der elektrischen Maschine aufrechterhalten werden kann (Tabelle 5.2).

Im betrachteten Gesamt-System muss die **Leistungsbilanz (Energieerhaltung)** erfüllt sein.

**Wirkleistungsbilanz:**

Das elektrische und mechanische System müssen gemeinsam betrachtet werden, da bei elektrischen Maschinen eine Energiewandlung zwischen beiden Systemen erfolgt. Die Summe aus mechanischer, elektrischer und thermischer Energie ist konstant.

**Blindleistungsbilanz:**

Es genügt die Betrachtung des elektrischen Systems. In einem geschlossenen elektrischen System wird kein Blindleistungsüberschuss erzeugt, **kapazitive und induktive Blindleistung gleichen einander aus**.

Das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment  $M_e$  muss nicht über die elektromagnetischen Kräfte berechnet werden, sondern kann direkt aus der Leistungsbilanz bestimmt werden. Die bei einer bestimmten Drehzahl  $n$  auftretende **innere elektrische Wirkleistung (Luftspaltleistung)**  $P_\delta$  in einer E-Maschine, gebildet aus der induzierten Spannung  $U_i$  und dem um den inneren Phasenwinkel  $\varphi_i$  dazu phasenverschobenen zugehörigen Strom  $I$  je Strang in einem Wicklungssystem, wird gemäß der o. g. Leistungsbilanz bei Motorbetrieb in mechanische Leistung  $P_m$  umgewandelt (und im Generatorbetrieb umgekehrt).

$$m \cdot U_i \cdot I \cdot \cos \varphi_i = P_\delta = P_m = 2\pi n \cdot M_e \rightarrow M_e = m \cdot U_i \cdot I \cdot \cos \varphi_i / (2\pi n) \quad (5.1)$$

Ist bei Verwendung eines ideal sinusförmigen Drehstromsystems  $I$  (Frequenz  $f = \omega / (2\pi)$ ) in einem  $m$ -strängigen Wicklungssystem die induzierte Spannung ebenfalls zeitlich sinusförmig, was bei ausschließlicher Feld-Grundwellenbetrachtung (vgl. Kap. 4) der Fall ist, dann ist bei konstanter Drehzahl  $n$  auch das Drehmoment  $M_e$  gemäß (5.1) zeitlich konstant. Andernfalls hat es zufolge der Feldoberwellen trotz des sinusförmigen Stroms eine Welligkeit (z. B. infolge der 5-ten und 7-ten Feldoberwelle eine Welligkeit mit  $6f$  mit einer bestimmten, zu den Feldoberwellenamplituden proportionalen (i. A. kleinen) Amplitude). Wir betrachten im Folgenden nur das zeitlich konstante **Grundwellenmoment**. Dieses besteht für jeden Strang alleine (also für ein reines Wechselstromsystem) aus einem zeitlichen Mittelwert und einem mit  $2f$  pulsierenden Wechselanteil. In der Summenwirkung aller  $m$  Stränge einer symmetrischen Drehstromwicklung heben sich die Wechselanteile auf und es verbleibt der  $m$ -fache Mittelwert als zeitlich konstantes Drehmoment (5.1), wie (5.2) für  $m = 3$  und  $\varphi_i = 0$  zeigt.

$$p_\delta(t) = \hat{U}_i \cos(\omega t) \cdot \hat{I} \cos(\omega t) + \hat{U}_i \cos(\omega t - 2\pi/3) \cdot \hat{I} \cos(\omega t - 2\pi/3) + \hat{U}_i \cos(\omega t - 4\pi/3) \cdot \hat{I} \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

$$p_\delta(t) = \frac{\hat{U}_i \hat{I}}{2} \cdot [\cos(2\omega t) + 1] + \frac{\hat{U}_i \hat{I}}{2} \cdot \left[ \cos(2\omega t - \frac{4\pi}{3}) + 1 \right] + \frac{\hat{U}_i \hat{I}}{2} \cdot \left[ \cos(2\omega t - \frac{8\pi}{3}) + 1 \right] \quad (5.2a)$$

$$p_\delta(t) = m \frac{\hat{U}_i \hat{I}}{2} = 3 \frac{\hat{U}_i \hat{I}}{2} = \text{konst.}, \quad M_e = \frac{(3/2) \cdot \hat{U}_i \cdot \hat{I}}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad (5.2b)$$

5.1 Funktionsweise der Schleifringläufermaschine

a) Drehmomentbildung und Schlupf:

Ausgehend von der Wicklungstopologie des Drehtransformators (Kapitel 4.5), bei dem im Ständer und Läufer je eine dreisträngige Drehstromwicklung angeordnet ist, werden beim Schleifringläufer nun die drei Läuferwicklungsstränge and drei Schleifringe angeschlossen (Bild 5.1-1, 5.1-3b). Diese Schleifringe werden mit je einer Elektrographit-Bürste („Kohlebürste“) kontaktiert, so dass von außen der Läufer bei Bedarf auch bei Rotation elektrisch gespeist werden kann (Bild 5.1-1, links). Für den Betrieb der Schleifringläufermaschine werden die drei Schleifringe in der Regel kurz geschlossen (Bild 5.1-4b). Die drei in den Ständernuten (Bild 5.1-1, rechts) liegenden Ständerwicklungsstränge werden mit einem symmetrischen Drehstromsystem (Strom  $I_s$ , Frequenz  $f_s$ ) gespeist. Von dem durch die Ständerwicklung erregten Statormagnetfeld (Bild 5.1-2a) wird im Folgenden nur noch das dominante sinusförmig verteilte Grundwellen-Luftspaltfeld  $B_{\delta,s}$  (Bild 5.1-2b) betrachtet (**Grundwelle des Ständerfelds  $\nu=1$** ).

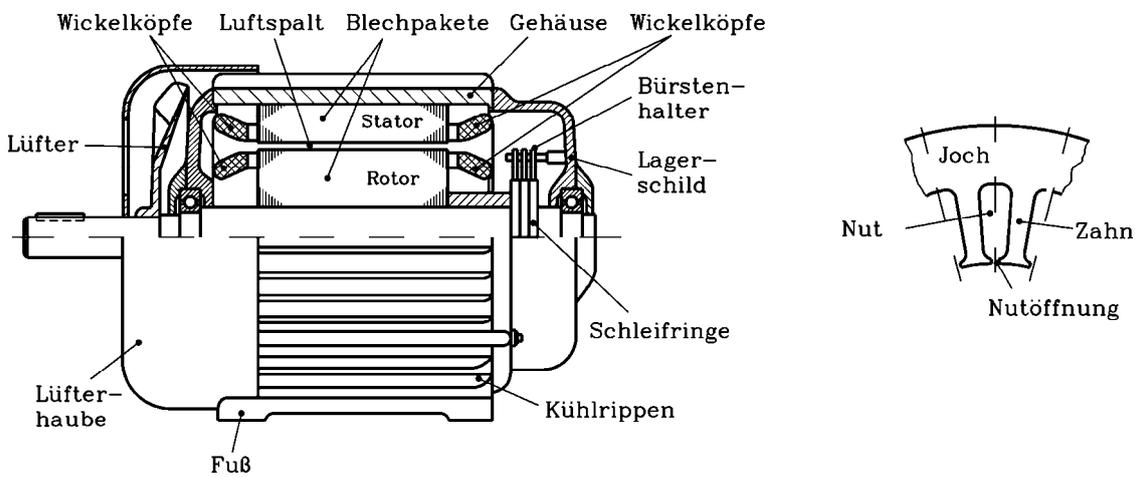


Bild 5.1-1: Längsschnitt durch einen oberflächengekühlten Schleifringläufer-Asynchronmotor und Detailansicht des Ständerblechschnitts mit einer Nut für die Wicklung

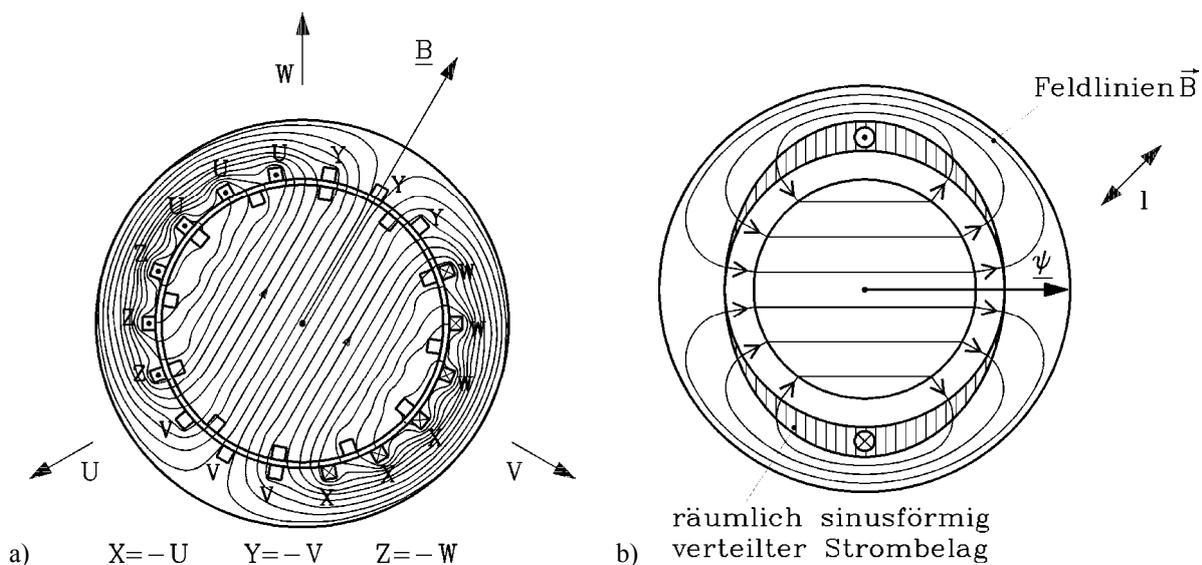
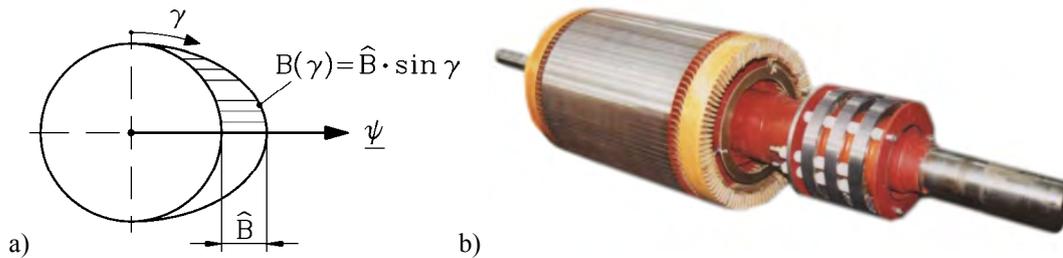


Bild 5.1-2: Zweipolige Asynchron-Schleifringläufermaschine, gespeist mit Drehstrom, Läufer stromlos:  
 a) Numerisch berechnetes Ständerfeld für  $m_s=3, q_s=3$  für den Zeitpunkt, wo  $i_U = -i_W$  und  $i_V = 0$  ist.  
 b) Schematische Darstellung der Grundwelle des Ständermagnetfelds.

Die in den Ständernuten konzentrierte Stromverteilung (Bild 5.1-2a) ist auf Grund unserer Grundwellenbetrachtung durch eine sinusförmig verteilte Strombelags-Grundwelle ("mondsichelförmig" in Bild 5.1-2b) zu ersetzen, damit im Luftspalt eine sinusförmig verteilte Radialkomponente der magnetischen Flussdichte entsteht. Die Luftspaltflussdichte als Anzahl der Feldlinien je Umfangslängeneinheit ist damit sinusförmig verteilt und wird häufig ersatzweise zur Vereinfachung der Zeichnung durch einen "Raumzeiger"  $\underline{B}$  oder  $\underline{\Psi} = N_s k_{ws} \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}$  ersetzt (Bild 5.1-3a). Diese Darstellung wurde bereits in Bild 2.4-14 verwendet.



**Bild 5.1-3:** a) Die Luftspaltflussdichte der Grundwelle ist sinusförmig am Umfang verteilt und kann ersatzweise durch einen "Raumzeiger"  $\underline{\Psi}$  dargestellt werden. b) Schleifringläufer mit dem Blechpaket links (mit den drei Läuferwicklungssträngen) und den drei Schleifringen rechts (Quelle: GE Wind, Deutschland)

Die Stator-Feldgrundwelle induziert in die Läuferwicklung des zunächst **stillstehenden Rotors** mit Statorfrequenz Spannungen, die in den kurzgeschlossenen Läufersträngen große Kurzschlussströme  $I_{c,r}$  treiben. Auf jeden der  $z$  stromdurchflossenen Leiter des Läufers (Leiterstrom = Läuferstrom  $I_{c,r}$ ), der wie in Kap. 1.6 erläutert, ersatzweise bei Vernachlässigung der Läufernutung an der Läuferoberfläche angeordnet wird, wirkt die **LORENTZ-Kraft**

$$\vec{F}_{\text{Leiter}} = I_{c,r} \cdot (l \cdot \vec{e}_l \times \vec{B}_{\delta,s}) = I_{c,r} \cdot l \cdot B_{\delta,s} \cdot \vec{e}_t, \quad (5.1-1)$$

wobei  $\vec{e}_l$  der Einheitsvektor in Richtung des Nutenleiters und  $l$  die axiale Leiterlänge der Läufer-Spulenseiten ist. Da das Radial-Feld senkrecht durch den Luftspalt tritt und mit der Stromrichtung im Leiter einen rechten Winkel bildet, wirkt die Kraft in Umfangsrichtung (tangentialer Einheitsvektor  $\vec{e}_t$ ). Alle Leiterkräfte addieren sich tangential zur Summenkraft  $F = z F_e$  (mit der mittleren Kraft pro Leiter  $F_e$ ). Diese bildet mit dem halben Läuferdurchmesser  $d_r/2$  als Hebelarm ein **elektromagnetisches Drehmoment  $M_e$** .

$$M_e = z \cdot F_e \cdot d_r / 2 \quad (5.1-2)$$

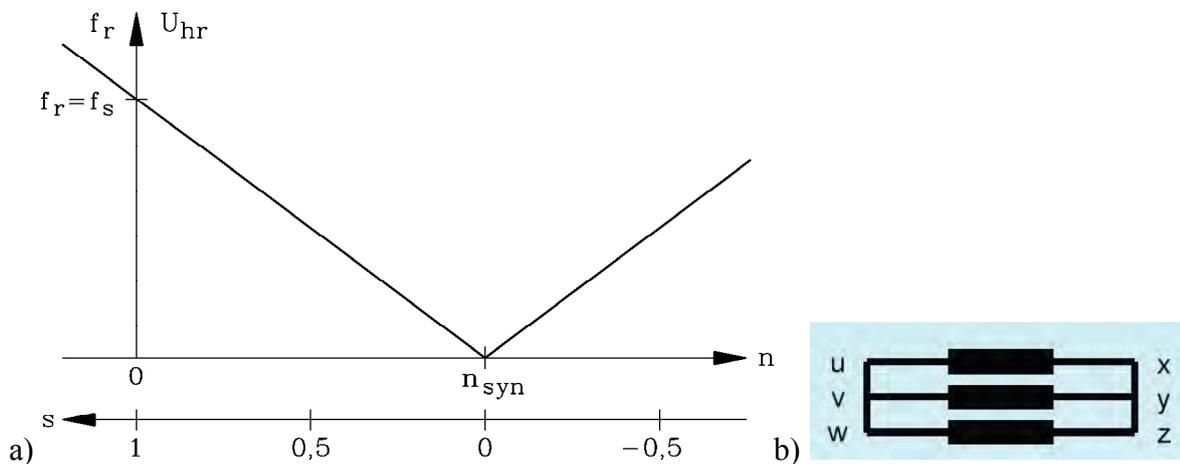
Auf Grund des Drehmoments dreht sich der Läufer in Richtung der Rotationsrichtung des Ständerdrehfelds. Sobald der Läufer – aus dem Stillstand beschleunigt – mit der **Drehzahl  $n$**  bzw. mechanischen Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_m = 2\pi n$  dreht, sinkt die Relativedrehzahl  $\Delta n$  zwischen Drehfeld (Drehzahl  $n_{syn}$ ) und Läufer.

$$\Delta n = n_{syn} - n \quad (5.1-3)$$

Man definiert einen "**Schlupf**"  $s$  (5.1-4), der im Stillstand 1 ist. Die Läuferfrequenz  $f_r$  sinkt proportional mit dem Schlupf  $f_r = s \cdot f_s$ , wie in (5.1-7) gezeigt ist.

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} \Rightarrow f_r = s \cdot f_s \quad \text{bzw.} \quad \omega_r = s \cdot \omega_s \quad (5.1-4)$$

Der Schlupf sinkt beim Hochlauf und wird bei  $n = n_{syn}$  Null. Der Läufer beschleunigt, solange ein elektromagnetisches Drehmoment  $M_e$ , das größer als ein allfälliges äußeres bremsendes Lastmoment  $M_s$  sein muss, auf ihn einwirkt. Dieses Drehmoment  $M_e$  tritt auf, solange im Läufer Ströme fließen, also solange eine treibende Spannung im Läufer induziert wird. Spannung wird solange induziert, wie die Differenzdrehzahl  $\Delta n$  von Null abweicht, denn dann tritt eine Änderung der Ständer-Grundwellenflussverkettung mit den Läuferwicklungssträngen mit der **Läuferfrequenz**  $f_r$  auf (Bild 5.1-4). Wenn der Läufer **genauso schnell** rotiert wie das Ständerdrehfeld, ist der **Schlupf Null**. Es wird keine Spannung mehr induziert ( $f_r = 0$ ), so dass der Läufer stromfrei ( $I_{c,r} = 0$ ) und damit momentenfrei ist. Er beschleunigt nicht weiter. Tatsächlich sind **Verlustmomente** wie z.B. das Reibungsmoment im Inneren der Maschine bremsend wirksam, so dass der Läufer selbst bei  $M_s = 0$  ein gewisses elektromagnetisches Mindestmoment benötigt, um seine Drehzahl halten zu können. Daher muss er einen gewissen, wenn auch sehr kleinen Schlupf gegenüber dem Drehfeld aufweisen. Er läuft somit stets asynchron zum Ständerfeld, das ihn – da es etwas schneller rotiert – ständig überholt ("**Asynchronmaschine**", "**Induktionsmaschine**"). Die Ströme im Läufer werden **berührungslos** erzeugt; es sind dafür keine Gleitkontakte erforderlich. Allerdings sind bei der **Schleifringläufer-Asynchronmaschine** die Wicklungsstränge des Läufers trotzdem an Schleifringe angeschlossen, um im Bedarfsfall zusätzlich Strom in den Läufer von extern einspeisen zu können (**doppeltgespeiste Asynchronmaschine**) oder zusätzliche externe Widerstände in den Läufer einzuschleifen, um die hohen Ströme beim Anfahren (Schlupf  $s = 1$ ) zu begrenzen (**Anlass-Widerstände**).



**Bild 5.1-4:** a) Lineare Abnahme der Läuferfrequenz  $f_r$  (und der induzierten Läufer-Spannung  $U_{hr}$  bei konstant angenommener Drehfeld-Amplitude) mit steigender Drehzahl  $n$  bis zum Erreichen der Synchrondrehzahl. Korrespondierende Skalierung mit dem Schlupf  $s$ . b) Kurzgeschlossene dreisträngige Läufer-Drehfeldwicklung

Im Drehtransformator (Kap. 4.5, entspricht dem Betrieb bei  $n = 0$ , Schlupf  $s = 1$ ,  $f_r = f_s$ ) ist die vom gemeinsamen Stator- und Rotorgrundwellenfeld ( $\nu = \mu = 1$ ) induzierte Läufer-Spannung  $U_{hr}$  ( $\underline{U}_{hr} = -(\underline{U}_{i,rs} + \underline{U}_{i,rr})$ , siehe (5.1-10), (5.1-13) oder (5.2-5)) abhängig von der Läuferstellung  $\gamma = \gamma_0$  phasenverschoben zur induzierten Ständerspannung.

$$\underline{U}_{hr} \cdot e^{j\omega_s t} = U_{hr} \cdot e^{-j\gamma} \cdot e^{j\omega_s t} \quad (5.1-5)$$

Dreht nun der Läufer mit  $n = \text{konst.} > 0$  ( $f_r \neq f_s$ ), so nimmt der Läuferdrehwinkel zu:  $\gamma = p \cdot 2\pi m \cdot t + \gamma_0$ , und die induzierte Spannung (5.1-5) wird durch (5.1-6) beschrieben,

$$\underline{U}_{hr} \cdot e^{j\omega_r t} = U_{hr} \cdot e^{j(-2\pi \cdot n \cdot p + \omega_s)t} \cdot e^{-j\gamma_0} \quad , \quad (5.1-6)$$

so dass – wie (5.1-6) zeigt - die Läuferfrequenz  $f_r = f_s - n \cdot p$  auftritt, die als Betrag in Bild 5.1-4 dargestellt ist. Die negative Läuferfrequenz für  $n = n_{\text{syn}}$  bedeutet tatsächlich eine positive Läuferfrequenz bei einer Phasenverschiebung der Spannung um  $180^\circ$ . Mit dem Schlupf  $s$  (5.1-4) gelten die folgenden Beziehungen (5.1-7).

$$s = \frac{n_{\text{syn}} - n}{n_{\text{syn}}} = \frac{f_s / p - n}{f_s / p} = \frac{f_s - n \cdot p}{f_s} = \frac{f_r}{f_s} = 1 - n / n_{\text{syn}} \Rightarrow n = (1 - s) \cdot n_{\text{syn}} \quad , \quad f_r = s \cdot f_s \quad (5.1-7)$$

b) *Läuferspannungsgleichung:*

Wir betrachten nur zeitlich sinusförmig veränderliche Größen und verwenden daher die komplexe Wechselstromrechnung.

$$i_s(t) = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t) = \text{Re}(\sqrt{2} \underline{I}_s e^{j\omega_s t}) \Rightarrow i_s(t) \leftrightarrow \underline{I}_s \quad . \quad (5.1-8)$$

Jeder Läuferstrang ist kurzgeschlossen (Bild 5.1-4b), daher ist die Läufer Spannung je Strang  $u_r = 0$ . Mit der gesamten Flussverkettung je Läuferstrang  $\Psi_r$  und dem *OHM'schen* Widerstand eines Läuferwicklungsstrangs erhalten wir mit dem Induktionsgesetz (Kap. 4)

$$R_r \cdot i_r = u_r + u_{i,r} = u_r - d\Psi_r / dt \Rightarrow R_r \cdot i_r + d\Psi_r / dt = u_r = 0 \quad . \quad (5.1-9)$$

Die durch **Gegeninduktion** vom Ständerdrehfeld in die Läuferwicklungsstränge induzierte,  $f_r$ -frequente **Läuferspannung** je Strang lautet gemäß Abschnitt 4.5 in komplexer Schreibweise

$$\underline{U}_{i,rs} = -j\omega_r M_{rs} \underline{I}_s = -j2\pi f_r M_{rs} \underline{I}_s \quad . \quad (5.1-10)$$

Je Strang fließt gemäß (5.1-9) ein Läuferwechselstrom  $I_r$  mit der Läuferfrequenz  $f_r$ . Er ist in den Läufersträngen u, v, w wie die zugehörigen Spannungen um jeweils  $2\pi/3$  phasenverschoben, bildet somit ein symmetrisches Drehstromsystem und erregt daher über die Läuferdrehstromwicklung ein Läufer-Luftspalt-Drehfeld

$$B_{\delta,r}(x_r, t) = \hat{B}_{\delta,r} \cos(\gamma_r - \omega_r t) \quad , \quad B_{\delta,r} \sim I_r \quad . \quad (5.1-11)$$

Dieses Drehfeld rotiert bezüglich dem Läufer, also bezüglich der Läuferumfangskoordinate  $x_r$  bzw. dem läuferfesten Umfangswinkel  $\gamma_r = x_r \pi / \tau_p$  mit der Umfangsgeschwindigkeit

$$v_{r,\text{syn}} = \frac{dx_r}{dt} = 2f_r \tau_p \quad (5.1-12)$$

und induziert durch **Selbstinduktion** in die Läuferwicklung die Spannung

$$\underline{U}_{i,rr} = -j\omega_r L_{rh} \underline{I}_r = -j2\pi f_r L_{rh} \underline{I}_r \quad . \quad (5.1-13)$$

Da sich die mechanische Läuferumfangsgeschwindigkeit (bezogen auf den Ständerbohrungsdurchmesser  $d_{si}$ )

$$v_m = d_{si} \pi n = 2p \tau_p n \quad (5.1-14)$$

zu dieser Relativgeschwindigkeit  $v_{r,syn}$  addiert (**Galilei-Transformation**), rotiert das läufererregte Drehfeld bezüglich des Ständers mit der synchronen Umfangsgeschwindigkeit (5.1-15), also **genauso schnell** wie das vom Ständerstromsystem erregte Drehfeld.

$$\begin{aligned} v &= v_m + v_{r,syn} = 2pn\tau_p + 2f_r\tau_p = 2p \cdot n_{syn}(1-s) \cdot \tau_p + 2 \cdot sf_s \cdot \tau_p = \\ &= 2p \cdot \frac{f_s}{p} \cdot (1-s) \cdot \tau_p + 2 \cdot sf_s \cdot \tau_p = 2f_s\tau_p = v_{syn} \end{aligned} \quad (5.1-15)$$

### Fazit:

Die Sinus-Drehfelder von Ständer und Läufer können räumlich addiert werden zum Summen-Sinus-Drehfeld, das das **resultierende Luftspaltfeld** der Asynchronmaschine ist.

Die **Läufer-Oberfelder** vergrößern die Selbstinduktionsspannung gemäß Kapitel 4 um die Spannung  $\underline{U}_{i,r} = -j\omega_r \sigma_{r,o} L_{rh} \underline{I}_r$ . Hinzu kommt der *OHM'sche* Spannungsfall am **Läuferstrangwiderstand**  $R_r$  und eine weitere Selbstinduktionsspannung, die durch das **Läuferrutstrefeld**  $L_{r,\sigma Q}$  und das **Läuferstirnstrefeld**  $L_{r,\sigma b}$  bewirkt wird. Die Summe aller Läufer-Spannungskomponenten ist wegen des Kurzschlusses der Stränge (5.1-9) Null.

$$j\omega_r M_{rs} \underline{I}_s + j\omega_r L_{rh} \underline{I}_r + j\omega_r (\sigma_{r,o} L_{rh} + L_{r,\sigma Q} + L_{r,\sigma b}) \cdot \underline{I}_r + R_r \underline{I}_r = 0 \quad (5.1-16)$$

Wir definieren die **Läuferstreuinduktivität** je Strang (5.1-17) für die folgenden Formeln.

$$\boxed{L_{r\sigma} = L_{r,\sigma Q} + L_{r,\sigma b} + \sigma_{r,o} L_{rh}} \quad (5.1-17)$$

### c) Ständerspannungsgleichung:

Das Läufer-Grundwellenfeld  $B_{\delta,r}$  (5.1-11) rotiert relativ zum Ständer mit synchroner Drehzahl und induziert daher die Ständerwicklung mit Ständerfrequenz  $f_s$  durch **Gegeninduktion**.

$$\underline{U}_{i,sr} = -j\omega_s M_{sr} \underline{I}_r = -j2\pi f_s M_{sr} \underline{I}_r \quad (5.1-18)$$

Das Ständer-Grundwellenfeld  $B_{\delta,s}$  induziert in der Ständerwicklung durch **Selbstinduktion** die Selbstinduktionsspannung

$$\underline{U}_{i,ss} = -j\omega_s L_{sh} \underline{I}_s \quad (5.1-19)$$

Die **Ständer-Oberfelder** vergrößern die Selbstinduktionsspannung gemäß Kapitel 4 um die Spannung  $\underline{U}_{i,s} = -j\omega_s \sigma_{s,o} L_{sh} \underline{I}_s$ . Hinzu kommt der *OHM'sche* Spannungsfall am **Ständerstrangwiderstand**  $R_s$  und eine weitere Selbstinduktionsspannung, die durch das **Ständerrutstrefeld**  $L_{s,\sigma Q}$  und das **Ständerstirnstrefeld**  $L_{s,\sigma b}$  bewirkt wird. Die Summe aller Ständer-Spannungskomponenten muss der an den Klemmen anliegenden, durch das Netz vorgegebenen Strangspannung  $\underline{U}_s$  das Gleichgewicht halten (2. *Kirchhoff'sche* Regel).

$$\underline{U}_s = j\omega_s M_{sr} \underline{I}_r + j\omega_s L_{sh} \underline{I}_s + j\omega_s (\sigma_{s,o} L_{sh} + L_{s,\sigma Q} + L_{s,\sigma b}) \cdot \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s \quad (5.1-20)$$

Wir definieren analog zu (5.1-17) die **Ständerstreuinduktivität** je Strang

$$\boxed{L_{s\sigma} = L_{s,\sigma Q} + L_{s,\sigma b} + \sigma_{s,o} L_{sh}} \quad (5.1-21)$$

d) Übersetzungsverhältnis zwischen Stator- und Rotorwicklung:

Mit einem **Übersetzungsverhältnis**  $\ddot{u}$  zwischen Stator- und Rotorwicklung für  $m_r = m_s = m$  (zumeist  $m = 3$ )

$$\boxed{\ddot{u} = \frac{k_{w,s} N_s}{k_{w,r} N_r}} \quad (5.1-22)$$

das die Ständer- und Läuferstrangwindungszahlen  $N_s$ ,  $N_r$  sowie die Grundwellen-Wicklungsfaktoren der verteilten Drehstromwicklungen  $k_{w,s}$ ,  $k_{w,r}$  berücksichtigt, können Selbst- und Gegeninduktivitäten zufolge des Luftspaltfelds wegen

$$\ddot{u}^2 \cdot L_{rh} = \left( \frac{k_{w,s} N_s}{k_{w,r} N_r} \right)^2 \cdot \mu_0 N_r^2 k_{w,r}^2 \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{w,s}^2 \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh} \quad (5.1-23)$$

$$\ddot{u} \cdot M_{rs} = \frac{k_{w,s} N_s}{k_{w,r} N_r} \cdot \mu_0 \cdot N_s k_{w,s} \cdot N_r k_{w,r} \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{w,s}^2 \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh} \quad (5.1-24)$$

durch eine einheitliche **Hauptinduktivität**  $L_h$  ersetzt werden.

$$L_{sh} = \ddot{u} \cdot M_{rs} = \ddot{u} \cdot M_{sr} = \ddot{u}^2 \cdot L_{rh} = \underline{\underline{L_h}} \quad (5.1-25)$$

Wird mit diesem Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  (5.1-16) erweitert, so folgt

$$j\omega_r \ddot{u} M_{rs} \underline{I}_s + j\omega_r \ddot{u}^2 L_{rh} \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}} + j\omega_r \ddot{u}^2 L_{r\sigma} \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}} + \ddot{u}^2 R_r \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}} = 0 \quad (5.1-26)$$

Mit den neuen Bezeichnungen

$$R'_r = \ddot{u}^2 R_r, \quad L'_{r\sigma} = \ddot{u}^2 L_{r\sigma}, \quad \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}} = \underline{I}'_r, \quad \ddot{u} \underline{U}_r = \underline{U}'_r \quad (5.1-27)$$

ergibt sich die **Läuferspannungsgleichung** in übersichtlicher Form (5.1-28).

$$\boxed{js\omega_s L_h \underline{I}_s + js\omega_s L_h \underline{I}'_r + js\omega_s L'_{r\sigma} \underline{I}'_r + R'_r \underline{I}'_r = 0} \quad (5.1-28)$$

Die in (5.1-27) mit dem **Index** ' bezeichneten Größen sind die **auf die Ständerwicklungsdaten umgerechneten Läufergrößen**. Vorteil dieser Umrechnung ist, dass Ständer- und Läufergrößen (sowohl Ströme, Spannungen als auch Impedanzen) trotz deutlich unterschiedlicher Ständer- und Läuferwicklungsdaten nun von gleicher Größenordnung sind.

Beispiel 5.1-1:

Ständerwiderstand  $R_s = 1 \Omega$ , Läuferwiderstand  $R_r = 0.003 \Omega$ ,  $\ddot{u} = 17.3$ , umgerechneter Läuferwiderstand  $R'_r = 17.3^2 \cdot 0.003 = 0.9 \Omega$ .

Die Erweiterung von (5.1-20) mit  $\ddot{u}$  bringt die **Ständerspannungsgleichung** in die übersichtliche Form (5.1-29).

$$\underline{U}_s = j\omega_s \cdot \ddot{u} M_{sr} \cdot \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}} + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s$$

$$\boxed{\underline{U}_s = j\omega_s L_h \underline{I}'_r + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s} \quad (5.1-29)$$

**Fazit:**

Das Gleichungssystem (5.1-28), (5.1-29) beschreibt das Grundwellenverhalten der Asynchronmaschine, wobei Oberfeldereffekte in Form der Oberfelderstreuung von Ständer- und Läuferfeld in den beiden Streuinduktivitäten enthalten sind. Prinzipiell ist die Wahl von  $\ddot{u}$  willkürlich und könnte auch beim Wert Eins belassen werden, aber durch die Wahl (5.1-22) sind die induzierenden Wirkungen der Stator- und Rotor-Grundwelle in  $L_h$  einheitlich zusammengefasst.

Beide Gleichungen (5.1-28), (5.1-29) erinnern stark an die Strangspannungsgleichungen für Ober- und Unterspannungsseite von Transformatoren (siehe Skript: „Energietechnik, Teil: Elektrische Energiewandler“). Trotzdem sind wesentliche Unterschiede festzuhalten:

- Die **Hauptinduktivität**  $L_h$  wird von **allen drei** Ständer- und Läufersträngen gebildet, während bei Drehstromtransformatoren die drei Stränge voneinander entkoppelt sind. Bei der Asynchronmaschine erregen somit drei Stränge im Ständer und im Läufer EIN Gesamtfeld.
- Die Frequenzen von Ständer  $f_s$  und Läufer  $f_r$  sind außer bei Motorstillstand **unterschiedlich**.
- Die Wicklungen und die Magnetfelder sind am Umfang **verteilt**, während es sich beim Transformator um konzentrische Spulen und gebündelte Flüsse handelt.
- Bei Transformatoren tritt im Eisenkreis des Hauptflusses kein **Luftspalt** auf, so dass  $L_h$  dort wesentlich größer als bei Asynchronmaschinen ist.

**5.2 Stationäres Betriebsverhalten der Asynchronmaschine***a) Stator- und Rotorspannungsgleichung, T-Ersatzschaltbild:*

Stator- und Rotorspannungsgleichung (5.1-28), (5.1-29) gelten je Strang. Sie bilden ein lineares, komplexwertiges Gleichungssystem mit den Unbekannten Stator- und Rotorstrom  $\underline{I}_s$ ,  $\underline{I}'_r$ . Wird (5.1-28) durch  $s$  dividiert, treten nur neben den OHM'schen Größen nur Ausdrücke mit der Ständerfrequenz  $\omega_s L = X$  auf. Mit diesen **Reaktanzen**  $X$  wird aus (5.1-28) und (5.1-29)

$$\boxed{\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \underline{I}_s + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)} \quad (5.2-1)$$

$$\boxed{0 = \frac{R'_r}{s} \cdot \underline{I}'_r + jX'_{r\sigma} \underline{I}'_r + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)} \quad (5.2-2)$$

mit den Bezeichnungen **Ständerstreureaktanz**  $X_{s\sigma} = \omega_s L_{s\sigma}$ , **Hauptreaktanz**  $X_h = \omega_s L_h$ , **Läuferstreureaktanz**  $X'_{r\sigma} = \omega_s L'_{r\sigma}$ .

In Bild 5.2-1 ist das den Gleichungen (5.2-1), (5.2-2) zugeordnete sogenannte **T-Ersatzschaltbild** der Grundwellen-Asynchronmaschine dargestellt, wie man durch Aufstellen der *Kirchhoff*'schen Knoten- und Maschengleichungen für Ständer- und Läuferkreis verifiziert.

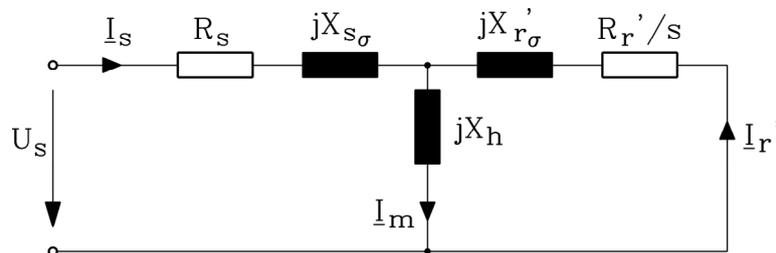


Bild 5.2-1: T-Ersatzschaltbild je Strang der Grundwellen-Asynchronmaschine für sinusförmig veränderliche zeitliche Ströme und Spannungen (Ummagnetisierungsverluste  $P_{Fe,s}$  vernachlässigt,  $U_s$  reell angenommen)

### Der fiktive "Magnetisierungsstrom"

$$\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_r \quad (5.2-3)$$

ist nur im **Leerlauf**, wenn der Läufer stromlos ist ( $s = 0$ ,  $R'_r/s \rightarrow \infty \Rightarrow \underline{I}'_r = 0$ ), als realer Strom, nämlich als der Ständer-Leerlaufstrom, messbar. Unter **Last** stellt er die Summenwirkung von Ständer- und Läuferfeld dar. Er stellt den erforderlichen Strom dar, der in der Ständerwicklung je Strang fließen müsste, um das resultierende Luftspaltfeld unter Last zu erregen. Das resultierende Hauptfeld induziert in die Ständer- und Läuferwicklung jeweils durch Selbst- und Gegeninduktion Spannungen, deren gemeinsame Wirkung **Hauptfeldspannung**  $\underline{U}_h$  genannt wird.

$$\underline{U}_h = j\omega_s L_h \cdot \underline{I}_m \quad (5.2-4)$$

Auf der Rotorseite ist tatsächlich die Rotorfrequenz wirksam, so dass die **rotorseitige Hauptfeldspannung**  $\underline{U}_{hr}$  durch

$$\underline{U}_{hr} = j \cdot s \cdot \omega_s L_h \cdot \underline{I}_m \quad (5.2-5)$$

gegeben ist. Bei unabhängig vom Schlupf konstant angenommenem  $I_m$  ist die Amplitude des Luftspalt-Grundwellenfelds konstant, und  $\underline{U}_{hr}$  sinkt linear mit sinkendem Schlupf (Bild 5.1-4). Tatsächlich sinkt aber  $I_m$  mit zunehmendem Schlupf, wie noch gezeigt wird. Da eine saubere Trennung in Haupt- und Streufelder außer unter vereinfachenden Annahmen in der Realität nicht möglich ist, so dass Haupt- und Streuinduktivitäten genau genommen nicht getrennt experimentell bestimmbar sind, werden häufig die tatsächlich messbaren Größen "**Ständer-**" und "**Läuferstranginduktivität**"  $L_s$  und  $L'_r$  bzw. **Ständer-** und **Läuferreaktanz** verwendet.

$$L_s = L_h + L_{s\sigma} \quad X_s = X_h + X_{s\sigma} \quad (5.2-6a)$$

$$L'_r = L_h + L'_{r\sigma} \quad X'_r = X_h + X'_{r\sigma} \quad (5.2-6b)$$

Nach *BLONDEL* wird das Maß der Streuung mit der **Streuziffer**  $\sigma$  gekennzeichnet, die auch unmittelbar messbar ist (5.2-7). Bei  $\sigma = 1$  treten nur Streufelder auf, bei  $\sigma = 0$  keine Streufelder.

$$\sigma = 1 - \frac{L_h^2}{L_s L_r'} = 1 - \frac{X_h^2}{X_s X_r'} \quad (5.2-7)$$

Aus (5.2-7) folgt für den **Läuferstrom** je Strang aus (5.2-2)

$$\underline{I}'_r = -\underline{I}_s \frac{jX_h}{\frac{R'_r}{s} + jX'_r} \quad (5.2-8)$$

Mit der *Cramer'schen* Determinantenregel erhalten wir aus (5.2-1), (5.2-2) gemäß

$$\underline{I}_s = \frac{1}{\text{Det}} \cdot \begin{vmatrix} \underline{U}_s & jX_h \\ 0 & \frac{R'_r}{s} + jX'_r \end{vmatrix} = \underline{U}_s \cdot \frac{\frac{R'_r}{s} + jX'_r}{\text{Det}},$$

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} R_s + jX_s & jX_h \\ jX_h & \frac{R'_r}{s} + jX'_r \end{vmatrix} = (R_s + jX_s) \cdot \left( \frac{R'_r}{s} + jX'_r \right) - (jX_h)^2,$$

$$\underline{I}_s = \underline{U}_s \cdot \frac{\frac{R'_r}{s} + jX'_r}{(R_s + jX_s) \cdot \left( \frac{R'_r}{s} + jX'_r \right) + X_h^2} = \underline{U}_s \cdot \frac{R'_r + jsX'_r}{(R_s + jX_s) \cdot (R'_r + jsX'_r) + sX_h^2}$$

und mit Verwendung der *BLONDEL'schen* Streuziffer

$$\underline{I}_s = \underline{U}_s \cdot \frac{R'_r + jsX'_r}{R_s R'_r + jsR_s X'_r + jR'_r X_s - sX_s X'_r + sX_h^2} = \underline{U}_s \cdot \frac{R'_r + jsX'_r}{R_s R'_r - s\sigma X_s X'_r + j(sR_s X'_r + R'_r X_s)}$$

den **Ständerstrom** in Abhängigkeit von der durch das Netz fest vorgegebenen Ständer-Strangspannung und dem Schlupf.

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s \cdot (R'_r + jsX'_r)}{R_s R'_r - s \cdot \sigma \cdot X_s X'_r + j(s \cdot R_s X'_r + X_s R'_r)} \quad (5.2-9a)$$

$$I_s = \frac{U_s \cdot \sqrt{R_r'^2 + (sX_r')^2}}{\sqrt{(R_s R_r' - s \cdot \sigma \cdot X_s X_r')^2 + (s \cdot R_s X_r' + X_s R_r')^2}} \quad (5.2-9b)$$

Aus (5.2-8), (5.2-9a) folgt für  $s = 0$ , dass der Läuferstrom Null ist und dass der Ständerstrom (**Leerlaufstrom**) (5.2-10) nur von der Ständerstrangimpedanz  $R_s + jX_s$  begrenzt wird. Der Strom ändert sich linear mit der Spannung, da das T-Ersatzschaltbild wegen vernachlässigter Eisensättigung nur konstante Parameter hat.

$$\underline{I}_s(s = 0) = \frac{\underline{U}_s}{R_s + jX_s} \quad (5.2-10)$$

b) *Nenn*daten und *per-unit-Größen*:

Um Größenordnungen unabhängig von aktuellen Maschinendaten abzuschätzen, wurde das "**per unit**"-System (**bezogene Größen**) eingeführt. Da jede Maschine für eine gewisse **Nennspannung**  $U_N$  und einen gewissen **Nennstrom**  $I_N$  bemessen ist (diese Daten stehen auf dem Leistungsschild), bieten sich diese Größen als Bezugsgrößen an. Die Nennspannung auf dem Leistungsschild ist der **verkettete Wert** (z.B. 400 V zwischen Klemmen U-V usw.), und

daher bei *Dreieckschaltung* auch die Nenn-Strangspannung. Bei *Sternschaltung* ist die Nenn-Strangspannung um den Faktor  $1/\sqrt{3}$  kleiner als die Nennspannung.

Beispiel 5.2-1:

Nennspannung  $U_N = 400 \text{ V}$ , Nennstrom  $I_N = 100 \text{ A}$

a) Sternschaltung:

Nennstrangspannung  $U_{str,N} = U_N / \sqrt{3} = \underline{\underline{231\text{V}}}$ , Nennstrangstrom  $I_{str,N} = I_N = \underline{\underline{100\text{A}}}$

b) Dreieckschaltung:

Nennstrangspannung  $U_{str,N} = U_N = \underline{\underline{400\text{V}}}$ , Nennstrangstrom  $I_{str,N} = \frac{I_N}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{58\text{A}}}$

Die Nenn-Scheinleistung ist in beiden Fällen dieselbe:

a)  $S_N = 3U_{str,N}I_{str,N} = 3 \cdot 231 \cdot 100 = 69.3 \text{ kVA}$

b)  $S_N = 3U_{str,N}I_{str,N} = 3 \cdot 400 \cdot 58 = 69.3 \text{ kVA}$

Für das Ersatzschaltbild Bild 5.2-1 werden in der Folge stets die Strangwerte verwendet, so dass der Index "str" entfallen kann. Diese Werte werden für die "**per unit**"-Betrachtung als **Bezugsgrößen** (Nenngrößen  $U_N, I_N$ ) zugrunde gelegt. Mit den bezogenen Strom- und Spannungsgrößen (5.2-11) folgt unmittelbar, dass jede Impedanz  $Z$  ebenfalls "bezogen" als  $z$  dargestellt werden kann:

$$u = U / U_N, i = I / I_N \quad (5.2-11)$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U / U_N}{I / I_N} \cdot \frac{U_N}{I_N} = \frac{u}{i} \cdot Z_N \quad \text{bzw.} \quad z = \frac{Z}{Z_N} = \frac{u}{i} \quad (5.2-12)$$

Die Bezugsimpedanz (**Nennimpedanz**) einer elektrischen Drehfeldmaschine ist der Quotient aus Nennstrangspannung und Nennstrangstrom.

Streuziffer  $\sigma$ :

Moderne Asynchronmaschinen sind so entworfen, dass die Streuung möglichst klein ist, da die Streufelder "nutzlos" sind, weil sie zur Energieumsetzung nichts beitragen. Die Streuziffer  $\sigma$  ist in der Regel 0.08 bis 0.1. Sie darf aber auch nicht zu klein sein, um den Anlaufstrom zu begrenzen, wie noch erläutert wird.

Strangwiderstände:

Ebenso sind die Strangwiderstände klein. Die Werte  $r_s = R_s / Z_N$ ,  $r_r = R_r' / Z_N$  betragen wenige Prozent der Nennimpedanz, da sie sonst zu hohe Stromwärmeverluste verursachen.

Hauptinduktivität:

Die Hauptinduktivität soll groß sein, da sie die Kopplung zwischen Ständer und Läufer und damit den Energieumsatz festlegt. In Abs. 4.4 wurde gezeigt, dass der Kehrwert des Luftspalts maßgeblich die Größe von  $L_h$  festlegt. Daher wird ein möglichst kleiner Luftspalt angestrebt. Die mechanische Untergrenze (Streifen des Läufers auf Grund von Exzentrizitäten, Lagerspiel, Läuferdurchbiegung,...) beträgt ca. 0.28 mm bei kleinen Motoren (typisch 500 W Bemessungsleistung) und nimmt mit steigender Bemessungsleistung und Baugröße zu. Die Hauptreaktanz beträgt dann ca. das 2.5- bis 3-fache der Nennimpedanz:  $X_h / Z_N = 2.5 \dots 3.0$ .

Streuinduktivitäten:

Die Größe der Summe der Streureaktanzen folgt aus (5.2-13).

$$\sigma = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{X_{s\sigma}}{X_h}\right) \left(1 + \frac{X'_{r\sigma}}{X_h}\right)} \approx 1 - \left(1 - \frac{X_{s\sigma}}{X_h}\right) \left(1 - \frac{X'_{r\sigma}}{X_h}\right) \approx \frac{X_{s\sigma} + X'_{r\sigma}}{X_h} \quad (5.2-13)$$

$$X_{s\sigma} + X'_{r\sigma} \approx \sigma \cdot X_h \approx \sigma \cdot X_s \quad (5.2-14)$$

Ihre Summe – bezogen auf die Nennimpedanz - beträgt ca.  $(0.08...0.1) \cdot (2.5...3) = 0.2 \dots 0.3$ . Eine Aufteilung in getrennte Werte für Ständer- und Läuferstreuung ist – wie erwähnt – problematisch, wird aber oft in grober Näherung als "Halbe-Halbe"-Teilung gemacht:

$$X_{s\sigma} / Z_N \approx X'_{r\sigma} / Z_N \cong 0.10 \dots 0.15$$

Beachten Sie, dass bei hohem Schlupf  $|s| \geq 1$  in (5.2-2)  $R'_r/s$  gegenüber den Reaktanzen so klein wird, dass näherungsweise  $R'_r/s \sim R'_r \ll X'_r$ , also  $R'_r/s \approx 0$  ist. Dann ist die statorseitig messbare Induktivität gemäß Bild 5.2-1 wegen  $L_s(|s| \geq 1) \approx \sigma \cdot L_s \approx L_{s\sigma} + L'_{r\sigma}$  näherungsweise die Summe der Streuinduktivitäten und darf daher nicht zu klein sein, damit beim Anfahren ( $s = 1$ ) der Statorstrom nicht zu groß wird.

$$L_{s\sigma} + \frac{L_h L'_{r\sigma}}{L_h + L'_{r\sigma}} = L_s - L_h + \frac{L_h L'_{r\sigma}}{L'_r} = L_s \cdot \left(1 - \frac{L_h L'_r}{L_s L'_r} + \frac{L_h L'_{r\sigma}}{L_s L'_r}\right) = L_s \cdot \left(1 - \frac{L_h^2}{L_s L'_r}\right) = \sigma L_s \quad (5.2-15)$$

c) *Stromaufnahme der Asynchronmaschine:*

Leerlauf:

Die Leerlaufdrehzahl ist die Synchrondrehzahl. Betrieb mit Nennspannung bedeutet  $u = 1$ . Wie erläutert, ist  $R_s$  gegenüber  $X_s$  vernachlässigbar klein, so dass der Leerlaufstrom nur von der Ständerinduktivität begrenzt wird.

$$\underline{I}_s(s=0) = \frac{\underline{U}_s}{R_s + jX_s} \approx -j \frac{\underline{U}_s}{X_s} \quad \Rightarrow \quad \frac{\underline{I}_s}{I_N}(s=0) \approx -j \frac{\underline{U}_s / U_N}{X_s / Z_N} = -j \frac{1}{x_s} \quad (5.2-16)$$

Beispiel 5.2-2:

Mit  $x_s = x_h + x_{s\sigma} \cong 3.0 + 0.15 = 3.15$  beträgt der **Leerlaufstrom** etwa 1/3 des Nennstroms. Bei 100 A Nennstrom beträgt der Leerlaufstrom des Asynchronmotors ca. 33 A.

Kurzschluss (Stillstand):

Blockiert der Läufer, so wird der Schlupf 1. Werden wegen  $R'_r/s = R'_r \ll X'_r$  und  $R_s \ll X_s$  die Widerstände in (5.2-1), (5.2-2) gegenüber den Reaktanzen vernachlässigt, so ist die Stromaufnahme des Motors bei  $s = 1$  ("**Kurzschlussstrom, Anlaufstrom**") nur durch die Streureaktanzen begrenzt und daher groß.

$$\underline{I}_s(s=1) \approx -j \underline{U}_s \cdot \frac{1}{\sigma \cdot X_s} \quad \Rightarrow \quad \frac{\underline{I}_s}{I_N}(s=1) \approx -j \frac{\underline{U}_s / U_N}{\sigma X_s / Z_N} = -j \frac{1}{\sigma \cdot x_s} \quad (5.2-17)$$

**Fazit:**

Der Ständer-Kurzschlussstrom ist um den Faktor  $1/\sigma$  größer als der Ständer-Leerlaufstrom (ca. 10- bis 12-mal so groß). Daher wird der Betriebspunkt  $s = 1$  **Kurzschluss- oder Anlaufpunkt** genannt, da der Strom kurzschlussartig groß ist.

Beispiel 5.2-3:

Kurzschlussstrom für die Daten  $\sigma = 0.08$ ,  $u = 1$ ,  $x_s = 2.6$ :  $i(s = 1) = 1/(2.6 \cdot 0.08) = 4.8$ . Der Kurzschlussstrom ist der 4.8-fache Nennstrom. Bei großen Motoren sinkt wegen der feineren Nutung die Oberfelder-Streuung und damit die Streuziffer  $\sigma$ , so dass ein 5- bis 7-facher Nennstrom als Anlaufstrom üblich ist (Bild 5.2-4).

Aus (5.2-16), (5.2-17) folgt als eine Messvorschrift zur Bestimmung der *BLONDEL*'schen Streuziffer, den Quotienten aus Anlaufstrom und Leerlaufstrom bei gleicher Statorspannung zu bilden.

$$\sigma \cong \frac{U_s / I_s(s = 1)}{U_s / I_s(s = 0)} \tag{5.2-18}$$

Durchflutungsausgleich:

Der auf die Ständerwicklungsdaten umgerechnete Läuferstrom bei  $s = 1$  ist

$$\underline{I}'_r(s = 1) = -\underline{I}_s \cdot \frac{jX_h}{R'_r + jX'_r} \approx -\underline{I}_s \cdot \frac{X_h}{X'_r} \approx -\underline{I}_s \tag{5.2-19}$$

und damit kaum kleiner als der Ständerstrom, aber **gegenphasig**. Ständer- und Läuferfeld sind damit räumlich entgegengesetzt gerichtet und löschen einander nahezu aus ("**Durchflutungsausgleich**" ähnlich wie beim Transformator). Der Magnetisierungsstrom  $\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_r \approx 0$  ist folglich bei  $s = 1$  sehr klein (näherungsweise Null).

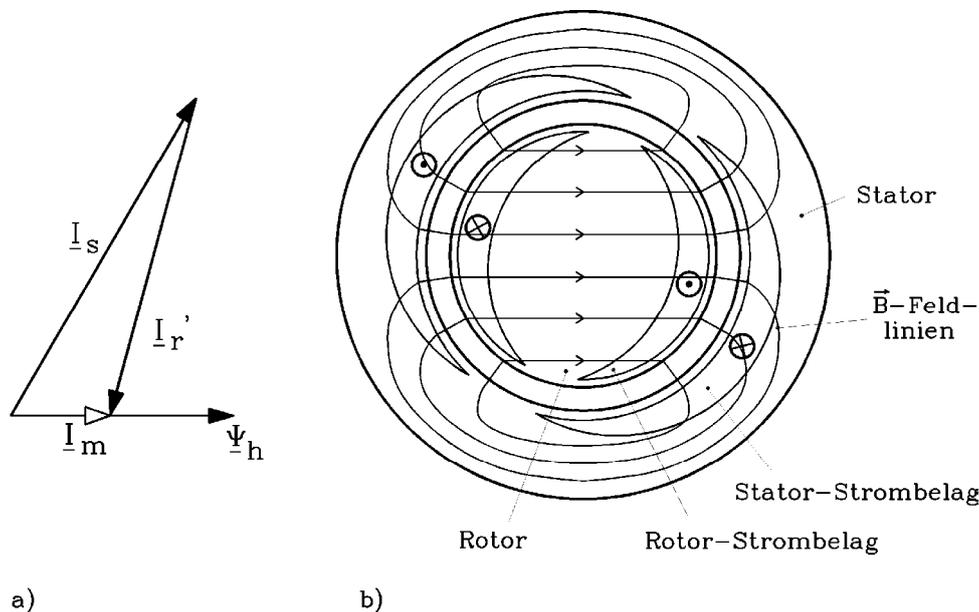


Bild 5.2-2: Nennpunkt der Asynchronmaschine:

- a) Zeitzeiger-Diagramm von Ständer-, Läufer- und Magnetisierungsstrom sowie Hauptflussverketzung
- b) Querschnitt durch die Asynchronmaschine: Die Sinusgrundwellen-Strombeläge von Ständer und Läufer sind entsprechend der zeitlichen Phasenlagen der Zeiger von a) räumlich richtig eingetragen. Das resultierende Feld im Luftspalt ist durch die  $B$ -Feldlinien dargestellt. Ihre Feldachse ist parallel zum Zeiger  $\underline{\Psi}_h$  bei a). Der "**Durchflutungsausgleich**" ist durch  $\underline{I}_s \approx \underline{I}'_r$  erkennbar. Jeder Strombelag für sich allein würde bei vernachlässigter Eisensättigung ein deutlich höheres Feld mit einer anderen räumlichen Orientierung erregen (vgl. Bild 5.1-2).

Nennpunkt:

Beim Nennschlupf  $s_N$  ist der Strom in der Ständer- und Läuferwicklung so bemessen, dass das Nennmoment erzeugt wird. Der Nennschlupf beträgt in der Regel nur wenige Prozent. Die Nenndrehzahl ist im Motorbetrieb daher nur geringfügig kleiner als die Leerlaufdrehzahl. Der Rotorstrom ist auch bei diesem kleinen Schlupf nahezu gegenphasig zum Ständerstrom. In Bild 5.2-2 ist ein typisches Strom-Zeigerdiagramm im Nennpunkt dargestellt sowie das zugehörige Grundwellen-Feldbild.

Beispiel 5.2-4:

a) Vierpolige Asynchronmaschine am 50 Hz-Netz: Leerlaufdrehzahl  $n_{syn} = 1500/\text{min}$ , Nenndrehzahl  $n_N = 1450/\text{min}$ , somit  $s_N = 0.033 = 3.3\%$ .

b) Berechnung des Läuferstromzeigers relativ zum Ständerstromzeiger für die Daten  $x_h = 3.0$ ,  $x'_r = 3.1$ ,  $r'_r = 0.03$ ,  $s_N = 0.03$ :

$$\underline{I}'_{rN} = -\underline{I}_{sN} \cdot \frac{jx_h}{\frac{r'_r}{s_N} + jx'_r} = -\underline{I}_{sN} \cdot \frac{j3.0}{\frac{0.03}{0.03} + j3.1} = -\underline{I}_{sN} \cdot \frac{j3.0}{1 + j3.1} \approx -\underline{I}_{sN}, \quad I'_{rN} = 0.92 \cdot I_{sN}$$

d) Zeigerdiagramm der Asynchronmaschine:

Das Zeitzeiger-Diagramm je Strang wird aus dem T-Ersatzschaltbild abgeleitet. In Bild 5.2-3 ist es für den Nennpunkt im Motorbetrieb dargestellt. Der Ständerstrom eilt der Ständerspannung **stets** nach. Die Asynchronmaschine ist somit ein **induktiver Verbraucher**. Sie muss in jedem Betriebspunkt induktive Blindleistung dem Netz entnehmen, um das Magnetfeld im Luftspalt zu erregen. Der Spannungsfall an dem "fiktiven" Widerstand  $R'_r/s$  ist zusammengesetzt aus dem "echten" Spannungsfall  $R'_r I'_r$  und dem Wert  $R'_r I'_r \cdot (1/s - 1)$ , welcher die Leistungsumsetzung von elektrischer in mechanische Leistung darstellt.

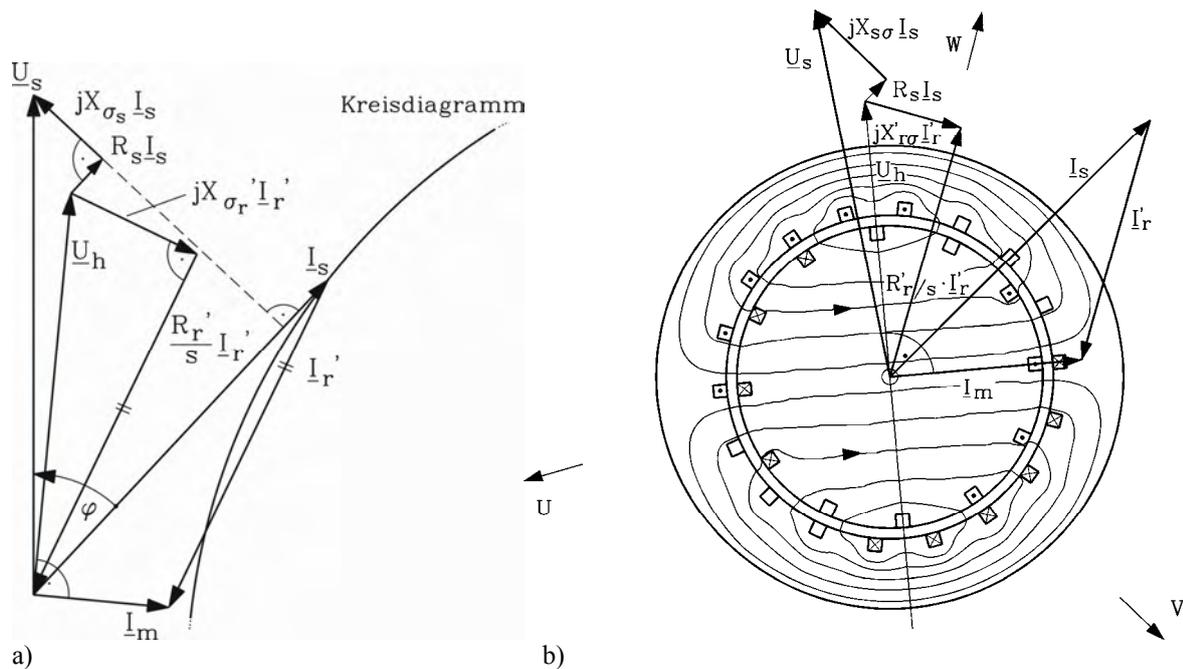
e) Asynchrone Energiewandlung, Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie:

Das von der Maschine entwickelte elektromagnetische Drehmoment wird entweder über die LORENTZ-Kraft (5.1-1) bestimmt oder einfacher aus der Leistungsbilanz (5.1). Aus dem T-Ersatzschaltbild liest man unmittelbar ab, dass die Wirkleistung, die vom Stator via Luftspalt berührungslos auf den Rotor übertragen wird, die zugeführte Netzwirkleistung  $P_{in}$  (5.2-20) minus den Ständer-Stromwärmeverluste ist (5.2-21). Diese Leistung heißt **"Luftspaltleistung"** oder **"Drehfeldleistung"**  $P_\delta$ . Alle  $m_s$  Ständer-Stränge sind zu berücksichtigen! Mit  $\underline{I}_s^* = (I_{s,Re} + jI_{s,Im})^* = I_{s,Re} - jI_{s,Im} = I_s \cos \varphi - jI_s \sin \varphi$  folgt

$$P_{in} = m_s U_s I_s \cos \varphi = m_s \cdot \text{Re} \left\{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^* \right\} \quad (5.2-20)$$

$$P_\delta = P_{in} - m_s R_s I_s^2 \quad (5.2-21)$$

In (5.2-21) sind die ständerseitigen Ummagnetisierungsverluste vernachlässigt. Die auf den Läufer übertragene Leistung  $P_\delta$  ist gemäß dem Ersatzschaltbild Bild 5.2-1 identisch mit der im fiktiven Widerstand  $R'_r/s$  umgesetzten Leistung  $m_s I_r'^2 R'_r/s$ . Die Läuferstromwärmeverluste  $P_{Cu,r} = m_s I_r'^2 R'_r$  sind daher auch  $P_{Cu,r} = s \cdot P_\delta$ . Die im Motorbetrieb abgegebene mechanische Leistung ist  $P_m = P_\delta - P_{Cu,r} = (1-s) \cdot P_\delta$ . Mit der mechanischen Leistungsgleichung  $P_m = \Omega_m \cdot M_e$  und der mechanischen Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_m = 2\pi n = (1-s) \cdot \Omega_{syn}$  wird das elektromagnetische Drehmoment bestimmt.



**Bild 5.2-3:** Typisches Zeigerdiagramm je Strang einer Asynchronmaschine: Nennpunkt, Nennschlupf.  
 a) Bei Veränderung des Schlupfs (der Belastung) wandert die Spitze des Ständerstroms bei konstanter Strangspannung auf einem Kreis (Kreisdiagramm, OSSANNA-Kreis).  
 b) Numerisch berechnetes Feldbild für  $2p = 2$ ,  $q_s = 3$ ,  $q_r = 2$  und zugehöriges Zeigerdiagramm.

$$M_e = \frac{P_m}{\Omega_m} = \frac{P_\delta \cdot (1-s)}{\Omega_{syn} \cdot (1-s)} = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} = p \frac{P_\delta}{\omega_s} \quad \boxed{M_e = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} = p \cdot \frac{P_\delta}{\omega_s} = \frac{P_{Cu,r}/s}{\Omega_{syn}}} \quad (5.2-22)$$

Berechnet man mit (5.2-8), (5.2-9b) die auf  $s$  bezogenen Rotorstromwärmeverluste, so erhält man mit (5.2-22) und  $X_h^2 = (1-\sigma) \cdot X_s X'_r$  das **Drehmoment** in Abhängigkeit von  $U_s$  und  $s$ .

$$\frac{P_{Cu,r}}{s} = \frac{m_s I_r'^2 R'_r}{s} = \frac{m_s |I_s|^2 X_h^2 R'_r / s}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X'_r)^2} = U_s^2 \cdot \frac{s \cdot m_s \cdot X_h^2 \cdot R'_r}{(R_s R'_r - s \cdot \sigma \cdot X_s X'_r)^2 + (s \cdot R_s X'_r + X_s R'_r)^2}$$

$$\boxed{M_e = m_s \cdot \frac{p}{\omega_s} \cdot U_s^2 \cdot \frac{s \cdot (1-\sigma) \cdot X_s X'_r R'_r}{(R_s R'_r - s \sigma X_s X'_r)^2 + (s R_s X'_r + X_s R'_r)^2}} \quad (5.2-23)$$

**Fazit:**

- Das Moment ändert sich quadratisch mit der Spannung.
- Im Leerlauf ( $s = 0$ ) ist das Drehmoment Null.
- Bei unendlich hohem positivem oder negativem Schlupf ist das Drehmoment auch Null.
- Daraus folgt, dass das Drehmoment sowohl im Bereich zwischen  $s = 0$  und  $+\infty$  als auch  $0$  und  $-\infty$  ein Extremum hat, das sogenannte **motorische** und **generatorische Kippmoment**  $M_b$ . Überschreitet das Lastmoment das Kippmoment, wird die Maschine auf Drehzahl Null herunter gebremst. Man sagt, sie "**kippt**" aus dem Betrieb (Name!).

Beispiel 5.2-5:

Durch eine Netzstörung sinkt die Spannung um 10% ("Spannungseinbruch"). Wie ändert sich das Drehmoment? Antwort: Wegen  $M_e \sim U_s^2$  sinkt das Moment um ca. 20%.

**Beispiel 5.2-6: Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie und Ständerstrom-Drehzahl-Kennlinie:**  
 Da  $n = (1-s) \cdot f_s / p$  gilt, sind gemäß (5.2-23) und (5.2-9b)  $M_e$  und  $I_s$  in Abhängigkeit sowohl von  $s$  als auch von  $n$  darstellbar (Bild 5.2-4). Daten der Asynchronmaschine:  $R_s/X_s = 1/100$ ,  $R_r/X_r = 1.3/100$ ,  $\sigma = 0.067$ ,  $X_s = X'_r = 3Z_N$ ,  $Z_N = U_N/I_N$

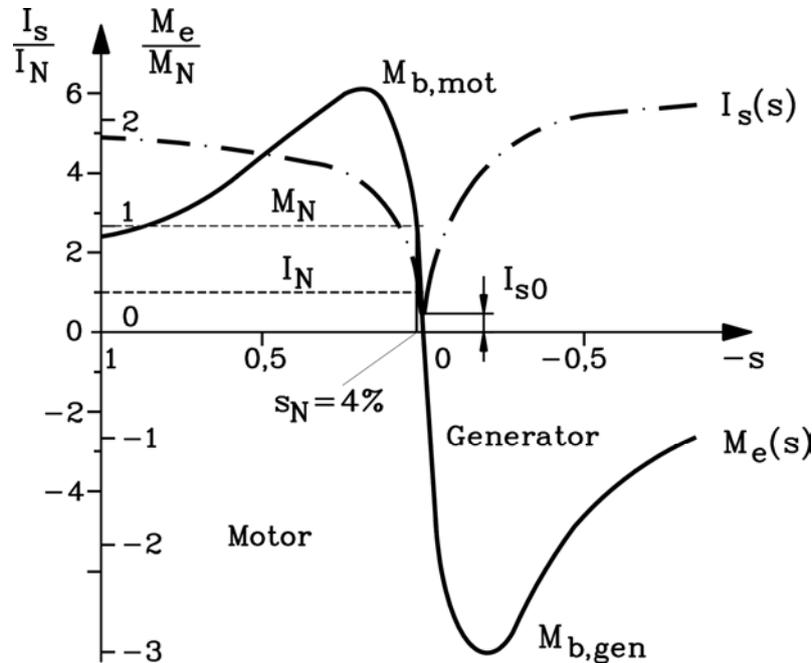


Bild 5.2-4: Drehmoment  $M_e$  und Ständerstrom  $I_s$  in Abhängigkeit des Schlupfs  $s$  ( $R_s/X_s = 1/100$ ,  $R_r/X_r = 1.3/100$ ,  $\sigma = 0.067$ ,  $X_s = X'_r = 3Z_N$ ,  $Z_N = U_{N,Strang}/I_{N,Strang}$ )

f) *Motor- und Generatorbetrieb der Asynchronmaschine:*

Das Drehmoment ist positiv, wenn der Rotor langsamer dreht als das Drehfeld. Es treibt den Rotor an ( $s > 0$ , **Motorbetrieb**). Der Rotor kann nur dann rascher als das Drehfeld drehen, wenn er angetrieben wird. Der Schlupf ist dann negativ:  $n > n_{syn}$  ( $s < 0$ ). Das elektromagnetische Drehmoment wird dabei negativ und bremst. Die Maschine wird zum **Generator**, der zwar Blindleistung aus dem Netz aufnimmt, um das Magnetfeld im Luftspalt zu erzeugen, aber elektrische Wirkleistung in das Netz abgibt, die an der Welle in Form von mechanischer Energie z.B. durch eine Windturbine zugeführt wird. Im **Inselbetrieb** ohne speisendes Netz kann die Asynchronmaschine nur als Generator arbeiten, wenn aus einer Spannungsquelle induktive Blindleistung zur Verfügung gestellt wird. Dies kann durch eine **parallel zu den Maschinenklemmen geschaltete (zuvor geladene) Kondensatorbank** (= Parallelschaltung mehrerer Kondensatoren) erfolgen. Bei ungeladener Bank kann auch das Läuferrestfeld zufolge Läufer-Eisenremanenz die Bank laden. Aus Maschineninduktivität und Kapazität entsteht ein Schwingkreis, der den Statorwechselstrom zur Verfügung stellt. Die Kondensatorbank nimmt kapazitive Blindleistung auf, gibt folglich induktive Blindleistung ab; der Blindleistungshaushalt von Kondensatorbank und Asynchronmaschine ist mithin als Inselnetz ausgeglichen.

g) *Gegenstrombereich der  $M_e(s)$ -Kennlinie:*

Bei Betrieb mit  $s > 1$  wird der Rotor gegen die Drehrichtung des Drehfelds angetrieben:  $n < 0$ . Trotzdem ist das elektromagnetische Moment positiv. Daher ist die mechanische Leistung an der Welle negativ.

$$P_m(s > 1) = 2\pi \cdot n \cdot M < 0$$

Es wird mechanische Leistung an der Welle und gleichzeitig elektrische Leistung an den Motorklemmen zugeführt. Die gesamte Leistung wird als Verlustleistung (Wärme!) in den Wicklungen (Stromwärmeverluste), im geblechten Stator- und Rotoreisenkörper (Ummagnetisierungsverluste) und als Reibungsverluste in den Lagern verheizt. Die Maschine arbeitet als **Bremse**.

*h) Kippmomente:*

Je ein Extremum des elektromagnetischen Drehmoments (Kippmoment) tritt im Generator- und im Motorbereich auf. Aus

$$\frac{dM_e}{ds} = 0 \quad (5.2-24)$$

folgt mit (5.2-23) der **Kippschlupf**  $s_b$  im motorischen ( $s_{b,mot} = s_b > 0$ ) und generatorischen Bereich ( $s_{b,gen} = -s_b < 0$ ). Der Betrag des Kippschlupfs für Generator- und Motorbetrieb ist **gleich groß**.

$$s_b = \frac{R'_r}{X'_r} \cdot \sqrt{\frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s^2 + \sigma^2 \cdot X_s^2}} \approx \frac{R'_r}{\sigma \cdot X'_r} \quad , \quad s_{b,mot} = s_b \quad , \quad s_{b,gen} = -s_b \quad (5.2-25)$$

$$R_s = 0: \quad s_b = \frac{R'_r}{\sigma \cdot X'_r} \quad (5.2-26)$$

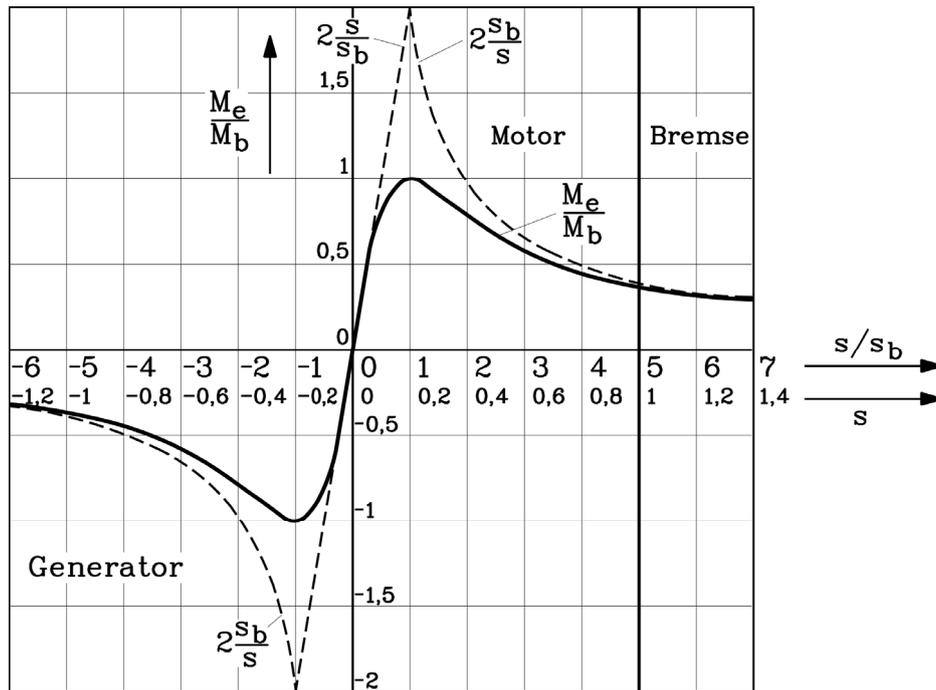
Da bei Netzbetrieb (50 Hz bzw. 60 Hz) der Statorwicklungswiderstand  $R_s$  deutlich kleiner als die Statorreaktanz  $X_s$  ist, gilt die Vereinfachung (5.2-26) in guter Näherung. Ein hoher Läuferwicklungswiderstand und/oder eine geringe Streuung erhöhen den Kippschlupf. Einsetzen von (5.2-25) in (5.2-23) liefert das **motorische und generatorische Kippmoment** (5.2-27), wobei das Pluszeichen für das motorische, das Minuszeichen für das generatorische Kippmoment gilt.

$$M_{b,mot/gen} = \pm \frac{m_s}{2} \cdot \frac{p}{\omega_s^2} \cdot U_s^2 \cdot \frac{1}{\pm \frac{R_s}{\omega_s} + \frac{1}{(1-\sigma) \cdot \omega_s X_s} \cdot \sqrt{(R_s^2 + X_s^2) \cdot (R_s^2 + \sigma^2 \cdot X_s^2)}} \quad (5.2-27)$$

Der Nenner des Bruchs in (5.2-27) ist im Generatorbetrieb kleiner als im Motorbetrieb. Daher ist das **generatorische Kippmoment größer als das motorische Kippmoment** (Bild 5.2-4), was anschaulich so verstanden werden kann: Im Motorbetrieb wird ein Teil der zugeführten elektrischen Leistung in Ständer-Stromwärmeverluste umgesetzt, bevor die Energiewandlung in mechanische Energie im Luftspalt erfolgt. Diese fehlende Energie trägt nichts zur Drehmomentbildung bei. Im Generatorbetrieb müssen alle Verluste aus der mechanisch zugeführten Leistung bzw. dem Luftspaltpmoment gedeckt werden, also auch die Statorverluste. Daher ist das generatorische (bremsende) Maximal-Drehmoment um diesen Betrag größer. Bei Vernachlässigung der Ständer-Stromwärmeverluste ( $R_s = 0$ ) sind gemäß (5.2-27) generatorisches und motorisches Kippmoment im Betrag gleich groß.

$$R_s = 0: \quad M_b = \frac{m_s}{2} \cdot \frac{p}{\omega_s} \cdot U_s^2 \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot X_s} \quad , \quad M_{b,mot} = M_b \quad , \quad M_{b,gen} = -M_b \quad (5.2-28)$$

i) *KLOSS'sche Formel*:



**Bild 5.2-5:** Elektromagnetisches Drehmoment der Asynchronmaschine in Abhängigkeit des Schlupfs, Ständerwiderstand  $R_s = 0$  (*KLOSS'sche Formel*). Beispiel für Kippchlupf  $s_b = 0.2$ .

Bei vernachlässigtem Ständerwiderstand  $R_s = 0$  vereinfachen sich (5.2-9a) und (5.2-23) deutlich.

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s}{jX_s} \cdot \frac{R'_r + js \cdot X'_r}{R'_r + js \cdot \sigma X'_r}, \quad M_e \approx m_s \cdot \frac{p}{\omega_s} \cdot U_s^2 \cdot \frac{1 - \sigma}{X_s} \cdot \frac{s R'_r X'_r}{R_r'^2 + (s \cdot \sigma \cdot X'_r)^2} \quad (5.2-29a,b)$$

Mit (5.2-26) und (5.2-28) wird (5.2-29b) sehr übersichtlich als ***KLOSS'sche Formel*** (5.2-30) darstellbar.

$$\frac{M_e}{M_b} = \frac{m_s \frac{p}{\omega_s} U_s^2 \frac{1 - \sigma}{X_s}}{m_s \frac{p}{\omega_s} U_s^2 \frac{1 - \sigma}{2\sigma X_s}} \cdot \frac{s R'_r X'_r}{R_r'^2 + (s \sigma X'_r)^2} = 2\sigma \cdot \frac{s R'_r X'_r}{(R_r'^2 + s^2)} = 2 \cdot \frac{s \cdot \frac{R'_r}{\sigma X'_r}}{\left(\frac{R'_r}{\sigma X'_r}\right)^2 + s^2} = 2 \cdot \frac{s \cdot s_b}{s_b^2 + s^2}$$

$$R_s = 0 : \quad \frac{M_e}{M_b} = \frac{2}{\frac{s_b}{s} + \frac{s}{s_b}} \quad (5.2-30)$$

Die Extremwertrechnung mit (5.2-29) bestätigt (5.2-26), denn  $dM_e / ds = 0$ :

$$\frac{R'_r X'_r}{R_r'^2 + (s \sigma X'_r)^2} - \frac{s R'_r X'_r}{\left(R_r'^2 + (s \sigma X'_r)^2\right)^2} \cdot 2s (\sigma X'_r)^2 = 0$$

$$R_r'^2 + (s \sigma X'_r)^2 - 2s^2 (\sigma X'_r)^2 = 0 \Rightarrow R_r'^2 - (s \sigma X'_r)^2 = 0 \Rightarrow s = \pm \frac{R'_r}{\sigma X'_r} = \pm s_b$$

**Fazit:**

- Bei kleinen Schlüpfen nimmt das Drehmoment linear zu ( $M_e / M_b \approx 2s / s_b$ ).
- Bei sehr großen Schlüpfen sinkt das Drehmoment hyperbolisch ( $M_e / M_b \approx 2s_b / s$ ).

*j) Warum tritt bei der Asynchronmaschine ein Kippmoment auf?*

Im **Leerlauf** wird nur Strom zur Magnetisierung des Luftspalts aufgenommen, und zwar soviel, dass die von dem Magnetfeld induzierte Spannung der Netzspannung das Gleichgewicht hält. Der Läufer ist stromlos, folglich kann das Magnetfeld auch kein Drehmoment erzeugen. Dieses ist Null.

Bei **Belastung** steigt der Schlupf. Es wird Spannung im Läufer induziert, allerdings mit sehr niedriger Läuferfrequenz  $f_r$ . Daher dominiert der Läuferwiderstand  $R_r$  gegenüber der Läuferreaktanz  $\omega_r L_r = s \omega_s L_r$ . Der Läuferkreis wirkt überwiegend *OHM*'sch. Der Läuferstrom  $I_r$  ist nahezu in Phase mit der induzierten Spannung und erzeugt mit dem Magnetfeld ein Drehmoment.

**Steigt der Schlupfbetrag**, so steigen auch die induzierte Läufer Spannung und der Läuferstrom an, folglich zunächst auch das Drehmoment. Allerdings nimmt mit der Läuferfrequenz auch die Läuferreaktanz  $X_r$  zu, so dass der Läuferstrom gegenüber der induzierten Läufer Spannung **seine Phase dreht**. Somit steigt zwar der Läuferstrom mit steigendem Schlupf weiter an, aber es steigt der Blindanteil, während der Wirkanteil wieder sinkt. Damit verschiebt sich räumlich das Maximum des Läuferstrombelags gegenüber dem Maximum des Luftspaltfelds, so dass das Drehmoment **abnimmt**, obwohl der Strom zunimmt.

Bei **sehr großen positiven oder negativen Schlüpfen** kann der Läuferwiderstand gegenüber der Läuferreaktanz vernachlässigt werden. Der Läuferstrom ist reiner Blindstrom. Es wird keine Wirkleistung auf den Läufer übertragen. Das Drehmoment strebt dem Wert Null zu.

Beispiel 5.2-7:

Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie eines typischen Asynchronmotors (Bild 5.2-6):

Betriebspunkt	Schlupf	Ständerstrom	Drehmoment
Leerlauf	0	Leerlaufstrom $I_0$ (ca. $0.3I_N$ )	Null
Nennpunkt	$s_N$ , ca. 7%	Nennstrom $I_N$	Nennmoment $M_N$
Kipp-Punkt	$s_b$ , ca. 32%	Kippstrom $I_b$ (ca. $2.5I_N$ )	Kippmoment $M_b$ (ca. $2M_N$ )
Anfahren	1	Anfahrstrom $I_1$ (ca. $4I_N$ )	Anfahrmoment $M_1$ (ca. $0.8M_N$ )

Tabelle 5.2-1: Ausgezeichnete Betriebspunkte des Asynchronmotors

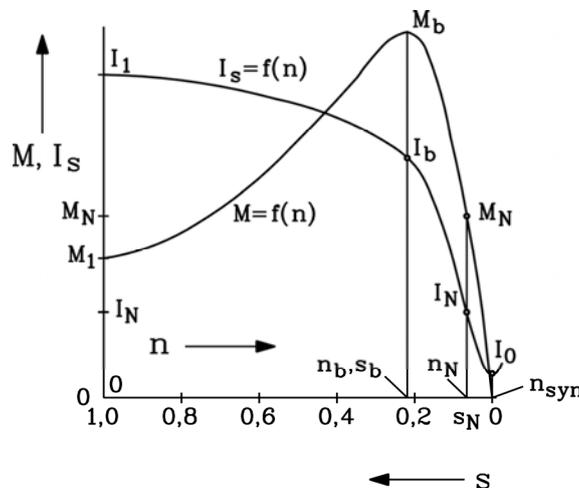


Bild 5.2-6: Strom- und Momentenkennlinie einer Asynchronmaschine im Motorbetrieb in Abhängigkeit des Schlupfs  $s$  bzw. der Drehzahl  $n$  gemäß  $I_s(n/n_{syn}) = I_s(1-s)$  und  $M(n/n_{syn}) = M(1-s)$ ;  $s_N = 7\%$ ,  $s_b = 23\%$

**Fazit:**

Der Leerlaufstrom  $I_{s0}$  bzw. der Magnetisierungsstrom  $I_m$  erregt das Magnetfeld bei Leerlauf bzw. unter Last, deshalb soll der Luftspalt zwischen Stator und Rotor möglichst klein sein, um  $I_{s0}$  bzw.  $I_m$  möglichst klein zu halten (ca. 30% ... 50% von  $I_{sN}$ ). Der Betriebsschlupf ist klein, typisch  $s_N < 10\%$ . Je größer die Asynchronmaschine ist, desto kleiner ist der Schlupf  $s_N$ . Der Betriebsbereich der Asynchronmaschine zwischen Leerlauf und Nennpunkt umfasst daher den sehr engen Drehzahlbereich zwischen ca. 95% und 100% der Synchrondrehzahl. Die netzgespeiste Asynchronmaschine ist daher als "**Festdrehzahltrieb**" zu bezeichnen.

Der Anfahrstrom  $I_{s1}$  ist groß (ca. (5 ... 7)  $I_{sN}$ ), das Anfahrmoment  $M_1$  aber relativ klein. Die Maschine ist maximal bis zum Kippmoment  $M_b$  (= etwa (2 ... 3)  $M_N$ ) belastbar.

**5.3 Asynchrone Energiewandlung***a) Der Leistungsfluss in Asynchronmaschinen*

Da in der Läuferwicklung Ströme erforderlich sind, um ein Drehmoment zu erzeugen, sind auch die zugehörigen Läufer-Stromwärmeverluste in der Läuferwicklung unvermeidlich.

Leistungsfluss im Motorbetrieb:

Die **Luftspaltleistung**  $P_\delta$  ist die **zugeführte elektrische Leistung**  $P_{e,in}$ , vermindert um die **Stromwärmeverluste** in der **Ständerwicklung**  $P_{Cu,s}$  und die **Ummagnetisierungsverluste** (Wirbelstrom- und Hystereseverluste) im Ständerblechpaket  $P_{Fe,s}$ , die durch die mit Netzfrequenz auftretenden Pulsationen des Magnetfelds im Blechkörper entstehen. Zusatzverluste in der Ständerwicklung und im Blechpaket durch Oberwellen werden hier vernachlässigt.

$$P_\delta = P_{e,in} - P_{Cu,s} - P_{Fe,s} \quad (5.3-1)$$

Der Luftspaltleistung ist das elektromagnetische Drehmoment im Luftspalt proportional.

$$M_e = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} = \frac{P_\delta}{\Omega_m / (1-s)} \quad (5.3-2)$$

Das elektromagnetische Drehmoment ist unmittelbar mit den **Stromwärmeverlusten** in der **Läuferwicklung**  $P_{Cu,r}$  verknüpft.

$$P_\delta = \frac{M_e \Omega_m}{1-s} = \frac{P_m}{1-s} = P_m + P_m \frac{s}{1-s} = P_m + P_{Cu,r} \quad (5.3-3)$$

$$P_m = M_e \Omega_m = (1-s) P_\delta \quad (5.3-4)$$

$$P_{Cu,r} = P_\delta - P_m = s P_\delta \quad (5.3-5)$$

Wegen der niedrigen Läuferfrequenz im Nennbetrieb sind die Ummagnetisierungsverluste im Läuferblechpaket vernachlässigbar klein. Die **mechanische Leistung**  $P_m$  muss die **Reibungs- und Ventilationsverluste**  $P_R$  und allfällige **Zusatzverluste**  $P_Z$ , die durch die Induktion der Oberwellen als Wirbelströme im Läufer auftreten, und die beide den Läufer bremsen, abdecken. Als Abgabeleistung an der Welle steht nur  $P_{m,out}$  zur Verfügung (Bild 5.3-1a). Damit ist das **Wellenmoment (Kupplungsmoment)**  $M_s$  um das **Läuferverlustmoment**  $M_d$  geringer als das elektromagnetische Moment  $M_e$  im Luftspalt.

$$P_{m,out} = P_m - P_R - P_Z \tag{5.3-6}$$

$$M_s = \frac{P_{m,out}}{\Omega_m} < M_e = \frac{P_m}{\Omega_m} \Leftrightarrow M_d = M_e - M_s \tag{5.3-7}$$

Leistungsfluss im Generatorbetrieb:

Im Generatorbetrieb kehrt sich der Leistungsfluss gemäß Bild 5.3-1b um. Der **Wirkungsgrad** der Asynchronmaschine ist gemäß (5.3-8) definiert und beträgt im Nennpunkt ca. 85 ... 95%, wobei große Asynchronmaschinen die höheren Werte aufweisen.

Motorbetrieb:  $\eta = \frac{P_{m,out}}{P_{e,in}}$  , Generatorbetrieb:  $\eta = \frac{P_{e,out}}{P_{m,in}}$  . (5.3-8)

Beispiel 5.3-1:

Leistungsfluss in einer Asynchronmaschine im VZS:

a) Motorbetrieb, Schlupf 0.2 (Bild 5.3-1a):

$$P_{e,in} > 0, P_{m,out} > 0, M_e > 0, P_\delta > 0, s > 0, P_{Cu,r} = s \cdot P_\delta = 0.2 \cdot P_\delta > 0, \eta = P_{m,out} / P_{e,in} \approx 0.5$$

b) Generatorbetrieb Schlupf -0.2 (Bild 5.3-1b):

$$P_{e,in} < 0, P_{m,out} < 0, M_e < 0, P_\delta < 0, s < 0, P_{Cu,r} = s \cdot P_\delta = 0.2 \cdot P_\delta > 0, \eta = P_{e,out} / P_{m,in} \approx 0.5$$

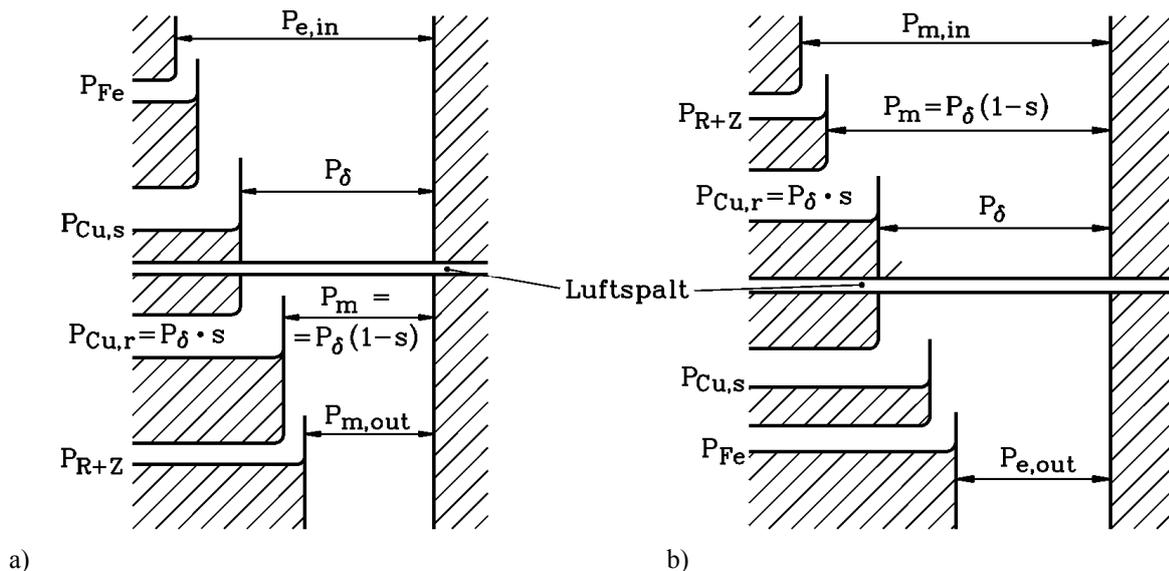


Bild 5.3-1: Leistungsfluss in der Asynchronmaschine a) Motorbetrieb, b) Generatorbetrieb

*b) Die Schlupfkupplung als mechanisches Analogon zur Asynchronmaschine:*

Asynchronmaschine	Schlupfkupplung
$\Omega_{syn} , \Omega_m$	$\Omega_1 , \Omega_2$
$P_\delta , P_{Cu,r} , P_m$	$P_1 , P_d , P_2$
$M_e$	$M$

Tabelle 5.3-1: Entsprechungen bei Asynchronmaschine und Schlupfkupplung

Ein mechanisches Analogon zur Asynchronmaschine ist die **Schlupfkupplung** (Bild 5.3-2). Das antreibende Drehmoment  $M$  an der antreibenden Welle 1 ist auch das Drehmoment an der abtreibenden Welle 2. Drehmomentübertragung ist aber nur möglich, wenn die Reibscheibe 2

gegenüber der Reibscheibe 1 schlüpft, so dass die Abtriebsdrehzahl  $\Omega_2$  um den Schlupf  $s$  kleiner ist als die Drehzahl der antreibenden Welle  $\Omega_1$ , nämlich  $\Omega_2 = (1 - s)\Omega_1$ . Die abgegebene Leistung  $P_2 = M\Omega_2$  ist um die Schlupfverluste (Reibleistung  $\rightarrow$  Wärme!)  $P_d = s\Omega_1 M$  kleiner als die zugeführte Leistung  $P_1 = M\Omega_1$ .

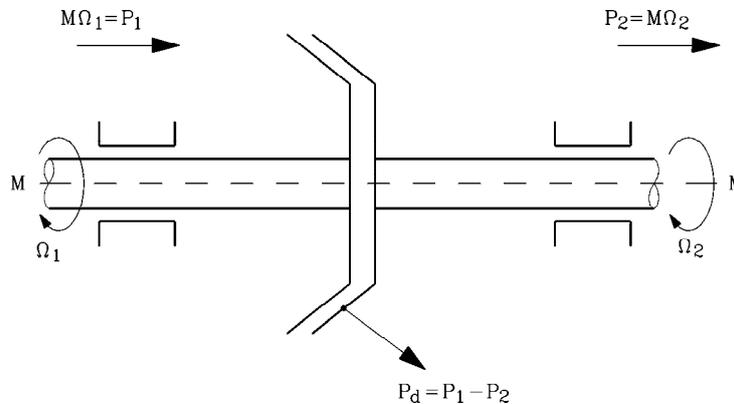


Bild 5.3-2: Die Schlupfkupplung (Reibungskupplung) ist ein mechanisches Analogon zur Asynchronmaschine

Weitere mechanische Analoga sind die Rad-Schiene-Kraftübertragung bei Eisenbahnen oder der Föttinger-Hydraulik-Wandler!

Die Kraftübertragung vom Rad auf die Schiene bei der **Traktion** (Eisenbahn) erfolgt durch Schlüpfen. Die Treibräder der Lokomotive müssen schlüpfen, um Antriebskraft auf die Schiene zu übertragen (Reibleistung  $\rightarrow$  Wärme, Radkranz- und Schienenabnutzung), während die Räder auf den Laufachsen z.B. der gezogenen Waggonen schlupffrei rollen ("reines" Rollen). Beim **Föttinger-Wandler** treibt  $M$  ein Pumpenrad (Drehkreisfrequenz  $\Omega_1$ , zugeführte Leistung  $P_1 = M\Omega_1$ ), das ein Fluid in Kreisbewegung versetzt. Dieses stützt sich über feststehende Leitschaufeln ab und treibt mit  $\Omega_2 = (1 - s)\Omega_1$  ein Turbinenrad, das die Leistung  $P_2 = M\Omega_2$  an eine Lastmaschine überträgt. Die Schlupfverluste  $P_d = s\Omega_1 M$  als Reibleistung in der Strömung erwärmen den Wandler (Anwendung: z. B. als stufenloses Getriebe in Bussen, LKWs, dieselhydraulische Lokomotiven, ...).

## 5.4 Kreisdiagramm der Asynchronmaschine

a) Die Ortskurve des Ständerstroms in Abhängigkeit des Schlupfs ist ein Kreis:

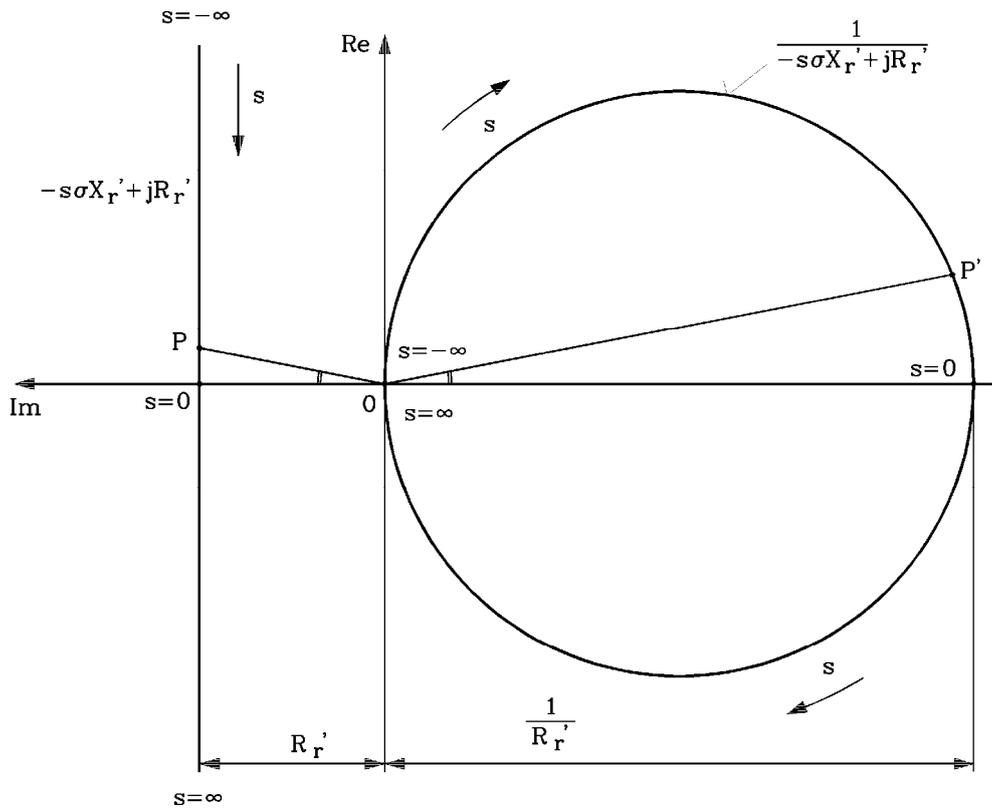
Das in Bild 5.2-3a dargestellte Zeigerdiagramm gilt nur für einen **festen** Schlupfwert. Bei Betrieb der Asynchronmaschine am starren Netz ändert sich je nach Belastung der Schlupf, während die Spannung nach Betrag und Phase fest bleibt. Der Ständerstromzeiger ändert sich nach Betrag und Phasenlage bei variabler Belastung (variablem Schlupf). Die Spitze des Ständerstromzeigers beschreibt bei Änderung des Schlupf und sonst konstanten Maschinenparametern als Ortskurve einen Kreis (**OSSANNA-Kreis**).

b) Der **HEYLAND-Kreis**

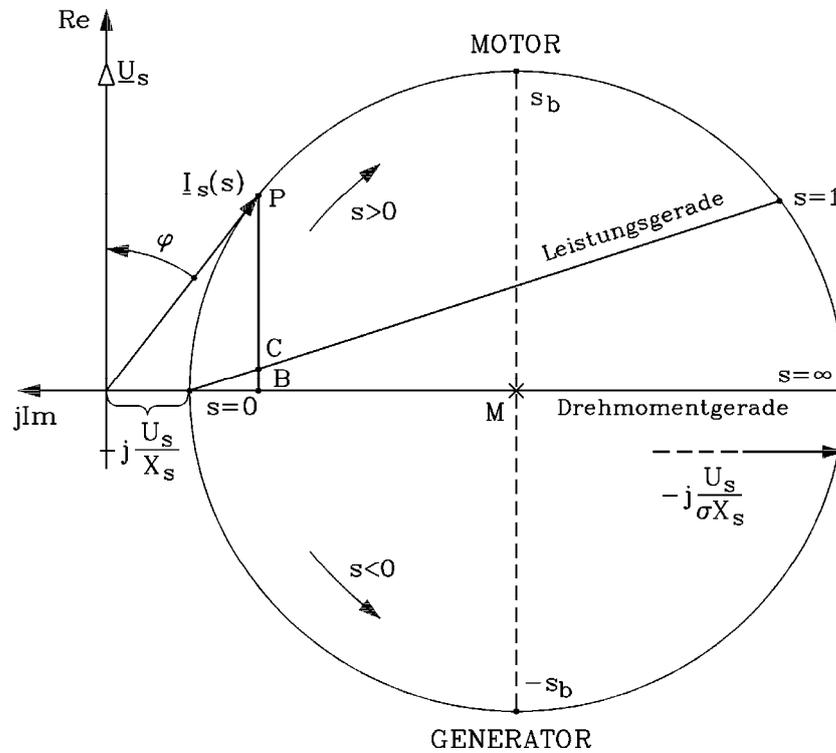
Bei Vernachlässigung des Ständerwiderstands  $R_s = 0$  ergibt sich das vereinfachte Kreisdiagramm (**HEYLAND-Kreis**). Wird der Zeiger der Ständerspannung in die reelle Achse gelegt, so gilt  $\underline{U}_s = U_s$ . Aus (5.2-29a) folgt damit (5.4-1).

$$\underline{I}_s = U_s \frac{1}{X_s} \cdot \frac{R_r' + jsX_r'}{-s \cdot \sigma \cdot X_r' + jR_r'} = \frac{U_s}{X_s} \cdot \left( \frac{(1 - 1/\sigma)R_r'}{-s \cdot \sigma \cdot X_r' + jR_r'} - j \frac{1}{\sigma} \right) \quad (5.4-1)$$

Der Ausdruck  $\underline{G}(s) = -s\sigma X_r' + jR_r'$  stellt eine Gerade in der komplexen Ebene dar, die parallel zur Re-Achse verläuft (Bild 5.4-1a).



a)



b)

Bild 5.4-1: Kreisdiagramm der Asynchronmaschine bei  $R_s = 0$ : a) Herleitung, b) HEYLAND-Kreis

Der Kehrwert (Inversion) von  $\underline{G}(s)$  ist ein Kreis  $\underline{K}(s)$  (Beweis siehe Anhang A5.1). Bei der Inversion geht wegen

$$\underline{K}(s) = \frac{1}{\underline{G}(s)} = \frac{1}{Z(s) \cdot e^{j\varphi(s)}} = \frac{e^{-j\varphi(s)}}{Z(s)} \quad (5.4-2)$$

jeder Punkt  $P$  der Geraden in den Punkt  $P'$  des Kreises über, wobei die Strecke  $\overline{0P} = Z(s)$  und  $\overline{0P'} = 1/Z(s)$  ist. Dadurch liegt der Kreismittelpunkt auf der  $-\text{Im}$ -Achse. Durch anschließende Multiplikation mit der negativen reellen Zahl  $(1-1/\sigma) \cdot R_r'$  wird der Kreis an der negativen  $\text{Im}$ -Achse gespiegelt. Die Addition mit  $-j/\sigma$  verschiebt den Kreis nach rechts aus dem Ursprung  $0$  heraus entlang der  $-\text{Im}$ -Achse. Die Multiplikation mit  $U_s / X_s$  ändert an der Kreislage nichts, sondern nur an seiner Größe (Bild 5.4-1b). Die Kreispunkte

$$\underline{I}_s(s=0) = -j \frac{U_s}{X_s} \quad (\text{Leerlaufstrom}) \quad (5.4-3)$$

$$\underline{I}_s(s=\infty) = -j \frac{U_s}{\sigma X_s} \quad (\text{"ideeller" Kurzschlussstrom}) \quad (5.4-4)$$

liegen ebenfalls auf der negativen  $\text{Im}$ -Achse (Punkte  $P_0$  und  $P_\infty$ ). Der Mittelpunkt  $M$  liegt auf halber Distanz dazwischen. Die elektrische Wirkleistung im **motorischen Betriebspunkt  $P$**  beim Schlupf  $s$  ist

$$P_{e,in} = m_s U_s I_{s,w} \quad , \quad (5.4-5)$$

wobei

$$I_{s,w} = I_s \cos \varphi = \overline{PB} = \overline{PC} + \overline{CB} \quad (5.4-6)$$

die **Wirkkomponente des Ständerstroms** ist. Wegen  $R_s = 0$  verbleiben nur die Stromwärmeverluste in der Läuferwicklung als alleinige Verluste in der Maschine. Es gilt für die Leistungsbilanz

$$P_{e,in} = P_m + P_{Cu,r} = m_s U_s (\overline{PC} + \overline{CB}) \quad (5.4-7)$$

Bei  $s = 1$  ist  $n = 0$ ; und bei  $s = 0$  ist  $M_e = 0$ . Daher ist  $P_m$  in diesen beiden Punkten Null. folglich stellt die Verbindungsgerade  $\overline{P_0 P_1}$  die "**Leistungsgerade**" dar, die den Wirkstrom in die beiden Komponenten  $\overline{PC}$  und  $\overline{CB}$  teilt. Der Abschnitt  $\overline{PC}$  oberhalb der Leistungsgerade ist zur mechanischen Leistung proportional (Beweis siehe Anhang A5.2). Wegen der fehlenden Ständerverluste ist die elektrische Wirkleistung gleichzeitig die Drehfeldleistung  $P_\delta$

$$P_{e,in} = P_\delta = M_e \Omega_{syn} = m_s U_s \overline{PB} \quad (5.4-8)$$

Bei den Kreispunkten  $P_0$  und  $P_\infty$  ist das Drehmoment  $M_e$  Null. Daher heißt die Strecke  $\overline{P_0 P_\infty}$ , die auf der negativen  $\text{Im}$ -Achse liegt und von der die Strecke  $\overline{PB}$  zum Betriebspunkt  $P$  am Kreis gezählt wird, "**Drehmomentgerade**".

Betriebspunkte auf der **unteren Kreishälfte** sind generatorisch, da die Wirkleistung dort negativ ist ( $\cos\varphi < 0$ ). Die Kipp-Punkte (maximales Drehmoment)  $s_{b,mot}$  und  $s_{b,gen}$  treten auf, wo die Strecke  $\overline{PB}$  maximal ist. Generatorisches und motorisches Kippmoment sind gleich groß. Das entspricht der *KLOSS*'schen Formel. Der Strom **eilt stets der Spannung nach**; die Asynchronmaschine ist – unabhängig vom generatorischen oder motorischen Betrieb – stets induktiver Verbraucher.

c) Der *OSSANNA*-Kreis:

Das zu (5.2-9a) gehörende *OSSANNA*-Kreisdiagramm (Bild 5.4-3) gilt für  $R_s > 0$ . Gemäß Bild 5.4-2 rückt der Leerlaufpunkt  $P_0$  wegen

$$\underline{I}_{s,s=0} = \frac{U_s}{R_s + jX_s} = \frac{U_s}{R_s^2 + X_s^2} \cdot (R_s - jX_s) = \underline{I}_{s0,w} + \underline{I}_{s0,b} \quad (5.4-9)$$

über die Abszisse (Im-Achse). Damit liegt auch der Kreismittelpunkt  $M$  über der Im-Achse.

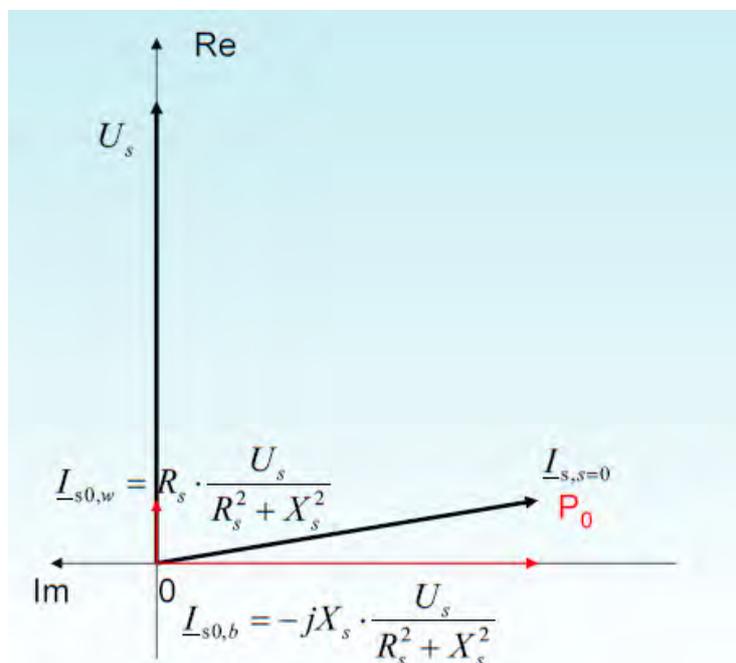


Bild 5.4-2: Bestimmung des Leerlaufpunkts des Statorstromzeigers der Asynchronmaschine bei  $R_s > 0$

Damit hat das *OSSANNA*-Kreisdiagramm folgende wesentlichen Unterschiede zum *HEYLAND*-Kreisdiagramm:

- Der Mittelpunkt  $M$  liegt etwas **oberhalb** der negativen Im-Achse.
- Die Strecke  $\overline{P_0 P_\infty}$  ist **nicht** mehr Durchmesser des Kreises. Der Punkt  $P_\infty$  rückt über die Im-Achse.
- Daher liegt die Drehmomentgerade oberhalb der Im-Achse, ebenso der durch die Punkte  $s = 0$ ,  $M$  und den "**Durchmesser-Punkt**"  $P_\emptyset$  gehende Kreisdurchmesser.
- Die elektrische Wirkleistung an den Motorklemmen ist zum Motorwirkstrom (Strecke  $\overline{PA}$ ) proportional.

$$P_e = m_s U_s \overline{PA} = m_s U_s I_s \cos\varphi \quad (5.4-10)$$

- Die Verluste werden wie folgt ermittelt. Aus dem gewählten **Betriebspunkt**  $P$  wird das Lot auf den durch  $s = 0$  gehenden Kreisdurchmesser gefällt mit dem Fußpunkt  $D$ . Die Schnittpunkte mit der Leistungs- und Drehmomentgeraden heißen wie beim *HEYLAND*-Kreis die Punkte  $C$  und  $B$ .

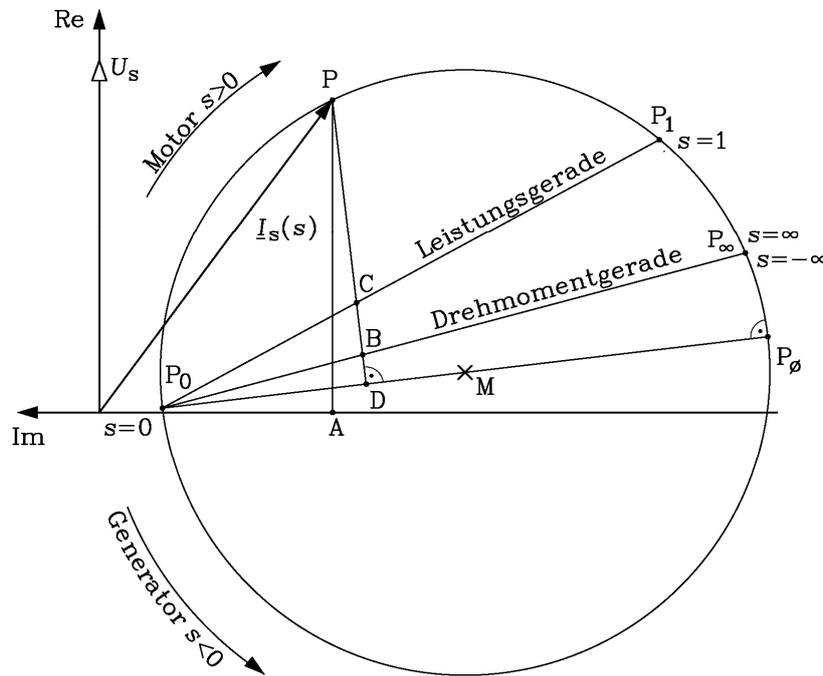


Bild 5.4-3: Kreisdiagramm der Asynchronmaschine bei  $R_s > 0$  (*OSSANNA*-Kreis)

$$P_\delta = m_s U_s \overline{PB} \Rightarrow M_e = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} \tag{5.4-11}$$

$$P_m = m_s U_s \overline{PC} \tag{5.4-12}$$

$$P_{Cu,r} = m_s U_s \overline{BC} = P_\delta - P_m \tag{5.4-13}$$

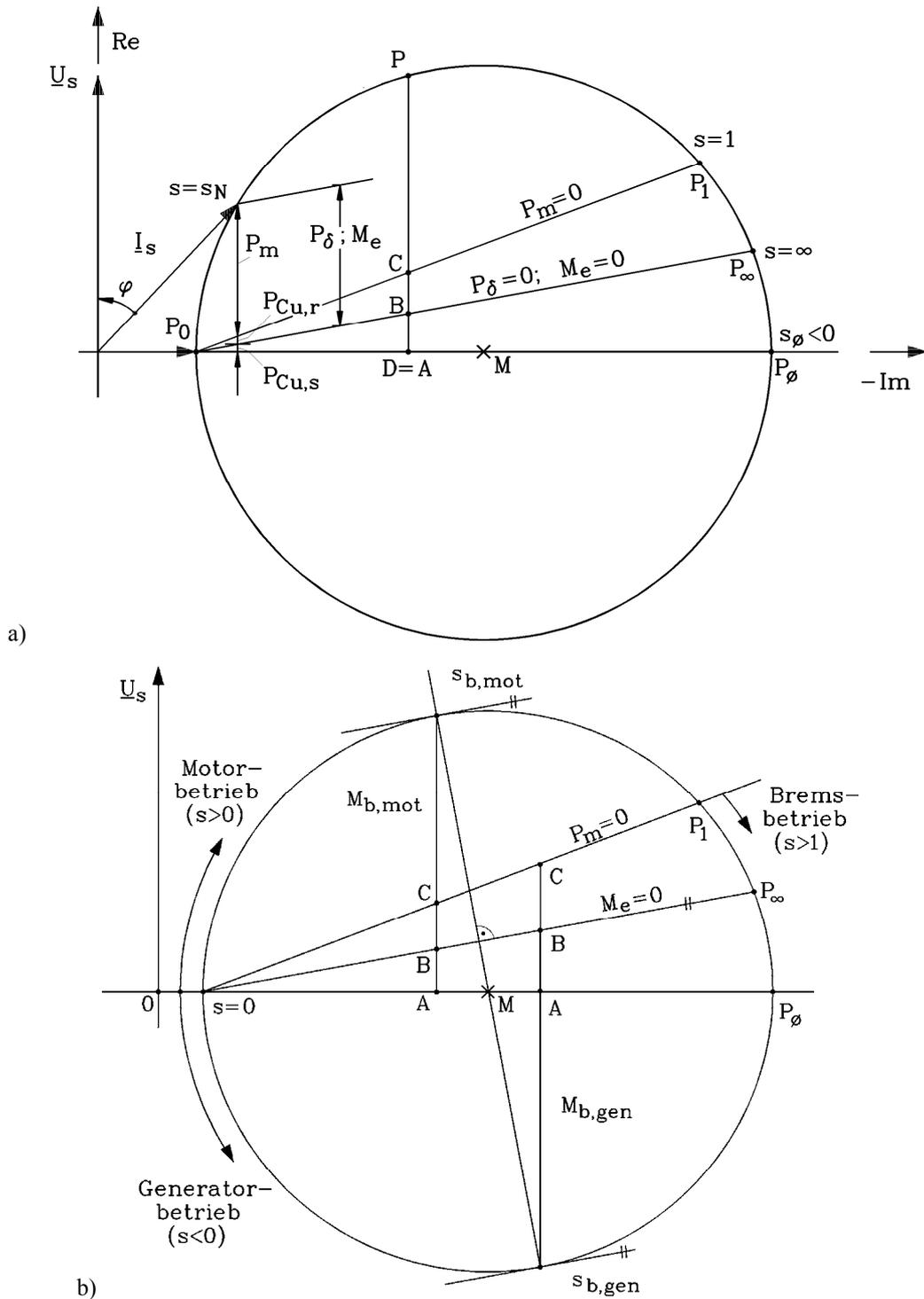
Die Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung sind nicht direkt als Streckenabschnitt sichtbar, sondern ergeben sich aus der Differenz der Strecken  $\overline{PA}$  und  $\overline{PB}$  gemäß

$$P_{Cu,s} = P_e - P_\delta \tag{5.4-14}$$

Die Herleitung der genauen Lage des *OSSANNA*-Kreises und die hier festgehaltenen Eigenschaften findet man im Skript zur Laborübung „Schleifringläufer-Asynchronmaschine“ des Instituts für elektrische Energiewandlung.

*d) Der vereinfachte OSSANNA-Kreis:  $R_s > 0$ , aber Mittelpunkt  $M$  auf der  $-Im$ -Achse:*

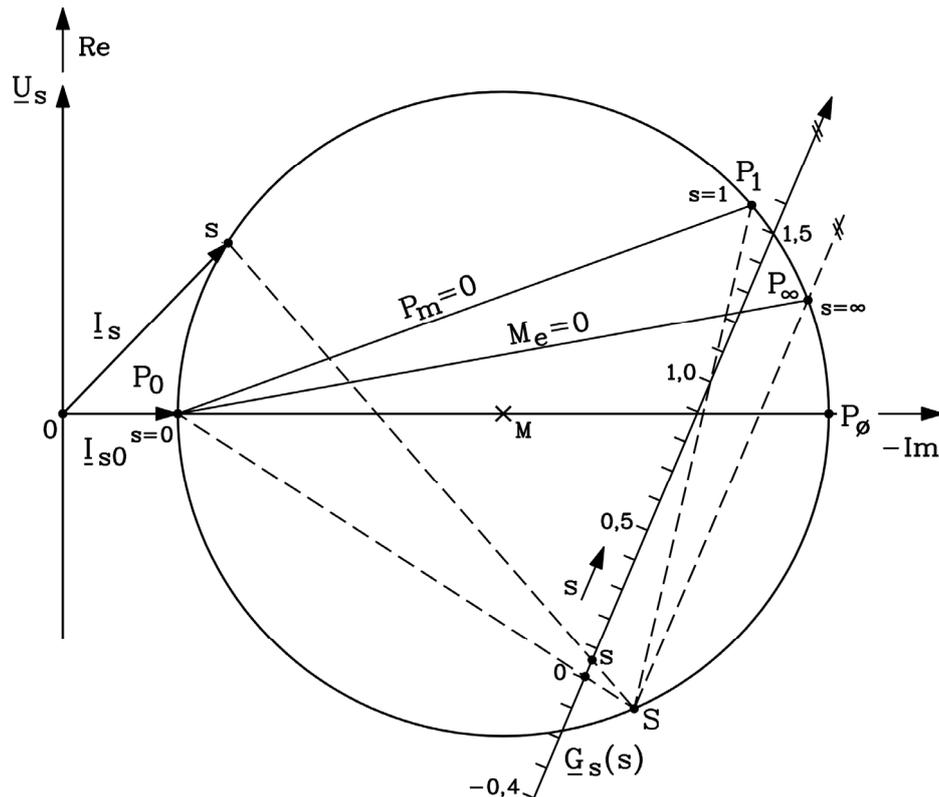
Außer bei Maschinen kleiner Leistung (typisch  $< 1$  kW) ist der Einfluss des *OHM*'schen Ständerwiderstands in der Regel so klein, dass der Mittelpunkt  $M$  des *OSSANNA*-Kreisdiagramms stets nahezu auf der  $-Im$ -Achse liegt. Daher wird oft das Kreisdiagramm mit dem Mittelpunkt  $M$  auf der  $-Im$ -Achse gezeichnet, ohne jedoch die Drehmomentgerade ebenfalls in die  $-Im$ -Achse zu drehen. Wir erhalten so den **vereinfachten OSSANNA-Kreis** (Bild 5.4-4), aus dem – ebenso wie beim exakten Kreisdiagramm – das Betriebsverhalten der Maschine abgelesen wird.



**Bild 5.4-4:** Vereinfachter OSSANNA-Kreis: Der Mittelpunkt  $M$  des Kreises wird näherungsweise auf die negative  $Im$ -Achse gelegt wie beim HEYLAND-Kreis, sonst aber wird  $R_s > 0$  beibehalten. Daher wird zwischen den Punkten  $P_\phi$  und  $P_\infty$  unterschieden. a) Leistungsaufteilung, b) Motorisches und generatorisches Kippmoment

e) *Bezifferung des Kreises nach Schlupfwerten – die Schlupfgerade*

Das Kreisdiagramm ist als Inversion einer komplexen Geraden  $\underline{G}(s)$ , die linear im Schlupf  $s$  beziffert ist, abgeleitet worden. Daher kann man die Bezifferung der Betriebspunkte  $P$  auf dem Kreis mit den zugehörigen Schlupfwerten in gleicher Weise ermitteln. Dabei muss nicht unbedingt die Gerade  $\underline{G}(s)$  verwendet werden, sondern jede beliebige linear in  $s$  bezifferte Gerade  $\underline{G}_i(s)$  ("**Schlupfgerade**"), deren Inversionszentrum  $S$  auf dem Kreis liegt. Dann wird auch sie durch Inversion auf den Kreis abgebildet.



**Bild 5.4-5:** Bezifferung des Kreisdiagramms nach Schlupfwerten  $s$  über die Schlupfgerade  $\underline{G}_s(s)$ : Diese wird aus drei bekannten Betriebspunkten (hier:  $P_0$ ,  $P_1$  und  $P_\infty$ ) und einem willkürlich auf dem Kreis gewählten Inversionszentrum  $S$  konstruiert und linear in  $s$  beziffert (hier:  $-0,4 \leq s \leq 1,5$ ). Schnittpunkte der Verbindungsstrahlen von  $S$  und den  $s$ -Werten der Schlupfgeraden mit dem Kreisdiagramm liefern die zugehörigen Orte der Spitze des Ständerstromzeigers zum jeweiligen Schlupf  $s$ .

Zumeist ist es so, dass durch Messung der Ständerstrom in **drei Betriebspunkten** nach Betrag und Phasenlage zur Spannung bekannt ist, z.B. der Leerlaufpunkt  $P_0$ , der Nennpunkt  $P_N$  und der Kurzschlusspunkt  $P_1$ . Im Bild 5.4-5 sind es  $P_0$ ,  $P_1$  und  $P_\infty$ . Das willkürlich auf dem Kreis gewählte Inversionszentrum  $S$  wird mit den Punkten  $P_0$ ,  $P_1$  und  $P_\infty$  (strichlinierte Geraden in Bild 5.4-5) verbunden. Da auf der Geraden  $\underline{G}_s(s)$  der zum Punkt  $P_\infty$  gehörige Bildpunkt im Unendlichen liegt ( $s = \pm\infty$ ), muss  $\underline{G}_s(s)$  entsprechend **EUKLID's** Parallelenpostulat parallel zur Strecke  $\overline{SP_\infty}$  liegen. Ihr Schnittpunkt mit der verlängerten Strecke  $\overline{SP_\infty}$  liegt im Unendlichen. Die Schnittpunkte der Strecken  $\overline{SP_0}$  und  $\overline{SP_1}$  mit der Schlupfgeraden  $\underline{G}_s(s)$  ergeben die Punkte  $s = 0$  und  $s = 1$  auf der Schlupfgeraden. Nun kann auf der Schlupfgeraden durch lineare Unterteilung ein linearer  $s$ -Maßstab z.B. von  $-0,4$  bis  $1,5$  eingetragen werden. Durch Verlängerung der Verbindungslinien von  $S$  zu diesen einzelnen  $s$ -Werten der Schlupfgeraden werden Schnittpunkte am Kreis erhalten. Sie sind die zugehörigen Ständerstrom-Betriebspunkte für den jeweiligen Schlupfwert  $s$  der Schlupfgeraden.

## 5.5 Anfahren eines Schleifringläufermotors mit Anfahrwiderständen

### a) Erhöhung des Anfahrmoments:

Ein besonderes Problem stellt der Anlauf der Asynchronmaschine dar. Bild 5.2-4 zeigt, dass der Anfahrstrom ( $s = 1$ ) etwa das 5-fache des Nennstroms beträgt, das Anfahrmoment, das zum Beschleunigen des Antriebs benötigt wird, aber nur etwa 90% des Nennmoments.

Ursache ist der hohe Blindstromanteil des Stroms bei hohen Schlupfwerten, also wenn  $s$  deutlich höher als der Kippschlupf ist. Besonders für Motoren, die gegen

- hohe "**Losbrechmomente**" der gekoppelten Arbeitsmaschine anfahren müssen oder
- die hohe Trägheitsmomente beschleunigen müssen ("**Schweranlauf**", z.B. Zentrifugen),

ist eine **Erhöhung des Anfahrmoments** erforderlich.

b) *Absenkung des Anfahrstroms:*

Der hohe Anfahrstrom belastet das Netz und kann zu kurzzeitigen "**Spannungseinbrüchen**" führen, da die Klemmenspannung auf Grund des hohen Spannungsfalls des Anfahrstroms an den Zuleitungsimpedanzen absinkt. Weiter überlastet er thermisch den Motor (ein z. B. 5-facher Strom ergibt 25-fache Stromwärmeverluste!).

c) *Anfahrwiderstände:*

Mit der Hilfe von externen **Anfahrwiderständen ("Anlasser")**, die über die drei Schleifringe des Läufers (Bild 5.5-1 und 5.5-3) in die drei Läuferstränge eingeschaltet werden, kann das Anfahrmoment bis zum Maximalwert (Kippmoment) angehoben werden, und gleichzeitig die Stromaufnahme auf den Kippstrom abgesenkt werden.

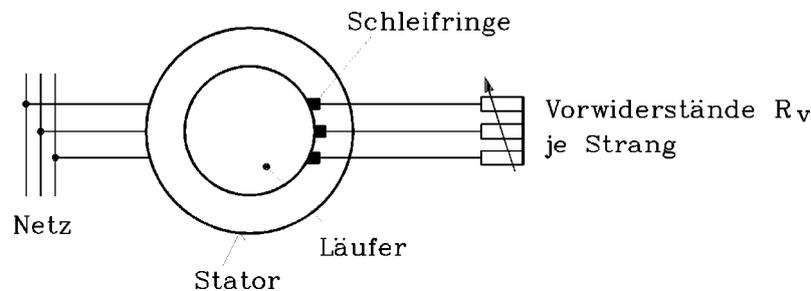


Bild 5.5-1: Einschalten von externen Vorwiderständen über Schleifringe im Läuferkreis der Asynchronmaschine

*Beispiel 5.5-1:*

Motor mit  $M(s)$ -Kennlinie gemäß Bild 5.2-4: Die Stromaufnahme im Kipp-Punkt beträgt nur ca.  $3.5I_N$  beträgt, im Anfahrpunkt aber ca.  $5I_N$ .

Das T-Ersatzschaltbild zeigt, dass eine Veränderung des Läuferwiderstands  $R_r$  durch zusätzliche externe Vorwiderstände das Kreisdiagramm nicht verändert, wenn der Quotient aus Widerstand/Schlupf sich nicht ändert.

$$R_r' / s = \text{konst.} \quad (5.5-1)$$

Wird nun je Läuferstrang der Anlasswiderstand (Vorwiderstand)  $R_v$  eingeschaltet, so gilt für eine unveränderte Stromaufnahme:

$$\frac{R_r + R_v}{s} = \frac{R_r}{s^*} = \text{konst.} \quad (5.5-2)$$

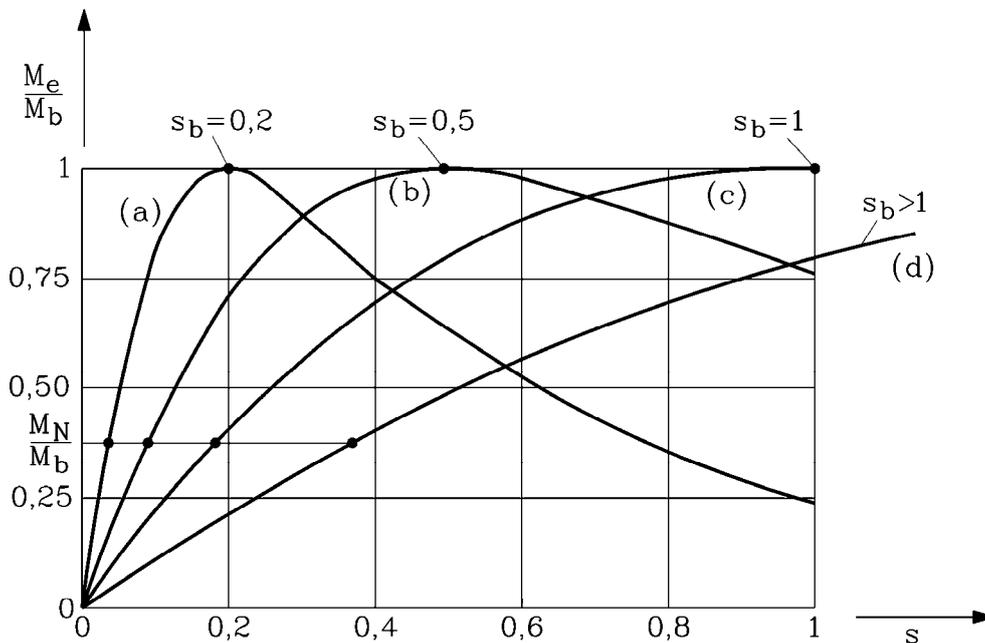
**Fazit:**

Mit Läufer-Vorwiderstand  $R_v$  verhält sich der Motor beim Schlupf  $s$  so, wie er sich ohne Vorwiderstand beim Schlupf  $s^*$  verhalten würde.

Soll also beim Anfahren ( $s = 1$ ) das motorische Kippmoment auftreten, so muss  $R_v$  so groß sein, dass gemäß (5.5-2) der Schlupfwert  $s^*$  dem Kippschlupf  $s_b$  entspricht.

$$\frac{R_r + R_v}{1} = \frac{R_r}{s_b} \Rightarrow R_v = R_r \left( \frac{1}{s_b} - 1 \right) \tag{5.5-3}$$

Graphisch entspricht (5.5-3) einer "Scherung" (lineare Streckung) der  $M(n)$ - bzw. der  $M(s)$ -Kurve (Bild 5.5-2). Das zu einem gewählten Wert  $s^*$  auftretende Drehmoment  $M_e$  tritt bei einem neuen, gemäß (5.5-3) bestimmten Wert  $s$  auf. Für die Ständerstromortskurve bedeutet (5.5-2), dass diese weiterhin eine Kreisform hat, dass jedoch die Schlupfbezifferung sich ändert. Da  $(R_r + R_v) \cdot s^* = R_r \cdot s = konst.$  für  $s = 0$  und  $s \rightarrow \infty$  erfüllt ist, unabhängig von  $R_v$ , ändern sich die Punkte  $P_0$  und  $P_\infty$  des Kreisdiagramms auch bei Einschalten von Läuferwiderständen nicht, aber die anderen Punkte des Kreises erhalten neue Schlupfwerte, nämlich statt  $s^*$  die Werte  $s = s^* \cdot (R_r + R_v) / R_r > s^*$ .



**Bild 5.5-2:** Drehmomentverlauf eines Schleifringläufer-Asynchronmotors ( $M_b/M_N = 2.65$ ) mit zusätzlichen Läuferwiderständen. Ohne Vorwiderstände (a) tritt das Kippmoment bei Schlupf 0.2 auf, das Anfahrmoment beträgt nur  $0.24M_b$ . Mit einem Vorwiderstand/Strang  $R_v = 4R_r$  ist das "Anfahrmoment = Kippmoment" (c).

Beispiel 5.5-2:

Schleifringläufer-Asynchronmotor (z. B. Bild 5.5-3a) mit  $M_b/M_N = 2.65$  beim Kippschlupf 0.2 gemäß Bild 5.5-2:

- Ohne Vorwiderstände beträgt das Anfahrmoment nur  $0.65M_N$  bzw.  $0.24M_b$  (Kurve a).
- Bei  $R_v/R_r = 4$  ist Anfahren mit Kippmoment möglich (Kurve c). Verifizieren Sie dies bitte rechnerisch und graphisch anhand der vereinfachten  $M(s)$ -Kurve für  $R_s = 0$  (KLOSS'sche Formel).
- Können Sie abschätzen, wie hoch die Verhältnisse  $R_v/R_r$  für die restlichen beiden  $M(s)$ -Kurven (b) und (d) sind? (Lösung:  $R_v/R_r = 1.5$  (b) bzw. 8 (d)).

Mit fortgesetztem Hochlauf, also abnehmendem Schlupf, nimmt das Moment ab. Man muss daher  $R_v$  möglichst kontinuierlich verkleinern (z.B. über Wasserwiderstände, gebildet aus je zwei zueinander bewegliche Cu-Elektroden in salzhaltigem (leitfähigen) Wasser), wenn das elektromagnetische Drehmoment weiterhin die Größe des Kippmoments haben soll (z.B. ist in Bild 5.5-2 bei  $s = 0.5$  nur mehr  $R_v/R_r = 1.5$  erforderlich). Das verbesserte Anlaufverhalten wird durch zusätzliche Stromwärmeverluste in den Anlasswiderständen erkauft, die aber **außerhalb** der Maschine auftreten, so dass diese vor Überhitzung geschützt ist.

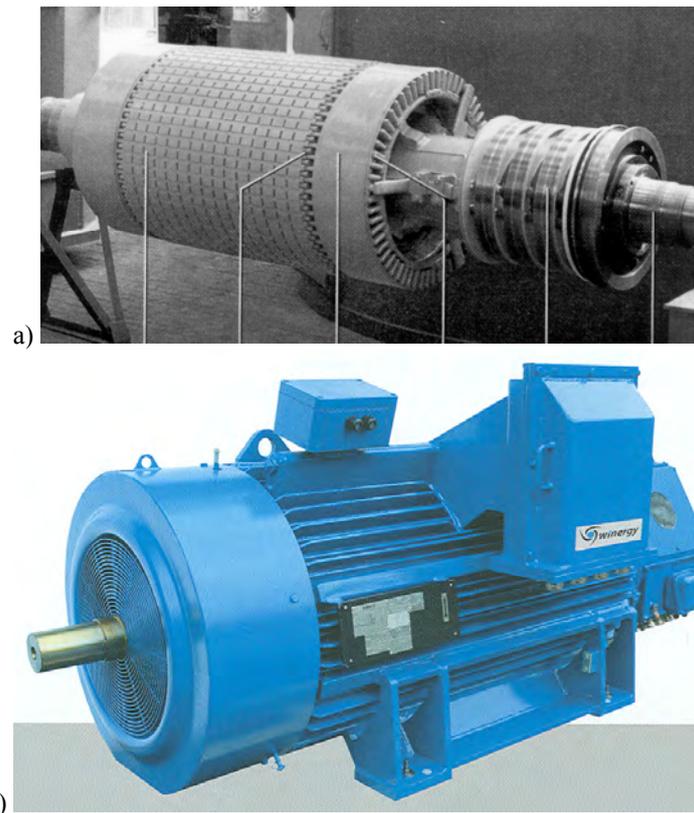


Bild 5.5-3: a) Schleifringläufer: links Läuferwicklung im Blechpaket, rechts: Drei Stahl-Schleifringe und das Kugellager, b) Schleifringläufermaschine 600 kW at 1155/min, als doppeltgespeister Asynchrongenerator für Windturbinen, bei dem ein Getriebe 1:60 zwischen dem langsam drehenden Windrotor und dem schnell drehenden Generator angeordnet ist. Geschlossene Bauweise der luftgekühlten E-Maschine im Grauguss-Gehäuse mit Kühlrippen und Wellenlüfter unter der Lüfterhaube rechts (Quelle: a) Siemens AG, b) Winergy)

## 5.6 Drehzahlvariabler Betrieb von Schleifringläufer-Asynchronmaschinen

Die externen Läuferwiderstände gestatten bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine eine Drehzahlstellung. Ist beispielsweise das Last-Drehmoment an der Welle des Schleifringläufer-Motors unabhängig von der Drehzahl  $M_s = \text{konst.}$ , so liefern die Schnittpunkte für  $M_s = M_N = \text{konst.}$  mit den Momentenkurven (a) – (d) in Bild 5.5-2 die Schlupfwerte zwischen 4% und 37%, also Drehzahlen  $n/n_{syn} = 1 - s = 63\% \dots 96\%$ . Damit wird eine über die Läuferwiderstände einstellbare drehzahlvariable Betriebsweise möglich.

### Nachteile:

- Bei Entlastung ( $M_s = 0$ ) läuft der Motor immer auf die Synchrodrehzahl hoch.
- Auf Grund der Stromwärmeverluste in den externen Läuferwiderständen ergibt sich ein schlechter Wirkungsgrad vor allem bei niedrigen Drehzahlen (hohen Schlüpfen!).

### **Fazit:**

*Durch Veränderung der Läuferwiderstände ist drehzahlveränderbarer Betrieb der Schleifringläufer-Asynchronmaschine möglich, aber um den Preis zusätzlicher Stromwärmeverluste in den Läuferwiderständen.*

**Anhang A5.1:****Die Ortskurve des Ständerstroms in Abhängigkeit des Schlupfs ist ein Kreis**

Der Betrag und die Phasenlage des Zeitzeigers des Ständerstroms  $\underline{I}_s(s)$  ändern sich bei variabler Belastung (variablem Schlupf) gemäß (5.2-9a), so dass die Spitze des Zeigers einen Kreis beschreibt (*OSSANNA*-Kreis). Um die Kreisform zu beweisen, setzen wir in (5.2-9a) nur der Schlupf  $s$  veränderlich. Die restlichen Größen sind konstante, komplexe Zahlen  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$ :  $\underline{A} = j\underline{U}_s X'_r$ ,  $\underline{B} = \underline{U}_s R'_r$ ,  $\underline{C} = (-\sigma \cdot X_s + jR_s) \cdot X'_r$ ,  $\underline{D} = (R_s + jX_s) \cdot R'_r$ .

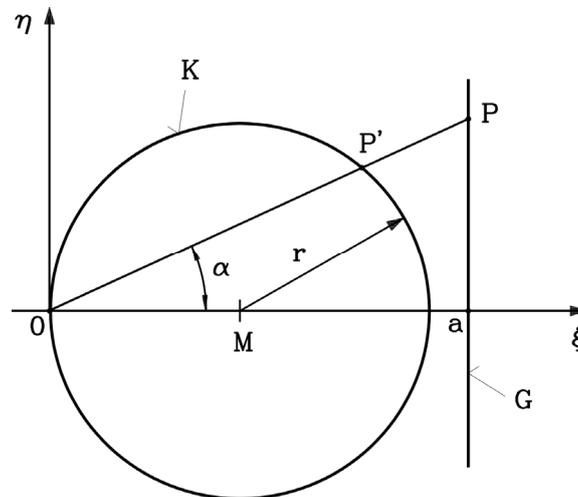
$$\underline{I}_s(s) = \frac{\underline{A} \cdot s + \underline{B}}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \frac{1}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} (\underline{A} \cdot s + \underline{B}) = \underline{K}(s) \cdot (\underline{A} \cdot s + \underline{B}) \quad (\text{A5.1-1})$$

$$\underline{K}(s) = \frac{1}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \frac{1}{\underline{G}(s)} \quad (\text{A5.1-2})$$

$$\underline{G}(s) = \underline{C} \cdot s + \underline{D} \quad (\text{A5.1-3})$$

Die Spitze der komplexen Zeiger  $\underline{G}(s)$  beschreibt in der komplexen Ebene eine **Gerade**, da zum konstanten Zeiger  $\underline{D}$  ein mit  $s$  linear wachsender Zeiger  $s\underline{C}$  geometrisch addiert wird. Gemäß (A5.1-2) entsteht  $\underline{K}(s)$  durch **Inversion** von  $\underline{G}(s)$ :

$$\underline{K}(s) = \frac{1}{\underline{G}(s)} = \frac{1}{R(s)e^{j\varphi(s)}} = \frac{1}{R(s)} e^{-j\varphi(s)} = R'(s)e^{j\varphi'(s)} \quad (\text{A5.1-4})$$



**Bild A5.1-1:** Die Inversion einer Geraden  $G$  ergibt einen Kreis  $K$ . Inversionszentrum ist der Ursprung  $0$ .

In Bild A5.1-1 ist die Gerade  $G$  dargestellt. Ein rechtwinkliges Koordinatensystem  $\xi$ ,  $\eta$  ist so gelegt, dass die  $\xi$ -Achse in Richtung der Abstandsnormalen vom Ursprung  $0$  zur Geraden weist. Der Normalenabstand beträgt  $a$ . Die Strecke  $\overline{OP}$  entspricht  $R(s)$ , die Strecke  $\overline{OP'}$  entspricht  $R'(s)$ . Die Koordinaten  $\xi$ ,  $\eta$  der Kurve  $K$  sollen ermittelt werden. Aus Bild A5.1-1 folgt:

$$\overline{OP} = \frac{a}{\cos \alpha} \quad (\text{A5.1-5})$$

Gemäß (A5.1-4) soll gelten:

$$R'(s) = \overline{OP'} = \frac{1}{\overline{OP}} = \frac{1}{R(s)} \quad . \quad (\text{A5.1-6})$$

Für die Koordinaten  $\xi_1, \eta_1$  des Punktes  $P'$  folgt daraus:

$$\xi_1 = \overline{OP'} \cos \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{a} = \frac{\cos(2\alpha) + 1}{2a} \quad \text{bzw.} \quad \cos(2\alpha) = 2a\xi_1 - 1 \quad (\text{A5.1-7})$$

$$\eta_1 = \overline{OP'} \sin \alpha = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{\sin(2\alpha)}{2a} \quad \text{bzw.} \quad \sin(2\alpha) = 2a\eta_1 \quad (\text{A5.1-8})$$

Mit  $\sin^2(2\alpha) + \cos^2(2\alpha) = 1$  folgt daraus für alle Punkte  $P'$  auf der Kurve  $K$  eine **Kreisgleichung**:

$$\left(\xi_1 - \frac{1}{2a}\right)^2 + \eta_1^2 = \left(\frac{1}{2a}\right)^2 \quad (\text{A5.1-9})$$

**Fazit:**

*Damit ist gezeigt, dass die Inversion der Geraden  $G$  einen Kreis  $K$  ergibt, dessen Mittelpunkt  $M$  auf der  $\xi$ -Achse bei  $1/(2a)$  liegt.*

Der Kreis  $K$  geht durch den Ursprung 0 und hat daher den Radius  $1/(2a)$ . In der komplexen Ebene kommt noch die Spiegelung  $\varphi' = -\varphi$  an der Re-Achse hinzu, die aber an der Kurvenform nichts ändert, sondern nur an der Lage. Eine einfache Umformung ändert (A5.1-1) in (A5.1-10):

$$\underline{I}_s(s) = \frac{\underline{A} \cdot s + \underline{B}}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \underline{F} + \frac{\underline{E}}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \underline{F} + \underline{E} \cdot \underline{K}(s) \quad . \quad (\text{A5.1-10})$$

Eine Multiplikation von  $\underline{K}(s)$  mit der konstanten Zahl  $\underline{E} = E \cdot e^{j\varphi_E}$  dreht nur den Kreis um  $\varphi_E$  im mathematisch positiven Drehsinn und streckt ihn im Verhältnis  $E$ , ändert aber an der Kreisform nichts. Er geht weiterhin durch den Ursprung 0. Durch Addition mit der konstanten komplexen Zahl  $\underline{F}$  wird dieser Kreis um  $\underline{F}$  aus dem Ursprung verschoben. Das ist ein Kreis in allgemeiner Lage gemäß.

**Fazit:**

*Damit ist gezeigt, dass die Ortskurve des Ständerstrom-Zeitzeigers ein Kreis ist, das sogenannte **OSSANNA-Kreisdiagramm**.*

**Anhang A5.2:**

**Der Abschnitt  $\overline{PC}$  oberhalb der Leistungsgerade ist zur mechanischen Leistung proportional**

Ausgangspunkt ist die Statorstromgleichung für  $R_s = 0$  (5.2-29a):  $\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s}{jX_s} \cdot \frac{R'_r + js \cdot X'_r}{R'_r + js \cdot \sigma X'_r}$ .

Nach Abzug des Leerlaufstroms  $\underline{I}_{s0} = \frac{U_s}{jX_s}$  erhalten wir den lastabhängigen Anteil des

Statorstroms (Bild A5.2-1)  $\tilde{\underline{I}}_s = \underline{I}_s - \underline{I}_{s0} = \frac{U_s}{X_s} \cdot \frac{X'_r \cdot (1 - \sigma) \cdot s}{R'_r + js\sigma X'_r}$  und zerlegen diesen in seinen

Wirk- und Blindanteil bezüglich  $\underline{U}_s$  gemäß  $\tilde{\underline{I}}_s = \tilde{I}_{sw} - j\tilde{I}_{sb}$  mit der folgenden Umformung

$$\tilde{\underline{I}}_s = \frac{U_s}{X_s} \cdot \frac{X'_r \cdot (1 - \sigma) \cdot s}{R'_r{}^2 + (s\sigma X'_r)^2} \cdot (R'_r - js\sigma X'_r).$$

Der Wirkanteil  $\tilde{I}_{sw}$  ist auch gleichzeitig der Wirkanteil des Statorstroms (Bild A5.2-1)

$\tilde{I}_{sw} = I_{sw}$ . Sein Wert, bezogen auf den Blindanteil von  $\tilde{\underline{I}}_s$ , ist  $\frac{I_{sw}}{\tilde{I}_{sb}} = \frac{\tilde{I}_{sw}}{\tilde{I}_{sb}} = \frac{R'_r}{s\sigma X'_r}$ . Beim

Schlupf  $s = 1$  ist dieses Verhältnis  $\left. \frac{\tilde{I}_{sw}}{\tilde{I}_{sb}} \right|_{s=1} = \frac{R'_r}{\sigma X'_r} = \frac{a}{b}$ .

Mit dem Strahlensatz folgt gemäß Bild A5.2-1:  $\overline{CB} = \frac{a}{b} \cdot \tilde{I}_{sb}$ , und daraus

$$\frac{m_s U_s \overline{CB}}{P_\delta} = \frac{m_s U_s \overline{CB}}{m_s U_s I_{sw}} = \frac{\overline{CB}}{I_{sw}} = \frac{\overline{CB}}{\tilde{I}_{sw}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\tilde{I}_{sb}}{\tilde{I}_{sw}} = \frac{R'_r}{\sigma X'_r} \cdot \frac{s\sigma X'_r}{R'_r} = s.$$

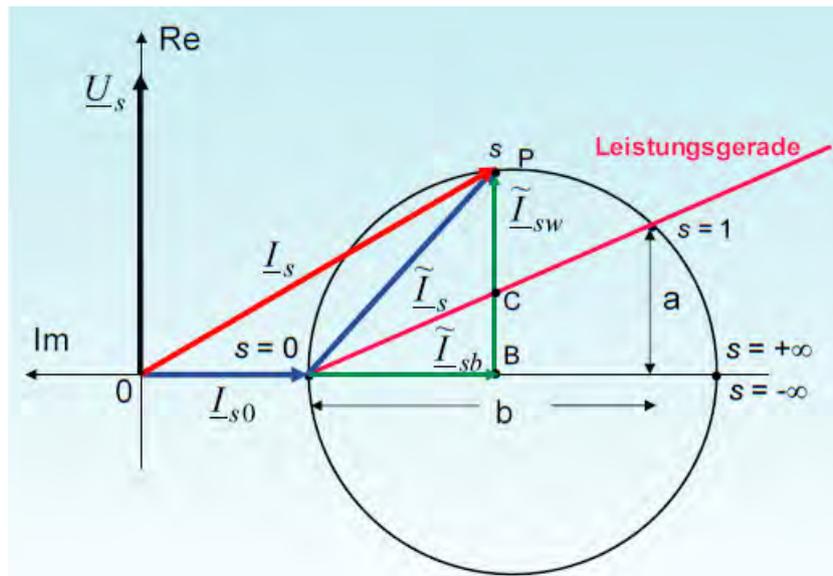


Bild A5.2-1: Bezeichnungen der Ströme zur Herleitung der Leistungsgeraden

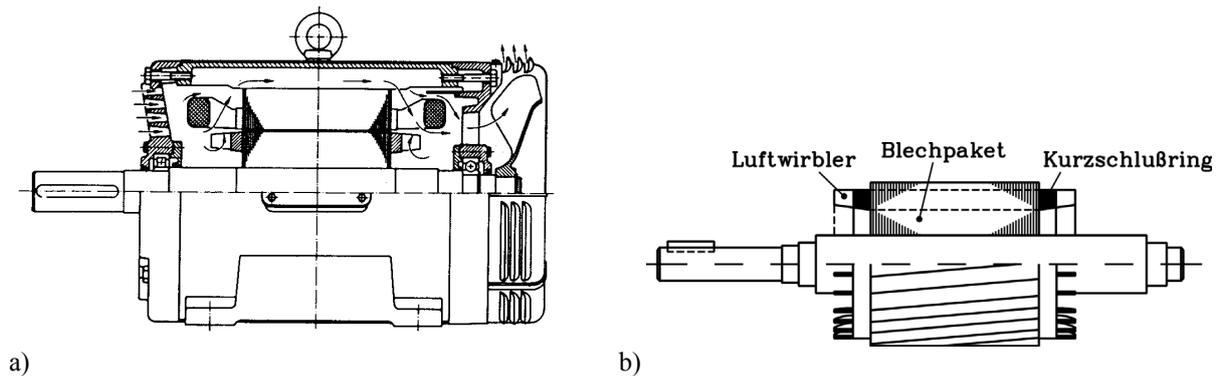
Die Wirkleistung  $m_s U_s \overline{CB}$  ist somit identisch mit den Läufer-Stromwärmeverlusten  $m_s U_s \overline{CB} = s \cdot P_\delta = P_{Cu,r}$ .

**Fazit:**

Damit ist gezeigt, dass die Strecke  $\overline{CB}$  proportional zu den Läufer-Stromwärmeverlusten ist. Da  $\overline{PB}$  proportional zu  $P_\delta$  ist, muss folglich  $\overline{PC}$  proportional zu  $P_m$  sein, was den Ausdruck **Leistungsgerade** für die Gerade durch die Punkte  $P(s = 0)$  und  $P(s = 1)$  begründet!

## 6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine

Den Vorteilen der Schleifringläufer-Asynchronmaschine stehen einige Nachteile gegenüber. Der bewickelte Läufer ist kostspielig zu fertigen und nicht sonderlich robust bei höheren Drehzahlen. Die Graphit-Schleifkontakte sind wartungsbedürftig, das Anfahrtdrehmoment ist ohne Anlasswiderstände ziemlich klein. *Michael von DOLIVO-DOBROWOLSKY*, der an der *TH Darmstadt* studiert hatte, entwickelte kurz vor Beginn des 20. Jahrhunderts die von *Prof. FERRARIS, Turin*, erfundene robuste **Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine** (Bild 6-1a) zu einem technischen Produkt. In den Läuferfalten liegen massive, blanke Kupferstäbe, die an den Stirnseiten durch je einen hartgelöteten Kupferring kurzgeschlossen sind. Auch Aluminium-Druckguss- oder Aluminium-Schleuderguss-Käfigläufer sind vor allem bei kleineren Leistungen weit verbreitet (Bild 6-1b). Zwei benachbarte Stäbe bilden mit den zugehörigen Ringabschnitten eine Läufermasche, in die das Ständerdrehfeld eine Spannung induziert, sobald ein Schlupf zwischen Läuferdrehzahl und der Winkelgeschwindigkeit des Ständerdrehfelds auftritt. Der daraufhin in den Läuferstäben fließende Läuferstabstrom bildet mit dem Luftspaltfeld des Ständers wie bei der Schleifringläufer-Maschine das elektromagnetische Drehmoment. Damit ist das Betriebsverhalten prinzipiell dasselbe wie bei der Schleifringläufer-Maschine, so dass Ersatzschaltbild, Zeigerdiagramm, Leistungsfluss-Schema und Kreisdiagramm prinzipiell ihre Gültigkeit behalten. Trotzdem sind einige qualitative und quantitative Unterschiede bemerkenswert, die nun erörtert werden.



**Bild 6-1:** a) Käfigläufer-Asynchronmaschine (hier mit Luft-Innenkühlung), b) Typischer Aluminium-Druckguss-Käfigläufer (Stäbe geschrägt zur Verringerung von Parasitäreffekten durch Oberfelder, angegossene "Lüfterflügel" an den Ringen) (Quelle: a) *H.-O. Seinsch, Teubner-Verlag*, b) *H. Kleinrath, Studententext*)

### 6.1 Ströme und Spannungen im Käfigläufer

a) *Induzierte Stabspannungen:*

Die **Grundwelle des Ständerdrehfelds** (Bild 6.1-1a) läuft mit der Amplitude  $\hat{B}_{\delta,s}$  und der Geschwindigkeit  $v_{syn}$  im Luftspalt, während sich der Käfig mit der zur Läuferdrehzahl  $n$  gehörenden Oberflächengeschwindigkeit  $v_m$  bewegt. Das Ständerdrehfeld  $B_{\delta,s}$  bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $sv_{syn} = v_{syn} - v_m$  relativ zu den Stäben. Deren Relativgeschwindigkeit zum Feld ist somit  $-v$ . Eine aus im Abstand  $\tau_p$  liegenden Stäben gebildete "Läufermasche" umfasst den Fluss mit der Amplitude

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s} \quad (6.1-1)$$

der sich mit der Rotorfrequenz  $f_r = s f$  zeitlich ändert. Er induziert die Maschenspannung mit der Amplitude

$$\hat{U}_{i,c} = 2\pi \cdot sf_s \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l \hat{B}_{\delta,s} = s \cdot 2 \cdot (2f_s \tau_p) \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta,s} = s \cdot 2 \cdot v_{syn} \cdot l \cdot \hat{B}_{\delta,s} \quad (6.1-2)$$

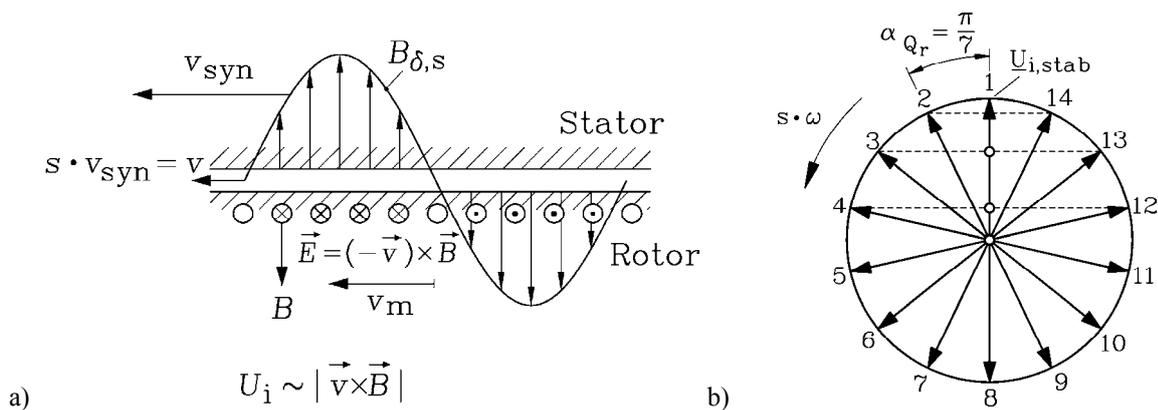
Je Stab tritt die halbe Spannung  $\hat{U}_{i,Stab} = \hat{U}_{i,c} / 2$  als **Stabspannung** auf, die auch über die Bewegungsinduktion hergeleitet werden kann:  $U_{i,Stab} = \int_l (-\vec{v} \times \vec{B}_{\delta,s}) \cdot d\vec{s} \rightarrow \hat{U}_{i,Stab} = v \hat{B}_{\delta,s} l$ .

$$\boxed{\hat{U}_{i,Stab} = s v_{syn} \hat{B}_{\delta,s} l} \quad (6.1-3)$$

Weil aber je zwei Stäbe im Abstand der Läufernutteilung  $\tau_{Qr}$  voneinander entfernt liegen, sind diese Sinusspannungen um den **Läufer-Nutenwinkel**

$$\alpha_{Qr} = 2\pi p / Q_r \quad (6.1-4)$$

zueinander phasenverschoben. Dieser Winkel entspricht jener Zeit, die die Feldwelle benötigt, um die Strecke  $\tau_{Qr}$  zurückzulegen. Zeichnet man die Spannungszeiger aller Stäbe in der komplexen Zahlenebene auf, so entsteht ein **Spannungs"stern"** (Bild 6.1-1b).



**Bild 6.1-1:** a) Die Ständer-Feldgrundwelle induziert in jeden Läuferstab eine zum Nachbarstab phasenverschobene elektrische Stabspannung (Stabgeschwindigkeit relativ zum Feld  $-\vec{v}$ ), b) Käfigläufer:  $Q_r/p = 14$  Stäben/Polpaar, symmetrischer Spannungsstern: Je zwei Spannungszeiger benachbarter Stäbe sind um den Läufernutenwinkel  $\pi/7$  zueinander phasenverschoben. Die Spannungen in Stab 1 und 15, 2 und 16 usw. sind phasengleich.

Es wird also im Betrieb in die Käfigwicklung ein symmetrisches Spannungssystem mit der Frequenz  $f_r$  induziert, so dass ein symmetrisches Drehstromsystem – nämlich in jedem Stab ein gegenüber dem Nachbarstab phasenversetzter Sinusstrom – fließt (Bild 6.1-2a). Jeder Stab ist somit ein **eigener Strang**. Die Strangzahl ist daher  $Q_r$ . Der Strangstrom ist folglich der **Stabstrom**. Jeder Stab stellt eine **halbe Windung** dar, somit ist die Windungszahl je Strang  $N_r = 1/2$ . Der Sehnungs- und Zonenfaktor dieser Sonderwicklung sind somit 1. Wird mit  $\mu$  die Ordnungszahl der Oberwellen der Feldverteilung dieser Käfigwicklung bezeichnet, so gilt für die **FOURIER-Reihe** der "Feldtreppe" (Bild 6.1-3) mit den eben genannten Entsprechungen

$$N \rightarrow 1/2, \quad m \rightarrow Q_r, \quad k_{wv} \rightarrow 1, \quad I \rightarrow I_{Stab}, \quad v \rightarrow \mu \quad (6.1-5)$$

analog zu Kapitel 3 (3.2-39):

$$V(x,t) = \sum_{\mu=1,\dots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{Q_r}{p} \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} I_{Stab} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p} - 2\pi f_r t\right) \tag{6.1-6}$$

mit den Ordnungszahlen

$$\mu = 1 + \frac{Q_r}{p} g_r \quad g_r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{6.1-7}$$

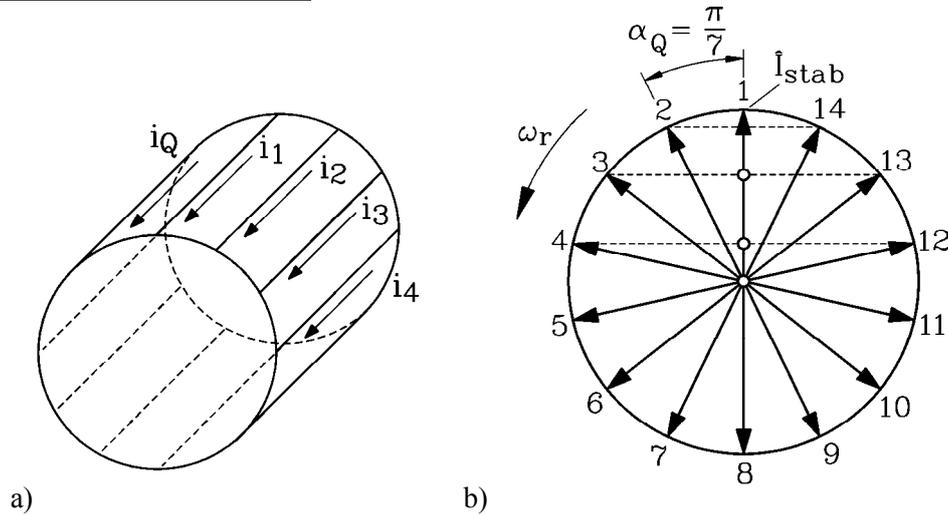


Bild 6.1-2: a) Käfigwicklung schematisch, b) Symmetrisches Stabstromsystem einer Käfigwicklung für  $Q_r/p = 14$

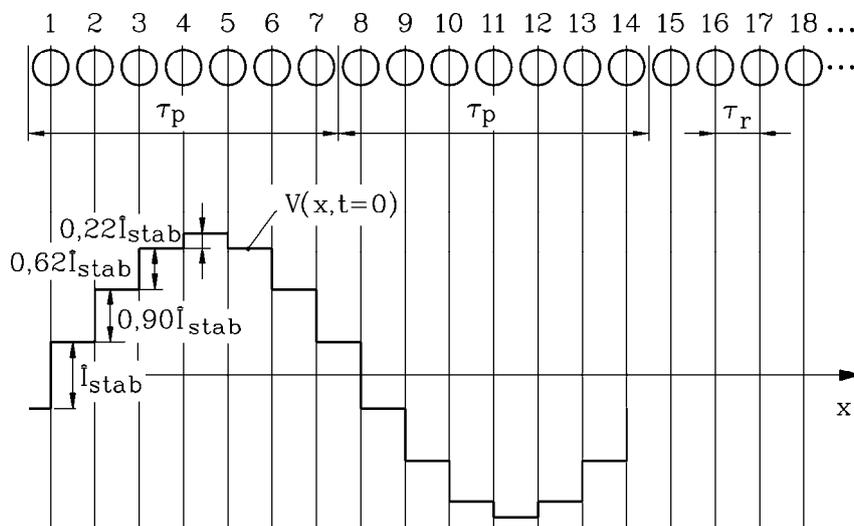


Bild 6.1-3: Verteilung der magnetischen Spannung am Maschinenumfang für eine Käfigwicklung mit  $Q_r/p = 14$  für den Zeitpunkt  $t = 0$

Beispiel 6.1-1:

Käfigwicklung mit  $Q_r = 28$  Stäben,  $2p = 4$  (Bilder 6.1-2b, 6.1-3):

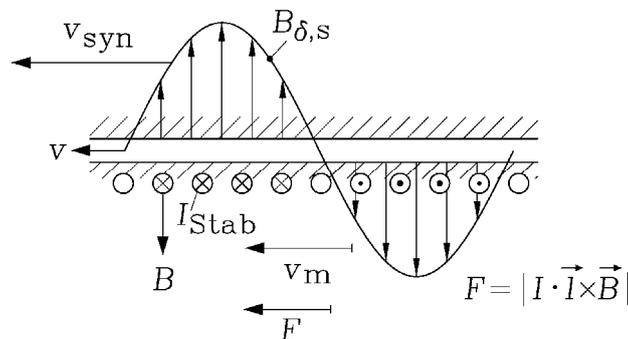
- Das Stabstromsystem wiederholt sich nach  $Q_r/p = 14$  Stäben, so dass 14 unterschiedliche Stabströme existieren, davon stets je zwei in Gegenphase.
- Die Phasenverschiebung zwischen den Stabströmen zweier benachbarter Stäbe ist der **Nutenwinkel**  $\alpha_Q = 2\pi p/Q_r = \pi/7$ , denn eine induzierende vierpolige Ständer-Feldwelle induziert in Stab 1 und Stab 8 gegenphasige Ströme (Phasenverschiebung  $\pi$ ). Folglich muss die Phasenverschiebung der Stabströme 2 bis 7 jeweils  $1/7$  von  $\pi$  sein.

In Bild 6.1-3 ist die zu den Augenblickswerten der Stabströme (Bild 6.1-2b, Projektion der Zeiger auf die vertikale Re-Achse) zugehörige Durchflutungsverteilung für den Zeitpunkt  $t = 0$  dargestellt. Der Stabstrom im Stab 1 ist in diesem Augenblick maximal. Der Stabstrom im Stab 2 ist um den Faktor  $\cos\alpha_Q = 0.9$  kleiner, der Strom im Stab 3 um den Faktor  $\cos(2\alpha_Q) = 0.62$  usw. Man erkennt die gute Annäherung der Feldtreppe an die Sinusform infolge der hohen Strangzahl. Gemäß (6.1-6), (6.1-7) sind alle Oberwellen Nutharmonische, da die Wicklungsfaktoren von Grund- und Oberwelle gleich groß, nämlich stets 1 sind.

Übung: Lassen Sie das Feld in Bild 6.1-3 „wandern“! Sie können das **Wandern des Feldes** dadurch erzeugen, dass Sie die Verteilung  $V(x,t)$  für einen anderen Zeitpunkt  $t^*$  zeichnen. Dann ist die Amplitude des Stabstroms 1 um den Faktor  $\cos(\omega_r t^*)$  kleiner, jene des Stabstroms 2 um den Faktor  $\cos(\omega_r t^* + \alpha_Q)$ , Stabstrom 3 um den Faktor  $\cos(\omega_r t^* + 2\alpha_Q)$  usw. (Wählen Sie z. B.  $\omega_r t^* = \pi/7!$ )

Im Folgenden wird nur die **Läufergrundwelle  $\mu = 1$**  als Luftspaltfeld weiter betrachtet. Diese Grundwelle dreht bezüglich des Läufers mit  $s n_{syn}$ , bezüglich des Ständers aber mit  $n + s n_{syn} = n_{syn}$  („Galilei-Transformation“), so dass sich wie bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine (Kap. 5) Läufer- und Ständer-Grundwellendrehfeld zum resultierenden Sinus-Luftspaltfeld überlagern, die unabhängig von der Läuferdrehzahl mit Synchrodrehzahl drehen. Die Selbstinduktionswirkung der **Oberwellen** fassen wir wie in Kap. 4 erläutert zur läuferseitigen Oberfelder-Streuinduktivität  $L_{r,\sigma 0}$  zusammen. Sie bildet gemeinsam mit der läuferseitigen Nut- und Stirnstreuinduktivität  $L_{r,\sigma Q+b}$  (wie bei der Schleifringläufermaschine Kap. 5) die läuferseitige Streuinduktivität je Strang (Stab)  $L_{r,\sigma} = L_{r,\sigma Q+b} + L_{r,\sigma 0}$ .

b) Stabströme, Stabkräfte und Drehmoment:



**Bild 6.1-4: Drehmomenterzeugung** beim Käfigläufer-Asynchronmotor: Stabstromfluss zufolge  $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$  (Bild 6.1-1a). Bei kleinem Schlupf  $s \ll 1$  ist die Sinusgrundwelle des Läuferstrombelags räumlich etwa in Phase mit der Ständer-Feldgrundwelle und bildet die eingezeichneten **LORENTZ-Kräfte** je Stab. Kraft und Drehmoment steigen bei  $s \ll 1$  mit  $s$ , da  $F_{Stab} \sim I_{Stab} \sim U_{i,Stab} \sim s$  ist (KLOSS'sche Formel, Kap. 5,  $s \ll 1$ ).

Bei kleinem Schlupf  $s \ll 1$  ist die Läuferfrequenz  $f_r = s f_s$  so klein, dass der Blindwiderstand der Stäbe deutlich kleiner ist als deren **OHM'scher** Widerstand. Daher fließen die Stabströme

$$\hat{I}_{Stab} = \frac{\hat{U}_{i,Stab}}{R_r + j \cdot s \omega_s L_r} = \frac{s \cdot v_{syn} \hat{B}_{\delta,s} \cdot l}{R_r + j \cdot s \omega_s L_r} \approx \frac{s \cdot v_{syn} \hat{B}_{\delta,s} \cdot l}{R_r} \tag{6.1-8}$$

nahezu in Phase mit der induzierten Spannung. Sie bilden mit der Ständerfeldwelle eine **LORENTZ-Kraft je Stab**  $F_{Stab}(\gamma_r) = I_{Stab}(\gamma_r) \cdot l \cdot B_{\delta,s}(\gamma_r)$  am Stabort (Läuferumfangs-

winkel  $\gamma_r$ ). Die räumliche Statorfeld-Grundwellenverteilung, aber auch die räumliche Stabstromverteilung (vgl. Bild 6.1-4) ist sinusförmig:  $B_{\delta,s}(\gamma_r) = \hat{B}_{\delta,s} \cdot \sin(\gamma_r)$ ,  $I_{Stab}(\gamma_r) = \hat{I}_{Stab} \cdot \sin(\gamma_r)$ . Die mittlere tangentielle Stabkraft ist folglich

$$F_{Stab,av} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{F}_{Stab} \cdot \sin^2(\gamma_r) \cdot d\gamma_r = \hat{F}_{Stab} / 2 \quad (6.1-9)$$

wobei

$$\hat{F}_{Stab} = \hat{I}_{Stab} l \hat{B}_{\delta,s} \quad (6.1-10)$$

die maximale Stabkraft ist. Alle Stabkräfte bilden mit dem Hebelarm  $d_r/2$  ein elektromagnetisches Drehmoment  $M_e$ .

$$M_e = Q_r \cdot F_{Stab,av} \cdot (d_r / 2), \quad M_e(s) \approx Q_r \cdot \frac{s \cdot v_{syn} \cdot (\hat{B}_{\delta,s} \cdot l)^2}{2R_r} \cdot \frac{d_r}{2} \sim s \quad (6.1-11)$$

**Fazit:**

Bei kleinen Schlüpfen ist das elektromagnetische Drehmoment wie bei der Schleifringläufer-Maschine proportional zum Schlupf:  $M_e(s) \sim s \quad |s| \ll 1$  (Vergleiche KLOSS'sche Formel in Kap. 5 für kleines  $s$ !).

c) Ringströme:

In den Ringabschnitten zwischen zwei Stäben fließt nicht der Stabstrom, sondern gemäß Bild 6.1-5a je Ringabschnitt ein Ringstrom, der z.B. zwischen den Stäben Nr. 2 (Stabstrom  $I_2$ ) und Nr. 3 (Stabstrom  $I_3$ ) die Amplitude  $I_{23}$  hat. Aus Symmetriegründen müssen die Zeiger der Ringabschnittströme – genauso wie die Zeitzeiger der Stabströme – einen symmetrischen Stern bilden (Bild 6.1-6). Gemäß der KIRCHHOFF'schen Knotenregel gilt z. B. für Stab Nr. 2 an der Verbindungsstelle des Stabs zu den beiden angrenzenden Ringabschnitten "12" und "23" (Bild 6.1-5b):

$$\underline{I}_{12} + \underline{I}_2 - \underline{I}_{23} = 0 \quad (6.1-12)$$

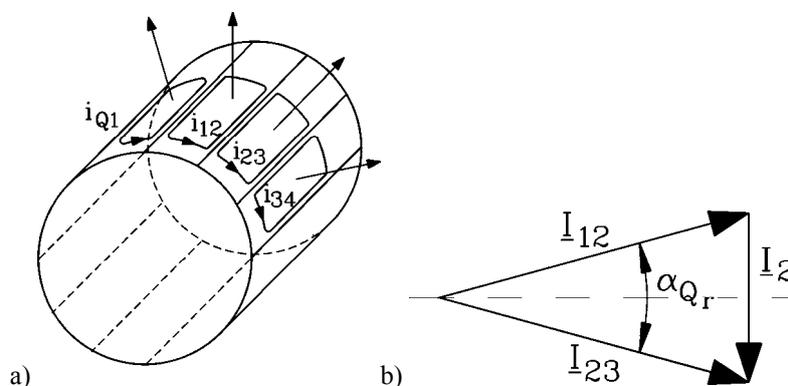


Bild 6.1-5: Stromverteilung im Kurzschlusskäfig: a) Ringabschnittströme, b) KIRCHHOFF'sche Knotenregel für zwei Ringabschnittströme  $I_{12}$  und  $I_{23}$  und den Stabstrom  $I_2$

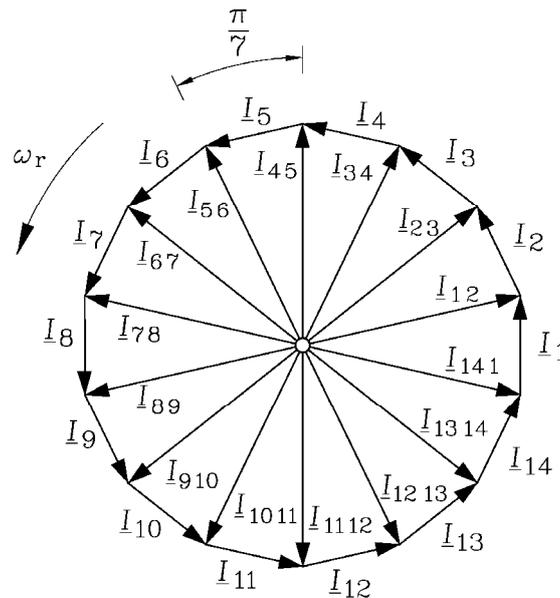


Bild 6.1-6: Zeigerdiagramm der Ringabschnitts- und Stabströme für einen Käfig mit 14 Stäben pro Polpaar (Gegenüber Bild 6.1-5b ist die Phasenfolge der Ströme umgekehrt und passt damit zu Bild 6.1-2b).

Aus Bild 6.1-5b folgt

$$I_2 = 2I_{12} \sin(\alpha_{Q_r} / 2) \Rightarrow I_{Stab} = 2I_{Ring} \sin(p\pi / Q_r) \quad (6.1-13)$$

Daher kann man den OHM'schen Widerstand des Ringabschnitts  $\Delta R_{Ring}$  einfach als **Serien-Ersatzwiderstand**  $\Delta R_{Ring}^*$  zum Stabwiderstand  $R_{Stab}$  addieren, indem man die gesamten Stromwärmeverluste im Käfig berechnet.

$$P_{Cu,r} = Q_r R_{Stab} I_{Stab}^2 + 2Q_r \Delta R_{Ring} I_{Ring}^2 = Q_r (R_{Stab} + \Delta R_{Ring}^*) I_{Stab}^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta R_{Ring}^* = \Delta R_{Ring} \frac{1}{2 \sin^2(\pi p / Q_r)}} , \quad R_{Stab,ers} = R_{Stab} + \Delta R_{Ring}^* \quad (6.1-14)$$

$$R_{Stab,ers} = R_r \quad I_{Stab} = I_r \quad (6.1-15)$$

**Fazit:**

Der OHM'sche Widerstand der beiden Kurzschlussringe wird über die Umrechnung (6.1-14) den Stabwiderständen zugerechnet, so dass der Stabersatzwiderstand  $R_{Stab,ers}$  als Rotorwiderstand je Strang  $R_r$  verwendet wird. Dadurch verschwinden die Ringabschnittströme bei der Modellbildung der Käfigläufermaschine und die verbleibenden Stabströme  $I_{Stab}$  werden als Rotorströme  $I_r$  je Strang für das Ersatzschaltbild betrachtet.

d) Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis der Käfigwicklung:

Da der Stabstrom von Stab zu Stab auf Grund der Phasenverschiebung unterschiedlich ist, wird jeder Stab als ein **eigener Wicklungsstrang** aufgefasst (6.1-5). Da jeder Stab eine halbe Windung darstellt, ist die Windungszahl  $N_r$  je Strang 1/2, die Strangzahl  $m_r$  ist  $Q_r$ . Der Wicklungsfaktor  $k_{wr}$  dieses einfachen Wicklungsstrangs ist wegen des Fehlens jeglicher Sehnung oder Spulengruppenanordnung stets  $k_{wr} = 1$ . Aus der Grundwelle der magnetischen

Spannung dieses "vielsträngigen" Käfigs (6.1-6) ergibt sich die Läufer-Feldgrundwellenamplitude für  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ :

$$\hat{V}_{\delta,r} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_r}{p} N_r k_{wr} I_{Stab} \Rightarrow \hat{B}_{\delta,r} = \mu_0 \frac{\hat{V}_{\delta,r}}{\delta} \quad (6.1-16)$$

Um das gleiche Feld mit der Ständerwicklung zu erregen, muss diese die gleiche magnetische Spannungsamplitude erregen, somit den **äquivalenten Strom**  $I'_r$  führen. Daraus folgt für den auf die Ständerseite umgerechneten Läuferstrom (Läuferstrangstrom) Gleichung (6.1-17).

$$\hat{V}_{\delta,r} = \hat{V}_{\delta,s} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_s}{p} N_s k_{ws} I'_r$$

$$I'_r = I_{Stab} \frac{N_r}{N_s} \cdot \frac{k_{wr}}{k_{ws}} \cdot \frac{m_r}{m_s} = I_{Stab} \frac{Q_r}{2N_s k_{ws} m_s} \Leftrightarrow I'_r = \frac{I_{Stab}}{\ddot{u}_I} \quad (6.1-17)$$

Damit sind beim Käfigläufer Spannungs- und Stromübersetzungsverhältnis  $\ddot{u}_U$  und  $\ddot{u}_I$  **unterschiedlich**.

$$\boxed{\ddot{u}_U = \frac{k_{ws} N_s}{k_{wr} N_r}} \quad \boxed{\ddot{u}_I = \frac{k_{ws} N_s m_s}{k_{wr} N_r m_r} = \frac{2k_{ws} N_s m_s}{Q_r}} \quad (6.1-18a, b)$$

$$\boxed{\frac{I_r}{\ddot{u}_I} = \frac{I_{Stab}}{\ddot{u}_I} = I'_r} \quad \boxed{\ddot{u}_U U_r = U'_r} \quad (6.1-19a, b)$$

Es ist zu beachten, dass die Gegeninduktivitäten  $M_{sr}$  und  $M_{rs}$  – anders als beim Schleifringläufer – unterschiedlich sind:  $M_{sr} \neq M_{rs}$ , da die Strangzahlen  $m_s$ ,  $m_r$  unterschiedlich sind. Das vom Ständer erregte Feld ist proportional zur Ständerstrangzahl  $m_s$  und induziert die Läuferwicklung. Daher ist

$$M_{rs} = \mu_0 N_r k_{wr} N_s k_{ws} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l\tau_p}{p\delta} \quad (6.1-20)$$

Umgekehrt ist das vom Läufer erregte Feld proportional zur Läuferstrangzahl  $m_r$  und induziert die Ständerwicklung. Daher ist

$$M_{sr} = \mu_0 N_s k_{ws} N_r k_{wr} \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \cdot \frac{l\tau_p}{p\delta} \quad (6.1-21)$$

Daraus folgt:

$$\ddot{u}_U \cdot M_{rs} = \frac{k_{ws} N_s}{k_{wr} N_r} \cdot \mu_0 \cdot N_r k_{wr} \cdot N_s k_{ws} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{ws}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh} \quad (6.1-22)$$

$$\ddot{u}_I \cdot M_{sr} = \frac{k_{ws} N_s m_s}{k_{wr} N_r m_r} \cdot \mu_0 \cdot N_s k_{ws} \cdot N_r k_{wr} \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \cdot \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{ws}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh} \quad (6.1-23)$$

Für die Selbstinduktionswirkung der Läufer-Luftspaltfeldgrundwelle gilt:

$$\ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{rh} = \left( \frac{k_{ws} N_s}{k_{wr} N_r} \right)^2 \frac{m_s}{m_r} \cdot \mu_0 N_r^2 k_{wr}^2 \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = \mu_0 N_s^2 k_{ws}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p\delta} = L_{sh} \quad (6.1-24)$$

Die Umrechnung des Läuferwicklungswiderstands und der Läufer-Streuinduktivität erfolgt daher mit dem Produkt  $\ddot{u}_U \ddot{u}_I$ ; die Gegeninduktivitäten werden identisch mit  $L_h$ .

$$\boxed{R'_r = \ddot{u}_U \ddot{u}_I R_r} \quad \boxed{L'_{r\sigma} = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r\sigma}} \quad \boxed{\ddot{u}_U M_{rs} = \ddot{u}_I M_{sr} = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{rh} = \underline{L_h}} \quad (6.1-25)$$

Es werden daher die **Ständer-** und **Läufer-Spannungsgleichung**, anders als in Kapitel 5, mit  $\ddot{u}_U$  **und**  $\ddot{u}_I$  erweitert.

$$\underline{U}_s = j\omega_s \cdot \ddot{u}_I M_{sr} \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s \quad (6.1-26)$$

$$j\omega_r \ddot{u}_U M_{rs} \underline{I}_s + j\omega_r \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r,h} \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) + j\omega_r \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r\sigma} \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) + \ddot{u}_U \ddot{u}_I R_r \cdot (\underline{I}_r / \ddot{u}_I) = 0 \quad (6.1-27)$$

Als Resultat entstehen mit den auf die Ständerseite umgerechneten Läufergrößen dieselben beiden Spannungsgleichungen wie beim Schleifringläufer in Kap. 5.

$$\underline{U}_s = j\omega_s L_h \underline{I}'_r + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s \quad (6.1-28)$$

$$0 = j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_h \underline{I}'_r + j\omega_s L'_{r\sigma} \underline{I}'_r + R'_r \underline{I}'_r \quad (6.1-29)$$

Division von (6.1-29) mit  $s$  und Verwendung der Reaktanzen  $X_h$ ,  $X_{s\sigma}$ ,  $X'_{r\sigma}$ , die einheitlich proportional zu  $\omega_s$  sind, führt auf (6.1-30).

$$\boxed{\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \underline{I}_s + jX_h (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)} \quad \boxed{0 = \frac{R'_r}{s} \underline{I}'_r + jX'_{r\sigma} \underline{I}'_r + jX_h (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)} \quad (6.1-30)$$

Anmerkung: Beim Schleifringläufer ist  $\ddot{u}_U = \ddot{u}_I$ , da dort in der Regel  $m_s = m_r$  gilt.

### Fazit:

Mit diesen Unterschieden  $\ddot{u}_U \neq \ddot{u}_I$  ist die Verbindung zum T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine von Kapitel 5 hergestellt, so dass in allen anderen Details die Käfigläufer-Asynchronmaschine rechnerisch genau so behandelt werden kann wie die Schleifringläufer-Asynchronmaschine.

## 6.2 Stromverdrängung in den Stäben des Läuferkäfigs

Die Läuferstäbe weisen im Vergleich zum Querschnitt des Drahts der Ständerspulen zumeist einen deutlich größeren Querschnitt  $A_{Stab}$  auf. In Bild 6.2-1 ist ein rechteckförmiger Stab ("Hochstab") dargestellt. Wir nehmen an, dass die Stromdichte (Effektivwert)

$$J_{Stab} = I_{Stab} / A_{Stab} \quad (6.2-1)$$

gleichmäßig über den Stabquerschnitt verteilt ist, wie das bei Gleichstrom der Fall ist. Die Feldlinien des Nutstrefenfelds umschlingen den sie erregenden Stabstrom. Wegen der höheren magnetischen Leitfähigkeit des Eisens verlaufen sie nahezu vollständig im Läuferblechpaket; nur die Nutbreite  $b_r$  müssen sie durchqueren. Sie treten nahezu rechtwinklig in das Eisen ein

(Bild 6.2-1a). Wir legen ein Koordinatensystem in die Nut (Ursprung am Nutgrund,  $y$ -Achse quer zur Nut,  $x$ -Achse in Nutlängsachse). Das  $H$ -Feld im Eisen ( $H_{Fe}$ ) kann wegen der hohen Eisenpermeabilität gegenüber dem  $H$ -Feld in der Nut (Nutquerfeld  $H_Q$ ) vernachlässigt werden. Aus dem Durchflutungssatz folgt mit (6.2-2), wenn die Kurve  $C$  mit einer Feldlinie, die am Ort  $x$  die Nut durchquert, deckungsgleich ist, dass das Nutenquerfeld **linear** mit der Stabhöhe **zunimmt**. Ein **hoher Stab** hat daher ein hohes Nutstrefeld und damit eine **hohe Nutstreuinduktivität**.

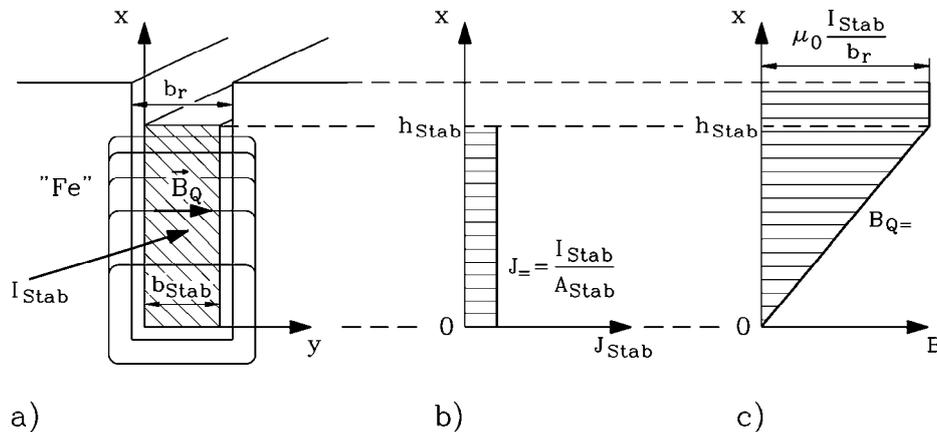


Bild 6.2-1: Läufer-Hochstab in der Rechteckläuferrut: a) Feldbild des Nutenstrefelfelds, b) angenommene gleichmäßige Stromdichteverteilung im Stab, c) zugehörige Verteilung des Nutenstrefelfelds

Im Bereich des "Nutansatzes"  $h_{Stab} \leq x \leq h_Q$  oberhalb des Stabs in der Nut, wo der Stab verkeilt wird und daher kein Strom fließt, bleibt das Querfeld konstant.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_Q(x) \cdot b_r = J \cdot x \cdot b_{Stab} \quad \Rightarrow$$

$$B_Q(x) = \mu_0 J \frac{x \cdot b_{Stab}}{b_r} = \mu_0 \frac{I_{Stab}}{b_r} \cdot \frac{x}{h_{Stab}} \quad 0 \leq x \leq h_{Stab} \quad (6.2-2a)$$

$$B_Q = \mu_0 \frac{I_{Stab}}{b_r} \quad h_{Stab} \leq x \leq h_Q \quad (6.2-2b)$$

Für diese Gleichstrombetrachtung gilt der Gleichstrom-Widerstand des Stabs (6.2-3).

$$R_{Stab=} = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{h_{Stab} b_{Stab}} \quad (6.2-3)$$

Die zugehörige Gleichstrom-Nutstreuinduktivität wird aus dem gemäß (6.2-2) bekannten Streufeld über die magnetische Energie  $W_\sigma$  des Streufelds berechnet. Da das  $H$ -Feld bei unendlicher Eisenpermeabilität im Eisen Null ist, ist die gesamte magnetische Energie in der Nut (Volumen  $V$ ) konzentriert. Wir verwenden zur Berechnung der Energie das Magnetfeld im Stabbereich  $0 \leq x \leq h_{Stab}$  (6.2-2a) in der Berechnung (6.2-4).

$$W_\sigma = \int_V \frac{B_Q H_Q}{2} dV = \int_V \frac{B_Q^2}{2\mu_0} dV = b_r l \int_0^{h_{Stab}} \frac{B_Q^2(x)}{2\mu_0} dx = \mu_0 \frac{l h_{Stab}}{3 b_r} \cdot \frac{I_{Stab}^2}{2} = L_{\sigma, Stab=} \cdot \frac{I_{Stab}^2}{2} \quad (6.2-4)$$

Damit ergibt sich die **Gleichstrom-Nutstreuinduktivität** des Stabs (6.2-5).

$$L_{\sigma, Stab} = \mu_0 \frac{lh_{Stab}}{3b_r} \tag{6.2-5}$$

- Da aber tatsächlich im Läuferstab ein Wechselstrom fließt, pulsiert das von ihm erregte **Nutenquerfeld**  $B_Q$  mit Läuferfrequenz. Da es den Stab in seiner Breitseite durchsetzt, stellt dieser für das pulsierende Querfeld eine "Kurzschlusschleife" dar (Bild 6.2-2), wo das Querfeld gemäß dem *FARADAY*'schen Induktionsgesetz eine Wirbelfeldstärke  $\vec{E}$  induziert. Diese ist wegen des Minuszeichens in  $u_i = -d\Phi/dt$  so orientiert, dass sie einen Wirbelstrom im Stab treibt, der seinerseits ein magnetisches Feld aufbaut, das dem ihn verursachenden Nutenquerfeld entgegen gerichtet ist (*LENZ*'sche Regel, Bild 6.2-2).

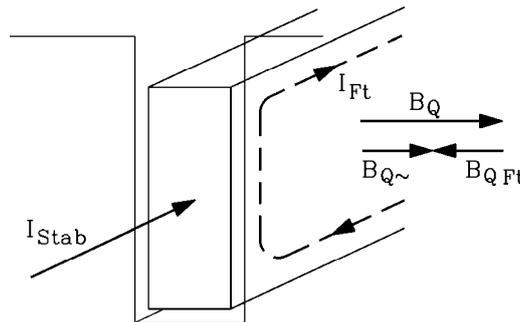


Bild 6.2-2: Wirbelstrom  $I_{Ft}$  in einem Hochstab wegen des mit Läuferfrequenz pulsierenden Nutenquerfelds  $B_Q$

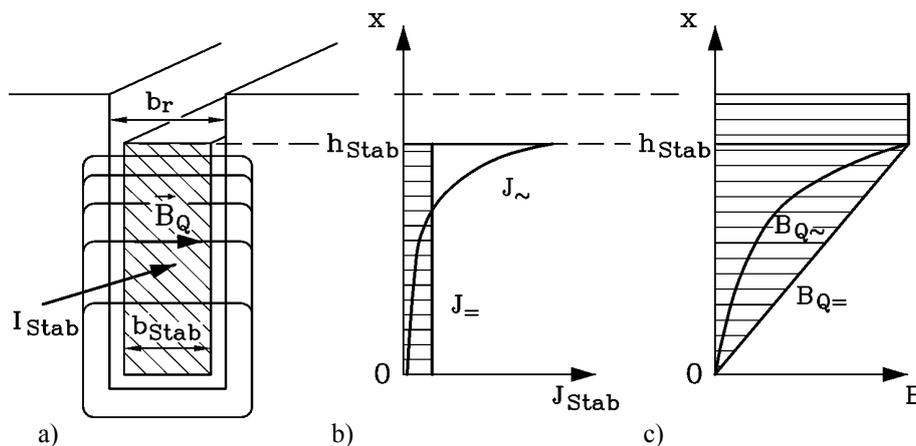


Bild 6.2-3: **Einseitige Stromverdrängung in einem Rechteckstab** bei 50 Hz im Vergleich zu 0 Hz (Gleichstrom). a) Nut- und Stabquerschnitt, b) Stromdichteverteilung, c) Nutenquerfeldverteilung. Bei Gleichstrom (=) pulsiert das Nutenquerfeld nicht, daher werden keine Wirbelströme induziert; es findet keine Stromverdrängung statt. Bei 50 Hz (~) erhöht sich die Stromdichte an der Staboberkante durch Stromverdrängung.

Folglich fließt der **Wirbelstrom**  $I_{Ft}$  (Ft: *FOUCAULT*) so, dass er im oberen Stabbereich IN Richtung des Stabstroms  $I_{Stab}$  fließt, im unteren Stabbereich aber **ENTGEGEN** dem Stabstrom. Dadurch ergibt sich eine resultierende Stromdichteverteilung im Läuferstab, die im oberen Stabbereich höher ist als im unteren; der Strom wird gleichsam vom Nutgrund zur Nutöffnung hin "verdrängt" (**Stromverdrängung, Haut- oder Skineffekt**). Dieser Effekt ist umso **stärker ausgeprägt**,

- je höher die Läuferfrequenz  $f_r$  ist, da dann die induzierte Wirbelfeldstärke größer ist,
- je höher die elektrische Leitfähigkeit  $\kappa$  des Stabs ist, da dann der Wirbelstrom größer ist,
- je größer die Stabhöhe  $h_{Stab}$  ist, da dann die "Kurzschlusschleife" größer ist,

- je höher die Permeabilität  $\mu$  des Leiters ist (solange nur  $\mu \ll \mu_{Fe}$  gilt), da dann das den Wirbelstrom hervorrufende Streufeld  $B_Q$  stärker ausgeprägt ist. Bei Kupfer und Aluminium ist  $\mu = \mu_0$ .

Die sich einstellende **effektive Stromdichteverteilung**  $J(x)$  wird durch Lösung der *MAXWELL*-Gleichungen für die in Bild 6.2-1 dargestellte Geometrie berechnet (genaue Rechnung siehe Vorlesung „*Großgeneratoren und Hochleistungsantriebe*“). Bild 6.2-3 zeigt qualitativ das Ergebnis für die beiden Läuferfrequenzen 0 Hz (Gleichstrom) und 50 Hz. Das Nutenquerfeld wird durch das rückwirkende Eigenfeld des Wirbelstroms  $B_{Q_{Ft}}$ , wie in Bild 6.2-2 dargestellt, geschwächt und ist daher deutlich kleiner als bei 0 Hz.

Aus Bild 6.2-3 folgt:

- Da der Großteil des Stabstroms nur im oberen Stabbereich fließt, nutzt er nur einen Teil des Stabquerschnitts, so dass der elektrisch wirksame *OHM'sche* Widerstand des Stabs ansteigt. **Der „Wechselstromwiderstand“  $R_{Stab\sim}$  ist höher als der Gleichstromwiderstand  $R_{Stab=}$ .**

$$\boxed{R_{Stab\sim} = k_R \cdot R_{Stab=} > R_{Stab=}} \quad k_R > 1 \quad (6.2-6)$$

- Die Schwächung des Nuten-Streufelds führt dazu, dass wegen des nunmehr verringerten Nutenstreufeldes die Nutstreuinduktivität abnimmt. **Die Wechselstrominduktivität  $L_{Stab\sim}$  ist kleiner als die Gleichstrominduktivität  $L_{Stab=}$ .**

$$\boxed{L_{\sigma, Stab\sim} = k_L \cdot L_{\sigma, Stab=} < L_{\sigma, Stab=}} \quad k_L < 1 \quad (6.2-7)$$

Wir berechnen den Wirbelstrom im Läuferstab bei kleinen Läuferfrequenzen ( $s \ll 1$ ) näherungsweise. Die Nutstreuflussdichte  $B_Q$  ist bei kleinen Läuferfrequenzen gemäß Bild 6.2-1 annähernd linear über der Stabhöhe zunehmend, so dass der Nutstreuwechselfluss  $\Phi_Q \approx B_Q \cdot h_{Stab} \cdot l / 2$  ist. Die von ihm induzierte Spannungsamplitude  $\hat{U}_i = 2\pi f_r \cdot \Phi_Q$  treibt gemäß Bild 6.2-2 im oberen Stabteil (Höhe  $h_{Stab}/2$ ) den Wirbelstrom  $I_{Ft}$  in Richtung des Stabstroms, und im unteren Stabteil (Höhe  $h_{Stab}/2$ ) entgegen, so dass dieser etwa den *OHM'schen* Widerstand  $R \approx 2l / (\kappa \cdot b_{Stab} h_{Stab} / 2) = 4R_{Stab=}$  (vgl. (6.2-3)) überwinden muss. Bei niedrigen Läuferfrequenzen ist die Selbstinduktionswirkung dieses Wirbelstroms klein, und es verbleibt dieser *OHM'sche* Widerstand. Der Wirbelstrom bei kleinen Frequenzen  $f_r$  ist folglich

$$\begin{aligned} \underline{I}_{Ft} &= \frac{U_i}{R + j2\pi f_r \cdot L} \approx \frac{U_i}{R} = \frac{2\pi f_r \cdot h_{Stab} l \cdot \mu_0 I_{Stab} / (2b_r)}{2l / (\kappa \cdot b_{Stab} h_{Stab} / 2)} = \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot f_r \cdot \mu_0 \cdot \kappa \cdot \frac{b_{Stab}}{b_r} \cdot h_{Stab}^2 \cdot I_{Stab} = \frac{\xi^2}{4} \cdot I_{Stab} \end{aligned} \quad (6.2-8)$$

mit Verwendung der dimensionslosen Größe "**reduzierte**" **Leiterhöhe**

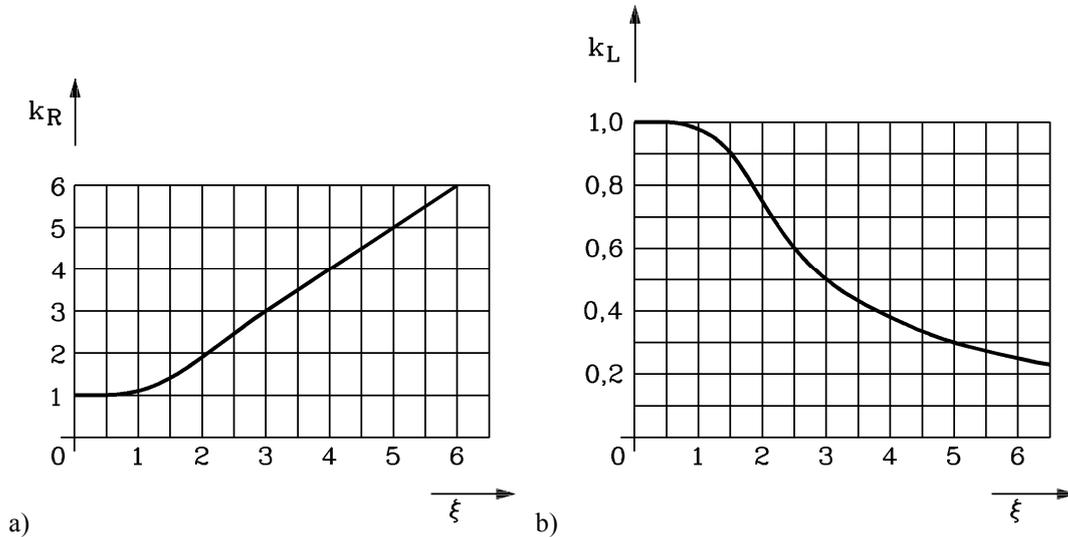
$$\xi = h_{Stab} \sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}} \approx h_{Stab} \sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa} \quad , \text{ da } b_{Stab} \approx b_r . \quad (6.2-9)$$

Die resultierenden Stab-Stromwärmeverluste sind somit bei kleiner Läuferfrequenz und damit kleinem  $\xi$  proportional zu  $\xi^4$ .

$$P_{\sim} = R_{Stab} I_{Stab}^2 + 4R_{Stab} I_{Ft}^2 = R_{Stab} I_{Stab}^2 \cdot \left(1 + \xi^4 / 4\right) , \quad k_R = 1 + \xi^4 / 4, \xi \ll 1 \quad (6.2-10)$$

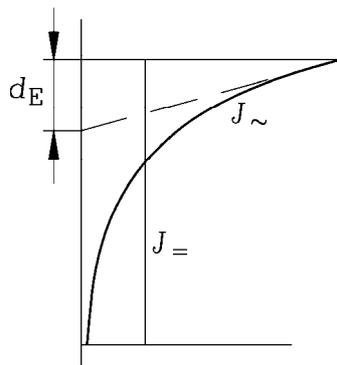
Bei exakter Lösung der *MAXWELL*-Gleichungen ergibt sich  $k_R = \frac{P_{\sim}}{P_{=}} \approx 1 + 4\xi^4 / 45, \quad \xi \ll 1$ .

Dieser Ausdruck beschreibt die Krümmung der Kurve  $k_R(\xi)$  in Bild 6.2-4 im Bereich  $0 < \xi \ll 1$ .



**Bild 6.2-4:** a) Widerstandszunahme  $k_R$  und b) Induktivitätsabnahme  $k_L$  beim "Hochstab" in Abhängigkeit von der **reduzierten Leiterhöhe**  $\xi$

Auch bei der hier nicht wiedergegebenen exakten Lösung der *MAXWELL*-Gleichungen für beliebige Läuferfrequenz hängen die Faktoren  $k_R, k_L$  für den Rechteckstab nur von der "**reduzierten**" **Leiterhöhe**  $\xi$ , die alle Einflussparameter  $h_{Stab}, f_r, \mu, \kappa$  enthält, ab (Bild 6.2-4). Dabei nehmen Amplitude und Effektivwert der Stromdichte  $J(x)$  vom Maximalwert an der Staboberkante  $J_{max}$  exponentiell zur Stabunterkante hin ab. Die Tangente an  $J(x)$  (Bild 6.2-5) schneidet auf der  $x$ -Achse die Eindringtiefe  $d_E$  ab (6.2-11), die bei hoher Läuferfrequenz deutlich kleiner als die Stabhöhe  $h_{Stab}$  ist.



**Bild 6.2-5:** Abnahme der Amplitude der Stromdichte über der Stabhöhe infolge Stromverdrängung und Kennzeichnung der Eindringtiefe  $d_E$

$$d_E = \frac{1}{\sqrt{\pi f_r \mu \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}}} \approx \frac{1}{\sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa}} \quad (6.2-11)$$

Der Stabstrom fließt dann näherungsweise nur im Stabbereich der Eindringtiefe  $d_E$ , anstatt über gesamten Stabhöhe  $h_{Stab}$ :  $I_{Stab} = J_{max} \cdot d_E b_{Stab}$ , gleichsam in einer Hautschicht der Dicke  $d_E$  (deshalb auch: **Haut- oder Skineffekt**). Damit ist der „effektive“ Wechselstrom-Stabwiderstand  $R_{Stab,\sim} \approx l / (\kappa \cdot d_E b_{Stab})$  gegenüber dem Gleichstromstabwiderstand (6.2-3) bei hohem  $\xi$  um den Faktor  $\xi$  höher.

$$k_R = R_{Stab,\sim} / R_{Stab,=} = h_{Stab} / d_E = \xi, \quad \xi \gg 1 \quad (6.2-12)$$

Diese Zunahme  $k_R \approx \xi$ ,  $\xi \gg 1$  ist ab dem Wert  $\xi > 2$  in Bild 6.2-4a sichtbar. In gleicher Weise sinkt dafür  $k_L \approx 3 / (2\xi)$ ,  $\xi \gg 1$  in Bild 6.2-4b.

### Beispiel 6.2-1:

Ein Kupferstab hat bei 75°C eine elektrische Leitfähigkeit von  $\kappa_{Cu} = 50 \cdot 10^6$  S/m. Mit  $b_{Stab} = b_r$ ,  $\mu_{Cu} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Vs/(Am) und einer gewählten Läuferfrequenz  $f_r = 50$  Hz ergibt sich für die Eindringtiefe

$$d_E = 1 / \sqrt{\pi f_r \mu \kappa \frac{b_{Stab}}{b_r}} = 1 / \sqrt{\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^6 \cdot 1} = 0.0101 \text{ m} \approx 1 \text{ cm}.$$

Damit ist die Widerstandserhöhung bei 50 Hz:  $k_R = \xi = h_{Stab} / d_E = h_{Stab}^{[cm]}$ .

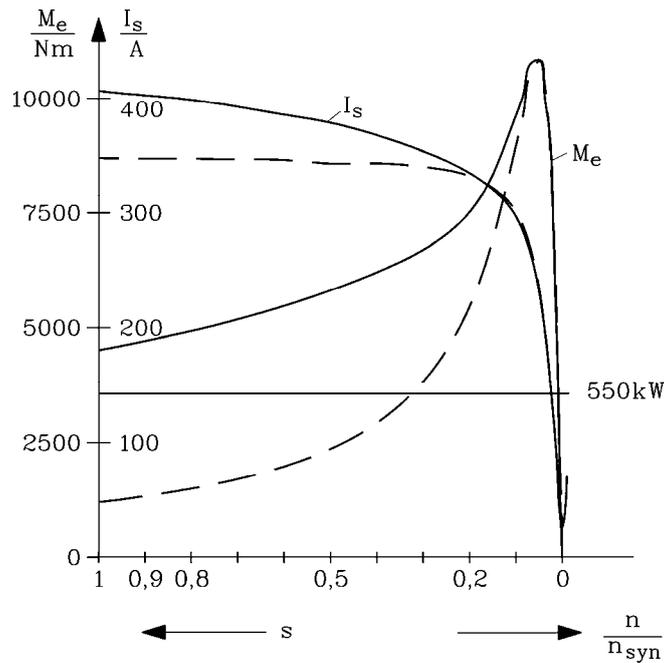
Bei einer Stabhöhe von  $h_{Stab} = 3$  cm ist  $\xi = 3$ . Somit ist gemäß Bild 6.2-4a mit einer Verdreifachung des wirksamen Widerstands zu rechnen. Die Induktivität sinkt auf 50% ab.

## 6.3 Käfigformen und Anlaufmomenterhöhung

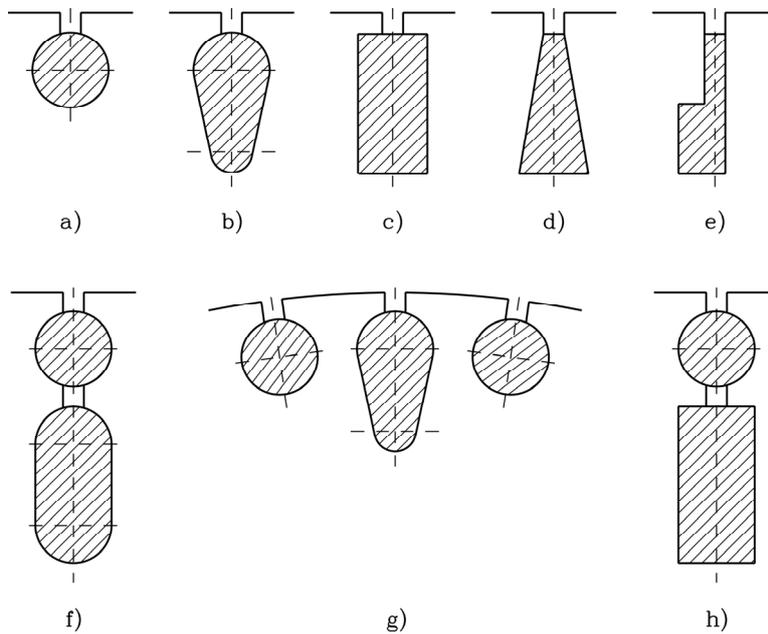
Die wegen der Stromverdrängung bei hoher Läuferfrequenz bzw. hohem Schlupf  $s \approx 0.3 \dots 1.0$ , also bei niedrigen Drehzahlen im Bereich des Motoranlaufs, auftretende Läufer-Widerstandserhöhung wird bewusst zur Drehmomenterhöhung beim Anlauf ausgenutzt. In Kapitel 5 wurde gezeigt, dass mit einer Erhöhung der Läuferverluste eine Erhöhung des Anlaufdrehmoments  $M_1$  verbunden ist. Gemäß (6.3-1) ist das Anlaufmoment direkt proportional zu den Läuferverlusten und damit zum Läuferwicklungswiderstand, der proportional zu  $k_R$  infolge Stromverdrängung erhöht wird. Bei  $k_R = 4$  erhöht sich das Anlaufmoment  $M_1$  auf das Vierfache (Bild 6.3-1), und der Motor läuft leichter an. Deshalb weisen die meisten Käfigläufer-Motoren für Netzanlauf Läuferstabformen mit hoher Stromverdrängung auf, damit der Nachteil des kleinen Anlaufmoments, der beim Schleifringläufer durch externe Läuferwiderstände behoben wird, vermieden wird. Erst mit dieser Maßnahme wurde der Käfigläufer-Motor zum überaus vielfältig einsetzbaren „Arbeitspferd“ der Antriebstechnik.

$$M_e(s) = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} = \frac{P_{Cu,r} / s}{\Omega_{syn}} \Rightarrow M_1 = M_e(s=1) = \frac{P_{Cu,r}}{\Omega_{syn}} \quad (6.3-1)$$

In Bild 6.3-1 wird sichtbar, dass erst bei einem Schlupf von ca. 10% (Läuferfrequenz nur 10% von 50 Hz, also 5 Hz) im Bereich des Kippmoments der Stromverdrängungseffekt verschwindet, und so im gesamten Hochlaufbereich hilfreich wirksam ist. Im Bereich des Nennschlupfs ( $s$  ca. 4%) wirkt er nicht mehr; im Läufer herrscht wegen der sehr niedrigen Frequenz (ca. 2 Hz) dann ein gleichstromartiger Zustand. Es treten dort keine zusätzlichen Wirbelstromverluste in den Läuferstäben auf, so dass der Wirkungsgrad hoch ist (ca. 95%).



**Bild 6.3-1:** Berechnetes Drehmoment  $M_e$  und Statorstrom  $I_s$  für einen 4-poligen 550 kW-Käfigläufermotor, 6 kV Y, 50 Hz, mit 4cm hohen Läufer-Kupferstäben ( $k_R = 4$  bei  $s = 1$ , also Anlaufmomenterhöhung auf das Vierfache!): gestrichelte Linien: OHNE Wirkung der Stromverdrängung, volle Linien: MIT Stromverdrängung. Der Anlaufstrom  $I_{s1}$  steigt bei Stromverdrängung wegen des kleineren Läufernutstreufelds ( $k_L < 1$ ) leider an, aber nur um ca. 15% (Details zur Berechnung: siehe Vorlesung „Energy Converters – CAD and System Dynamics“).



**Bild 6.3-2:** Stabformen von Einfach- und Doppelkäfigläufern: a) Rundstab, b) Birnenstab, c) Hochstab, d) Keilstab, e) Sonderstab, f), h): Doppelstab, g) Wechselstabkäfig (Quelle: T. Bohn, Energie, TÜV Rheinland)

Es gibt unterschiedliche Stabformen für hohes Anlaufmoment (Bild 6.3-2).

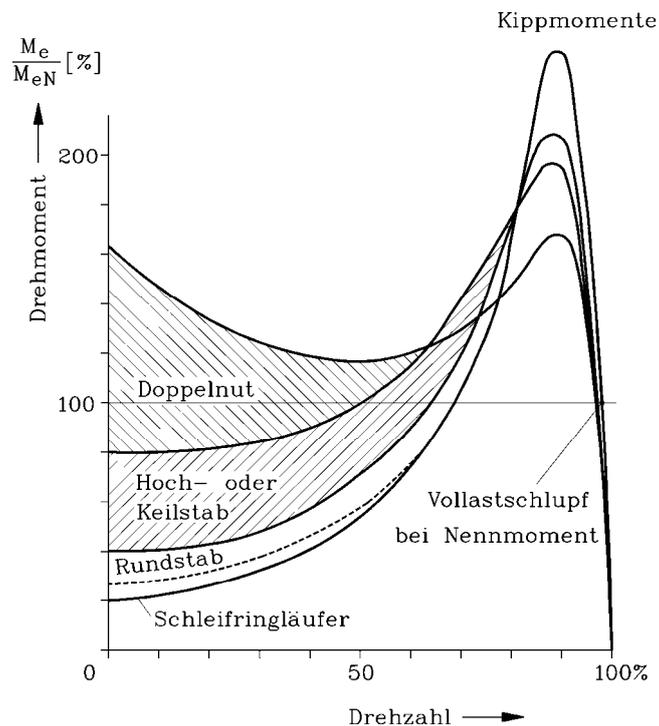
*a) Stäbe mit geringer Stromverdrängung:*

Der **Rundstab** hat eine geringe Stabhöhe und ist daher stromverdrängungsarm. Auf Grund seiner Form ist der zwischen zwei Stäben liegende Läuferzahn in der Mitte schmal (magnetischer Engpass, hohe Flussdichte, hohe Eisensättigung), was ungünstig ist. Der Zahn zwischen zwei **Birnenstäben** ist parallelfankig und vermeidet daher den magnetischen

Engpass. Er öffnet sich zur Nutöffnung, so dass die Stromverdrängung deutlich geringer wirksam ist als beim Hochstab. Rund- und Birnenstab sind daher nicht für hohes Anlaufmoment geeignet, werden aber bei **Umrichterbetrieb** eingesetzt (siehe Kapitel 7). Bei Umrichterbetrieb ist der Strom nicht mehr sinusförmig. Er hat neben der Stromgrundschwingung Oberschwingungen mit höherer Frequenz. Es werden daher schon im Nennbetrieb hohe Läuferfrequenzen hervorgerufen, die Stromverdrängung und damit erhöhte Stromwärmeverluste verursachen. Daher möchte man hier die Stromverdrängung vermeiden, um die Verluste im Nennbetrieb gering zu halten. Das geringe Anfahrmoment bei Netzanlauf stört nicht, da die Maschine frequenzgesteuert mit Nennmoment anfahren kann (siehe Kapitel 7).

b) *Stäbe mit hoher Stromverdrängung:*

Der **Keilstab** verjüngt sich zur Nutöffnung hin, so dass dem dorthin verdrängten Strom noch weniger Querschnitt zur Verfügung steht als beim **Hochstab**. Daher ist die Stromverdrängung noch stärker wirksam als beim Hochstab, und folglich das Anlaufmoment noch höher. Beim **Doppelstabläufer** ist der Stab in zwei Teilstäbe mit unterschiedlichem Material aufgeteilt. Der Oberstab nahe dem Luftspalt hat einen kleinen Querschnitt und ist aus Bronze. Beides treibt den Widerstand in die Höhe und ergibt ein hohes Anlaufmoment. Der Unterstab ist aus Kupfer und hat einen großen Querschnitt. Er ist niederohmig, so dass im Nennbetrieb, wo kaum Stromverdrängung auftritt und sich der Strom entsprechend der *OHM'schen* Gleichstromwiderstände auf Ober- und Unterkäfig aufteilt, der Strom hauptsächlich im Unterstab fließt und dort nur geringe Verluste erzeugt. Man nennt daher den Teilkäfig mit den Oberstäben **Anlaufkäfig**, den darunterliegenden Teilkäfig **Betriebskäfig**.



**Bild 6.3-3:** Typische Momentenkennlinien von Asynchronmaschinen mit unterschiedlichen Läuferstabformen (Quelle: T. Bohn, Energie, TÜV Rheinland)

Bei den  $M(n)$ -Kurven von Asynchronmaschinen mit unterschiedlichen Läuferstabformen in Bild 6.3-3 ist das Drehmoment auf das Nennmoment bezogen, und die Drehzahl auf die Synchrondrehzahl, um Maschinen unterschiedlicher Größe in einem Diagramm zu vergleichen. Der **Schleifringläufermotor** ohne Anlasswiderstände hat das niedrigste Anlaufmoment (typisch 20% vom Nennmoment bei Leistungen von 1 kW bis 100 kW, im

MW-Bereich ist das Anlaufmoment noch kleiner). Seine Läuferwicklung besteht aus Spulendrähten geringen Querschnitts, wo sich kaum Wirbelströme ausbilden können. Er ist daher nahezu stromverdrängungsfrei, ebenso der **Rundstabläufer**. **Keil- und Hochstäbe** weisen ein erhöhtes Anlaufmoment auf (40% bis 80%), während mit **Doppelstabläufern** das Anlaufmoment mit bis zu 160% das Kippmoment sogar überschreiten kann.

Im Bereich  $s_b > s > 0$  ist die Läuferfrequenz klein; es tritt keine Stromverdrängung mehr auf. Gemäß Bild 6.2-1 und (6.2-5) steigt aber mit größerer Stabhöhe  $h_{\text{Stab}}$  auch die Läufer-Nutstreuinduktivität (ohne Stromverdrängungseinfluss) und damit auch die Streuziffer  $\sigma$ . Das auf das Nennmoment bezogene Kippmoment z. B. in der Form für  $R_s = 0$  nach (5.2-28)

$$M_b = \pm \frac{m_s}{2} \frac{p}{\omega_s} U_s^2 \frac{1 - \sigma}{\sigma X_s}$$

sinkt mit zunehmender Streuung gemäß  $M_b/M_N \sim (1 - \sigma)/\sigma$  (Kapitel 5) und ist folglich bei Läufern mit hohen Stäben kleiner, was in Bild 6.3-3 deutlich zu erkennen ist. Diesen Nachteil muss man in Kauf nehmen, wenn man das Anlaufmoment erhöhen will.

*c) Doppelstabläufer (Doppelkäfigläufer, Doppelnutläufer):*

Hier wirken Anlauf- und Betriebskäfig als elektrische Parallelschaltung zweier Läuferkreise, wie das im T-Ersatzschaltbild Bild 6.3-4 dargestellt ist. Das Streufeld des Oberstabs schließt sich im Eisen auch um den Unterstab, ist somit auch mit diesem verkettet, so dass die zugehörige Streureaktanz  $X'_{r,\sigma o}$  sowohl für Ober- als Unterstab wirksam ist. Das Streufeld des Unterstabs schließt sich über den Streuschlitz und das Eisen nur um den Unterstab selbst, ist also nur für den Betriebskäfig als Reaktanz  $X'_{r,\sigma u}$  wirksam. Mit diesem Ersatzschaltbild kann sehr einfach für jeden beliebigen Schlupf die Stromaufnahme, der Wirkleistungsumsatz und daraus das Drehmoment berechnet werden. Qualitativ kann bei Vernachlässigung des Ständerwicklungswiderstands das Betriebsverhalten wie folgt abgeschätzt werden.

**Bei großem Schlupf** ( $s \gg 1$ ) können die Widerstände  $R'_{ro}/s$ ,  $R'_{ru}/s$  gegenüber  $X'_{r,\sigma u}$  vernachlässigt werden. Es fließt wegen des dann "relativ" hohen  $X'_{r,\sigma u}$  der Strom nur im Anlaufkäfig mit seiner kleinen Streuinduktivität (= großer Kreisdurchmesser). Daher ist das Kreisdiagramm in grober Näherung bei großem Schlupf ( $s \rightarrow \infty$ ) der große Kreis, bei sinkendem Schlupf ( $s \sim 1$ ) genauer eigentlich ein "Schmiegekreis" an den großen Kreis.

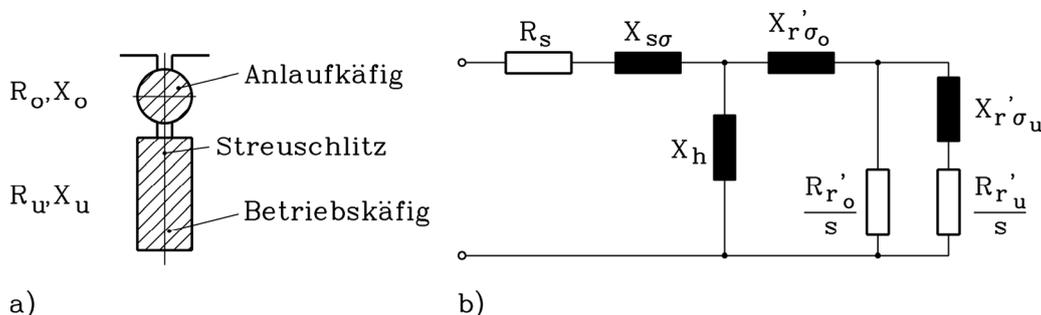


Bild 6.3-4: Doppelkäfigläufer-Maschine a) Rotornutquerschnitt, b) Vereinfachtes T-Ersatzschaltbild

**Bei kleinem Schlupf** ( $s \ll 1$ ) dominieren die Widerstände  $R'_{ro}/s$ ,  $R'_{ru}/s$  gegenüber  $X'_{r,\sigma u}$ , und da  $R'_{ro} \gg R'_{ru}$ , so fließt der Strom nur im Betriebskäfig. Das zugehörige Kreisdiagramm hat wegen der deutlich höheren Läuferstreuung ( $X'_{r,\sigma u} + X'_{r,\sigma o} \gg X'_{r,\sigma o}$ ) und der daher erhöhten Streuziffer  $\sigma$  einen deutlich kleineren Kreisdurchmesser. Wegen des ver-

nachlässigten Ständerwiderstands liegen die Kreismittelpunkte auf der negativen Im-Achse, die gleichzeitig "Drehmomentgerade" ist. Die Wirkstromkomponente des Ständerstroms (Vertikalabschnitte) ist somit direkt dem elektromagnetischen Drehmoment proportional, woraus gemäß Bild 6.3-5 unmittelbar der "Sattel" (Momentenabnahme) bei ca.  $s = 0.5$  in Bild 6.3-3 für den Doppelnutläufer erklärbar wird.

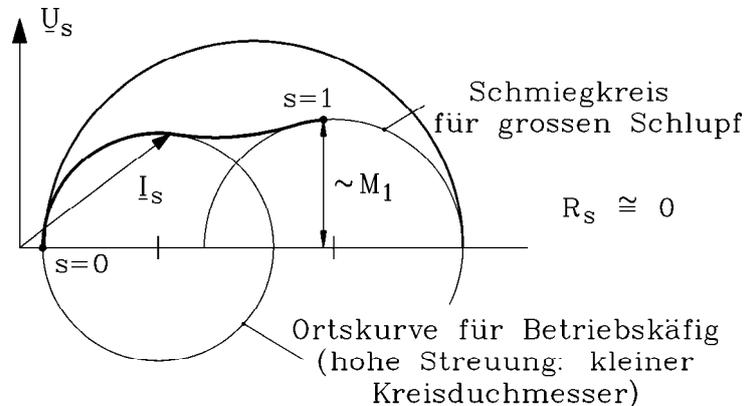


Bild 6.3-5: **Doppelkäfigläufer-Maschine**: Vereinfachte Kreisdiagramme für Anlauf- und Betriebskäfig ( $R_s \cong 0$ ).

#### d) Typische Anlaufströme und Anlaufmomente:

Der Anlaufstrom  $I_1$  von Käfigläufermotoren beträgt das 4- bis 7-fache des Nennstroms (Bemessungsstroms)  $I_N$ , wobei der größere Wert bei größeren Motoren auftritt, und ist stark induktiv. Das Anlaufmoment  $M_1$  großer Motoren ( $P_N \geq 1$  MW) beträgt dagegen nur das 0.6- bis 1.2-fache des Nennmoments. Da die Arbeitsmaschinen großer Leistung – Turbo-kompressoren, Pumpen, Ventilatoren, Kohlemühlen, .... – durchwegs entlastet, also mit geschlossenem Schieber bzw. Ventilen angefahren werden, reichen die Anlaufmomente der Motoren für den sicheren Hochlauf aus. Industriemotoren kleinerer Leistung ( $P_N \leq 200$  kW), deren mechanische Anschlussmaße (Achshöhe, Länge und Durchmesser des Wellenendes und der Passfeder, bei Flanschmotoren die Flanschabmessungen) und Leistungsstufen international genormt sind ("**Normmotoren**"), entwickeln größere Anlaufmomente, besonders bei Ausführung als Doppelkäfigläufer, haben aber auch einen relativ hohen Anlaufstrom (bis 7-fach).

## 6.4 Abweichungen vom Kreisdiagramm

### a) Einfluss der Stromverdrängung:

Bild 6.3-5 macht deutlich, dass bei Doppelkäfigläufern die Stromortskurve **KEIN** Kreisdiagramm mehr ist. Aber auch bei Einfachkäfigläufern ist die **Stromortskurve infolge Stromverdrängung KEIN Kreis mehr**. In Abschnitt 6.2 wurde gezeigt, dass die Stromverdrängung eine **Läufer-Widerstandserhöhung** und eine **Läufer-Induktivitätsabsenkung** bewirkt. Bei der Schleifringläufer-Maschine (Kap. 5) hatten wir gelernt, dass eine Änderung des Läuferwiderstands nichts an der Kreisform der Stromortskurve ändert, sondern lediglich an der Schlupfbezifferung ("Scherung" der  $M(n)$ -Kennlinie) zwischen den Werten  $P_0$  und  $P_\infty$ . Eine **Absenkung der Streuinduktivität** senkt aber die **BLONDEL'sche** Streuziffer. Damit steigt der Kreisdurchmesser bei hohen Schlupfwerten (hohe Läuferfrequenz, hohe Stromverdrängung) an (siehe z. B. **HEYLAND-Kreis**, Bild 5.4-1), so dass sich die Ortskurve "aufbläht" (Bild 6.4-1). Dies ist die graphische Erklärung für die Drehmomenterhöhung, da die dem Drehmoment proportionalen Abschnitte



Beispiel 6.4-1:

Vierpolige Asynchronmaschine:  $2p = 4$ ,  $q_s = 5$ ,  $Q_s = 60$ ,  $Q_r = 44$

Stator: Rechtecknuten, Profildraht, Zweischicht-Hochspannungswicklung

Rotor: Keilstabläufer

Berechnung des (zweidimensionalen) Magnetfelds mit dem Verfahren der Finiten Differenzen

a) **Leerlauf** (Läufer stromlos, Bild 6.4-2a)

b) **Anzugspunkt** ( $s = 1$ , Bild 6.4-2b) jeweils bei Nennspannung.

Im **Leerlauf** fließt in der Ständerwicklung nur der Magnetisierungsstrom, der im Luftspalt das Hauptfeld von jener Höhe erregt, dass die von ihm induzierte Spannung in der Ständerwicklung der Netzspannung das Gleichgewicht hält. Die Feldlinien müssen sich in den Zähnen zusammendrängen, so dass bei einer Luftspaltinduktion von 1 T in den Zähnen 1.8 T bis 2 T erreicht werden. Ab ca. 1.5 T sättigt das Eisen, so dass die magnetisierende Durchflutung der Ständerwicklung  $V_s$  nicht nur für die Magnetisierung des Luftspalts, sondern auch der Eisenwege in den Zähnen (Zahnhöhen  $h_{ds}$ ,  $h_{dr}$ ) - und teilweise auch im Ständer- und Läuferjoch - benötigt wird.

$$V_s = H_\delta \cdot \delta + H_{ds} \cdot h_{ds} + H_{dr} \cdot h_{dr} \Rightarrow B_\delta < \mu_0 \frac{V_s}{\delta} \sim I_{s0} \quad (6.4-1)$$

Aus (6.4-1) folgt, dass mit steigendem Leerlaufstrom  $I_{s0}$  das Magnetfeld  $B_\delta$  im Luftspalt und damit die induzierte Spannung (Hauptfeldspannung  $U_h$ ) unterproportional zunehmen, was zu einer gekrümmten "**Leerlaufkennlinie**"  $U_h(I_{s0})$  führt (Bild 6.4-3). Die Tangente an die Kurve ("**Luftspalt-Gerade**") entspricht der ungesättigten Maschine, wo nur der Luftspalt zu magnetisieren ist. Die Ständerspannungsgleichung bei Leerlauf (6.4-2) enthält somit eine **sättigungsabhängige Hauptreaktanz**  $X_{h,ges}$ , die **kleiner** ist als die in Kapitel 4 hergeleitete ungesättigte Hauptreaktanz  $X_h$ .

$$\underline{U} = (R_s + jX_{s\sigma}) \cdot \underline{I}_{s0} + \underline{U}_h = (R_s + j(X_{s\sigma} + X_{h,ges})) \cdot \underline{I}_{s0} \quad (6.4-2)$$

$$U_h = X_{h,ges}(I_{s0}) \cdot I_{s0} < X_h \cdot I_{s0} \quad (6.4-3)$$

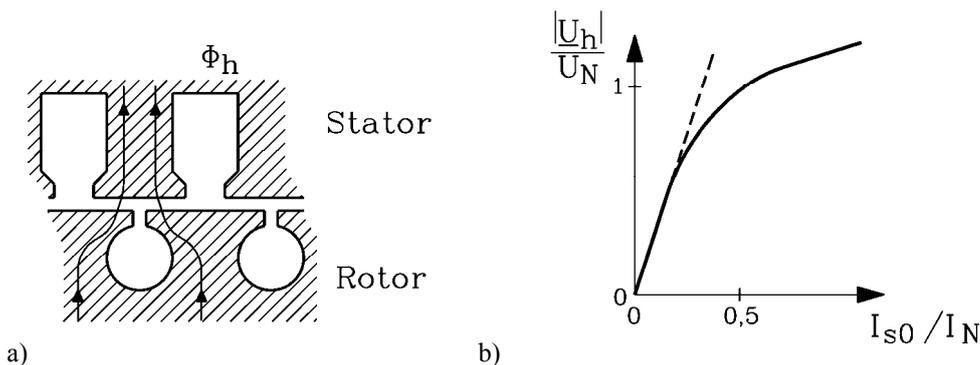


Bild 6.4-3: Sättigung der Zähne durch das Hauptfeld: a) Hauptflusspfad, b) „Leerlaufkennlinie“

Unter Last wird das Luftspaltfeld von Ständer- und Läuferstrom gemeinsam erregt, so dass anstelle von  $I_{s0}$  in (6.4-3) der Magnetisierungsstrom  $I_m$  einzusetzen ist. Zumeist wird das Kreisdiagramm mit einer für  $U_h = U_N$  gesättigten, aber näherungsweise belastungs-**unabhängigen** Hauptreaktanz  $X_{h,ges}$  konstruiert, so dass in Kapitel 5 nur  $X_h$  durch  $X_{h,ges}$  ersetzt werden muss, um „mittlere“ Eisensättigung zu berücksichtigen. Dies ist im Bereich kleiner

Schlüpfen bis zum Kippschlupf zulässig, da sich dabei der Magnetisierungsstrom gegenüber Leerlauf nur geringfügig verringert.

c) Einfluss der Streufeldsättigung:

Bild 6.4-2b zeigt, dass bei  $s = 1$  durch die Stromverdrängung und durch den "**Durchflutungsungleich**" (Läuferströme annähernd gegenphasig zu den Ständerströmen:  $s = 1: \underline{I}_s \approx -\underline{I}'_r$ ) das Magnetfeld aus dem Läufer zum Luftspalt hin gedrängt wird. Viele Feldlinien treten vom Ständer nur in die Läuferzahnköpfe über, dringen aber nicht in den Läufer ein. Sie bilden also einen Streufluss, der im Luftspalt **zickzackförmig** vom Ständerzahnkopf über den nächsten Läuferzahnkopf zum nächsten Ständerzahnkopf verläuft („**Spaltstreufluss**“ oder „**Zickzackstreufluss**“). Schematisch ist dies in Bild 6.4-4a angedeutet. Dieser erst bei hohem Schlupf auftretende Streufluss treibt die Zahnköpfe in Sättigung und senkt dadurch die Streuinduktivitäten ab.

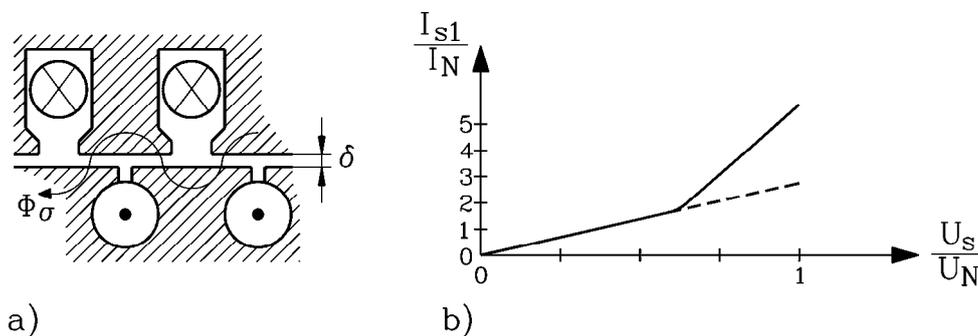


Bild 6.4-4: Sättigung der Streuwege bei  $s = 1$  auf Grund des Spaltstreuflusses: a) Streuflusspfad, b) „Kurzschlusskennlinie“

$$s = 1: \underline{U}_s \cong \left[ (R_s + R'_r) + j(X_{s\sigma, ges} + X'_{r\sigma, ges}) \right] \cdot \underline{I}_s \quad (6.4-4)$$

$$X_{s\sigma, ges} < X_{s\sigma}, \quad X'_{r\sigma, ges} < X'_{r\sigma} \quad (6.4-5)$$

Daher nimmt der Strom im Anzugspunkt nicht linear mit der Spannung zu, sondern überproportional, wie die "**Kurzschlusskennlinie**" Bild 6.4-4b zeigt. Die Auswirkung auf das Kreisdiagramm ist dieselbe wie bei der Stromverdrängung. Die Absenkung der Streuinduktivität bewirkt ein "Aufblähen" der Stromortskurve bei hohem Schlupf (vgl. Bild 6.4-1).

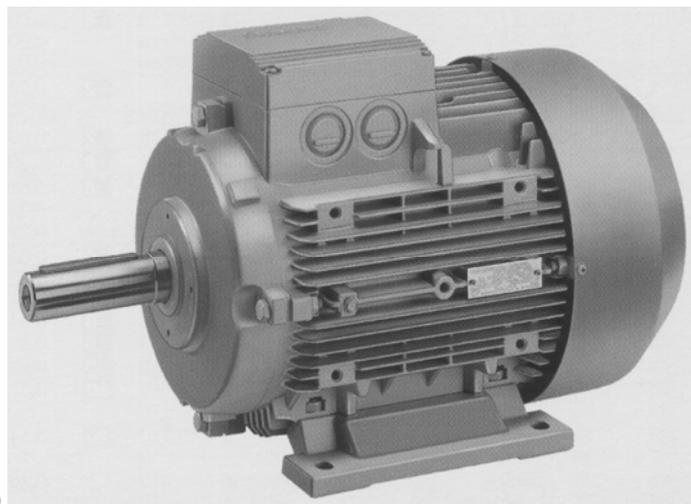
d) Einfluss der Oberwellen:

In Kapitel 5 und 6 wurde nur die **Grundwelle** des Magnetfelds bei der Berechnung des Drehmoments der Asynchronmaschine berücksichtigt. Die in Kapitel 3 und 4 diskutierten Oberwellen des Ständer- und Läuferfelds rufen zusätzliche, parasitäre Drehmomente hervor, die in der  $M(n)$ -Kurve als **asynchrone Oberwellenmomente** Einsenkungen ("Drehmomentensättel") und bei bestimmten Drehzahlen pulsierende Wechselmomentanteile (**synchrone Oberwellenmomente**) hervorrufen. Die Kurzschlussläufermaschine ist wesentlich anfälliger für diese Oberwelleneffekte, da der Käfig von jedem beliebigen Drehfeld (Polzahl beliebig) induziert wird. Die Drehstromwicklung im Läufer der Schleifringläufermaschine hingegen wird nur von Feldern jener Polzahl induziert, die auch von der Wicklung selbst erzeugt werden. Bei symmetrischen Drehfeldwicklungen sind das neben der Grundwelle Felder 5-facher, 7-facher, 11-facher, 13-facher usw. Polzahl. Daher sind Oberwelleneffekte beim Schleifringläufer unkritischer. Details zu diesen, oft mit lauten

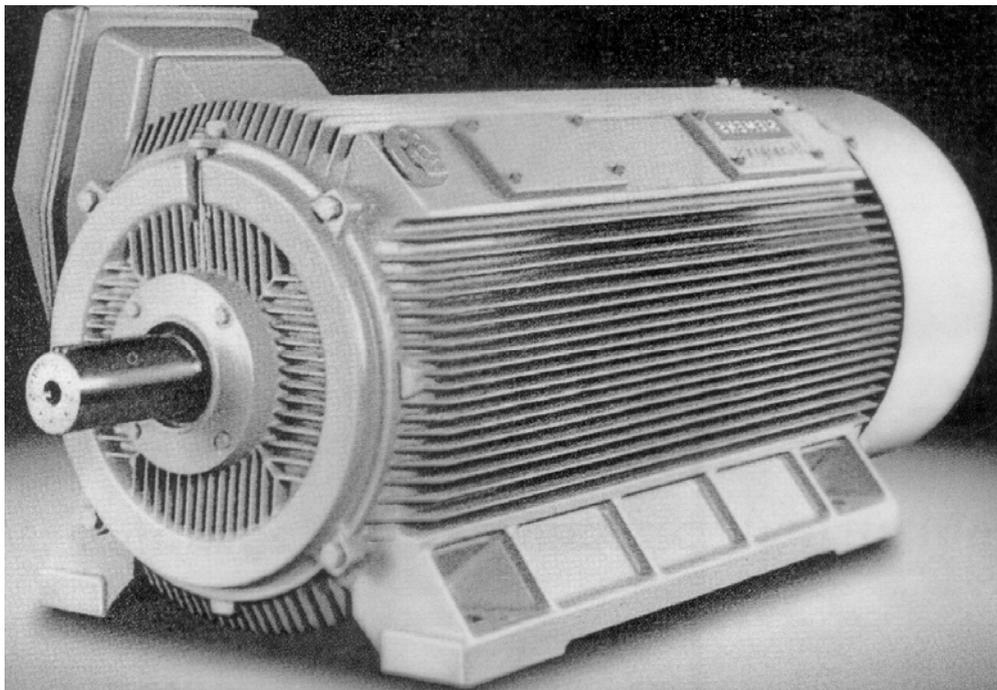
magnetischen Geräuschen ("Sirenenton") verbundenen Effekten, und wie man sie minimiert, werden in der Vorlesung "Motorenentwicklung für die Antriebstechnik" besprochen.

**Fazit:**

Um das Betriebsverhalten der realen Asynchronmaschinen zu verstehen (wie z. B. die in Bild 6.4-5 abgebildete), sind neben den Grundkenntnissen zum T-Ersatzschaltbild und zur Stromverdrängung auch Kenntnisse zu den Sekundäreffekten wie die Eisensättigung bei Leerlauf und Kurzschluss sowie der Einfluss der Oberwellen wesentlich.



a)



b)

Bild 6.4-5: Vierpolige Asynchronmaschinen mit Kurzschlusskäfig und Rippengehäuse, Luft-Oberflächenkühlung mit einem Wellenlüfter (unter der Lüfterhaube rechts): a) Norm-Asynchronmotor 11 kW, 400 V Y, 50 Hz, zum „Multi-purpose“-Einsatz, b) Große Asynchronmaschine 1.5 MW, Hochspannungswicklung, 50 Hz, Einsatz z. B. als Industrieantrieb (Quelle: *Siemens AG*)

## 7. Antriebstechnik mit der Asynchronmaschine

Die Asynchronmaschine ist der am häufigsten eingesetzte industrielle Antrieb, sowohl am Netz als "Festdrehzahl"-Antrieb, da die Drehzahl sehr nahe bei der Synchrondrehzahl liegt, als auch als **drehzahlveränderbarer** Antrieb mit Umrichterspeisung.

### 7.1 Typische Arbeitsmaschinen

In der Antriebstechnik werden unterschiedliche **Arbeitsmaschinen** angetrieben, die durch ihre **Gegenmoment-Charakteristik**  $M_s(n)$  in vier Klassen eingeteilt werden (Bild 7.1-5a).



a)



b)

**Bild 7.1-1:** Beispiele von Arbeitsmaschinen: a) **Kunststoff-Spritzgussmaschine** mit Extruder (wassermantelgekühlter Asynchronantrieb rechts unten), b) drehzahlveränderbare **Pumpenantriebe** in einem Grundwasser-Pumpwerk (luftgekühlte Asynchron-Normmotoren rechts, Kreiselpumpen links)

1) *Konstantmomentantriebe (Bild 7.1-5a, Kurve 1):*

**Lasthebemaschinen (Aufzüge, Krane, ...)** haben gemäß Bild 7.5-1 unabhängig von der Drehzahl  $n$  ein konstantes Lastmoment  $M_s$ , das z.B. für eine seilgeführte Förderkabine (Masse  $m$ ) an einer Seiltrommel (Durchmesser  $d$ ) mit der Erdbeschleunigung  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  mit (7.1-1) bestimmt wird. **Kolbenverdichter** z. B. zum Komprimieren von Luft (Drucklufterzeugung) haben ebenfalls ein konstantes Lastdrehmoment  $M_s$ , da die Kraft am Kolben  $F \sim M_s$  hauptsächlich vom Druck  $p$  im Kolbenzylinder und in weit geringerem Maß von der Kolbengeschwindigkeit  $v \sim n$  abhängt.

$$M_s = m \cdot g \cdot (d/2) \Rightarrow M_s = \text{konst.} \quad (7.1-1)$$

2) *Das Drehmoment nimmt linear mit Drehzahl zu (Bild 7.1-5a, Kurve 2):*

Bei der Förderung zäher Medien (z. B. erhitztes und damit plastisches zähflüssiges Kunststoffgranulat) dominiert die innere Zähigkeitskraft  $F$  gegenüber der masseabhängigen Trägheitskraft! Diese Kraft  $F$  ist gemäß dem *Newton'schen* Ansatz proportional zum Werkstoffparameter „dynamische Zähigkeit“  $\eta_M$  (Einheit:  $\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ ) und zur Fluidgeschwindigkeit  $v_M$ :  $F \sim \eta_M \cdot v_M \sim \eta_M \cdot \Omega_m = \eta_M \cdot 2\pi \cdot n \sim \eta_M \cdot n$  (Bild 7.1-2). Daher haben **Extruder** (Bild 7.1-1a), **Kalander** und ähnliche Maschinen, die bei der Erzeugung und Verarbeitung von **Kunststoffen** verwendet werden und am plastischen Kunststoff diese Walkarbeit leisten, ein Lastdrehmoment  $M_s \sim F$ , das linear mit der Drehzahl zunimmt.

$$M_s \sim n \quad (7.1-2)$$

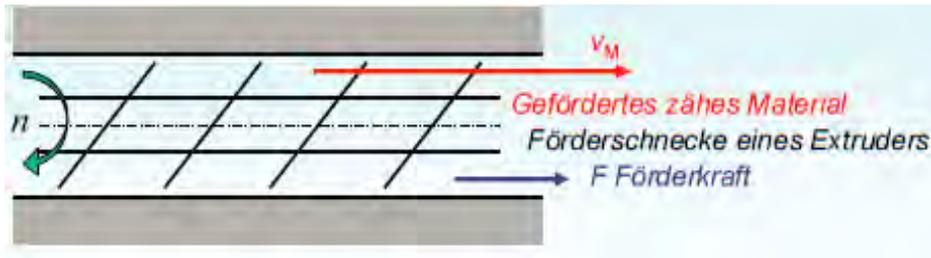


Bild 7.1-2: Prinzipskizze für die Förderung zäher Fluide mit einer Förderschnecke

3) Das Drehmoment nimmt quadratisch mit der Drehzahl zu (Bild 7.1-5a, Kurve 3):

Bei allen **rotierende Strömungsmaschinen** (Pumpen (Bild 7.1-1b), Lüfter, Ventilatoren, Turboverdichter, Propeller (Bild 7.1-5d), aber auch Turbinen) nimmt das Drehmoment quadratisch mit der Drehzahl zu. Diese Strömungsmaschinen treiben Fluide über die von ihnen erzeugte Druckdifferenz, die zwischen Anfang und Ende des Strömungswegs wirkt, an (Flüssigkeitsströmung durch Pumpen, Gasströmung durch Ventilatoren (Lüfter), Verdichter, ...). Diese Druckdifferenz  $\Delta p$  entsteht z. B. bei radial wirkenden Ventilatoren (Bild 7.1-3) oder Pumpen aus der Fliehkraft  $F$  einer rotierenden Fluid-Säule (Drehzahl  $n$ , Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi n$ ) in einem geschlossenen radialen Spalt des Querschnitts  $A$ . Die Integration der differentiell kleinen Fliehkraft  $dF$  eines differentiell kleinen Massenelements  $dm$  der Säule beim Radius  $r$  zwischen dem Ventilator-Innen- und Außenradius  $r_1$  und  $r_2$  ergibt die Fliehkraft  $F$  auf die Säule.

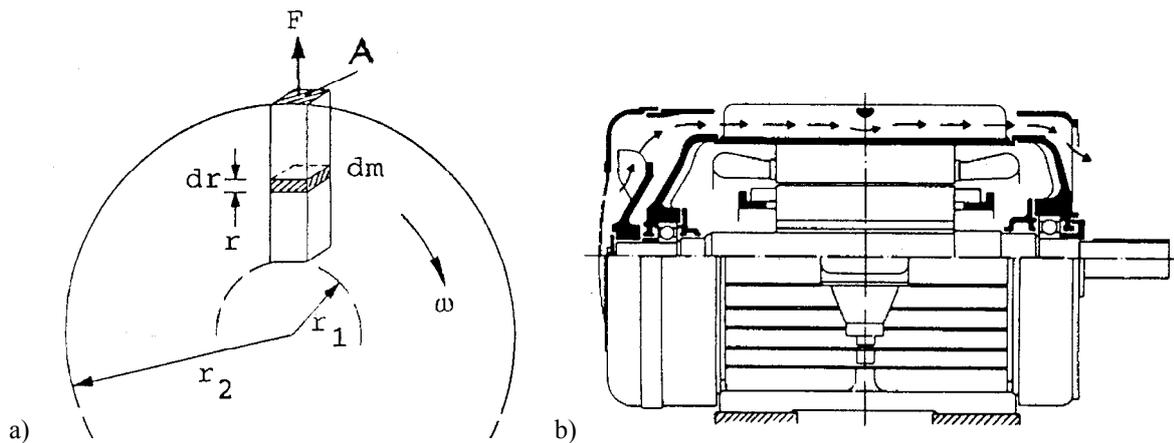


Bild 7.1-3: a) Prinzipskizze eines Radiallüfters: Förderung eines Fluids (differentiell kleines Massepartikel  $dm$ ) von innen (Radius  $r_1$ ) nach außen (Radius  $r_2 > r_1$ ) durch die Fliehkraft  $F$  bei Rotation ( $\omega = 2\pi n$ ), b) Anwendung von a): Radial-Wellenlüfter (linke Maschinenseite) an einer oberflächengekühlten Käfigläufer-Asynchronmaschine zur Förderung des Kühlluftstroms über die Gehäuse-Kühlrippen (ABB)

$$dF = \omega^2 \cdot r \cdot dm = \omega^2 \cdot r \cdot \rho \cdot A \cdot dr \rightarrow F = \int_{r_1}^{r_2} dF = \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot A \cdot (r_2^2 - r_1^2) \tag{7.1-3}$$

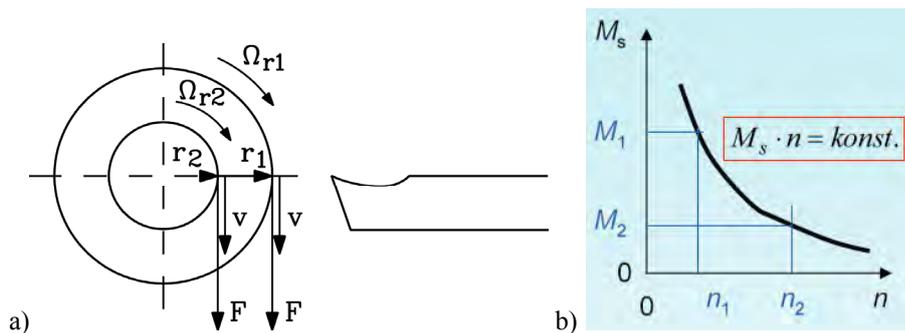
Die erzeugte Druckdifferenz bei  $r_2$  ist  $\Delta p = F / A = \rho \cdot \omega^2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) / 2$ . Proportional zu  $F$  wirkt – je nach Schaufelkrümmung – eine Tangentialkraft  $F_t$ , die über den Hebelarm das Drehmoment

$$M_s \sim n^2 \tag{7.1-4}$$

ergibt. Die genaue Herleitung erfolgt über die EULER'sche Turbinenhauptgleichung.

4) Das Drehmoment sinkt verkehrt proportional zur Drehzahl ("Konstantleistungsantriebe") (Bild 7.1-5a, Kurve 4):

Bei **Dreh-, Fräs- und Wickelmaschinen**, aber auch **Walzantrieben**, soll sowohl die Schnitt- bzw. Wickel- bzw. Walzgeschwindigkeit  $v$  als auch die Schnitt- bzw. Zugkraft  $F$  konstant sein; z. B. ist in Bild 7.1-4a links ein Metallzylinder dargestellt, der vom Radius  $r_1$  auf  $r_2 < r_1$  mit dem rechts dargestellten Schneidwerkzeug abgedreht werden soll. Wird der Radius  $r$  durch Abdrehen oder Abwickeln kleiner, so muss die Drehzahl  $n = v/(2\pi r)$  zunehmen (7.1-5), damit  $v$  konstant bleibt. Gleichzeitig sinkt bei konstanter Kraft  $F$  das Drehmoment  $M_s = F \cdot r$ . Die mechanische Leistung  $P = 2\pi \cdot n \cdot M_s = F \cdot v$  bleibt dabei konstant. Deshalb wird zum Antreiben ein "**Konstantleistungsantrieb**"  $P = \text{konst.} = \text{unabhängig von } n$  benötigt, bei dem das Drehmoment verkehrt proportional zur Drehzahl sinkt (7.1-6), Bild 7.1-4b.



**Bild 7.1-4:** a) **Konstantleistungsantrieb für die Drehbearbeitung:** Die Schnittkraft  $F$  und die Schnittgeschwindigkeit  $v$  sollen konstant sein, um optimales Abspannen zu gewährleisten. Daher ist die Schnittleistung  $P = Fv$  unabhängig von der Drehzahl konstant zu halten. b)  $P = \text{konst.}: M_s \sim 1/n$  (Hyperbel-Verlauf)

$$v = \Omega_{r1} \cdot r_1 = \Omega_{r2} \cdot r_2 = \text{konst.} \Leftrightarrow \Omega_r = 2\pi \cdot n \Rightarrow n = \frac{v}{2\pi \cdot r} \tag{7.1-5}$$

$$M_s = P/(2\pi \cdot n) \sim 1/n \tag{7.1-6}$$

Ein ähnliches Verhalten haben Antriebe für **elektrische Bahnen** (Bild 7.1-5c) oder **Elektro- bzw. Hybridautomobile** (Bild 7.1-5b). Bei kleinen Geschwindigkeiten wird ein hohes Drehmoment zum Anfahren z. B. über die Bordsteinkante oder zum Beschleunigen eines schweren Güterzugs auf einer Rampe benötigt. Bei hohen Geschwindigkeiten genügen kleinere Drehmomente, da nur die Fahrwiderstände überwunden werden müssen. Bei Hochgeschwindigkeitszügen (z. B. ICE3:  $v_{max} = 330 \text{ km/h}$ ) dominiert der Luftreibungswiderstand als Fahrwiderstand. Daher sinkt auch bei diesen Fahrzeugantrieben der Drehmomentbedarf mit steigender Drehzahl.

In Bild 7.1-5a wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass das Lastmoment an der Motorwelle  $M_s$  identisch ist mit dem Lastmoment  $M_L$  der Lastmaschine. Wird als mechanisches Übertragungselement ein **Getriebe** (Bild 7.2.1-b) zwischen Motor und Lastmaschine eingesetzt, so sind  $M_s$  und  $M_L$  unterschiedlich (im einfachsten Fall eines verlustlosen Getriebes mit der Übersetzung  $i: M_s = M_L/i$ ). Bei  $i > 0$  dreht der E-Motor schnell und die Lastmaschine langsam. Wie besprochen, ist die Drehzahl der Lastmaschine durch ihren Verwendungszweck vorgegeben (z. B. die Raddrehzahl  $n_R$  beim Automobil durch den Reifendurchmesser  $d_R$  und die gewünschte Fahrzeuggeschwindigkeit  $v = d_R \cdot \pi \cdot n_R$ ). Wenn die Drehzahl  $n$  der E-Maschine dagegen höher gewählt wird  $n > n_R$ , sinkt wegen

$$P = 2\pi n_R \cdot M_L = \eta_G \cdot (2\pi \cdot n) \cdot M_e \quad (\eta_G: \text{Getriebewirkungsgrad}) \quad (7.1-7)$$

das E-Maschinendrehmoment  $M_e = M_L \cdot (n_R/n) / \eta_G$ , so dass wegen (2-1)  $M_e \sim d^2 l$  das Motorvolumen sinkt. Es kann ein kleinerer, leichter Motor verwendet werden.

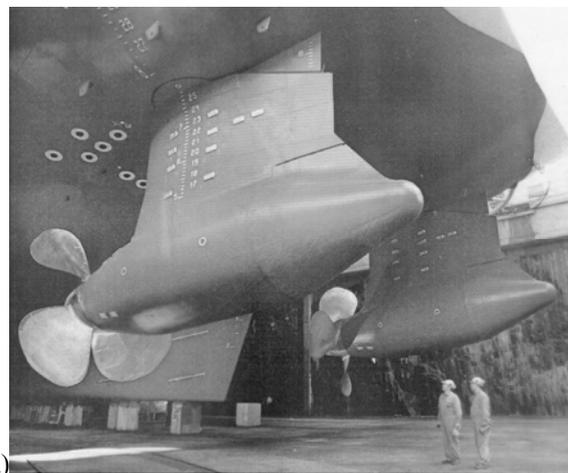
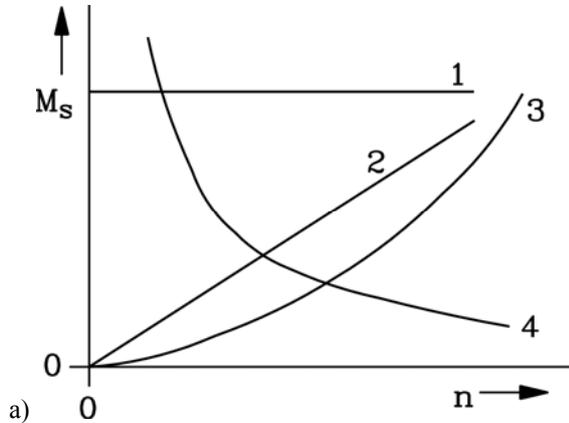


Bild 7.1-5: Arbeitsmaschinen: a) Gegenmomentkennlinien, 1: Lasthebemaschinen, 2: Extruder, 3: Strömungsmaschinen, 4: Konstantleistungsantriebe, b) Elektroauto (Daimler AG), c) Mit Asynchronmotoren betriebener Hochgeschwindigkeits-Triebzug ICE3 (DB AG), d) Mit Synchronmotoren betriebene Schiffspropeller (ABB)

Bei Stirnradgetrieben (in Bild 7.2-1b schräg verzahnt für eine gleichmäßigeren, leiseren Zahneingriff) ist der typische Nenn-Wirkungsgrad durch das Bremsmoment der Getriebereibung (Getriebeverluste) je Getriebestufe 95 ... 97% und wird daher im Folgenden Eins gesetzt. Bei einem einfachen **Stirnradgetriebe** (Bild 7.2-1b) wird die Kraftübertragung durch zwei im Eingriff befindliche Zahnräder mit den Durchmessern  $d_M$  und  $d_L$  erreicht, die am Eingriffspunkt dieselbe Umfangsgeschwindigkeit  $v$  und Tangentialkraft  $F$  haben.

$$v = d_M \pi n_M = d_L \pi n_L \Rightarrow i = n_M / n_L = d_L / d_M \quad (7.1-8a)$$

$$F = 2M_M / d_M = 2M_L / d_L \Rightarrow i = M_L / M_M \quad M_M = M_L / i \quad (7.1-8b)$$

Mit den Bezeichnungen von Bild 7.2-1b definieren wir das **Getriebe-Übersetzungsverhältnis**  $i = d_L/d_M$  und erhalten damit für das Verhältnis von Motor- zu Lastdrehzahl  $n_M$  und  $n_L$  den Wert  $i > 1$  und für das Verhältnis von Motor- zu Lastdrehmoment  $M_M$  und  $M_L$  den Wert  $1/i < 1$ .

$$\frac{n_M}{n_L} = \frac{d_L}{d_M} = i \quad \frac{M_M}{M_L} = \frac{d_M}{d_L} = \frac{1}{i} \quad (7.1-9)$$

Je Stirnradstufe lässt sich typisch  $1 \leq i \leq 10$  realisieren; allerdings entsteht je Stufe ein Wellenversatz von Motor und Lastmaschine. Beim Kegelradgetriebe sind die Wellen zueinander geneigt. Beim Schneckenradgetriebe ist ein deutlich höheres  $i$  (z. B.  $i = 50$ ) möglich, aber das Getriebe ist i. A. in die Richtung von der Last zu Motor selbsthemmend. Beim Planetengetriebe sind die Wellen fluchtend (Details zu Getrieben: Vorlesung *Maschinenelemente*).

7.2 Hochlauf der Asynchronmaschine

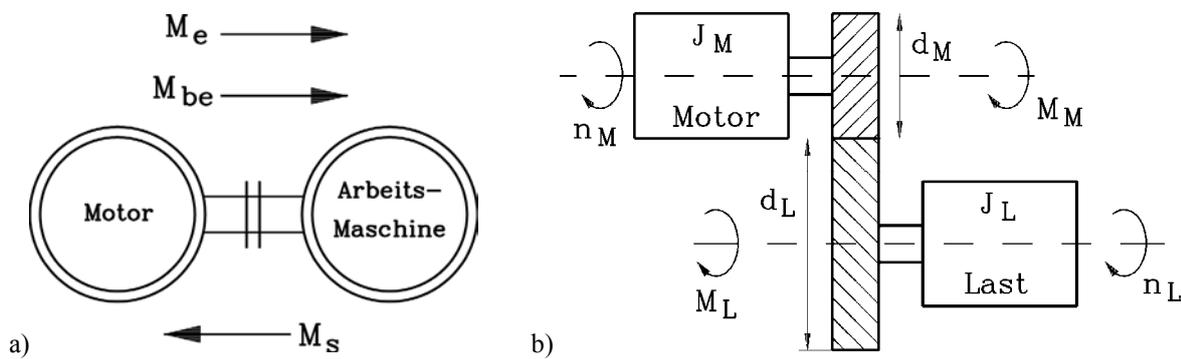


Bild 7.2-1: Starre Kupplung von Motor und Arbeitsmaschine: a) direkt gekuppelter Antrieb ( $n_M = n_L = n$ ), b) Antrieb mit Getriebe (Übersetzung  $i = n_M/n_L$ )

a) Dynamische Bewegungsgleichung:

Wir betrachten einen Asynchronmotor (**polares Trägheitsmoment** des Läufers  $J_M$ , Index M: Motor), der mit einer Arbeitsmaschine (polares Trägheitsmoment  $J_L$ , Index L: Last) direkt gekuppelt ist (Bild 7.2-1a, **Direktantrieb**). Der Asynchronmotor treibt an der Welle die Arbeitsmaschine an. Sein im Luftspalt erzeugtes elektromagnetisches Moment  $M_e$  ist an der Welle - um das eigene Verlustmoment  $M_d$  verringert - als  $M_M = M_e - M_d$  wirksam. Bei den weiteren Betrachtungen wird das (kleine) Verlustmoment  $M_d$  vernachlässigt, so dass das an der Welle wirksame Maschinenmoment identisch mit dem Luftspaltmoment  $M_e$  ist. Die Arbeitsmaschine bremst an der Welle als Wellen-Gegenmoment  $M_s$ . Wegen der **mechanischen Bewegungsgleichung** (7.2-1) (*I. NEWTON*) ist die Summe der positiv und negativ wirkenden Momente das Beschleunigungsmoment  $M_{be}$  wirksam, das der Drehimpulsänderung (Drehimpuls  $J_{L+M} \cdot \Omega_m$ ) entspricht und bei  $J_{L+M} = konst.$  die mechanische Motor-Drehwinkelbeschleunigung  $d\Omega_m / dt$  ergibt.

$$(J_L + J_M) \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e - M_d - M_s = M_M - M_s \Rightarrow \boxed{J_{L+M} \cdot \frac{d(2\pi n)}{dt} = M_{be}} \quad (7.2-1)$$

Zum Beschleunigen muss  $M_{be} > 0$  sein, zum Bremsen  $M_{be} < 0$ !

Wenn eine elastische Kupplung zwischen Motor und Lastmaschine angeordnet ist, können Drehschwingungen (Torsionsschwingungen, Drillschwingungen) des Motorläufers gegen den Läufer der Lastmaschine auftreten, angeregt z. B. durch eine Welligkeit von  $m_e(t)$ . Dann ist  $m_L(t) \neq m_s(t)$  weil die elastische Kupplung die Differenz  $m_L(t) - m_s(t)$  aufnimmt. Treten keine Schwingungen auf oder ist die Kupplung „starr“, dann ist  $M_s = M_L$ . Befindet sich zwischen

Motor (Drehzahl  $n = n_M$ ) und Arbeitsmaschine (Bild 7.2-1b) ein **Getriebe** mit der Übersetzung (7.1-8), so drehen Lastmaschine und Motor unterschiedlich schnell, und  $M_s = M_L/i$  (Getriebe verlustlos angenommen).

$$n/n_L = i \quad M_s/M_L = 1/i \quad (7.2-2)$$

Zwischen dem Drehmoment der Lastmaschine  $M_L$  und dem Beschleunigungsmoment des Lastträgheitsmoments  $J_L$  auf der Lastmaschinen-Seite und dem an der Motorwelle wirksamen Wellenmoment  $M_s$  auf der Motor-Seite des Getriebes gilt gemäß (7.2-2)

$$M_s = \frac{1}{i} \cdot (J_L \cdot d(2\pi n_L)/dt + M_L) \quad (7.2-3)$$

Für die Momentensumme an der Motorwelle folgt beim Beschleunigen

$$J_M \frac{d(2\pi n_M)}{dt} = M_M - \frac{M_L}{i} - \frac{J_L}{i} \frac{d(2\pi n_L)}{dt} \Rightarrow \left( J_M + \frac{J_L}{i^2} \right) \cdot \frac{d(2\pi n_M)}{dt} = M_M - \frac{M_L}{i} \quad (7.2-4)$$

$$\left( J_M + \frac{J_L}{i^2} \right) \cdot \frac{d(2\pi n_M)}{dt} = M_M - M_s \quad M_s = \frac{M_L}{i}$$

Bezogen auf die Motordrehzahl  $n = n_M$  verringert sich folglich das resultierende polare Trägheitsmoment bei  $i > 1$ :

$$J_{M,res} = J_M + \frac{J_L}{i^2} \quad (7.2-5)$$

Beim Direktantrieb  $i = 1$  ergibt sich als Sonderfall  $J_{M,res} = J_M + J_L = J_{M+L}$  die direkte Summe der Trägheitsmomente von Motor und Last. Bezogen auf die Lastdrehzahl erhöht sich das resultierende polare Trägheitsmoment bei  $i > 1$ :

$$\left( J_M \cdot i^2 + J_L \right) \cdot \frac{d(2\pi n_L)}{dt} = M_M \cdot i - M_L \quad (7.2-6)$$

#### Beispiel 7.2-1:

Antrieb für einen Hochgeschwindigkeitstriebzug:  $i = 2.5$ . Das Trägheitsmoment  $J_L$  des langsam drehenden Radsatzes ( $n_{L,max} = 2200/\text{min}$  bei  $v_{max} = 330 \text{ km/h}$ ) wird um den Faktor  $1/2.5^2$  verringert für den Motor wirksam, so dass der Motor sehr rasch seine Drehzahl ändern kann. Der Motor dreht maximal mit  $n_{max} = 2200 \times 2.5 = 5500/\text{min}$ . Der Durchmesser der Radsatz-Treibräder ist  $d_R = v_{max} / (\pi \cdot n_{L,max}) = 795 \text{ mm}$ .

#### Beispiel 7.2-2:

Bei Sesselliften, Seilbahnen, ... hilft das lastseitig gemäß (7.2-6) vergrößerte Trägheitsmoment im Fehlerfall, wenn der Antriebsmotor ausfällt:  $M_M = 0$ ! Denn antreibend wirkt lastseitig nun  $M_L$  und beschleunigt gemäß (7.2-6) die Gondeln ungebremst talwärts, bis die Sicherheitsbremse eingreift.

$$\left( J_M \cdot i^2 + J_L \right) \cdot \frac{d(2\pi n_L)}{dt} = -M_L < 0 \Rightarrow \frac{d(2\pi n_L)}{dt} = -\frac{M_L}{J_M \cdot i^2 + J_L} < 0$$

Gemäß Bild 7.2-2a kann dabei eine für die Fahrgäste gefährlich große Stoßkraft auftreten. Wegen  $i > 1$  wirkt das Motorträgheitsmoment  $J_M$  auf der Lastseite vergrößert mit  $J_M \cdot i^2$ ! Ein großes Trägheitsmoment  $J_{L+M} = J_M \cdot i^2 + J_L$  verringert diese Bremsbeschleunigung  $dn_L/dt$  und begrenzt die Stoßkraft!

$$J_{L+M} \cdot \frac{d\Omega_L}{dt} = -M_L \Rightarrow \Omega_L(t) = -\frac{M_L}{J_{L+M}} \cdot t + \Omega_{L0}$$

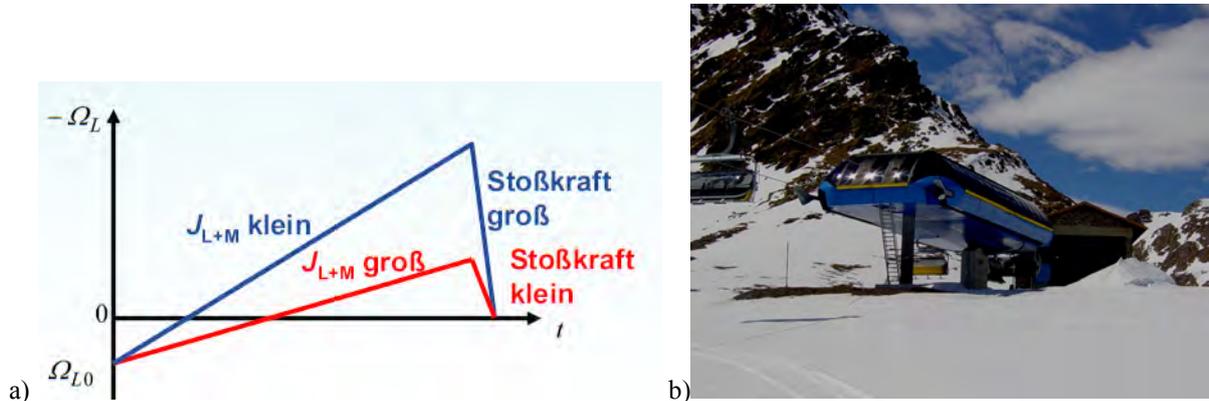


Bild 7.2-2: a) Abbremsen einer ungebremst zu Tal fahrenden Gondelbahn mit kleinem und großem Trägheitsmoment, b) Sessellift für ein Schigebiet (Quelle: Leitner, Südtirol, Italien)

b) Nenn-Anlaufdauer:

Wenn die Asynchronmaschine ungekuppelt ("leer":  $M_s = 0, J_L = 0$ ) mit ihrem Nennmoment  $M_e = M_N$  von Stillstand auf Nenn Drehzahl beschleunigt, so benötigt sie dazu die sogenannte **Nenn-Anlaufdauer**  $T_J$ .

$$J_M \frac{d\Omega_m}{dt} = M_N \Rightarrow \int_0^{\Omega_{mN}} d\Omega_m = \int_0^{T_J} \frac{M_N}{J_M} dt \Rightarrow \boxed{T_J = \frac{J_M}{M_N} \Omega_{mN}} \quad (7.2-7)$$

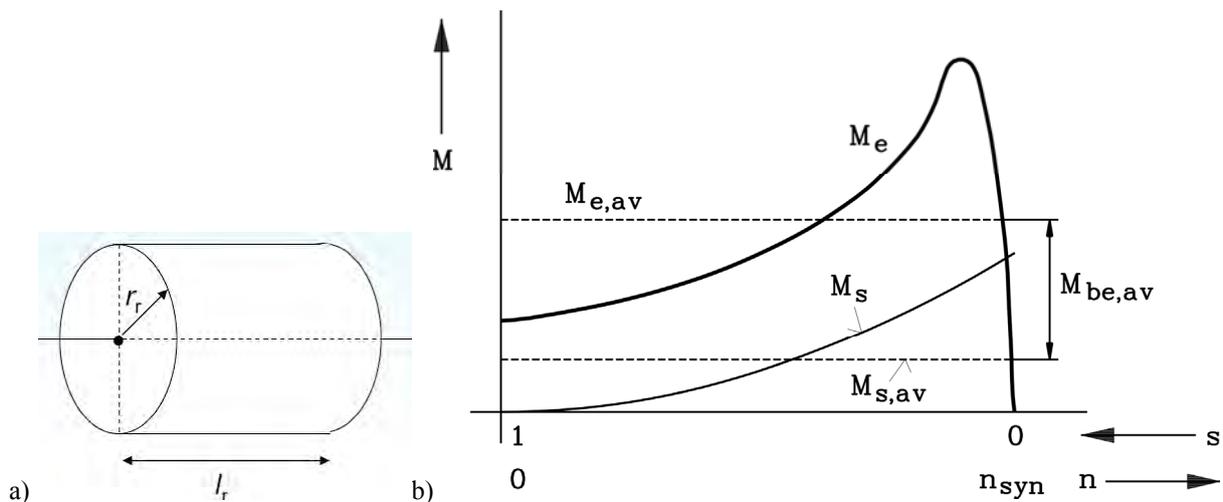


Bild 7.2-3: a) Zylindrischer Motorläufer, b) Drehmomente eines „Asynchronmotor-Verdichter-Antriebs“ ( $M_s \sim n^2$ ). Die mittleren Momente (Index av) werden für die näherungsweise Bestimmung der Anlaufzeit verwendet.

Wegen des kreiszylindrischen Läuferblechpakets wird der E-Maschinenläufer näherungsweise als rotierender Zylinder mit dem Außenradius  $r_r$ , der Länge  $l_r$ , der Masse  $m_r$  und der (gemittelten) Dichte  $\gamma_r$  aufgefasst, der das polare Trägheitsmoment um die Läuferdrehachse

$J_M = m_r \cdot r_r^2 / 2 = \gamma_r \cdot \frac{\pi}{2} r_r^4 \cdot l_r$  hat. Das Läufer-Trägheitsmoment skaliert folglich mit  $J_M \sim d_r^4 l_r$ , hingegen das Bemessungsdrehmoment wegen (2-1) mit  $M_N \sim d_r^2 l_r$  (siehe Kapitel 2)). Daher ist

$$T_J = \frac{J_M}{M_N} \Omega_{mN} \sim \frac{J_M}{M_N} \sim \frac{d_r^4 l_r}{d_r^2 l_r}, \quad T_J \sim d_r^2 \quad (7.2-8)$$

**Fazit:**

*Kleine E-Maschinen (d<sub>r</sub> klein) haben wegen (7.2-8) eine gegenüber großen E-Maschinen sehr kurze Nenn-Anlaufdauer von Bruchteilen einer Sekunde. Große E-Maschinen können bis zu 10 s und mehr aufweisen. Die Nenn-Anlaufdauer ist ein "theoretischer" Wert und charakterisiert wegen (7.2-7) das polare Trägheitsmoment J<sub>M</sub> der E-Maschine.*

c) Anlaufzeit und Läuferverlustenergie:

Die **Anlaufzeit**  $t_a$  wird durch numerische Integration der Differentialgleichung (7.2-9) ermittelt ( $J = J_L + J_M$ ).

$$J \cdot \frac{d(2\pi n)}{dt} = M_e(n) - M_s(n) \Rightarrow \boxed{t_a = \int_0^{n_N} \frac{2\pi \cdot J}{M_e(n) - M_s(n)} \cdot dn} \quad (7.2-9)$$

Zur groben Abschätzung von  $t_a$  können näherungsweise die über dem Drehzahlbereich 0 ...  $n_N$  gültigen Mittelwerte  $M_{e,av}$  und  $M_{s,av}$  der Kennlinien  $M_e(n)$ ,  $M_s(n)$  verwendet werden (Bild 7.2-3b).

$$t_a \approx \int_0^{n_N} \frac{2\pi \cdot J}{M_{e,av} - M_{s,av}} \cdot dn \Rightarrow \boxed{t_a \approx \frac{2\pi n_N J}{M_{e,av} - M_{s,av}}} \quad (7.2-10)$$

Läuft der Motor ohne Gegenmoment hoch ( $M_s = 0$ ), muss er nur das Trägheitsmoment  $J$  beschleunigen ("**Leerhochlauf**" bzw. "**Schwungmassenhochlauf**"). Die während der Anlaufzeit  $t_a$  von 0 auf  $n_N \sim n_{syn}$  im Läufer umgesetzte Verlustenergie  $W_{Cu,r}$  kann unabhängig von der  $M_e(n)$ -Kurve exakt berechnet werden, da stets  $P_{Cu,r} = s \cdot P_\delta$  und  $\Omega_m = (1-s) \cdot \Omega_{syn}$  gilt. Der Integrationsbereich 0 ...  $t_a$  entspricht dem Schlupfbereich 1 ... 0.

$$\begin{aligned} W_{Cu,r} &= \int_0^{t_a} P_{Cu,r} \cdot dt = \int_0^{t_a} s P_\delta \cdot dt = \int_0^{t_a} s \Omega_{syn} M_e \cdot dt = \int_0^{t_a} s \Omega_{syn} J \frac{d\Omega_m}{dt} \cdot dt = \int_0^{t_a} s \Omega_{syn}^2 J \frac{d(1-s)}{dt} \cdot dt = \\ &= - \int_0^{t_a} s \Omega_{syn}^2 J \frac{ds}{dt} dt = - \int_1^0 s \Omega_{syn}^2 J \cdot ds = - J \Omega_{syn}^2 \frac{s^2}{2} \Big|_1^0 = \frac{J \Omega_{syn}^2}{2} = W_{kin} \end{aligned}$$

$$\boxed{W_{Cu,r} = W_{kin}} \quad (7.2-11)$$

**Fazit:**

*Die in der Läuferwicklung umgesetzte Wärmeenergie  $W_{Cu,r}$  bei einem Schwungmassenanlauf ist gleich der in den rotierenden Schwungmassen  $J$  gespeicherten kinetischen Energie  $W_{kin}$ .*

Werden alle sonstigen Verluste vernachlässigt, muss für einen Hochlauf somit aus dem Netz die Energie  $2W_{kin}$  bezogen werden, wobei eine Hälfte in der Läuferwicklung in Wärme umgewandelt wird, und die andere Hälfte in den rotierenden Massen gespeichert wird.

Beim Hochlauf gegen ein Gegenmoment  $M_s$  dauert gemäß (7.2-10) die Hochlaufzeit um den Faktor  $M_{e,av}/(M_{e,av} - M_{s,av})$  länger. Folglich steigt die Verlustenergie um diesen Faktor an.

$$W_{Cu,r} = \frac{J\Omega_{syn}^2}{2} \cdot \frac{M_{e,av}}{M_{e,av} - M_{s,av}} > W_{kin} \quad (7.2-12)$$

Nach erfolgtem Hochlauf dreht der Antrieb im **Arbeitspunkt** bei jener Drehzahl  $n$ , die sich als Schnittpunkt der Kennlinien  $M_e(n) = M_s(n)$  (Bild 7.2-3b) ergibt. Wegen  $M_e = M_s$  bzw.  $M_M = M_s$  ist gemäß (7.2-1)  $dn/dt = 0$ , und die Drehzahl ändert sich nicht mehr.

### Beispiel 7.2-3:

#### **Asynchroner Hochlauf eines Asynchronmotors mit Doppelstabläufer:**

$P_N = 155 \text{ kW}$ ,  $f_N = 50 \text{ Hz}$ ,  $n_N = 974/\text{min}$ , polares Läufer-Trägheitsmoment  $J_M = 5.8 \text{ kgm}^2$ , mittleres asynchrones Anlaufmoment  $M_{e,av}/M_N = 1.4$ . Die direkt gekuppelte Arbeitsmaschine weist ein hohes Trägheitsmoment  $J_L = 23.0 \text{ kgm}^2$  auf. Ihr mittleres Gegenmoment ist  $M_{s,av}/M_N = 0.7$ .

- (1) Welche **Polzahl** hat der Motor, und wie groß ist der **Nennschlupf**?
- (2) Wie hoch ist die mittlere **Hochlaufzeit** auf Nenndrehzahl?
- (3) **Schwungmassenhochlauf** auf Synchrondrehzahl (Antrieb gekuppelt, Lastmoment ist Null): Wie hoch ist die im Läuferkäfig während des Hochlaufs umgesetzte Verlustenergie?
- (4) **Lasthochlauf** auf Nenndrehzahl: Wie hoch ist nun die im Läuferkäfig während des Hochlaufs umgesetzte Verlustenergie?

(1) Da die Nenndrehzahl nahe der Synchrondrehzahl liegt, kann bei 50 Hz diese nur 1000/min sein. Somit ist der Motor **sechspolig**.

$$n_{syn} = \frac{f_N}{p} = \frac{50}{3} = 16.66 / s = 1000 / \text{min} \Rightarrow 2p = \underline{6}, s_N = \frac{n_{syn} - n_N}{n_{syn}} = \frac{1000 - 974}{1000} = \underline{2.6\%}$$

$$(2) J = 5.8 + 23.0 = 28.8 \text{ kgm}^2, \quad M_N = \frac{P_N}{2\pi n_N} = \frac{155000}{2\pi \cdot (974/60)} = 1520 \text{ Nm}$$

$$t_a = \frac{2\pi n_N J}{M_{e,av} - M_{s,av}} = \frac{2\pi \cdot (974/60) \cdot 28.8}{(1.4 - 0.7) \cdot 1520} = \underline{2.76 \text{ s}}$$

$$(3) W_{Cu,r} = \frac{28.8 \cdot (2\pi \cdot 1000/60)^2}{2} = \underline{158 \text{ kWs}}$$

$$(4) W_{Cu,r} = \frac{28.8 \cdot (2\pi \cdot 974/60)^2}{2} \cdot \frac{1.4}{0.7} = \underline{300 \text{ kWs}}$$

d) *Verringerung des Anlaufstroms:*

#### d1) Stern-Dreieck-Anlauf:

Der relativ hohe Anlaufstrom der Asynchronmaschine (4 ... 7-facher Nennstrom) belastet das Netz, vor allem "schwache" Netze, die durch eine ideale Spannungsquelle und eine relativ **große Innenimpedanz** (infolge der Zuleitungen, etc.) beschrieben werden. Der Spannungsfall an dieser Netz-Innenimpedanz führt zu relativ großen **Spannungseinbrüchen** an den

Maschinenklemmen während des Hochlaufs. Mit dem **Stern-Dreieck-Anlauf** wird der Anlaufstrom auf 1/3 verringert, leider sinkt aber auch das Anlaufmoment auf 1/3. Der Anlauf selbst erfolgt bei Sternschaltung, anschließend wird mit einem speziellen Schütz ("Stern-Dreieck-Umschalter") auf Dreieckschaltung umgeschaltet (Bild 7.2-4).

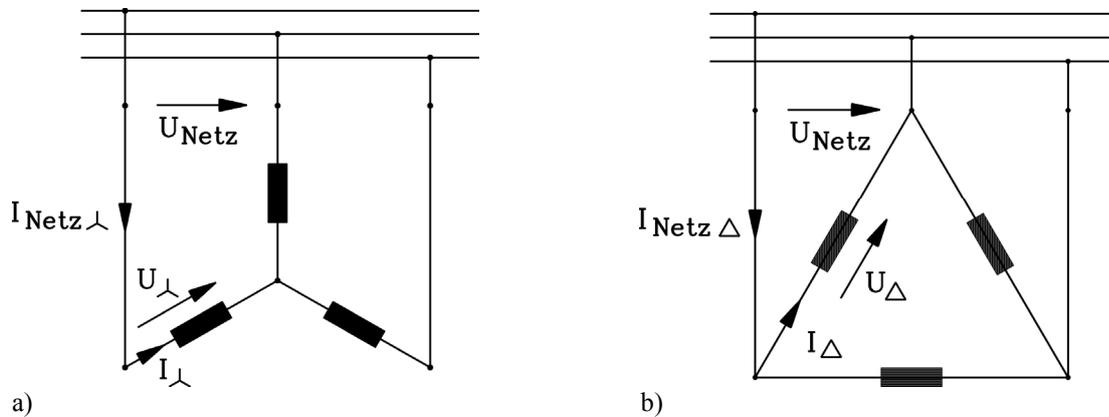


Bild 7.2-4: Die Schaltungen des Stern-Dreieck-Anlaufs: a) Sternschaltung (Anlaufschaltung), b) Dreieckschaltung (Betriebsschaltung)

**Sternschaltung** (Bild 7.2-4a):

Die Strangspannung  $U_Y$  ist  $U_{Netz} / \sqrt{3}$ , der Strangstrom  $I_Y$  ist auch der Netzstrom  $I_{NetzY}$ .

**Dreieckschaltung** (Bild 7.2-4b):

Die Strangspannung  $U_\Delta$  ist identisch mit der Netzspannung  $U_{Netz}$ . Der Strangstrom  $I_\Delta$  ist um den Faktor  $1/\sqrt{3}$  kleiner als der Netzstrom  $I_{Netz\Delta} = \sqrt{3}I_\Delta$ . Daher ist die Strangspannung bei Y-Schaltung um  $1/\sqrt{3}$  kleiner als bei Dreieckschaltung.

$$U_Y = U_\Delta / \sqrt{3} \tag{7.2-13}$$

Deshalb ist mit  $I_{strang} = U_{strang}/Z_{strang}$  bei gleicher Strangimpedanz  $Z_{strang}$  der Strangstrom bei Y-Schaltung im gleichen Maß um  $1/\sqrt{3} = 0.58$  kleiner.

$$I_Y = I_\Delta / \sqrt{3} \tag{7.2-14}$$

Wegen (7.2-14),  $I_{NetzY} = I_Y$  und  $I_{Netz\Delta} = \sqrt{3}I_\Delta$  beträgt der Netzstrom bei Y-Schaltung  $I_{NetzY}$  im Vergleich zur Dreieckschaltung  $I_{Netz\Delta}$  nur 1/3.

$$I_{NetzY} = I_Y = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{I_{Netz\Delta}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{I_{Netz\Delta}}{3} \tag{7.2-15}$$

Das Drehmoment der Asynchronmaschine ändert sich gemäß Kap. 5 quadratisch mit der Strangspannung  $M_e \sim U_s^2$  und somit auch das Anlaufmoment bei  $s = 1$ :  $M_1 \sim U_s^2$ , so dass das Anlaufmoment  $M_{1Y}$  nur 1/3 des Anlaufmoments bei Dreieckschaltung  $M_{1\Delta}$  ist.

$$\frac{M_{1Y}}{M_{1\Delta}} = \left(\frac{U_Y}{U_\Delta}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} \tag{7.2-16}$$

**Fazit:**

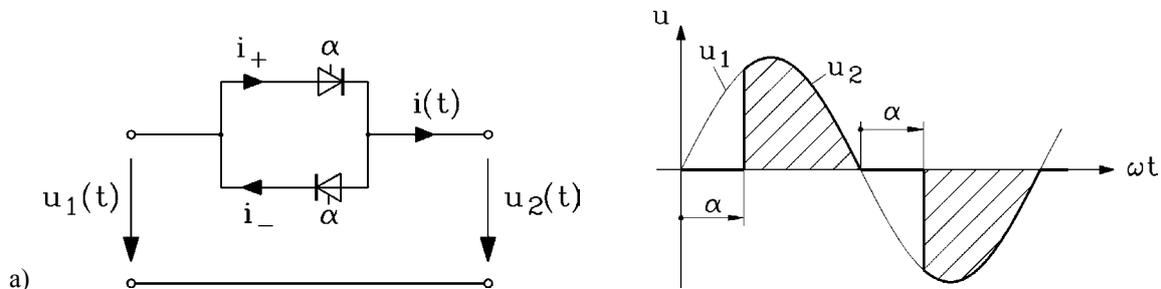
Der Stern-Dreieck-Hochlauf senkt Anlaufstrom und Anlaufmoment auf 33%, wird aber nur bei kleineren Leistungen  $i. A. < 100 \text{ kW}$  verwendet, da sonst der Y-D-Umschalter zu groß würde und die stets beim Umschalten auftretenden transienten Schaltstromstöße und Momentstöße ebenfalls zu groß wären und den Antrieb schädigen könnten (z. B. Kupplungsbruch).

Beispiel 7.2-4:

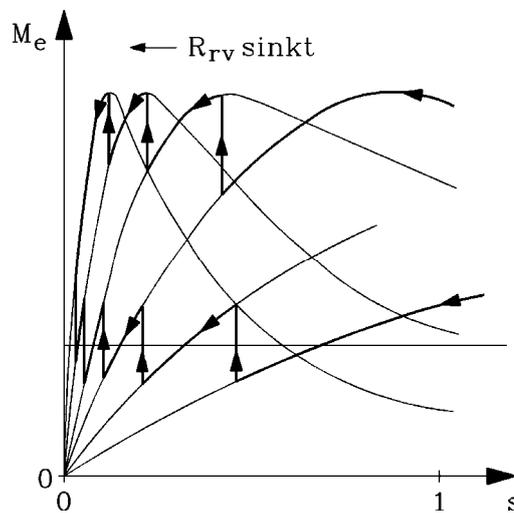
Ein Doppelkäfigläufermotor (Kapitel 6) hat typische Anlauf-Ströme  $I_1$  und Anlauf-Drehmomente  $M_1 = M(s = 1)$  gemäß Tabelle 7.2-1 die sich beim Y-D-Anlauf auf je 1/3 verringern.

	$M_1/M_N$	$I_1/I_N$
$\Delta$ -Schaltung	2 ... 3	6 ... 8
Y-Schaltung	0.7... 1	2 ... 2.7

Tabelle 7.2-1: Verringerung von Anlaufstrom und Anlaufmoment durch Stern-Dreieck-Umschaltung am Beispiel von Doppelkäfigläufermotoren



a)



b)

Bild 7.2-5: Anlaufhilfen: a) Leistungselektronischer Sanftanlasser, b) Asynchroner Hochlauf eines Schleifringläufers mit stufenweise geschaltetem Anlasswiderstand: Anfahren mit Kippmoment (obere Kurve) und Nennmoment (untere Kurve)

d2) Sanftanlasser:

Mit einer antiparallelen Thyristorschaltung je Strang wird aus der sinusförmigen Netzspannung durch Anschnittsteuerung (Zündwinkel  $0 \leq \alpha \leq \pi$ ) ein Teil der "Spannungs-Zeit-Fläche" beim Anlauf herausgeschnitten (Bild 7.2-5a). Der Motor erhält eine zwar nichtsinusförmige Spannung, deren Grundschwingung aber gegenüber der Netzspannung verringert ist, was die Stromaufnahme, aber auch das Drehmoment, während des Anlaufs verringert.

d3) Anlasswiderstände bei Schleifringläufermotoren :

Bei einem **Schweranlauf** ist

- das Trägheitsmoment der Lastmaschine sehr viel größer als das des Motorläufers oder
- das Gegenmoment sehr groß (aber kleiner als das Motormoment).

Der Einsatz eines Käfigläufers für Schweranlauf am Netz bei großen Leistungen (> 1 MW) ist aus thermischen Gründen oft nicht möglich, da wegen des hohen Anlaufstroms (ca. 7-fach) die Läuferverlustwärme zu groß ist. Der Käfig wird thermisch überbeansprucht: z.B. reißt der Stab-Ring-Verbindung durch ungleichmäßige Wärmedehnung der einzelnen Käfigstäbe. Abhilfe bringt die Umrichterspeisung (Kapitel 7.6), der Sanftanlasser oder die Asynchronmaschine mit Schleifringläufer und "**Anlasswiderständen**" im Läuferkreis (Kapitel 5). Während des Hochlaufes kann man durch Verkleinern des Anlasswiderstands das Drehmoment etwa konstant halten (Bild 7.2-5b, Kurve 1). So ist es möglich, mit dem Kippmoment gegen große Gegenmomente anzufahren. Die Läuferverluste werden zum Großteil in den externen Läuferwiderständen umgesetzt und durch eine separate Kühlung abgeführt.

Für den Fall eines gemäßigten Gegenmoments, aber eines **schwachen Netzes**, das den Anlaufstrom eines Käfigläufermotors nicht beherrscht, kann ebenfalls mit dem Schleifringläufermotor angefahren werden, z. B. mit etwa Nennmoment und Nennstrom (Bild 7.2-5b, Kurve 2). Allerdings sind Schleifringläufermaschinen deutlich teurer als Käfigläufermaschinen, so dass heute i. A. umrichtergespeiste Käfigläufer-Motoren verwendet werden.

**7.3 Stabile und instabile Arbeitspunkte – "Quasistatische Stabilität"**

Der Arbeitspunkt des Motors ( $n^*, M_e^*$ ) wird durch den Schnittpunkt der  $M_e(n)$ -Kennlinie des Motors mit der  $M_s(n)$ -Kennlinie der Arbeitsmaschine bestimmt (Bild 7.3-2b). Allerdings ist nicht jeder Schnittpunkt gegenüber Störungen stabil.

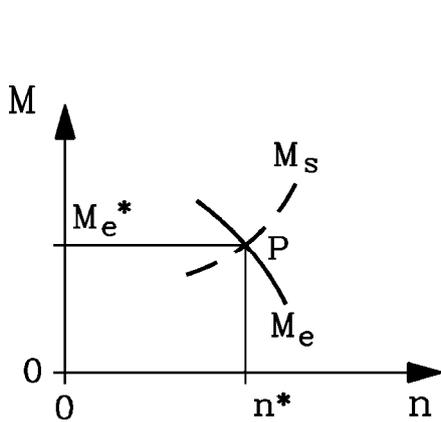


Bild 7.3-1: Der Arbeitspunkt des Antriebs (Index \*) ergibt sich als Schnittpunkt der  $M(n)$ -Kennlinien von Motor und Last

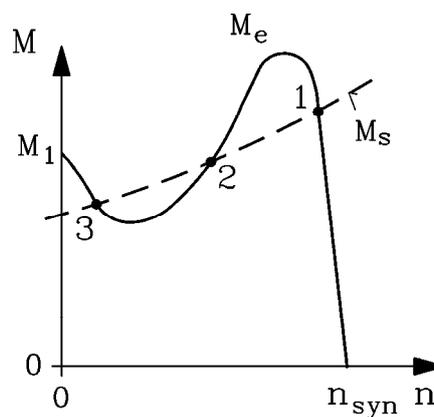


Bild 7.3-2: Asynchronmotorkennlinie  $M_e$  mit „Sattel“ (z.B. Doppelstab-Läufer) und Gegenmomentkennlinie  $M_s$  der Arbeitsmaschine: Die Punkte 1 und 3 sind stabil, 2 ist instabil.

**Stabiler Arbeitspunkt:**

Bei kleinen Störungen der Drehzahl (z. B. durch eine kurzzeitige Frequenzschwankung der Speisespannung) oder des Drehmoments (z. B. infolge des Arbeitsprozesses der Lastmaschine) wird nach dem Abklingen der Störung wieder der ursprüngliche Arbeitspunkt erreicht.

**Instabiler Arbeitspunkt:**

Bei kleinen Störungen der Drehzahl oder des Drehmoments wird der Arbeitspunkt dauernd verlassen.

Bei der (**quasi**)**statischen Stabilitätsuntersuchung** werden die stationären („statischen“) Betriebskennlinien  $M_e(n)$  und  $M_s(n)$  verwendet, für die jeder Arbeitspunkt einen stationären Betriebszustand darstellt. Elektrische Ausgleichsvorgänge auf Grund der Induktivitäten der Wicklungen werden nicht betrachtet. Die Kurven  $M_e(n)$  und  $M_s(n)$  werden im Arbeitspunkt linearisiert, wobei der Bereich der Linearisierung  $2 \cdot \Delta\Omega_m$ , also der Tangenten an die Kurven im Arbeitspunkt von Bild 7.3-1, größer sein soll als die eingeprägte Störung (**"Störungsrechnung"**). Mit der Abweichung der mechanischen Drehfrequenz  $\Delta\Omega_m = \Omega_m - \Omega_m^*$  ( $\Omega_m^* = 2\pi n^*$ ) vom Arbeitspunkt und dem Anstieg der Kennlinien im Arbeitspunkt

$$\frac{dM_e}{d\Omega_m} = M'_e, \quad \frac{dM_s}{d\Omega_m} = M'_s \quad (7.3-1)$$

erhalten wir die Tangentengleichungen an die Kennlinien im Arbeitspunkt als lineare Ersatzkennlinien für Motor- und Lastdrehmoment.

$$M_e(\Omega_m) \cong M_e(\Omega_m^*) + M'_e \cdot \Delta\Omega_m \quad (7.3-2a)$$

$$M_s(\Omega_m) \cong M_s(\Omega_m^*) + M'_s \cdot \Delta\Omega_m \quad (7.3-2b)$$

Im Arbeitspunkt sind Motor- und Lastmoment gleich groß:  $M_e(\Omega_m^*) = M_s(\Omega_m^*)$ . Eingesetzt in die Bewegungsgleichung (7.2-1) ergibt das (wegen  $d\Omega_m^*/dt = 0$ ) mit  $d\Omega_m/dt = d\Delta\Omega_m/dt$ :

$$J \cdot \frac{d\Delta\Omega_m}{dt} = M_e(\Omega_m) - M_s(\Omega_m) \Rightarrow J \cdot \frac{d\Delta\Omega_m}{dt} - (M'_e - M'_s) \cdot \Delta\Omega_m = 0 \quad (7.3-3)$$

Dies ist eine lineare, homogene Differentialgleichung 1. Ordnung für  $\Delta\Omega_m$  mit konstanten Koeffizienten, deren Lösung eine Exponentialfunktion (7.3-4) ist.

$$\Delta\Omega_m(t) = C \cdot \exp(t \cdot (M'_e - M'_s) / J) \quad (7.3-4)$$

Mit der Anfangsbedingung als eingeprägte Drehzahlstörung  $\Delta\Omega_m(0) = \Delta\Omega_{m0} = C \cdot e^{\lambda \cdot 0} = C$  folgt der zeitliche Verlauf der Drehzahlabweichung auf Grund der Störung (7.3-5), Bild 7.3-3.

$$\Delta\Omega_m(t) = \Delta\Omega_{m0} \cdot \exp(t \cdot (M'_e - M'_s) / J) \quad (7.3-5)$$

**Fazit:**

Ist  $dM_e/d\Omega_m - dM_s/d\Omega_m > 0$ , so klingt die Drehzahlstörung (= die Abweichung von der Drehzahl im Arbeitspunkt), weiter auf; der Arbeitspunkt **ist instabil**. Ist  $dM_e/d\Omega_m - dM_s/d\Omega_m < 0$ , so klingt die Störung exponentiell ab; der Arbeitspunkt **ist stabil**.

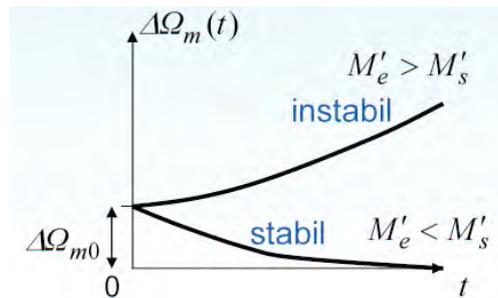


Bild 7.3-3: Zeitlicher Verlauf der Drehzahlabweichung auf Grund der Störung für  $t > 0$  bei stabilem und instabilem Arbeitspunkt

Beispiel 7.3-1:

Asynchronmotor mit ausgeprägtem "Sattel" in der  $M_e(n)$ -Kennlinie (Bild 7.3-2): Die Arbeitspunkte 1 und 3 sind stabil, Punkt 2 ist instabil (Tabelle 7.3-1). Beim Hochlauf würde der Motor somit im Punkt 3 "hängenbleiben".

	Arbeitspunkte	$dM_e/d\Omega_m$	$dM_s/d\Omega_m$	$dM_e/d\Omega_m - dM_s/d\Omega_m$
1	stabil	<0	>0	<0
2	instabil	>0	>0	>0
3	stabil	<0	>0	<0

Tabelle 7.3-1: Stabilitätsbetrachtung der Arbeitspunkte 1, 2, 3 des Bilds 7.3-2

**7.4 Abbremsen von Asynchronmaschinen**

a) *Ungebremster mechanischer Auslauf:*

Trennt man die Asynchronmaschine vom Netz, so wird das antreibende Moment  $M_e$  Null. Es verbleiben das bremsende Moment  $M_s$  der gekuppelten Arbeitsmaschine und das (sehr kleine) Bremsmoment infolge der Reibungsverluste  $M_d$  in der Asynchronmaschine selbst. Für die ungekuppelte Asynchronmaschine ( $M_s = 0$ ) mit z. B. einem linear drehzahlabhängig angenommenen Verlustmoment  $M_d = -K_d \cdot \Omega_m$  folgt eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten für  $\Omega_m(t)$ , deren Lösung – wie in Abschnitt 7.3 – eine Exponentialfunktion ist mit dem Anfangswert  $\Omega_m(0) = \Omega_{m0}$ . Es erfolgt dann ein exponentielles Absinken der Drehzahl als Funktion der Zeit (7.4-1). Die Drehzahl sinkt auf den Wert  $1/e$  mit der Zeitkonstante  $J_M/K_d$  und ist nach ca. 3 Zeitkonstanten Null. Da  $K_d$  voraussetzungsgemäß sehr klein ist, dauert der „mechanische Auslauf“ sehr lange, bis die gespeicherte kinetische Energie in Reibungswärme umgesetzt ist.

$$J_M \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} + K_d \cdot \Omega_m = 0 \Rightarrow \Omega_m(t) = \Omega_{m0} \cdot \exp\left(-\frac{t}{J_M / K_d}\right) \tag{7.4-1}$$

**Fazit:**

Je größer das polare Trägheitsmoment und je kleiner das bremsende Reibungsmoment sind, desto länger dauert der Auslauf und kann bei großen Maschinen mehrere Stunden bis Tage dauern. Für das **gezielte (rasche) Stillsetzen** des Antriebs sind daher Bremschaltungen im Gebrauch, wo das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  selbst zum Abbremsen verwendet wird. Auch mechanische Anbaubremsen (Reibbelag!) als Betriebsbremsen sind üblich.

b) *Gegenstrombremsen:*

Durch **Vertauschen zweier Klemmen** ändert das statorerregte Drehfeld seine Drehrichtung. Der Läufer dreht auf Grund der Trägheit  $J$  weiter in die ursprüngliche Drehrichtung. Dadurch wirkt  $M_e$  **entgegen der Drehrichtung** und bremst gemeinsam mit dem bremsenden Lastmoment  $M_s (= M_{Mot}$  bei  $n \approx n_{syn}$ ) den Läufer auf  $n = 0$  ab (Bild 7.4-1).

$$M_{brems,res} = M_s + M_e = M_s + \frac{P_m}{\Omega_m} = M_s + \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} \tag{7.4-2}$$

Allerdings wirkt das Drehmoment  $M_e$  ab  $n = 0$  beschleunigend für gegenläufige Drehrichtung, so dass der Motor entgegen der ursprünglichen Drehrichtung auf die negative Synchrondrehzahl  $-n_{syn}$  hoch laufen würde. Deshalb muss kurz vor  $n = 0$  der Motor vom Netz getrennt werden. Während des Bremsbetriebs (Schlupf  $s > 1$ ) nimmt die Asynchronmaschine elektrische Wirkleistung vom Netz über den Ständer auf ( $P_{e,in} \sim P_\delta$ ), gleichzeitig aber auch mechanische Wirkleistung  $P_{m,in}$  über den Läufer, nämlich dessen abgebremste kinetische Energie. Beides wird in Form von Ständer- und Läuferverlustleistung in der Maschine in Wärme umgesetzt (Bild 7.4-2). Die Läuferverlustleistung ist wegen  $-(1-s) \geq 0, 1 < s < 2$  und  $P_m < 0, M_e < 0$ :

$$P_{Cu,r} = sP_\delta = -(1-s)P_\delta + P_\delta = |P_m| + |M_e \Omega_{syn}| \tag{7.4-3}$$

Unmittelbar nach dem Vertauschen zweier Phasen dreht der Läufer noch mit  $n_{syn}$ , das bezogen auf die nun umgekehrte Drehfeldrichtung dem neuen Schlupf  $s = 2$  entspricht. (7.4-3) liefert als Bremsleistung  $P_{Cu,r}$  bei  $n_{syn}$  die doppelte Luftspaltleistung, wobei die eine Hälfte aus dem induzierenden Drehfeld und die andere Hälfte aus der an der Welle wirkenden mechanischen Bremsleistung stammt:  $P_{Cu,r} = 2P_\delta = P_\delta + P_\delta = |P_m| + |M_e \Omega_{syn}|$ .

**Fazit:**

*Werden der Ständerwiderstand und alle weiteren Verlustgruppen außer  $P_{Cu,r}$  vernachlässigt, so gilt gemäß (7.4-3), dass die gesamte zugeführte Leistung in der Läuferwicklung in Wärme umgesetzt wird.*

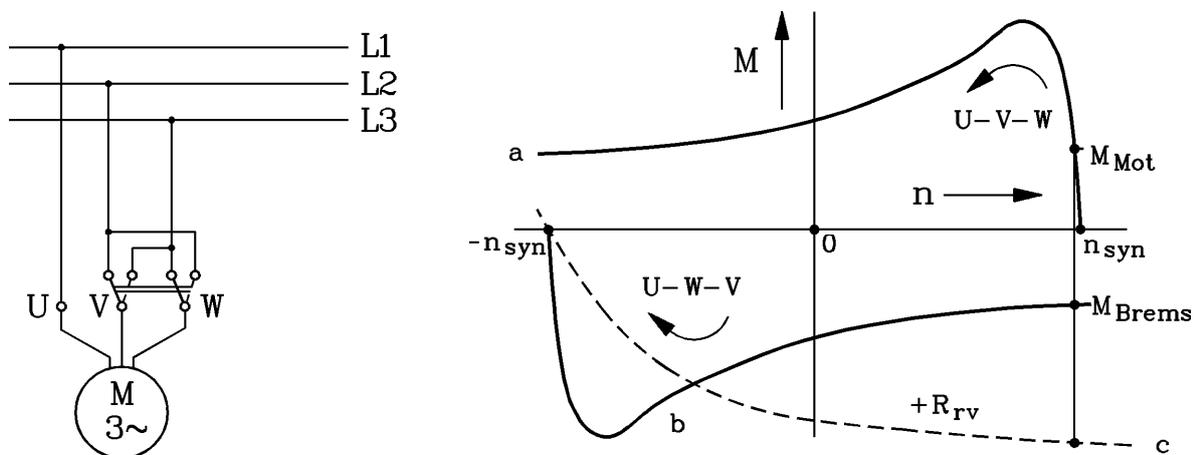


Bild 7.4-1: Gegenstrombremsen: Durch Vertauschen zweier Klemmen kehrt sich das Drehfeld und damit das Drehmoment um (Kurve b statt a) und bremst den Motor ab. Bei  $n = 0$  wird der Motor vom Netz getrennt. Beim Schleifringläufer kann durch Einschalten von Läuferwiderständen  $R_{rv}$  das Bremsmoment maximiert werden (Maximales Bremsmoment bei  $n_{syn}$  ist das Kippmoment!  $R_{rv}/R_f$  ist so einzustellen, dass die Drehmomentkurvenscherung das Kippmoment bei  $s = 2 - s_N$  ergibt, Kurve c).

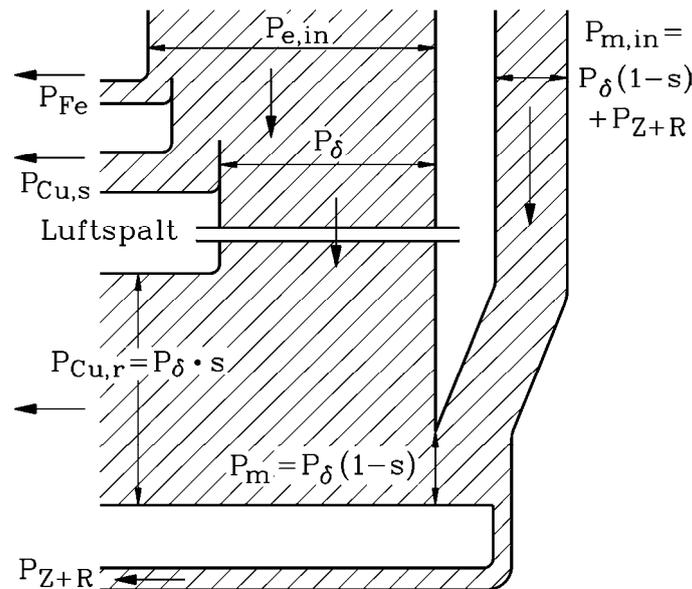


Bild 7.4-2: Leistungsfluss in der Asynchronmaschine bei der Gegenstrombremsung

c) *Generatorisches (übersynchrones) Bremsen:*

Sobald die Asynchronmaschine **über den Synchronpunkt hinaus** angetrieben wird ( $n > n_{syn}$ ), wird sie am Netz zum Generator; es kehren sich das Schlupfvorzeichen ( $s < 0$ ) und das Vorzeichen des Drehmoments um, so dass eine Bremsung erfolgt (Leistungsfluss siehe Kapitel 5). Bei Vernachlässigung aller Verlustgruppen bis auf  $P_{Cu,r}$  folgt, dass die zugeführte mechanische Leistung zum Teil im Läufer in Wärme umgesetzt wird, bei betragsmäßig kleinem Schlupf aber der Großteil in das Netz als elektrische Leistung ( $P_\delta < 0$ ) abgegeben wird. Mit  $P_m = (1 - s)P_\delta < 0$ ,  $s < 0$  und  $M_e < 0$  folgt

$$P_{Cu,r} = sP_\delta = -(1 - s)P_\delta + P_\delta = |P_m| - |P_\delta| = |P_m| - |M_e \Omega_{syn}| > 0, \quad P_\delta < 0 \quad . \quad (7.4-4)$$

Generatorisches („übersynchrones“) Bremsen erfolgt z. B. bei der Bergab-Fahrt von elektrischen Triebfahrzeugen ("Netzbremse"), wenn die Räder schneller als die Synchrondrehzahl drehen.  $P_\delta - P_{Cu,s} - P_{Fe,s} < 0$  wird als elektrische Leistung ins Netz geliefert.

d) *Gleichstrombremsen:*

Bei der Gleichstrombremsung wird die Maschine vom Netz getrennt. In zwei von drei Strängen wird **Gleichstrom**  $I$  über die Gleichspannung  $U_d$  eingespeist (Bild 7.4-3b). Die Drehstromwicklung erregt ein stehendes Luftspaltfeld  $B$  (Bild 7.4-3c) mit der gleichen Polzahl  $2p$ , gegen das sich der Läufer mit der ursprünglichen Drehzahl  $n$  auf Grund der Läuferträgheit  $J$  weiter dreht. In den Läufer werden daher Wechselspannungen mit der Läuferfrequenz  $f_r = n \cdot p$  induziert, die Läuferströme  $I'_r$  mit dieser Frequenz treiben. Diese Läuferströme bilden **mit dem ruhenden Ständerfeld ein bremsendes Drehmoment**  $M_e$ . Bei  $n = 0$  wird dieses Moment ebenfalls Null, da dann  $f_r = 0$  ist und daher keine bremsenden Läuferströme mehr induziert werden. Gemäß Bild 7.4-3a ist der Ständer-Gleichstrom  $I_d$  als Augenblickswert eines "eingefrorenen" Drehstromsystems (Effektivwert  $I_s = \sqrt{2/3} \cdot I_d$ ) für den Zeitpunkt zu betrachten, wo ein Strang stromlos ist (Bild 7.4-3a,b: Strang W stromlos). Daher kann das T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine zur Berechnung von  $M_e$  bei **eingepprägtem Strom**  $I_s$  verwendet werden (Bild 7.4-4a). Aus dem Ersatzschaltbild folgt für den Läuferstrom  $I'_r$

$$\underline{I}'_r = -\underline{I}_s \cdot \frac{jX_h}{\frac{R'_r}{s} + jX'_r} = -I_s \cdot \frac{jX_h}{\frac{R'_r}{s} + jX'_r} \quad (7.4-5)$$

und über die Drehfeldleistung und die Läuferverluste das bremsende Drehmoment

$$M_e(s) = -\frac{P_\delta}{2\pi n_{syn}} = -\frac{P_{Cu,r}/s}{2\pi n_{syn}} = -\frac{m_s R'_r I_r'^2 / s}{2\pi n_{syn}} = -\frac{m_s}{2\pi n_{syn}} \cdot \frac{s R'_r X_h^2}{R_r'^2 + s^2 X_r'^2} I_s^2 \quad (7.4-6)$$

Dabei ist der Schlupf für das äquivalente Drehstromsystem  $I_s$  (Statorfrequenz  $f_s = f_N = \text{konst.}$ ) wie in Kapitel 5 mit  $s = f_r / f_s$  definiert, wobei  $f_N$  die Stator-Nennfrequenz und  $n_{syn} = f_N / p$  ist. Allerdings ist bei  $s = 0$  auch  $n = 0$  und bei  $s = 1$  dann  $n = n_{syn}$ . Der Kippschlupf  $s_{bl}$  für  $M_e(s)$  ist um den Faktor  $\sigma \approx 0.1$  um etwa 1/10 deutlich kleiner (7.4-7) als jener aus Kap. 5 bzw. 6 ( $s_b = R'_r / (\sigma X'_r)$  für  $R_s = 0$ ).

$$dM_e / ds = 0 \Rightarrow s_{bl} = R'_r / X'_r \quad (7.4-7)$$

Der Ständerwicklungswiderstand  $R_s$  kommt in (7.4-7) nicht vor, weil bei stromeingepägter Statorwicklung  $\underline{I}_s = \text{konst.}$  der Spannungsfall  $(R_s + jX_{s\sigma}) \cdot \underline{I}_s$  konstant und irrelevant ist (Bild 7.4-4a)! Der Drehmomentverlauf dieser "stromeingepägten" Asynchronmaschine ist wegen des sehr kleinen Kippschlupfs  $s_b = s_{bl}$  deutlich "spitzer" als jener der in Kapitel 5 und 6 behandelten "spannungseingepägten" Asynchronmaschine. Durch diesen "spitzen" Drehmomentverlauf ist das bremsende Drehmoment in weiten Drehzahlbereichen außer nahe bei  $n = 0$  sehr klein und bremst wenig.

**Fazit:**

Die Bremswirkung der Gleichstrombremsung ist außer bei Schleifringläufermaschinen, wo durch Vorwiderstände der Kippschlupf künstlich erhöht wird ( $s_b = (R_r + R_v) / X_r$ , Bild 7.4-4b) eher gering, so dass die Gleichstrombremsung deutlich schwächer wirkt als die Gegenstrombremsung.

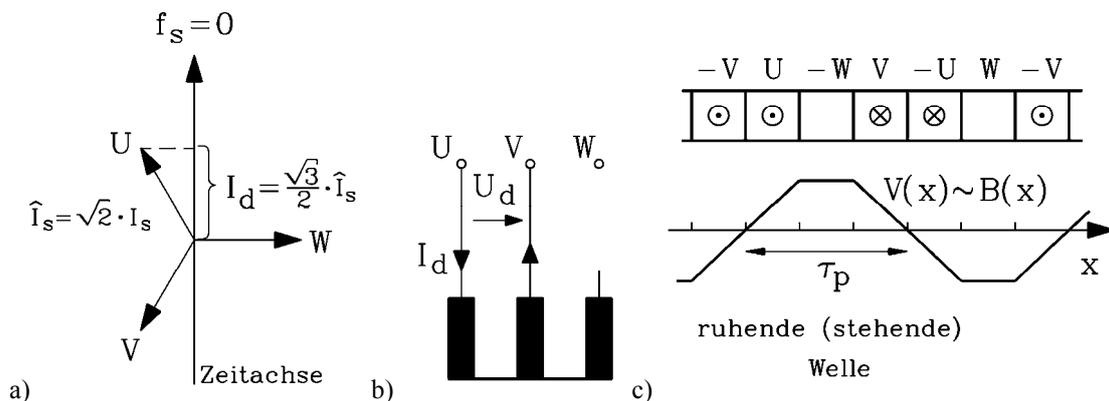


Bild 7.4-3: Gleichstrombremsung:

- a) Eingepägter Gleichstrom  $I_d$  ( $f_s = 0$ ) als "Augenblickswert" eines äquivalenten Drehstromsystems  $I_s$  ( $f_s = f_N$ )
- b) Elektrische Schaltung der Ständerwicklung bei Gleichstromeinspeisung zwischen U und V
- c) Stehendes,  $2p$ -poliges, vom Gleichstrom erregtes Luftspaltfeld der Ständerwicklung (vereinfacht:  $q \rightarrow \infty$ )

Der Bremsmomentverlauf (7.4-6) ist prinzipiell identisch mit dem der **Wirbelstrombremse**, die nach dem gleichen Prinzip funktioniert. Im einfachsten Fall ist dies eine zwischen den

Polschuhen eines Gleichstrommagneten rotierende Kupferscheibe, die an die Stelle des Kurzschlusskäfigs tritt und für hohe Bremskräfte optimiert ist. Solche Bremsen werden in elektrischen Prüffeldern zur Bremsung von zu prüfenden Motoren eingesetzt. Beim ICE3 wird eine **lineare Wirbelstrombremse** eingesetzt, wo die Eisenschienen des Fahrwegs als Sekundärteil dienen.

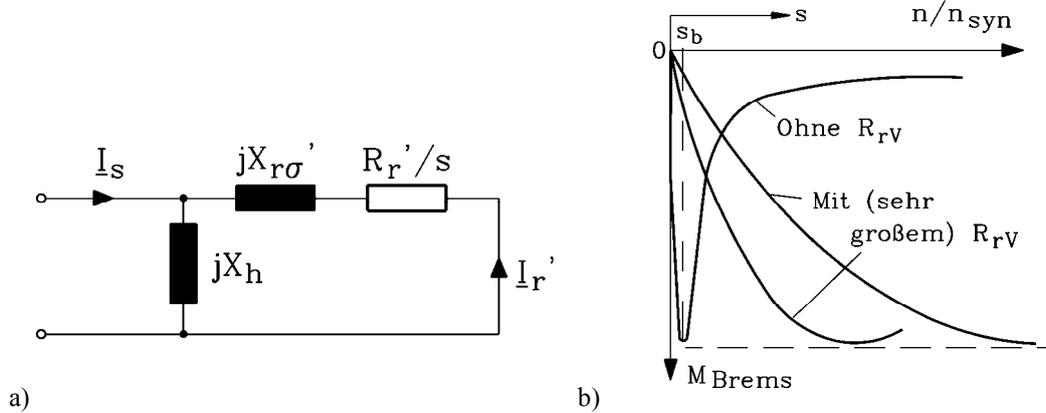


Bild 7.4-4: Gleichstrombremsung: a) T-Ersatzschaltbild bei eingprägtem Strom  $I_s$ , b) Bremsendes Drehmoment (ohne und mit Läuferwiderstand  $R_{rv}$ )

### 7.5 Drehzahlveränderbarer Betrieb von Asynchronmaschinen

Asynchronmaschinen sind auf Grund ihres kleinen Nennschlupfs am Netz (konstante Ständerfrequenz!) im wesentlichen Konstant-Drehzahl-Antriebe, die nahe der Synchrondrehzahl drehen. Drehzahlveränderbarer Betrieb kann auf folgende Weise erreicht werden:

- Schleifringläufermaschinen können durch Einschalten externer **Widerstände im Läuferkreis** ihre Drehzahl verändern.
- Eine **polumschaltbare Ständerwicklung** bei Käfigläufermaschinen ergibt eine grobe Drehzahlstufung.
- Betrieb an variabler Ständerspannung (**Wechselstromsteller**: Phasenanschnitt der Netzsinusspannung, Bild 7.2-5a) erlaubt auf Grund  $M \sim U^2$  bei einfachen Anforderungen drehzahlvariablen Betrieb, da bei kleiner Spannung und daher kleinem Motordrehmoment auf Grund des konstanten Lastmoments der Schlupf deutlich zunimmt.
- Schleifringläufermaschinen können bei Einprägung einer schlupffrequenten Läuferzusatzspannung ihre Drehzahl verändern ("**doppeltgespeiste Asynchronmaschine**").
- Frequenzumrichter** stellen der Asynchronmaschine ein Drehspannungssystem mit variabler Frequenz und Amplitude zur Verfügung und verändern damit die Maschinendrehzahl.

Drehzahlveränderbare Antriebe werden in jenen Bereichen eingesetzt, wo unterschiedliche Wertepaare "Drehzahl-Drehmoment" für die funktionsgerechte Betriebsweise der Arbeitsmaschine benötigt werden, wie dies in Bild 7.5-1 am Beispiel einer Lasthebemaschine (Kran, Aufzug, ...) erläutert ist.

#### Beispiel 7.5-1:

##### Aufzugsantrieb:

Eine Last soll von einer Anfangsposition (z.B. Stockwerk 5) in die Endposition (z.B. Stockwerk 11) gehoben werden. Gegen das Lastdrehmoment  $M_s$  (7.1-1) muss die Asynchronmaschine mit dem Drehmoment  $M = M_e$  den Antrieb auf die gewünschte Fahrgeschwindigkeit (entspricht Drehzahl  $n$ ) beschleunigen, wobei im Fall von

Personenaufzügen diese Beschleunigung aus Komfortgründen auf ca.  $0.1g = 1 \text{ m/s}^2$  zu begrenzen ist. Beim Einfahren in die Endposition wird der Antrieb über Positionsschalter auf die Drehzahl Null abgebremst. In der Station muss eine Haltebremse die Kabine blockieren als Sicherheit bei Stromausfall. Sowohl Drehzahl  $n$  als auch Drehmoment  $M$  sind beim Heben positiv; die Asynchronmaschine arbeitet im **1. Quadranten** der " $M$ - $n$ -Ebene" als Motor (Bild 7.5-1):  $P = 2\pi \cdot n \cdot M > 0$ . Beim Absenken der Last beschleunigt das negativ wirkende Lastmoment  $M_s$  den Antrieb in die umgekehrte Drehrichtung ( $n < 0$ ). Das von der Asynchronmaschine erzeugte Drehmoment  $M$  muss nun den Antrieb dagegen bremsen, damit dieser nicht auf unkontrollierte Drehzahlen beschleunigt. Daher wirkt das elektromagnetische Drehmoment nach wie vor im Hubsinn; Drehzahl und Drehmoment haben entgegengesetztes Vorzeichen (**4. Quadrant**,  $n < 0, M > 0$ ), die Leistung wird negativ. Die Asynchronmaschine arbeitet im **4. Quadranten** als Generator und speist die Bremsleistung elektrisch zurück ins Netz („Senkbremsen“)  $P = 2\pi \cdot n \cdot M < 0$ .

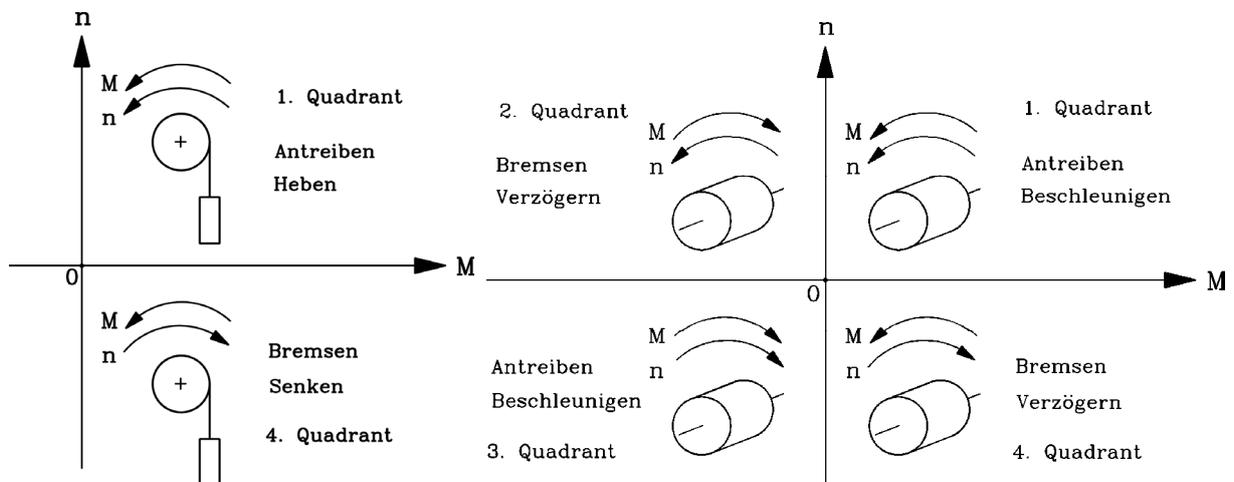


Bild 7.5-1: Heben und Senken einer Last erfordert drehzahlveränderbaren Betrieb in beiden Drehrichtungen

Bild 7.5-2: Vier-Quadranten-Betrieb eines drehzahlveränderbaren Antriebs



Bild 7.5-3: a) Elektrische Niederflur-Straßenbahn, b) seitlich vertikal eingebaute umrichtergespeiste 80 kW-Käfigläufer-Fahrmotoren treiben über 90°-Kegelradgetriebe die einzelnen Räder, so dass 100% Niederflurbauweise dazwischen möglich ist (Quelle: *Wiener Linien* und *ELIN-EBG Motoren GmbH, Österreich*)

Beispiel 7.5-2:

**Antrieb für ein Elektroautomobil:**

Bei einem elektrischen Antrieb z. B. für ein Elektroautomobil oder eine Elektrolokomotive (oder Straßenbahn, Bild 7.5-3) ist Antreiben und Bremsen in **beide** Fahrrichtungen (= beide

Maschinendrehrichtungen) erwünscht. Damit sind alle vier Kombinationen erforderlich (**Vier-Quadranten-Betrieb**, Bild 7.5-2).

$n > 0, M > 0$  Fahren vorwärts       $n > 0, M < 0$  Bremsen vorwärts  
 $n < 0, M < 0$  Fahren rückwärts       $n < 0, M > 0$  Bremsen rückwärts

Das Rückspeisen mechanischer Bremsenergie (= kinetische Energie des gebremsten Fahrzeugs) als elektrische Energie über die Fahrdradleitung ins Netz ("E-Bremse" bei elektrischen Bahnen) oder in die Fahrzeugbatterie (bei Elektroautomobilen) heißt „**elektrische Bremse**“ (2. und 4. Quadrant).

*a) Schleifringläuferasynchronmaschine - Drehzahlveränderung mit Läuferwiderständen:*

In Kap. 5 wurde erläutert, wie bei der Schleifringläuferasynchronmaschine durch das Einschalten veränderbarer Läuferwiderstände in den Läuferkreis über die Schleifringe die Drehzahl-Drehmoment-Kurve gesichert wird. Dadurch ist drehzahlveränderbarer Betrieb – je nach Lastmomentkennlinie  $M_s(n)$  – möglich. In jedem Fall bedeutet aber eine gegenüber der Synchrondrehzahl niedrige Drehzahl einen hohen Schlupf und damit hohe Schlupfverluste  $sP_\delta$ , die zum Großteil in den externen Läuferwiderständen in Wärme umgesetzt werden. Nimmt jedoch das Belastungsmoment  $M_s(n)$  stark mit sinkender Drehzahl ab, so sinkt  $P_\delta$  ebenfalls, so dass  $sP_\delta$  ausreichend klein bleibt. Dies ist bei Lüfter- und Pumpenantrieben der Fall. Daher war z. B. für große Kesselspeisepumpen in älteren thermischen Kraftwerken der Schleifringläufer-Asynchronmotor ein gängiger drehzahlveränderbarer Antrieb. Der geförderte Volumenstrom  $\dot{V}$  in Strömungsmaschinen (Pumpen, Turbinen, Lüfter, Ventilatoren) ist proportional zur Drehzahl  $n$ , der erzeugte Überdruck  $\Delta p$  proportional zu  $n^2$  (Kap. 7.1). Daher wächst der mechanische Leistungsbedarf  $P$  einer Pumpe mit  $n^3$ .

$$\dot{V} \sim n, \quad \Delta p \sim n^2 \quad \Rightarrow \quad P = \dot{V} \cdot \Delta p \sim n^3 \tag{7.5-1}$$

Der Motor muss dafür ein elektromagnetisches Drehmoment zum Antreiben aufbringen, das bei Vernachlässigung des Motorverlustmoments  $M_d \approx 0$  proportional zu  $n^2$  ist (Bild 7.1-5a).

$$P_{m,out} = \Omega_m M_s = 2\pi n M_s \approx 2\pi n M_e \quad \Rightarrow \quad M_e = \frac{P}{2\pi n} \sim \frac{n^3}{n} = n^2 \tag{7.5-2}$$

Beispiel 7.5-3:

Drehzahlveränderbarer Schleifringläufermotor über externe Läuferwiderstände  $R_v$ : Vergleich (1) "Aufzugsantrieb" und (2) "Pumpenantrieb": Absenken der Drehzahl auf 60% von  $n_{syn}$  für das Einfahren der Kabine in die Station (1) bzw. für das Absenken des Volumenstroms (2) (Bild 7.5-4). Leistungsbilanz bei Vernachlässigung von  $R_s$  und  $P_{Fe}$ :

$$P_{e,in} \cong P_\delta = P_{Cu,r} + 3R_v I_r^2 + P_m \quad P_m = 2\pi n M_e \quad P_\delta = 2\pi n_{syn} M_e \tag{7.5-3}$$

	Aufzugsantrieb	Pumpenantrieb
Gegenmoment der Last	$M_s = M_N = konst.$	$M_s = (n/n_{syn})^2 \cdot M_N$
Gegenmoment bei $n/n_{syn} = 0.6$	$M_s = M_N$	$M_s = 0.36 \cdot M_N$
$P_\delta(n) / P_{\delta N} = P_\delta(n) / (2\pi n_{syn} M_N)$	1	0.36
$P_m(n) / P_{\delta N}$	0.6	0.22
$(P_{Cu,r} + 3R_v I_r^2) / P_{\delta N}$	<b>0.4 (!)</b>	<b>0.14</b>

Tabelle 7.5-1: Drehzahlvariabler Betrieb eines Schleifringläufer-Motors bei unterschiedlichen Lastmaschinen

**Fazit:**

Tabelle 7.5-1 zeigt, dass bei konstantem Gegenmoment (Aufzug) eine Absenkung der Drehzahl um 40% Rotorverluste von 40% der Nennleistung erfordert, was zu hoch und damit technisch ungünstig ist. Bei Pumpenantrieben sind bei 40% Drehzahlabenkung die Rotorverluste mit nur 14% der Nennleistung erträglich klein, da der Leistungsbedarf der Pumpe bei 60% der Nenndrehzahl nur 22% der Nennleistung ist. Diese Anwendung ist energetisch deutlich günstiger.

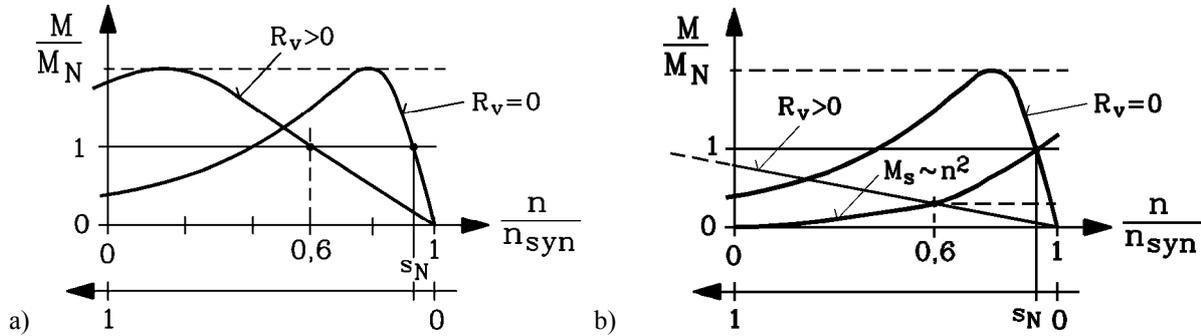


Bild 7.5-4:  $M(n)$ -Kurve eines Schleifringläufer-Asynchronmotors mit externen Widerständen als drehzahlveränderbarer Antrieb a) mit konstantem Gegenmoment, b) mit quadratisch veränderlichem Gegenmoment (Pumpe, variabler Volumenstrom)

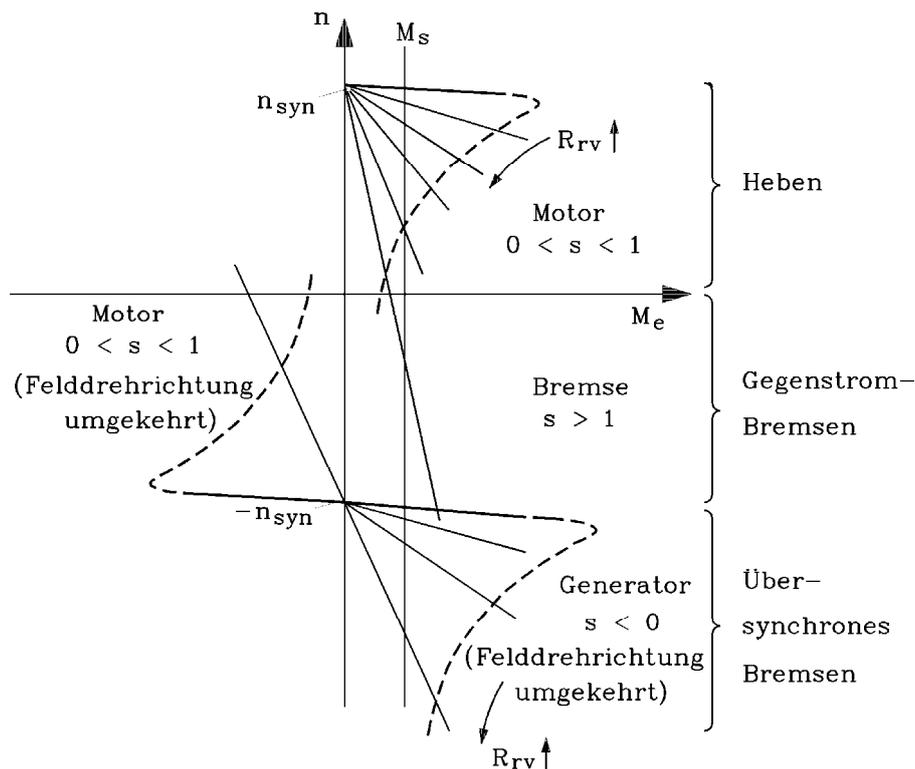


Bild 7.5-5: Hub- und Senkbetrieb mit einer Schleifringläufer-Asynchronmaschine

**Beispiel 7.5-4:**

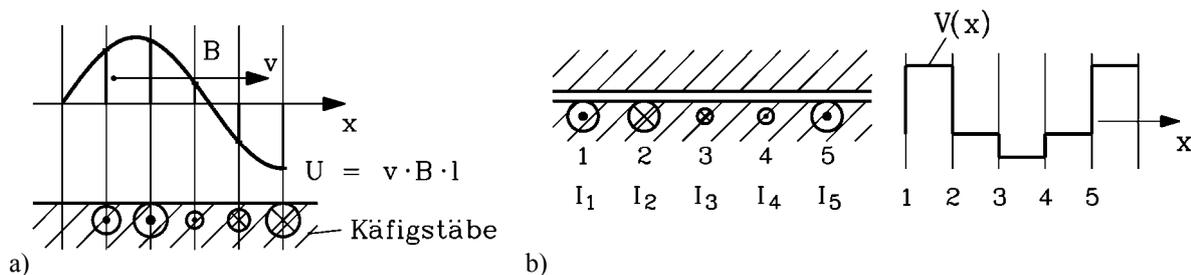
Drehzahlveränderbarer Schleifringläufermotor als "Aufzugsantrieb" über externe Läuferwiderstände  $R_v$ : In Bild 7.5-5 ist der **Zwei-Quadranten-Betrieb** eines Aufzugs (konstantes Lastmoment  $M_s$ ) gemäß Bild 7.5-1 mit einer Schleifringläufer-Asynchronmaschine verwirklicht. Durch Einschalten zunehmender **Vorwiderstände  $R_b$  im Läuferkreis** wird die Drehzahl auf Null abgesenkt und sogar umgekehrt (Gegenstrombremsen). Sodann werden **zwei Klemmen** der Ständerwicklung **getauscht**; die

Feldrehrichtung kehrt sich um, die Asynchronmaschine bremst übersynchron. Allerdings ist diese Art der Drehzahlstellung infolge der hohen Läuferverluste (siehe Beispiel 7.5-3, hoher Schlupf  $s!$ ) verlustreich und wird daher so nicht mehr eingesetzt.

Bei modernen Großantrieben mit Schleifringläufer verwendet man statt der Läuferwiderstände ( $I_r R_v$ ) eine über einen Umrichter in die Läuferwicklung schlupffrequent eingespeiste veränderbare Gegenspannung  $U_r$ , so dass auch die Stromwärmeverluste in den externen Läuferwiderständen  $R_v$  entfallen (**doppeltgespeiste Asynchronmaschine**, siehe Kapitel 7.7).

#### b) Polumschaltbare Asynchronmaschinen:

In die Ständernuten können **mehrere Drehfeldwicklungen** unterschiedlicher Polpaarzahl eingelegt werden. Dadurch ergeben sich bei Betrieb der Maschine mit der jeweiligen Wicklung unterschiedliche Synchrondrehzahlen. Der **Käfigläufer passt sich dabei jeder Ständerpolzahl elektromagnetisch von selbst an** (Bild 7.5-6) und erregt das dazu passende Läuferfeld. Der Schleifringläufer muss sowohl im Ständer als auch im Läufer gleichermaßen polumschaltbar sein, damit stets die gleiche Ständer- und Läuferpolzahl erzeugt wird. Denn die Spannungsinduktion einer z. B. zweipoligen Ständerfeldwelle in eine vierpolige Läuferwicklung ist in Summe für alle vier Pole Null, so dass kein entsprechender Läuferstrom fließt und kein Drehmoment erzeugt wird. Aus diesem Grund werden in der Regel keine polumschaltbaren Schleifringläufermaschinen gebaut.



**Bild 7.5-6:** Der Käfigläufer wird (a) von jeder beliebig-poligen Drehfeldwelle induziert, so dass in jedem Stab eine andere induzierte Spannung  $U$  auftritt, und kann (b) auch jede beliebig-polige Feldwelle auf Grund der unterschiedlichen Stabspannungen und -ströme erregen. Im Beispiel ist  $s$  klein:  $I_{\text{stab}} \approx U/R \rightarrow B_r$  zu  $B_s$  um  $90^\circ$  phasenverschoben

#### Beispiel 7.5-5:

Beim Käfigläufer-Asynchronmotor mit 48 Ständernuten sind vier Ganzlochwicklungen mit vier unterschiedlichen Polzahlen und damit vier Drehzahlstufen möglich:

- zweipolige Wicklung, Lochzahl  $q = 8$ , - vierpolige Wicklung, Lochzahl  $q = 4$
- achtpolige Wicklung, Lochzahl  $q = 2$ , - 16-polige Wicklung, Lochzahl  $q = 1$ .

Die Synchron-Drehzahlstufung am 50 Hz-Netz ist 3000/min, 1500/min, 750/min, 375/min.

Für jede der vier Wicklungen steht aber im Mittel nur ein Viertel des Nutquerschnitts zur Verfügung, so dass die thermische Dauerleistung je Drehzahlstufe etwa nur ein Viertel der jeweiligen „eintourigen“ Maschine ist.

**Sonderwicklungen** gestatten es, mit nur EINER Wicklung je nach Schaltung zwei unterschiedliche Polzahlen zu erzeugen.

a) **DAHLANDER**-Schaltung  $p_1 : p_2 = 1 : 2$  (Bild 7.5-7), b) **KREBS**-Schaltung  $p_1 : p_2 = 2 : 3$ .

Bei der **DAHLANDER**-Schaltung werden für die niedrige Polzahl die Spulengruppen in Bild 7.5-7 gegensinnig in Serie geschaltet, so dass die aus Kap. 2 bekannte **Sechszonenwicklung mit der niedrigen Polzahl**, z. B.  $2p = 2$  entsteht. Ober- und Unterschicht sind so angeordnet, dass eine Sehnung der Spulen  $W/\tau_p = 1/2$  auftritt. Bei Serienschaltung mit gleichem

Wicklungssinn hingegen entsteht eine Wicklung, die die **doppelte Polzahl** (z. B.  $2p = 4$ ) erzeugt. Je Polpaar sind nur noch drei Zonen (+U, +V, +W) statt sechs (+U, -W, +V, -U, +W, -V) vorhanden (**Dreizonenwicklung**), dafür sind die Spulen wegen der halbierten Polteilung ungesenkt:  $W/\tau_p = 1$ . Damit das Drehfeld beim Polzahlwechsel nicht seine Drehrichtung ändert, sind gleichzeitig zwei Klemmen (z. B. U und V) zu tauschen. Für jede Polzahl steht die volle thermische Leistung zur Verfügung, da stets die gesamte Ständerwicklung bestromt ist. Allerdings muss ein spezieller Wicklungsumschalter als mechanischer Schalter verwendet werden. Die grobe Drehzahlstufung 1:2 ist oft, z. B. bei Lüfterantrieben, ausreichend (Beispiel 7.5-6).

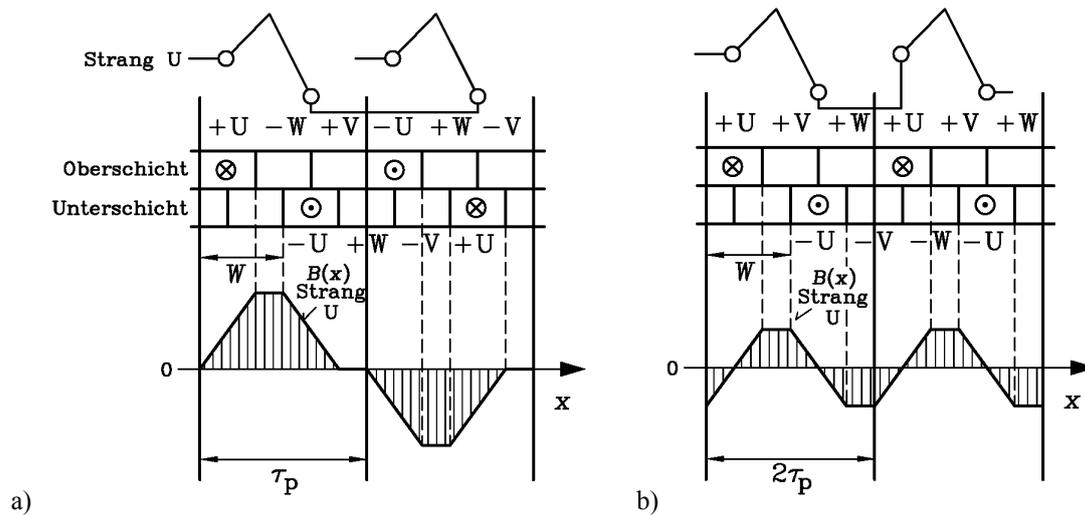


Bild 7.5-7: Polumschaltbare Wicklung nach DAHLANDER (Felderreggerkurve für Strang U und unendlich feine Nutung ( $q \rightarrow \infty$ ) dargestellt): a) Zweipolige Schaltung: 6-Zonenwicklung, Sehnung  $\frac{1}{2}$ , b) Vierpolige Schaltung: 3-Zonenwicklung, ungesenkt

Beispiel 7.5-6:

**4-8-Polumschaltbarer Tunnel-Lüfterantrieb  $f_N = 50$  Hz gegen Autoabgase:  $P_{Lü} \sim n^3$**

Vierpolige Schaltung (gemäß Bild 7.5-7a) bei hohem Verkehrsaufkommen:

$n = 1500$ /min,  $P_{Lü} = 800$  kW, Luft-Volumenstrom 100 %

Achtpolige Schaltung (gemäß Bild 7.5-7b) bei mittlerem Verkehrsaufkommen:

$n = 750$ /min,  $P_{Lü} = 100$  kW, Luft-Volumenstrom 50 %

Drehzahl Null bei niedrigem Verkehrsaufkommen: Luft-Volumenstrom ist Null.

**7.6 Asynchronmaschine mit Frequenzumrichterspeisung**

Für drehzahlveränderbaren Betrieb werden häufig Käfigläufer-Asynchronmaschinen mit Spannungszwischenkreis-Umrichter eingesetzt, selten und nur bei größeren Leistungen mit Stromzwischenkreis-Umrichter. Bei beiden Arten von Frequenzumrichtern wird das Drehspannungssystem des Netzes zunächst leistungselektronisch gleichgerichtet und über einen maschinenseitigen Wechselrichter ein neues Drehspannungssystem mit variabler Frequenz  $f_{mot}$  und variabler Spannungsamplitude  $U_{mot}$  erzeugt. Der zwischen Netzgleichrichter und Wechselrichter befindliche Zwischenkreis besteht beim **Spannungszwischenkreis-Umrichter** aus einem großen Zwischenkreiskondensator, der die Gleichspannung  $U_d$  des Zwischenkreises glättet. Beim **Stromzwischenkreis-Umrichter** befindet sich im Zwischenkreis eine große Induktivität („Drossel“), die den Gleichstrom  $I_d$  im Zwischenkreis glättet. Spannungszwischenkreis-Umrichter stellen daher für die

Asynchronmaschine eine Spannungsquelle ähnlich wie das Netz selbst dar, Stromzwischenkreis-Umrichter eine Stromquelle. Spannungszwischenkreis-Umrichter sind daher vielfältiger einsetzbar als Stromzwischenkreis-Umrichter; ein Parallelbetrieb mehrerer Motoren am Umrichter ist möglich, da die einzelnen Motoren ihren Strom gemäß der Maschinenimpedanzen teilen. Beim Stromzwischenkreis-Umrichter ist wegen des gleichsam eingepprägten Stroms eine definierte Stromaufteilung auf mehrere Maschinen schwierig zu beherrschen, weshalb man häufig nur Einzelantriebe (und dann bei größerer Leistung) baut. Ein Umrichter-Leerlaufbetrieb (Motor ist abgeklemmt) ist wegen des dann fehlenden Stroms und der dann versagenden Umrichtersteuerung nicht möglich. Daher hat sich der Spannungszwischenkreis-Umrichter als überwiegend eingesetzter Umrichtertyp durchgesetzt und wird hier zunächst als ideale dreiphasige symmetrische Sinusspannungsquelle („**idealisierter U-Umrichter**“) mit veränderbarer Spannungsamplitude (Effektivwert je Strang  $U_s$ ) und veränderlicher Frequenz  $f_s$  (Kreisfrequenz  $\omega_s$ ) betrachtet, wobei eine maximal mögliche Umrichterausgangsspannung  $U_{s,max}$  existiert (Bild 7.6-5).

a) *Betriebsverhalten der Asynchronmaschine am idealisierten U-Umrichter:*

Zunächst wird der vereinfachte Fall  $R_s = 0$  betrachtet. Die Umrichterausgangsspannung  $U_s < U_{s,max}$  speist als Sinus-Strangspannung die Ständerwicklung der Asynchronmaschine und treibt einen Sinus-Statorstrom  $I_s$ . Wegen der veränderbaren Kreisfrequenz  $\omega_s$  werden statt der Reaktanzen  $X$  im T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine nunmehr die induktiven Blindwiderstände  $\omega L$  und der Schlupf  $s$  explizit **frequenzabhängig** geschrieben.

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{f_s / p - n}{f_s / p} = \frac{f_s - n \cdot p}{f_s} = \frac{f_r}{f_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s} \quad (7.6-1)$$

Die Spannungsgleichungen des T-Ersatzschaltbilds (Kap. 5) lauten mit  $R_s = 0$

$$\underline{U}_s = j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + j\omega_s L_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad , \quad (7.6-2)$$

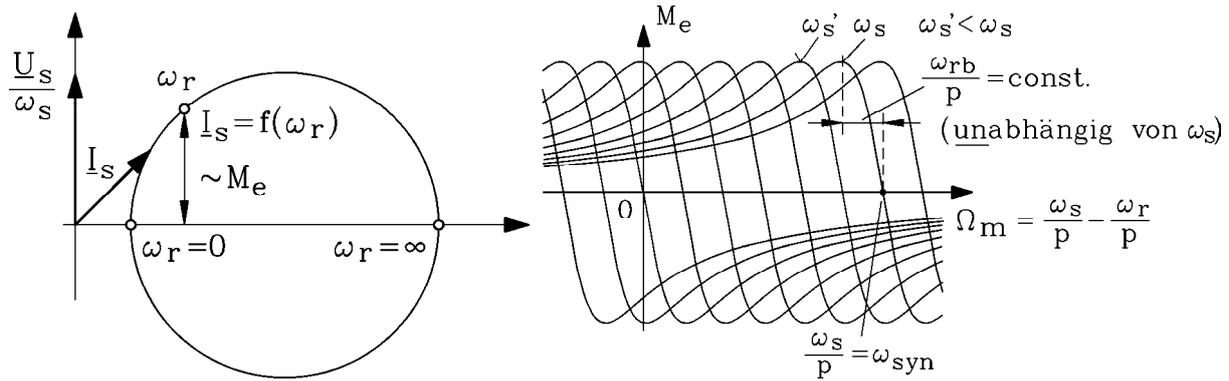
$$0 = \left( \frac{R'_r}{\omega_r / \omega_s} + jL'_{r\sigma} \right) \cdot \underline{I}'_r + j\omega_s L_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad . \quad (7.6-3)$$

Nach Division durch die Ständer-Kreisfrequenz  $\omega_s$  sind die Spannungsgleichungen (7.6-2, 7.6-3) **formal in Übereinstimmung** mit jenen der netzgespeisten Maschine, wenn  $X$  gegen  $L$ , der Schlupf  $s$  gegen die Läufer-Kreisfrequenz  $\omega_r$  und der Effektivwert der Ständerstrangspannung durch jenen, bezogen auf  $\omega_s$ , ersetzt werden.

$$\frac{\underline{U}_s}{\omega_s} = jL_{s\sigma} \underline{I}_s + jL_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad (7.6-4)$$

$$0 = \left( \frac{R'_r}{\omega_r} + jL'_{r\sigma} \right) \cdot \underline{I}'_r + jL_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad (7.6-5)$$

Daher ist die **Ortskurve des Ständerstromzeigers**  $\underline{I}_s$  bei variabler Läuferfrequenz  $\omega_r$  und konstantem Wert  $\underline{U}_s/\omega_s$  **wieder ein Kreis**, dessen Mittelpunkt wegen  $R_s = 0$  auf der negativen Im-Achse liegt (**HEYLAND-Kreis**). Dieser Kreis ist nach  $\omega_r$  beziffert anstatt nach  $s$  (Bild 7.6-1). Die Begriffe "Drehmomentgerade" und "Leistungsgerade" des Kreisdiagramms in Kapitel 5 können unmittelbar übernommen werden. Die physikalische Bedeutung von  $\underline{U}_s/\omega_s$  ist, dass bei **gleichzeitiger** Veränderung der Spannungsamplitude UND der Frequenz der Kreisdurchmesser und damit die Stromaufnahme konstant bleiben.



**Bild 7.6-1:** Bei Speisung mit veränderlicher Ständerfrequenz ist die Ständerstrom-Ortskurve ein Kreis, der nach  $\omega_r$  beziffert ist, wenn  $\underline{U}_s/\omega_s$  konstant ist.

**Bild 7.6-2:** Drehzahl-Drehmoment-Kennlinienfeld der Asynchronmaschine für unterschiedliche Ständerkreisfrequenzen  $\omega_s$  bei Steuerung  $\underline{U}_s/\omega_s = \text{konst.}$  ( $R_s = 0$ )

$$R_s = 0 : \quad \frac{\underline{U}_s}{\omega_s} = j \cdot \underline{\Psi}_s / \sqrt{2} = \text{konst.} \Leftrightarrow \underline{\Psi}_s / \sqrt{2} = L_{s\sigma} \underline{I}_s + L_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) = \text{konst.} \quad (7.6-6)$$

Aus (7.6-6) folgt, dass auch die Flussverkettung im Ständer und damit das Magnetfeld im Luftspalt unverändert bleiben, wenn  $\underline{U}_s/\omega_s = \text{konst.}$  ist. Der Drehmomentverlauf bei veränderlicher Drehzahl und damit veränderlichem  $\omega_r$ , aber  $\underline{U}_s/\omega_s = \text{konst.}$ , ist gemäß Bild 7.6-2 über die Läuferkreisfrequenz  $\omega_r$  aus dem Kreisdiagramm Bild 7.6-1 ablesbar. Für jede Stator-Kreisfrequenz  $\omega_s$  und zugehöriger Spannung  $U_s \sim \omega_s$  **ergibt sich dieselbe Kurve**  $M_e(\omega_r)$  (7.6-7) als KLOSS'sche Funktion, wobei gemäß (7.6-8) die zum Kippschlupf  $s_b$  gehörende Läuferkippfrequenz  $\omega_{rb}$  auftritt. Dargestellt als Kurven  $M_e(n) = M_e(\Omega_m)$  haben sie folglich stets die gleiche Form, sind aber je nach gewählter Ständerfrequenz  $\omega_s$  bzw.  $\omega'_s$  wegen (7.6-1, 7.6-7) um  $(\omega_s - \omega'_s) / p$  **parallel verschoben** (Bild 7.6-2).

$$M_e = \frac{2M_b}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}} = \frac{2M_b}{\frac{\omega_r}{\omega_{rb}} + \frac{\omega_{rb}}{\omega_r}}, \quad 2\pi n = \Omega_m = \frac{\omega_s}{p} - \frac{\omega_r}{p} \quad (7.6-7)$$

$$\frac{s}{s_b} = \frac{\omega_r / \omega_s}{\frac{R'_r}{\sigma \cdot \omega_s L'_r}} = \frac{\omega_r}{\frac{R'_r}{\sigma L'_r}} = \frac{\omega_r}{\omega_{rb}}, \quad s_b = \frac{R'_r}{\sigma X'_r} = \frac{R'_r}{\sigma \cdot \omega_s L'_r} = \frac{\omega_{rb}}{\omega_s} \Rightarrow \omega_{rb} = \frac{R'_r}{\sigma L'_r} = \text{konst.} \quad (7.6-8)$$

Auch aus der KLOSS'schen Formel (Kap. 5) für Drehmoment mit Kippmoment und Kippschlupf ist unmittelbar erkennbar, dass die Drehzahl-Drehmoment-Kurven  $M_e(n) = M_e(\Omega_m)$  bei Steuerung  $\underline{U}_s/\omega_s = \text{konst.}$  ( $R_s = 0$ ) bei variablem  $\omega_s$  nur ihre Lage, nicht aber ihre Form ändern. Für das Kippmoment  $M_b$  gilt bei  $R_s = 0$  gemäß Kapitel 5:

$$M_b = \frac{m_s U_s^2}{\omega_s / p} \cdot \frac{1}{X_s} \cdot \frac{1 - \sigma}{2\sigma} = \frac{m_s p}{2} \cdot \left( \frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{1 - \sigma}{\sigma L_s} \quad (7.6-9)$$

Wegen  $\underline{U}_s/\omega_s = \text{konst.}$  ist das Kippmoment unabhängig von der gewählten Ständerkreisfrequenz  $\omega_s$  konstant, ebenso gemäß (7.6-8) die Läuferkippfrequenz  $\omega_{rb}$ . Ist die maximal mögliche Umrichter Ausgangsspannung  $U_{s,\text{max}}$  erreicht, so kann bei weiterer Erhöhung von

$\omega_s$  das "Steuergesetz"  $U_s/\omega_s = \text{konst.}$  nicht mehr eingehalten werden. Eine weitere Erhöhung der Ständerfrequenz bedingt gemäß (7.6-6) eine Abnahme des Ständerflusses  $\Phi_s = \Psi_s / (k_{ws} N_s)$ , so dass **Feldschwächbetrieb** eintritt. Fluss  $\Phi_s$  und Flussverkettung  $\Psi_s$  sinken bereits bei Leerlauf der Maschine hyperbolisch mit steigender Ständerfrequenz (7.6-10). Das zugehörige Kippmoment aber sinkt wegen (7.6-8) mit dem Kehrwert des **Quadrats** der Frequenz.

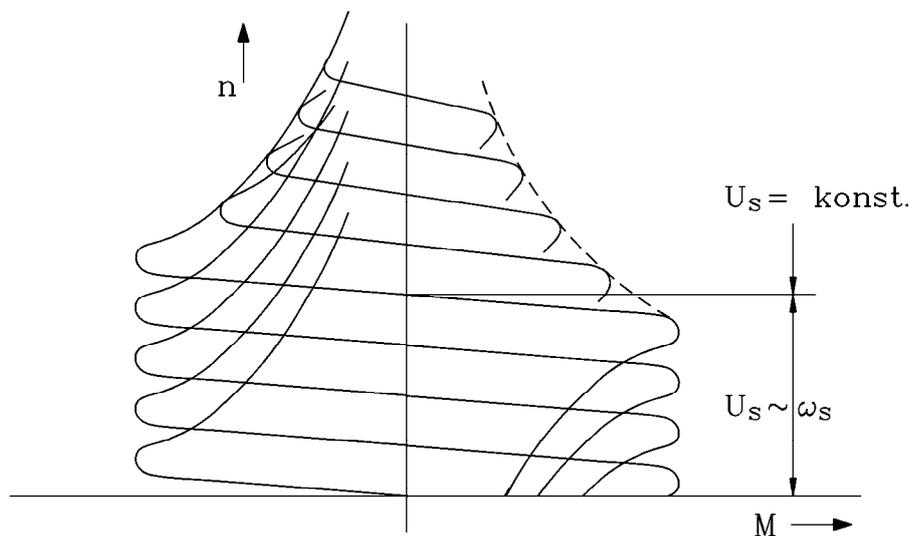
$$R_s = 0: \quad \Psi_s = \frac{U_{s,\text{max}}}{\omega_s}, \quad M_b \sim \frac{U_{s,\text{max}}^2}{\omega_s^2} \quad (7.6-10)$$

Die Läuferkipffrequenz  $\omega_{rb}$  hingegen bleibt wegen (7.6-9) konstant. Daher sinkt die Neigung  $dM_e/ds$  bzw.  $dM_e/d\omega_r$  der  $M_e(n)$ -Kennlinie im Feldschwächbereich mit steigender Ständerfrequenz gleichfalls hyperbolisch, wie die folgende Rechnung mit Verwendung der KLOSS'schen Beziehung zeigt.

$$M_e(s) = M_b \cdot \frac{2 \cdot s \cdot s_b}{s^2 + s_b^2} \approx M_b \cdot \frac{2s}{s_b} \quad \text{für} \quad s = \frac{\omega_r}{\omega_s} \ll 1 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{dM_e}{ds} = \frac{2M_b}{s_b} = \frac{2M_b}{\omega_{rb}} \cdot \omega_s \sim \frac{1}{\omega_s} \quad (7.6-11)$$

In Bild 7.6-3 ist anstelle  $M_e(n)$  die Kurvenschar  $n(M_e)$ , passend zum Vier-Quadranten-Achsenkreuz, dargestellt. Das im Feldschwächbereich sinkende Kippmoment sowie die Änderung der Neigung  $n(M_e)$  sind im Bereich  $U_s = \text{konst.}$  deutlich zu erkennen.



**Bild 7.6-3:** Drehzahl-Drehmoment-Kennlinienfeld der Asynchronmaschine für unterschiedliche Ständerkreisfrequenzen  $\omega_s$  bei Steuerung  $U_s/\omega_s = \text{konst.}$  ( $R_s = 0$ ) und anschließendem Feldschwächbereich  $U_s = \text{konst.}$

Beispiel 7.6-1:

Bei einem über einen idealisierten U-Umrichter drehzahlveränderbar betriebenen Asynchronmotor als "Aufzugsantrieb" (= konstantes Lastmoment  $M_s = M_N$ ) soll die Drehzahl um 40% abgesenkt werden. Wie groß sind die Läuferverluste, wenn der Nennschlupf  $s_N = 0.05$  beträgt?

Bei 100% Drehzahl fährt die Maschine mit der Ständerfrequenz  $f_{s1}$  (Synchrondrehzahl  $n_{syn,1}$ ) mit der Drehzahl  $n_1 = (1 - s_N) \cdot n_{syn,1} = (1 - 0.05) \cdot n_{syn,1} = 0.95 \cdot n_{syn,1}$ . Um die Drehzahl um 40% zu verringern, werden gemäß Bild 7.6-2 die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie entsprechend verschoben, also die Ständerfrequenz  $f_{s2} = 0.6 f_{s1}$  (Synchrondrehzahl  $n_{syn,2} = 0.6 n_{syn,1}$ ) und die Ständerspannung  $U_{s2} = 0.6 U_{s1}$  eingestellt. Bei  $M_s = M_N$  beträgt die neue Drehzahl nun  $n_2 = (1 - s_N) \cdot n_{syn,2} = 0.95 \cdot n_{syn,2} = 0.6 \cdot n_1$ . In gleichem Maß sinkt wegen des konstanten Drehmoments die Luftspaltleistung  $P_\delta$  auf 60% der Luftspaltleistung bei  $n_1$ . Die Läuferverluste  $P_{Cu,r} = s_N \cdot P_\delta$  sind somit 5% von 60% der Luftspaltleistung bei  $n_1$ , also 3% (Tabelle 7.6-1). Im Vergleich zu Tab. 7.6-1 sind diese Verluste nur noch 3/40.

	Aufzugsantrieb
Gegenmoment der Last	$M_s = M_N = konst.$
Gegenmoment bei $n/n_{syn} = 0.6$	$M_s = M_N$
$P_\delta(n) / P_{\delta N} = (2\pi n_{syn,2} M_N) / (2\pi n_{syn,1} M_N)$	$n_{syn,2} / n_{syn,1} = 0.6$
$P_m(n) / P_{\delta N} = (1 - s) \cdot P_\delta(n) / P_{\delta N}$	$(1 - 0.05) \cdot 0.6 = 0.57$
$P_{Cu,r} / P_{\delta N} = s \cdot P_\delta(n) / P_{\delta N}$	$0.05 \cdot 0.6 = 0.03$

Tabelle 7.6-1: Drehzahlvariabler Betrieb eines umrichter gespeisten Asynchronmotors bei konstantem Lastmoment

Nun wird der reale Fall  $R_s > 0$  betrachtet, denn der Spannungsfall am Ständerwiderstand darf in der Ständerspannungsgleichung (7.6-12) **bei kleinen Kreisfrequenzen  $\omega_s$  nicht mehr vernachlässigt** werden (Beispiel 7.6-2).

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + j\omega_s L_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.6-12}$$

Beispiel 7.6-2:

Ein typischer Norm-Motor mit den Nenndaten  $f_{sN} = 50$  Hz,  $U_{sN} = 230$  V hat

a) bei Nennfrequenz und Nennstrom  $I_{sN}$  folgende prozentualen Spannungsfälle:

$$f_s = 50\text{Hz} : \frac{R_s I_{sN}}{U_{sN}} = 6\%, \quad \frac{X_s I_{sN}}{U_{sN}} = \frac{\omega_s L_s I_{sN}}{U_{sN}} = 300\% \quad \Rightarrow \quad \frac{R_s}{\omega_s L_s} = \frac{6}{300} = \underline{\underline{0.02}} = 2\%$$

In diesem Fall kann der Spannungsfall am Ständerwiderstand in guter Näherung vernachlässigt werden.

b) Wird jedoch der Motor bei **kleiner Ständerfrequenz** betrieben, z.B. 5 Hz, so ist der Spannungsfall am Widerstand im Verhältnis zum induktiven Spannungsfall der Ständerflussverkettung 10-mal größer als bei 50 Hz. Dieses Verhältnis beträgt 20% und darf **nicht mehr vernachlässigt** werden.

$$f_s = 5\text{Hz} : \frac{R_s}{\omega_s L_s} = \frac{6}{(5/50) \cdot 300} = \underline{\underline{0.2}} = 20\%$$

Der Spannungsfall am Ständerwiderstand verringert bei eingepprägter Strangspannung  $U_s$  gemäß (5.2-27) das Kippmoment. Im Kreisdiagramm  $\underline{I}_s(\omega_r)$  bewirkt der Ständerwiderstand (Kapitel 5, OSSANNA-Kreis), dass der Kreismittelpunkt oberhalb der Abszisse liegt, und dass der Kreisdurchmesser sinkt. Dies ist besonders bei kleinen Frequenzen stark bemerkbar. Dem kleineren Kreisdurchmesser entspricht das kleinere Kippmoment. Soll nun – wie bei  $R_s = 0$  – auch bei kleinen Frequenzen das Kippmoment unverändert bleiben, muss durch Erhöhung

von  $U_s$  dafür gesorgt werden, dass der Kreisdurchmesser konstant bleibt. Der Kreisdurchmesser des HEYLAND-Kreises ( $R_s = 0$ ) ist bestimmt durch:  $\underline{I}_s(\omega_r \rightarrow \infty) - \underline{I}_s(\omega_r = 0) = \underline{I}_{s\infty} - \underline{I}_{s0}$ . Da der Betrag von  $\underline{I}_{s\infty}$  deutlich größer ist als jener von  $\underline{I}_{s0}$ , ist für einen konstanten Kreisdurchmesser bei kleinen Ständerfrequenzen näherungsweise zu fordern, dass der Betrag von  $\underline{I}_{s\infty}$  konstant bleibt. Gemäß (5.2-9b) folgt (7.6-13).

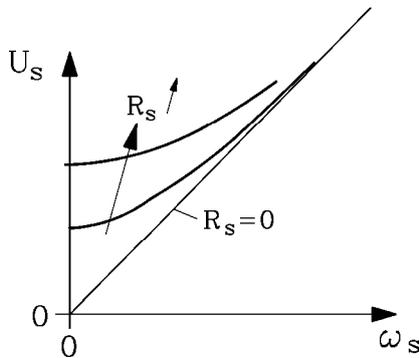


Bild 7.6-4: Steuergesetz  $U_s(\omega_s)$  bei kleinen Frequenzen: Spannungsanhebung zur Kompensation des Spannungsfalls am Ständerwiderstand

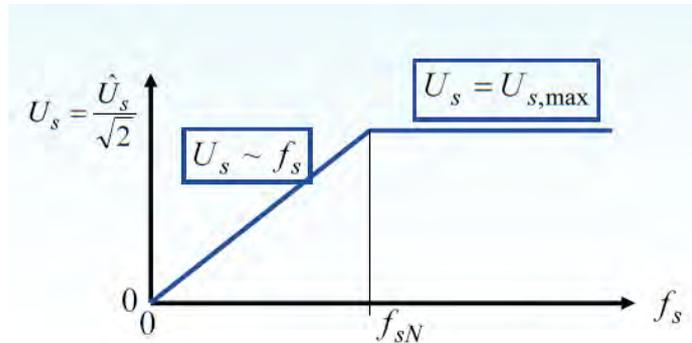


Bild 7.6-5: Steuergesetz  $U_s(\omega_s)$  bei  $R_s = 0$  und einer maximalen Umrichter Ausgangsspannung  $U_{s,max}$

$$\underline{I}_{s\infty} = \underline{I}_s(\omega_r \rightarrow \infty) = \frac{U_s}{R_s + j\sigma\omega_s L_s} = \text{konst.} \quad (7.6-13)$$

Die **Spannungsanhebung** von  $U_s$  bei kleinen Frequenzen muss daher etwa gemäß (7.6-14) erfolgen (Bild 7.6-4).

$$I_{s\infty} = \text{konst.} \Rightarrow U_s \sim \sqrt{R_s^2 + (\sigma\omega_s L_s)^2} \quad (7.6-14)$$

Gemäß Bild 7.6-6a wird die Spannungsanhebung  $U_s$  für  $R_s > 0$  nicht wie in Bild 7.6-4 als gekrümmte Kurve über  $\omega_s$ , sondern näherungsweise als Gerade, ausgehend vom Wert  $U_s = R_s I_{sN}$  bei  $\omega_s = 0$ , angelegt, die bei  $\omega_s = \omega_{sN}$  die Nennspannung  $U_s = U_{sN} = U_{s,max}$  erreicht.

**Beispiel 7.6-3:**

Aluminium-Druckguss-Käfigläufer-Asynchronmaschine mit Spannungszwischenkreis-Umrichter als Straßenbahn-Antrieb (Bild 7.5-3):  $2p = 4$ , Nennleistung 80 kW, Spannung je Strang  $U_s = U_{sN} = U_{s,max} = 230V$ , Y, Ständerfrequenzbereich  $f_s = 0 \dots 140$  Hz, Synchrondrehzahlbereich  $n_{syn} = f_s/p = 0 \dots 4200/\text{min} = n_{syn,max}$ , Nennfrequenz  $f_{sN} = 70$  Hz,  $n_{syn,N} = 2100/\text{min}$

Das Drehmoment  $M_e$  der Asynchronmaschine kann (hier vereinfacht bei  $R_s = 0$ ) in Abhängigkeit des Ständerstroms dargestellt werden. Aus der komplexen Scheinleistung an den Stator клемmen  $\underline{S}_s = 3 \cdot \underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^*$  erhalten wird die Luftspaltleistung bei  $R_s = 0$  als  $P_e = P_\delta = \text{Re}\{\underline{S}_s\} = (\omega_s / p) \cdot M_e$  und daraus mit (7.6-4) das Drehmoment über den Strom  $\underline{I}_s$ .

$$M_e = \frac{p}{\omega_s} \cdot \text{Re}\{3 \cdot \underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^*\} = \frac{3p}{\omega_s} \cdot \text{Re}\{j\omega_s L_s \sigma \underline{I}_s \underline{I}_s^* + j\omega_s L_h \underline{I}_m \underline{I}_s^*\} = 3p \cdot \text{Re}\left\{j \cdot \frac{\Psi_h}{\sqrt{2}} \cdot \underline{I}_s^*\right\} \quad (7.6-15)$$

Eine gedankliche Zerlegung von  $\underline{I}_s$  in zwei  $90^\circ$  versetzte Anteile, nämlich in eine  
 a) parallel zur Hauptflussverkettung  $\underline{\Psi}_h$  gerichtete („in Phase“) Komponente  $\underline{I}_{s,=}$  und eine  
 b) normal zu  $\underline{\Psi}_h$  stehende („ $90^\circ$  voreilende“) Stromkomponente  $j \cdot \underline{I}_{s,\perp}$

$$\underline{I}_s = \underline{I}_{s,=} + j \cdot \underline{I}_{s,\perp} \tag{7.6-16}$$

ergibt das Drehmoment als Produkt aus Hauptfluss und Normal-Statorstromkomponente (7.6-17). Da wegen des Durchflutungsausgleichs gilt  $j \cdot \underline{I}_{s,\perp} \approx -\underline{I}'_r$ , ist das Drehmoment auch das Produkt aus Hauptfluss und Rotorstrom. Die Parallelkomponente  $\underline{I}_{s,=} = \underline{I}_s - j \cdot \underline{I}_{s,\perp} = (\underline{I}_m - \underline{I}'_r) - j \cdot \underline{I}_{s,\perp} \approx (\underline{I}_m - \underline{I}'_r) + \underline{I}'_r = \underline{I}_m$  magnetisiert gemäß Bild 7.6-6b diesen Fluss (7.6-18)! Diese Strom-Zerlegung wird bei der „feldorientierten“ Stromregelung zur raschen („hochdynamischen“) Änderung des Drehmoments verwendet, da nur  $I_{s,\perp}$  über die Streufelder rasch verändert wird, während der nur langsam veränderliche große Hauptfluss wegen  $I_{s,=} \approx I_m = konst.$  konstant bleibt! Diese darauf aufbauende „feldorientierte“ **Regelung** wird bei vielen umrichter gespeisten Asynchronmotoren eingesetzt, da der Umrichter über ein einprogrammiertes Motormodell gezielt die Normalkomponente ändern kann (siehe Vorlesung „Control of Drives“).

$$M_e = \frac{3p}{\sqrt{2}} \cdot \text{Re}\{j\underline{\Psi}_h \cdot (\underline{I}_{s,=}^* - j\underline{I}_{s,\perp}^*)\} = \frac{3p}{\sqrt{2}} \cdot \Psi_h \cdot I_{s,\perp} = \frac{3p}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Phi_h}{k_{ws} N_s} \cdot I_{s,\perp} \tag{7.6-17}$$

$$\underline{I}_{s,=} \approx \underline{I}_m = \underline{\Psi}_h / L_h \tag{7.6-18}$$

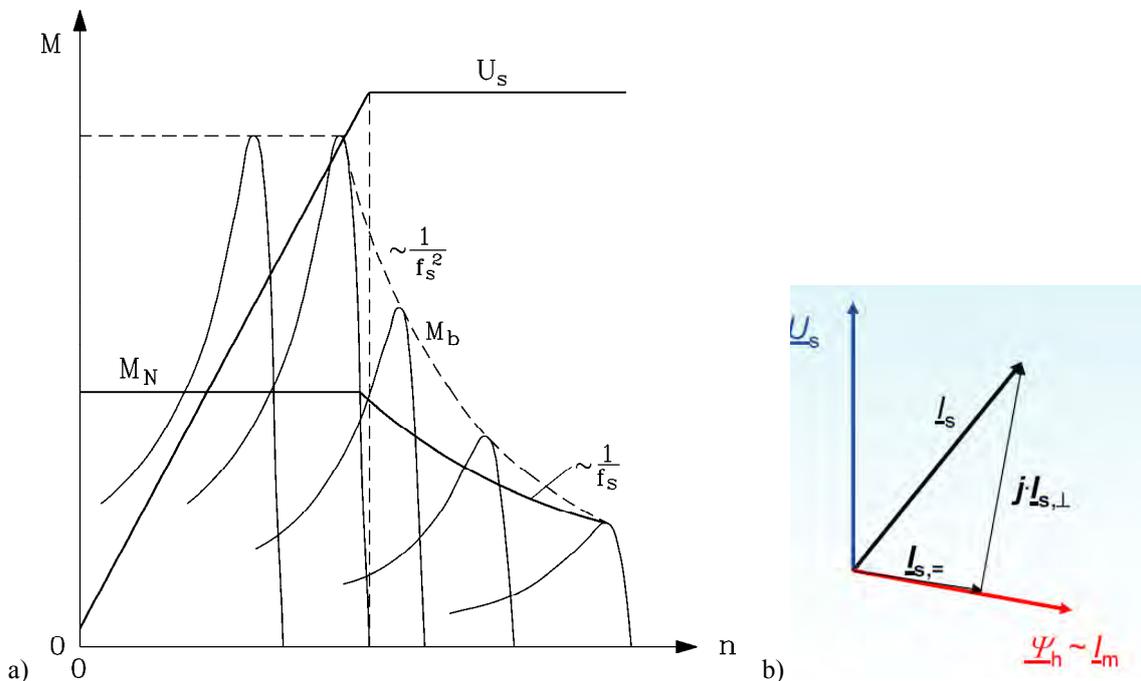


Bild 7.6-6: a) Spannungs- und Drehmoment-Drehzahlkennlinien (analog zu Bild 7.6-3 und 7.6-4) für die 1.6 MW-Asynchron-Fahrmotoren der Lokomotive BR120 der DB, b) Feldorientierte Zerlegung des Statorstroms in eine flussparallele und flussnormale Komponente.

Bild 7.6-6a zeigt die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien im 1. Quadranten mit dem **Grunddrehzahlbereich**  $U_s \sim \omega_s$ , wo Betrieb mit dem Nennmoment  $M_N \sim \Phi_{hN} \cdot I_{sN,\perp}$  gemäß

(7.6-17) erfolgt, und dem **Feldschwächbereich**, wo die Spannung  $U_s = U_{s,\max} = \text{konst.}$  Ist (**Spannungsgrenze**). Dort sinkt der Fluss  $\Phi_s$  mit  $1/f_s$ :  $\frac{U_{s,\max}}{\omega_s} \cong j\Psi_s / \sqrt{2} \sim 1/\omega_s$ . Bei

konstanter Ständerstromkomponente  $I_{sN,\perp}$  sinkt folglich wegen des sinkenden Hauptflusses das Drehmoment hyperbolisch mit der steigenden Drehzahl:

$$M_e \sim \Phi_h \cdot I_{sN,\perp} \sim \Phi_{hN} \cdot \frac{\omega_{sN}}{\omega_s} \cdot I_{sN,\perp} \sim 1/\omega_s \sim 1/n. \text{ Daher ist im Feldschwächbereich die}$$

Leistung konstant (**Konstantleistungsbereich**):

a) einerseits wegen  $P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_e \sim n/n = \text{konst.}$

b) andererseits wegen  $P_e = 3U_s I_s \cos \varphi_s \sim U_{s,\max} I_{sN} = \text{konst.}$

Die Ständerstromkomponente  $I_{s,=} \approx I_m \sim \Psi_h \sim 1/\omega_s$  nimmt bei konstantem  $L_h$  ebenfalls hyperbolisch ab. Der Statorstrom  $I_s = \sqrt{I_{s,\perp}^2 + I_{s,=}^2}$  nimmt dadurch auch ab, aber meist nur geringfügig, da  $I_{sN,\perp} \approx (3\dots 4) \cdot I_{sN,=}$  ist. Da das Kippmoment  $M_b \sim 1/\omega_s^2$  stärker als das Dauermoment  $M_e = M_N \cdot (\omega_{sN} / \omega_s)$  sinkt, gibt es gemäß Bild 7.6-6a eine Drehzahl  $n^* > n_N$ , bei der  $M_e = M_b$  ist. Für  $n > n^*$  sinkt daher die maximal mögliche Leistung gemäß  $P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_b \sim n/n^2 = 1/n$  hyperbolisch mit der Drehzahl stark, so dass dieser Bereich häufig betrieblich nicht mehr genutzt wird.

### **Fazit:**

*Bei Umrichterbetrieb werden für drehzahlveränderlichen Betrieb im Grunddrehzahlbereich Statorspannung und Statorfrequenz proportional verändert, wobei bei gegenüber der Nenndrehzahl kleinen Drehzahlen eine Spannungsanhebung den Spannungsfall am Statorwicklungswiderstand kompensiert. Oberhalb der Nenndrehzahl bleiben Umrichterspannung und Leistung konstant bis zu jener Drehzahl, wo das quadratisch sinkende Kippmoment das hyperbolisch sinkende Moment infolge des Nennstroms erreicht. Dort endet der Konstantleistungsbereich, und bei noch höheren Drehzahlen sinkt die Leistung hyperbolisch. Im Grunddrehzahlbereich ist der Magnetfluss konstant und wird oberhalb der Nenndrehzahl infolge der konstanten Umrichterausgangsspannung geschwächt (Feldschwächbereich).*

*b) Leistungselektronische Schaltelemente und Netzgleichrichter-Schaltungen:*

U-Frequenzumrichter bestehen aus leistungselektronischen Schaltern, um über das Ein- und Ausschalten einer Gleichspannung neue Wechselspannungen zu erzeugen. Sie werden detailliert in der Vorlesung „Leistungselektronik“ erläutert. Im Folgenden wird das Wesentlichste zum Verständnis ihrer Funktionsweise erläutert. Folgende Komponenten sind im Einsatz (siehe Vorlesung „Halbleiterbauelemente“):

**(i) Diode:** Die Diode ist ein Zweischicht-Halbleiter-Bauelement (Bild 7.6-7a), das elektrischen Strom leitet, sobald die zwischen positiver und negativer Elektrode (Anode und Kathode) anliegende elektrische Spannung  $U_{AK}$  positiv ist (genau genommen  $U_{AK} > \text{ca. } 0.7 \text{ V}$  bei Silizium). Der Stromfluss durch die Diode lässt sich aber nicht gezielt ausschalten. Sie sperrt den Stromfluss, wenn Strom (durch äußeren Eingriff) erlischt, aber nur, wenn danach  $U_{AK} < 0$ ! Diese in Sperrrichtung anliegende Spannung  $U_{AK} < 0$  darf den Wert der Durchbruchspannung  $U_D$  nicht überschreiten, sonst leitet die Diode auch in Sperrrichtung, wird aber dabei zerstört (außer bei der Zener-Diode, die gezielt in Sperrrichtung eingesetzt wird). Dioden werden in einem weiten Bereich von Strom und Spannung eingesetzt.

**(ii) Thyristor:** Der Thyristor mit den drei Anschlüssen Anode A, Kathode K und Gate G ist ein Vierschicht-Halbleiter-Bauelement (Bild 7.6-7b), das gezielt eingeschaltet werden kann, um Strom zu leiten, wenn  $U_{AK}$  und  $U_{GK}$  positiv sind, wobei die Gatespannung als „Hilfsspannung“ nur kurzzeitig positiv anstehen muss. Der Stromfluss durch den Thyristor lässt sich nicht gezielt ausschalten. Der Thyristor sperrt den Stromfluss, wenn der Strom (durch einen äußeren Eingriff) erlischt. Wenn danach keine positive Gatespannung vorliegt, sperrt der Thyristor auch „vorwärts“, also bei  $U_{AK} > 0$ ! Er sperrt auch, wenn  $U_{AK} < 0$ , bis zur Durchbruchspannung  $U_D$ !

Abschaltbare Thyristoren (Gate-Turn-off-Thyristoren, GTO-Thyristoren und die schneller schaltende Sonderform des Integrated-Gate-Commutated-Thyristor IGCT) können über eine negative Gatespannung abgeschaltet werden, erlauben aber nur relativ niedrige Schaltfrequenzen, dafür aber große Ströme.

**(iii) Schalttransistor:** Der Schalttransistor mit den drei Anschlüssen Emitter E, Collector C und Basis B ist ein Dreischicht-Halbleiter-Bauelement (als npn- (Bild 7.6-7c) oder pnp-Bipolartransistor verfügbar), das gezielt ein- und ausgeschaltet werden kann, und er wird auch nur im Schaltmodus (on oder off) verwendet. Das Einschalten des Transistors zum Leiten des Stroms erfolgt z. B. beim npn-Typ, wenn  $U_{CE} > 0$  und der Basisstrom  $I_B > 0$  bzw.  $U_{BE} > 0$  sind. Der Transistor sperrt „vorwärts“, also trotz  $U_{CE} > 0$ , wenn der Basisstrom  $I_B$  (durch einen äußeren Eingriff im Basiskreis) erlischt ( $U_{BE} = 0$ ) („Ausschalten“)! Er sperrt auch „rückwärts“, also wenn  $U_{CE} < 0$  bis zur Durchbruchspannung  $U_D$ ! Wird ein schnell schaltender MOS-Transistor (Metal oxide silicon) zum raschen Auf-/Abbau des Basisstroms an der Basis in den Schalttransistor integriert, so erhält man den bis den kHz-Bereich schnell schaltenden Insulated-Gate-Bipolar-Transistor IGBT, der im unteren und mittleren Spannungs- und Strombereich verfügbar ist, und daher in allen modernen U-Umrichtern als Schaltelement zum Einsatz kommt.

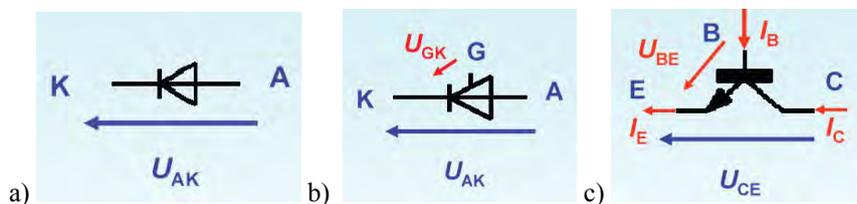


Bild 7.6-7: Schaltsymbole, Anschlussbezeichnungen, Ströme und Spannungen bei a) Diode, b) Thyristor, c) Bipolartransistor

Um Strom und Spannung an den Wicklungssträngen einer elektrischen Maschine, also an  $R$ - $L$ -Zweipolen, zu schalten, ist zu beachten, dass beim Ausschalten des Stroms  $i$  auf  $i = 0$  die magnetisch gespeicherte Energie in der Induktivität  $W_m = L \cdot i^2 / 2$  nicht beliebig rasch auf Null abgebaut werden kann, weshalb antiparallel zum  $R$ - $L$ -Zweipol eine **Freilaufdiode** angeordnet wird. Ist z. B. in Bild 7.6-8a der Schalttransistor eingeschaltet, so fließt auf Grund der am  $R$ - $L$ -Zweipol anliegenden Gleichspannung  $U_d$  der Gleichstrom  $i(t) = I_d = U_d / R$ , und die Freilaufdiode sperrt. Wird der Transistor ausgeschaltet, so ist  $I_d = 0$ , aber als abklingender Stromfluss kann  $i(t)$  durch Freilaufdiode weiter fließen (Bild 7.6-8b), bis  $W_m$  vollständig in Wärme im Widerstand  $R$  als *Joule*'sche Verluste umgesetzt ist.

$$W_m = L \cdot I_d^2 / 2 = \int_0^{\infty} R \cdot i^2(t) \cdot dt \quad (7.6-19)$$

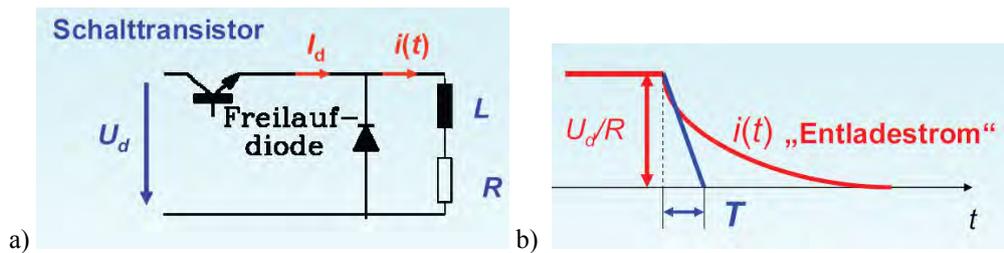


Bild 7.6-8: a) Antiparallele Freilaufdiode zum R-L-Zweigpol, b) Abklingen des durch die Freilaufdiode fließenden Stroms  $i(t)$  mit der Zeitkonstante  $T = L/R$

Deshalb sind im Wechselrichter WR (Bild 7.6-12a) stets antiparallel zu den sechs Schalttransistoren (V1 ... V6) Freilaufdioden vorgesehen. Die die Transistoren nur „vorwärts“ Strom führen können, werden sie in Bild 7.6-12 als Ventile V bezeichnet. Die variable Ausgangsspannung mit der veränderbaren Frequenz  $f_{mot}$  für die elektrische Maschine M kann mit dem WR über "Blockspannungsbetrieb" oder "Pulsweitenmodulation (PWM)" aus der Gleichspannung  $U_d$  erzeugt werden. Die Gleichspannung wird über einen sechspulsigen Gleichrichter GR aus dem 3-Phasen-Netz erzeugt und mit dem Zwischenkreiskondensator (ZK) geglättet. Wir unterscheiden bei der Gleichrichtung die ungesteuerte Gleichrichtung mit einer Diodenbrücke (B6) und die gesteuerte Gleichrichtung mit einer Thyristorbrücke mit dem **Steuerwinkel  $\alpha$**  (B6C, Bridge, six-pulse, controlled), Bild 7.6-9.

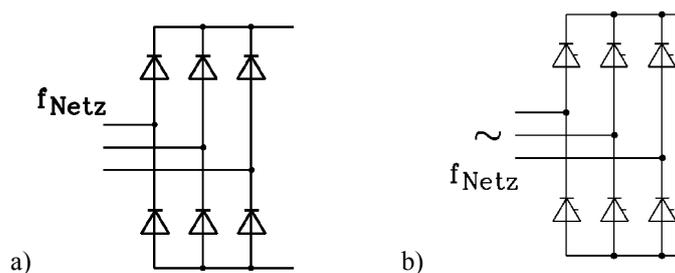


Bild 7.6-9: Gleichrichtung der 3-phasigen Netzspannung mit der konstantem Effektivwert  $U_{Netz}$  je Strang und der konstanten Netzfrequenz  $f_{Netz}$  a) als ungesteuerte Gleichrichtung mit einer Diodenbrücke (B6) und b) als gesteuerte Gleichrichtung mit einer Thyristorbrücke

Im Bild 7.6-10a liegen die drei Netzstrangspannungen  $u_R, u_S, u_T$  mit der Amplitude  $\hat{U}_{Netz}$  zwischen dem Netzsternpunkt und den drei Klemmen der B6-Brücke in Bild 7.6-9a an. Jene der drei oberen Dioden in den Zweigen U, V oder W der B6-Brücke leitet, wenn bei  $u_R > 0$  und/oder  $u_S > 0$  und/oder  $u_T > 0$  die Diodenspannung dort größer als bei den anderen beiden ist. Das ist je Netzperiode  $T_{Netz}$  während  $T_{Netz}/3$  für jede der drei Dioden der Fall, so dass an der rechten oberen Klemme der B6-Brücke das je Netzperiode dreipulsige elektrische positive Potential  $u_{dI}$  als obere Einhüllende von  $u_R(t), u_S(t), u_T(t)$  entsteht. In gleicher Weise leitet jene der drei unteren Dioden in den Zweigen U, V oder W der Brücke, wenn bei  $u_R < 0$  und/oder  $u_S < 0$  und/oder  $u_T < 0$  die Diodenspannung in Leitrichtung dort größer als bei den anderen beiden ist. Auch dies ist je Netzperiode  $T_{Netz}$  während  $T_{Netz}/3$  für jede der drei Dioden der Fall, so dass an der rechten unteren Klemme der B6-Brücke das je Netzperiode dreipulsige elektrische negative Potential  $u_{dII}$  als untere Einhüllende von  $u_R(t), u_S(t), u_T(t)$  entsteht. Die Differenz  $u_{dr}(t) = u_{dI}(t) - u_{dII}(t) > 0$  ist eine sechskuppige (sechspulsige) Gleichspannung, deren Mittelwert  $U_{dr}$  aus den Mittelwerten von  $u_{dI}(t), u_{dII}(t)$  gemäß  $U_{dr} = U_{dI} + U_{dII} = 2U_{dI}$  entsteht. Der Mittelwert von  $u_{dI}(t)$  ist  $U_{dI} = 3\sqrt{3}\hat{U}_{Netz}/(2\pi)$  und führt auf die mittlere gleichgerichtete Spannung

$$U_d = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \cdot \hat{U}_{\text{Netz}} = U_{d0} \quad (7.6-20)$$

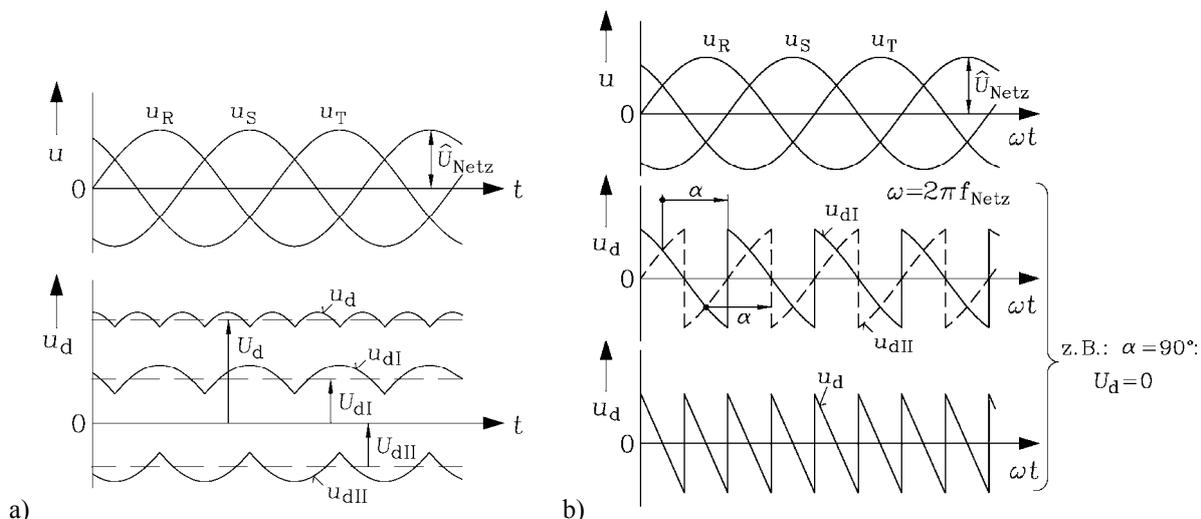


Bild 7.6-10: a) Ungesteuerte Gleichrichtung mit einer Diodenbrücke (B6), b) als gesteuerte Gleichrichtung mit einer Thyristorbrücke bei Zündwinkel  $\alpha = 90^\circ$

Beispiel 7.6-4:

$$U_{\text{Netz,LL}} = 400V, \hat{U}_{\text{Netz}} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{Netz,LL}} / \sqrt{3} = \sqrt{2} \cdot 231V = 327V, U_d = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \cdot \hat{U}_{\text{Netz}} = 540V$$

Im Bild 7.6-10b liegen die drei Netzstrangspannungen  $u_R, u_S, u_T$  mit der Amplitude  $\hat{U}_{\text{Netz}}$  zwischen dem Netzsternpunkt und den drei Klemmen der B6C-Brücke. Jener der drei oberen Thyristoren in den Zweigen R, S oder T der B6C-Brücke leitet, wenn bei  $u_R > 0$  und/oder  $u_S > 0$  und/oder  $u_T > 0$  die Thyristorspannung dort größer als bei den anderen beiden ist UND eine positive Gatespannung am betreffenden Thyristor anliegt. Je Netzperiode  $T_{\text{Netz}}$  ist während  $T_{\text{Netz}}/3$  für jeden der drei oberen Thyristoren die an ihm anliegende Spannung größer als bei den anderen beiden, z. B. in Bild 7.6-10b für den Zweig R ab dem Zeitpunkt  $\omega_{\text{Netz}}t = 30^\circ$ , dem für R „natürlichen Kommutierungszeitpunkt“. Wird aber das positive Gatesignal für diesen Thyristor um die Zeit, ausgedrückt als „Zündwinkel“  $\omega_{\text{Netz}}\Delta t = \alpha$ , verzögert, leitet der Thyristor erst ab dann („**Phasenanschnittsteuerung**“). Bis dahin leitet noch der vorher stromführende Thyristor weiter. In Bild 7.6-10b ist für das Beispiel  $\alpha = 90^\circ$  der Zeitverlauf des elektrischen Potentials der rechten oberen Klemme  $u_{dI}(t)$  dargestellt, wenn für alle drei oberen Thyristoren die gleiche Einschaltverzögerung  $\alpha = 90^\circ$  verwendet wird. In gleicher Weise ergibt sich für die drei unteren Thyristoren der Zeitverlauf des elektrischen Potentials der rechten unteren Klemme  $u_{dII}(t)$ . Die Differenz  $u_d(t) = u_{dI}(t) - u_{dII}(t) > 0$  ergibt wieder eine sechspulsige Gleichspannung, deren Mittelwert  $U_d$  aus den Mittelwerten von  $u_{dI}(t), u_{dII}(t)$  gemäß  $U_d = U_{dI} + U_{dII} = 2U_{dI}$  entsteht. Der Mittelwert von  $u_{dI}(t)$  ist  $U_{dI} = 3\sqrt{3}\hat{U}_{\text{Netz}} / (2\pi) \cdot \cos\alpha$  führt auf die mittlere gleichgerichtete Spannung

$$U_d = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \cdot \hat{U}_{\text{Netz}} \cdot \cos\alpha = U_{d0} \cdot \cos\alpha \quad (7.6-21)$$

Der Maximalwert  $U_{d0}$  tritt bei  $\alpha = 0$  auf und entspricht der Diodengleichrichtung (7.6-20). So kann die Gleichspannung über  $180^\circ \geq \alpha \geq 0^\circ$  kontinuierlich zwischen  $-U_{d0} \leq U_d \leq U_{d0}$  verändert werden. Bei  $\alpha = 90^\circ$  in Bild 7.6-10b ist der Mittelwert der gleichgerichteten

Spannung Null  $U_d = 0$ . Im Folgenden wird angenommen, dass durch den Zwischenkreiskondensator (Elektrolytkondensatoren!) die wellige Gleichspannung ideal geglättet ist:  $u_d(t) = U_d$ .

Beispiel 7.6-5:

$\alpha = 35^\circ$ :  $U_{d,\alpha} = U_{d0} \cdot \cos 35^\circ = 0.82 \cdot U_{d0}$  (Bild 7.6-11)

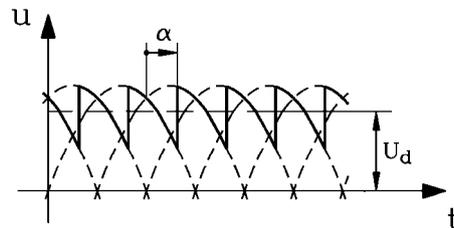


Bild 7.6-11: Gesteuerte Gleichrichtung eines Drehspannungssystems bei  $\alpha = 35^\circ$

c) U-Frequenzumrichter mit Blockspannungsbetrieb:

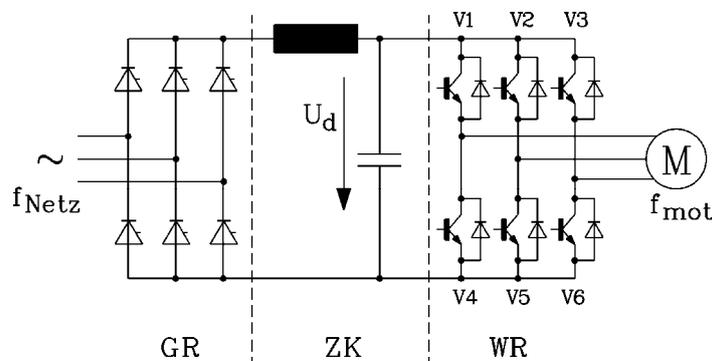


Bild 7.6-12: Spannungszwischenkreis-Umrichter: a) Prinzipschaltung für Blockspannungsbetrieb bei variabler Zwischenkreis-Gleichspannung (GR: Gleichrichter, ZK: Zwischenkreis, WR: Wechselrichter, V: Ventile z. B. Schalttransistoren mit Freilaufdioden, M: Maschine)

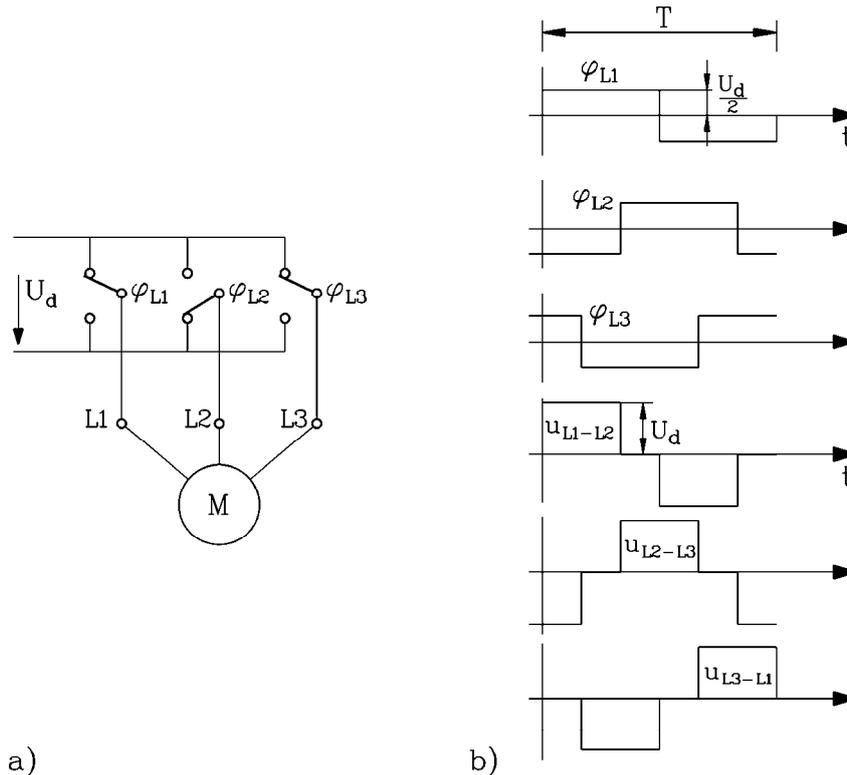
In Bild 7.6-12 ist ein U-Umrichter für Blockspannungsbetrieb, bestehend aus netzseitigem gesteuerten Gleichrichter GR, Zwischenkreis ZK und Wechselrichter WR mit angeschlossener E-Maschine dargestellt. Die Zwischenkreis-Gleichspannung  $U_d$  wird je nach Bedarf in ihrer Höhe über  $\alpha_{GR}$  verändert. Die Ventile V1, V4 bzw. V2, V5 und V3, V6 der WR-Brücke bilden je einen WR-Brückenzweig und dürfen nie gleichzeitig eingeschaltet sein, sonst schließen sie den Zwischenkreis kurz und zerstören den Kondensator durch Überstrom! Bei jedem der drei Zweige ist entweder der obere oder untere Schalter eingeschaltet mit einer Mindest-Totzeit zwischen dem Umschalten. Es kann daher jeder der drei Zweige als Schalter aufgefasst werden, der die jeweilige Maschinenklemme (Bild 7.6-13a) entweder an das obere Potential  $u_{dI} = U_d/2$  oder an das untere Potential  $u_{dII} = -U_d/2$  legt. Damit hat die jeweilige Klemme der Maschine (Stränge 1, 2, 3 mit den Klemmen L1, L2, L3) entweder positives Potential  $\varphi = U_d/2$  oder negatives Potential  $\varphi = -U_d/2$ . Daraus entsteht bei gleichartiger, aber um  $T/3$  ( $T = 1/f_{mot}$ ) zeitversetzter Schaltung der drei Maschinenstränge je Klemme der rechteckförmige Klemmen-Potentialverlauf  $\varphi_{L1}$ ,  $\varphi_{L2}$  und  $\varphi_{L3}$  (Bild 7.6-13b), der zwischen  $+U_d/2$  und  $-U_d/2$  wechselt. Dabei ist  $T = 1/f_{mot}$  die vom Wechselrichter festgelegte neue Schwingungsperiode. Die verketteten Klemmenwechselspannungen  $u_{L1-L2}(t)$ ,  $u_{L2-L3}(t)$ ,  $u_{L3-L1}(t)$  entstehen als Potentialdifferenzen zwischen den Maschinenklemmen L1-L2, L2-L3, L3-L1. Wegen ihres blockförmigen Zeitverlaufs (Zeitdauer je Block  $T/3$  mit der Pause  $T/6$  dazwischen) wird diese Betriebsart "**Blockspannungsbetrieb**" genannt.

$$u_{L1-L2}(t) = \varphi_{L1}(t) - \varphi_{L2}(t) \tag{7.6-22}$$

Die Amplitude der verketteten Spannungen  $u_{L1-L2}(t)$  usw. ist  $U_d$ . Durch Phasenanschnittsteuerung von GR (Steuerwinkel  $\alpha_{GR}$ ) wird gemäß (7.6-21) die Zwischenkreisspannung  $U_d$  und damit die Spannungsamplitude der verketteten Maschinenspannungen  $u_{L1-L2}(t)$  usw. proportional zu  $f_{mot}$  verändert. Sie kann maximal den Wert der gleichgerichteten Netzspannung erreichen, wenn der Steuerwinkel  $\alpha_{GR} = 0$  ist:

$$U_{d,max} = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \cdot \hat{U}_{Netz} \cdot \cos \alpha_{GR} \tag{7.6-23}$$

Dies entspricht der Umrichtermaximalspannung bei  $f_{mot,N}$ .



**Bild 7.6-13:** Blockspannungsbetrieb des Spannungszwischenkreis-Umrichters: a) Prinzip des Schaltvorgangs an den drei Maschinenklemmen L1, L2, L3, b) elektrisches Klemmenpotential  $\varphi$  an den drei Maschinenklemmen L1, L2, L3 und verkettete Spannungen  $u_{L1-L2}$  etc. zwischen je zwei Klemmen L1-L2, L2-L3, L3-L1 (Quelle: H. Kleinrath, *Stromrichter-gespeiste Drehfeldmaschinen*, Springer)

Die Strangspannungen  $u_{S1}$ ,  $u_{S2}$ ,  $u_{S3}$  der elektrischen Maschine werden aus den Maschengleichungen ermittelt (Bild 7.6-14a), wobei angenommen wird, dass die drei Strangspannungen kein Nullspannung  $u_0$  enthalten ( $u_0(t) = (u_{S1}(t) + u_{S2}(t) + u_{S3}(t)) / 3 = 0$ ).

$$u_{S1}(t) - u_{S2}(t) = u_{L1-L2}(t) \tag{7.6-23a}$$

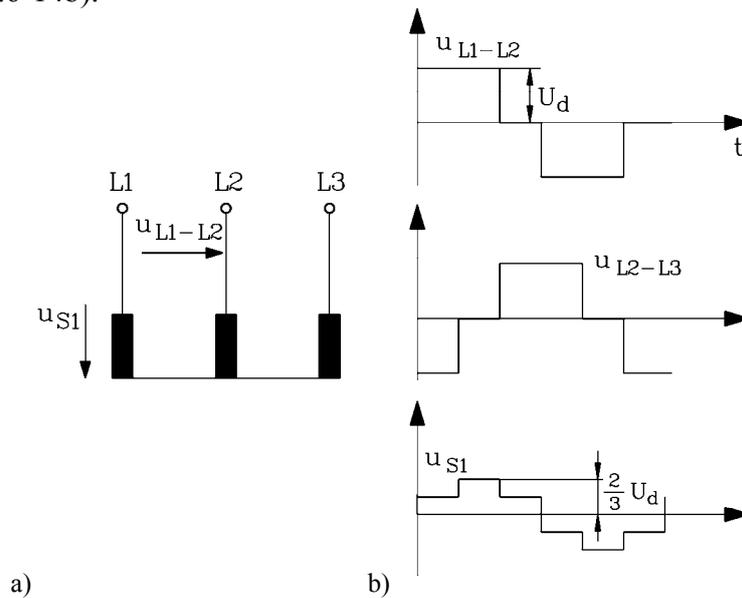
$$u_{S2}(t) - u_{S3}(t) = u_{L2-L3}(t) \tag{7.6-23b}$$

$$u_{S1}(t) + u_{S2}(t) + u_{S3}(t) = 0 \tag{7.6-23c}$$

Daraus folgt z. B. für Strang 1

$$u_{S1}(t) = \frac{2u_{L1-L2}(t) + u_{L2-L3}(t)}{3} \tag{7.6-23d}$$

was einem treppenförmigen Zeitverlauf der Strangspannung mit der Amplitude  $2U_d/3$  entspricht (Bild 7.6-14b).



**Bild 7.6-14:** Blockspannungsbetrieb bei Sternschaltung: a) Strangspannungen  $u_{S1}$  etc. und verkettete Spannungen  $u_{L1-L2}$  etc., b) zeitlicher Verlauf der verketteten Spannung  $u_{L1-L2}$  etc. und der Strangspannung  $u_{S1}$  (Quelle: H. Kleinrath, *Stromrichter gespeiste Drehfeldmaschinen*, Springer)

Die blockförmigen verketteten Spannungen  $u_L(t)$  (Bild 7.6-14b) sind als zeitliche *FOURIER*-Reihen (7.6-25) mit denselben Formeln darstellbar wie die räumliche Luftspaltfeldverteilung in Kap. 3, denn  $u_L(t)$  ist abszissensymmetrisch und enthält daher keine geraden Ordnungszahlen  $k$ . Weiter legen wir den Nullpunkt  $t = 0$  in die Blockmitte, so dass  $u_L(t)$  eine gerade Funktion ist und erhalten daher eine *FOURIER*-Cosinus-Reihe!

$$\hat{U}_{L,k} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u_L(t) \cdot \cos(k \cdot 2\pi t / T) \cdot dt = \frac{4U_d}{\pi \cdot k} \cdot \sin\left(k \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \frac{4U_d}{\pi \cdot k} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k}{3}\right) \quad (7.6-24a)$$

Wegen der Zeitdauer je Block  $T/3$  mit der Pause  $T/6$  dazwischen treten keine durch drei teilbaren Ordnungszahlen auf, wie der Faktor  $\sin(\pi \cdot k / 3)$  zeigt.

$k$	1	3	5	7	9	11	13	15	...
$\sin\left(\frac{\pi \cdot k}{3}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	...

Wegen  $\frac{1}{k} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k}{3}\right) = \frac{1}{-k} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot (-k)}{3}\right)$  ändert sich der Ausdruck nicht, egal ob  $k$  positiv oder negativ ist. Wir können daher  $k$  gemäß (7.6-26) berechnen und erhalten für die harmonischen Amplituden unverändert (7.6-24b) und die *FOURIER*-Reihe gemäß (7.6-25).

$$\hat{U}_{L,k} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{U_d}{k} \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right), \quad |\hat{U}_{L,k}| = \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \frac{U_d}{|k|} \quad (7.6-24b)$$

$$u_L(t) = \sum_{k=1,-5,7,\dots}^{\infty} \hat{U}_{L,k} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) = \sum_{k=1,-5,7,\dots}^{\infty} \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \frac{U_d}{k} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) \quad (7.6-25)$$

$$k = 1 + 6g \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \Rightarrow k = 1, -5, 7, -11, 13, \dots \quad (7.6-26)$$

Es treten nur ungeradzahlige, nicht durch drei teilbare Ordnungszahlen  $k$  auf (nicht mit den Ordnungszahlen  $\nu$  der räumlichen FOURIER-Reihe der Feldwellen von Kapitel 3 verwechseln!). Die drei sinusförmigen Strangspannungen der Stränge U, V, W des  $k$ -ten harmonischen Spannungssystemes haben die Amplituden  $\hat{U}_k = \hat{U}_{L,k} / \sqrt{3}$ . Die Nulldurchgänge der Strangspannungen  $u_S(t)$  (Bild 7.6-14) sind zu denen der verketteten Spannungen  $u_L(t)$  um  $T/12$  nacheilend. Mit  $t' = t + T/12$  erhalten wir aus (7.6-25) die FOURIER-Reihe der treppenförmigen Strangspannungen.

$$u_S(t) = \sum_{k=1,-5,7,\dots}^{\infty} \hat{U}_k \cdot \cos(k \cdot \omega_s t') = \sum_{k=1,-5,7,\dots}^{\infty} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{U_d}{k} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t') \quad (7.6-27)$$

**Fazit:**

Die E-Maschine erhält ein Gemisch unterschiedlich-frequenter Sinusspannungen angeboten, von denen nur die Grundschiwingung mit  $k = 1$  erwünscht ist. Die Frequenz der Spannungsgrundeoschiwingung  $f_{mot} = 1/T = f_s$  ist die Statorfrequenz der Maschine. Die Oberschiwingungen  $|k| > 1$  rufen zusätzliche unerwünschte Oberschiwingungsströme mit erhöhter Frequenz  $|k| \cdot f_s$  in der Wicklung hervor, die zusätzliche Verluste verursachen.

Beispiel 7.6-6:

$$U_{Netz,LL} = 400V, U_d = 540V, |\hat{U}_{L,k=1}| = \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \frac{U_d}{1} = 1.1 \cdot U_d = 595V, U_{L,k=1} = \frac{|\hat{U}_{L,k=1}|}{\sqrt{2}} = 421V$$

Beispiel 7.6-7:

Amplitudenspektrum der verketteten Spannung:

$k$	1	-5	7	-11	13
$\hat{U}_{Lk} / \hat{U}_{L1}$	1	-0.2	0.14	-0.1	0.08

Tabelle 7.6-2: Auf die Grundschiwingung bezogene Amplituden der niedrigsten Harmonischen der verketteten Umrichter-Ausgangsspannung bei Blockspannung

$$\begin{aligned} u_{U1}(t) &= \hat{U}_1 \cdot \cos(\omega_s t) \\ u_{V1}(t) &= \hat{U}_1 \cdot \cos(\omega_s t - 2\pi/3) \\ u_{W1}(t) &= \hat{U}_1 \cdot \cos(\omega_s t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (7.6-28a)$$

$$\begin{aligned} u_{U5}(t) &= \hat{U}_5 \cdot \cos(5\omega_s t) \\ u_{V5}(t) &= \hat{U}_5 \cdot \cos(5(\omega_s t - 2\pi/3)) = \hat{U}_5 \cdot \cos(5\omega_s t - 4\pi/3) \\ u_{W5}(t) &= \hat{U}_5 \cdot \cos(5(\omega_s t - 4\pi/3)) = \hat{U}_5 \cdot \cos(5\omega_s t - 2\pi/3) \end{aligned} \quad (7.6-28b)$$

In (7.6-28) ist die Phasenfolge für das Grundschiwingungssystem der Phasenspannungen  $k = 1$  mit U–V–W als ein „Mitsystem“ angenommen, da die Spannung V der Spannung U um  $120^\circ$

nacheilt, und W um  $240^\circ$ . Daher hat das System  $k = 5$  mit der 5-fachen Grundfrequenz auch den 5-fachen Phasenwinkel und ist gemäß (7.6-28) mit U–W–V ein Gegensystem. Wegen  $5 \times 120^\circ = 600^\circ = 360^\circ + 240^\circ$  ist nämlich die Spannung V zu U um  $240^\circ$  phasenversetzt, die Spannung W um  $120^\circ$  (denn  $5 \times 240^\circ = 1200^\circ = 3 \times 360^\circ + 120^\circ$ ). Dies wird allgemein mit

$$\begin{aligned} u_{Uk}(t) &= \hat{U}_k \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) \\ u_{Vk}(t) &= \hat{U}_k \cdot \cos(k \cdot \omega_s t - 2\pi/3) \\ u_{Wk}(t) &= \hat{U}_k \cdot \cos(k \cdot \omega_s t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (7.6-29)$$

richtig geschrieben, wenn gemäß (7.6-26) die Ordnungszahlen  $k$  vorzeichenbehaftet verwendet werden, wie für  $k = -5$  (7.6-30) zeigt.

$$\begin{aligned} u_{U5}(t) &= \hat{U}_5 \cdot \cos(5\omega_s t) = \hat{U}_5 \cdot \cos((-5) \cdot \omega_s t) \\ u_{V5}(t) &= \hat{U}_5 \cdot \cos(5\omega_s t - 4\pi/3) = \hat{U}_5 \cdot \cos((-5) \cdot \omega_s t - 2\pi/3) = \hat{U}_5 \cdot \cos(5\omega_s t + 2\pi/3) \\ u_{W5}(t) &= \hat{U}_5 \cdot \cos(5\omega_s t - 2\pi/3) = \hat{U}_5 \cdot \cos((-5) \cdot \omega_s t - 4\pi/3) = \hat{U}_5 \cdot \cos(5 \cdot \omega_s t + 4\pi/3) \end{aligned} \quad (7.6-30)$$

Die harmonischen Drehspannungssysteme der Strang- (und auch der verketteten) Spannungen treten mit steigender Ordnungszahl abwechselnd als Mit- und Gegensysteme auf, was durch das abwechselnd positive und negative Vorzeichen der Ordnungszahlen  $k$  korrekt erfasst wird:  $k = +1, -5, +7, -11, +13, \dots$ . Wegen  $\omega_k = k \cdot \omega_s$  ergibt eine positive Ordnungszahl eine „positive Frequenz“, also ein rechtsdrehendes Mitsystem und eine negative Ordnungszahl eine „negative Frequenz“, also ein linksdrehendes Gegensystem.

Für den Betrieb der E-Maschine am Frequenzumrichter interessiert nur das Drehspannungssystem  $k = 1$ , das mit variabel einstellbarer Frequenz  $f_s$  und variabel einstellbarer Maschinenstrangspannung  $U_s$  in der E-Maschine ein mit der Synchrondrehzahl  $n_{\text{syn}} = f_s/p$  rotierendes magnetisches Drehfeld erzeugt. Damit wird die Asynchronmaschine kontinuierlich drehzahlveränderbar. Durch Ansteuern der drei Wechselrichterbrückenarme in der Folge Zweig U - Zweig V - Zweig W entsteht ein Drehfeld-Mitsystem mit der Synchrondrehzahl  $n_{\text{syn}} = f_s/p$ . **Drehrichtungsumkehr** erfolgt durch elektronischen Phasentausch U-V-W  $\rightarrow$  U-W-V, indem nach U zunächst der Brückenarm W und dann V angesteuert wird, so dass ein Drehfeld-Gegensystem mit der Synchrondrehzahl  $n_{\text{syn}} = -f_s/p$  in der E-Maschine erzeugt wird. Eine Änderung des Energieflusses „Generatorbetrieb  $\leftrightarrow$  Motorbetrieb“ erfolgt in Abhängigkeit der antreibenden/bremsenden „Lastmaschine“ durch Vergrößern bzw. Verkleinern des Phasenwinkels  $\varphi$  zwischen Strangstrom und Strangspannung des Grundschwingungssystems gemäß  $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$  für Motorbetrieb und  $\pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2$  für Generatorbetrieb. Leerlauf tritt bei (bei  $R_s = 0$ ) bei  $\varphi = \pi/2$ , wenn der (rein induktive) Leerlaufstrom fließt. Um die Maschinenstrangspannung  $U_s$  variabel einzustellen, muss die **Zwischenkreisspannung**  $U_d$  über den Zündwinkel  $\alpha$  der gesteuerten Gleichrichterbrücke GR (Bild 7.6-12) verändert werden. Für das Steuergesetz  $U_s \sim f_{\text{mot}} = f_s$  wird  $U_d$  gemäß (7.6-27) über  $\alpha$  proportional zur Ausgangsfrequenz  $f_{\text{mot}}$  verändert:  $U_d \sim f_{\text{mot}}$ . Bei generatorischem Betrieb der E-Maschine  $\pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2$  kann eine netzseitige Rückspeisung nur erfolgen, wenn ein zweiter, zu GR mit antiparallelen Thyristoren ausgestatteter GR2 parallel zu GR verwendet wird. Ab dessen Steuerwinkel  $\alpha > 90^\circ$  ist bei stets positiver Zwischenkreisspannung  $U_d$  nun eine negative Stromrichtung des Gleichstroms  $I_d$  im Zwischenkreis ZK (Bild 7.6-12) möglich und damit eine negative Zwischenkreis-Gleichstromleistung  $U_d I_d$ , so dass der Leistungsfluss über GR2 in das Netz als Rückspeisung

(z. B. beim generatorischen Abbremsen der E-Maschine) erfolgt. Fehlt dieser GR2, so muss die elektrische Bremsleistung in einem zum Zwischenkreiskondensator parallelen, über einen Schalttransistor ein- und ausgeschalteten („getakteten“) Bremswiderstand in Wärme umgesetzt werden („**Brems-Chopper**“), da sich sonst der ZK-Kondensator durch diese Leistungsaufnahme auf unzulässig hohe Spannungen  $U_d$  auflädt (Explosionsgefahr des Elektrolytkondensators wegen zu hoher Energie  $C \cdot U_d^2 / 2!$ )

d) *Pulsweitenmodulation (PWM) zur Verringerung der Oberschwingungsströme:*

Durch **Pulsweitenmodulation** (PWM) der Umrichterausgangsspannung kann ebenfalls eine Grundschwingungsspannung mit variabler Amplitude und Frequenz erzeugt werden, OHNE dass die Zwischenkreisspannung  $U_d$  verändert werden muss (Bild 7.6-15a). Dabei können durch PWM die Spannungsoberschwingungen  $U_k$  vor allem für niedrige Ordnungszahlen  $k$  (z. B. 5 und 7) signifikant gesenkt werden. Ein ungesteuerter Dioden-Gleichrichter erzeugt eine konstante Gleichspannung  $U_d$  (Bild 7.6-15a). Die Ein- und Ausschaltbefehle der sechs Schalttransistoren des Wechselrichters WR werden beispielsweise über den Vergleich eines mit einer vorgegebenen **Schaltfrequenz**  $f_T$  geschalteten Sägezahnsignals  $u_{SZ}$  und einem mit der gewünschten Ständerfrequenz  $f_s$  (Grundschwingungsfrequenz der Umrichter-Ausgangsspannung) pulsierenden Sinus-Referenzsignals  $u_{ref}$  variabler Amplitude  $0 < A_1 < 1$  erzeugt (**Unterschwingungsverfahren**). Wenn z.B. bei  $u_{ref} > u_{SZ}$  die Klemme L1 der Maschine stets an positives Potential  $\varphi = U_d/2$  geschaltet wird, bei  $u_{ref} < u_{SZ}$  jedoch an negatives Potential  $\varphi = -U_d/2$ , so ergibt sich für das Potential  $\varphi_{L1}$  der Klemme L1 der in Bild 7.6-16a dargestellte Verlauf. Dabei ist die Amplitude  $A_1 = 0.5$  gewählt und das Verhältnis  $f_T/f_s = 9$ . Mit den Klemmen L2, L3 wird ebenso, jedoch um  $T_s/3$  bzw.  $2T_s/3$  phasenversetzt verfahren ( $T_s = 1/f_s$ ).

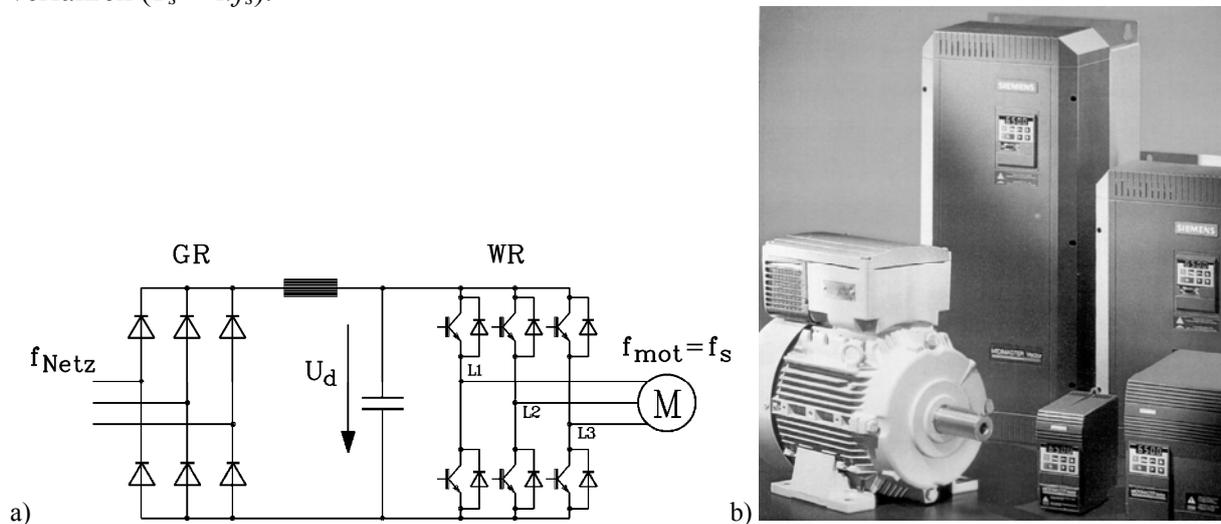


Bild 7.6-15: Spannungszwischenkreis-Umrichter: a) Prinzipschaltung für pulswellenmodulierten Spannungsbetrieb bei fester Zwischenkreis-Gleichspannung (GR: Gleichrichter, ZK: WR: Wechselrichter, M: Maschine), b) U-Umrichter mit Pulsweitenmodulation für Leistungen 0.75 kW bis 75 kW (auch eingebaut im Motorklemmenkasten als "integrierter Umrichtermotor" 7.5 kW) (Quelle: Siemens AG)

Die Spannung zwischen zwei Klemmen z.B. L1 und L2 ergibt sich aus der Potentialdifferenz der beiden Klemmen gemäß Bild 7.6-16b

$$u_{L2-L1} = \varphi_{L2} - \varphi_{L1} \tag{7.6-31}$$

Diese "gepulste verkettete Umrichter-Ausgangsspannung" enthält Spannungsblöcke unterschiedlicher Breite mit einheitlicher Höhe  $U_d$ , die mit der **doppelten Schaltfrequenz**  $f_p = 2f_T$  (**Pulsfrequenz**) auftreten. Die numerisch ermittelten Amplituden der **FOURIER**-Reihen

des Potentials  $\varphi_{L1}(t)$  und der verketteten Spannung  $u_{L1-L2}(t)$  von Bild 7.6-16b zeigt Tabelle 7.6-3. Wegen der Abszissensymmetrie der Signale  $\varphi_{L1}(t)$ ,  $u_{L1-L2}(t)$  treten nur Harmonische mit ungeraden Ordnungszahlen  $k = 1, 3, 5, 7, \dots$  auf. Die Höhe der Spannungsgrundschiwingung wird über die "Aussteuerung", also die Amplitude  $A_1$  des Referenzsinus  $u_{ref}$ , eingestellt. Bei z. B.  $A_1 = 0.5$  ist die Amplitude der verketteten Grundschiwingungsspannung  $\hat{U}_{L,k=1} = A_1 \cdot U_d = 0.5 \cdot U_d$ . Die Amplitude der Oberschiwingung mit niedriger Ordnungszahl 5 ist – wie erwünscht – sehr viel kleiner als bei Blockspannungsbetrieb (Bsp. 7.6-8).

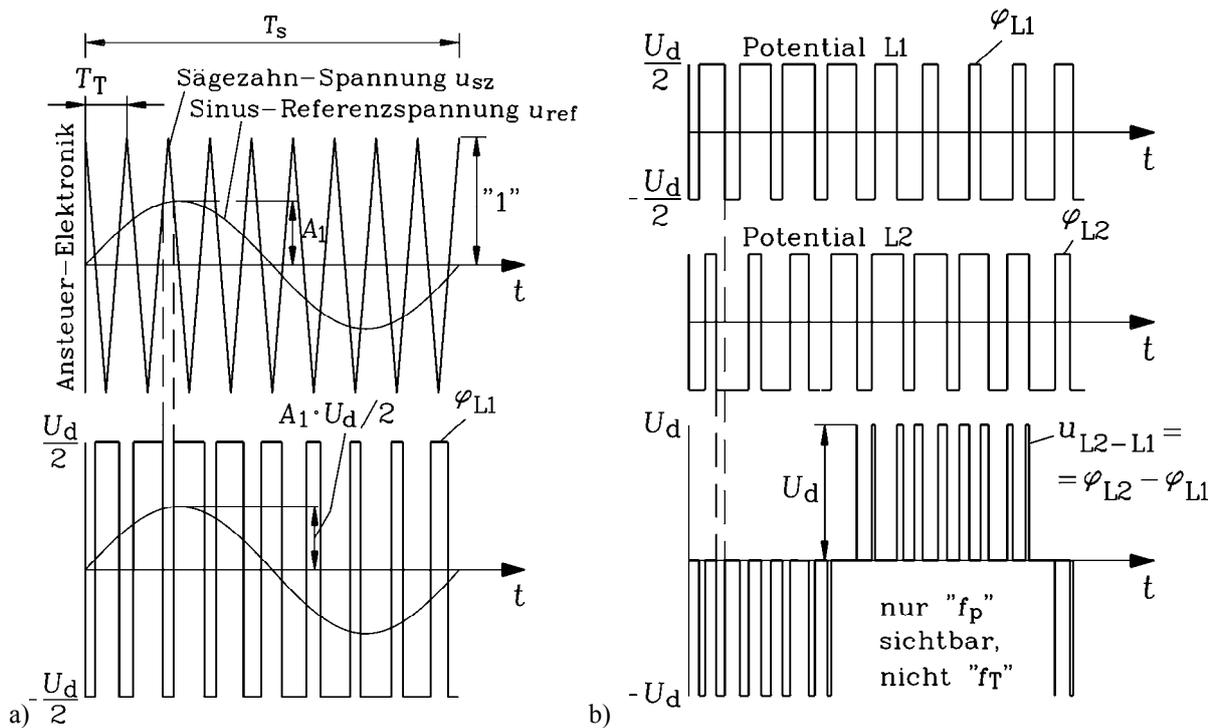


Bild 7.6-16: Erzeugung einer gepulsten Umrichter-Ausgangsspannung mit dem Unterschwingungsverfahren: a) Entstehung des Potentials  $\varphi_{L1}(t)$  der Klemme L1, b) Entstehung der Klemmenspannung  $u_{L1-L2}(t)$  (Quelle: H. Kleinrath, Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen, Springer)

$$\varphi_{L1}(t) = \sum_k \hat{\varphi}_k \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) \tag{7.6-32}$$

$$u_{L1-L2}(t) = \sum_k \hat{U}_{L,k} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) \tag{7.6-33}$$

Beispiel 7.6-8:

$ k $	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$\hat{\varphi}_k / (U_d / 2)$	0.5	$<10^{-5}$	0.001	0.09	1.08	0.09	0.002	0.04	0.36	0.36
$\hat{U}_{L,k} / \hat{U}_{L,k=1}$	1	0	0.002	0.18	0	0.18	0.004	0	0.72	0.72

Tabelle 7.6-3: Harmonische Analyse des bezogenen Klemmenpotentials  $\varphi_{L1}(t)$  und der bezogenen verketteten Umrichter-Ausgangsspannung  $u_{L1-L2}(t)$  bei Pulsweitenmodulation für  $A_1 = 0.5$  und das Verhältnis  $f_T/f_s = 9$

Fazit:

Im Zeitverlauf des Klemmenpotentials  $\varphi_L(t)$  tritt neben der Grundschiwingung  $k = 1$  eine hohe Amplitude mit Schaltfrequenz (hier:  $k = 9$ ) und mit etwa doppelter Schaltfrequenz ( $k = 17$  und

19) gemäß (7.6-34) auf, während die Amplitude von  $k = 5$  im Vergleich zum Blockspannungsbetrieb (Tabelle 7.6-2) deutlich verringert ist.

$$k = \left| f_p / f_s \pm 1 \right| \quad \Rightarrow \quad k = |18 \pm 1| = 17, 19 \quad (7.6-34)$$

Weil aber Oberschwingungen mit durch drei teilbaren Ordnungszahlen in der verketteten Spannung des Dreiphasensystems nicht auftreten können, verschwindet die schaltfrequente Amplitude von  $k = 9$ . In der verketteten Spannung sind nur die Oberschwingungsanteile mit etwa doppelter Schaltfrequenz sichtbar (Pulsfrequenz). Bei hohem  $f_T/f_s$  sind alle Oberschwingungen mit  $f_k < f_p$  klein, weshalb die Pulsweitenmodulation nahezu ausschließlich eingesetzt wird, während der Blockspannungsbetrieb nur in Ausnahmefällen Einsatz findet (z. B. als „Übermodulation“ bei  $A_1 > 1$ )

Wegen des netzseitigen Diodengleichrichters ist beim generatorischen Bremsen keine Rückspeisung der elektrischen Bremsenergie ins Netz möglich. Dazu wäre ein netzseitiger PWM-Wechselrichter mit netzseitiger Induktivität nötig („Active Front End“). Deshalb wird bei kleineren U-Umrichtern häufig die generatorische Bremsleistung in "Brems"-Widerständen parallel zum ZK-Kondensator in Wärme umgesetzt (Brems-Chopper).

e) Auswirkungen der Stromüberschwingungen:

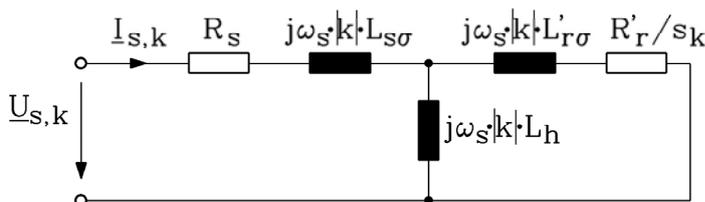


Bild 7.6-17: T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine für das  $k$ -te Oberschwingungssystem

Bis hierher war nur die Grundschwingung  $k = 1$  der Umrichterausgangsspannung in ihrer Wirkung auf die Asynchronmaschine betrachtet worden. Aber auch die höheren Harmonischen der Umrichterausgangsspannung  $U_k$  als Maschinenstrangspannungen  $U_{s,k}$ , die mit  $k$ -facher Grundfrequenz  $k f_s$  die E-Maschine speisen, treiben Oberschwingungsströme  $I_{s,k}$  in der Ständerwicklung (Bild 7.6-17). Diese erregen ihrerseits – wie der Grundschwingungsstrom  $I_s$  – je ein Magnetfeld mit einer ausgeprägten Drehwelle (Grundwelle  $\nu = 1$ ) mit der Polzahl  $2p$  im Luftspalt. Jede dieser  $k$  Grundwellen läuft mit der ihr eigenen Synchrongeschwindigkeit  $n_{syn,k}$  entweder als Mitsystem ( $k > 0$ ) oder als Gegensystem ( $k < 0$ ).

$$n_{syn,k} = k \cdot \frac{f_s}{p} = \frac{1}{2\pi} \cdot k \cdot \frac{\omega_s}{p} \quad (7.6-35)$$

Gegenüber dem mit der Drehzahl  $n$  drehenden Maschinen-Läufer tritt der **Oberschwingungsschlupf**  $s_k$  (7.6-36) auf.

$$s_k = \frac{n_{syn,k} - n}{n_{syn,k}} = \frac{k \cdot n_{syn} - n}{k \cdot n_{syn}} = 1 - \frac{1}{k} \cdot \frac{n}{n_{syn}} = 1 - \frac{1}{k} \cdot (1 - s) \quad (7.6-36)$$

Die Läuferwicklung wird somit mit zusätzlichen Läuferfrequenzen  $f_{r,k} = s_k \cdot k \cdot f_s$  induziert, was unerwünschte Oberschwingungsströme  $I'_{r,k}$  zur Folge hat. Für jedes  $k$ -te Oberschwingungssystem lässt sich daher wieder ein T-Ersatzschaltbild angeben (Bild 7.6-17),

bei dem primär  $I_{s,k}$  und sekundär  $I'_{r,k}$  fließt. Wegen  $|k| \geq 5 \gg 1$  ist der Schlupf  $s_k$  für  $0 < s < 1$  nahezu 1; d. h. für die rasch rotierenden Grunddrehwellen  $\nu = 1$  der Oberschwingungsströme steht der deutlich langsamer drehende Läufer gleichsam still. (Die (kleinen) Feldoberwellen  $\nu \neq 1$  der von den Oberschwingungsströmen erregten Felder werden hier vernachlässigt). Die Amplitude des  $k$ -ten Oberschwingungsstroms  $I_{s,k}$  ist wegen  $L_h \gg L_{\sigma s}, L'_{\sigma r}$  mit  $I'_{r,k} \approx -I_{s,k}$  aus Bild 7.6-17 abzuschätzen.

z. B.:  $s = 0.03$ :  $s_{k=-5} = 1 - \frac{1}{k} \cdot (1 - s) = 1 - \frac{1}{-5} \cdot (1 - 0.03) = 1.194 \approx 1$ ,

$s_{k=7} = 1 - \frac{1}{7} \cdot (1 - 0.03) = 0.861 \approx 1$ .

$$s_k \approx 1 \Rightarrow I_{s,k} \approx \frac{U_{s,k}}{\sqrt{(R_s + R'_r)^2 + (k \cdot \omega_s)^2 \cdot (L_{s\sigma} + L'_{r\sigma})^2}} \approx \frac{U_{s,k}}{|k| \cdot \omega_s \cdot (L_{s\sigma} + L'_{r\sigma})} \quad (7.6-37)$$

**Fazit:**

Die Oberschwingungsströme  $I_{s,k}$  treten (nahezu) unabhängig von der Belastung der Maschine (also unabhängig von  $s$ ) mit (nahezu) konstanter Größe auf. Sie wirken daher bereits im Leerlauf der E-Maschine bei  $s = 0$  in voller Größe.

Beispiel 7.6-9:

Amplituden der Strangstromüberschwingungen bei Blockspannungsbetrieb:

$$I_{s,k} \approx \frac{U_{s,k}}{|k| \cdot \omega_s \cdot (L_{s\sigma} + L'_{r\sigma})} \sim \frac{1}{|k|^2}$$

$k$	1	-5	7	-11	13
$ \hat{U}_{Lk} / \hat{U}_{L1} $	1	0.2	0.14	0.1	0.08
$I_{s,k} / I_{s,k=1}$	1	0.04	0.02	0.008	0.006

Tabelle 7.6-3: Amplituden der Strangstromüberschwingungen bei Blockspannungsbetrieb, bezogen auf den Kurzschlussstrom  $I_{s,k=1}$  ( $s = 1$ ).

**Fazit:**

Die Stromüberschwingungen sinken wesentlich rascher mit steigender Ordnungszahl als die Spannungsüberschwingungen, weil die Streuinduktivität den Stromverlauf "glättet".

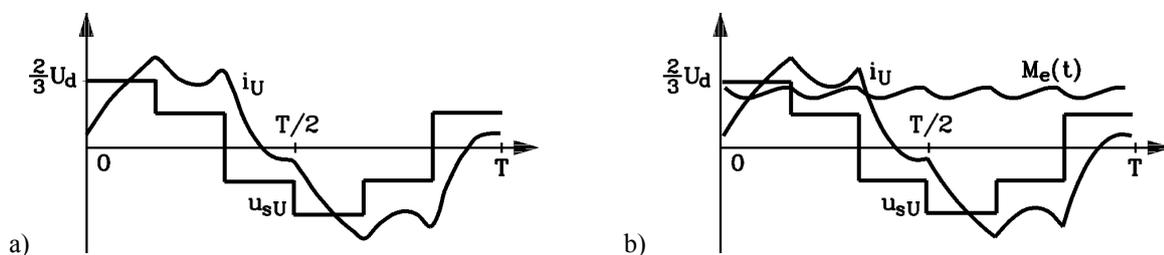


Bild 7.6-18: Berechneter Strangstrom  $i_U$  bei Blockspannungsbetrieb: a) FOURIER-Summe bis  $k = 19$ , b) geschlossene Raumzeiger-Lösung (Vorlesung "CAD and System Dynamics of Electrical Machines") für Strom und Luftspaltmoment. Es tritt eine Drehmomentwelligkeit mit  $6f_s$  auf durch die 5. und 7. Stromüberschwingung (zusätzlich zur Drehmomentwelligkeit durch die Feldtreppenform (Kap. 2), die hier nicht berücksichtigt ist!)

Die Frequenz der Rotorüberschwingungsströme ist wegen  $s_k \approx 1$  etwa gleich der  $k$ -ten Statorfrequenz  $|f_{r,k}| = |s_k \cdot k \cdot f_s| \approx |k \cdot f_s|$  und somit sehr hoch. Das führt in den massiven Käfigläuferstäben zu einer hohen Stromverdrängung; der Widerstandserhöhungs-Faktor  $k_R(|k \cdot f_s|)$  ist groß, was zu hohen zusätzlichen **Läuferverlusten** führt. Eine hohe Streuinduktivität  $L_{s\sigma} + L'_{r\sigma} \cong \sigma \cdot L_s$  begrenzt jedoch (7.6-37) diese Stromamplituden, doch wird dadurch leider das Kippmoment verringert (7.6-9), was unerwünscht ist. Weiter bewirken diese schnellen Drehwellen der Oberschwingungsströme mit der Drehwelle des Grundstroms  $I_s$ , die das Nutzmoment erzeugt, zusätzliche Wechsel-Drehmomente (siehe die Drehmoment-, „Welligkeit“ in Bild 7.6-18b zufolge  $k = -5$  und  $k = 7$ ). Diese Wechsel-Momentanteile sind im zeitlichen Mittel zwar Null, aber sie können bei drehelastischer Kupplung zwischen Asynchronmaschine und Arbeitsmaschine unerwünschte **Torsionsschwingungen** des Läufers der Lastmaschine gegen den Läufer der E-Maschine anregen. Diese können vor allem bei niedrigem  $k$  ( $k = -5, 7$ ) zu unzulässig großen Drehzahlschwankungen führen, was z. B. bei der Herstellung von Folien oder Papier zum Abreißen der Folien- bzw. Papierbahnen führen kann (Näheres dazu in der Vorlesung "Motorenentwicklung für die Antriebstechnik").

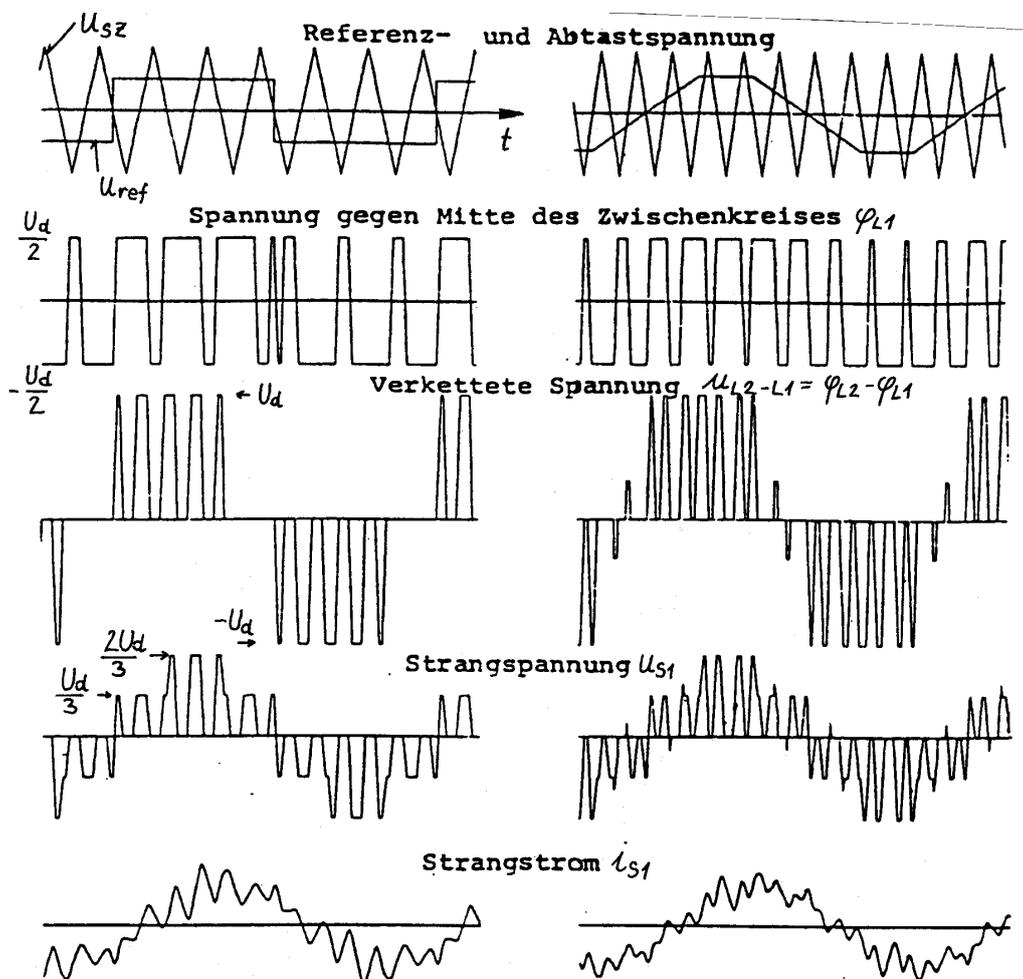


Bild 7.6-19: Spannungs-Pulsmuster und Stromform bei Pulsrichterbetrieb: links  $f_T/f_s = 6$ , rechts  $f_T/f_s = 9$ .

Beispiel 7.6-10:

Vergleich zweier unterschiedlicher Schaltfrequenzen a)  $f_T/f_s = 6$ , b)  $f_T/f_s = 9$ . Der Strom wird gemäß Bild 7.6-19 mit steigendem Verhältnis  $f_T/f_s$  **besser** der erwünschten Sinusform angenähert, d.h. die Strom-Oberschwingungen werden kleiner. In der Stromkurvenform tritt

die Welligkeit mit der Pulsfrequenz (a)  $f_p/f_s = 12$ -fach, b)  $f_p/f_s = 18$ -fach) auf. Übrigens: Die Referenzspannung  $u_{ref}$  muss nicht notwendigerweise Sinusform aufweisen, auch Rechteck- und Trapezform sind denkbar, wie Bild 7.6-19 a) bzw. b) zeigen, und erlauben eine etwas höhere Grundswingungsamplitude (siehe Vorlesung „Leistungselektronik“).

Beispiel 7.6-11:

Pulsweitenmodulation mit schnell schaltenden Insulated Gate Bipolar Transistoren (IGBT):  $f_T = 3 \text{ kHz}$ ,  $f_s = 100 \text{ Hz}$ :  $f_T/f_s = 30$ ,  $f_p = 2f_T = 6 \text{ kHz}$ : Merkbare Spannungs- und Stromüberschwingungen treten erst bei den Ordnungszahlen  $|k| = |f_p / f_s \pm 1| = |60 \pm 1| = 59, 61$  bzw. den Frequenzen  $59 \cdot 100 = 5900 \text{ Hz}$  und  $61 \cdot 100 = 6100 \text{ Hz}$  auf.

Beispiel 7.6-12:

Triebwagenkonzept des ICE 3 der DB AG mit verteilter Antriebsausrüstung:  
Die 16 ICE 3-Fahrmotoren je ICE3-Vollzug (Bild 7.6-20a) sind umrichter gespeiste vierpolige Asynchronmaschinen mit Kupferstab-Kurzschlusskäfig-Läufer und einer Bemessungsleistung 513 kW mit Luftinnenkühlung. Ihre Bemessungsdaten sind  $U_N = 1515 \text{ V}$  verkettet,  $I_N = 250 \text{ A}$ ,  $P_N = 513 \text{ kW}$ ,  $n_N = 1757/\text{min}$  bei  $f_{sN} = 60 \text{ Hz}$ ,  $2p = 4$ , max. zulässige Drehzahl 6000/min bei 200 Hz, Motormasse 740 kg, max. zulässige Wicklungserwärmung über 40°C ist 200 K.

$$n_{syn,N} = \frac{f_{sN}}{p} = \frac{60}{2} = 30/s = 1800/\text{min} \quad s_N = \frac{n_{syn,N} - n_N}{n_{syn,N}} = \frac{1800 - 1757}{1800} = 2.4\%$$

$$M_N = \frac{P_N}{2\pi n_N} = \frac{513000}{2\pi \cdot (1757/60)} = 2788 \text{ Nm}, \quad S_N = \sqrt{3} U_N I_N = \sqrt{3} \cdot 1515 \cdot 250 = 656 \text{ kVA}.$$

Der Motorläufer dreht auf Grund der variablen Frequenz der Motorspannung schnell mit  $n_{mot} = 0 \dots 5300 \text{ /min}$ . Der Motor hat daher ein relativ kleines Moment  $M_N$ , baut somit klein und ist damit gut im engen Drehgestell des ICE3 unterbringbar. Ein einstufiges Stirnrad-Getriebe  $i = 2.78$  verringert diese Drehzahl auf die langsamere Raddrehzahl  $n_{Rad}$  (Bild 7.6-20b). Mit einer Maximalgeschwindigkeit des Triebzugs  $v_{max} = 330 \text{ km/h} = 91.7 \text{ m/s}$  ergibt sich mit dem Treibradradius  $r = 0.46 \text{ m}$  die maximale Raddrehzahl  $n_{Rad,max} = v_{max}/(2\pi \cdot r) = 91.7/(2\pi \cdot 0.46) = 31.7/s = 1900/\text{min}$ . Die zugehörige Motordrehzahl ist  $n_{mot,max} = i \cdot n_{Rad,max} = 2.78 \cdot 1900 = 5300/\text{min}$ . Die Umrechnung des Motor-Drehmoments der 16 Fahrmotoren über  $i$  und  $r$  ergibt die Zugkraft  $F$  bei Nenndrehzahl (Zuggeschwindigkeit  $v_N = 110 \text{ km/h}$ ) gemäß Bild 7.6-21  $F = 16 \cdot M_N \cdot i / r = 16 \cdot 2788 \cdot 2.78 / 0.46 = 270 \text{ kN}$ . Beim Anfahren mit 10% erhöhtem Drehmoment ergibt sich bei  $v = 0$  die Anfahrzugkraft 300 kN.

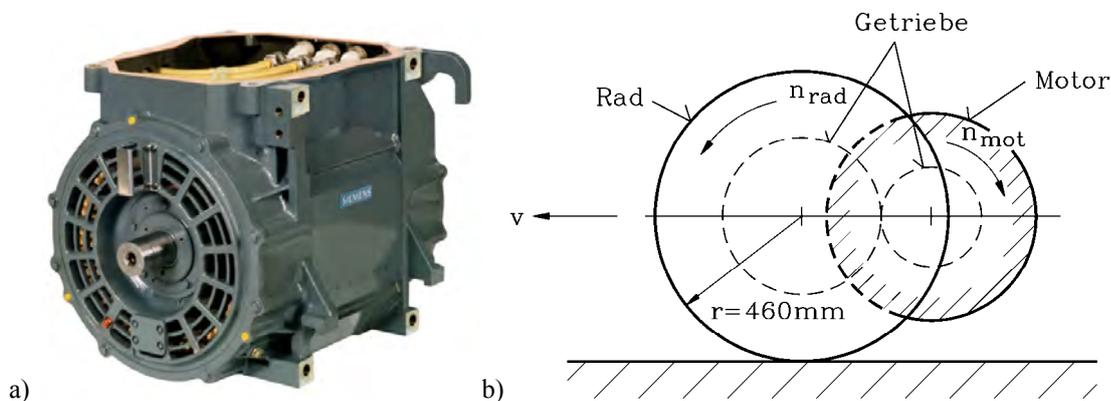


Bild 7.6-20: a) Asynchron-Fahrmotor des ICE3 der DB AG (Quelle: Siemens AG), b) Übersetzung der Motordrehzahl auf die niedrigere Raddrehzahl

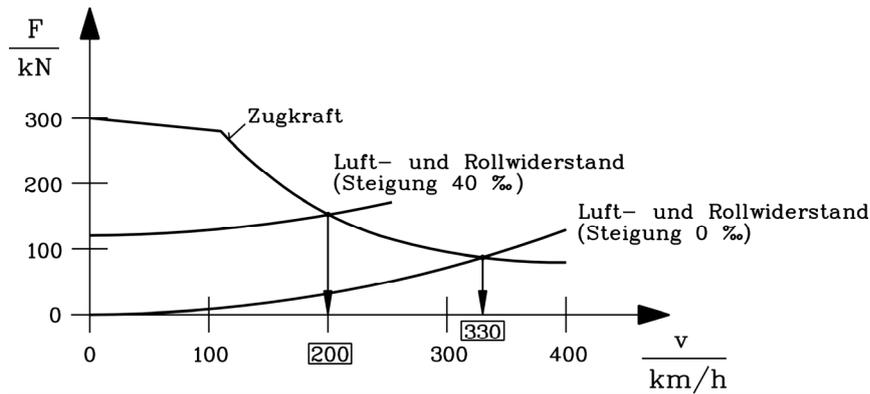


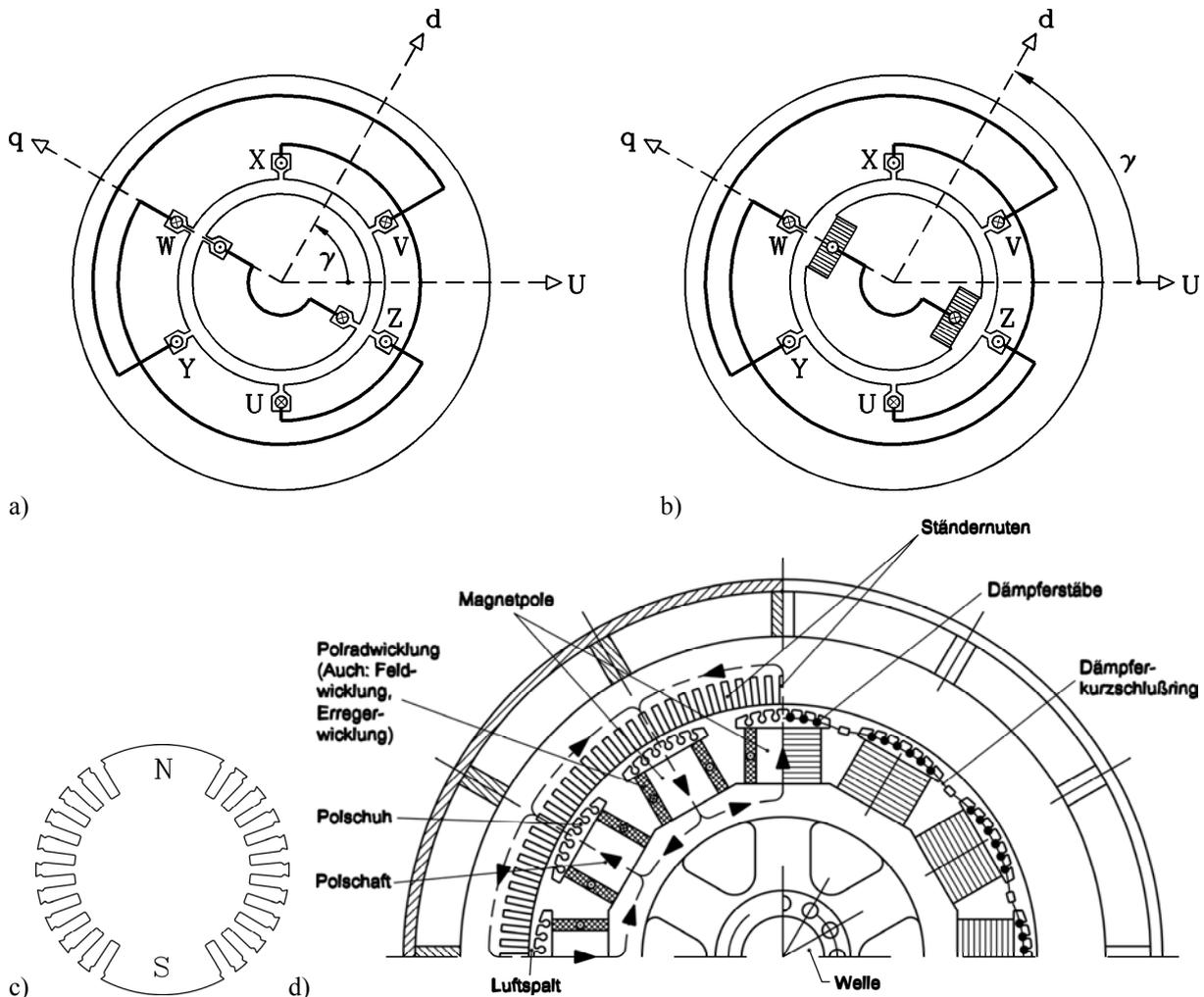
Bild 7.6-21: Zugkraftdiagramm des Triebzugs ICE3 der DB AG (Quelle: Siemens AG)

Die Abnahme der Zugkraft  $F$  für  $v > v_N$  kennzeichnet den Feldschwächbereich der Fahrmotoren, wo die Gesamtleistung des Triebzugs mit etwa  $8 \text{ MW} = 16 \times 0.5 \text{ MW}$  konstant bleibt. Bei ebener Gleisstrecke ist durch den Rollwiderstand und vor allem den mit  $v^2$  zunehmenden Luftwiderstand die maximale Geschwindigkeit durch den Schnittpunkt von Widerstands-Kennlinie und Zugkraftkennlinie gegeben als  $330 \text{ km/h}$ . Bei einer Steigung mit  $4\%$  (Steigungswinkel  $\alpha$ , Steigung  $\tan \alpha \approx \alpha = 0.04$ ) ergibt sich bei einer Zugmasse  $m = 320 \text{ t}$  des Vollzugs (maximales Dienstgewicht  $420 \text{ t}$ ) eine Hangabtriebskraft  $F_g = m \cdot g \cdot \sin \alpha \approx m \cdot g \cdot \alpha = 320000 \cdot 9.81 \cdot 0.04 = 125 \text{ kN}$ , um die sich die Widerstands-Kennlinie nach oben verschiebt, so dass die maximale Geschwindigkeit nur noch  $200 \text{ km/h}$  ist (Details siehe Vorlesungen „Elektrische Bahnen“ und „Grundlagen der Schienenfahrzeugtechnik“).

## 8. Die Synchronmaschine

### 8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen

a) Der Läufer rotiert synchron mit dem Ständerdrehfeld:



**Bild 8.1-1:** Bauarten von Synchronmaschinen: a) Vollpolmaschine ( $2p = 2$ ,  $m_s = 3$ ,  $q_s = 1$ ,  $m_r = 1$ ,  $q_r = 1$ ) Prinzipdarstellung ohne Dämpferkäfig b) Schenkelpolmaschine (Daten wie bei a)), c) Axialer Läuferquerschnitt einer zweipoligen Vollpolmaschine ( $2p = 2$ ,  $m_r = 1$ ,  $q_r = 51$ ), d) Ausführung einer 12-poligen Schenkelpolmaschine mit Dämpferkäfig

Kombiniert man den in Kapitel 2 vorgestellten genuteten Ständer mit Drehfeldwicklung mit einem Läufer („**Polrad**“), der von sich aus ein Magnetfeld erzeugt (z. B. durch Permanentmagnete oder gleichstromerregte Spulen, Bild 8.1-1), so erhält man eine **Synchronmaschine**. Schließt man die Ständerwicklung an das Dreiphasennetz an, so wird ein Ständerdrehfeld erzeugt, das eine Kraftwirkung auf das Läufermagnetfeld ausübt und daher den Läufer "mitzieht" (**Motorbetrieb**). Der Läufer rotiert **synchron** mit dem Ständerdrehfeld; der Schlupf ist stets Null. Wird – umgekehrt – der Läufer z.B. durch eine Turbine bei stromloser Ständerwicklung angetrieben, so bewirkt das rotierende Läuferfeld in der ruhenden Ständerwicklung eine Wechselfluss-Verkettung, induziert somit Spannungen („**Polradspannung**“), deren Frequenz dem Produkt aus Rotationsfrequenz und Polpaarzahl entspricht.

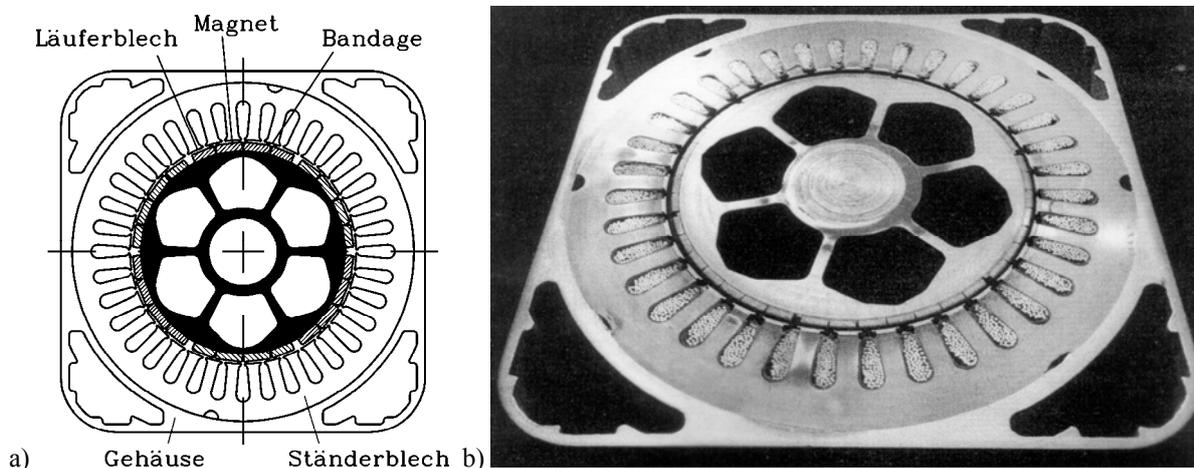
$$f_s = n \cdot p \quad (8.1-1)$$

Diese Spannungen treiben bei Belastung der Ständerwicklung mit z. B. externen Widerständen Ströme, so dass ein Umsatz von mechanischer in elektrische Leistung erfolgt (**Generatorbetrieb**). Das von den Ständerströmen erregte Drehfeld dreht auf Grund der oben genannten Frequenz der Ständerspannungen und –ströme wiederum synchron mit dem Läufer, dessen Drehzahl somit stets identisch mit der Synchrondrehzahl ist.

$$n = n_{syn} \Rightarrow \Omega_m = 2\pi \cdot \frac{f_s}{p} = \Omega_{syn} \quad (8.1-2)$$

b) *Der Läufer ist permanentmagnetisch oder elektrisch erregt:*

Kleinere Synchronmaschinen werden oft mit permanentmagneterregtem Läufer gebaut, besonders in der Form der Synchronservomotoren (Bild 8.1-2). Sehr häufig werden diese Maschinen ohne Dämpferkäfig als **drehzahlveränderbare Antriebe** in Werkzeug- und anderen Produktionsmaschinen, z. B. bei Robotern (Bild 8.1-3) verwendet, aber auch als große Direktantriebe, d. h. langsam laufende Antriebe ohne Getriebe für Schiffspropeller mit Leistungen bis ca. 20 MW (!) oder als Windgeneratoren (1 ... 5 MW). Auch in Elektro- und Hybridautomobilen finden diese Motoren wegen ihrer kompakten Bauweise und ihres hohen Wirkungsgrades Einsatz (Bild 2-4). Die Permanentmagnet-Synchronmaschinen werden nahezu ausschließlich mit Umrichterspeisung als drehzahlvariable Antriebe verwendet. Motoren, die sowohl Permanentmagnete als auch einen Dämpferkäfig im Läufer haben, sind selten, können aber auch am Netz asynchron anlaufen, und werden z. B. als hochtourige Spezialantriebe bis ca. 24000/min zum Aufspulen von Kunststoff-Fasern verwendet. Details zu dieser PM-Antriebstechnik werden in der Vorlesung „*Motorenentwicklung für die elektrische Antriebstechnik (Motor development für electrical drive systems)*“ erläutert.



**Bild 8.1-2:** Axialer Schnitt durch sechspolige dreisträngige Synchronmaschinen ( $2p = 6$ ,  $m_s = 3$ ,  $q_s = 2$ ) mit Stator-Einschicht-Wicklung und Permanentmagneterregung an der Oberfläche des Läuferblechpakets: a) Vier NdFeB-Teilmagnete (Neodymium-Eisen-Bor) pro Pol, b) Sieben SmCo-Teilmagnete (Samarium-Kobalt) pro Pol (Quelle: *Siemens AG*)

Bei der elektrisch erregten Synchronmaschine (Bild 8.1-1) wird das Läufermagnetfeld durch eine mit Gleichstrom  $I_f$  erregte Spulenordnung mit der erforderlichen Polzahl erregt, wobei der Gleichstrom z. B. über zwei Schleifringkontakte dem Läufer zugeführt wird. Gegenüber permanentmagneterregten Synchronmaschinen hat man den Vorteil eines weiteren Freiheitsgrades bei der Einstellung von Betriebspunkten der Maschine, da das Läuferfeld über den Erregerstrom  $I_f$  während des Betriebs geändert werden kann. Daher wird die elektrisch

erregte Synchronmaschine bevorzugt auch als Generator eingesetzt, da dank der **veränderlichen Erregung** des Läufers **jeder** von den Netzbedürfnissen **geforderte Leistungsfaktor**  $\cos\varphi$  (kapazitiv oder induktiv) mit ihr eingestellt werden kann, ähnlich wie bei der doppelt gespeisten Asynchronmaschine (Kap. 7.7).

*Beachten Sie:* Ein **Asynchrongenerator** mit kurzgeschlossenem Läufer (Kap. 5) benötigt stets einen Magnetisierungsstrom, ist also stets induktiv. Diesen Magnetisierungsstrom bezieht er vom Netz. Falls er ein Inselnetz speist, muss der Magnetisierungsstrom durch parallel zur Statorwicklung geschaltete Kondensatoren als Reihenschwingkreis aus Statorwicklungsinduktivität und den Kapazitäten ermöglicht werden (seltene Anwendung!).

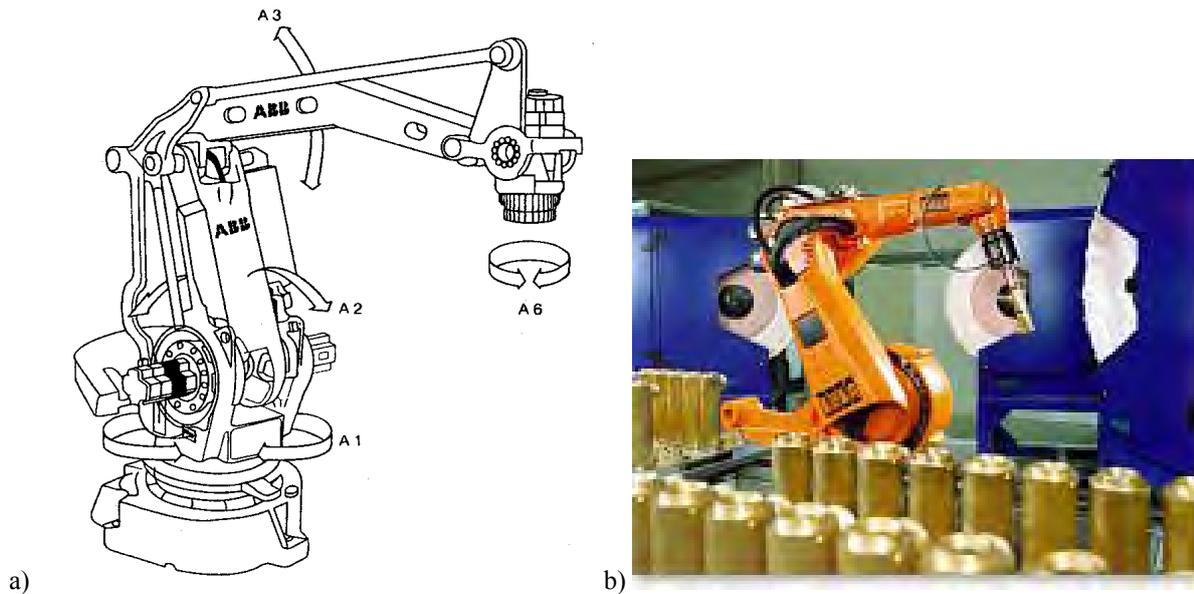


Bild 8.1-3: Ein-Arm-Roboter mit PM-Synchronmaschinen als Antrieben je Achse A1, A2, A3 und A6 („Handachse“) (Quelle: a) ABB, Schweden, b) Kuka, Deutschland)

### c) Vollpolmaschine:

Zwei Bauformen mit elektrisch erregtem Läufer werden unterschieden:

#### **Vollpolmaschine:**

Die Erregerspulen des zylindrischen Läufers liegen in Nuten verteilt – ähnlich wie jeder der drei Stränge der Ständerwicklung (Bild 8.1-1a, c).

#### **Schenkelpolmaschine:**

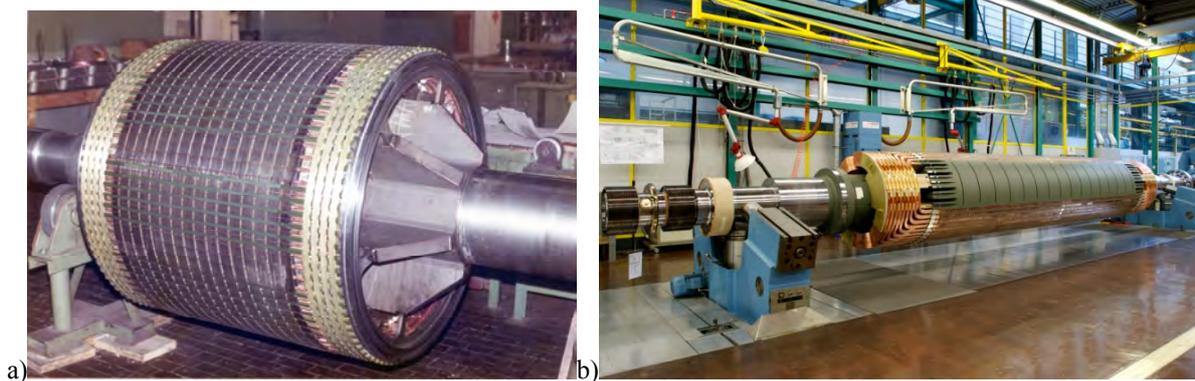
Jeder der ausgeprägten Läuferpole trägt eine konzentrische Spule (Bild 8.1-1b, d).

Für hohe Drehzahlen ist die auf die Läuferwicklung wirkende Fliehkraft bei der Vollpolanordnung besser konstruktiv beherrschbar, da die Läufernuten durch Keile verschlossen sind. Bei gleicher Ständerfrequenz  $f_s$  ist die Drehzahl  $n$  bei der zweipoligen Anordnung am höchsten, so dass zwei- und oft auch vierpolige Maschinen zumeist als Vollpolmaschinen ausgeführt sind. Eine **Sonderbauform** dieser niederpoligen Vollpolmaschinen ist die Turbobauweise, die einen zylindrischen Läufer („Läuferballen“) aus massivem Eisen hat (vgl. Bsp. 3.1-1). Da der Läufer einen Gleichfluss führt, ändert er sich im Läufer Eisen nicht, und es werden daher keine schädlichen Wirbelströme in ihm induziert. Somit kann bei Synchronmaschinen auf die Läuferblechung verzichtet werden. Massive Läuferkerne weisen eine höhere mechanische Festigkeit auf, allerdings ist die Fräsbearbeitung für die Herstellung der Nutung aufwändiger als das Nut-Stanzen der Läuferbleche (Bild 8.1-4). Massive Läufer haben eine höhere mechanische Festigkeit als Vollpol-Läufer aus geschichteten Läuferblechen. Für höchste Festigkeitsansprüche werden daher die **Vollpol-Läufer** massiv in Turbobauweise ausgeführt. Sie werden in **thermischen Kraftwerken**

eingesetzt, wo die direkt gekuppelte Turbine eine hochdrehende thermische Turbomaschine (**Dampf- oder Gasturbine**) mit Drehzahlen von 3000/min oder 3600/min ist (deshalb der Name **Turbogenerator**). Fällt auf Grund einer Netzstörung die elektrische Last und damit das den Läufer bremsende Ständerdrehfeld weg, beschleunigt die Dampfturbine ("**Durchgehen**" oder "**Durchbrennen**" des Turbosatzes), bis die Drehzahlüberwachung anspricht und den Dampfstrahl mit dem Schnellverschlussventil "abschneidet". Dies kann binnen kurzer Zeit geschehen, so dass es ausreicht, die thermische Turbomaschine und den Turbogenerator hinsichtlich der Festigkeit auf 20% Überdrehzahl auszulegen, was einer  $1.2^2 = 1.44$ -fachen Fliehkraftbeanspruchung gegenüber Nennbetrieb entspricht. Mit modernen hochlegierten Stählen für den massiven "Läuferballen" des Turbogenerators ergeben sich damit maximale Läuferdurchmesser von etwa 1.2 m ... 1.3 m, was einer maximalen "**Durchbrenn**"-Umfangsgeschwindigkeit von

$$v_{\max} = 1.2 \cdot d_r \pi \cdot n_{\text{syn}} = 1.2 \cdot d_r \pi \cdot (f_s / p) = 1.2 \cdot 1.3 \pi \cdot (50 / 1) = 245 \text{ m/s} = 880 \text{ km/h} \quad (8.1-3)$$

entspricht. Höhere Umfangsgeschwindigkeiten sind wegen der Überschreitung der zulässigen Zugspannungen in den Läuferzähnen nicht zulässig. Diese Turbogeneratoren sind die mit den weltweit größten Leistungen gebauten elektrischen Maschinen („**Grenzleistungsmaschinen**“: z. B. vierpolig 2 GW, Kernkraft *Olkiluoto, Finnland*; zweipolig: 1 GW, siehe das folgende Beispiel 8.1-1).



**Bild 8.1-4:** Luftgekühlte Vollpolläufer: a) Geblechter Eisenkörper, 8-polig, drei Feldspulen pro Pol  $q_r = 3$ , Dämpferkäfig mit 9 Stäben pro Pol, radiale Blechpaket-Kühlschlitze, Glasfaser-Bandage zur Fixierung der Rotor-Wickelköpfe, Wasserkraftgenerator ca. 3 MW (Quelle: *Andritz Hydro, Bhopal, Indien*), b) Massiver geschmiedeter, gefräster Eisenkörper, 2-polig,  $q_r = 9$ , Kupferkeile der Erregerruten bilden Dämpferkäfig, luftgekühlte Hohlleiter, Edelstahl-Wicklungskappen (fehlen im Bild noch) fixieren die Rotor-Wickelköpfe und bilden die Ringe des Dämpferkäfigs, Gasturbinen-Generator, 3000/min, 300 MW, 19 kV Y, 50 Hz,  $\cos \varphi = 0.85$ , Rotordurchmesser  $d_r = 1150$  mm, Aktivlänge  $l = 5460$  mm, 95 Windungen pro Rotorpol, größter luftgekühlter Turbogenerator (Quelle: *Alstom, Birr, Schweiz*)

#### Beispiel 8.1-1:

Grenzleistungs-Turbogenerator 930 MW zum Einsatz im Braunkohlekraftwerk *Lippendorf*,  $\cos \varphi_N = 0.8$  übererregt,  $U_N = 27$  kV,  $2p = 2$ ,  $n_N = 3000$ /min,  $f_N = 50$  Hz, Wirkungsgrad 99%. Gesamtlänge des Läufers ca. 14 m. Das bremsend wirkende **Nennmoment** (Generator!) beträgt  $M_N = P_N / (2\pi n_{\text{syn}}) = 930000 / (2\pi \cdot 50) = \underline{2962 \text{ kNm}}$ . Der **Nennstrom** ist bei einem Leistungsfaktor  $\cos \varphi_N = 0.8$  (übererregt) ist

$$I_N = \frac{P_N}{\sqrt{3} U_N \cos \varphi_N} = \frac{930 \text{ MVA}}{\sqrt{3} \cdot 27 \text{ kV} \cdot 0.8} = \underline{24.9 \text{ kA}} \quad (8.1-4)$$

Übererregt heißt, dass sich die Maschine wie eine Kapazität verhält, wie in Abschnitt 8.2 erklärt wird. Da sich die elektrischen Nutenleiter auf Hochspannungspotential in unmittelbarer Nähe des auf Massepotential liegenden Blechpakets befinden, ist nur wenig Platz für eine Hochspannungsisolation der Wicklung. Daher ist die **Ständerspannung auf ca. 30 kV begrenzt**, so dass Generatoren stets einen Blocktransformator zur Umspannung auf z. B. 220 kV oder 380 kV (Freileitungs-Spannungsniveau) benötigen. Auf Grund der begrenzten Statorspannung ist bei dem durch die Eisensättigung auch begrenzte Magnetfluss pro Pol die Anzahl der Windungen je Strang  $N_s$  und damit die Leiterzahl der Ständerwicklung  $z_s = 2 \cdot N_s \cdot m_s \cdot a$  begrenzt. Daher muss die **Kraft pro Leiter**  $F_{Leiter}$  hoch sein, um das Nenn-Drehmoment  $M_N$  zu erreichen.

$$M = (d_r / 2) \cdot F_{Leiter} \cdot z_s \quad \text{und} \quad F_{Leiter} = I_{Leiter} \cdot l \cdot B_\delta \quad (8.1-5)$$

Folglich muss die Aktiveisenlänge (Ballenlänge) des Läufers  $l$  möglichst groß sein. Daher haben Turbogeneratoren lange Läufer, ausgedrückt als "**Schlankheitsgrad**"  $l/d_r$ ; z. B.  $l/d_r = 6$ ,  $l = 7.8$  m). Inklusiv der beiden mechanischen Gleitlager ist die Länge des Läufers von der Turbinenkupplung bis zur Schleifringkupplung der beiden Schleifringe (die auf einer eigenen Welle angeordnet sind) etwa doppelt so lang (ca. 14 m). Der Läufer kann wegen der Läuferdurchbiegung auch **nicht viel länger** gebaut werden.

Einer Erhöhung der Luftspaltinduktion  $B_\delta$  über ca. 1.1 T steht die Sättigung der Zähne entgegen, wo wegen der Dimensionierungsregel "Zahnbreite  $\approx$  Nutbreite" etwa der doppelte Induktionswert 2.2 T auftritt. Für die Erhöhung der Kraft  $F_{Leiter}$  verbleibt nur die **Erhöhung des Leiterstroms**  $I_{Leiter}$ . Dies bedeutet wegen der dann hohen Stromwärmeverluste in den Leitern die Ausführung einer **intensiven Kühlung**. Weiter ist der erforderliche Leiterquerschnitt wegen der hohen Stromstärken groß. Diese großen Leiterquerschnitte erleiden ähnlich wie der Hochstab der Käfigwicklung (Kap. 6) wegen des netzfrequenten Wechselstroms eine hohe **Stromverdrängung** (Wirbelstromverluste!) und müssen daher in viele - im Wickelkopf parallel geschaltete - isolierte Teilleiter kleinen Querschnitts aufgeteilt werden. Die Teilleiter sind zusätzlich miteinander verdrillt (Patent von L. ROEBEL, BBC, Mannheim, 1912, "**ROEBEL-Stab**"). Die Kupfer-Teilleiter sind teilweise hohlgebohrt und mit entionisiertem, entsalztem (und daher isolierendem) Wasser zur direkten Leiterkühlung durchflossen (Bild 8.1-5). Ebenso müssen die Leiter der Erreger-Spulen im Läufer direkt gekühlt werden. Bei den beiden *Lippendorf*-Generatoren beträgt der Nenn-Gleichstrom  $I_{FN} = 6$  kA; die Leiter der Läuferwicklung sind hohlgebohrt und mit **Wasserstoff-Gas** direkt gekühlt. Turbogeneratoren haben dank der Optimierung all ihrer Bauteile trotz all dieser Verluste einen **sehr hohen Wirkungsgrad von ca. 99%**, was aber bei 930 MW immer noch 9.39 MW sind. Auf Grund des thermischen Kraftwerks-Prozesses (*Carnot'sches Gesetz*) ist der Wirkungsgrad des gesamten Kraftwerks deutlich niedriger, z. B. bei *Lippendorf* bei Vollast 42.4%. Die Leistungsdichte einer elektrischen Maschine ist die auf das Läufervolumen  $d_r^2 l \pi / 4$  und die Drehzahl bezogene Scheinleistung, wobei der Faktor  $\pi/4$  weggelassen wird (**ESSON'sche Ausnützungsziffer C**). Für die Kraftwerksgeneratoren der Größe von *Lippendorf* ergibt sich  $C$  gemäß

$$C = \frac{S_N}{d_r^2 \cdot l \cdot n} = \frac{\sqrt{3} \cdot 27000 \text{V} \cdot 24.9 \text{kA}}{(1.3 \text{m})^2 \cdot 7.9 \text{m} \cdot 3000 / \text{min}} = 29 \text{kVA} \cdot \text{min} / \text{m}^3. \quad (8.1-6)$$

Zum Vergleich:

a) Niederspannungs-Normasynchronmaschinen (Kap. 6) mit Rippengehäuse und Oberflächen-Luftkühlung im Leistungsbereich 1 kW bis 500 kW:  $C = 2 \dots 4 \text{ kVAmin} / \text{m}^3$ ,

b) Luftinnengekühlte Hochspannungs-Asynchronmaschinen bis ca. 10 MW:  
 $C = 8 \dots 10 \text{ kVAmin/m}^3$ .

Weitere Details zu großen Synchronmaschinen: siehe Vorlesung „Großgeneratoren und Hochleistungsantriebe“.

**Fazit:**

Nur mit einem hohen Aufwand für die Kühlung ist die geforderte Leistungsdichte in einer Grenzleistungsmaschine realisierbar. Turbogeneratoren als Grenzleistungsmaschinen sind die größten jemals ausgeführten elektrischen Maschinen (z. Zt. ca. 1000 MVA für  $2p = 2$  und 2000 MVA für  $2p = 4$ ).

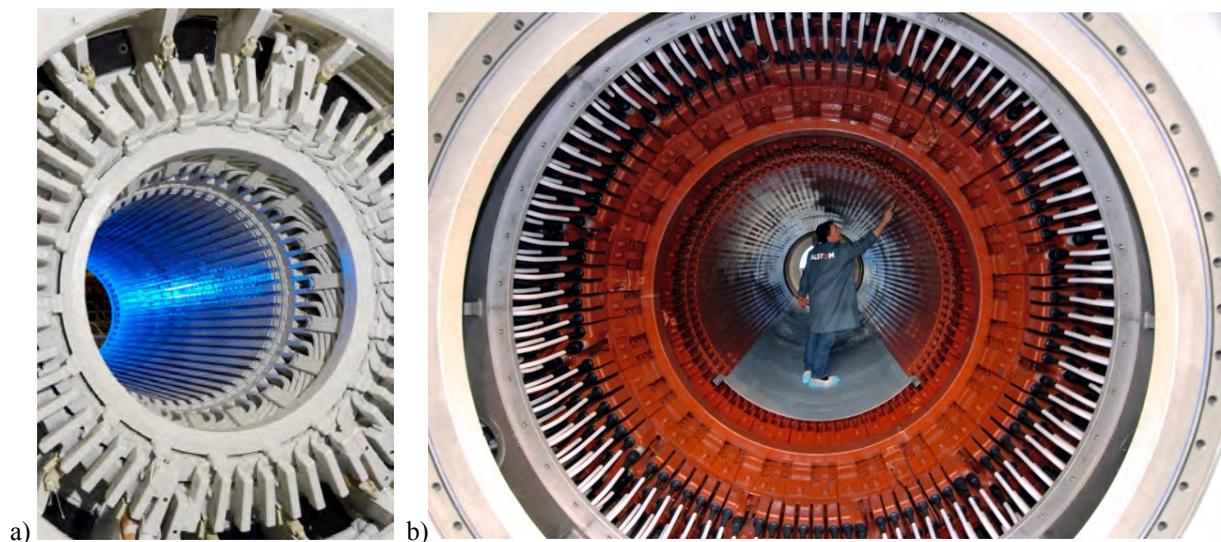


Bild 8.1-5: Statoren von Turbogeneratoren mit Zweischicht-Hochspannungswicklung: a) Zweipoliger Turbogenerator für ca. 800 MW für ein Dampfkraftwerk, Stützringe für die Wickelkopfversteifung sichtbar, Wasserstoff-Gaskühlung, b) Vierpoliger Turbogenerator für ca. 1.6 GW, direkte Leiterkühlung mit deionisiertem Wasser, Einsatz in Kernkraftwerken (Quelle: Alstom, Birr, Schweiz)

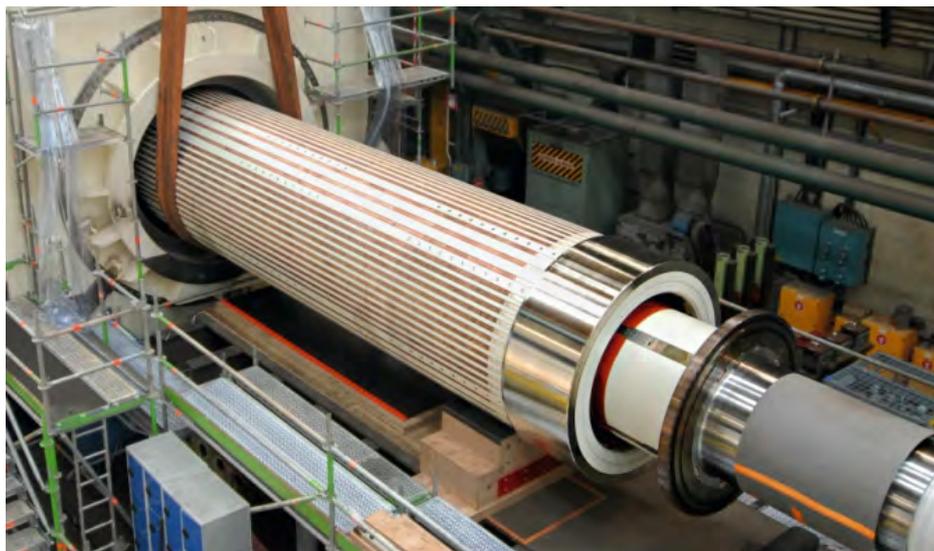


Bild 8.1-6: „Hochzeit“: Zusammenführen von Stator und Rotor mit dem Kran zum kompletten Generator, vierpoliger 1.6 MW-Turbogenerator zum Einsatz im Kernkraftwerk, 50 Hz,  $2p = 4$ , 1500/min,  $q_r = 6$ , Kupfer-Nutkeile als Dämpferstäbe, hochfeste Edelstahlwicklungskappen (Quelle: Alstom, Birr, Schweiz)

d) *Schenkelpol-Synchronmaschinen:*

Beim Schenkelpol-Läufer ("Polrad") sind die Pole entweder auf den Läuferkörper geschraubt, bei höherer Fliehkraftbeanspruchung mit Schwalbenschwanz- oder Hammerkopfverkeilung befestigt, oder fallweise Pole und Läufer eine Schmiedestück (Bild 8.1-7). Die größten Schenkelpolmaschinen sind als Generatoren im Einsatz. Wasserkraftgeneratoren sind direkt mit der Wasserturbine gekuppelt.

**PELTON-Turbinen** in Hochdruck-Wasserkraftwerken drehen typisch bis zu 1000/min, so dass die Polzahl bei 50 Hz minimal 6 ist.

**FRANCIS-Turbinen** in Mitteldruck-Kraftwerken drehen langsamer (z.B. 500/min) und erfordern daher Maschinen mit höherer Polzahl (z.B.  $2p = 12$ ).

In Niederdruck-Kraftwerken, das sind Laufkraftwerke an Flüssen mit niedriger Gefällehöhe und hohem Volumendurchsatz je Turbine, müssen langsam drehende **KAPLAN-Turbinen**, die über die Laufschaufelverstellung den Wirkungsgrad auch bei geringerer Wasserführung optimieren können, verwendet werden. Bei z.B. 100/min ist ein Generator mit 60 Polen erforderlich, um 50 Hz-Spannungen zu induzieren.

Da bei Lastabwurf die Wassermassen in der Turbine nicht ebenso rasch abgebremst werden können wie der Dampfstrahl der Turbogruppen, beschleunigt die Turbine auf ihre Leerlaufdrehzahl. **PELTON-Turbinen** können theoretisch auf die doppelte Nenndrehzahl beschleunigen, real wegen der Verluste nur auf ca.  $1.8n_N$ , **FRANCIS-** und **KAPLAN-Turbinen** auf noch höhere Werte bis  $3.3n_N$ . Für die entsprechend hohe Fliehkraftbeanspruchung muss der Schenkelpolläufer bemessen sein.

Beispiel 8.1-2:

Hochdruck-Kraftwerk **Bieudron/Schweiz**: 1.88 km (!) Gefällehöhe vom Stausee (*Grand Dixence*-Talsperre) bis zum Krafthaus im *Wallis*-Tal z. Zt. Weltrekord.

- Leistungsstärkste PELTON-Turbinen der Welt: 423 MW

- Drei Generator-Turbinen-Einheiten: Je eine fünfdüsige **PELTON-Turbine** mit Schenkelpol-Synchrongenerator

- Generatordaten:  $2p = 14$ ,  $n_N = 428.6/\text{min}$ , 50 Hz, 21 kV, 465 MVA, 12.78 kA,  $\cos\varphi_N = 0.84$  übererregt, Durchbrenndrehzahl: 800/min, Stator: 281 Tonnen, Rotor: 454 Tonnen.

- 33.2 MVA Scheinleistung pro Pol (Weltrekord)

- Ständer- und Polradwicklung sind mit direkter Leiterkühlung (deionisiertes Wasser in hohlgebohrten Leitern) versehen.

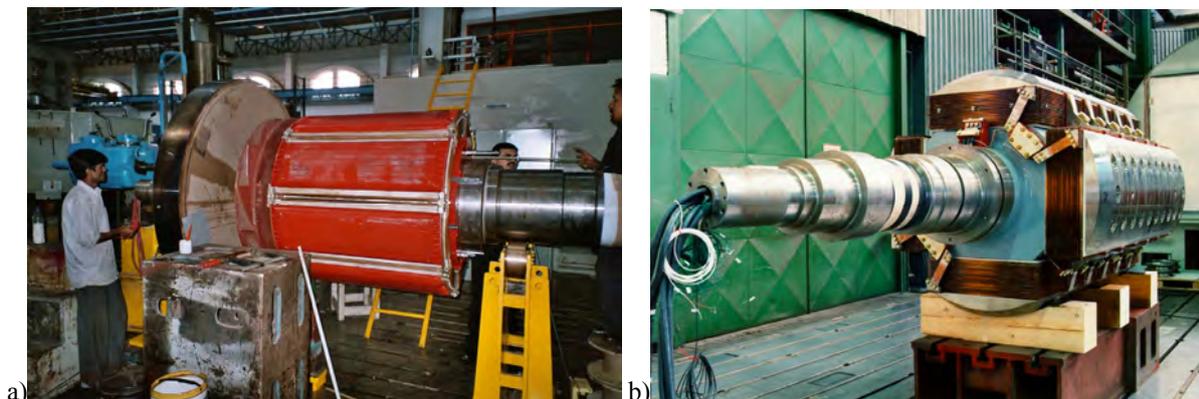


Bild 8.1-7: Schenkelpolläufer: a) 8-poliges Polrad mit Schenkelpolen, Dämpferkäfig, Lüfter und Schwungrad als Generatorläufer für das Wasserkraftwerk *Kauli, Indien*. Das Schwungrad erhöht das Rotorträgheitsmoment, um bei Lastabwurf die Drehzahlzunahme zu begrenzen. Der Radiallüfter hat rückwärts gekrümmten Schaufeln für eine Drehrichtung bei fester Drehzahl 750/min und ist auf der Welle fixiert (Quelle: *Andritz Hydro, Bhopal, Indien*). b) Vierpoliger Schenkelpolläufer 50 Hz,  $2p = 4$ ,  $n = 1500/\text{min}$ , mit leitfähigen Stahl-Massivpolen für Motorbetrieb. Beim asynchronem Netzanlauf induziert das Ständerfeld in die massiven Läuferpolschuhe Wirbelströme, die mit dem Ständerfeld das Anlaufmoment erzeugen (Quelle: *Andritz Hydro, Österreich*).

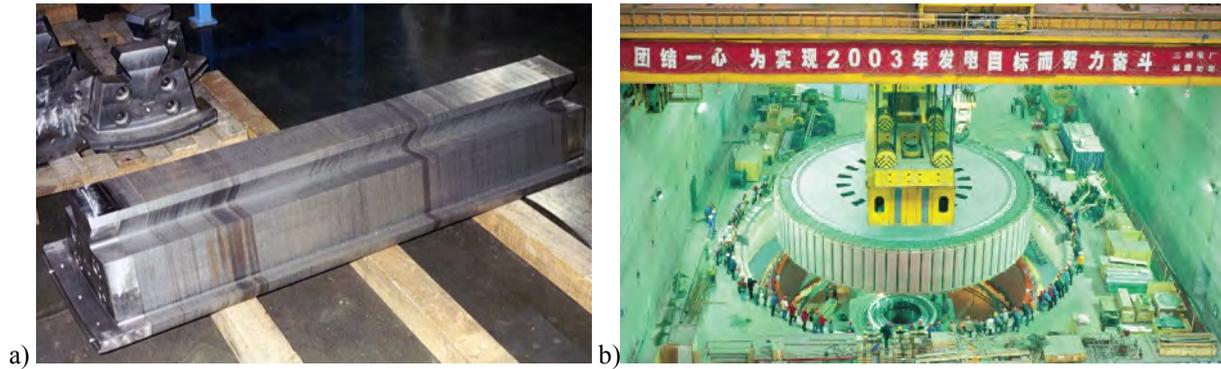


Bild 8.1-8: a) Unbewickelter gebleichter Schenkelpol mit massiven Stahl-Endpressplatten, b) Vertikal-Schenkelpolsynchrongenerator für weltgrößtes Wasserkraftwerk *Drei Schluchten* am *Yang-tse-kiang*-Fluss, *China*, 840 MVA, 80-polig,  $n = f/p = 50/40 = 1.25/s = 75/min$ , Antrieb durch *Francis*-Turbinen, Staumauerhöhe 180 m, 32 Generatoren à 700 MW = 22.4 GW. „Hochzeit“: Der Rotor wird auf der Anlage in die Statorbohrung eingefahren (Quelle: a) *Andritz Hydro*, b) *Alstom*)

### 8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

a) *Durchflutungen, Magnetfelder, Spannungsinduktion:*

In Bild 8.2-1 ist die lineare Abwicklung eines Pols eines Vollpolläufers bei vernachlässigter Ständernutung dargestellt. Der Läufer ist auf  $2/3$  seines Umfangs genutzt, das ungenutzte Drittel je Polteilung bildet den Pol. In Bild 8.2-1 sind  $q_r = 2$  konzentrische Erreger-Spulen pro Pol in  $2q_r = 4$  Nuten pro Pol ausgeführt, die die Hin- bzw. Rückleiter der Läuferspulen enthalten. In jeder Nut liegen  $N_{fc}$  Windungen, so dass auf Grund des Erregerstroms  $I_f$  die Durchflutung je Nut  $N_{fc} \cdot I_f$  ist. In Analogie zur Drehstromwicklung (Kapitel 2) erkennt man, dass diese verteilte Erregerwicklung dieselbe treppenförmige magnetische Spannungsverteilung  $V_f(x_r)$  erzeugt wie ein Strang einer mit Gleichstrom gespeisten Drehstromwicklung mit der Lochzahl  $q_r = 2$  und  $W/\tau_p = 2/3$  gesehten Spulen. Die Anzahl der Windungen je Strang beträgt bei Serienschaltung aller  $2p \cdot q_r$  Spulen

$$N_f = 2p \cdot q_r \cdot N_{fc} = 2p \cdot N_{fPol} \quad . \quad (8.2-1)$$

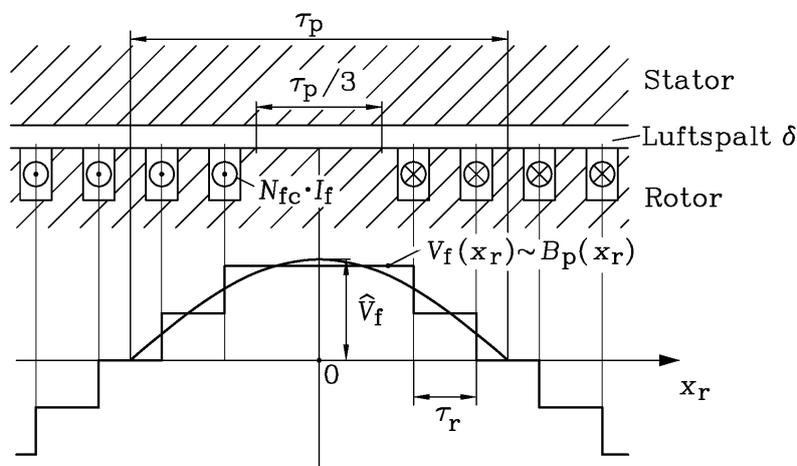


Bild 8.2-1: Lineare Abwicklung einer Vollpolmaschine mit erregtem Läufer (Erregerstrom  $I_f$ ) sowie zugehörige Felderreggerkurve  $V_f(x_r)$  mit deren *FOURIER*-Grundwelle

Die Gleichfeld-Durchflutungsverteilung  $V_f(x_r)$  steht bezüglich des Polrads (Läufers) still. Mit der Formel für die *FOURIER*-Reihe der Durchflutungsverteilung eines Strangs einer Drehstromwicklung (Kapitel 3) bestimmen wir die Amplitude der Grundwelle der Durchflutungsverteilung  $\mu = 1$  dieser Erregerwicklung.

$$\hat{V}_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{N_f}{p} \cdot k_{w,f} \cdot I_f \quad (8.2-2)$$

$$k_{w,f} = k_{p,f} k_{d,f}, \quad k_{p,f} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad k_{d,f} = \frac{\sin(\pi/6)}{q_r \sin(\pi/(6q_r))} \quad (8.2-3)$$

Bei  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  ist die **Amplitude der Grundwelle**  $\mu = 1$  des Läuferfelds (Polradfelds)

$$\hat{B}_p = \mu_0 \cdot \hat{V}_f / \delta, \quad B_p(x_r) = \hat{B}_p \cdot \cos(x_r \pi / \tau_p) \quad (8.2-4)$$

Diese mit Läufergeschwindigkeit bewegte Feldwelle induziert in die dreiphasige Ständerwicklung auf Grund des mit der Drehzahl  $n$  rotierenden Polrads ein Drehspannungssystem ("**Polradspannung**") mit dem Effektivwert je Strang

$$U_p = \omega_s \cdot \Psi_p / \sqrt{2} = \omega_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \Phi_p / \sqrt{2} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \frac{2}{\pi} l_{Fe} \tau_p \hat{B}_p \quad (8.2-5)$$

mit der Frequenz

$$f_s = n \cdot p \quad (8.2-6)$$

Bei offenen Ständerklemmen und angetriebenem, erregtem Läufer ist diese Spannung an den Ständerklemmen als Leerlaufspannung messbar ("**Leerlaufversuch**", siehe Kap. 9). Die Oberwellen der Verteilung  $V_f(x_r)$ , also die Feldoberwellen des Läuferfelds, induzieren die Ständerwicklung ebenfalls (Kap. 3). Diese höherfrequenten Spannungen sind unerwünscht und werden durch geeignete Sehnung der Ständerwicklung möglichst gering gehalten, so dass trotz der stufenförmigen Läuferfeldverteilung die Ständerspannung annähernd sinusförmig ist. Daher wird in der Folge nur noch die Grundwelle der Läuferfeldverteilung betrachtet.

Wird umgekehrt bei stromlosem (unerregtem) Läufer die Ständerwicklung mit Drehstromsystem  $I_s$  der Frequenz  $f_s$  bestromt, so entsteht gemäß Kapitel 3 eine treppenförmige, rotierende Durchflutungsverteilung  $V_s(x, t)$  mit einer dominanten Grundwelle (Amplitude  $\hat{V}_s$ ).

$$\hat{V}_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s}{p} \cdot N_s k_{w,s} \cdot I_s \Rightarrow \hat{B}_s = \mu_0 \frac{\hat{V}_s}{\delta}, \quad B_s(x, t) = \hat{B}_p \cdot \cos(x \cdot \pi / \tau_p - \omega_s t) \quad (8.2-7)$$

Diese Feld-Grundwelle  $B_s$  rotiert ebenfalls mit  $\Omega_{syn} = 2\pi f_s / p = \omega_s / p$  und induziert die Ständerwicklung die Selbstinduktionsspannung  $\omega_s L_h I_s$ . Da der durch eine drehzahlgeregelte Turbine angetriebene Läufer synchron mit diesem Feld mit  $n = n_{syn} = f_s / p$  rotiert, wird er **nicht** von dieser Ständerdrehwelle induziert, da KEINE Flussverkettungsänderung im Läufer auftritt, denn Läufer- und Ständerdrehfeld **ruhen relativ** zueinander.

Bei einem **allgemeinen Betriebszustand** sind sowohl die Polradwicklung (Erregerwicklung) als auch die Ständerwicklung erregt. Die Grundwellen der Läufer- und der Ständerdurchflutung sind je für sich räumlich sinusförmig verteilt und ruhen relativ zueinander. Sie überlagern sich daher zu einer wieder räumlich sinusförmig verteilten

Summendurchflutung  $V_m(x)$  mit der Amplitude  $\hat{V}_m$ , die mit den Ständerwicklungsdaten gemäß (8.2-7) einen (fiktiven) Magnetisierungsstrom  $I_m$  (8.2-8) definiert, ähnlich wie bei der Asynchronmaschine (Kap. 5). Diese Summendurchflutung erregt das resultierende Luftspaltfeld mit der Amplitude  $\hat{B}_\delta$ .

$$\hat{V}_m = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s}{p} \cdot N_s k_{ws} \cdot I_m \rightarrow \hat{B}_\delta = \mu_0 \cdot \hat{V}_m / \delta \tag{8.2-8}$$

Wenn die Ständerwicklung an ein Drehspannungssystem  $\underline{U}_s$  des Netzes angeschlossen ist, dann treibt die Differenz  $\underline{U}_s - \underline{U}_p$  je Strang in der Ständerwicklung den Drehstrom  $\underline{I}_s$ . Dieser Strom wird begrenzt durch den OHM'schen Spannungsfall am Ständerwicklungswiderstand  $R_s I_s$  und durch die Selbstinduktionsspannungen  $\omega_s L_h I_s$  des Ständerluftspaltfelds und  $\omega_s L_{s\sigma} I_s$  des Ständerstrefenfelds (Nut-, Stirn- und Oberfelderstreuung gemäß Kap. 4).

$$\underline{U}_s = \underline{U}_p + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s = \underline{U}_p + jX_h \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s \tag{8.2-9}$$

Die Hauptinduktivität wurde bereits in Kap. 4 für konstanten Luftspalt  $\delta$  hergeleitet.

$$L_h = \mu_0 N_s^2 k_{ws}^2 \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l\tau_p}{p \cdot \delta} \tag{8.2-10}$$

Die Summe aus Hauptreaktanz  $X_h = \omega_s L_h$  und Streureaktanz  $X_{s\sigma} = \omega_s L_{s\sigma}$  ist die wirksame Ständerreaktanz je Strang  $X_s$  und wird "**synchrone Reaktanz**"  $X_d$  genannt.

$$\boxed{X_d = X_{s\sigma} + X_h} \tag{8.2-11}$$

In der Läuferwicklung treibt die Erreger-Gleichspannung  $U_f$  über die beiden Schleifringe als Gleichstrom den Erregerstrom  $I_f$  in die Erregerwicklung (Feldwicklung), die den Widerstand  $R_f$  hat:  $U_f = R_f \cdot I_f$ .

b) Ersatzschaltbild der Statorwicklung je Strang:

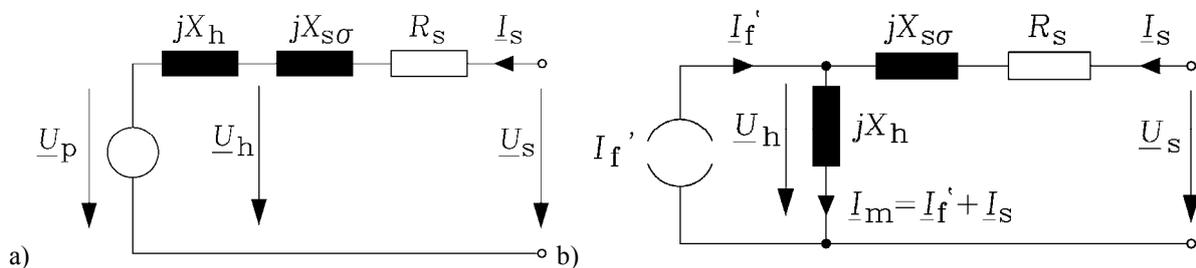


Bild 8.2-2: Ersatzschaltbild (je Strang) der Vollpol-Synchronmaschine: a) Mit Spannungsquelle  $U_p \sim I_s$ , b) Mit Stromquelle  $I_f' \sim I_s$ , die an der Hauptreaktanz  $X_h$  den Spannungsfall  $U_p$  erzeugt

Der Spannungsgleichung (8.2-9) entspricht das Ersatzschaltbild Bild 8.2-2a. Für die Polradspannung wird eine ideale Spannungsquelle verwendet (sie hat den Innenwiderstand Null), und wirkt als eingeprägte (vom Läuferfeld induzierte) Spannung. Die Hauptfeldspannung  $\underline{U}_h$  (8.2-12) ist dabei die Summe aus der Polradspannung und der

Selbstinduktionsspannung des Ständerluftspaltfelds. Sie repräsentiert die Induzierung der Ständerwicklung durch das resultierende Luftspaltfeld  $\hat{B}_\delta = \mu_0 \cdot \hat{V}_m / \delta$  und dessen Hauptflussverkettung mit der Statorwicklung  $\Psi_h = N_s k_{ws} \cdot (2/\pi) \cdot l_{Fe} \cdot \tau_p \hat{B}_\delta$ .

$$\underline{U}_h = \underline{U}_p + j\omega_s L_h \underline{I}_s = \underline{U}_p + jX_h \underline{I}_s = j\omega_s \underline{\Psi}_h / \sqrt{2} \quad (8.2-12)$$

Wenn also  $\underline{I}_s$  gemäß (8.2-7) über  $\hat{V}_s$  und  $\hat{B}_s$  in der Ständerwicklung die Spannung  $jX_h \underline{I}_s$  induziert, dann induziert  $\underline{I}_m$  gemäß (8.2-8) über  $\hat{V}_m$  und  $\hat{B}_\delta$  in der Ständerwicklung die Spannung  $jX_h \underline{I}_m = \underline{U}_h$ . Will man wie beim T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine (Kap. 5) diesen Magnetisierungsstrom im Ersatzschaltbild sichtbar machen, so verwendet man das alternative Ersatzschaltbild Bild 8.2-2b. Über die Beziehung

$$\underline{U}_h = \underline{U}_p + jX_h \underline{I}_s = jX_h \underline{I}_m \quad (8.2-13)$$

$$jX_h \underline{I}_m = jX_h \cdot (\underline{I}'_f + \underline{I}_s) \quad (8.2-14)$$

wird ein fiktiver Wechselstrom je Statorstrang  $\underline{I}'_f$  definiert, der von einer idealen Stromquelle getrieben wird (sie hat unendlich hohen Innenwiderstand). Aus (8.2-13) folgt für die Polradspannung

$$\underline{U}_p = jX_h \underline{I}'_f \quad , \quad (8.2-15)$$

so dass  $\underline{I}'_f$  als Ersatzgröße für den Erregerstrom  $I_f$  in Bild 8.2-2b auftritt. Damit ist  $\underline{I}'_f$  jener fiktive Wechselstrom je Strang, der in der Ständerwicklung fließen muss, um durch Selbstinduktion dieselbe Polradspannung in der Ständerwicklung zu induzieren wie in Wirklichkeit das mit dem Gleichstrom  $I_f$  erregte, rotierende Läufermagnetfeld. Daher ist  $|\underline{I}'_f| \sim I_f$ , und zwar mit dem Übersetzungsverhältnis für den Erregerstrom  $\ddot{u}_{If}$

$$I'_f = \frac{1}{\ddot{u}_{If}} I_f \quad . \quad (8.2-16)$$

Dieses Übersetzungsverhältnis bestimmt man für Vollpolmaschinen mit (8.2-15)

$$\frac{U_p}{X_h I_s} = \frac{X_h I'_f}{X_h I_s} = \frac{\hat{B}_p}{\hat{B}_s} = \frac{\hat{V}_f}{\hat{V}_s} = \frac{I'_f}{I_s} = \frac{I_f}{\ddot{u}_{If}} \cdot \frac{1}{I_s} \rightarrow \ddot{u}_{If} = \frac{I_f}{I_s} \cdot \frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_f} \quad . \quad (8.2-17)$$

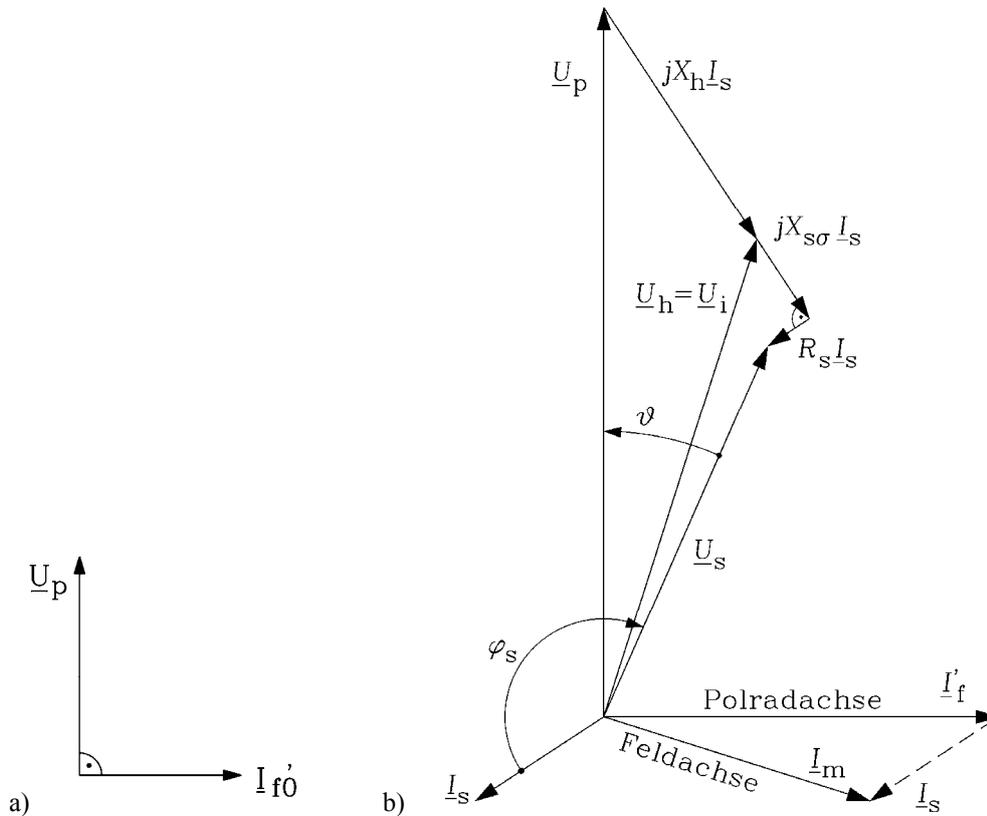
$$\text{Mit (8.2-2), (8.2-7) } \hat{V}_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{N_f}{p} \cdot k_{wf} \cdot I_f, \quad \hat{V}_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s N_s}{p} \cdot k_{ws} \cdot I_s \text{ folgt } \ddot{u}_{If} = \frac{m_s N_s k_{ws}}{\sqrt{2} N_f k_{wf}} .$$

### 8.3 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starrten“ Netz

a) Zeigerdiagramm.:

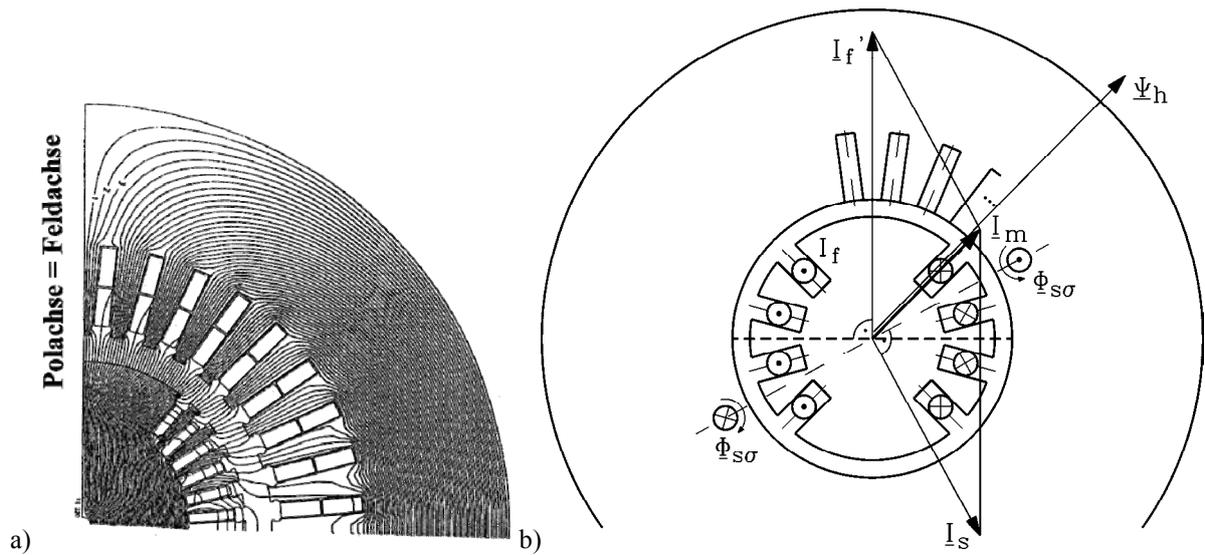
Wird die Synchronvollpolmaschine bei offenen Ständerklemmen (und im Läufer erregt) angetrieben, wird dies Generator-Leerlaufbetrieb genannt:  $I_s = 0$ ,  $n = n_{\text{syn}}$ . An den Klemmen tritt nur die Polradspannung auf, die je Strang gemäß Bild 8.3-1a als Zeigerdiagramm,

passend zum Ersatzschaltbild 8.2.2b, dargestellt wird:  $\underline{U}_p = jX_h \underline{I}'_{f0}$ . Zum echten Leerlauf-  
Erregerstrom  $I_{f0}$  läuferseitig definieren wir den „fiktiven“ Strom  $\underline{I}'_{f0}$ .

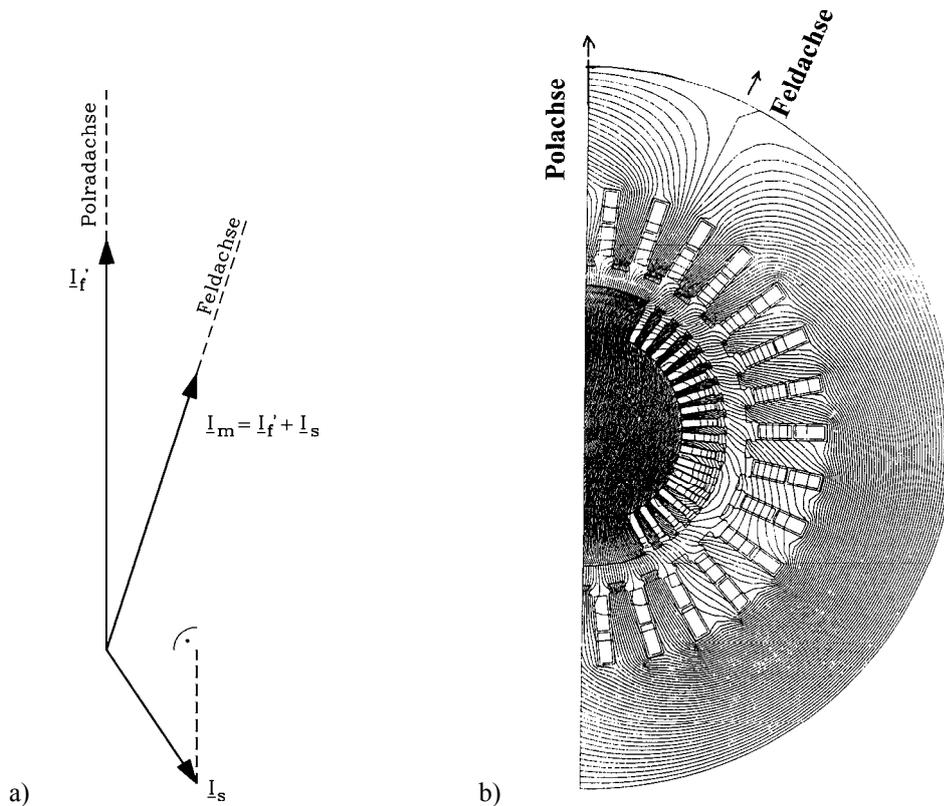


**Bild 8.3-1:** Zeigerdiagramm der Vollpol-Synchron-Synchronmaschine a) im generatorischen Leerlauf, b) im übererregten Generatorbetrieb. Der gewählte Betriebspunkt und damit die reaktive Phasenlage der drei Zeiger  $\underline{I}_s$ ,  $\underline{I}'_f$  und  $\underline{I}_m$  passt zu Bild 8.3-2.

Wenn die Maschine ständerseitig am „starr“en Netz (konstante Spannung  $\underline{U}_s$ ) betrieben wird, fließt gemäß (8.2-9) ein Ständerstrom  $\underline{I}_s$ , dessen Phasenwinkel  $\varphi_s$  (gezählt vom Strom zur Spannung) auch durch die Größe von  $\underline{U}_p$  bestimmt wird. Die Spannungen und Ströme in Bild 8.3-1b passen zu beiden Ersatzschaltbildern Bild 8.2-2. Auf Grund der Proportionalitäten  $\underline{I}_s \sim \hat{B}_s$ ,  $\underline{I}'_f \sim \hat{B}_p$ ,  $\underline{I}_m \sim \hat{B}_\delta$  kennzeichnen die Längen und Phasenlagen der drei Ströme  $\underline{I}_s$ ,  $\underline{I}'_f$ ,  $\underline{I}_m$  die Amplituden und in einer zweipoligen Maschine die räumlichen Phasenlagen des Statorfelds  $\hat{B}_s$ , des Rotorfelds  $\hat{B}_p$  und des resultierenden Luftspaltfelds  $\hat{B}_\delta$ . Bei  $2p$ -poligen Maschinen sind die räumlichen Feldwinkel das  $1/p$ -fache der Winkel in Bild 8.3-1b. Schematisch ist dies in Bild 8.3-2b für eine zweipolige Vollpolmaschine dargestellt. So wie das zweipolige Felddbild bei Leerlauf (Bild 8.3-2a) zum Zeiger  $\underline{I}'_{f0}$  in Bild 8.3-1a passt, wobei die Zeigerrichtung  $\underline{I}'_{f0}$  der Feldachse (in diesem Fall auch die Polachse des Läufers) entspricht, so passt das zweipolige Felddbild bei Last (Bild 8.3-3b) zu den Zeigern  $\underline{I}_s$ ,  $\underline{I}'_f$ ,  $\underline{I}_m$  in Bild 8.3-1b. Die Feldachse in Bild 8.3-3b liegt dort, wo sich die Feldlinien des  $\vec{B}$ -Vektors nach links und rechts trennen. Wegen  $\underline{U}_h = jX_h \underline{I}_m$ ,  $\underline{U}_p = jX_h \underline{I}'_f$  bilden die Zeiger  $\underline{I}_s$ ,  $\underline{I}'_f$ ,  $\underline{I}_m$  und  $\underline{U}_h$ ,  $\underline{U}_p$ ,  $jX_h \underline{I}_s$  zwei kongruente, um  $90^\circ$  geschwenkte Dreiecke. Der Magnetisierungsstrom stellt somit den resultierenden Erregerbedarf für Läufer- und Ständer-Luftspaltfeld dar (wie bei der Asynchronmaschine Kap. 5).



**Bild 8.3-2:** Axialer Schnitt durch eine zweipolige Vollpol-Synchronmaschine: a) numerisch berechnete magnetische Flussdichte  $B$  (Methode der Finiten Elemente) bei generatorischem Leelauf ( $2p = 2, m_s = 3, q_s = 6, m_r = 1, q_r = 6$ ), Polradachse =  $d$ -Achse = Feldachse. Wegen der radial verlaufenden Feldlinien im Luftspalt tritt kein tangentialer Magnetzug auf den Läufer auf = das elektromagnetische Drehmoment ist Null (Quelle: *E. Fuchs, IEEE-PAS*). Beachten Sie den typisch großen Luftspalt der 2-pol. Turbogeneratoren, vgl. Kap. 9. b) Schematische Darstellung bei generatorischer Nennlast mit erregter Ständer- und Läuferwicklung, dem Erregergleichstrom  $I_f$ , sowie den zugehörigen Stromzeigern  $I_s, I'_f$  und  $I_m$ , dem Ständerstreufluss  $\Phi_{s\sigma}$  und der Hauptflussverkettung  $\Psi_h$  der Ständerwicklung je Strang



**Bild 8.3-3:** Vollpolmaschine: a) Strom-Zeigerdiagramm aus Bild 8.3-2, so dass  $I'_f$  in der Polradachse liegt, b) resultierende, numerisch berechnete magnetische Flussdichte  $B$  (Methode der Finiten Elemente:  $2p = 2$ , Generator, Nennlast 400 MVA, 21 kV, 11000 A,  $\cos\varphi = 0.75$  übererregt, Polradachse =  $d$ -Achse, Feldachse = resultierendes Hauptfeld,  $m_s = 3, q_s = 5, m_r = 1, q_r = 9$ ). Wegen der tangential verlaufenden Feldlinien im Luftspalt tritt ein tangentialer Magnetzug im Uhrzeigersinn auf den Läufer auf = Der Läufer dreht gegen den Uhrzeigersinn und wird durch das elektromagnetische Drehmoment gebremst (Quelle: *E. Fuchs, IEEE-PAS*).

Beispiel 8.3-1:

In Bild 8.3-1b ist der Betrieb eines übererregten Generators im Verbraucher-Zählpeilsystem dargestellt: Die elektrische Wirkleistung  $P_e = m_s U_s I_s \cos \varphi_s$  ist wegen des Phasenwinkel  $\varphi_s$  zwischen  $-90^\circ$  und  $-180^\circ$  und des daher negativen  $\cos \varphi_s$  negativ. Damit ist  $P_e$  negativ, d.h. die Maschine liefert an das Netz elektrische Leistung (Generatorbetrieb). Der Ständerstrom eilt der Ständerspannung vor, die Maschine wirkt wie eine Kapazität (!), der Phasenwinkel  $\varphi_s$  vom Strom zur Spannung ist negativ. Daher ist auch der  $\sin \varphi_s$  negativ und damit die elektrische Blindleistung  $Q = m_s U_s I_s \sin \varphi_s$ , passend dazu, dass kapazitive Blindleistung negativ gezählt wird. Die Maschine wirkt als Generator und kapazitiver Verbraucher.

*b) Über- und untererregter Betrieb, Generator- und Motorbetrieb, Polradwinkel:*

Das kapazitive Verhalten der Synchronmaschine in Bild 8.3-1b ist laut Zeigerdiagramm nur möglich, weil  $U_p$  deutlich größer als  $U_s$  ist, was ein großes Erregerfeld und somit einen großen Erregerstrom  $I_f$  erfordert. Daher ist  $I_f$  auch deutlich größer als  $I_s$ . Man nennt dies **übererregten Betrieb** und definiert:

$Q < 0$ : "**übererregte**" Synchronmaschine, Maschine ist kapazitiver Verbraucher,

$Q > 0$ : "**untererregte**" Synchronmaschine, Maschine ist induktiver Verbraucher.

Das Vorzeichen der elektrischen Wirkleistung unterscheidet Generator- und Motorbetrieb:

$P_e < 0$ : Synchronmaschine als **Generator**,

$P_e > 0$ : Synchronmaschine als **Motor**.

Die Polradachse wird **d-Achse** genannt (Bild 8.3-2a). In ihre Richtung wirkt das Läuferfeld  $B_p$  und daher zeigt im Zeigerdiagramm Bild 8.3-1b der Rotorstromzeiger  $\underline{I}_f$  in diese Richtung.

Der in Bild 8.3-1b definierte **Polradwinkel  $\vartheta$**  wird vom Ständer-Spannungszeiger  $\underline{U}_s$  zum Polradspannungs-Zeiger  $\underline{U}_p$  im mathematisch positiven Zählsinn (Gegenuhrzeigersinn!) positiv gezählt. Er ist am „starrten“ Netz (= eingeprägte konstante Spannung  $\underline{U}_s$ ) charakteristisch für den Belastungszustand der Maschine. Er wird in elektrischen Graden gemessen, d. h. ein Polradwinkel von  $180^\circ$  entspricht einer Läuferverdrehung um eine Polteilung. Bei idealer Synchronmaschine (keine Verluste  $R_s = 0$ , kein Streufeld  $L_{s\sigma} = 0$ ) ist  $U_s = U_h$  und daher der Polradwinkel auch der räumliche Winkel zwischen resultierendem Feld ( $U_h \sim \hat{B}_\delta$ ) und Läuferfeld ( $U_p \sim \hat{B}_p$ ) in elektrischen Graden.

Im **Generatorbetrieb** eilt der Polradspannungszeiger dem Ständerspannungszeiger im mathematisch positiven Sinn vor (vgl. Zeigerdiagramm Bild 8.3-1b). In diesem Fall wird der Polradwinkel **positiv** gezählt. Physikalisch bedeutet dies, dass das Polrad dem resultierenden Luftspaltfeld vorausseilt, da  $\underline{I}_f$  dem Zeiger  $\underline{I}_m$  vorausseilt. Das erregte Polrad schleppt das Hauptfeld quasi hinter sich her. Das Hauptfeld versucht, das Polrad und damit die antreibende Turbine zu bremsen. Das ist die anschauliche Wirkung des im Generatorbetrieb bremsenden elektromagnetischen Drehmoments. Im **zweidimensionalen Felddiagramm** 8.3-3b ist dieser Betriebszustand dargestellt: Man erkennt die Wirkung des das Polrad bremsenden Drehmoments an der tangentialen Ausrichtung der Feldlinien im Luftspalt (**tangentialer magnetischer Zug**). Im **Motorbetrieb** kehren sich die Verhältnisse um. Das erregte Polrad wird nun vom resultierenden Luftspaltfeld "geschleppt"; das Drehmoment  $M_e$  treibt den Läufer an.

In Bild 8.3-4 sind die Zeigerdiagramme (vgl. Bild 8.3-1b) für alle vier möglichen Betriebszustände am starren Netz dargestellt.

**Generatorbetrieb:  $\vartheta > 0$ :** Polrad läuft VOR dem resultierenden Luftspaltfeld = Zeiger  $\underline{U}_p$  liegt VOR  $\underline{U}_h$ .

**Motorbetrieb:**  $\vartheta < 0$ : Polrad läuft NACH dem resultierenden Luftspaltfeld = Zeiger  $\underline{U}_p$  liegt NACH  $\underline{U}_h$ .

**Übererregt: Synchronmaschine ist kapazitiv:** Zeiger  $\underline{U}_p$  i. A. deutlich länger als  $\underline{U}_h$ : hoher Erregerstrom  $I_f$ .

**Untererregt: Synchronmaschine ist induktiv:** Zeiger  $\underline{U}_p$  i. A. deutlich kürzer als  $\underline{U}_h$ : niedriger Erregerstrom  $I_f$ .

**Fazit:**

Stets drehen Ständer-Drehfeld und Läufer gleich schnell. Über Generator-/ Motorbetrieb entscheidet nur die relative Winkellage  $\vartheta$  des Läufers zum resultierenden Luftspaltfeld.

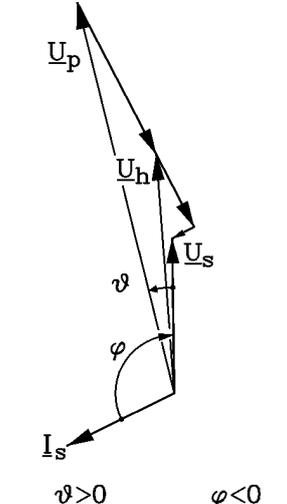
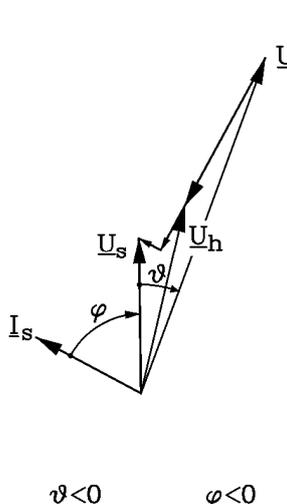
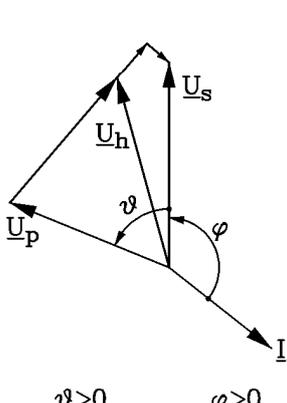
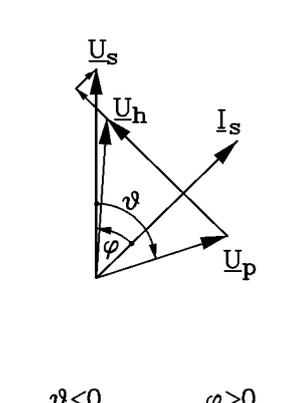
GENERATOR: Polrad eilt Drehfeld vor	MOTOR: Polrad läuft Drehfeld nach	
 <p><math>\vartheta &gt; 0</math>      <math>\varphi &lt; 0</math></p>	 <p><math>\vartheta &lt; 0</math>      <math>\varphi &lt; 0</math></p>	<p>ÜBERERREGT Induktive Verbraucher können versorgt werden</p>
 <p><math>\vartheta &gt; 0</math>      <math>\varphi &gt; 0</math></p>	 <p><math>\vartheta &lt; 0</math>      <math>\varphi &gt; 0</math></p>	<p>UNTERERREGT Kapazitive Verbraucher können versorgt werden</p>

Bild 8.3-4: Die vier unterschiedlichen Betriebszustände der Vollpol-Synchronmaschine bei eingprägter Netzspannung

c) Drehmoment bei unterschiedlichem Polradwinkel:

In der Folge wird der OHM'sche Ständerstrangwiderstand vernachlässigt ( $R_s \approx 0$ ), da er vor allem bei den großen Synchronmaschinen deutlich kleiner als die synchrone Reaktanz ist. Die in der Vollpol-Synchronmaschine umgesetzte Wirkleistung  $P_e$

$$P_e = m_s U_s I_s \cos \varphi_s = m_s \cdot \text{Re} \{ \underline{U}_s \underline{I}_s^* \} \tag{8.3-1}$$

kann als Funktion des Polradwinkels  $\vartheta$  ausgedrückt werden, wenn  $\underline{U}_s$  konstant ist. Wird  $\underline{U}_s$  in die reelle Achse gelegt, so ist die um den Winkel  $\vartheta$  ihr gegenüber verdrehte Polradspannung gemäß Bild 8.3-1b

$$\underline{U}_p = U_p \cdot e^{j\vartheta} = U_p \cdot (\cos \vartheta + j \cdot \sin \vartheta) \quad (8.3-2)$$

Aus der Ständerspannungsgleichung folgt für  $R_s = 0$  für den konjugiert komplexen Ständerstromzeiger

$$\underline{I}_s = \frac{U_s - \underline{U}_p}{jX_d} \Rightarrow \underline{I}_s^* = \frac{U_s - \underline{U}_p^*}{-jX_d} \quad (8.3-3)$$

Eingesetzt in (8.3-1) erhalten wir die Leistung in Abhängigkeit von  $\vartheta$ .

$$P_e = m_s \cdot \operatorname{Re} \left\{ U_s \cdot \frac{U_s - U_p \cdot (\cos \vartheta - j \cdot \sin \vartheta)}{-jX_d} \right\} = -m_s \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta \quad (8.3-4)$$

Wegen der vernachlässigten Verluste sind elektrische und mechanische Leistung identisch (Wirkungsgrad "Eins"), so dass aus (8.3-4) das elektromagnetische Drehmoment der Vollpolmaschine berechnet werden kann (Bild 8.3-5).

$$M_e = \frac{P_m}{\Omega_{syn}} = \frac{P_e}{\Omega_{syn}} = -\frac{m_s}{\Omega_{syn}} \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \vartheta \quad (8.3-5)$$

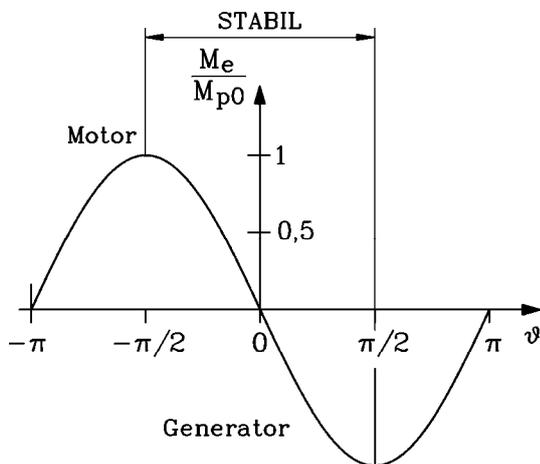


Bild 8.3-5: Drehmoment-Polradwinkel-Kurve der Vollpolsynchronmaschine bei  $R_s = 0$

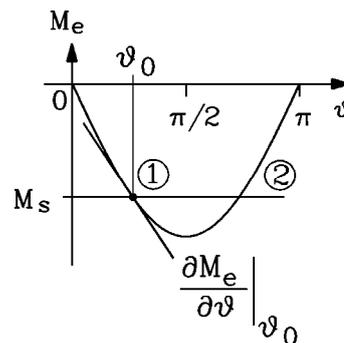


Bild 8.3-6: Generatorbetrieb: Arbeitspunkt 1 ist stabil, Arbeitspunkt 2 ist instabil. Die Stabilitätsgrenze liegt bei dem Polradwinkel  $\pi/2$ .

$$M_{e,max} = M_s(\vartheta = \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \frac{m_s}{\Omega_{syn}} \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} = \mp M_{p0} \quad (8.3-6)$$

**Fazit:**

Das Maximalmoment tritt bei einem Polradwinkel  $\vartheta = \pm 90^\circ$  (+ im generatorischen, - im motorischen Betrieb) auf (Bild 8.3-5) und heißt "**synchrones Kippmoment**"  $M_{p0}$ . Durch Steigern der Erregung und damit der Polradspannung kann das Kippmoment erhöht werden.

Eine hohe Synchronreaktanzen verringert das Kippmoment. Bei positivem Polradwinkel ist die elektrische Leistung negativ (= Generatorbetrieb im Verbraucher-Zählpfeil-System).

d) Statische Stabilität der Synchron-Vollpolmaschine:

Welche Kombinationen von Drehmoment und Polradwinkel können stabil betrieben werden? Bei z. B. Generatorbetrieb bewirkt ein Turbinen-Antriebsmoment  $M_s$  einen Polradwinkel  $\vartheta_0$  als Schnittpunkt der horizontalen  $M_s$ -Linie ( $M_s$  ist UNabhängig von  $\vartheta$ ,  $\partial M_s(\vartheta)/\partial \vartheta = 0$ ) mit der  $M_e(\vartheta)$ -Kurve (Bild 8.3-6).

$$M_e(\vartheta_0) = M_s(\vartheta_0) \quad (8.3-7)$$

Die Kennlinie  $M_e(\vartheta)$  wird im Punkt  $\vartheta_0$  durch die Tangente angenähert, um kleine Abweichungen des Polradwinkels  $\Delta\vartheta$  vom Stationärwert  $\vartheta_0$  zu untersuchen.

$$M_e(\vartheta) \cong M_e(\vartheta_0) + \partial M_e / \partial \vartheta \cdot \Delta\vartheta \quad \text{mit} \quad \Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0 \quad (8.3-8)$$

Die Größe  $c_g(\vartheta_0) = \partial M_e / \partial \vartheta \big|_{\vartheta_0}$  ist wie bei einer mechanischen Torsionsfeder gemäß ihrer Dimension eine Federkonstante und wird (nichtlineare) **Ersatz-Drehfederkonstante**  $c_g$  der Synchronmaschine genannt, da sie nichtlinear vom Arbeitspunkt  $\vartheta_0$  abhängt.

$$c_g(\vartheta_0) = \frac{\partial M_e}{\partial \vartheta} \bigg|_{\vartheta_0} = -M_{p0} \cdot \cos \vartheta_0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta M_e = c_g \cdot \Delta\vartheta \quad (8.3-9)$$

Sie ist maximal bei  $\vartheta_0 = 0$  (Bild 8.3-9b) und wird bei  $\vartheta_0 = \pm\pi/2$  Null; dort kippt die Maschine aus dem Synchronismus, d.h. das Polrad läuft asynchron zum Ständerdrehfeld und kann kein mittleres Drehmoment mehr erzeugen. Die Ersatz-Drehfederkonstante ist für  $|\vartheta| < \pi/2$  im Verbraucherzählpfeilsystem negativ ( $c_g = -|c_g|$ ), für  $|\vartheta| > \pi/2$  positiv ( $c_g = |c_g|$ ). Gemäß (8.3-9) bewirkt eine Winkelvergrößerung  $\Delta\vartheta$  eine Drehmomenterhöhung  $\Delta M_e$ . Eine zeitliche Änderung des Polradwinkels (in elektrischen Graden) hat eine Drehzahländerung, ausgedrückt als Winkelgeschwindigkeit (in mechanischen Graden) zur Folge, die sich der Synchrondrehzahl als Drehzahlschwankung  $\Delta\Omega_m(t)$  überlagert.

$$d\Delta\vartheta / dt = p \cdot \Delta\Omega_m \quad (8.3-10)$$

$$\Omega_m(t) = \Omega_{syn} + \Delta\Omega_m(t) \quad (8.3-11)$$

Wird dies in die NEWTON'sche Bewegungsgleichung (Kap. 7) eingesetzt ( $J$ : polares Trägheitsmoment des Maschinensatzes), folgt mit (8.3-7), (8.3-8) eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten für die Polradwinkeländerung.

$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e(\vartheta) - M_s(\vartheta) = c_g \cdot \Delta\vartheta \quad \Rightarrow \quad J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = J \cdot \frac{d\Delta\Omega_m}{dt} = c_g \cdot \Delta\vartheta$$

$$\boxed{J \cdot \frac{d^2\Delta\vartheta}{dt^2} - p \cdot c_g \cdot \Delta\vartheta = 0} \quad (8.3-12)$$

a)  $|\vartheta| < \pi/2$ : Anfangsstörung  $\Delta\vartheta(t=0) = \Delta\vartheta_0$ :  $dM_e(\vartheta)/d\vartheta - dM_s(\vartheta)/d\vartheta = c_g < 0$

$$\Delta\ddot{\vartheta} + (p \cdot |c_g|/J) \cdot \Delta\vartheta = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Delta\ddot{\vartheta} + \omega_e^2 \cdot \Delta\vartheta = 0 \Rightarrow \Delta\vartheta(t) = \Delta\vartheta_0 \cdot \cos(\omega_e t) \quad (8.3-13)$$

Dies ist eine **Schwingungsgleichung**. Das Polrad schwingt um den Arbeitspunkt  $\vartheta_0$  gegen das vom Netz "starr" vorgegebene Ständerdrehfeld (Bild 8.3-9a), wenn es durch eine Störung z. B. im Antriebsmoment kurzfristig aus dem Arbeitspunkt ausgelenkt wird, mit der **Eigenfrequenz**

$$f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{p \cdot |c_g|}{J}} \quad (8.3-14)$$

Diese PolradSchwingung wird durch die drehzahlabhängigen Maschinenverluste und zumeist durch einen zusätzlichen Dämpferkäfig gedämpft, so dass der ursprüngliche Polradwinkel  $\vartheta_0$  nach Abklingen der Störung wieder eingenommen wird. Die Arbeitspunkte  $|\vartheta| < \pi/2$  sind somit **STABIL**:  $dM_e(\vartheta)/d\vartheta = c_g < 0$ .

b)  $|\vartheta| > \pi/2$ : Anfangsstörung  $\Delta\vartheta(t=0) = \Delta\vartheta_0$ :  $dM_e(\vartheta)/d\vartheta - dM_s(\vartheta)/d\vartheta = c_g > 0$

$$\Delta\ddot{\vartheta} - (p \cdot |c_g|/J) \cdot \Delta\vartheta = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Delta\ddot{\vartheta} - \omega_e^2 \cdot \Delta\vartheta = 0 \Rightarrow \Delta\vartheta(t) = \Delta\vartheta_0 \cdot \cosh(\omega_e t) \quad (8.3-15)$$

Es entsteht eine Differentialgleichung, deren Lösung eine exponentiell aufklingende Polradwinkelabweichung ist:  $\cosh(\omega_e t) = (e^{\omega_e t} + e^{-\omega_e t})/2 \cong e^{\omega_e t}/2$  für  $t \rightarrow \infty$ , so dass der ursprüngliche Polradwinkel  $\vartheta_0$  auch nach Abklingen der Störung bleibend verlassen wird. Diese Arbeitspunkte  $|\vartheta| > \pi/2$  sind **INSTABIL**:  $dM_e(\vartheta)/d\vartheta = c_g > 0$ .

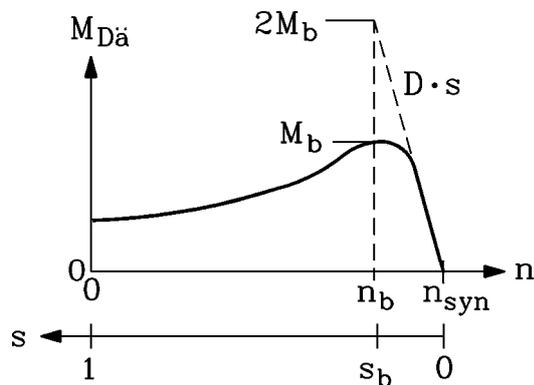
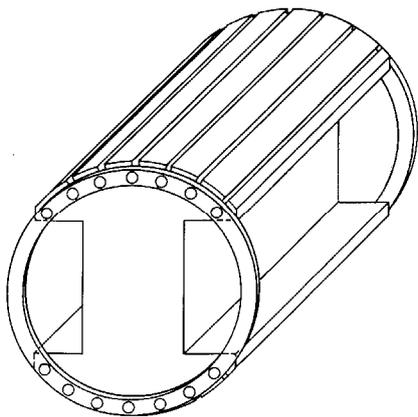
### Fazit:

Die Synchronmaschine kann ausgehend von Leerlauf ( $\vartheta = 0$ ) bis zum Kippmoment  $M_{p0}$  belastet werden. Bei Überschreiten des **Kippwinkels**  $\pm \pi/2$  "kippt" die Maschine. Das Polrad läuft nicht mehr synchron mit dem vom Netz eingprägten Ständerdrehfeld, sondern schlüpft durch. Es kann keine Wirkleistung mehr übertragen werden.

### e) Wirkung der Dämpferwicklung:

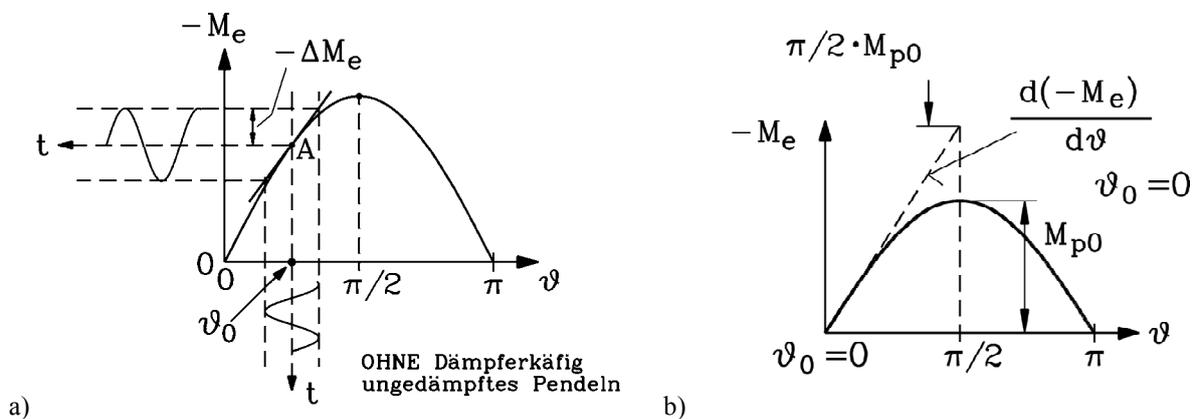
Die für den Netzbetrieb geeigneten Synchronmaschinen benötigen gemäß Abschnitt d) eine **Dämpferwicklung**, die als **Kurzschlusskäfig** in eigens dafür vorgesehenen Nuten in den Polschuhen der Schenkelpolmaschine (Bild 8.3-7, Bild 8.3-10b) oder auch als **Käfig** bei Vollpolmaschinen in den zusätzlich genutzten Läuferzähnen oder als leitfähige Läufernut-Verschlusskeile angeordnet ist. Im stabilen Bereich der  $M_e(\vartheta)$ -Kennlinie pendelt der Läufer der Synchronmaschine ohne Dämpferkäfig bei einer stoßartigen Belastung gemäß Bild 8.3-9a ungedämpft um den Arbeitspunkt  $A (-M_e, \vartheta_0)$  mit der Eigenfrequenz (8.3-14). Dämpfungen z. B. durch die Lagerreibung wurden dabei vernachlässigt. Die Schwingung ist sinusförmig (8.3-13), wenn ihre Amplitude  $\Delta M_e$  klein und damit eine Linearisierung der  $M_e(\vartheta)$ -Kennlinie zulässig ist (**Kleinsignaltheorie, Störungsrechnung**). Die mittlere Drehzahl  $\bar{n} = n_{syn}$  sei im Folgenden konstant. Durch die Pendelung ist allerdings eine Drehzahl-Sinusschwingung dem Mittelwert überlagert, so dass insgesamt  $\Omega_m(t) = 2\pi m(t)$  zeitlich veränderlich ist. Mit einer

Dämpferwicklung wird diese Schwingung (Pendelung) des Polrads gegen das Ständerdrehfeld, das mit fester Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{syn}$  rotiert, gezielt gedämpft und binnen kurzem zum Abklingen gebracht. Die Pendelung bewirkt nämlich, dass das Polrad dem Ständerdrehfeld periodisch vor- und nacheilt und somit einen Schlupf  $s$  (siehe Kap. 5) mit periodisch wechselndem Vorzeichen hervorruft. Daher werden in dem Dämpferkäfig je Stab **Dämpferströme** induziert, die mit dem Ständerdrehfeld ein asynchrones Moment bilden, das der Pendelung entgegenwirkt und diese zum Abklingen bringt. Aus der Theorie der Asynchronmaschine (Kap. 5) ist der Verlauf des **asynchronen Dämpferdrehmoments**  $M_{D\ddot{a}}(s)$  gemäß Bild 8.3-8 bekannt. Er kann durch die *KLOSS*'sche Formel ( $R_s \approx 0$ , Kapitel 5, Kippmoment  $M_b$ , Kipp Schlupf  $s_b$ ) ausgedrückt werden, und wird wegen des kleinen Schlupfs  $s$  in einer um den Betriebspunkt  $s = 0$  linearisierten Näherung verwendet (8.3-16).



**Bild 8.3-7:** Dämpferkäfig einer zweipoligen Schenkelpolmaschine mit durchgehenden Kurzschlussringen

**Bild 8.3-8:** Asynchrones Moment des Dämpferkäfigs. Bei Synchronlauf ist der Dämpferkäfig wegen  $s = 0$  stromlos und daher ohne elektromechanische Wirkung.



**Bild 8.3-9:** Störung einer Vollpol-Synchronmaschine im Arbeitspunkt  $A$  ohne Dämpferkäfig: a) Ungedämpftes Pendeln bei Auslenkung des Maschinensatzes aus dem stationären Arbeitspunkt  $A$  ( $\vartheta = \vartheta_0$ ), b) Ersatz-Drehfederkonstante  $c_g$  im Leerlauf-Arbeitspunkt ( $M_e = 0, \vartheta_0 = 0$ ):  $c_g = dM_e/d\vartheta = -M_{p0}$

$$M_{D\ddot{a}}(s) \approx \frac{2M_b}{s_b} \cdot s = D \cdot s \quad \text{mit} \quad s = \frac{\Omega_{syn} - \Omega_m}{\Omega_{syn}} = -\frac{\Delta\Omega_m}{\Omega_{syn}} \quad \text{und} \quad D = \frac{2M_b}{s_b} \quad (8.3-16)$$

Es wird (8.3-16) mit der Bewegungsgleichung (8.3-12) kombiniert und mit der Linearisierung vom  $M_e$  und  $M_{D\ddot{a}}$  im Arbeitspunkt  $A$  im stabilen Bereich betrachtet:  $c_g = -|c_g| < 0$ .

$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e - M_s + M_{D\ddot{a}} \quad \text{linearisiert: } J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = c_g(\vartheta - \vartheta_0) + D \cdot s \quad (8.3-17)$$

Aus dem beim Pendeln zeitlich schwankenden Polradwinkel

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + p \int_0^t (\Omega_m(t) - \Omega_{syn}) dt \quad (8.3-18)$$

folgen mit der Abkürzung  $\vartheta(t) - \vartheta_0 = \Delta\vartheta(t)$  die Beziehungen

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dt} = p \cdot (\Omega_m - \Omega_{syn}) = p \cdot \Delta\Omega_m = -p \cdot s \cdot \Omega_{syn}, \quad \frac{d^2\Delta\vartheta}{dt^2} = p \frac{d\Omega_m}{dt} = p \frac{d\Delta\Omega_m}{dt} \quad (8.3-19)$$

Eingesetzt in die linearisierte Gleichung (8.3-17) ergibt das die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$\frac{J}{p} \cdot \Delta\ddot{\vartheta} + \frac{D}{p\Omega_{syn}} \cdot \Delta\dot{\vartheta} + |c_g| \cdot \Delta\vartheta = 0 \quad (8.3-20)$$

Ihre Lösung mit der Anfangsbedingung  $\Delta\vartheta(0) = \Delta\vartheta_0$  lautet

$$\Delta\vartheta(t) = \vartheta(t) - \vartheta_0 = \Delta\vartheta_0 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(2\pi \cdot f'_e \cdot t) \quad (8.3-21a)$$

$$\alpha = \frac{D}{2 \cdot J \cdot \Omega_{syn}} = \frac{M_b}{J \cdot \Omega_{syn} \cdot s_b} \quad f'_e = \frac{\sqrt{(2\pi \cdot f_e)^2 - \alpha^2}}{2\pi} \quad (8.3-21b)$$

### Fazit:

Die Pendelung des Polrads klingt mit der Zeitkonstante  $1/\alpha$  ab, wobei die Frequenz  $f'_e$  gegenüber dem ungedämpften Pendeln  $f_e$  etwas kleiner ist (Bild 8.3-10a).

Die hergeleiteten Beziehungen lassen sich mit Verwendung der Nenn-Anlaufdauer  $T_J = J \cdot \Omega_{syn} / M_N$  (Kap. 7) und  $p\Omega_{syn} = \omega_N$  im Leerlauf-Arbeitspunkt ( $M_e = 0$ ,  $\vartheta_0 = 0$ ), Bild 8.3-9b, ausdrücken.

$$f_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_N}{T_J} \cdot \frac{M_{p0}}{M_N}}, \quad f'_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_N}{T_J} \cdot \frac{M_{p0}}{M_N} - \left( \frac{1}{s_b T_J} \cdot \frac{M_b}{M_N} \right)^2}, \quad \alpha = \frac{1}{s_b T_J} \cdot \frac{M_b}{M_N} \quad (8.3-22)$$

### Beispiel 8.3-2:

Eine große Synchronmaschine mit der Leistung 100 MW-Bereich, Nennfrequenz 50 Hz, hat eine Nenn-Anlaufdauer  $T_J = 10$  s, ein synchrones Kippmoment  $M_{p0}/M_N = 1.5$ , ein asynchrones Kippmoment des Dämpferkäfigs  $M_b/M_N = 1.4$  mit zugehörigem Kippschlupf des Dämpferkäfigs  $s_b = 20\%$ . Die Maschine pendelt OHNE Dämpfer um den Leerlauf-Arbeitspunkt ( $M_e = 0$ ,  $\vartheta_0 = 0$ ) mit der Eigenfrequenz

$$f_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_N}{T_J} \cdot \frac{M_{p0}}{M_N}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi 50}{10} \cdot 1.5} = \underline{\underline{1.09 \text{ Hz}}},$$

und gedämpft mit dem Dämpferkäfig mit

$$f_e' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_N}{T_J} \cdot \frac{M_{p0}}{M_N} - \left( \frac{1}{s_b T_J} \cdot \frac{M_b}{M_N} \right)^2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi 50}{10} \cdot 1.5 - \left( \frac{1}{0.2 \cdot 10} \cdot 1.4 \right)^2} = \underline{\underline{1.087 \text{ Hz}}},$$

wobei die Schwingung mit der Zeitkonstante  $\tau = 1/\alpha = \frac{s_b T_J}{M_b/M_N} = 0.2 \cdot 10 / 1.4 = \underline{\underline{1.43 \text{ s}}}$  abklingt.

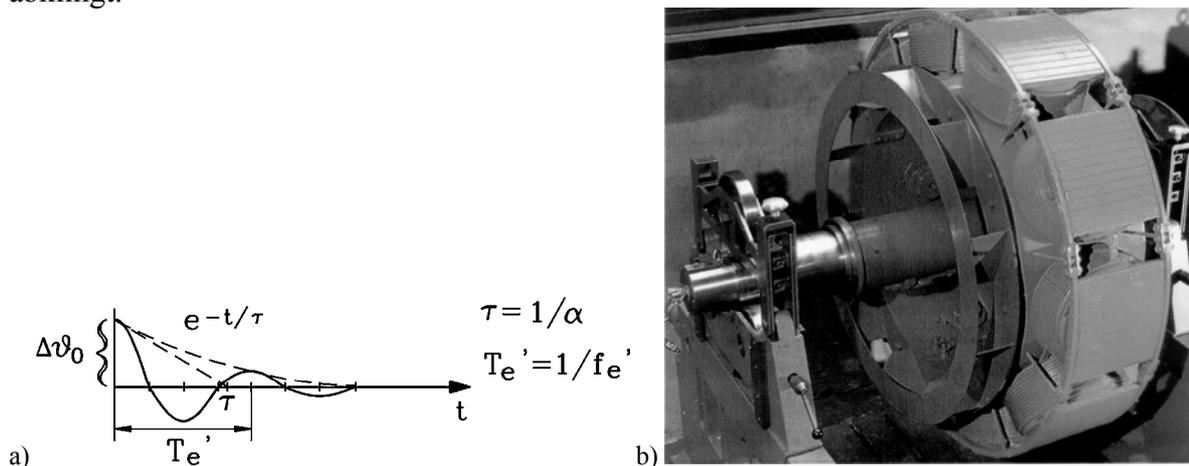


Bild 8.3-10: a) Abklingen der Polradwinkelauslenkung infolge der Wirkung des Dämpferkäfigs, b) Achtpoliger Schenkelpollläufer mit Dämpferkäfig und Radiallüfter beim Auswuchten

#### f) Nutzen der Dämpferwicklung:

Der **Nutzen der Dämpferwicklung** (= Dämpferkäfig, Dämpfer) ist je nach Anwendung der Synchronmaschine unterschiedlich. Bei Synchronmaschinen am starren Netz soll die Dämpferwicklung Pendelungen bei Laständerung rasch abdämpfen.

Fallsweise kann unsymmetrische Belastung der Synchronmaschine auftreten („**Schieflast**“). Auch wenn die Synchronmaschine in Stern geschaltet ist, muss zwar die Stromsumme Null sein:  $\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = 0$ , aber die drei netzfrequenten Ständerstrangströme können trotzdem unterschiedlich groß sein und Phasenwinkel zueinander haben, die von  $120^\circ$  abweichen. Sie erregen dann kein Drehfeld mit konstanter Amplitude und konstanter Drehzahl („**Kreisdrehfeld**“), sondern ein Drehfeld mit periodisch schwankender Amplitude und Drehzahl („**elliptisches Drehfeld**“). Diese lässt sich in zwei Kreisdrehfelder mit i. A. unterschiedlicher Amplitude zerlegen, wobei eines als **Mitsystem** mit  $\Omega_{\text{syn}}$  und eines entgegengesetzt als **Gegensystem** mit  $-\Omega_{\text{syn}}$  rotiert. Das **Mitsystem** entspricht dem bisher betrachteten Fall symmetrischer Ströme in der Drehfeldwicklung, die das beschriebene synchrone, zeitlich konstante Drehmoment  $M_e$  erzeugen. Das **Gegensystem (Inversfeld)** rotiert relativ zum Polrad mit der Geschwindigkeit  $v_{\text{syn}} - (-v_{\text{syn}}) = 2 \cdot v_{\text{syn}} = 2 \cdot (2f_s \tau_p) = 2 \cdot (2f_s) \cdot \tau_p$ . Jeder N-Pol dieses Gegenfelds "sieht" daher abwechselnd N- und S-Pol des Polrads mit der Frequenz  $2f_s$  an sich vorbei laufen, ebenso jeder S-Pol. Es entsteht somit ein mit der Frequenz  $2f_s$  pulsierendes Drehmoment mit dem Mittelwert Null, das sich dem zeitlich konstanten Mitsystem-Moment überlagert und die Maschine zu schädlichen Torsionsschwingungen anregt.

Hier schützt der Dämpferkäfig. Das Gegenfeld hat wegen der Relativgeschwindigkeit  $2v_{\text{syn}}$  den Schlupf  $s = 2$ , induziert daher im Dämpfer Spannungen je Stab mit der Frequenz  $2f_s$ , die wegen des hohen Schlupfs hohe Dämpferstabströme treiben, deren Eigenfeld zum Inversfeld nahezu gegenphasig ist (siehe Zeigerdiagramm der Asynchronmaschinen bei  $s = 2$ , Kapitel 5)

und dieses nahezu vollständig auslöscht. Somit verbleiben im Luftspalt selbst bei unsymmetrischer Belastung im Wesentlichen nur die Grundwelle des Mitsystems zur Erzeugung eines zeitlich konstanten elektromagnetischen Drehmoments, und das zeitlich konstante deutlich kleinere asynchrone Bremsmoment des Inverfelds mit dem Dämpferkäfig. Meist sind Dämpferwicklungen in ihrem Leiterquerschnitt so ausgelegt, dass sie ein Inverfeld mit 20% Amplitude des Nominaldrehfelds abdämpfen können, ohne zu heiß zu werden.

Ähnlich abdämpfend wirkt der Dämpfer auf die im Luftspalt mit der Geschwindigkeit  $v_{syn}/v$  umlaufenden **Oberwellen** des Luftspaltfelds (Kapitel 3). Auch sie rufen im Dämpferkäfig Ströme hervor, die Läuferfelder erregen, die sich den Oberfeldern nahezu gegenphasig überlagern und diese daher wirkungsvoll abdämpfen.

Seltener werden Dämpferkäfig bei großen Synchronmaschinen mit so großem Stab-/Ringquerschnitt ausgeführt, dass sie als **Anlaufkäfig** für asynchronen Anlauf am Netz verwendet werden können. Synchronmaschinen im Inselbetrieb (Abschnitt 8.7) benötigen keinen Dämpfer, da kein starres Netz vorhanden ist, gegen das sie schwingen könnten. Drehzahlveränderbare Synchronmaschinen am U-Umrichter (z. B. Bild 8.1-2) benötigen meist ebenfalls keine Dämpferwicklung, da jede Maschine mit IHREM Umrichter betrieben wird, der über den Polradlagegeber die Pendelung erkennt und ausregelt. Zusätzlich ist OHNE Dämpferwicklung die Stator-Induktivität der Wicklung stets die große Synchroninduktivität  $L_d$ , die den Strom sehr gut auch bei pulsweitenmodulierter Spannung (Kap. 7.6) glättet, so dass der Stromverlauf „sinusförmiger“ ist. Nur sehr große Synchronmaschinen werden am Stromzwischenkreis-Umrichter mit eingprägtem Zwischenkreisstrom im Blockstrombetrieb betrieben. Hier ist eine Dämpferwicklung von Vorteil, die bei den raschen Stromänderungen an den Stromblockflanken die wirksame Ständer-Gesamtinduktivität der Wicklung etwa auf die relativ kleine Ständerstreuinduktivität verringert, so dass der Stromaufbau und -abbau sehr rasch erfolgen kann.

g) Stromortskurve der Vollpolmaschine:

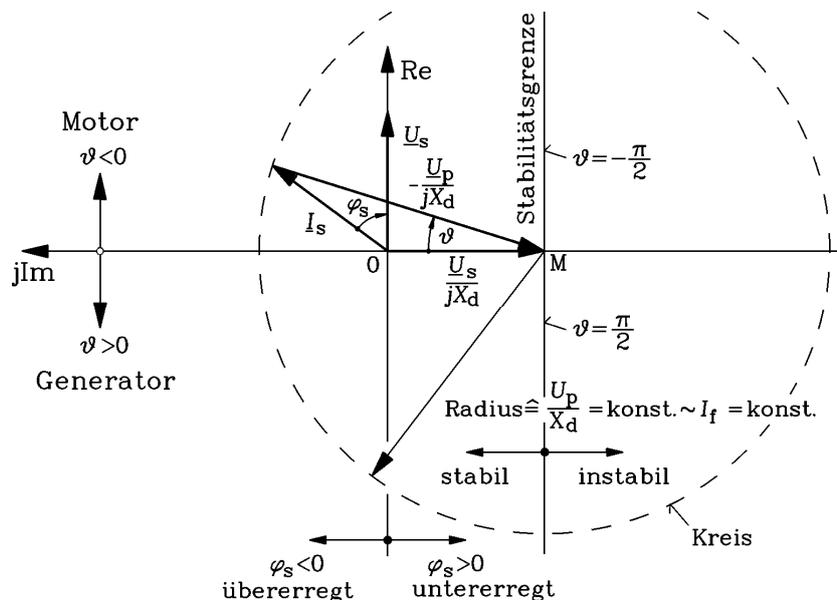


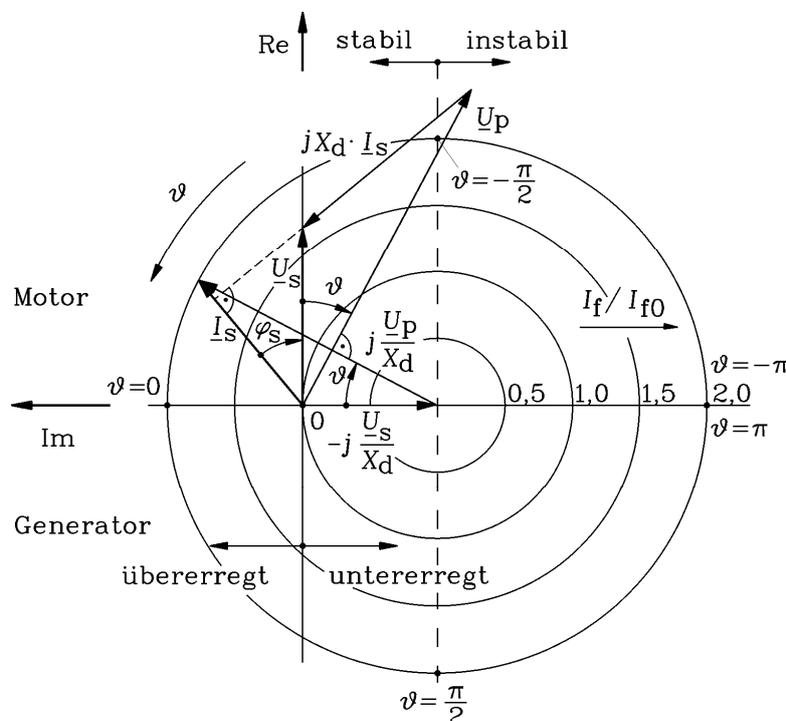
Bild 8.3-11: Stromortskurve  $I_s(\vartheta)$  der Vollpolmaschine am starren Netz  $\underline{U}_s = \text{konst.}$  ( $R_s = 0$ ) bei konstanter Erregung ( $I_f = \text{konst.}$ ) und daher  $U_p = \text{konst.}$ , aber veränderlichem Polradwinkel  $\vartheta$

Analog zum Kreisdiagramm der Asynchronmaschine (Kap. 5) beschreibt die Spitze des Ständerstrom-Zeigers der Synchron-Vollpolmaschine bei eingprägter Ständerspannung

$\underline{U}_s = \text{konst.} = U_s$  und  $U_p = \text{konst.}$ , aber variabler Belastung, also veränderlichem Winkel  $\vartheta$  als Ortskurve gemäß (8.3-23) einen aus dem Ursprung des Re-Im-Koordinatensystems um  $-jU_s/X_d$  verschobenen Kreis (Bild 8.3-11). Aus (8.3-2, 8.3-3) folgt nämlich

$$\underline{I}_s(\vartheta) = -j \frac{U_s}{X_d} + j \frac{U_p}{X_d} \cdot e^{j\vartheta} \quad (8.3-23)$$

Wegen der veränderbaren Polraderregung ( $I_f/I_{f0} = U_p/U_{p0}$ ) existiert zu jedem Erregerstromwert  $I_f$  ein eigener Kreis, so dass die Stromortskurven für unterschiedliche Erregerströme  $I_f$  konzentrische Kreise sind (Bild 8.3-12). Bild 8.3-11 zeigt das zugehörige Zeigerdiagramm, das aus dem Spannungszeigerdiagramm Bild 8.3-1b für  $R_s = 0$  durch Division mit  $jX_d$  entstanden ist und das bei Variation des Polradwinkels  $-\pi \leq \vartheta \leq \pi$  den erwähnten Kreis beschreibt. Aus der Stromortskurve sind direkt der Motor- und Generatorbetrieb ( $\vartheta < 0, \vartheta > 0$ ), über- und untererregter Betrieb ( $\varphi < 0, \varphi > 0$ ) sowie stabiler und instabiler Betriebsbereich ( $|\vartheta| < \pi/2, |\vartheta| > \pi/2$ ) ablesbar.



**Bild 8.3-12:** Stromortskurvenschar  $\underline{I}_s(\vartheta)$  der Vollpolmaschine am starren Netz  $\underline{U}_s = \text{konst.}$  ( $R_s = 0$ ) bei unterschiedlichen Erregerstromwerten  $I_f \sim U_p$  ( $I_{f0}$  ist der Leerlauferregerstrom).

*h) Belastungsgrenzen der Vollpolmaschine bei Dauerbetrieb:*

Aus der Stromortskurvenschar Bild 8.3-12 folgt das Betriebsdiagramm der Synchronmaschine mit ihren Leistungsgrenzen Bild 8.3-13.

**Grenze 1** ist die thermische Grenze infolge der Stromwärmeverluste durch den maximalen Erregerstrom  $I_{f,\text{max}}$  in der Feldwicklung, somit ein Kreisbogenstück mit dem Radius  $U_{p,\text{max}}/X_d$ .

**Grenze 2** ist die thermische Grenze infolge der Stromwärmeverluste durch den maximalen Ständerstrom  $I_{s,\text{max}}$  in den Ständerwicklungssträngen, somit für Motor- und Generatorbetrieb je ein Kreisbogenstück der Stromortskurve mit dem Radius  $I_{s,\text{max}}$ .

**Grenze 3** ist der maximale Polradwinkel  $\vartheta_{max}$ , der mit Sicherheitsabstand vom Kippwinkel  $\pm 90^\circ$  (Kippreserve  $M_{p0}/M_N > 1.3$  laut EN60530/1) etwa  $45^\circ$  bis  $50^\circ$  beträgt.

**Grenze 4** ist durch den für ein Mindestkippmoment erforderlichen Mindesterregestrom  $I_{f,min}$  bedingt, und ist daher wieder ein Kreisbogenstück mit dem Radius  $U_{p,min}/X_d$ .

**Grenze 5:** Die mechanische Leistungsgrenze (= maximales Drehmoment der Turbine oder Arbeitsmaschine bei Synchrondrehzahl) entspricht einem maximalen Wirkstromanteil  $I_{s,wirk,max}$ .

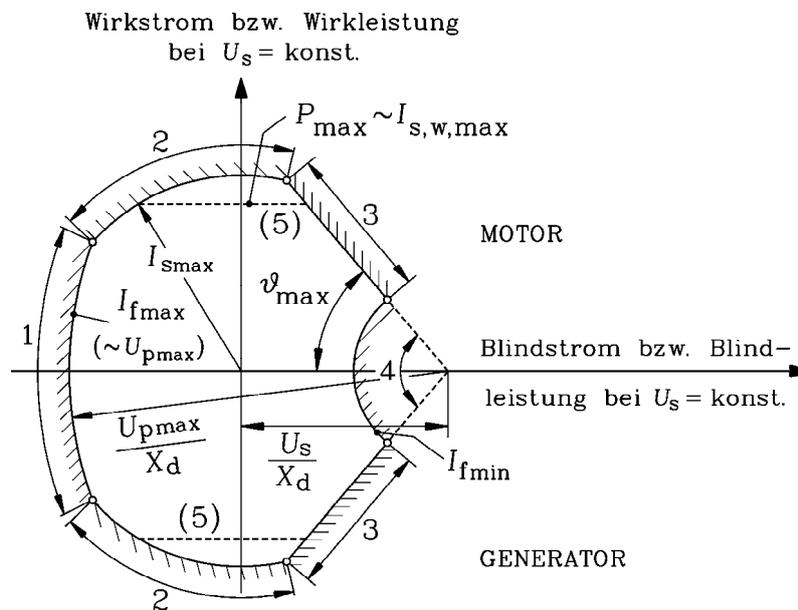


Bild 8.3-13: Leistungsgrenzen der Synchron-Vollpolmaschine im Verbraucher-Zählpeilsystem

### 8.4 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine

Im Gegensatz zur Vollpolmaschine ist bei der Schenkelpolmaschine gemäß Kap. 3.3 der Luftspalt  $\delta(x_r)$  **nicht** konstant. Er wird durch die Kontur des Polschuhs beeinflusst, wobei die Lücke zwischen den Polschuhen einen großen Feldeinbruch bewirkt. Die magnetische Spannung  $V_f = N_{f,Pol} I_f$  erzeugt mit variablem Luftspalt  $\delta(x_r)$  die glockenförmige Läuferfeldkurve  $B_\delta(x_r) = \mu_0 \cdot V_f / \delta(x_r)$  mit der numerisch zu berechnenden Grundwellenamplitude ( $\mu = 1$ )  $\hat{B}_p$  proportional zu  $I_f$ . Diese sinusförmige Feld-Grundwelle induziert infolge des mit der Drehzahl  $n$  rotierenden Polrads in die dreiphasige Ständerwicklung das Drehspannungssystem der "Polradspannung"  $U_p$  (8.4-1) mit der **Frequenz**  $f_s = n \cdot p$  wie bei der Vollpolmaschine, wobei der Einfluss der Feldoberwellen ( $\mu > 1$ ) hier nicht weiter betrachtet wird.

$$U_p = \omega_s \cdot \Psi_p / \sqrt{2} = \omega_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \Phi_p / \sqrt{2} = \sqrt{2} \pi f_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \frac{2}{\pi} l \tau_p \hat{B}_p \quad (8.4-1)$$

Der zu  $I_f$  entsprechende Strom  $I'_f$  kann aus  $\hat{B}_p$  analog zur Vollpolmaschine ermittelt werden. Der Faktor  $\hat{u}_{lf}$  weicht wegen der glockenförmigen Feldkurve von jenem der Vollpolmaschine ab und muss numerisch ermittelt werden. Wir setzen ihn als bekannt voraus.

Auch das vom Ständerstrom erregte Ständerdrehfeld wird durch die Polkontur und Pollücken beeinflusst. Angenommen, das Polrad rotiert angetrieben und unerregt ( $I_f = 0$ ) mit  $n_{syn}$ , und nur der Ständerstrom  $I_s$  fließt und erregt die ebenfalls mit  $n_{syn}$  rotierende Ständer-Durchflutungsgrundwelle (Amplitude  $\hat{V}_s$ ). Auf Grund des Synchronlaufs ruht die Ständer-Durchflutungsgrundwelle relativ zum Läufer, so dass die die läuferfeste Umfangskoordinate  $x_r$  verwenden. Liegt das Maximum der magnetischen Spannungsverteilung  $V_s(x_r)$  in der Polradachse (**d-Achse, "Längsachse"**) (Bild 8.4-1), so ergibt sich auch bei vernachlässigtem Eisen-Magnetisierungsbedarf ( $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ) für das Luftspaltfeld  $B_d(x_r)$  ein **nicht-sinusförmiger** Verlauf auf Grund des von Umfangskoordinate  $x_r$  abhängigen Luftspalts  $\delta(x_r)$ .

$$B_d(x_r) = \mu_0 \cdot \frac{V_s(x_r)}{\delta(x_r)} \tag{8.4-2}$$

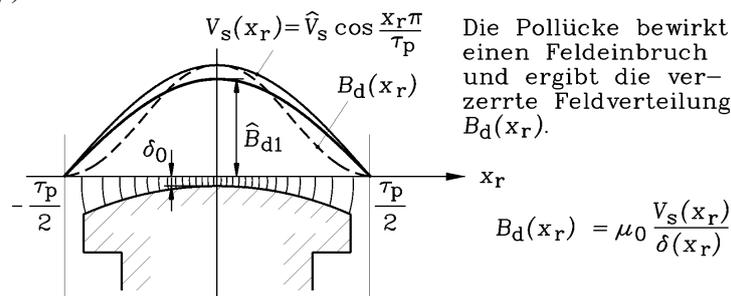


Bild 8.4-1: Die sinusförmige Ständerdurchflutung erregt in der Pollängsachse auf Grund des nichtkonstanten Luftspalts ein nichtsinusförmig verteiltes Feld, dessen *FOURIER*-Grundwelle die Amplitude  $\hat{B}_{d1}$  hat.

Die Amplitude  $\hat{B}_{d1}$  der mit *FOURIER*-Reihenentwicklung ermittelten Grundwelle von  $B_d(x_r)$  ist gegenüber der Feldamplitude  $\hat{B}_s$  einer vergleichbaren Vollpolmaschine mit konstantem Luftspalt  $\delta_0$  um den **Feldfaktor**  $c_d$  kleiner:  $c_d = \hat{B}_{d1} / \hat{B}_s \approx 0.95 < 1$ .

$$\hat{B}_s = \mu_0 \cdot \frac{\hat{V}_s}{\delta_0} \quad (\text{Vollpolmaschine mit } \delta_0) \tag{8.4-3}$$

$$c_d = \hat{B}_{d1} / \hat{B}_s < 1 \quad (\text{Schenkelpolmaschine Längsachse}) \tag{8.4-4}$$

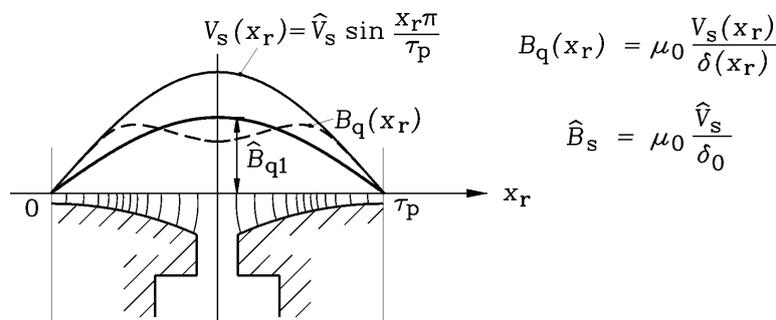


Bild 8.4-2: Die sinusförmige Ständerdurchflutung erregt in der Pollückenachse auf Grund des nichtkonstanten Luftspalts ein nichtsinusförmig verteiltes Feld, dessen *FOURIER*-Grundwelle die Amplitude  $\hat{B}_{q1}$  hat.

Liegt das Maximum der magnetischen Spannungsverteilung  $V_s(x_r)$  in der Pollückenachse (**q-Achse, "Querachse"**) (Bild 8.3-2), so ergibt sich für das sich einstellende Luftspaltfeld  $B_q(x_r)$

ein nichtsinusförmiger Verlauf, dessen Grundwellenamplitude  $\hat{B}_{q1}$  auf Grund der Lücke noch **deutlich kleiner** ist als  $\hat{B}_{d1}$ :  $c_q = \hat{B}_{q1} / \hat{B}_s \approx 0.4 \dots 0.5 < 1$ .

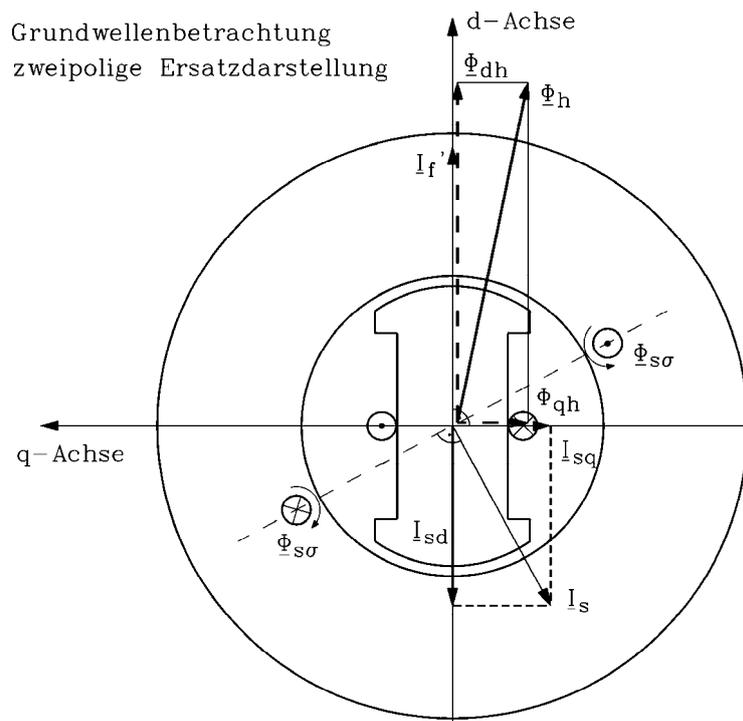
$$c_q = \hat{B}_{q1} / \hat{B}_s < c_d \text{ (Schenkelpolmaschine Querachse)} \tag{8.4-5}$$

**Fazit:**

Trotz gleicher elektrischer Durchflutung  $\hat{V}_s$  ergibt sich in der  $q$ -Achse ein kleineres Magnetfeld als in der  $d$ -Achse. Der Flusspfad hat in der  $q$ -Achse eine um den Faktor  $c_q/c_d$  geringere magnetische Leitfähigkeit (= eine geringere **Reluktanz**).

Gegenüber der Vollpolmaschine (Luftspalt  $\delta_0$ ) ist daher die Hauptinduktivität in der  $d$ -Achse um den Faktor  $c_d$  kleiner und in der  $q$ -Achse um den Faktor  $c_q$ :  $L_{dh} \approx 0.95 \cdot L_h$ ,  $L_{qh} \approx (0.4 \dots 0.5) \cdot L_h$ .

$L_{dh} = c_d \cdot L_h$	$L_{qh} = c_q \cdot L_h$	$L_h = \mu_0 (N_s k_{w,s})^2 \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l\tau_p}{p\delta_0}$	(8.4-6)
--------------------------	--------------------------	--	---------



**Bild 8.4-3:** Zweipolige Schenkelpolmaschine: Die  $d$ - und  $q$ -Achse weisen unterschiedlichen magnetischen Widerstand (Reluktanz) auf, daher muss der Statorstromzeiger  $\underline{I}_s$  in seine  $d$ - und  $q$ -Komponente getrennt werden, um den resultierenden Luftspaltfluss  $\underline{\Phi}_h$  zu ermitteln. Der Statorstreufluss  $\underline{\Phi}_{s\sigma} \sim \underline{I}_s$  ist davon unberührt!

In Bild 8.4-3 sind für den übererregten Generatorbetrieb analog zu Bild 8.3-2b die Zeiger  $\underline{I}_s, \underline{I}'_f$  dargestellt, die man wie bei der Vollpolmaschine als Repräsentanten der von ihnen erregten Felder  $\hat{B}_s, \hat{B}_p$  ansehen könnte. Während das für  $\hat{B}_p$  richtig ist, lehren die Bilder 8.4-1, 8.4-2, dass dies für  $\underline{I}_s$  nicht korrekt ist. Die magnetische Flussverkettung des vom Ständerstrom  $I_s$  erregten Drehfelds  $B_s$  ist ja abhängig von der relativen Lage des Ständer-Drehfelds zum Polrad. Sie ist maximal für  $d$ -Achsen-Stellung, minimal für  $q$ -Achsenstellung,

was durch die entsprechenden unterschiedlichen Drehfeld-Selbstinduktivitäten  $L_{dh}$ ,  $L_{qh}$  zum Ausdruck kommt. Für eine "Zwischenlage" des Ständer-Durchflutungsmaximums zwischen  $d$ - und  $q$ -Achse wird gemäß Bild 8.4-1 und 8.4-2 die Sinusverteilung der Ständerdurchflutung in zwei zueinander orthogonale Sinusfunktionen entsprechender Amplitude  $\hat{V}_{sd}, \hat{V}_{sq}$  zerlegt gedacht, d. h. der Zeiger  $\underline{I}_s$  wird in die beiden Komponenten  $\underline{I}_{sd}, \underline{I}_{sq}$  zerlegt (Bild 8.4-3). Der Flusspfad der  $d$ -Achse wird dann von  $\underline{I}_{sd} + \underline{I}'_f$  magnetisiert, der Pfad der  $q$ -Achse von  $\underline{I}_{sq}$ . Der Fluss  $\underline{\Phi}_{qh}$  ist wegen der geringeren magnetischen Leitfähigkeit der  $q$ -Achse deutlich kleiner als der Fluss  $\underline{\Phi}_{dh}$  der Längsachse.

$$\Psi_{dh} = N_s \cdot k_{ws} \cdot \Phi_{dh} = L_{dh} \cdot (\underline{I}'_f + \underline{I}_{sd}) \cdot \sqrt{2} \quad (\Psi, \Phi: \text{Scheitelwerte!}) \quad (8.4-7a)$$

$$\Psi_{qh} = N_s \cdot k_{ws} \cdot \Phi_{qh} = L_{qh} \cdot \underline{I}_{sq} \cdot \sqrt{2} \quad (8.4-7b)$$

Wegen dieser beiden unterschiedlichen Reluktanzen der Längs- und Querachse erhalten wir die Komponenten des zugehörigen Magnetisierungsstroms  $\underline{I}_m$  für beide Achsen auf getrenntem Weg.

$$d\text{-Achse: } \underline{I}_{md} = \underline{I}_{sd} + \underline{I}'_f \quad q\text{-Achse: } \underline{I}_{mq} = \underline{I}_{sq} \quad (8.4-8)$$

Die resultierende Wirkung von Ständer- und Läuferdurchflutung ist dann durch den Magnetisierungsstrom  $\underline{I}_m$  (8.4-9) gegeben.

$$\underline{I}_m = \underline{I}_{md} + \underline{I}_{mq} \quad (8.4-9)$$

Für die Flussverkettung in der Statorwicklung folgt mit (8.4-7):

$$\Psi_{dh} = L_{dh} \underline{I}_{md} \cdot \sqrt{2} \quad , \quad \Psi_{qh} = L_{qh} \underline{I}_{mq} \cdot \sqrt{2} \quad (8.4-10)$$

Die von den zeitlich sinusförmig veränderlichen Flussverkettungen **induzierte Hauptfeldspannung**

$$\underline{U}_h = j\omega_s \underline{\Psi}_h / \sqrt{2} = j\omega_s \cdot (L_{dh} \underline{I}_{md} + L_{qh} \underline{I}_{mq}) = \underline{U}_{qh} + \underline{U}_{dh} \quad (8.4-11)$$

hat mit  $\underline{U}_p = j\omega_s L_{dh} \cdot \underline{I}'_f = jX_{dh} \cdot \underline{I}'_f$  die Komponenten

$$\underline{U}_{qh} = j\omega_s L_{dh} \cdot (\underline{I}_{sd} + \underline{I}'_f) = j\omega_s L_{dh} \underline{I}_{sd} + \underline{U}_p \quad , \quad \underline{U}_{dh} = j\omega_s L_{qh} \underline{I}_{sq} \quad (8.4-12)$$

Beachten Sie, dass wegen der Multiplikation mit  $j$  die  $U_h$ -Komponente der  $q$ -Achse von der Magnetisierung der  $d$ -Achse stammt und umgekehrt (Bild 8.4-4a). Mit Berücksichtigung der Ständerstreuinduktivität  $L_{s\sigma}$  und des Ständerwicklungs-Strangwiderstands  $R_s$  erhalten wir die **Ständerspannungsgleichung je Strang** (8.4-13), die im Zeigerbild Bild 8.4-4a dargestellt ist.

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + \underline{U}_h = R_s \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + j\omega_s L_{qh} \underline{I}_{sq} + j\omega_s L_{dh} \underline{I}_{sd} + \underline{U}_p \quad (8.4-13)$$

Wird  $\underline{I}_s$  in  $d$ - und  $q$ -Komponente zerlegt, folgt (8.4-14).

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \cdot (\underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}) + j\omega_s \cdot (L_{qh} \underline{I}_{sq} + L_{dh} \underline{I}_{sd}) + \underline{U}_p$$

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_d \underline{I}_{sd} + jX_q \underline{I}_{sq} + \underline{U}_p \quad (8.4-14)$$

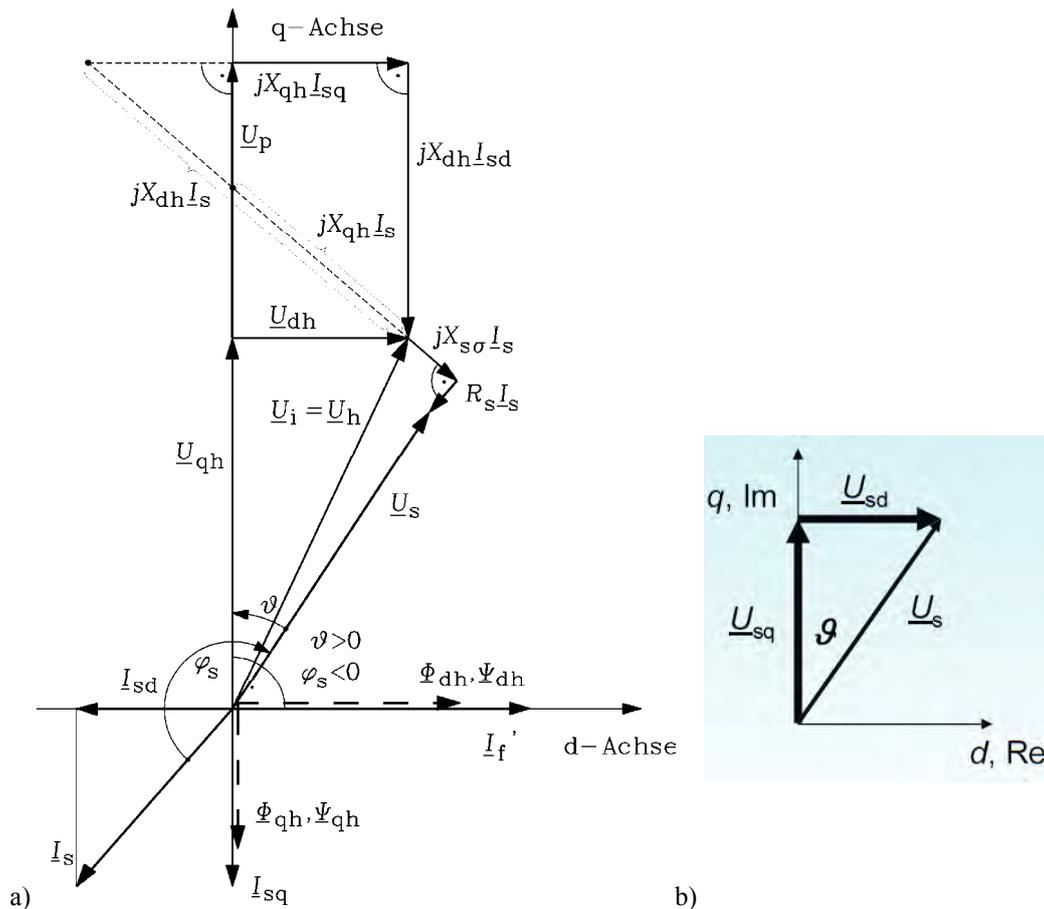


Bild 8.4-4: a) Zeigerdiagramm je Strang der Schenkelpol-Synchronmaschine (Betriebspunkt zu Bild 8.4-3; Zeiger um 90° im Gegenuhrzeigersinn geschwenkt). b) d- und q-Komponente der Ständerspannung je Strang

$X_d$  heißt "synchrone Reaktanz der Längsachse",  $X_q$  heißt "synchrone Reaktanz der Querachse", wobei  $X_d > X_q$  ist.

$$\boxed{X_d = X_{s\sigma} + X_{dh} = \omega_s L_{s\sigma} + \omega_s L_{dh}}, \quad \boxed{X_q = X_{s\sigma} + X_{qh} = \omega_s L_{s\sigma} + \omega_s L_{qh}} \quad (8.4-15)$$

Typisch Werte für Schenkelpol-Synchronmaschinen sind  $X_q = (0.5 \dots 0.6) X_d$ . Die Vollpolmaschine ein "Sonderfall" der Schenkelpolmaschine für  $X_d = X_q$ . Tatsächlich stellen aber die Nuten der Erregerwicklung des Vollpol-Läufers ebenfalls kleine "Lücken" dar, daher ist in Wirklichkeit  $X_q = (0.8 \dots 0.9) X_d$ .

Beispiel 8.4-1: Generatorbetrieb, übererregt (Bild 8.4-4a):

- a)  $I'_f$  und  $I_{sd}$  liegen in der d-Achse,  $I_{sq}$  in der q-Achse,
- b)  $\underline{U}_p \sim jI'_f$  und  $jX_{dh}I_{sd}$  liegen in der q-Achse,  $jX_{qh}I_{sq}$  in der d-Achse (!)

Der Ständerstrom  $I_s$  eilt der Ständerspannung  $\underline{U}_s$  um den Phasenwinkel  $\varphi_s$  vor, daher wirkt die Synchronmaschine kapazitiv, also übererregt. Der Phasenwinkel ist dem Betrag nach größer als 90°, daher ist die elektrische Wirkleistung negativ und gemäß dem VZS die Maschine im Generatorbetrieb, passen zum positiven Polradwinkel  $\vartheta$ , gezählt von  $\underline{U}_s$  nach  $\underline{U}_p$ .

Für  $R_s = 0$  erhalten wir aus (8.4-13) die elektrische Wirkleistung  $P_e$ , die wegen der nun verlustlosen Maschine auch die mechanische Wirkleistung  $P_m$  ist. Wenn d- und q-Achse identisch mit der Re- und Im-Achse der GAUSS'schen Zahlenebene sind, dann ist gemäß Bild 8.4-4 mit  $\underline{U}_s = U_{sd} + jU_{sq}$ ,  $\underline{I}_s = I_{sd} + jI_{sq}$ ,  $\underline{U}_p = jU_p$  :

$$\underline{U}_s = jX_d I_{sd} + jX_q I_{sq} + \underline{U}_p = jX_d I_{sd} - X_q I_{sq} + jU_p \quad , \quad (8.4-16a)$$

$$U_{sd} = -X_q I_{sq} \quad , \quad U_{sq} = X_d I_{sd} + U_p \quad . \quad (8.4-16b)$$

$$P_e = m_s U_s I_s \cdot \cos \varphi_s = m_s \cdot \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^* \right\} = m_s \cdot (U_{sd} I_{sd} + U_{sq} I_{sq}) \quad (8.4-17)$$

Mit (8.4-16) folgt daraus

$$P_e = m_s \cdot (-X_q I_{sq} I_{sd} + X_d I_{sd} I_{sq} + U_p I_{sq})$$

$$P_e = m_s \cdot (U_p \cdot I_{sq} + (X_d - X_q) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq}) = P_m = M_e \cdot \Omega_{syn} = M_e \cdot \omega_s / p \quad (8.4-18)$$

$$M_e = p \cdot m_s \cdot \left( \frac{\Psi_p}{\sqrt{2}} \cdot I_{sq} + (L_d - L_q) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq} \right) \quad (\text{Schenkelpolmaschine}) \quad (8.4-19a)$$

$$M_e = p \cdot m_s \cdot \frac{\Psi_p}{\sqrt{2}} \cdot I_{sq} \quad (\text{Vollpolmaschine}) \quad (8.4-19b)$$

### Fazit:

Das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  besteht bei der Schenkelpolmaschine aus dem durch das Läuferfeld bestimmten Anteil  $\sim I_{sq}$ , der auch bei der Vollpolmaschine auftritt („Synchronmoment“), und dem durch den Reluktanzunterschied bedingten Anteil  $\sim I_{sd} \cdot I_{sq}$ .

Wird die Synchronmaschine z. B. am U-Umrichter mit  $U_s \sim \omega_s$  drehzahlveränderbar betrieben, so bleibt bei  $R_s = 0$  wie in Kap. 7.6 die Ständerflussverkettung unabhängig von der Ständerfrequenz konstant, bei  $R_s > 0$  stimmt dies für ausreichend hohe Ständerfrequenz etwa ab 10% der Nennfrequenz. Bei einer Vollpolmaschine genügt es dann, die Ständerspannung so einzuprägen, dass nur  $I_{sq} \neq 0$  und  $I_{sd} = 0$  ist, um gemäß (8.4-19b) ein Drehmoment zu erzeugen („**Querstrom-Speisung**“). Durch Messung der Rotorlage über einen an den Läufer angeflanschten **Polradlagegeber** ist die  $d$ - und  $q$ -Achsenlage jederzeit bekannt, so dass die augenblicklich richtige Spannungsphasenlage von  $U_s$  vom Umrichter eingepreßt werden kann, um nur  $I_s = I_{sq}$  einzuprägen. Ist z. B. bei Permanentmagneterregung  $\Psi_p$  konstant, so kann das Drehmoment sehr einfach nur über  $I_s = I_{sq}$  eingestellt und auch geregelt werden (wie z. B. bei den Roboterantrieben Bild 2-3, 8.1-3 und E-Auto-Antrieben Bild 2-4). Aber auch ohne Läufererregung  $\Psi_p = 0$  ist bei  $L_d \neq L_q$  eine Drehmomentbildung möglich (**Synchron-Reluktanzmaschine**). Gemäß (8.4-19a) ist das Drehmoment dann  $M_e \sim (L_d - L_q) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq}$  wieder proportional zu  $I_{sq}$  einstellbar, wenn  $I_{sd}$  als Magnetisierungsstrom getrennt von  $I_{sq}$  über  $U_s$  vom Umrichter phasenrichtig eingepreßt wird, was über einen Polradlagegeber möglich ist (Bild 8.4-1b). Details zu polradlagegeber-gesteuerten Synchronmaschinen werden in der Vorlesung „*Motorenentwicklung für die elektrische Antriebstechnik*“ behandelt.

## 8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am "starren" Netz

a) *Drehmomentgleichung der Schenkelpolmaschine bei  $R_s = 0$ :*

Wird die Ständerwechselspannung mit konstanter Amplitude und Frequenz eingepreßt („starres“ Netz) und sind  $d$ - und  $q$ -Achse identisch mit der Re- und Im-Achse der GAUSS'schen Zahlenebene, so sind mit (8.4-16b) die Stromkomponenten  $I_{sd}, I_{sq}$ .

$$I_{sd} = \frac{U_{sq} - U_p}{X_d}, \quad I_{sq} = -\frac{U_{sd}}{X_q} \quad (8.5-1)$$

Mit Bild 8.4-4b folgt  $U_{sd} = U_s \cdot \sin \vartheta$ ,  $U_{sq} = U_s \cdot \cos \vartheta$  und aus (8.4-18)

$$M_e = \frac{m_s}{\Omega_{syn}} \cdot \left( -\frac{U_p U_s \sin \vartheta}{X_q} - \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \cdot U_s \sin \vartheta \cdot (U_s \cos \vartheta - U_p) \right) \quad (8.5-2)$$

$$M_e = -\frac{p \cdot m_s}{\omega_s} \cdot \left( \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta + \frac{U_s^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\vartheta \right) \quad (8.5-3)$$

Das Drehmoment  $M_e(\vartheta)$  für  $R_s = 0$  (Bild 8.5-1a) besteht aus dem bei der Vollpolmaschine auftretenden **Synchronmoment** (proportional zu  $\sin \vartheta$ ) zufolge des elektrisch erregten Läufers mit den Kippwinkeln  $\pm 90^\circ$  und dem zusätzlich auftretenden **Reluktanzmoment** (proportional zu  $\sin 2\vartheta$ ), dessen Kippwinkel bei  $\pm 45^\circ$  auftreten. Folglich liegt der Betrag des statischen Kippwinkels der Schenkelpolmaschine im Bereich  $45^\circ \dots 90^\circ$ . Das zusätzlich zum Vollpol-Synchronmoment auftretende **Reluktanzmoment** erhöht das Gesamtmoment der Schenkelpolmaschine, so dass das Kippmoment  $M_{p0}$  und die **Steifigkeit (Drehfederkonstante)** als Anstieg der Momentenkurve über dem Polradwinkel größer sind als bei einer vergleichbaren Vollpolmaschine.

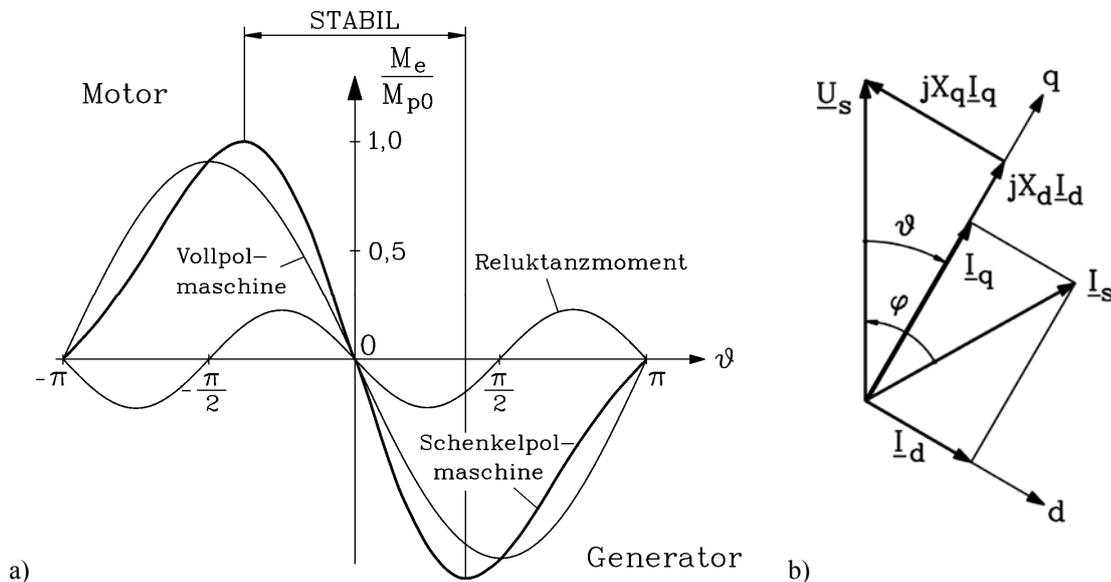


Bild 8.5-1:  $R_s = 0$ : a) Funktion  $M_e(\vartheta)$  der Schenkelpolmaschine, bezogen auf den Wert des Kippmoments  $M_{p0}$ , b) Zeigerdiagramm der Synchron-Reluktanzmaschine im Motorbetrieb

b) Synchron-Reluktanzmaschine:

Wird die Synchronmaschine unerregt betrieben ( $I_f = 0 \rightarrow U_p = 0$ ), so wird – wie in Abschnitt 8.4 erläutert - trotzdem wegen  $X_d \neq X_q$  ein Drehmoment erzeugt, das **Reluktanzmoment**. Dieses Drehmoment wird ausschließlich durch die unterschiedliche magnetische Leitfähigkeit von Polbereich (**d-Achse**) und Lückenbereich (**q-Achse**) bewirkt, wodurch das Polrad die Tendenz zeigt, sich mit seiner Längsachse auf Grund des Magnetzugs des Ständerdrehfelds auf den magnetisierten ferromagnetischen Läuferkörper IN Feldrichtung des Ständerdrehfelds auszurichten. Es treten auf den Läufer KEINE Lorentz-Kräfte, sondern nur Volumenkräfte

(1.6-3) auf das magnetisierte Eisen auf! Dieser Synchronmaschinentyp mit "wicklunglosem" Läufer heißt **Synchron-Reluktanzmaschine** und wird für kleinere Bemessungsleistungen bis einige zig-kW als robuster Synchronantrieb (z. B. Textilmaschinen, oft für Umrichterspeisung) gebaut.

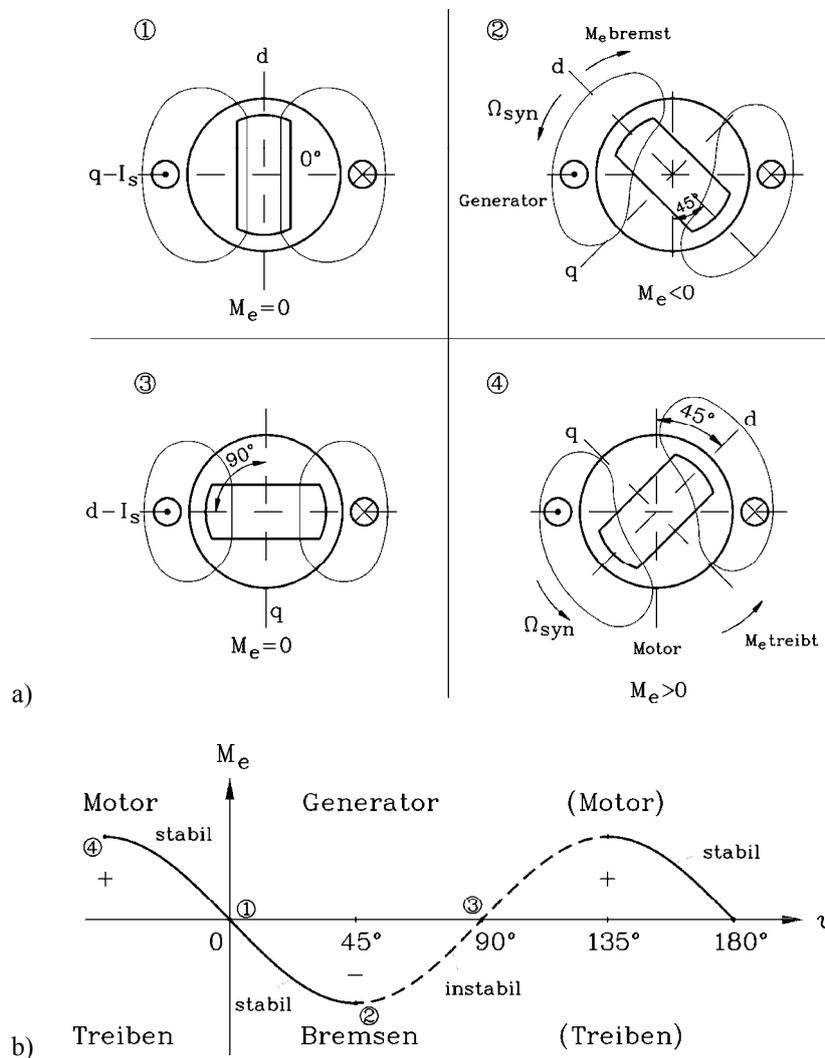


Bild 8.5-2: a) Schematisches Feldlinienbild einer zweipoligen Synchron-Reluktanzmaschine zur Reluktanzmomentbildung für unterschiedliche Betriebspunkte 1, 2, 3, 4, b) Funktion  $M_e(\vartheta)$  der Synchron-Reluktanzmaschine, passend zu a), am starren Netz für  $R_s = 0$  (gestrichelt: instabile Betriebspunkte)

Da die Reluktanzmaschine unerregt ist (Grenzfall der Untererregung:  $U_p = 0$ ), ist sie wie die Asynchronmaschine **stets induktiv**. Sie nimmt am starren Netz wie die Asynchronmaschine stets einen induktiven Magnetisierungsstrom  $I_{sd} = U_{sq} / X_d$  (8.5-1) auf. Daher sollte der Luftspalt in der  $d$ -Achse wie bei der Asynchronmaschine klein sein, damit  $X_d$  groß und daher  $I_{sd}$  klein ist. Der momentenbildende Querstrom  $I_{sq} = -U_{sd} / X_q$  (8.5-1) sollte für großes Drehmoment groß sein, daher  $X_q$  klein sein (= große Pollücke). Es sind daher große Verhältnisse  $X_d / X_q$  anzustreben und sind bis ca. 7 durch entsprechende Läufergestaltung erreichbar. Die Reluktanzmaschine kann je nach Phasenlage von  $I_{sq}$  am starren Netz **generatorisch oder motorisch** (Bild 8.5-1b) arbeiten. Im **Inselnetz** ist Generatorbetrieb nur möglich, wenn z. B. zuvor geladene, an die Ständerklemmen angeschlossene Kondensatoren den induktiven Magnetisierungsstrom zur Verfügung stellen (Serienschwingkreis mit der Ständerwicklung). Der Schwingkreis kann auch durch eine vom remanenten Läuferisen

induzierte Polrad-Remanenzspannung angestoßen werden (**Selbsterregter Generatorbetrieb**, vgl. den selbsterregten Asynchrongeneratorbetrieb im Inselnetz, Kap. 5).

Beispiel 8.5-1:

In Bild 8.5-1b ist der Ständerstrom zur Ständerspannung nacheilend: Die Reluktanzmaschine ist induktiv. Der Wirkanteil des Ständerstroms ist in Phase mit der vom Netz eingepprägten Ständerspannung: Die Maschine arbeitet motorisch.

Der Läufer versucht sich stets so zu drehen, dass das vom Ständer erregte Feld einen minimalen Luftweg überqueren muss. Im Bild 8.5-2a (1) ist der Luftweg minimal; der Läufer steht mit seiner  $d$ -Achse parallel zu den Ständerfeldlinien bei  $\vartheta = 0^\circ$  im stabilen Gleichgewicht. Das Feldlinienbild ist symmetrisch, so dass kein resultierender Magnetzug auf das magnetisierte Läuferisen wirkt. Das elektromagnetische Drehmoment ist Null. Bei kleinen Störungen aus dieser Lage wird das Feldbild unsymmetrisch, und es tritt ein resultierendes Drehmoment auf. Dabei müssen die Feldlinien größere Luftwege überqueren, deshalb ist das Drehmoment so gerichtet, dass der Läufer in Stellung (1) zurückkehren will (**stabiler Leerlaufbetrieb**).

In Bild 8.5-2a (2) ist die Auslenkung des Läufers aus der Stellung (1) voreilend maximal:  $\vartheta = 45^\circ$ . Er möchte mit maximalem Moment zurück in Stellung (1) und erfährt daher ein gegen den Rechtsdrehsinn des Ständerfelds gerichtetes, also bremsendes Drehmoment als **generatorisches "Kippmoment"**. Im Bild 8.5-2a (4) ist ebenfalls die Auslenkung  $\vartheta = -45^\circ$  maximal, jedoch nacheilend bezüglich der Drehrichtung des Ständerfelds. Der Läufer möchte mit maximalem Moment zurück in Stellung (1) und erfährt daher ein in Drehrichtung des Ständerfelds gerichtetes, also antreibendes Drehmoment als **motorisches "Kippmoment"**. Im Bild 8.5-2a (3) befindet sich der Läufer im labilen Gleichgewicht. Das Feldlinienbild ist wie bei (1) symmetrisch, so dass kein resultierender Magnetzug auf das magnetisierte Läuferisen wirkt. Das elektromagnetische Drehmoment ist Null. Aber die Feldlinien müssen maximale Luftwege überqueren. Bei kleinen Störungen aus dieser Lage wird das Feldbild unsymmetrisch, aber bei kleineren Luftwegen des Felds. Es tritt daher ein resultierendes Drehmoment auf, das den Läufer in Richtung weiterer Verkleinerung der Luftwege des Felds treibt und bewegt den Läufer in Stellung (1) (**instabiler Leerlaufbetrieb**). Diese Stabilitätsbetrachtung kann auch mit Hilfe Kap. 8.3 durchgeführt werden: Betriebspunkte (1), (3), (4):  $dM_e(\vartheta)/d\vartheta = c_g < 0$ : STABIL, (2):  $c_g > 0$ : INSTABIL.

**Fazit:**

*Die Reluktanzmaschine ist bei  $R_s = 0$  nur im Bereich  $-45^\circ < \vartheta < 0^\circ$  (Motor) und  $0^\circ < \vartheta < 45^\circ$  (Generator) stabil. Die Winkelbereiche  $-180^\circ < \vartheta < -90^\circ$ ,  $90^\circ < \vartheta < 180^\circ$  entsprechen dem Winkelbereich  $-90^\circ < \vartheta < 90^\circ$ , da der Läufer bei Verdrehung um  $180^\circ$  durch Ummagnetisierung des Eisen im Ständerfeld magnetisch identische Betriebszustände einnimmt.*

*c) Zeigerdiagramme für besondere Betriebszustände:*

In der Folge wird wieder der OHM'sche Ständerstrangwiderstand vernachlässigt ( $R_s \approx 0$ ). Bei den folgenden besonderen Betriebszuständen wird wegen  $R_s \approx 0$  nur die  $d$ -Achse magnetisiert, so dass die dargestellten Zeigerdiagramme für Vollpol- und Schenkelpol-Synchronmaschine identisch sind.

*c1) Generatorischer Leerlaufbetrieb:*

Der generatorische Leerlaufbetrieb wurde bereits in Bild 8.3-1a dargestellt (Bild 8.5-3a). Die angetriebene Synchronmaschine ist dabei

- (i) entweder vom Netz getrennt und somit der Ständerstrom Null. Sie ist erregt ( $I_f > 0$ ). Die an den Klemmen messbare Strangspannung ist die Polradspannung.
- (ii) oder sie ist an das Netz angeschlossen und so erregt, dass Polradspannung und Netzspannung identisch sind. Der zugehörige **Leerlauf-Erregerstrom** heißt  $I_{f0}$ . Die Ständerstromaufnahme ist wiederum Null. Dies ist die Bedingung beim Zuschalten der Synchronmaschine an das Netz ("**Synchronisieren**"): Polradspannung und Netzspannung müssen in Amplitude, Phasenlage und Phasenfolge ( $U, V, W$ ) übereinstimmen.

*c2) Phasenschieberbetrieb am starren Netz:*

Ausgehend vom generatorischen Leerlauf wird der Erregerstrom im Polrad erhöht (übererregt: Bild 8.5-3b) oder verringert (untererregt: Bild 8.5-3c), so dass die Polradspannung zwar in Phase mit der Klemmenspannung bleibt, aber entweder größer (Bild 8.5-3b) oder kleiner als diese (Bild 8.5-3c) ist. Die Maschine nimmt aus dem Netz im übererregten Fall kapazitiven und im untererregten Fall induktiven Ständerstrom aus dem Netz auf. Sie wirkt im übererregten Fall als Kapazität oder und im untererregten Fall als Induktivität von variabler Größe, da  $I_s$  über  $U_p$  verändert werden kann. Sie kann somit zur stufenlos einstellbaren **Blindleistungskompensation** im Netz verwendet werden. Da der Polradwinkel Null ist, erfolgt bis auf Verluste in der Maschine KEINE Wirkleistungsumsetzung ( $P_e = 0$ ).

*c3) Unerregter Betrieb am Netz:*

Wird ausgehend vom untererregten Betrieb (Bild 8.5-3c) die Erregung auf Null verringert (**unerregter Betrieb**  $I_f = 0$ ), so wird die Polradspannung Null ( $U_p = 0$ , Bild 8.5-3d). Die induktive Stromaufnahme in der Ständerwicklung erregt das Luftspaltfeld alleine und entspricht daher dem **Magnetisierungsstrom**.

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s}{jX_d} = -j \frac{\underline{U}_s}{X_d} = \underline{I}_m \quad (8.5-4)$$

*c4) Dauernder Klemmenkurzschluss:*

Beim **Dauerklemmenkurzschluss** (Bild 8.5-3e) wird die angetriebene, unerregte Synchronmaschine an den Klemmen direkt ("satt") kurz geschlossen ( $U_s = 0$ ) und anschließend die Erregung im Polrad erhöht, so dass eine Polradspannung in der Ständerwicklung induziert wird. Da  $U_s$  Null ist, treibt die Polradspannung in der Ständerwicklung einen Dauerkurzschlussstrom, der nur durch die synchrone Reaktanz der Drehfeldwicklung und den kleinen *OHM'schen* Strangwiderstand, der hier vernachlässigt wird, begrenzt wird.

$$\underline{U}_s = \underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{I}_{sk} = j \cdot \frac{\underline{U}_p}{X_d}} \quad (R_s \cong 0) \quad (8.5-5)$$

Das vom **Kurzschlussstrom**  $I_{sk}$  erregte Luftspaltfeld wirkt im Luftspalt gegen das Polradfeld, so dass resultierend im Luftspalt nur eine kleine Feldamplitude verbleibt, die jene **kleine Hauptfeldspannung**  $U_h$  induziert, die den Spannungsfall des Ständerkurzschlussstroms an der Streureaktanz  $X_{s\sigma}$  (und am *OHM'schen* Ständerwiderstand) deckt.

$$\underline{U}_h = -jX_{s\sigma} \cdot \underline{I}_{sk} \quad (R_s \cong 0) \quad (8.5-6)$$

Beispiel 8.5-2:

**Kurzschluss-Schnellbremsung**

Zum Stillsetzen von Synchron-Maschinen wird nach dem Trennen der Maschine vom Netz mittels Klemmenkurzschluss ein Kurzschlussstrom in der Ständerwicklung induziert. Er bildet mit dem Feld des Polrads ein bremsendes Drehmoment. Die kinetische Energie des

rotierenden Polrads wird in Stromwärme in der Ständerwicklung umgesetzt. Die Auslaufzeit der Maschine bis zum Stillstand wird gegenüber dem nur durch die Reibungsverluste gebremsten Auslauf deutlich verringert.

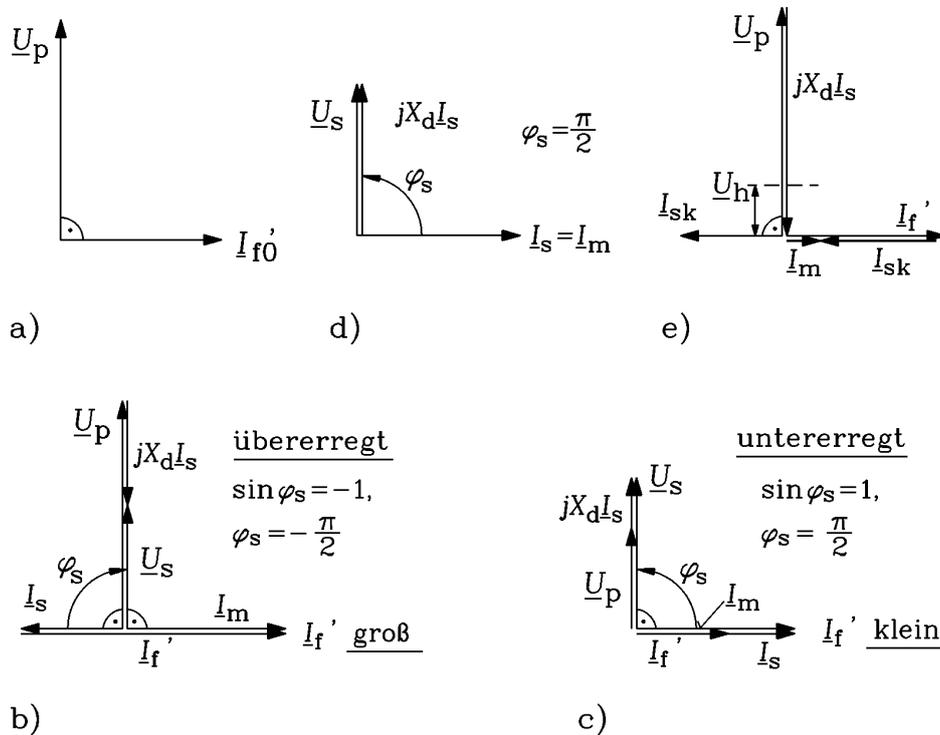


Bild 8.5-3: Besondere Betriebszustände der Synchronmaschine: a) Generatorischer Leerlauf, b) Phasenschieber übererregt, c) Phasenschieber untererregt, d) unerregt am Netz, e) Dauerkurzschluss

d) Synchronmaschinen als Netzspannungsquellen:

Die Synchronmaschine als Generator kann als dreisträngige Sinusspannungsquelle  $\underline{U}_p$  mit einer Innenimpedanz aufgefasst werden. Im vereinfachten Fall der Vollpolmaschine mit  $R_s \approx 0$  ist diese Impedanz  $\underline{Z}_d = R_s + jX_d \approx jX_d$ . Mit den in Serie geschalteten Impedanzen der Übertragungsleitungen und der Transformatoren (also im Wesentlichen deren kleine Streureaktanzen, siehe Vorlesung „Energietechnik“, KAPP'sches Dreieck)  $jX_T$  ergibt sich somit die „Innenimpedanz“  $j \cdot (X_d + X_T)$ . Im öffentlichen Netz speisen viele Generatoren aus unterschiedlichen Kraftwerken und können im einfachsten Fall als  $N$  parallele Spannungsquellen etwa gleicher Größe betrachtet werden. Infolge der Parallelschaltung ändert sich die ideale Spannungsquelle  $\underline{U}_p$  nicht, aber die Innenimpedanz sinkt  $j \cdot X_{Netz} = j \cdot (X_d + X_T) / N$ . Bei Kurzschluss des Netzes treten daher der Kurzschlussstrom  $\underline{I}_k = -j\underline{U}_p / X_{Netz}$  und die fiktive **Netz-Kurzschlussleistung** als Produkt aus Netz-Leerlaufspannung und Netz-Kurzschlussstrom auf:

$$S_k = \sqrt{3} \cdot U_{Netz,0} \cdot I_k = 3 \cdot U_p \cdot I_k = 3 \cdot U_p^2 / X_{Netz} \quad (8.5-7)$$

Bei Belastung des Netzes mit dem Strom  $\underline{I}_{Netz}$  ist die Spannung an den Klemmen eines unregulierten Netzes ( $U_p = \text{konst.}$ ) nicht die nominale Netzspannung, sondern sie ist um den Spannungsfall an der Netzzinnenimpedanz verringert:  $\underline{U}_{Netz} = \underline{U}_{Netz,0} - j \cdot \sqrt{3} \cdot X_{Netz} \underline{I}_{Netz}$ . Solche „Spannungseinbrüche“ treten bei OHM'sch-induktiver Belastung auf, während bei dem selteneren Fall der kapazitiven Belastung wegen des dann an der Last gegenüber der

Lastspannung voreilenden Stroms eine Spannungserhöhung auftritt (*FERRANTI*-Effekt), der ebenfalls unerwünscht ist (siehe Abschnitt 8.7). Der „Spannungseinbruch“ ist umso größer, je „schwächer“ das Netz ist, also je weniger Generatoren in das Netz einspeisen, d. h. je kleiner  $N$  ist, denn dann sind  $X_{Netz} \sim 1/N$  und der Spannungsfall  $j \cdot \sqrt{3} \cdot X_{Netz} I_{Netz}$  größer. Je kleiner  $X_{Netz}$  ist, also je größer die Netz-Kurzschlussleistung ist, umso „stärker“ ist das Netz, d. h. umso geringer ist der Spannungseinbruch bei Belastung. Durch eine Spannungsregelung wird über die einstellbare Felderregung der Synchrongeneratoren  $U_p$  erhöht, so dass der Spannungseinbruch an bestimmten Netzknotenpunkten ausgeregelt wird (**Netzspannungsregelung**). Bei kurzzeitig auftretenden hohen Belastungsströmen wie z. B. dem Anfahren großer Asynchronmaschinen mit dem 7-fachen Nennstrom (überwiegend Blindstrom) ist aber dieser Ausregelvorgang zu langsam, so dass kurzzeitige Netzspannungseinbrüche unvermeidbar sind. Nur beim **ideal „starren“** Netz, wenn also  $N \rightarrow \infty$  Generatoren in das Netz einspeisen, ist wegen  $X_{Netz} \sim 1/N \rightarrow 0$  der Spannungseinbruch stets Null, und wir können die Netzspannung an den Klemmen als eingepreßt konstant betrachten:  $\underline{U}_s = \underline{U}_{Netz} / \sqrt{3} = \text{konst.}$  Die Netz-Kurzschlussleistung ist dabei unendlich groß und das Netz eine ideale Spannungsquelle (Innenimpedanz ist Null!)  $\underline{U}_{Netz} = \underline{U}_{Netz,0}$ . Die Netzspannungsregelung ist bereits nötig, wenn die Netzbelastung nur eine reine Blindstrombelastung ist, wobei bei unveränderter Phasenlage von  $\underline{U}_p$  (siehe Bild 8.5-3 b, c) nur deren Amplitude verändert wird. Bei Belastung mit Wirkstrom muss auch der Phasenwinkel von  $\underline{U}_p$  gegenüber  $\underline{U}_s = \underline{U}_{Netz} / \sqrt{3}$  erhöht werden, um  $U_s = U_{Netz} / \sqrt{3}$  konstant zu halten. Dieser Phasenwinkel ist gemäß Bild 8.3-1b der Polradwinkel  $\vartheta$ , wenn in Bild 8.3-1b anstelle  $X_d$  die Netzzinnenimpedanz  $X_{Netz}$  gesetzt wird. Es muss also die Wirkleistung der Synchronmaschine erhöht werden  $P_e = 3U_p U_s \sin \vartheta / X_{Netz}$ , und das bremsende elektromagnetische Drehmoment der Generatoren  $M_e = P_e / \Omega_{syn} \sim \sin \vartheta$  steigt. Daher müssen die Turbinen die Generatoren mit erhöhtem Turbinendrehmoment  $M_s = M_e$  antreiben, sonst werden sie durch die Generatoren abgebremst, die Drehzahl sinkt und die Netzfrequenz sinkt unter die Nominalfrequenz (z. B. 50 Hz oder 60 Hz) ab. Deshalb ist die **Turbinen-Drehzahlregelung**  $n = \text{konst.}$  in den Kraftwerken für die Netzfrequenz-Konstanthaltung verantwortlich. Wirk- und Blindleistungsregelung werden zusammen als **Netzregelung** bezeichnet, die durch die verstärkt kurzzeitig auftretenden Schwankungen der Wirkleistung im Netz infolge des vermehrten Einspeisens regenerativ erzeugter elektrischer Energie durch Windkraftwerke und Photovoltaikanlagen eine immer größere Herausforderung wird (siehe Vorlesungen „Energietechnik“ und „Elektrische Energieversorgung“).

## 8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen

Große Synchrongeneratoren haben einen außerordentlich hohen Wirkungsgrad  $\eta$  nahe 1, so dass die Verlustsumme  $P_d$  nur wenige Prozent der Nenn-Leistung  $P_N$  beträgt.

$$\eta = P_{out} / P_{in} < 1 \quad \Rightarrow \quad P_d = P_{in} - P_{out} \quad (8.6-1)$$

### Beispiel 8.6-1:

Synchronmotor:  $P_N = P_{out} = 1 \text{ MW}$ :  $\eta = 98\%$ , Verlustleistung  $P_d/P_N = 2\%$ :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_N}{P_N + P_d} = \frac{1}{1 + P_d/P_N} = \frac{1}{1 + 0.02} \approx 1 - 0.02 = 0.98 = 98\%$$

Bei kleineren Maschinen bis ca. 100 kW ist der Wirkungsgrad  $\eta$  kleiner als 95%. Dann können mit der **direkten Wirkungsgradmessung** (Norm DIN EN 60034-2) aus gemessener zu- und abgeführter Leistung gemäß (8.6-1) der Wirkungsgrad und die Gesamtverluste  $P_d$  bestimmt werden. Bei Wirkungsgraden  $> 95 \%$  (größere Maschinen) ist dies zu ungenau.

Beispiel 8.6-2:

- Wirkungsgrad des Synchronmotors ( $P_{out} = P_N$ ):  $\eta = 98\%$
- **Messfehler** bei der Ermittlung von  $P_{out}$ :  $F = 0.5\%$ .
- Gesamtverluste:  $P_d = P_{in} - P_{out} \Rightarrow P_d / P_{out} = P_{in} / P_{out} - 1 = 1/\eta - 1 = 0.02$  :

**Messfehler** bei der **Ermittlung der Verluste** im direkten Messverfahren:

$$F \cdot P_{out} = 0.005 \cdot P_{out} = 0.005 \cdot P_N = 0.005 \cdot (P_d / 0.02) = \underline{\underline{0.25 \cdot P_d}}$$

Die Gesamtverluste  $P_d = 0.02P_N$  werden dadurch mit 25% Messfehler bestimmt.

Daher wird bei  $\eta > 95 \%$  der **Wirkungsgrad  $\eta$  indirekt** aus der Messung der  $i$  einzelnen durch Ersatzverfahren ermittelten Verlustkomponenten  $P_{d,i}$  (Norm DIN EN 60034-2) bestimmt, die jede für sich mit ausreichender Genauigkeit messbar sind.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \sum_i P_{d,i}} \tag{8.6-2}$$

Bei den **Verlustkomponenten** der Synchronmaschine unterscheidet man drei Gruppen gemäß Tabelle 8.6-1. Die Leerverluste werden im Leerlaufversuch und die lastabhängigen Verluste im Kurzschlussversuch gemessen (Kap. 9). Für einen bestimmten Betriebspunkt  $U_s, I_s, \cos\varphi_s$  werden dann die spannungsabhängigen Verluste gemäß  $U_s$  aus den Leerverlusten, die stromabhängigen Verluste gemäß  $I_s$  aus den Kurzschlussverlusten ermittelt und addiert. Der für den Betriebspunkt  $U_s, I_s, \cos\varphi_s$  erforderliche Erregerstrom  $I_f$  wird über das Stromzeigerdiagramm (Bild 8.3-1b bzw. Bild 8.4-4a) rechnerisch ermittelt (siehe Vorlesung „Großgeneratoren und Hochleistungsantriebe“), dazu der Messwert der Erregerverluste  $P_f = R_f I_f^2$  bestimmt und so die Gesamtverluste  $P_d = \sum_i P_{d,i} = P_{d0} + P_{d1} + P_f$  für die

Wirkungsgradbestimmung (8.6-2) berechnet.

StromUNabhängige Verluste = spannungsabhängige Verluste = Leerverluste $P_{d0}$	- Ummagnetisierungsverluste im Ständerblechpaket mit $f_s$ (Wirbelstrom- und Hystereseverluste) - Zusätzliche Ummagnetisierungsverluste in Pressplatten etc. - Reibungs- und Ventilationsverluste
Strom-ABhängige Verluste = lastabhängige Verluste $P_{d1}$	- Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung - Zusatzverluste: Stromverdrängung in der Ständerwicklung, Wirbelströme in der Läuferoberfläche und dem Dämpfer durch Ständerfeldoberwellen etc.
Erregerverluste $P_f$	- Stromwärmeverluste in der Feldwicklung - Verluste in der Erregermaschine, dem Erreger-Stromrichter und den Schleifringen etc. je nach Erregersystem

Tabelle 8.6-1: Verlustkomponenten in Synchronmaschinen

Beispiel 8.6-3:

Verlustbilanz eines zweipoligen mit Luft innengekühlten Turbogenerators 125 MVA, 10.5 kV Y, 3000/min, 50 Hz,  $\cos\varphi_s = 0.88$  übererregt, mit magnetischen Pressplatten für das Statorblechpaket. Rotor-Feldwicklung: hohle Leiter mit direkter Leiter-Luftkühlung, Stator-Hochspannungswicklung: indirekte Leiter-Luftkühlung der ROEBEL-Stäbe.

Stromunabhängige Verluste $P_{d0}$	379.8 kW
Stromabhängige Verluste $P_{d1}$	666.9 kW
Erregerverluste im Bemessungspunkt $P_f$ (ohne Verluste in der Erregereinrichtung, also dem speisenden Erregergleichrichter)	379.0 kW
Gesamtverluste $P_d$	1425.7 kW

Abgegebene Leistung:  $P_{out} = P_e = S_N \cos \varphi_s = 125000 \cdot 0.88 = 111000 \text{ kW}$

Zugeführte Leistung:  $P_{in} = P_{out} + P_d = 111000 + 1425.7 = 112425.7 \text{ kW}$

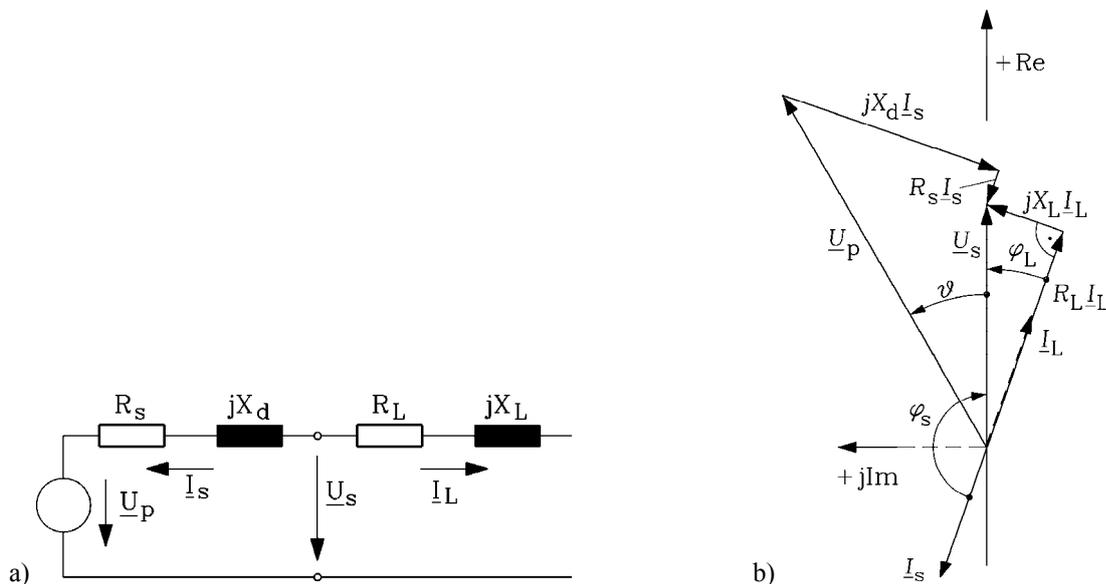
Generatorwirkungsgrad:  $\eta_{Gen} = P_{out} / P_{in} = 111000 / 112425.7 = 98.73 \%$

### 8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb

Arbeitet die Synchronmaschine nicht am starren Netz, sondern allein als Generator auf einen Verbraucher ("Inselbetrieb"), zeigt sie ein **völlig anderes Betriebsverhalten**. Für konstante Drehzahl und damit Frequenz muss der drehzahlgeregelte Antrieb sorgen, z.B. der über die Einspritzpumpe drehzahlstellbare Dieselmotor eines Notstrom-Dieselaggregats oder die über ein Dampfventil drehzahlstellbare Industrieturbine. Die Klemmenspannung muss über den Erregerstrom eingestellt und geregelt werden.

Anwendungsbeispiele für Inselbetrieb:

- Klauenpol-Synchronmaschine als **Lichtmaschine** in Kraftfahrzeugen,
- Bordnetz-Generatoren auf Schiffen, Flugzeugen (400 Hz) oder Bahnen,
- Dieselgeneratorstationen und Windturbinen (Inseln, Oasen, Almen, etc.)

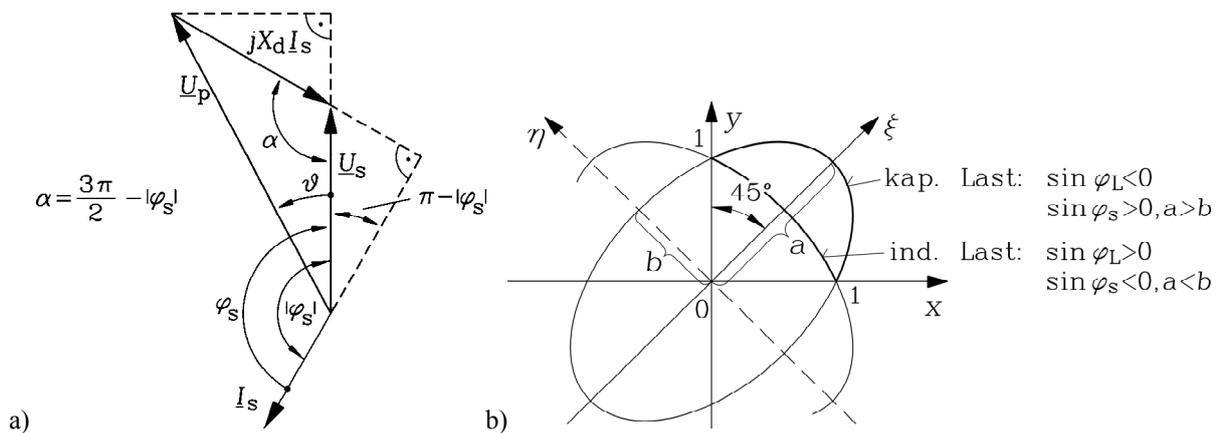


**Bild 8.7-1:** Inselbetrieb der Vollpol-Synchronmaschine: a) Einsträngiges Ersatzschaltbild bei  $OHM'$ -sch-induktiver Last, b) Zugehöriges Zeigerdiagramm

Bei konstantem Erregerstrom und konstanter Drehzahl **ändert sich die Klemmenspannung mit der Last**. Der Synchrongenerator, hier vereinfacht die Vollpolmaschine, wird als Konstantspannungsquelle  $\underline{U}_p$  mit  $OHM'$ -sch-induktiver Innenimpedanz  $R_s + jX_d$  betrachtet, während die Last z.B.  $OHM'$ -sch-induktiv oder  $OHM'$ -sch-kapazitiv sein kann (Bild 8.7-1). Die

*OHM*'sch-induktive Last tritt am häufigsten auf (z. B. durch Asynchronmotoren, Leuchtstoffröhren mit Drosseln zur Strombegrenzung etc.). Kapazitive Last tritt z. B. auf, wenn ein Synchrongenerator eine leerlaufende Freileitung im "stand-by"-Betrieb versorgt. Der Cosinus-Satz liefert für  $R_s = 0$  aus Bild 8.7-2 für das Dreieck aus  $U_s$ ,  $U_p$  und  $X_d I_s$  mit dem Winkel  $\alpha = 3\pi/2 - \varphi_s$  zwischen  $U_p$  und  $X_d I_s$ :

$$U_p^2 = U_s^2 + (X_d I_s)^2 - 2U_s X_d I_s \cdot \cos \alpha \quad (8.7-1)$$



**Bild 8.7-2:** a) Zeigerdiagramm der Synchron-Vollpolmaschine ( $R_s = 0$ ), generatorisch übererregt, b) Herleitung der äußeren Kennlinie eines Synchrongenerators im Inselbetrieb bei konstanter Erregung und Drehzahl für  $R_s = 0$ ; Betriebsbereich  $U_s > 0, I_s > 0 \Leftrightarrow x > 0, y > 0$ . *OHM*'sch-kapazitive Last:  $a > b$ , *OHM*'sch-induktive Last:  $b > a$ .

Mit dem Kurzschlussstrom  $I_{sk} = U_p / X_d$  folgt daraus

$$1 = \left(\frac{U_s}{U_p}\right)^2 + \left(\frac{I_s}{I_{sk}}\right)^2 + 2 \cdot \frac{U_s}{U_p} \cdot \frac{I_s}{I_{sk}} \cdot \sin \varphi_s \quad (8.7-2)$$

Die Einführung der Abkürzungen  $x = I_s / I_{sk} = i, y = U_s / U_p = u$  als bezogenen Klemmenstrom und Klemmenspannung  $i$  und  $u$  ergibt

$$1 = x^2 + y^2 + 2 \cdot x \cdot y \cdot \sin \varphi_s \quad (8.7-3)$$

Mit der durch  $45^\circ$ -Drehung durchgeführten Koordinatentransformation vom  $x$ - $y$ - in das  $\xi$ - $\eta$ -Koordinatensystem

$$x = (\xi - \eta) / \sqrt{2}, \quad y = (\xi + \eta) / \sqrt{2} \quad (8.7-4)$$

erhält man aus (8.7-3) eine *Ellipsengleichung* (8.7-5)

$$1 = \left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{b}\right)^2 \quad (8.7-5)$$

mit den Hauptachsen  $a = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin \varphi_s}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin \varphi_s}} \quad .$

Bild 8.7-2b und 8.7-3 geben diese **Ellipsenabschnitte** für den uns interessierenden Betriebsbereich  $U_s > 0, I_s > 0$ , also  $x > 0, y > 0$  bzw.  $i > 0, u > 0$  wieder.

Bei *OHM*'sch-kapazitiver Last ist der Phasenwinkel  $\varphi_s$  negativ, folglich  $a > b$ ,

bei *OHM*'sch-induktiver Last ist er positiv, somit  $b > a$ .

Bei den Sonderfällen reiner Blindlast entarten die Ellipsenabschnitte zu Geraden (= unendlich lang gestreckte Ellipsen), beim Sonderfall rein *OHM*'scher Belastung wird aus der Ellipse ein Kreis.

Bei **rein *OHM*'scher Belastung** ( $a = b$ )  $\underline{Z}_L = R_L$  wird  $R_L$  zwischen unendlich hohem Widerstand (Strom  $I_s = 0$ , Leerlauf) und  $R_L = 0$  (Strom  $I_{sk}$ , Kurzschluss) variiert. In der  $u$ - $i$ -Darstellung ist die Kennlinie (8.7-3) wegen  $\cos\varphi_s = 1, \sin\varphi_s = 0$  ein Viertelkreisbogen:

$$1 = u^2 + i^2 \Rightarrow u = \sqrt{1 - i^2} \quad (\text{Bild 8.7-3: } \cos\varphi_L = 1) \quad (8.7-6)$$

Bei **rein induktiver Belastung**  $\underline{Z}_L = j\omega_s L_L = jX_L$  ( $b > a$ ) wird  $L_L$  zwischen unendlich hoher Induktivität (Strom  $I_s = 0$ , Leerlauf) und  $L_L = 0$  (Strom  $I_{sk}$ , Kurzschluss) variiert. Aus (8.7-3) folgen wegen  $\cos\varphi_s = 0$  und  $\sin\varphi_s = 1$

$$1 = u^2 + i^2 + 2 \cdot u \cdot i = (u + i)^2 \Rightarrow u + i = \pm 1 \quad (8.7-7)$$

die beiden Geraden  $u = 1 - i$  und  $u = -1 - i$ . Da  $u = -1 - i$  aber keine positive Spannung bei positivem Strom ergibt, stellt dies auf Grund der gewählten Bezugspfeilrichtungen keine Lösung für einen realen Betriebszustand induktiver Last dar, so dass nur

$$u = 1 - i \quad (8.7-8)$$

als Gerade mit  $-45^\circ$  Neigung für  $u(i)$  bei induktiver Last verbleibt (Bild 8.7-3). Es tritt eine linear mit der Belastung  $I_s$  fallende Klemmenspannung zwischen Leerlaufspannung  $U_p$  und Kurzschlusspunkt  $U_s = 0$  auf (Bild 8.7-3:  $\cos\varphi_L = 0$  und Bild 8.7-4c).

Bei **rein kapazitiver Belastung** ( $b < a$ )  $\underline{Z}_L = 1/(j\omega C_L) = -jX_C$  bilden  $L_d$  und  $C_L$  wegen  $R_s = 0$  einen ungedämpften Serienschwingkreis. Es wird  $C_L$  zwischen unendlich großer Kapazität (Strom  $I_{sk}$ , Kurzschluss) und  $C_L = 0$  (Strom  $I_s = 0$ , Leerlauf) variiert. Bei  $C_L = L_d$  tritt Serienresonanz auf und der Strom  $I_s$  wird unendlich groß. Wegen  $\cos\varphi_s = 0$  und  $\sin\varphi_s = -1$  folgen aus (8.7-3)

$$1 = u^2 + i^2 - 2 \cdot u \cdot i = (u - i)^2 \Rightarrow u - i = \pm 1 \quad (8.7-9)$$

zwei Geraden

$$u = i + 1 \quad \text{bzw.} \quad u = -1 + i \quad , \quad (8.7-10)$$

die die beiden Fälle  $C_L < L_d$  und  $C_L > L_d$  darstellen. Beim häufiger auftretenden Fall kleiner Kapazitäten  $C_L < L_d$  und damit  $X_C > X_d$  nimmt die Klemmenspannung  $u$  bei Variation von  $C_L$  - ausgehend von der **Leerlaufspannung**  $U_p$  (also  $u = 1$ ) - linear zu:  $u = i + 1$  (Bild 8.7-3 und Bild 8.7-4b), **FERRANTI-Effekt**. In der Realität wird diese Spannungszunahme durch die zunehmende Eisensättigung begrenzt.

Beim sehr selten auftretenden Fall sehr großer Kapazitäten  $C_L > L_d$  und damit  $X_C < X_d$  nimmt bei Variation von  $C_L$  die Klemmenspannung  $u$  - ausgehend vom **Kurzschlusspunkt**  $u = i - 1$



In Bild 8.7-4a tritt GEGEN-Erregung auf; Polradspannung und Klemmenspannung sind um  $180^\circ$  außer Phase. Ein Polradwinkel von  $180^\circ$  führt aber **nicht** zur Instabilität, da im Inselbetrieb die Ständerspannung und damit das Ständerdrehfeld nicht starr vorgegeben sind, sondern sich je nach Belastung frei einstellen. Daher tritt wegen  $U_s \neq \text{konst.}$  KEIN Drehmomentverlauf wie in Bild 8.3-5 mit dem ausgeprägten Kippverhalten und **kein Schwingen des Polrads** gegen das Ständerdrehfeld auf.

In der Praxis lässt man die bleibend auftretenden Spannungseinbrüche oder -erhöhungen in Bild 8.7-3 nicht zu, sondern regelt auch im Inselbetrieb über die Veränderung von  $U_p$  die Klemmenspannung  $U_s$  konstant.

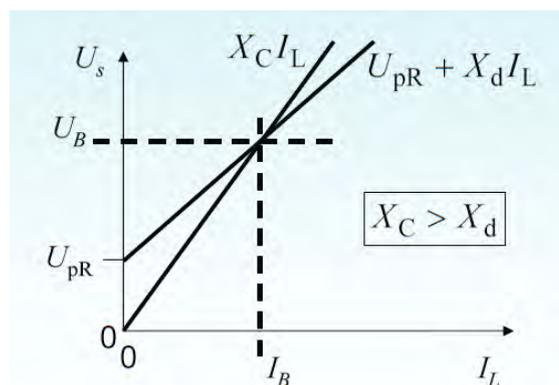
#### Beispiel 8.7-1:

Ein Synchrongenerator wird im Kraftwerk unerregt ( $I_f = 0$ ) mit  $n_{\text{syn}}$  angetrieben. An den Klemmen des Generators ist eine an den Enden offene Freileitung mit der Impedanz  $X_C = 1/(\omega_s C_L)$  angeschlossen ("stand-by"-Betrieb). Durch ein Eisen-Remanenzfeld  $B_R$  in den Läuferpolen tritt in der Ständerwicklung eine (kleine) Wechselflussverkettung  $\Psi_{pR}$  auf, die die Polrad-Spannung  $U_{pR}$  induziert. Dies entspricht dem Fall  $C_L < L_d$ ,  $X_C > X_d$  gemäß (8.7-10), wobei die Leerlaufspannung  $U_{pR}$  ist. Die Spannung am Ende der Freileitung nimmt analog zum Fall  $u = i + 1$  in (8.7-10) zu, wobei der sich einstellende Strom  $I_B$  durch

$$\underline{U}_s = \underline{U}_{pR} + jX_d \underline{I}_s = j\omega_s \Psi_{pR} - jX_d \underline{I}_L \quad \text{und} \quad \underline{U}_s = -jX_C \underline{I}_L$$

$$-jX_C \underline{I}_L = j\omega_s \Psi_{pR} - jX_d \underline{I}_L \Rightarrow \underline{I}_L = \frac{\omega_s \Psi_{pR}}{X_d - X_C} = -\frac{\omega_s \Psi_{pR}}{|X_d - X_C|} = I_B$$

ergibt. Die Remanenzspannung  $U_{pR}$  treibt somit einen kapazitiven Ladestrom  $I_L = I_B$  der Freileitung, der gemäß Bild 8.7-4b spannungserhöhend wirkt. An den offenen Klemmen der Freileitung tritt somit unvermutet eine Spannung  $U_B = X_C I_B$  auf, obwohl die Erregerwicklung der Synchronmaschine stromlos ist ("**Selbsterregung der Synchronmaschine**"). Deshalb sollen an ihrem Ende offene („leerlaufende“) Freileitungen von der speisenden Quelle am Eingang getrennt werden.



**Bild 8.7-5:** Selbsterregung der Synchronmaschine auf die Spannung  $U_B$  infolge der Remanenzspannung  $U_{pR}$  zufolge einer Läuferisenremanenz bei kapazitiver Belastung im Inselbetrieb

## 9. Erregereinrichtungen und Kennlinien

### 9.1 Elektrische Erregereinrichtungen

Die Erregereinrichtung muss die Gleichstromleistung  $P_f$  (9.1-1) für die Erregung des Polrads zur Verfügung stellen. Je nach Größe der Synchronmaschine sind das ungefähr 0.5% (große Maschinen im MW-Bereich) bis 3% (kleine Maschinen im kW-Bereich) der Maschinennennleistung  $P_N$ .

$$P_f = U_f \cdot I_f \quad (9.1-1)$$

(i) Bei Betrieb **am "starren" Netz** ist die Klemmenspannung  $U_s$  der Synchronmaschine durch das Netz fest vorgegeben. Über den Erregerstrom  $I_f$  werden die Polradspannung und damit auch die Blindleistung der Maschine eingestellt.

(ii) Im **Inselbetrieb** wird über den Erregerstrom  $I_f$  die Klemmenspannung  $U_s$  konstant geregelt. Diese ändert sich mit variabler Last, also variablem Ständerstrom, vor allem auf Grund des Spannungsfalls an der Synchronreaktanz (Kap. 8.7), wobei die Spannungsänderung bei Blindstrombelastung am größten ist.

Zum **Nennerergerstrom**  $I_{fN}$ , der für den Betrieb bei Nennbedingungen (z. B.  $U_N$ ,  $I_N$ ,  $\cos \varphi_N = 0.8$ , ü.e. = übererregt) erforderlich ist, gehört die **Nennererregerspannung**

$$U_{fN} = R_f \cdot I_{fN} \quad (9.1-2)$$

Im Folgenden wird die Erregerwicklung ohne magnetische Kopplung mit Ständer- und Dämpferwicklung als Serienschaltung von  $R_f$  und der Wicklungsinduktivität  $L_f$  betrachtet, wobei sie zunächst aus einer idealen Spannungsquelle  $U_f$  gespeist wird (Bild 9.1-2a). Bei Schließen des Schalters in Stellung 1 bei  $t = 0$  wird sprunghaft die Gleichspannung  $U_f$  auf die Wicklung geschaltet. Die Lösung (9.1-4) dieser gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten (9.1-3) ergibt mit der Anfangsbedingung  $i_f(0) = 0$  für  $t \geq 0$  einen mit der Zeitkonstante  $T_f = L_f/R_f$  exponentiell zunehmenden Erregerstrom  $i_f(t)$ , der nach etwa drei bis fünf Zeitkonstanten seinen stationären Endwert  $I_f = U_f/R_f$  erreicht hat.

$$t \geq 0: \quad u_f(t) = U_f = L_f \cdot \frac{di_f(t)}{dt} + i_f(t) \cdot R_f \quad i_f(0) = 0 \quad (9.1-3)$$

$$i_f(t) = \frac{U_f}{R_f} \cdot \left(1 - e^{-t/T_f}\right) \quad t \geq 0 \quad (9.1-4)$$

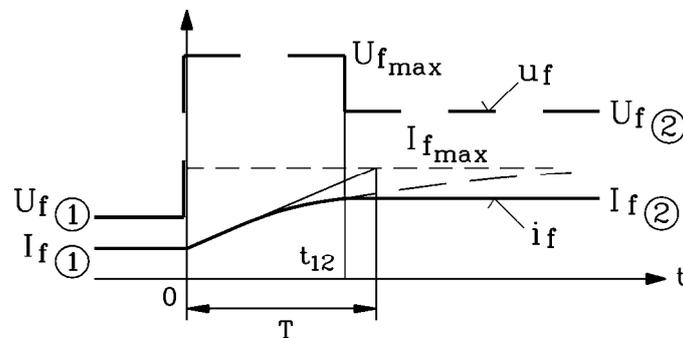
Wird zum Abbau des Erregerstroms  $i_f(t = 0) = I_f(0)$  die Erregerspannung bei  $t = 0$  auf Null gesetzt,  $U_f = 0$ , so liefert (9.1-5) einen mit der Zeitkonstante  $T_f = L_f/R_f$  exponentiell abnehmenden Erregerstrom  $i_f(t)$  (9.1-6), der nach etwa drei bis fünf Zeitkonstanten seinen stationären Endwert  $I_f = 0$  erreicht hat.

$$t \geq 0: \quad u_f(t) = 0 = L_f \cdot \frac{di_f(t)}{dt} + i_f(t) \cdot R_f \quad i_f(0) = I_f(0) \quad (9.1-5)$$

$$i_f(t) = I_f(0) \cdot e^{-t/T_f} \quad t \geq 0 \quad (9.1-6)$$

Die Erregerwicklung hat viele Windungen pro Pol  $N_{f,Pol}$  mit relativ kleinem Drahtquerschnitt, um mit einem möglichst geringen Erregerstrom  $I_f$  eine ausreichend hohe elektrische Durchflutung pro Pol  $N_{f,Pol}I_f$  zur Erregung des Läuferfelds zu erreichen. Daher ist  $L_f \sim N_f^2 = (2p \cdot N_{f,Pol})^2$  relativ groß. Dies ist einerseits gut, da trotz des kuppigen Zeitverlaufs der realen Erregerspannung (z. B. aus einem B6C-Gleichrichter) der Erregerstrom durch die große Induktivität  $L_f$  so gut geglättet wird, dass nahezu ein Gleichstrom  $i_f(t) = I_f$  in der Feldwicklung fließt. Andererseits ist die Zeitkonstante  $T_f = L_f/R_f$  dadurch relativ lang (bei großen Kraftwerks-Synchronmaschinen im Sekundenbereich), so dass der Erregerstromaufbau und -abbau relativ lange dauert. Für den beschleunigten Stromaufbau hat sich die Stoßerregung durchgesetzt, für den beschleunigten Abbau ein Schnellentregungswiderstand.

a) *Stoßerregung:*



**Bild 9.1-1: Stoßerregung:** Für möglichst raschen Feldaufbau wird mit der Deckenspannung  $U_{fmax}$  der Erregerstrom vom Ausgangswert  $I_{f1}$  zum neuen Sollwert  $I_{f2}$  geführt, der nach der Zeit  $t_{12}$  erreicht wird. Bei Generatorleerlauf = offene Ständerwicklungsklemmen) ist bei Vernachlässigung des dämpfenden Einflusses der Dämpferwicklung die Zeitkonstante  $T$  die Feld-Leerlaufzeitkonstante  $T_f = L_f/R_f$ , ansonsten ist sie kürzer (siehe Vorlesung „Energy Converters - CAD and System Dynamics“)

Die Erregerleinrichtung als Spannungsquelle für  $U_f$  muss über eine ausreichend hohe Spannungsreserve  $U_{fmax} > U_{fN}$  verfügen, um möglichst rasch eine Änderung des Erregerstroms bei geänderten Lastbedingungen einstellen zu können. Der Maximalwert der Spannungsquelle  $U_{fmax}$  heißt "**Deckenspannung**" mit der genormten Bezeichnung  $U_{Ep}$ . Soll z. B. ausgehend vom Betrieb mit Erregerstrom  $I_{f1}$  möglichst rasch der größere Erregerstrom  $I_{f2}$  eingestellt werden, so wird gemäß Bild 9.1-1 mit maximaler Erregerspannung  $U_{fmax}$  der Erregerstrom erhöht, bis der neue Sollwert  $I_{f2}$  nach der Zeit  $t_{12}$  erreicht ist ("**Stoßerregung**"). Wenn nun nichts weiter getan würde, so würde der Erregerstrom den viel zu hohen Endwert  $I_{fmax} = U_{fmax}/R_f$  nach  $(3...5) \cdot T_f$  erreichen, der in der Regel höher als der thermisch dauernd zulässige Erregerstrom ist. Nun wird aber die Erregerspannung auf den Wert  $U_{f2} = R_f \cdot I_{f2}$  zurückgenommen, so dass der Erregerstrom beim neuen Istwert  $I_{f2} = U_{f2}/R_f$  (der gleich dem Sollwert ist) verbleibt. Bild 9.1-1 zeigt, dass die Zeit  $t_{12}$  zum Erreichen des neuen Sollwerts bei ausreichend hoher Deckenspannung kürzer als die Zeitkonstante  $T_f$  sein kann.

b) *Schnellentregung:*

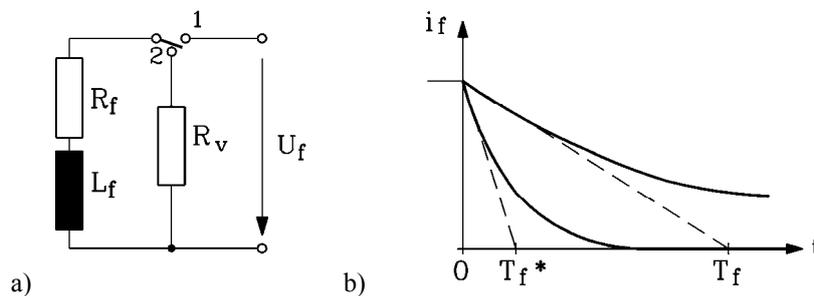
Wird die Synchronmaschine plötzlich z. B. infolge einer Netzstörung vom Netz getrennt (= der statorseitige dreipolige Leistungsschalter öffnet) und dadurch entlastet (= der

Ständerstrom ist Null = "**Lastabwurf**"), so würde bei konstanter Erregung im überregten Betrieb die Klemmenspannung auf den Wert der Leerlaufspannung ansteigen. Diese ist in der Regel bis zu 30% höher als die Nennspannung, wie in Abschnitt 9.2 anhand der Leerlaufkennlinie gezeigt ist. Um dies zu vermeiden, soll der Erregerstrom rascher abgebaut werden, als es der Zeitkonstante  $T_f$  entspricht ("**Schnellentregung**": Schalter in Bild 9.1-2a in Stellung 2). Daher wird die Feldzeitkonstante durch einen zusätzlich eingeschalteten Entregungswiderstand  $R_v$  verkleinert (Bild 9.1-2).

$$T_f^* = L_f / (R_f + R_v) = T_f / (1 + \frac{R_v}{R_f}) \quad (9.1-7)$$

### Beispiel 9.1-1:

Bei  $R_v = 9R_f$  sinkt  $T$  auf  $T_f^* = T_f/10$ , z. B. von 3 s auf 0.3 s.



**Bild 9.1-2:** Entregung des Polrads: a) Schnellentregungswiderstand  $R_v$  (Prinzipschaltung), b) Abbau des Feldstroms  $i_f$  ohne und mit Schnellentregungswiderstand (Zeitkonstanten  $T_f$  und  $T_f^*$ )

### c) Erregereinrichtungen:

#### c1) Stromrichtererregung:

In der Regel wird die Netz-Drehspannung, i. A. an der Sekundärseite eines Transformators  $\hat{U}_{Trafo}$ , mit einer gesteuerten Gleichrichter-Brücke (B6C-Schaltung, siehe Kap. 7.6) in Abhängigkeit des Zündwinkels  $\alpha$  in eine Gleichspannung veränderlicher Höhe gleichgerichtet (Bild 9.1-3), die dem Polrad über zwei Schleifringe zugeführt wird.

$$U_f = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \cdot \hat{U}_{Trafo} \cdot \cos \alpha = U_{f \max} \cdot \cos \alpha \quad (9.1-8)$$

Der gesteuerte Brückengleichrichter liefert bei variablem Zündwinkel  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  die maximale gleichgerichtete Spannung  $U_{f \max}$  (als zeitlichen Mittelwert des kuppigen Spannungszeitverlaufs) beim Zündwinkel  $\alpha = 0$ . Beim Zündwinkel  $\alpha = 90^\circ$  ist die mittlere gleichgerichtete Spannung Null:  $U_f = 0$ . Die maximale negative gleichgerichtete Spannung  $U_f < 0$  tritt beim Zündwinkel  $\alpha = 180^\circ$ , den man aber wegen der Wechselrichter-Trittgrenze mit ca.  $\alpha_{\max} = 160^\circ$  unterschreitet (siehe Vorlesung „Leistungselektronik“). Solche **Stromrichtererregungen** verändern wegen der schnellen Thyristoren die Erregerspannung sehr rasch. In Kapitel 7.6 wurde gezeigt, dass der zeitliche Spannungsverlauf  $u_f(t)$  der B6C-Brücke sechs Kuppen bzw. "Zacken" je Netzperiode enthält. Das entspricht Spannungs-Oberschwingungen mit 6-facher, 12-facher, ... Ordnung, also 300 Hz, 600 Hz, ... am 50 Hz-Netz. Die große Induktivität der Feldwicklung  $L_f$  glättet aber wie erwähnt den Strom  $i_f(t)$ , so dass nahezu Gleichstrom fließt. **Schutzmaßnahmen** bei Betriebsstörungen müssen allerdings vorgesehen werden. Tritt z. B. in der Ständerwicklung ein Kurzschluss auf, ändert sich die Ständerstromamplitude schlagartig und damit die Amplitude des Luftspaltfelds. Zeitliche Änderungen der Amplitude des Drehfelds induzieren in der Polradwicklung, die als

Sekundärwicklung eines Transformators wirkt, Überspannungen, gegen die der Stromrichter mit einer zusätzlichen Beschaltung (z. B. Varistoren, siehe Vorlesung „Hochspannungstechnik I“) geschützt werden muss. Bei Kraftwerksgeneratoren kann im Falle eines Netztotalausfalls z. B. über eine Notstrom-Batterie die Erregerspannung zur Verfügung gestellt werden, um den Generator zu erregen. Nach dessen Erregung kann von der sich dann einstellenden dreiphasigen Statorwicklungsleistung über Gleichrichtung die Erregerspannung abgezweigt werden („Schwarzstart“). Anstelle einer Batterie kann die Erregerspannung zunächst durch Gleichrichtung eines mitrotierenden permanentmagneterregten kleinen Synchrongenerators sichergestellt werden.

### c2) Gleichstromgeneratoren:

Auf Grund ihres hervorragenden dynamischen Verhaltens hat die Stromrichtererregung die Erregung mit **Gleichstromgeneratoren** (Kap. 10) völlig verdrängt. Die früher häufig eingesetzte Anordnung bestand aus einer Gleichstrom-Haupt- und einer diese erregenden Gleichstrom-Hilfserregermaschine, die beide mit der Synchronmaschine gekuppelt waren (Bild 9.1-4). Der Ankerstrom der Hilfserreger-Maschine dient als Erregerstrom in der Statorwicklung der Haupterreger-Maschine, deren Ankerstrom wiederum der Erregerstrom des Polrads der Synchronmaschine ist. Durch diese **Kaskadierung** ergab sich ein hoher Verstärkungsgrad zwischen dem Erregerstrom des Hilfserregers  $I_{f,hilf}$  und dem Erregerstrom im Polrad  $I_f$ . Die Hilfserreger-Maschine ist (siehe Kapitel 10: Gleichstrommaschine) im Nebenschluss geschaltet, so dass sie sich gemäß dem **elektrodynamischen Prinzip** auf Grund ihrer Eisenremanenz in den Statorpolen selbst erregt. Damit ist ein Hochfahren des Maschinensatzes nach einem Totalausfall des Netzes ohne jede Hilfsspannung möglich („Schwarzstart“). Ein wesentlicher Nachteil der Erregung mit Gleichstrommaschinen (neben dem Aufwand der Wartung vor allem der Bürstensätze) ist die **geringe Dynamik**: Zur Feldzeitkonstante der Polradwicklung kommen noch die Erregerzeit-Konstanten der Feldwicklungen der beiden Gleichstrommaschinen additiv hinzu.

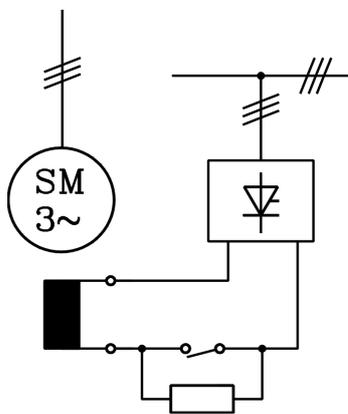


Bild 9.1-3: Stromrichter-Erregung mit Schnellentregungswiderstand: Ein gesteuerter Gleichrichter versorgt das Polrad über zwei Schleifringe mit veränderbarer Gleichspannung.

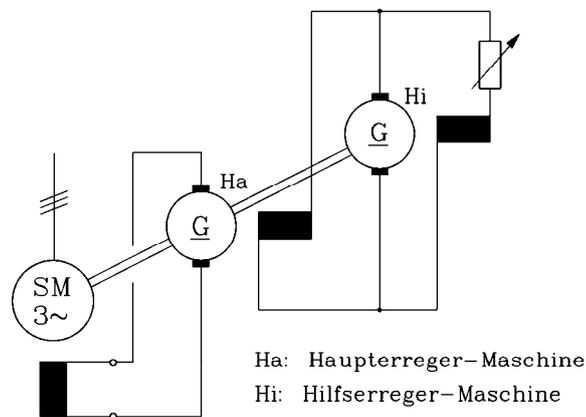


Bild 9.1-4: Früher häufig eingesetzt: Gleichstrom-Haupt- und Hilfserregermaschine Ha und Hi zur Erregung von Synchronmaschinen.

### Beispiel 9.1-2:

Sechspoliger Schenkelpol-Synchronmotor (Läufer Bild 9.1-5):

15 kW, 380 V Y, 33.4 A, 50 Hz, 1000/min,  $\cos\varphi_s = 0.8$ ,  $I_f = 8$  A,  $U_f = 110$  V: Elektrisch zugeführte Leistung  $P_{e,in}$ , mechanisch abgegebene Leistung  $P_{m,out}$ , Erregerleistung  $P_f$  und Wirkungsgrad  $\eta_{mot}$ :

$$P_{e,in} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 33.4 \cdot 0.8 = 17587 \text{ W}, \quad P_{m,out} = 15000 \text{ W}, \quad P_f = 8 \cdot 110 = 880 \text{ W}$$

$$\eta_{\text{mot}} = \frac{P_{\text{m,out}}}{P_{\text{e,in}} + P_{\text{f}}} = \frac{15000}{17587 + 880} = 81.22\%$$



Bild 9.1-5: Sechspoliger Läufer eines Schenkelpol-Synchronmotors: links: Runddrahtspulen um die Pole (5) als Polradwicklung mit einer Kurzschlusswindung pro Pol (4) als Dämpferwicklung, rechts: Plus- und Minus-Schleifring (3) und schleifringseitiges Wälzlager (Quelle: Fa. Dornhoff)

*c3) Bürstenlose Erregung:*

Stromrichtererregung und Gleichstrommaschinen haben den Nachteil, Kohlebürsten-Gleitkontakte zu verwenden, sei es auf den beiden Schleifringen oder auf den Kommutatoren der Gleichstrommaschinen. Wird eine zweite, kleine Synchronmaschine als Erregermaschine mit der großen Synchronmaschine (Hauptmaschine) gekuppelt, wobei die Erregermaschine als **Außenpolgenerator** ausgeführt ist, können die Bürstenkontakte und Schleifringe entfallen ("**bürstenlose Erregung**"). Der Ständer des Außenpolgenerators besteht aus bewickelten N- und S-Polen ("ruhendes Polrad"), die ein ruhendes Magnetfeld erzeugen. Die Drehstromwicklung liegt wie bei der Schleifringläufermaschine im genuteten Läuferblechpaket, wobei die Wicklungsenden an eine mitrotierende B6-Diodenbrücke angeschlossen sind.

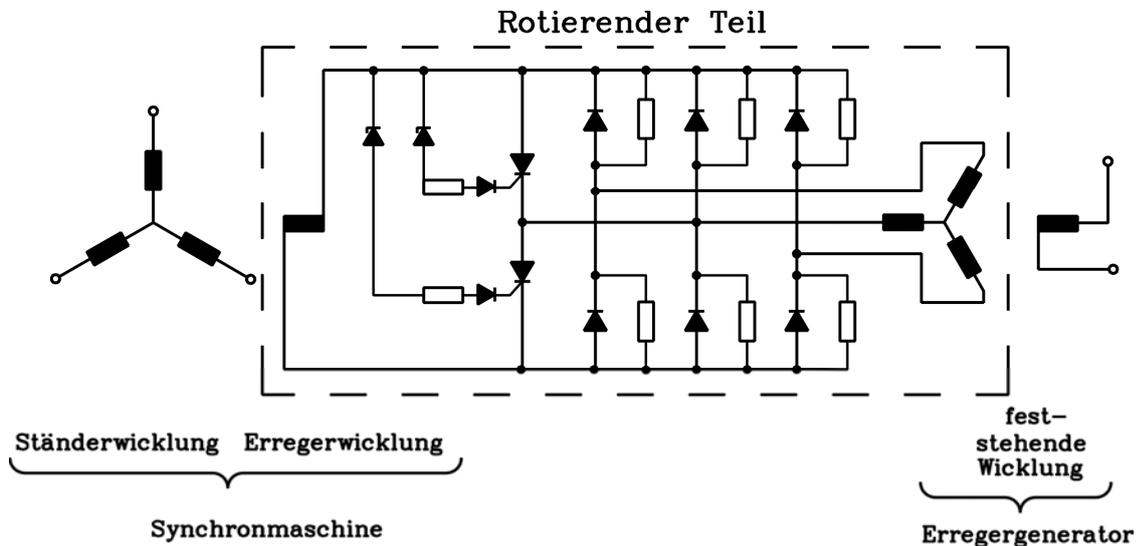


Bild 9.1-6: **Bürstenlose Erregung** der Erregerwicklung der Synchronmaschine mit einer Außenpol-Synchron-Erregermaschine (Erregergenerator) und einer rotierenden B6-Diodenbrücke. Vom Ständer der Hauptmaschine in das Polrad induzierte Überspannungen bei raschen Statorstromänderungen im Fehlerfall zünden – je nach Polarität – über die beiden Z-Dioden, sobald sie deren Durchbruchspannung überschreiten, die beiden Thyristoren T1 und T2, welche die B6-Brücke kurz schließen, wodurch deren Dioden vor Überspannungen (vor allem in Sperrrichtung = Diodendurchbruch) geschützt sind.

Das in die rotierende Läuferwicklung induzierte Drehspannungssystem wird damit gleichgerichtet. Der gleichgerichtete Läuferstrom fließt durch Zuleitungen, die in der hohlen

Welle der Hauptmaschine verlegt sind, zur Polradwicklung (Bild 9.1-6). Über den Feldstrom der Erregermaschine werden die Höhe der induzierten Läufer-Spannung und damit der Erregerstrom im Polrad der Hauptmaschine verändert. Allerdings summieren sich wieder die Zeitkonstanten von Polradwicklung und Erregermaschine, was eine verringerte Dynamik ergibt. Darüber hinaus ist keine Schnellentregung möglich, weil in den rotierenden Spannungskreis kein Entregungswiderstand eingeschaltet werden kann. Aus Platzgründen kann hier auf die **unterschiedlichen Regelungskonzepte der Feldstromregelung** für Synchrongeneratoren nicht näher eingegangen werden (siehe Vorlesung "Großgeneratoren und Hochleistungsantriebe").

### Beispiel 9.1-3:

Bürstenlose Erregung für einen vierpoligen Vollpol-Synchron-Notstromgenerator (Läufer Bild 9.1-7a) mit sechspoliger Synchron-Außenpol-Erregermaschine (Bild 9.1-7a, b):

14 kVA, 230 V Y, 25 A, 50 Hz, 1500/min,  $\cos \varphi_s = 0.8$ ,  $I_f = 1.1$  A,  $U_f = 34$  V.

Erregerstrom der Synchron-Außenpol-Erregermaschine:  $I_E = 0.18$  A .

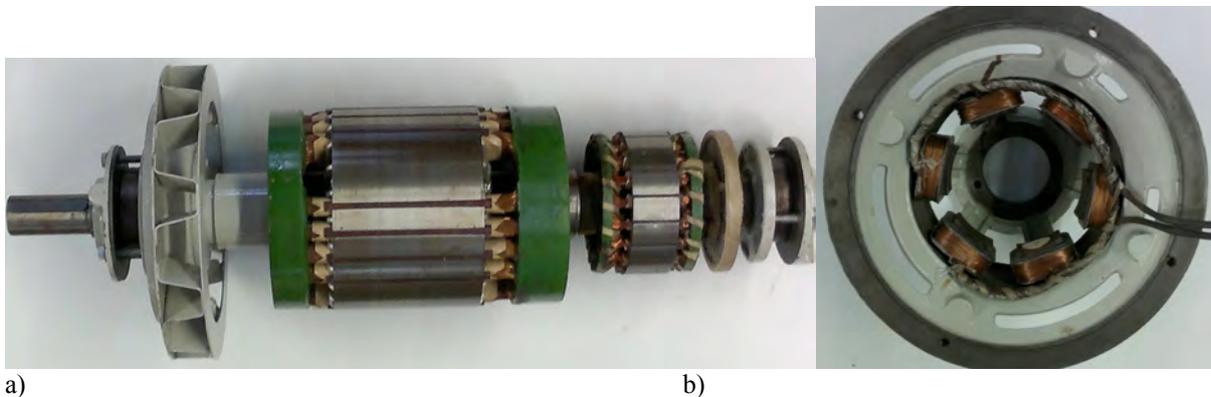


Bild 9.1-7: Bürstenlos erregter vierpoliger Vollpol-Synchrongenerator: a) Läufer: von links nach rechts: antriebsseitiges (AS) Wälzlager (A-Seite), Radiallüfter, Polrad mit  $q_r = 2$  konzentrischen Runddrahtspulen pro Pol, Glasfaserbandagen für die Wickelköpfe und Aluminium-Rundstab-Dämpferkäfig in den Rotorzähnen, dreisträngiger sechspoliger Innenstator der Erregermaschine ( $m_s = 3$ ,  $q_s = 1$ ,  $Q_s = 18$ ), Diodengleichrichter-Rad, Wälzlager (B-Seite), b) sechspoliger gleichstromerregter Stator der Erregermaschine (Erregerstrom  $I_E$ ) (Quelle: Siemens AG)

## 9.2 Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie

### a) Leerlaufkennlinie:

Wird die Synchronmaschine bei konstanter Drehzahl angetrieben und bei offenen Ständerklemmen das Polrad erregt, so ist die auf Grund des rotierenden Polradfelds in die Ständerwicklung induzierte Polradspannung  $U_p$  direkt als "**Leerlaufspannung  $U_{s0}$** " je Strang an den Ständerklemmen messbar. Wird bei konstanter Maschinendrehzahl der Erregerstrom  $I_f$  von 0 ausgehend auf seinen Maximalwert erhöht, so steigt zunächst das Polradfeld (von einem allfälligen Remanenzwert des Läufer-Eisens) linear mit dem Strom  $I_f$  an, und damit ebenso die Leerlaufspannung. Es wird nur der Luftspalt magnetisiert (Feldstärke  $H_\delta$ ), denn das Ständer- und Läufer-Eisen sind bei niedrigen Flussdichten näherungsweise unendlich permeabel; die Permeabilität  $\mu_{Fe}$  ist quasi "unendlich" groß (real etwa  $3000\mu_0$  bis  $5000\mu_0$ ). Daher ist die magnetische Feldstärke  $H_{Fe}$  im Eisen annähernd Null. Der Durchflutungssatz (9.2-1), angewandt auf eine geschlossene  $B$ -Feldlinie des Rotorfelds als geschlossene Kurve  $C$  mit der Länge  $2\delta$  für den Luftspaltbereich und  $2A_{Fe}$  für die Wegabschnitte im Eisen ergibt für ideal permeables Eisen (9.2-2).

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2 \cdot N_{fPol} \cdot I_f \Rightarrow 2 \cdot (H_\delta \cdot \delta + H_{Fe} \cdot \Delta_{Fe}) = 2 \cdot (V_\delta + V_{Fe}) = 2 \cdot N_{fPol} \cdot I_f \quad (9.2-1)$$

$$\mu_{Fe} \rightarrow \infty: B_\delta = \mu_0 N_{fPol} \cdot I_f / \delta \quad (9.2-2)$$

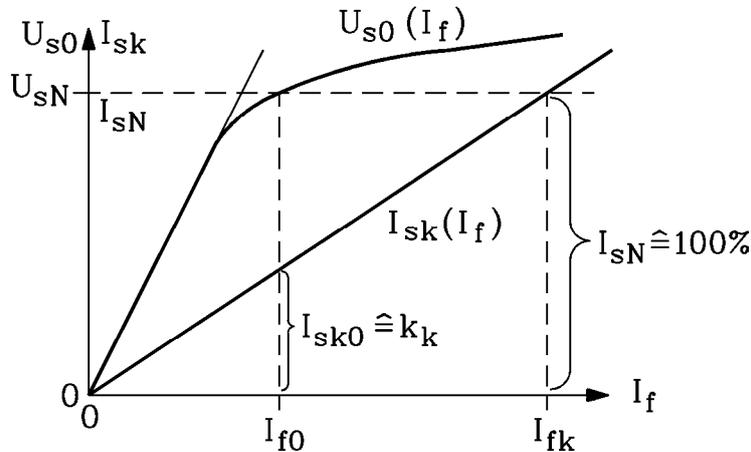


Bild 9.2-1: Leerlaufkennlinie  $U_{s0}(I_f)$  und Kurzschlusskennlinie  $I_{sk}(I_f)$  der elektrisch erregten Synchronmaschine bei  $n = \text{konst.}$  bei Berücksichtigung der Eisensättigung. Die Bestimmung des **Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnisses**  $k_k$  ist eingezeichnet.

In den Zähnen des Stators - und bei Nutzung des Rotors auch in den Rotorzähnen – müssen sich die Feldlinien der Luftspaltflussdichte auf etwa den doppelten Dichtewert zusammendrängen, so dass z. B. bei 0.8 T Luftspaltflussdichte in den Zähnen eine Flussdichte von 1.6 T herrscht. Ab 1.5 T beginnt das Eisen zu sättigen,  $\mu_{Fe}$  sinkt stark ab,  $H_{Fe}$  ist nicht mehr vernachlässigbar und bewirkt längs der Länge der Eisenabschnitte  $\Delta_{Fe}$  (z.B. der Zahnängen) einen zusätzlichen Durchflutungsbedarf  $H_{Fe}\Delta_{Fe}$ .

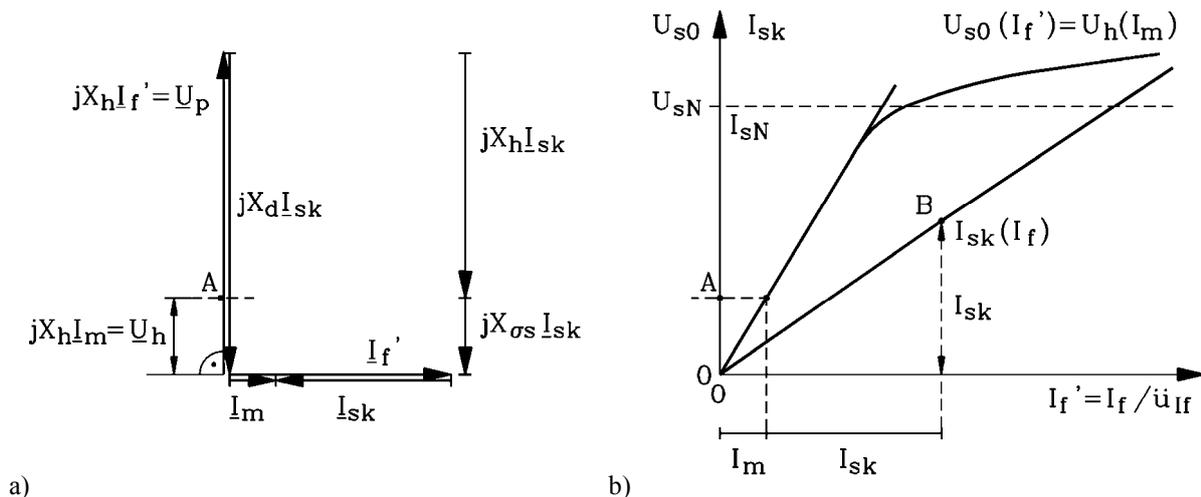
$$\mu_{Fe} < \infty: B_\delta = \frac{\mu_0 N_{fPol} \cdot I_f}{\delta \cdot (1 + V_{Fe} / V_\delta)} \quad (9.2-3)$$

Damit steigt gemäß (9.2-3) das Luftspaltfeld  $H_\delta$  **unterproportional** mit dem Erregerstrom an, und ebenso die Leerlaufspannung  $U_{s0}(I_f)$ , da  $V_{Fe}/V_\delta$  überproportional mit  $I_f$  zunimmt (Bild 9.2-1). Bei einer Nenn-Luftspaltflussdichte von typisch 1 T (Zahninduktion ca. 2 T) ist der Anteil des Eisens am Gesamt-Durchflutungsbedarf  $V_{Fe}/(V_\delta + V_{Fe})$  etwa 30% bis 50% je nach Auslegung des magnetischen Kreises. Diese Auslegung erfolgt also so, dass  $U_{s0} = U_N$  bei einem Leerlauferregerstrom  $I_{f0}$  auftritt, so dass  $U_{s0} = U_N$  in der Krümmung der Leerlaufkurve  $U_{s0}(I_f)$  liegt. Bei kleinerer Bemessungsspannung  $U_N$  läge diese im linearen Bereich, und man nützt das Eisen nicht vollständig magnetisch aus; die Maschine wird zu schwer. Bei höherer Bemessungsspannung  $U_N$  läge diese im hochgesättigten Bereich, und der Erregerstrom wäre zu groß!

*b) Kurzschlusskennlinie:*

Wird bei **konstanter Drehzahl** und veränderlichem Erregerstrom  $I_f$  die Ständerwicklung kurz geschlossen, so fließt in der Ständerwicklung je Strang der **Dauerkurzschlussstrom**  $I_{sk}$  (vgl. Kap 8). Gemäß dem Zeigerdiagramm Bild 9.2-2a sind  $\underline{I}_f$  und  $\underline{I}_{sk}$  exakt gegenphasig, wenn  $R_s = 0$  angenommen wird. Die von  $\underline{I}_f$  und  $\underline{I}_{sk}$  erregten Felder (Ständer- und Läuferfeld) löschen sich gegenseitig fast aus. Es verbleibt im Luftspalt nur ein geringes Restfeld, das dem Magnetisierungsstrom  $I_m$  ( $I_m = \underline{I}_f + \underline{I}_{sk}$ ) entspricht und die kleine Hauptfeldspannung  $U_h$  in der Ständerwicklung induziert. Diese Spannung deckt den Spannungsfall von  $I_{sk}$  am

*OHM*'schen Wicklungswiderstand und an der Ständer-Streureaktanz  $X_{\sigma s} I_{sk}$ . Dieses kleine Luftspaltfeld von ca. 0.1 ... 0.2 T sättigt das Eisen natürlich überhaupt nicht, wie der zugehörige magnetische Arbeitspunkt A in Bild 9.2-2b, eingetragen auf der zugehörigen Leerlaufkennlinie, die die Sättigungsverhältnisse infolge des resultierenden Magnetfelds richtig wiedergibt, zeigt. Das überrascht zunächst, denn der Erregerstrom und der Kurzschluss-Ständerstrom nehmen beträchtliche Werte an. Die Kennlinie  $U_h(I_m)$  unter Last ( $I_s > 0$ ) ist identisch mit der Leerlaufkennlinie  $U_{s0}(I_f)$ , da bei  $I_s = 0$  der Magnetisierungsstrom  $I_m = I_f'$  ist. Zum magnetischen Arbeitspunkt A gehört wegen  $I_f' = I_m - I_{sk}$  und somit  $I_f' = I_m + I_{sk}$  (Bild 9.2-2a) der Punkt B der Kurzschlusskennlinie. Sie ist somit solange linear, wie A im linearen Bereich der Kennlinie  $U_h(I_m)$  liegt. Die Eisensättigung würde erst bei mehrfachem Ständernennstrom auftreten, wenn  $X_{\sigma s} I_{sk}$  die Größenordnung der Nennspannung erreicht. Bild 9.2-2b zeigt, dass erst beim ca. vierfachen Magnetisierungsstrom der Arbeitspunkt A in die Krümmung der Leerlaufkennlinie wandert, und Eisensättigung auch im Kurzschlussbetrieb beginnt aufzutreten. Dies entspricht einer Luftspaltflussdichte 0.4 ... 0.8 T, also einer Zahnflussdichte 0.8 ... 1.6 T, so dass bei den höheren Werten bereits Eisensättigung auftritt. Mit steigendem Erregerstrom  $I_f$  steigt der induzierte **Ständerkurzschlussstrom folglich linear** an; die **Kurzschlusskennlinie**  $I_{sk}(I_f)$  ist linear (Bild 9.2-1, 9.2-2b) und beginnt erst bei ca. vierfachem Nennstrom, also weit außerhalb des interessierenden und technisch möglichen Strombereichs zu sättigen.



**Bild 9.2-2:** Graphische Ermittlung der Kurzschlusskennlinie  $I_{sk}(I_f)$  (exemplarischer Punkt B) aus a) dem Zeigerdiagramm für den Dauerkurzschluss und b) der Hauptfeld-Sättigungskennlinie  $U_h(I_m)$  über den magnetischen Arbeitspunkt A zufolge des Luftspaltrestfelds

*c) Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis:*

Wird der Einfluss des Ständerwiderstands vernachlässigt ( $R_s = 0$ ), so ergibt sich folgender einfacher Zusammenhang zur **experimentellen Bestimmung der Synchronreaktanz  $X_d$** . Der Betrag des Dauerkurzschlussstroms ist gemäß Bild 9.2-2a

$$I_{sk} = U_p / X_d \quad (9.2-4)$$

Bei dem "**Leerlauf-Erregerstrom**"  $I_{f0}$  erreicht die Leerlaufspannung den Wert der Nenn-Strangspannung ( $U_{s0} = U_{sN}$ , Bild 9.2-1). Bei diesem Erregerstrom fließt im Kurzschlussfall der Kurzschlussstrom  $I_{sk0}$  in der Ständerwicklung.

$$I_{sk0} = \frac{U_p(I_{f0})}{X_d} = \frac{U_{sN}}{X_d} \quad (9.2-5)$$

Daraus folgt der **Messwert für die Synchronreaktanz**

$$X_d = \frac{U_{sN}}{I_{sk0}} \quad (9.2-6)$$

Oft wird die Synchronreaktanz als auf die Nennimpedanz  $Z_N = U_{sN}/I_{sN}$  bezogener Wert  $x_d$  (9.2-7) angegeben.

$$x_d = \frac{X_d}{Z_N} = \frac{U_{sN}}{I_{sk0}} \cdot \frac{I_{sN}}{U_{sN}} = \frac{I_{sN}}{I_{sk0}} = \frac{I_{fk}}{I_{f0}} \quad (9.2-7)$$

Es ist in (9.2-7) die aus Bild 9.2-1 erkennbare geometrische Relation (Strahlensatz!)

$$\frac{I_{sN}}{I_{sk0}} = \frac{I_{fk}}{I_{f0}} \quad (9.2-8)$$

verwendet worden. Dabei ist der "**Kurzschluss-Erregerstrom**"  $I_{fk}$  jener Erregerstrom, bei dem der in der kurzgeschlossenen Ständerwicklung fließende Dauerkurzschlussstrom den Wert des Nennstroms erreicht.

**Fazit:**

Die bezogene synchrone Reaktanz  $x_d$  ist das Verhältnis des Kurzschluss-Erregerstroms zum Leerlauf-Erregerstrom. Deren Kehrwert wird "**Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis**"  $k_K = 1/x_d$  bezeichnet (Bild 9.2-1).

$$k_K = \frac{I_{f0}}{I_{fk}} = \frac{I_f(U_s = U_{sN}, I_s = 0)}{I_f(U_s = 0, I_s = I_{sN})} = \frac{1}{x_d} \quad (9.2-9)$$

Da  $I_{f0}$  im gesättigten Fall höher ist als im ungesättigten, ist das **gesättigte Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis** größer als das ungesättigte, und umgekehrt ist die gesättigte Synchronreaktanz kleiner als deren ungesättigter Wert.

$$x_{d, \text{gesättigt}} < x_{d, \text{ungesättigt}} \quad (9.2-10)$$

Meist wird als verbindlicher Wert die gesättigte Synchronreaktanz beim Leerlauferregerstrom verwendet:  $x_{dN} = x_d(I_{f0})$ .

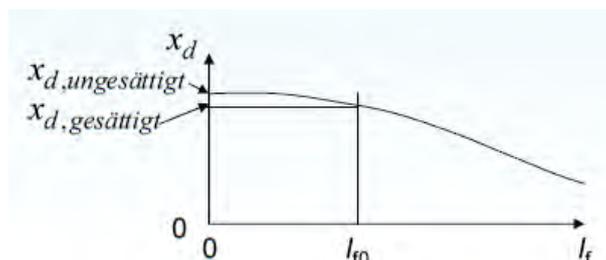


Bild 9.2-3: Qualitative Abnahme der bezogenen Synchronreaktanz  $x_d$  mit steigendem Erregerstrom  $I_f$  auf Grund der zunehmenden Eisensättigung

Beispiel 9.2-1:

Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie gemäß Bild 9.2-1 eines zweipoligen Turbogenerators:  $k_k = 0.43$ ,  $x_d = 1/0.43 = 2.32$  p.u.

*d) Größenordnung der bezogenen Synchronreaktanz:*

Die Größe der **synchronen Reaktanz**  $X_d = X_h + X_{s\sigma}$  wird wegen  $X_{s\sigma}/X_h < 1$  (Kap. 8) hauptsächlich durch die Größe der Hauptinduktivität  $X_h$  des Luftspaltfelds bestimmt (Kap. 4), (9.2-10). Sie ist somit in etwa proportional  $N_s^2 \tau_p / \delta$ .

$$\text{Ungesättigt: } X_h = \omega_s L_{h,\text{ungesättigt}} = \omega_s \cdot \mu_0 N_s^2 k_{ws}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l_{Fe} \tau_p}{p \cdot \delta} \quad (9.2-11)$$

$$\text{Gesättigt (vgl. (9.2-3), (9.2-10)): } L_{h,\text{gesättigt}} = \frac{L_{h,\text{ungesättigt}}}{1 + V_{Fe} / V_\delta} < L_{h,\text{ungesättigt}} \quad (9.2-12)$$

*d1) Turbogeneratoren:*

Die leistungsstarken, zumeist nur zwei- und vierpoligen Turbogeneratoren erzeugen ihr hohes Drehmoment wegen des durch die Sättigung begrenzten Luftspaltfelds im Wesentlichen über einen erhöhten Ständerstrombelag und damit eines hohen Nennstroms  $I_N$ , was eine spezielle Kühlung der Leiter erfordert (Kap. 8). Die Nennimpedanz  $Z_N = U_N / I_N$  ist daher klein. Weiter ist bei zweipoligen Turbogeneratoren wegen der niedrigen Polzahl  $2p = 2$  die Polteilung  $\tau_p$  groß (halber Luftspaltumfang!). Folglich haben Turbogeneratoren eine große bezogene Synchronreaktanz  $X_d / Z_N$  bzw. ein kleines Leerlauf-Kurzschlussverhältnis (typisch  $k_k$  nur 0.5). Die hohe Synchronreaktanz verringert gemäß Kapitel 8 das synchrone Kippmoment ( $M_{p0} \sim U_s U_p / X_d$ ), so dass **Turbogeneratoren** eine relativ geringe statische Stabilitätsreserve aufweisen. Sie werden mit geregelter Erregerstrom betrieben, um stabil zu laufen. Zusätzlich wird versucht, durch Vergrößerung des Luftspalts ( $\delta$  beträgt mehrere cm!, siehe Bsp. 9.2-2) die Synchronreaktanz auf Werte  $x_d < 2.2$  zu verkleinern. Das erhöht aber gemäß (9.2-2) den Erregerstrombedarf, so dass auch die Läuferwicklung intensiv gekühlt werden muss. Höherpolige Vollpolsynchronmaschinen mit geblechtem Läufer („**Trommelläufer**“, Bild 9.2-4) mit Polzahlen bis typisch  $2p = 10$  haben eine entsprechend kleinere Polteilung und daher kleinere bezogene Synchronreaktanzen von ca. 0.8 ... 1.2.

*d2) Schenkelpolsynchronmaschinen:*

Schenkelsynchronmaschinen werden häufig höherpolig ausgeführt ( $2p \geq 4$ ), z. B. als **Wasserkraftgeneratoren**. Diese drehen wegen der Wasserturbinen relativ langsam, sind daher hochpolig und haben eine kleine Polteilung. Daher sind die Synchronreaktanzen kleiner. Ihr **Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis** liegt typisch zwischen 0.8 und 1.2; die statische Stabilität ist ausreichend groß.

*d3) Permanentmagnet-Synchronmaschinen:*

**Permanentmagnet-Synchronmaschinen** haben oft auf den Rotor geklebte Magnete ("Oberflächen-Magnetanordnung", Kap. 8). Da bei den verwendeten Selten-Erd-Hochenergiemagneten (NdFeB, SmCo), aber auch bei den kostengünstigen, deutlich schwächeren Ferritmagneten (Ba-Ferrit, Sr-Ferrit) die relative Permeabilität  $\mu_{rel}$  der Permanentmagnetmaterialien nahezu 1 ist (ca. 1.05), wirken die Magnete als magnetischer Widerstand für das Ständerfeld wie eine Luftstrecke und vergrößern somit den magnetisch wirksamen Luftspalt um ihre Magnethöhe  $h_M$ . Hinzu kommt häufig die amagnetische Bandage aus Glas- oder Kohlefaser mit deren Dicke  $d_B$ , so dass der magnetisch wirksame

Luftspalt  $\delta_m = \delta + d_B + h_M \approx (2...3) \cdot \delta$  deutlich größer als der mechanische Luftspalt  $\delta$  ist. Daher ist die Synchronreaktanz  $X_d \sim 1/\delta_m$  klein.

	Polzahl $2p$	Synchronreaktanz $x_d/p.u.$
Turbogeneratoren	2	2.0
Vollpol- und Schenkelpolmaschinen	$\geq 4$	0.8 ... 1.2
PM-Maschinen mit Oberflächenmagneten	meist $\geq 4$	0.3 ... 1.0

Tabelle 9.2-1: Richtwerte für bezogene Synchronreaktanzen

Beispiel 9.2-2:

a) Zweipoliger luftgekühlter Turbogenerator:

$2p = 2$ ,  $S_N = 125$  MVA, 3000/min, 50 Hz, Läuferdurchmesser: 760 mm,  $\delta = 60$  mm!

b) Zwölfpoliger luftgekühlter Schenkelpolsynchrongenerator:

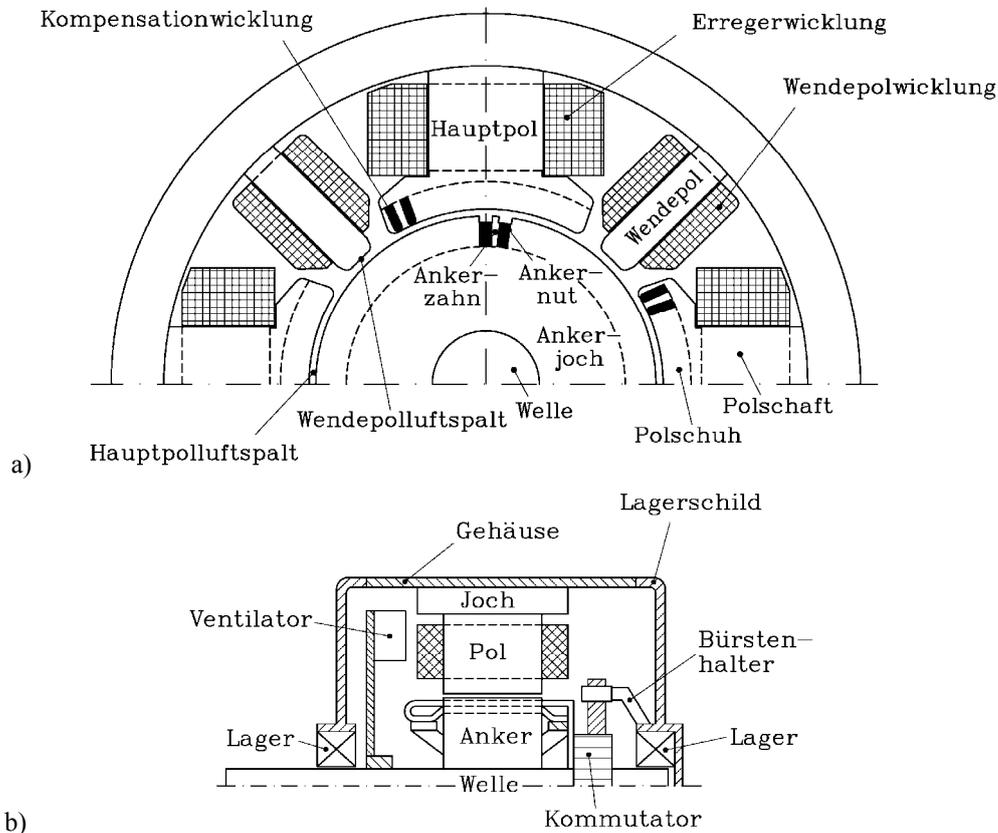
$2p = 12$ ,  $S_N = 70$  MVA, 500/min, 50 Hz,  $\delta = 27$  mm!



Bild 9.2-4: Drehzahlveränderbarer Synchron-Vollpolmotor für Umrichterbetrieb am 5.5m-Grobblech-Walzgerüst des Walzwerks *Dillinger Hüttenwerke AG*, 12-polig, elektrisch erregt, Nennmoment 1.78 MNm im Drehzahlbereich 0 ... 58.5/min, Nennleistung 10.9 MW im Drehzahlbereich 58.5 ... 112.5/min. Betrieb am Umrichter mit  $\cos\varphi = 1$ , ca. 2.5-fach überlastbar kurzzeitig mit dem max. Drehmoment 4.3 MNm und der max. Leistung 26.5 MW (Quelle: *Siemens AG*)

## 10. Gleichstromantriebe

In Bild 10-1 sind Längs- und Querschnitt einer vierpoligen Gleichstrommaschine schematisch dargestellt, auch wenn moderne vierpolige Gleichstrommaschinen im Querschnitt viereckig zur besseren Ausnutzung des umschriebenen Raums ausgeführt werden (Bild 10.1-1).



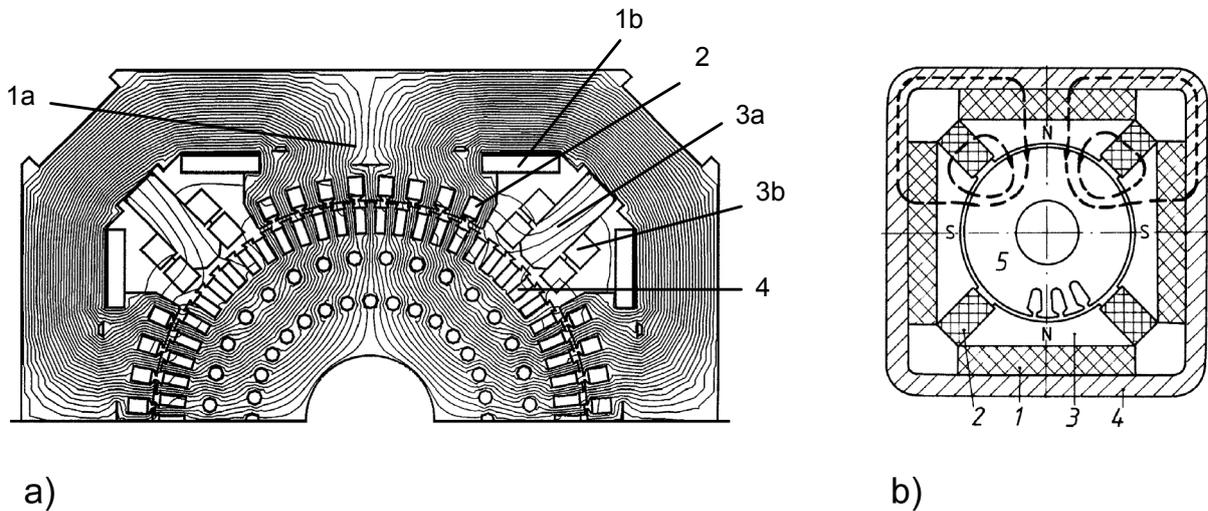
**Bild 10-1:** Prinzipieller Aufbau einer größeren vierpoligen Gleichstrommaschine: a) Obere Querschnittshälfte mit Stator und Rotor (Anker): Im Stator die vom Erregergleichstrom  $I_f$  durchflossene Erregerwicklung auf den Hauptpolen und die vom Ankergleichstrom  $I_a$  durchflossene Wendepolwicklung auf den Wendepolen und in der Kompensationswicklung in den genutzten Hauptpolschuhen. Im Anker die vom Ankergleichstrom  $I_a$  durchflossene Ankerwicklung in den Ankerjochen. Man beachte den gegenüber dem Hauptpolluftspalt vergrößerten Wendepolluftspalt! b) Obere Längsschnittshälfte mit der an den Kommutator angeschlossenen Ankerwicklung, den Graphitbürsten zur Kontaktierung der Ankerspulen über den Kommutator an der B-Seite („Bürstenseite“) und dem Wellenlüfter an der A-Seite („Antriebsseite“) des Läufers (Quelle: H. Kleinrath, Studententext)

### 10.1 Die Funktionsweise der Gleichstrommaschine

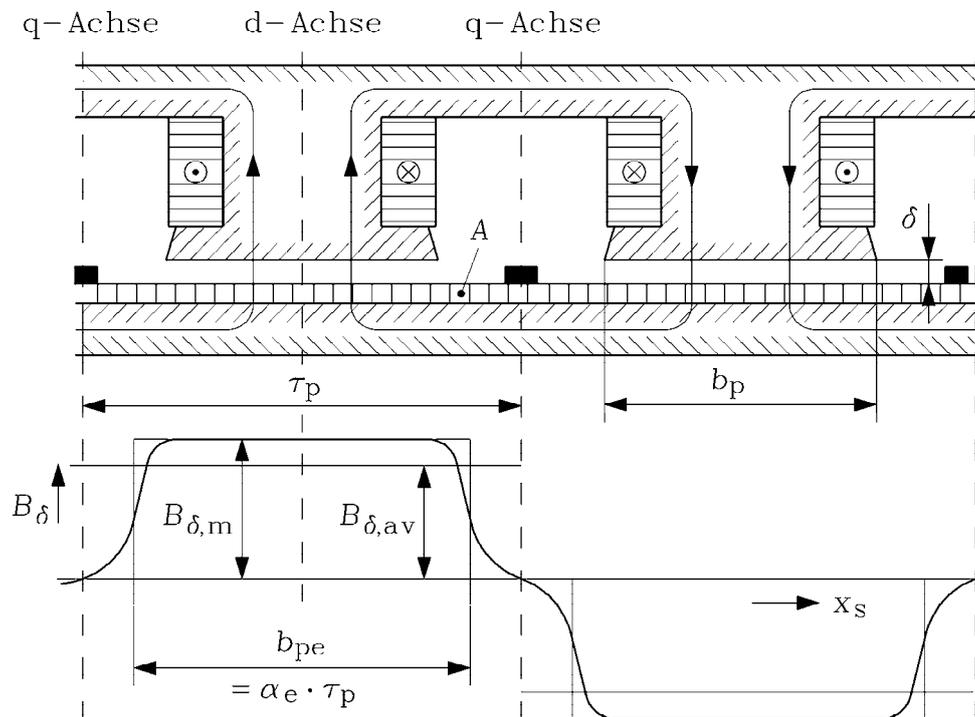
#### a) Das magnetische Hauptfeld:

Bild 10.1-1a zeigt die obere Querschnittshälfte einer modernen hochausgenutzten vierpoligen Gleichstrommaschine. Der ruhende Ständer besteht aus je zwei magnetischen Nord- und Südpolen, deren Hauptpolfeld (Erregerfeld, Hauptfeld) durch elektrische Gleichstrom-Erregung über Polspulen erzeugt wird. In Bild 10.1-1b ist eine vierpolige, mit Ferrit-Permanentmagneten im Stator erregte Gleichstrommaschine dargestellt. In beiden Fällen bewirkt der magnetische Hauptfluss pro Pol ein magnetisches Luftspaltfeld  $B_\delta(x_s)$ . Es ist schematisch in Bild 10.1-2 längs der statorfesten Umfangskoordinate  $x_s$  mit den Ständerpolen dargestellt, die elektrisch über Polspulen (**Erreger- bzw. Feldstrom  $I_f$** ) erregt sind. Der magnetische Rückschluss im Ständer über das „Ständerjoch“, den Luftspalt und den

abgewickelten Rotor sind erkennbar. Dieses **Hauptfeld**, das im Wesentlichen senkrecht zum Luftspalt gerichtet ist, wird im Bereich der Polücken („**neutrale Zone**“) Null und wechselt dort die Polarität, während es unter den Polschuhen wegen des im Bild 10.1-2 konstant angenommenen Luftspalts konstant ist und den Wert  $B_{\delta,m}$  hat.



**Bild 10.1-1:** Vierpolige Gleichstrommaschinen: a) Elektrische Erregung: Mit Finiten Elementen berechnetes  $B$ -Feld bei Nennlast in der oberen Maschinenquerschnittshälfte: Erregerpol 1a, Erregerspule 1b, Kompensationswicklung 2, Wendepol 3a, Wendepolspule 3b, Ankerwicklung 4 (Quelle: *ABB*), b) Ferrit-Permanentmagneterregung mit Flusskonzentration durch keilförmige Polschuhe (3) und quermagnetisierte Magnete in den Polücken zur Erhöhung der Luftspaltflussdichte, ohne Wendepole u. Kompensationswicklung: 1, 2: Ferrit-Magnete, 3: Polschuh, 4: Statorjoch, 5: Läufer (Anker) (Quelle: *Siemens AG*)



**Bild 10.1-2:** Abgewickeltes Polpaar einer elektrisch erregten Gleichstrommaschine mit dem statorseitig erregten Hauptpolfeld (Erregerfeld) mit dem prinzipiellen Verlauf der Feldlinien (oben) und Darstellung des zugehörigen Betrags der Normalkomponente des Hauptpol-Luftspaltfelds ohne Einfluss der Läufernutöffnungen (unten)

Wird eine geschlossene Feldlinie des Hauptfelds in Bild 10.1-2 als Kurve  $C$  für die Anwendung des Durchflutungssatzes zur Berechnung des Luftspaltfelds verwendet ( $N_{f,Pol}$ : Anzahl der Windungen je Polspule,  $2\Delta l_{Fe}$ : Weglänge von  $C$  im Eisen),

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = 2 \cdot N_{f,Pol} I_f \quad , \quad (10.1-1)$$

$$2 \cdot (H_{Fe} \Delta_{Fe} + H_{\delta} \delta) = 2 \cdot (V_{Fe} + V_{\delta}) = 2 \cdot N_{f,Pol} I_f = 2 \cdot V_f \quad ,$$

so folgt für den Maximalwert der radialen Luftspalt-Flussdichtekomponente

$$B_{\delta,m} = \mu_0 H_{\delta} = \mu_0 \cdot \frac{N_{f,Pol} I_f - H_{Fe} \Delta_{Fe}}{\delta} \quad . \quad (10.1-2)$$

In Bild 10.1-2 ist  $\tau_p$  die **Polteilung**. Der Hauptfluss pro Pol

$$\Phi = \int_0^{\tau_p} B_{\delta}(x_s) \cdot l_e \cdot dx_s = \alpha_e \cdot \tau_p l_e \cdot B_{\delta,m} = \tau_p l_e \cdot B_{\delta,av} \quad (10.1-3)$$

ist wegen der Glockenform der Feldkurve um den Faktor  $\alpha_e$  (= ca. 0.7), der **äquivalenten Polbedeckung**, kleiner als der Flussdichte-Maximalwert  $B_{\delta,m}$  mal der Fläche  $\tau_p l_e$ . Der Abschnitt, wo bei konstantem maximalem Luftspaltfeld  $B_{\delta,m}$  der gleiche Luftspaltfluss  $\Phi$  auftritt wie beim realen Feldverlauf längs der gesamten Polteilung, heißt „**äquivalenter Polbogen**“  $b_{pe}$ , der i. A. etwas größer ist als die echte Polbreite  $b_p$ :  $b_{pe} = \alpha_e \tau_p > b_p$ .

$$b_{pe} = \alpha_e \tau_p \Rightarrow \Phi = b_{pe} \cdot l_e \cdot B_{\delta,m} \quad (10.1-4)$$

Die mittlere Luftspalt-Flussdichte und der Fluss ergeben sich somit aus (10.1-5) und (10.1-6).

$$B_{\delta,av} = \frac{1}{\tau_p} \int_0^{\tau_p} B_{\delta}(x_s) \cdot dx_s = \alpha_e \cdot B_{\delta,m} \quad (10.1-5)$$

$$\Phi = b_{pe} l_e B_{\delta,m} = \alpha_e \tau_p l_e B_{\delta,m} = \tau_p l_e B_{\delta,av} \quad (10.1-6)$$

Solange das Eisen ungesättigt bleibt, ist  $H_{Fe} \approx 0$  ( $V_f = V_{\delta}$ ) und  $B_{\delta,m}$  nimmt linear mit dem Feldstrom zu. In Bild 10.1-2 sind die Läuferfalten als stromführende Schicht („**Strombelag**“  $A$ , vgl. Kap. 2) idealisiert dargestellt. Tatsächlich tritt durch die Nutöffnungen ein magnetischer Engpass im Bereich der Zähne zwischen den Nuten auf (Bild 10.1-1a), wo das Magnetfeld etwa doppelt so hoch wie im angrenzenden Luftspaltbereich ist. Ab etwa 1.8 T **Zahnflussdichte** sättigt das Eisen merkbar, so dass mit steigendem Erregerstrom  $I_f$  in der Feldwicklung nicht nur der Luftspalt, sondern auch das Eisen einen merkbaren Magnetisierungsbedarf benötigt. Der Erregerbedarf  $V_f$  erhöht sich ( $V_f = V_{\delta} + V_{Fe}$ ) und damit auch  $I_f$ .

### **Fazit:**

*Die Zunahme des Luftspaltfelds mit steigendem Feldstrom erfolgt wegen der Luftspaltmagnetisierung zunächst linear und dann wegen der zunehmenden **Eisensättigung** weniger als linear (vgl. die Leerlaufkennlinie der Synchronmaschine in Kap. 9).*

### *b) Spannungsinduktion:*

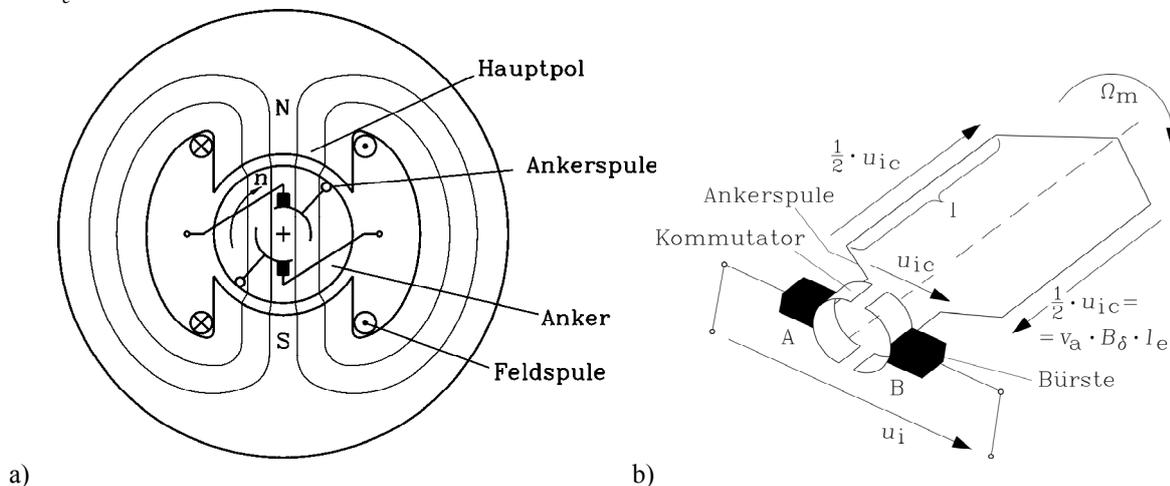
Für die prinzipielle Funktionsweise der Gleichstrommaschine werden Wendepol- und Kompensationswicklung nicht benötigt, so dass zunächst eine einfache zweipolige

Gleichstrommaschine mit nur einer Ankerspule ohne Wendepol- und Kompensationswicklung betrachtet wird. Der vereinfachte Läufer (**Anker**) in Bild 10.1-3a besteht aus einer aus Eisenblechen geschichteten Eisenwalze mit dem Durchmesser  $d_r$ , der Länge  $l_e$  mit zwei Nuten, in denen die beiden Spulenseiten der einwindigen Läuferspule ( $N_c = 1$ ) untergebracht sind. Der Läufer ist drehbar auf einer Welle gelagert. Die beiden Spulenden sind an zwei Kupfergleitstücken angelötet, auf denen zwei mit den ruhenden Anschlussklemmen fest verbundene Kohlegleitstücke („**Bürsten**“) gleiten, wenn sich der Läufer dreht. Die beiden Kupfergleitstücke sind gegeneinander mit Glimmer isoliert. Dieses Gebilde wird **Kommutator** genannt. Die Ankerspule hat die Weite  $W = \tau_p$ . Zum Zeitpunkt  $t$  liegt die linke Spulenseite am Ort  $x_s$  und die rechte am Ort  $x_s + \tau_p$ , so dass gemäß Bild 10.1-2  $B_\delta(x_s + \tau_p) = -B_\delta(x_s)$  ist. Dreht sich nun der Läufer mit der Drehzahl  $n$ , so bewegen sich die Spulenseiten mit der Umfangsgeschwindigkeit

$$v_a = d_r \pi n = 2p \tau_p n \tag{10.1-7}$$

durch das Luftspaltfeld (Bild 10.1-2), so gilt  $x_s = v_a \cdot t$ . In den beiden Spulenseiten wird eine elektrische Feldstärke  $\vec{E}_b$  durch **Bewegungsinduktion** induziert. Wir nehmen gemäß Bild 10.1-3a vereinfachend an, dass die Spulenseiten am Läuferumfang außen direkt im Luftspaltfeld liegen und nicht wie in Wirklichkeit (Bild 10.1-1a) in Läufernuten.

$$\begin{aligned} u_{ic}(t) &= \int_{l_e} \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = \int_{l_e} (\vec{v}_a \times \vec{B}_\delta(x_s) - \vec{v}_a \times \vec{B}_\delta(x_s + \tau_p)) \cdot d\vec{s} = \\ &= 2 \int_{l_e} (\vec{v}_a \times \vec{B}_\delta(x_s)) \cdot d\vec{s} = 2 \cdot v_a \cdot B_\delta(x_s) \cdot l_e = 2 \cdot v_a \cdot B_\delta(v_a t) \cdot l_e \end{aligned} \tag{10.1-8}$$



**Bild 10.1-3:** Funktionsprinzip der Gleichstrommaschine: a) Zweipolige Maschine im axialen Schnitt mit einer einzigen Läuferspule, b) In die im Luftspaltfeld bewegte Läuferspule wird eine Wechselspannung  $u_{ic}$  induziert, die am zweisegmentigen Kommutator über ruhende Graphit-Bürsten als  $u_i$  gleichgerichtet wird.

Die Maschine ist so konstruiert, dass die elektrische Feldstärke  $E_b$  **maximal** ist, denn Leiterrichtung  $d\vec{s}$  und Feldrichtung  $\vec{B}_\delta$  stehen normal zueinander ( $\vec{v}_a \perp \vec{B}_\delta \perp d\vec{s}$ ), so dass wir das Skalar- und Vektorprodukt in (10.1-8) durch das algebraische Produkt ersetzen können. Das Hauptfeld ist ja im Luftspalt wegen der geringen Luftspaltbreite  $\delta$  und der gegenüber Luft hohen Eisenpermeabilität  $\mu_{Fe}$  nahezu ausschließlich normal zur Umfangskoordinate  $x_s$  gerichtet (Bild 10.1-2). Außerhalb des Läufers (Blechkpaketlänge  $l_e$ ) im Stirnbereich der Spulen ist das Magnetfeld klein (**Stirnstreufeld**), so dass es vernachlässigt

wird. Die je Spulenseite induzierte Spannung ist das Wegintegral der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}_b$  längs jeder Spulenseite; die Summe beider Spulenseiten ergibt die Spulenwechselspannung  $u_{i,c}(t)$  an den Klemmen des Kommutators. Mit fortschreitender Bewegung der Läuferspule, also zunehmender Zeit  $t$ , wandert die Spule durch das ruhende Ständerfeld, so dass der Zeitverlauf der induzierten Spulenwechselspannung  $u_{i,c}(t)$  den räumlichen Glockenverlauf der Feldkurve  $B_\delta(x_s) = B_\delta(v_a t)$  abbildet:  $u_{i,c}(t) \sim B_\delta(v_a t)$  (Bild 10.1-4a). Die ruhende linke Kohlebürste in Bild 10.1-3b kontaktiert **stets** jenes Kommutatorgleitstück, dessen angeschlossene Spulenseite sich unter dem linken Pol befindet, die rechte jene Spulenseite unter dem rechten Pol. Daher ist von den Bürsten aus gesehen die Polarität der induzierten Spannung stets dieselbe, da sie unter dem linken Pol (z. B. N-Pol) stets positiv („**Plus-Bürste**“, **A-Bürste**), unter dem rechten (S-Pol) stets negativ ist („**Minus-Bürste**“, **B-Bürste**). Folglich greifen die Bürsten die Serienschaltung der induzierten Spannungen der beiden Spulenseiten als **Gleichspannung**  $u_i(t)$  ab, während von den bewegten Kommutatorsegmenten aus gesehen die **Wechselspannung**  $u_{i,c}(t)$  auftritt. Die Spulenseiten wechseln abwechselnd unter den N- und dann den S-Pol, so dass sich die Polarität der Spulenspannung mit der Drehfrequenz des Läufers  $n$  umkehrt. Ist die Maschine  $2p$ -polig (z. B.  $2p = 4$ ), so ist die Anzahl der Polaritätswechsel während einer Umdrehung proportional zu  $p$  und so auch die Frequenz der Wechselspannung (**Ankerfrequenz** oder **Polfrequenz**).

$$f_a = n \cdot p = 1/T \quad (10.1-9)$$

Hat die Ankerspule  $N_c$  Windungen, so ist die induzierte Spannung  $N_c$ -mal so groß (10.1-10). Da der zeitliche Verlauf der induzierten Wechselspannung durch die räumliche Verteilung des Luftspaltfelds längs der Umfangskoordinate  $x_s$  wegen  $x_s = v_a t$  bestimmt ist, ist die zugehörige Spannungsamplitude (10.1-11) durch das maximale Luftspaltfeld  $B_{\delta,m}$  bestimmt.

$$u_{i,c}(t) = 2 \cdot N_c \cdot v_a l_e B_\delta(x_s) = 2 \cdot N_c \cdot v_a l_e B_\delta(v_a t) \quad (10.1-10a)$$

$$\hat{U}_{i,c} = 2 \cdot N_c \cdot v_a l_e B_{\delta,m} \quad (10.1-10b)$$

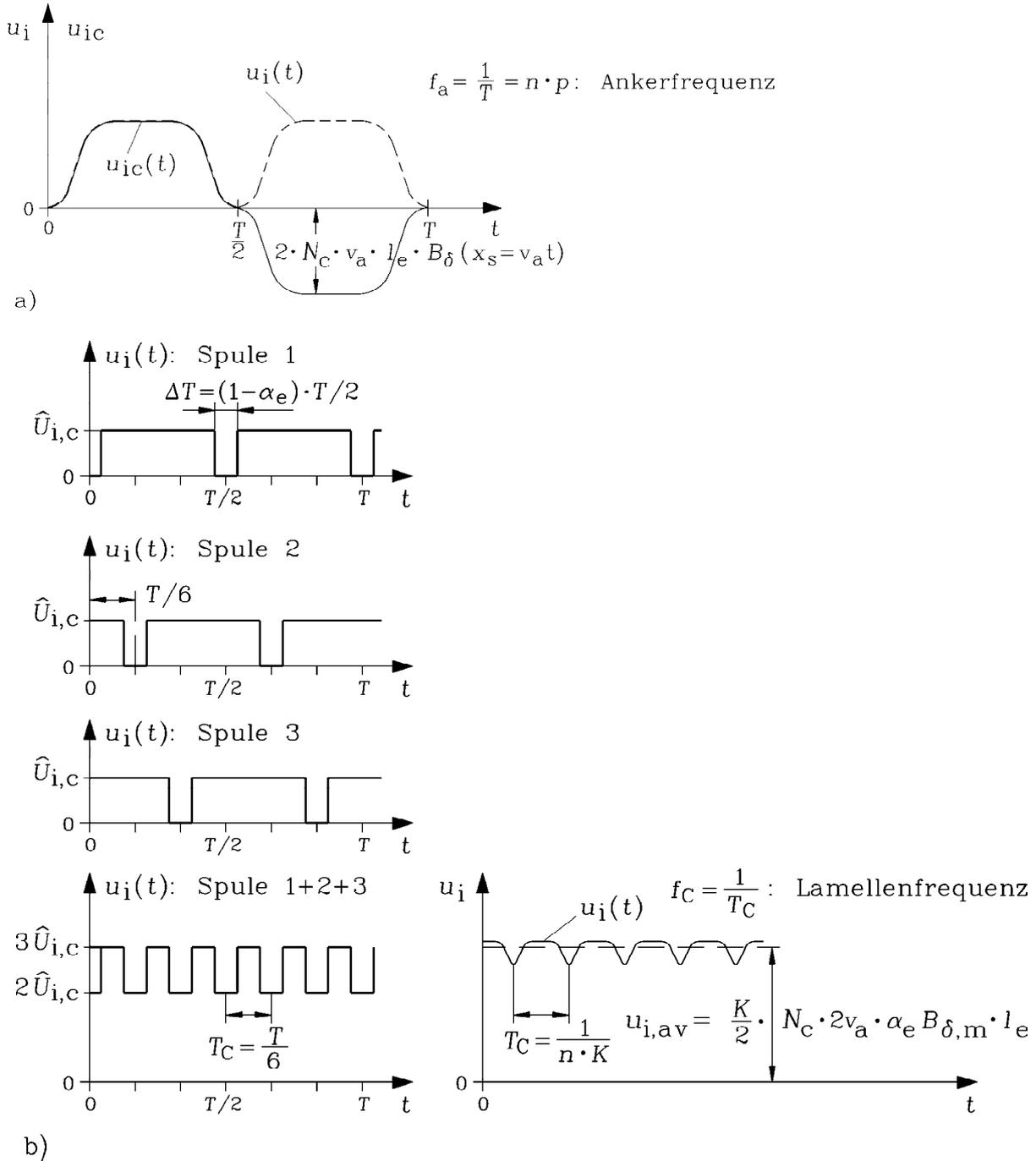
c) *Erzeugung einer nahezu idealen Gleichspannung:*

Der Verlauf der gleichgerichteten Spannung in Bild 10.1-4a weicht vom idealen Gleichspannungsverlauf erheblich ab, daher werden reale Gleichstrommaschinen mit einer größeren Anzahl in Serie geschalteter Ankerspulen, deren Seiten in benachbarten Nuten angeordnet sind, ausgeführt. Der Abstand der Nuten (**Nutteilung**) ist durch die Läufernutzahl  $Q_r$  bestimmt.

$$\tau_r = d_r \pi / Q_r \quad (10.1-11)$$

In Bild 10.1-4b werden bei  $2p = 2$  drei Ankerspulen im Läufer angenommen, die als Einsichtwicklung mit ihren beiden Spulenseiten in je zwei Nuten im Abstand einer Polteilung liegen, so dass sechs Nuten  $Q_r = 6$  benötigt werden (Nutteilung  $\tau_r = d_r \pi / 6$ ) (nach *Hefner-Alteneck*). In benachbarten Spulen wird die Wechselspannung  $u_{i,c}(t)$  mit dem zeitlichen Phasenversatz  $\tau_r/v_a$ , also in Bild 10.1-4b mit  $T/6$ , induziert. Die Glockenform des Ständerfelds wird vereinfachend durch die rechteckförmige Verteilung auf der Breite  $b_{pe}$  (Bild 10.1-2) ersetzt, so dass auch die induzierte Wechselspannung und die gleichgerichtete Spulenspannung Rechteckform haben. Die Summenspannung der drei in Serie geschalteten Ankerspulen zwischen den beiden Bürsten ist somit eine Gleichspannung mit einer Welligkeit

mit der Frequenz  $6/T = 1/T_C$  (Bild 10.1-4b). So wird in der Summe dieser Einzelspannungen der „Spannungseinbruch“, bedingt durch das geringe Feld im Bereich der neutralen Zone, ausgeglichen, und zwar umso besser, je mehr Ankerspulen in Serie verwendet werden. Dies gilt auch, wenn statt der idealisiert rechteckförmigen Feldverteilung die echte Feldglockenform verwendet wird, wie Bild 10.1-4b zeigt.



**Bild 10.1-4:** Zeitlicher Verlauf der Ankerspannungen: a) Spulenwechselspannung  $u_{ic}(t)$  und gleichgerichtete Spannung  $u_i(t)$  bei einer Ankerspule, b) Gleichgerichtete Spannung (links) bei drei Ankerspulen in Serie und idealisierter Feldrechteckform sowie (rechts)  $K/2 = 4$  Ankerspulen in Serie bei realer Feldglockenform, jeweils zwischen Plus- und Minus-Bürste

Da jede Spule mit Anfang und Ende an einem Kommutatorsegment angeschlossen ist, werden nun auch mehr Kommutatorsegmente benötigt. Die Serienschaltung der Spulen erfolgt dadurch, dass an jedem Kommutatorsegment das Ende einer Spule mit dem Anfang der nächsten verlötet wird. Somit liegen bei einer zweipoligen Maschine und einem Kommutator

mit  $K$  Segmenten  $K/2$  Spulen zwischen der Plus- und der Minus-Bürste, also im Beispiel Bild 10.1-4b links  $K/2 = 3$  Segmente. Weitere  $K/2 = 3$  Segmente erlauben parallel zu den drei bereits vorhandenen Ankerspulen drei weitere in Serie geschaltete Spulen zwischen der Puls- und Minusbürste, wodurch sich zwar die induzierte Spannung nicht erhöht, aber der zulässige Ankergleichstrom an den Bürsten verdoppelt und damit die elektrische Leistung der Maschine. Dann muss man aber anstelle einer Einschichtwicklung eine Zweischichtwicklung ausführen (*Weston*, 1882), wobei die sechs linken Spulenseiten z. B. in der Oberschicht der sechs Ankernuten und die sechs rechten Spulenseiten in der Unterschicht angeordnet sind, wie im Folgenden erläutert wird. In Bild 10.1-4b rechts ist der Gleichspannungsverlauf mit Restwelligkeit für den realen glockenförmigen Luftspaltfeldverlauf bei  $K/2 = 4$  Ankerspulen in Serie dargestellt.

Beispiel 10.1-1:

Die Restwelligkeit der Spannung ist bei 30 Spulen zwischen zwei Bürsten unter 2% des Mittelwerts. Bei einer zweipoligen Maschine wird ein Kommutator mit  $K = 60$  Segmenten benötigt.

**Fazit:**

*Auf Grund vieler in Serie geschalteter Ankerspulen, die zeitlich versetzt induziert werden, entsteht durch die Gleichrichtung am Kommutator eine nahezu ideale Gleichspannung. Es wird dazu eine Anker-Zweischichtwicklung verwendet. Der Kommutator benötigt dazu eine relativ hohe Segmentzahl  $K$  und ist daher aufwändig und teuer zu fertigen.*

d) Berechnung des Gleichspannungs-Mittelwerts:

Der zeitliche Mittelwert der gleichgerichteten Ankerspannung wird über den räumlichen Mittelwert des Luftspaltfelds  $B_{\delta,av}$  gemäß Bild 10.1-2 ermittelt, denn dem mittleren Luftspaltfeld entspricht die mittlere induzierte gleichgerichtete Spannung je Spule

$$u_{i,av} = 2N_c v_a l_e \alpha_e B_{\delta,m} \quad (10.1-12a)$$

und bei  $K/2$  Spulen zwischen Plus- und Minusbürste bei einer zweipoligen Maschine

$$U_i = (K/2) \cdot u_{i,av} = (K/2) \cdot 2N_c v_a l_e \alpha_e B_{\delta,m} \quad (10.1-12b)$$

Die Frequenz der Restwelligkeit (**Lamellenfrequenz**)  $f_C$  ist gemäß Bild 10.1-4b durch die Gesamtspulenzahl  $K$  bestimmt, da der Kommutator  $K$  Lamellen (Segmente) hat.

$$f_C = 1/T_C = n \cdot K \quad (10.1-13)$$

Beispiel 10.1-2:

Bei  $K/2 = 3$  Ankerspulen zwischen Plus- und Minusbürste (Bild 10.1-4b links) und  $K = 6$  Spulen im zweipoligen Anker (Zweischichtwicklung)  $2p = 2$  ist

$$f_C = 1/T_C = 1/(T/6) = f_a \cdot 6 = n \cdot p \cdot 6 = n \cdot 1 \cdot 6 = 6 \cdot n = K \cdot n.$$

Mit der Ankerumfangsgeschwindigkeit  $v_a$  und der Gesamtleiterzahl im Anker  $z$  (das ist die Zahl aller Leiter im Läufer, die man leicht zählen kann, wenn man den Läufer in der Mitte durchsägt und die durchtrennten Leiter zählt)

$$z = 2 \cdot K \cdot N_c \quad (10.1-14)$$

folgt für die zweipolige Maschine ( $p = 1$ ) die **induzierte Spannung**

$$U_i = (K/2) \cdot 2N_c v_a l_e \alpha_e B_{\delta,m} = z/(4N_c) \cdot 2N_c \cdot 2p \tau_p n \cdot l_e \alpha_e B_{\delta} = z \cdot n \cdot \alpha_e \tau_p l_e B_{\delta} = z \cdot n \cdot \Phi$$

$$\boxed{U_i = z \cdot n \cdot \Phi} \quad (\text{bei } 2p = 2) \quad . \quad (10.1-15)$$

Für höherpolige Maschinen wird die Formel für die induzierte Spannung („**Rotationsspannung**“) in den Abschnitten 10.2 und 10.3 in Abhängigkeit des verwendeten Wicklungstyps (Schleifen- oder Wellenwicklung) hergeleitet. Unter dem Einfluss der Sättigung des Eisens steigt der Fluss nichtlinear mit dem Feldstrom (vgl. (10.1-2)), so dass die induzierte Spannung **nichtlinear** mit Zunahme des Feldstroms ansteigt. In Bild 10.1-5 ist die **Ankerspannung** zwischen Plus- und Minus-Bürste gemessen im Generatorbetrieb bei Leerlauf (= stromlose Ankerwicklung) dargestellt. Der Läufer wird durch einen fremden Motor angetrieben (Generatorbetrieb). Daher ist die Leerlauf-Ankerspannung  $U_{a0}$  gleichzeitig die induzierte Spannung  $U_i$ , so dass diese direkt messbar ist. Durch einen magnetischen Fluss  $\Phi_R$  infolge Restmagnetismus der Ständereisenpole kann auch bei  $I_f = 0$  bereits eine i. A. kleine Remanenzspannung  $U_R = z \cdot n \cdot \Phi_R$  auftreten.

### Fazit:

Die induzierte Spannung steigt linear mit der Drehzahl  $n$  und dem Fluss pro Pol  $\Phi$  an, aber nichtlinear mit steigendem Feldstrom  $I_f$ .

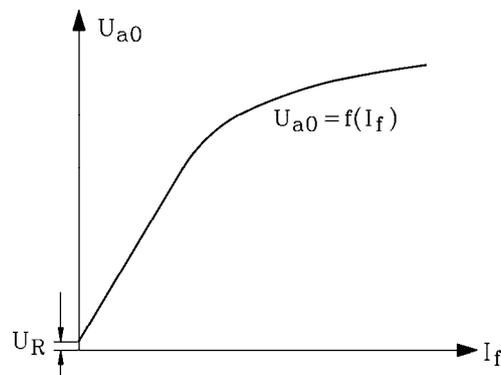


Bild 10.1-5: Generatorisch gemessene Ankerleerlaufspannung  $U_{a0}$  in Abhängigkeit des Erregerstroms  $I_f$  (**Leerlaufkennlinie**) der Gleichstrommaschine bei  $n = \text{konst.}$ : Die induzierte Spannung  $U_i = U_{a0}$  nimmt auf Grund der Luftspalmmagnetisierung, ausgehend von der Remanenzspannung  $U_R$ , zunächst linear mit steigendem Erregerstrom  $I_f$  zu und dann wegen der Eisensättigung nichtlinear. Bei wieder abnehmendem Erregerstrom liegt der absteigende Ast  $U_{a0}(I_f)$  auf Grund der Statorreihenhysterese etwas über dem aufsteigenden Ast und endet bei einer geringfügig erhöhten Remanenzflussdichte. Hier ist der Mittelwert aus auf- und absteigendem Kurvenast dargestellt.

Wegen der hohen Eisenpermeabilität fließt das Magnetfeld an den Nutenleitern vorbei durch die Zähne, wie Bild 10.1-1a zeigt. Das  $B$ -Feld am Ort der Nutenleiter  $B_Q$  ist daher viel kleiner als  $B_\delta$  im Luftspalt. Die bewegungsinduzierte Spannung in die Nutenleiter  $U_{i,Q} \sim E_{b,Q}$  ist daher viel kleiner als die mit dem Luftspaltfeld  $B_\delta$  ersatzweise berechnete induzierte Spannung  $U_i \sim E_b$  (10.1-8). Wieso stimmt trotzdem diese Ersatz-Berechnung mit der Wirklichkeit überein?

### Antwort 1:

Jede bewegte Läufer-spule umfasst mit ihrer Spulenfläche  $A_c$  auf Grund ihrer Bewegung den Statorfluss als Wechselfluss, wobei dieser über die von der Spule umfassten Zähne durch die Spule tritt. Die linke Spulenseite der Ankerspule (Spulenweite  $W = \tau_p$ ) liegt zum Zeitpunkt  $t$  am Ort  $x_s$  und die rechte am Ort  $x_s + \tau_p$ . Der über die Zähne umfasste Spulenfluss  $\Phi(x_s)$  ist wegen der Flusskonstanz identisch mit dem im Luftspalt auf der Fläche  $A_\delta = l_e \tau_p$  zwischen  $x_s$  und  $x_s + \tau_p$  umfassten Fluss (10.1-16a) mit  $B_\delta(x_s + \tau_p) = -B_\delta(x_s)$ . Mit der Stammfunktion  $G(x) = \int B_\delta(x) \cdot dx$  erhalten wir mit dem allgemeinen Induktionsgesetz (10.1-16b) (Kap. 4) die induzierte Spulenwechselspannung in Übereinstimmung mit (10.1-10a).

$$\Phi(x_s) = l_e \cdot \int_{x_s}^{x_s + \tau_p} B_\delta(x) \cdot dx = l_e \cdot [G(x_s + \tau_p) - G(x_s)] = -2l_e \cdot G(x_s) \quad (10.1-16a)$$

$$\begin{aligned} u_{ic}(t) &= -d\psi_c / dt = -N_c \cdot d\Phi(x_s) / dt = -N_c \cdot d\Phi(v_a t) / dt = N_c \cdot 2l_e \cdot dG(v_a t) / dt = \\ &= N_c \cdot 2l_e \cdot v_a \cdot B_\delta(v_a t) \end{aligned} \quad (10.1-16b)$$

Wir können also mit  $E_b$  (10.1-8) rechnen, so als ob die Spulenleiter an der Läuferoberfläche und NICHT in den Nuten liegen!

### Alternative Antwort 2:

Wenn wir die von der Spule umfasste Spulenfläche  $A_c$  auf der Nutebene quer durch die Nut-Zahn-Struktur des Läufers legen, so müssen wir die dort auftretende Flussdichte  $B_c$  betrachten. Wir haben aus der Sicht eines ruhenden Beobachters im Stator für die bewegte Ankerspule

a) eine (vernachlässigbar kleine) Bewegungsinduktion im kleinen Nutenfeld  $B_c = B_Q$  gemäß  $\vec{E}_{b,Q} = \vec{v} \times \vec{B}_Q \ll \vec{E}_b$ .

b) Der bewegte Läufer mit seiner Nut-Zahn-Struktur ändert im Bereich der von der Spule umfassten Nuten und Zähne lokal die Flussdichte, denn wenn sich an einem Ort  $x_1$  zur Zeit  $t$  ein Zahn befindet, ist dort die Flussdichte  $B_c = B_d$  (unter einem N-Pol) bzw.  $B_c = -B_d$  (unter einem S-Pol) hoch, während am z. B. benachbarten Ort  $x_2$ , wo eine Nut ist, die Flussdichte  $B_c = B_Q$  bzw.  $-B_Q$  (unter einem N-Pol bzw. S-Pol) niedrig ist. Wenig später ist auf Grund der Läuferdrehung bei  $x_1$  eine Nut mit niedriger Flussdichte  $B_c = B_Q$  oder  $-B_Q$  und bei  $x_2$  ein Zahn mit hoher Flussdichte  $B_c = B_d$  oder  $-B_d$ : Die Flussdichte  $B_c$  schwankt daher an den räumlich festen Orten  $x_1, x_2$  mit der HOHEN Nutfrequenz  $n \cdot Q_r$  zwischen dem niedrigen Nut- und dem hohen Zahnflussdichtwert, d. h. es tritt trotz des zeitlich konstanten Luftspaltfelds  $B_\delta$  auf der Spulenfläche  $A_c$  eine Flussdichteänderung  $\partial B_c / \partial t$  auf, wobei beim Bewegen der Spule vom N- zum S-Pol die von der Spule umschlossene Zähne- bzw. Nutzahl mit  $B_d, B_Q$  abnimmt und jene mit  $-B_d, -B_Q$  zunimmt. Folglich ändern sich Flussverketzung und damit die induzierte Spulenspannung mit der Polfrequenz (10.1-9). Die aus a) und b) resultierende induzierte Spannung ist gemäß Kap. 4 für die Fläche  $A_c$  und deren Randkurve  $C$  (das ist die Lage der Spulenleiter selbst) der Ausdruck (10.1-17), also die induzierte Spannung (10.1-16b).

$$\begin{aligned} u_i &= N_c \cdot \left[ - \int_{A_c} \frac{\partial \vec{B}_c}{\partial t} \cdot d\vec{A} + \oint_C \vec{E}_{b,Q} \cdot d\vec{s} \right] = N_c \cdot \left[ - \int_{A_c} \frac{\partial \vec{B}_c}{\partial t} \cdot d\vec{A} + \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}_Q) \cdot d\vec{s} \right] = \\ &= -N_c \cdot \frac{d}{dt} \int_{A_c} \vec{B}_c \cdot d\vec{A} = -N_c \cdot \frac{d}{dt} \int_A \vec{B}_c \cdot d\vec{A} = -N_c \cdot \frac{d\Phi_c}{dt} = -\frac{d\psi_c}{dt} = u_{ic} = N_c \cdot \oint_C \vec{E}_b \cdot d\vec{s} \end{aligned} \quad (10.1-17)$$

### **Fazit:**

*Wir können für alle weiteren Betrachtungen die Spannungsinduktion im Läufer so berechnen, als ob die Spulenleiter an der Läuferoberfläche und NICHT in den Nuten liegen! In Wirklichkeit ist der Anteil der Bewegungsinduktion an der Läuferspannungsinduktion wegen der in Nuten liegenden Ankerleiter vernachlässigbar klein.*

Auch das Läuferisen wird mit der Ankerfrequenz ummagnetisiert, so dass dort Hystereseverluste und auf Grund der induzierten Spannung im Läuferisen Wirbelstromverluste auftreten. Der Läufer muss daher als geblechtes Paket ausgeführt werden, um die Wirbelströme zu verringern. Bei der Gleichstrommaschine treten die **Ummagnetisierungsverluste**  $P_{Fe}$  als Summe aus Hysteres- und Wirbelstromverlusten im Läuferblechpaket auf, während im Ständerisen wegen des dort herrschenden Gleichflusses

keine Ummagnetisierungsverluste auftreten. Bei älteren Gleichstrommaschinen wurden deshalb Ständerpole und Joche häufig aus massivem Eisen ausgeführt (Bild 10-1a).

e) *Technologie des Ankers, des Kommutators und der Bürsten:*

Bei Bsp. 10.1-1 sind  $K = 60$  Kommutatorsegmente nötig, was eine durchaus realistische Zahl bei kleineren Gleichstrommaschinen im kW-Bereich ist. Die Breite der Kommutator-Kupferlamellen am Umfang des Kommutators kann aus fertigungstechnischen Gründen etwa 2.9 mm nicht unterschreiten. Mit einer Dicke der Isolation aus Glimmer von minimal 0.3 mm zwischen den Lamellen ergibt sich eine minimale **Kommutator-Segmentteilung** von  $\tau_{c,min} = 3.2$  mm. Bild 10.1-6a zeigt den Läufer mit einer repräsentativen Ankerspule, ausgeführt als Zweischicht-Wicklung ähnlich wie bei den Drehfeldwicklungen, den Kommutator mit seinen vielen durch Glimmer gegeneinander isolierten Kupfersegmenten und eine Kohlebürste. Die Ankernuten können wegen der erforderlichen Leiter- und Nutisolation bei weitem nicht so schmal wie die Kommutator-Segmentteilung ausgeführt werden. Deshalb hat

- der Anker i. A. einen gegenüber dem Kommutator größeren Durchmesser,
- der Anker i. A. deutlich weniger Nuten als der Kommutator Segmente.

Man fasst somit mehrere (z. B.  $u = 3$ , Bild 10.1-6b) Spulenseiten zusammen nebeneinander in eine Nut.

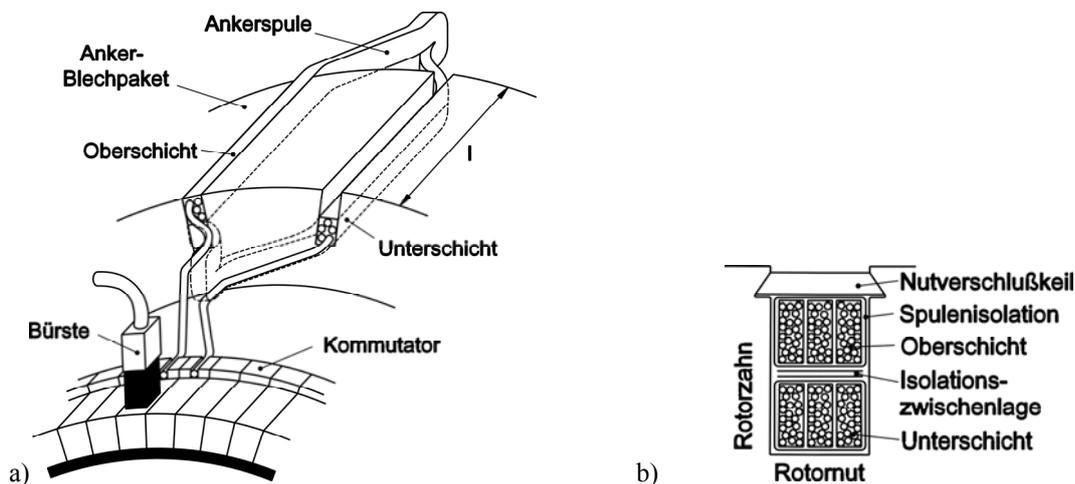


Bild 10.1-6: Prinzipieller Aufbau einer Gleichstrommaschine:

- a) Läufer, Läuferwicklung aus Runddraht, Kommutator, Bürste
- b) Läufer-Nutquerschnitt einer Anker-Zweischichtwicklung aus Profildraht,  $u = 3$  Spulenseiten je Nut und Schicht und  $N_c = 2$  Windungen je Spule übereinander

Beispiel 10.1-3:

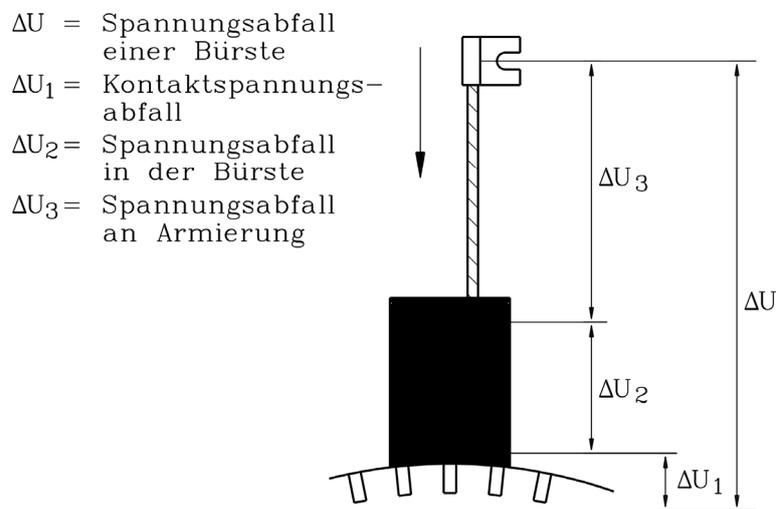
Zweipolige Maschine,  $u = 4$  Spulenseiten je Nut und Schicht,  $Q_r = 15$  Läufer-Nuten. Es ergeben sich 7.5 Läufer-Nuten pro Pol und  $K = u \cdot Q_r = 4 \cdot 15 = 60$  Kommutatorsegmente.

$$K = u \cdot Q_r \quad (10.1-18)$$

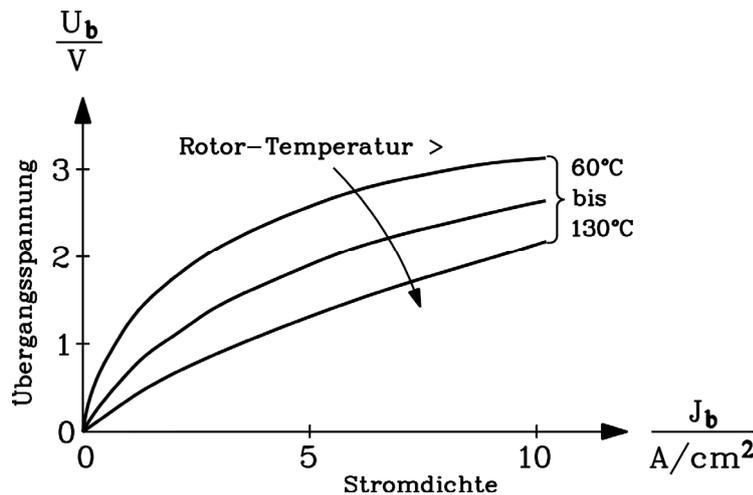
Die in Bild 10.1-6a dargestellte Bürste ist in der Realität in Umfangsrichtung breiter als eine Kommutatorteilung und hat daher eine größere Querschnittsfläche, so dass i. A. zwischen 2 und 5 Segmente gleichzeitig überdeckt (und damit kurzgeschlossen) werden. Diese größere Stromdurchtritts-Fläche  $A$  ist notwendig, damit die **Bürstenstromdichte** ausreichend niedrig ist (etwa 1/100 der zulässigen Kupferleiterstromdichte). Es dürfen dauernd ca. 10 bis 14  $A/cm^2$  (Bild 10.1-7b) nicht überschritten werden, um den Graphit-Kohlenstoff der Bürsten nicht zu schädigen, und kurzzeitig max. 20  $A/cm^2$ . Die über die Bürste kurzgeschlossenen Spulen sind zu diesem Zeitpunkt mit ihren Spulenseiten im Bereich der neutralen Zone

(Bild 10.1-3), wo das Feld Null ist, so dass auch ihre induzierte Spannung Null ist, so dass dieser Spulenkurzschluss gefahrlos möglich ist.

Die Stromdichte in den Kupferleitern der Spulen ist – je nach Kühlverhältnissen der Maschine – i. A. um den Faktor 100, also deutlich höher als in den Bürsten. Typische Werte sind 4 ... 8 A/mm<sup>2</sup> bei luft-innengekühlter Maschine. Während der *OHM*'sche Widerstand von Kupfer mit steigender Temperatur zunimmt, sinkt jener von Graphit. Der Großteil des elektrischen Widerstands zwischen Bürstenanschlussklemme und Kommutatorsegment ist der Übergangswiderstand in der Gleitfläche der Bürste und der Oberfläche des Kommutators („**Bürsten-Übergangswiderstand**“, Bild 10.1-7a). Der Stromdurchtritt erfolgt an einzelnen Kontaktpunkten vom Graphit zum Kupfer, deren Anzahl mit steigender Stromdichte zunimmt, so dass der Spannungsfall je Bürste nahezu unabhängig von der Bürstenstromdichte  $J_b$  etwa 1 ... 1.5 V je Bürste beträgt. Der Bürstenspannungsfall  $U_b$  für Plus- und Minusbürste in Serie beträgt ca. 2 V ... 3 V und nimmt bei größeren Stromdichten nur wenig mit steigender Stromdichte zu (Bild 10.1-7b).



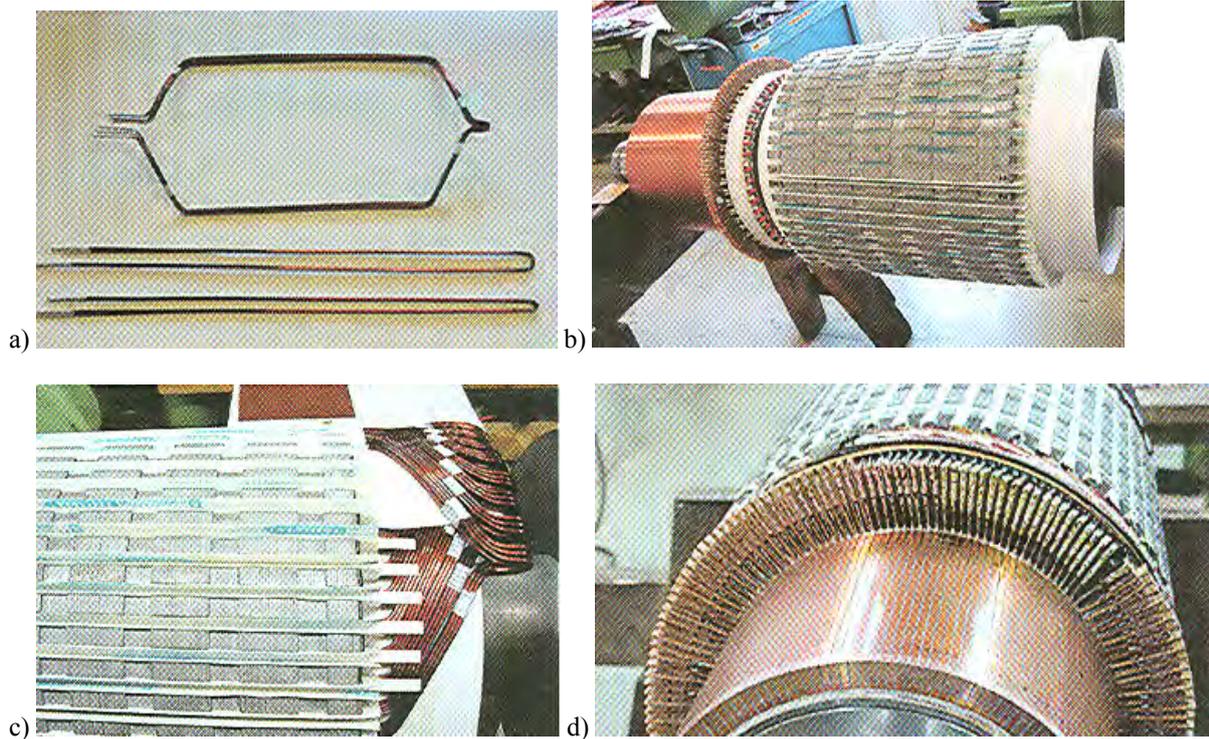
a)



b)

Bild 10.1-7: Der Bürstenkontakt:

- Der Bürstenübergangswiderstand ist hauptsächlich in der Gleitzone der Bürste auf dem Kupfer lokalisiert:  $\Delta U_1$  beträgt ca. 80% von  $\Delta U$ .
- Der Bürstenspannungsfall  $U_b$  (= Übergangsspannung für Plus- und Minusbürste in Serie) hängt bei Gleichstrom nichtlinear von der Bürstenstromdichte  $J_b$  ab und sinkt mit steigender Temperatur.  
(Quelle: *SKT, Gießen*)



**Bild 10.1-8:** Fertigung der Ankerspulen und des Kommutators: a) Ankerspule: Unten: ungeformt, Oben: geformt, b) Läuferpaket unbewickelt: Isolation in Läufernuten, links der Kommutator, c) Einlegen der Ankerspulen: 4-polige Zweischichtwicklung mit Unter- und Oberschicht,  $u = 3$ , d) Anlöten der Ankerspulenenden an die Kommutatorsegmente: Ober- und Unterschicht-Spulenenden werden in die Schlitze der Kommutatorsegmente eingelötet (Quelle: Fa. Brenner/Bürstadt, Deutschland)

## 10.2 Ankerwicklungen

### 10.2.1 Schleifenwicklung

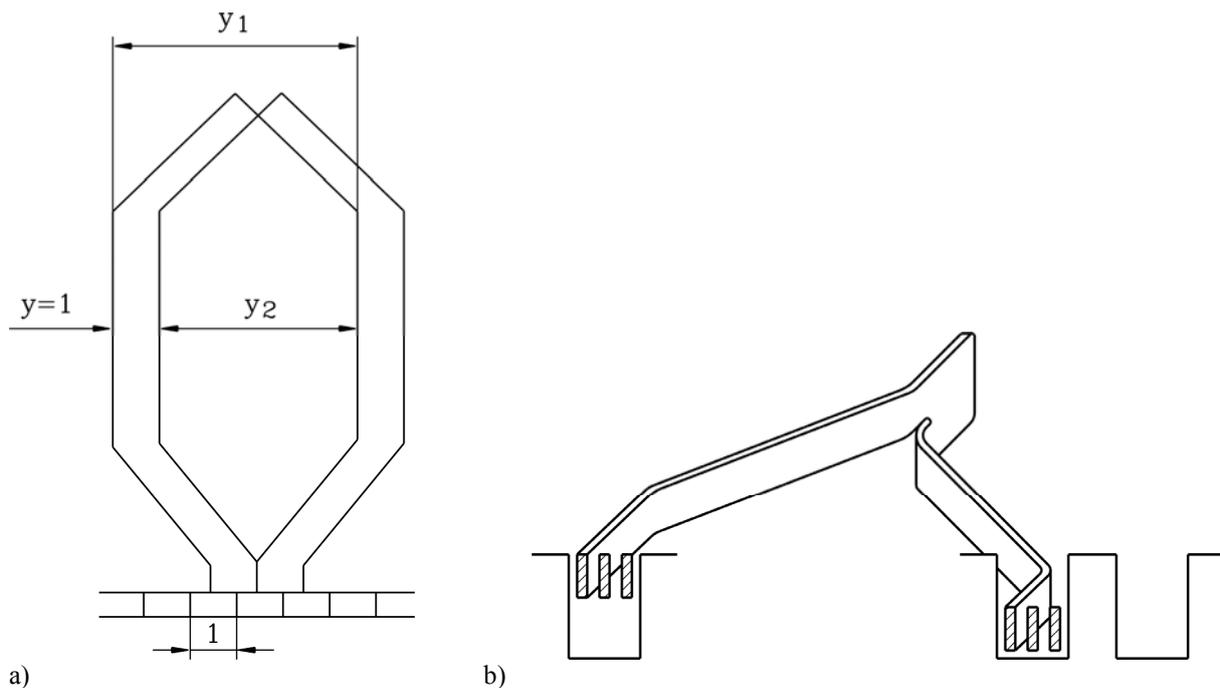
#### a) Grundelement der Schleifenwicklung:

Die in Abschnitt 10.1 erwähnte Erhöhung der Spulenanzahl zwecks Vergleichmäßigung der Gleichspannung, ausgehend von nur einer Ankerspule zwischen zwei Bürsten, erfolgt gemäß Bild 10.2.1-1a als Zweischichtwicklung. Das Ende einer Spule wird mit dem Anfang der nächsten am Kommutatorsegment verbunden. Die **Weite** der Spulen ist der Abstand zwischen Ober- und Unterschicht einer Spule. Er sollte etwa einer Polteilung entsprechen, damit beide Spulenseiten sich gleichzeitig entweder im Bereich maximalen Luftspaltfelds oder in der jeweiligen neutralen Zone befinden. Wird die **Kommutator-Segmentteilung**  $\tau_C = d_{si}\pi/K$  als „ein“ Schritt gezählt, so kann man die Spulenweite in Kommutatorschritten als „**Wicklungsschritt**“  $y_1$  angeben. Ein Wicklungsschritt, der einer Polteilung entspricht, beträgt somit  $K/(2p)$  Schritte. Mit dem **Schaltsschritt**  $y_2$  (Bild 10.2.1-1a) in entgegengesetzte Richtung ergibt sich ein Gesamtschritt am Kommutator („**Kommutatorschritt**“) von 1, d. h. Spulenanfang und -ende liegen an benachbarten Kommutatorsegmenten.

$$y = y_1 - y_2 \quad (10.2.1-1)$$

#### Beispiel 10.2.1-1:

$$K = 232, 2p = 4, K/(2p) = 58, y_1 = 58, y_2 = 57, y = 1$$



**Bild 10.2.1-1:** Entstehung der Schleifenwicklung: a) Serienschaltung zweier Spulen am Kommutator (abgewinkelte Darstellung des Läufers), b) Axialer Schnitt durch den Läufer mit der Ankerwicklung (hier  $u = 3$  Spulenseiten je Nut und Schicht). Im Bild ist die Windungszahl je Spule  $N_c = 1$ .

#### b) Zwei- und höherpolige Schleifenwicklungen:

Gemäß Bild 10.2.1-1a sind die Enden einer Spule und der Anfang der nächsten Spule am selben Kommutatorsegment angelötet, so dass die Spulen in Serie geschaltet sind. Bild 10.2.1-2 zeigt dieses „**Weiterschleifen**“ (Name der Wicklung!) der einzelnen in Serie geschalteten Ankerspulen, bis eine komplette Polteilung überdeckt ist, so dass in Bild 10.2.1-2 sechs Spulen in Serie zwischen Plus- und Minusbürste  $A_1$  und  $B_1$  liegen, wobei z. B. die links liegenden Spulenseiten Oberschichtleiter und die rechts liegenden Unterschichtleiter sind. Dieser als volle Linie gezeichnete Wicklungszug in Bild 10.2.1-2 bildet einen Wicklungszweig mit (in Bild 10.2.1-2) sechs in Serie geschalteten Spulen zwischen Plus- und Minusbürste  $A_1$  und  $B_1$ . Es kann aber noch ein gleichartiger weiterer Wicklungszweig mit sechs Ankerspulen (gestrichelte Linie in Bild 10.2.1-2) zwischen  $A_1$  und  $B_1$  ausgeführt werden, dessen Spulenseiten in die noch freien sechs Oberschicht- und Unterschichtpositionen in den Nuten gelegt werden. Wird diese Wicklung nur zweipolig ausgeführt ( $2p = 2$ ), so sind linker und rechter Bildrand miteinander auf einer Zylinderoberfläche (= der Läuferoberfläche) zu verbinden, so dass die gesamte Wicklung einen **in sich geschlossenen Linienzug** bildet, der an den Stellen, wo gerade die beiden Bürsten  $A_1$  und  $B_1$  kontaktieren, elektrisch angeschlossen wird, so dass sich zwei Parallelzweige  $2a = 2$  ausbilden. Man hat dann bei  $K = 12$  Segmente, 12 Ankerspulen, bei  $u = 1$  auch  $Q_r = 12$  Ankerntuten, und bei  $N_c = 1$  insgesamt  $z = 25$  Ankerleiter, wobei jede Spulenseite einen Ankerleiter darstellt.

Wir haben somit folgende Nomenklatur:  $2p$ : Polzahl ( $= 2$ ),  $u$ : Spulenseiten je Nut und Schicht ( $= 1$ ),  $Q_r$ : Ankerntutzahl ( $= 12$ ), Kommutatorstegzahl  $K = u \cdot Q_r$  ( $= 1 \cdot 12 = 12$ ),  $N_c$ : Ankerspulenwindungszahl (z. B.: 7),  $z$ : Ankerleiterzahl  $z = 2 \cdot u \cdot N_c \cdot Q_r$  ( $= 2 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 12 = 168$ ), Anzahl paralleler Ankerwicklungszweige  $2a$  ( $= 2$ ), Bürstenzahl (hier: 2).

Bei einer vier-, sechs- oder höherpoligen Maschine muss man sich den Wicklungszug in Bild 10.2.1-2 nach links und rechts entsprechend fortgesetzt denken, bis die entsprechende Anzahl an  $2p$  Stator-Polen überdeckt ist. Dies ist in Bild 10.2.1-3 angedeutet, wobei die  $K/(2p)$  Spulen zwischen je zwei benachbarten Bürsten durch eine einfache gestrichelt gezeichnete

Schleife ersetzt sind. Damit entsteht wegen der abwechselnd folgenden N- und S-Pole im Ständer eine Folge von Plus- und Minus-Bürsten  $A_1, B_1, A_2, B_2, \dots, A_p$  und  $B_p$ .

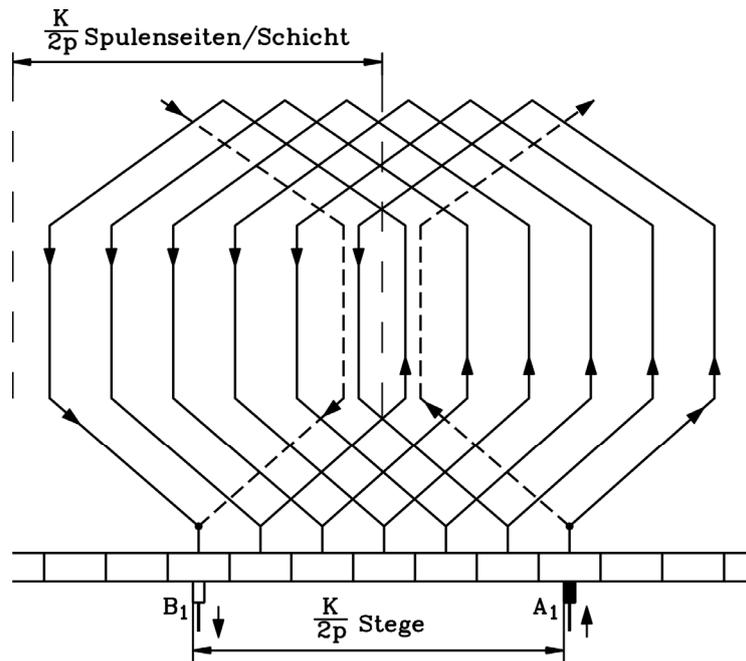


Bild 10.2.1-2: Schleifenwicklung in abgewickelter Darstellung je Polpaar,  $K/(2p) = 6$ ,  $y_1 = 6$ ,  $y_2 = 5$ ,  $y = 1$ . Liegen z. B. die linken Spulenseiten in der Oberschicht unter Pol 1 (z. B. N-Pol), dann liegen die rechten in der Unterschicht unter Pol 2 (z. B. S-Pol). Je Nut liegen somit stets zwei Spulenseiten unterschiedlicher Spulen übereinander (vgl. Zweischichtwicklungen, Kap. 2). Im Bild ist die Windungszahl je Spule  $N_c = 1$ . Die gestrichelte Linie deutet den zweiten Parallelzweig zwischen den Bürsten  $A_1$  und  $B_1$  an.

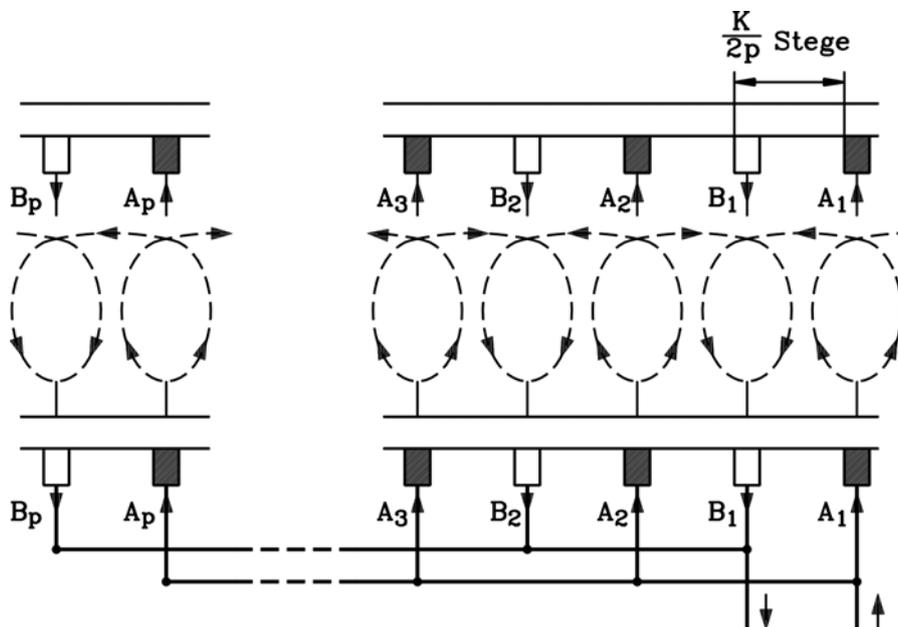


Bild 10.2.1-3: Aus einer zweipoligen entsteht eine sechspolige (allgemein  $2p$ -polige) Maschine durch identische Fortsetzung der Schleifenwicklung, der Ständerpolfolge und der Bürstenanordnung. Die  $p$  positiven A- und  $p$  negativen B-Bürsten können jeweils elektrisch parallel geschaltet werden-

Von  $A_1$  nach  $B_1$  baut sich das elektrische Potential vom positiven Potentialwert bei  $A_1$  (z. B. 220 V) auf Grund der von  $B_1$  nach  $A_1$  gerichteten induzierten Spannung auf den negativen Potentialwert bei  $B_1$  (z. B. -220 V) ab, von dort auf Grund der von  $B_1$  nach  $A_2$  gerichteten

induzierten Spannung wieder auf den positiven Potentialwert bei  $A_2$  (220 V) auf usw., so dass bei den Bürsten  $A_1, A_2, \dots, A_p$  jeweils dasselbe positive Bürstenpotential (220 V) und bei  $B_1, B_2, \dots, B_p$  dasselbe negative Bürstenpotential (-220 V) herrscht. Folglich können sowohl jeweils  $A_1, A_2, \dots, A_p$  als auch  $B_1, B_2, \dots, B_p$  elektrisch parallel geschaltet werden. Die Erhöhung der Polzahl erhöht gegenüber der zweipoligen Anordnung die resultierende Ankerspannung NICHT, aber es erhöht sich die Anzahl der parallelen Wicklungszweige  $2a = 2p$ .

Beispiel 10.2.1-2:

Wird in Bild 10.2.1-3 zwischen zwei benachbarten Bürsten  $A_1, B_1$  eine Spannung von 440 V induziert, so liegt die Plus-Bürste  $A_1$  auf +220 V und die Minus-Bürste  $B_1$  auf -220 V. Bei einer Erweiterung auf sechs Pole folgt die positive Bürste  $A_2$  wieder mit +220 V, dann  $B_2$  mit -220 V,  $A_3$  mit +220 V und  $B_3$  wieder mit -220 V. In Summe werden sechs Bürsten benötigt.

**Fazit:**

Alle positiven und alle negativen Bürsten können **elektrisch parallel geschaltet** werden.

c) Parallele Wicklungszweige bei Schleifenwicklungen:

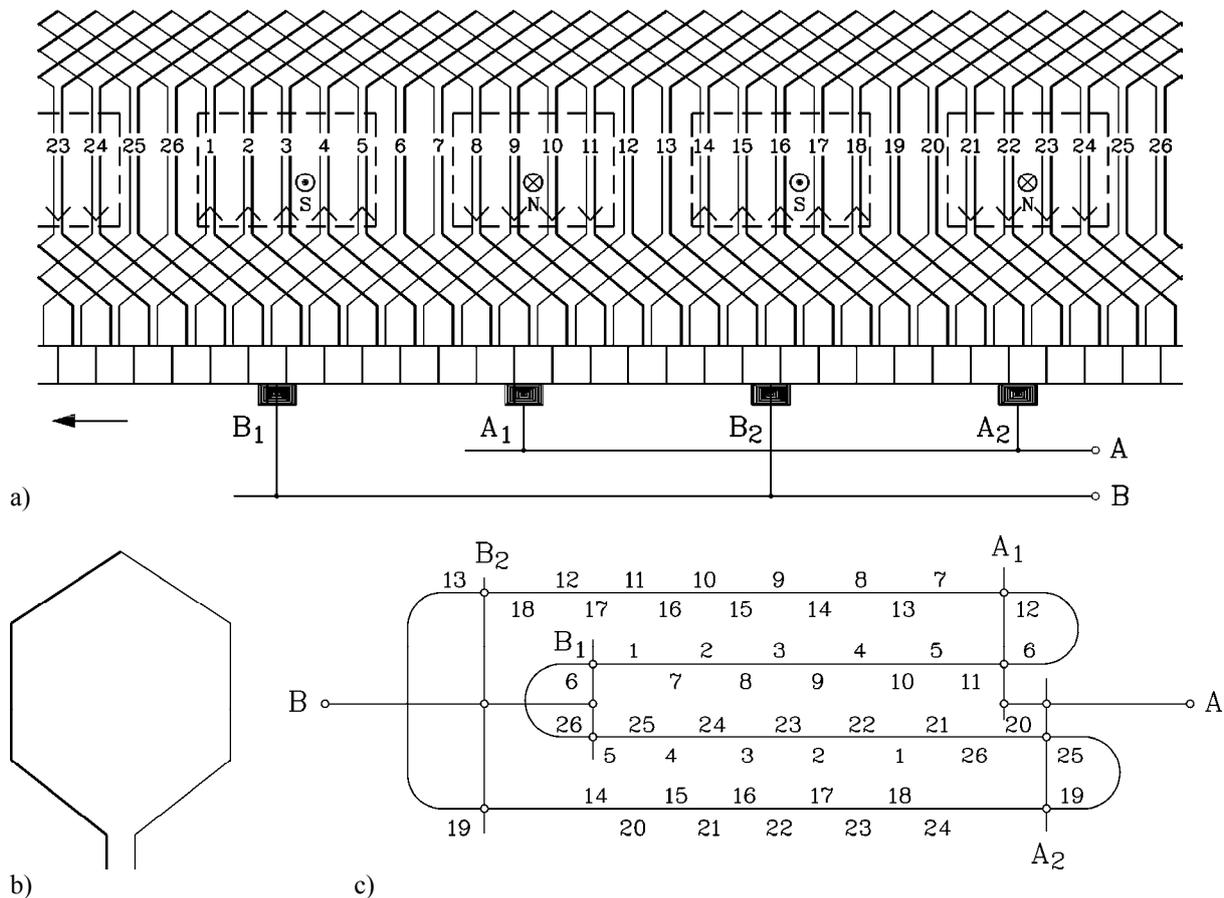


Bild 10.2.1-4: Schleifenwicklung:  $Q_r = 26, 2p = 4, u = 1, N_c = 1, a = p = 2, K = 26, y_1 = 6, y_2 = 5, y = 1$

- a) Wicklungsschema (Oberstäbe = linke Spulenseiten, Unterstäbe = rechte Spulenseiten)
- b) Ankerspule als Wicklungselement der Schleifenwicklung mit  $N_c = 1$  (links Oberschicht, rechts Unterschicht)
- c) Elektrisch wirksame Schaltung mit den  $2a = 4$  Parallelzweigen für die in a) gezeichnete Stellung der Bürsten relativ zum Kommutator (Zahl ober-/unterhalb Linienzug: Ober-/Unterstab), wobei die Nummer der Oberschichtleiter OS oberhalb und die der Unterschichtleiter US unterhalb des Linienzugs stehen. Die beiden Spulen 6 OS – 12 US, 19 OS- 25 US sind von den Bürsten  $A_1$  bzw.  $A_2$  kurzgeschlossen, die beiden Spulen 26 OS – 6 US, 13 OS- 19 US von den Bürsten  $B_1$  bzw.  $B_2$

Wird die Wicklung mit Gleichstrom bestromt, so teilt sich der Strom  $I_b$  je Bürste gemäß Bild 10.2.1-2 in zwei gleich große Anteile, da er vom Kommutatorsegment nach links in die Oberschicht der einen und nach rechts in die Unterschicht der anderen Spule fließt. Über diese beiden Wicklungszweige fließen beide Teilströme als Leiterströme  $I_c = I_b/2$  zur Minusbürste, wo sie sich wieder vereinigen. Somit existieren bei der zweipoligen Maschine  $2p = 2$  auf Grund der Zweischichtwicklung stets **zwei parallele** Wicklungszweige  $2a = 2$ . Bei der  $2p$ -poligen Maschine kommt hinzu, dass die  $p$  Plus- und die  $p$  Minus-Bürsten selbst nochmals parallel geschaltet sind (Bild 10.2.1-3). Der gesamte, von außen über die Bürsten der Ankerwicklung zugeführte Ankerstrom  $I_a$  teilt sich daher in  $2a = 2p$  Teilströme auf. Eine Erhöhung der Polzahl erhöht bei der Schleifenwicklung NICHT die Ankerspannung  $U_a$  zwischen benachbarten Plus- und Minusbürsten, sondern wegen der Parallelzweige den möglichen Ankerstrom  $I_a$ , so dass die Ankerleistung  $P = U_a I_a$  steigt. Somit sind Schleifenwicklungen geeignet, hochpolige Maschinen mit großer Leistung zu bauen.

### Fazit:

Eine Schleifenwicklung hat  $2a$  parallele Zweige, wobei  $a = p$  gilt. Je Bürste fließt der Bürstenstrom  $I_b = I_a/a$ . Im Gegensatz zu Drehstrommaschinen ist die minimal mögliche Anzahl paralleler Zweige nicht „eins“ ( $a = 1$ ), sondern „zwei“ ( $2a = 2$ ). Deshalb bedeutet  $a$  bei Drehstrommaschinen die „Anzahl paralleler Wicklungszweige“, bei Gleichstrommaschinen aber „die HALBE Anzahl paralleler Wicklungszweige“. Also kann  $U_i$  gemäß (10.2.1-2) dargestellt werden, da die induzierte Spannung sich bei Erhöhung der Pol- und damit der Leiterzahl gegenüber der zweipoligen Anordnung nicht erhöht ( $a = p$ ).

$$U_i = z \cdot \frac{P}{a} \cdot n \cdot \Phi \quad (10.2.1-2)$$

### Beispiel 10.2.1-3:

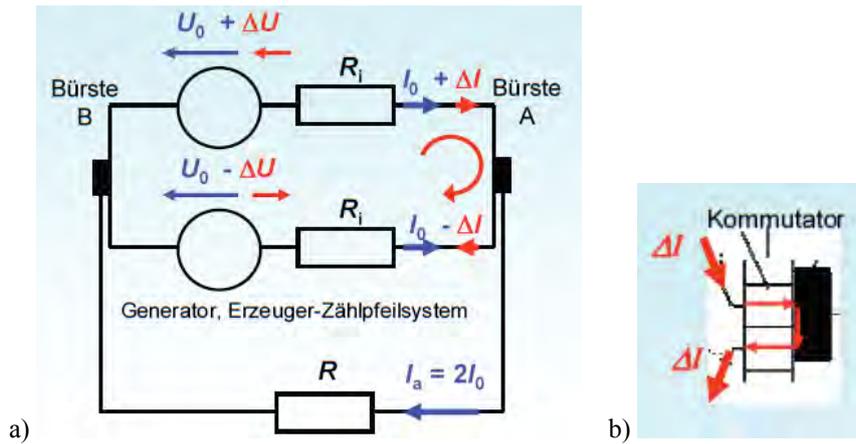
Eingängige Schleifenwicklung mit den Daten:  $Q_r = 26$ ,  $2p = 4$ ,  $u = 1$ ,  $N_c = 1$ ,  $a = p = 2$ ,  $K = 26$ ,  $y_1 = 6$ ,  $y_2 = 5$ ,  $y = 1$ , vollständiges Wicklungsschema siehe Bild 10.2.1-4a und elektrisches Liniensatzschaltbild mit den vier parallelen Zweigen siehe Bild 10.2.1-4c.

### d) Ausgleichverbinder 1. Art:

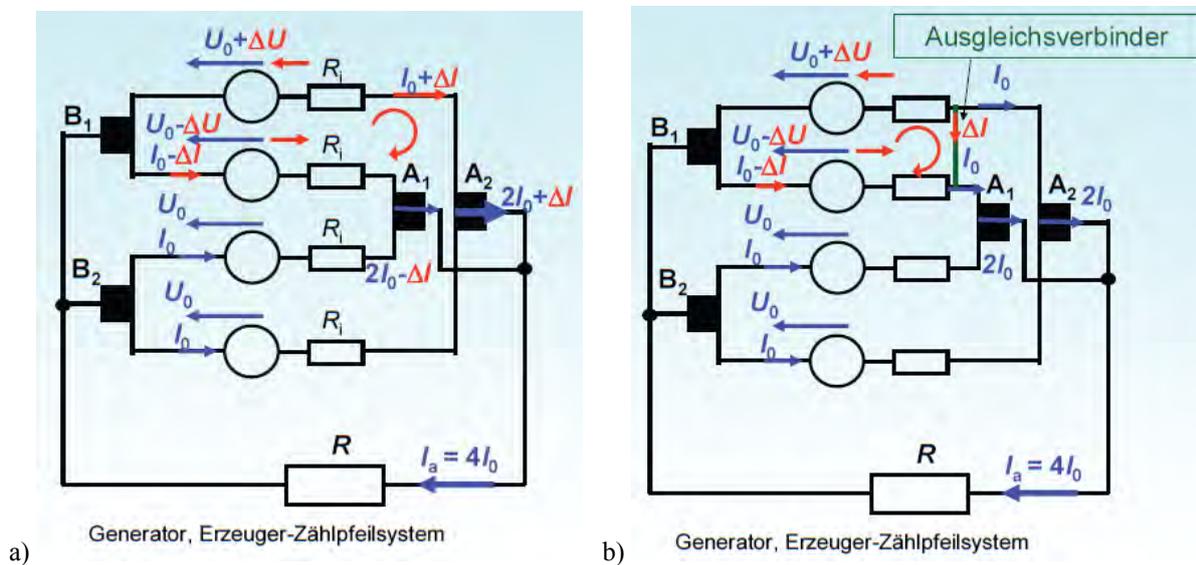
In der Realität ist keine Maschine so baubar, dass die Spannungen an den positiven Bürsten bzw. negativen Bürsten exakt gleich groß sind. Geringe Spannungsdifferenzen zwischen z. B. Bürste  $A_1$  und  $A_2$  in Bild 10.2.1-4 können bereits die symmetrische Stromaufteilung auf die einzelnen parallel geschalteten Bürsten empfindlich stören, so dass für  $2p > 2$  Ausgleichverbinder nötig sind, wie der Unterschied zwischen  $2p = 2$  (Bsp. 10.2.1-4) und  $2p = 4$  (Bsp. 10.2.1-5) zeigt.

### Beispiel 10.2.1-4:

Zweipolige Anker-Schleifenwicklung mit zwei parallelen Ankerzweigen zwischen den Bürsten A und B im Generatorbetrieb: Die induzierte Spannung ist in den beiden Parallelzweigen mit  $U_{i1} = U_0 + \Delta U$ ,  $U_{i2} = U_0 - \Delta U$  um  $2\Delta U$  unterschiedlich. Über den äußeren Lastwiderstand  $R$  fließt auf Grund der Kirchhoff'schen Maschenregel und des Superpositionsgesetzes  $I_a = 2I_0 = U_0 / (R + 0.5 \cdot R_i)$ , der von der mittleren induzierten Spannung  $U_i = (U_{i1} + U_{i2}) / 2 = U_0$  getrieben wird. Ein Ausgleichsstrom  $\Delta I$  fließt zwischen beiden Parallelzweigen  $\Delta I = 2\Delta U / (2R_i) = \Delta U / R_i$ , der wegen des kleinen Zweigwiderstands groß sein kann (Bild 10.2.1-5a). Er belastet die Bürsten gemäß Bild 10.2.1-5b quer zur Bürstenstromrichtung und kann durch längsgeteilte, geklebte Bürstenhälften wirkungsvoll minimiert werden.



**Bild 10.2.1-5:** a) Elektrisches Ersatzschaltbild einer zweipoligen Anker-Schleifenwicklung mit zwei parallelen Ankerzweigen zwischen den Bürsten A und B im Generatorbetrieb, den beiden Zweigwiderständen  $R_i$  und dem äußeren Lastwiderstand  $R$ . Die induzierte Spannung ist in den beiden Parallelzweigen um  $2\Delta U$  unterschiedlich, so dass ein Ausgleichsstrom  $\Delta I$  zwischen beiden Parallelzweigen und gemäß b) quer zu den Bürsten fließt.



**Bild 10.2.1-6:** a) Elektrisches Ersatzschaltbild einer vierpoligen Anker-Schleifenwicklung gemäß Bild 10.2.1-4c mit vier parallelen Ankerzweigen zwischen den Bürsten  $A_1$ ,  $A_2$  und  $B_1$ ,  $B_2$  im Generatorbetrieb, den vier gleich großen Zweigwiderständen  $R_i$  und dem äußeren Lastwiderstand  $R$ . Die induzierte Spannung ist in den beiden oberen Parallelzweigen um  $2\Delta U$  unterschiedlich, so dass ein Ausgleichsstrom  $\Delta I$  zwischen den beiden oberen Parallelzweigen fließt: a) Ohne Ausgleichsverbinder erhöht der Ausgleichsstrom den Bürstenstrom in  $A_2$  und verringert ihn in  $A_1$ , während er in  $B_1$  quer durch die Bürste fließt. b) Mit dem Ausgleichsverbinder wird der Ausgleichsstrom vom Bürstenkontakt fern gehalten.

**Beispiel 10.2.1-5:**

Vierpolige Anker-Schleifenwicklung mit vier parallelen Ankerzweigen zwischen den Bürsten  $A_1$ ,  $A_2$  und  $B_1$ ,  $B_2$  im Generatorbetrieb: Die induzierte Spannung ist in den beiden oberen Parallelzweigen mit  $U_{i1} = U_0 + \Delta U$ ,  $U_{i2} = U_0 - \Delta U$  um  $2\Delta U$  unterschiedlich. Über den äußeren Lastwiderstand  $R$  fließt auf Grund der Kirchhoff'schen Maschenregel und des Superpositionsgesetzes  $I_a = 4I_0$ , der von der mittleren induzierten Spannung  $U_i = U_0$  getrieben wird. Ein Ausgleichsstrom  $\Delta I$  fließt zwischen beiden oberen Parallelzweigen  $\Delta I = 2\Delta U / (2R_i) = \Delta U / R_i$  (Bild 10.2.1-6a). Er belastet die Bürste  $B_1$  gemäß Bild 10.2.1-6a quer zur Bürstenstromrichtung, er überlastet die Bürste  $A_1$  und entlastet die Bürste  $A_2$ . Diese unsymmetrische Bürstenstromaufteilung kann z. B. für Bürste  $A_1$  120% und für Bürste  $A_2$



Beispiel 10.2.1-6:

Einfaches Lehrbeispiel mit sehr geringer Nutenzahl (Bild 10.2.1-7)  $2p = 4$ ,  $2a = 4$ ,  $u = 2$ ,  $Q_r = 12$ : Gemäß  $K = 12 \cdot 2 = 24$ ,  $y_1 = 6$ ,  $y_2 = 5$ ,  $y = 1$  ist der Verbindersschritt  $y_V = K/p = 24/2 = 12$ . Es werden z. B. Lamelle 1 und 13 miteinander verbunden. Insgesamt sind 6 Ausgleichsverbinder für die gesamte Maschine nötig, wenn je Nut nur ein Ausgleicher ausgeführt wird.

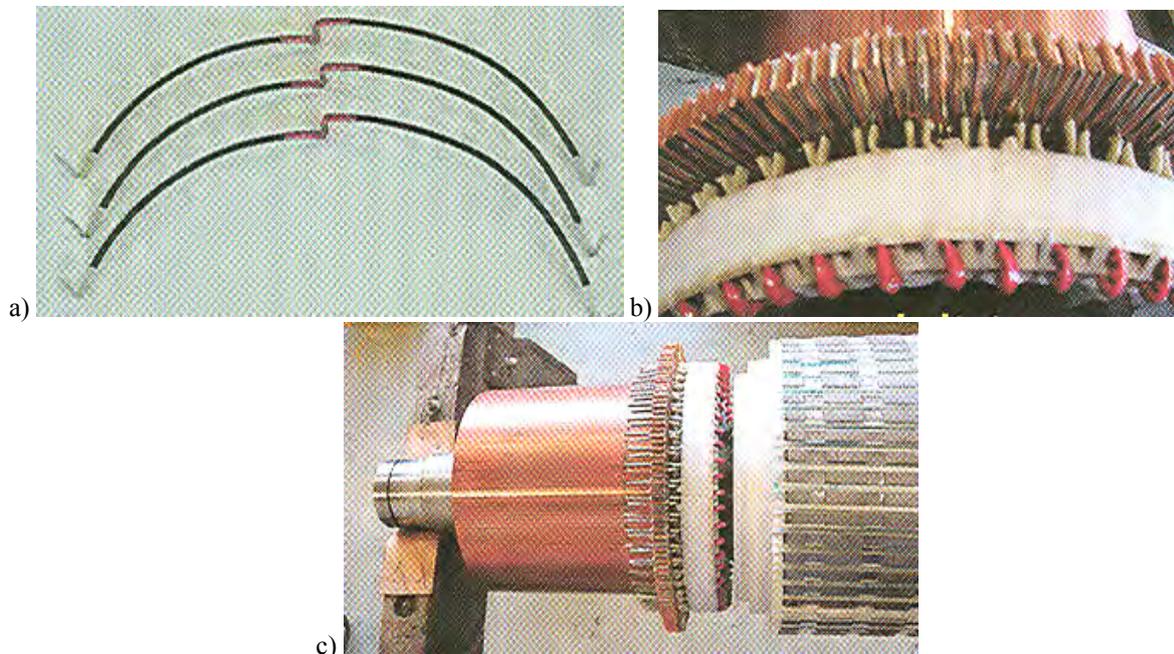


Bild 10.2.1-8: a) Ausgleichsverbinder 1. Art für eine vierpolige Schleifenwicklung: Verbindersschritt  $y_V =$  zwei Polteilungen = halber Umfang, b) Anlöten der Verbinder an die Kommutatorlamellen und Fixieren der Ausgleicher durch eine Glasfaserbandage, bevor c) die Ankerwicklung in die Nuten gelegt und an die Lamellen angelötet wird (Quelle: *Fa. Brenner, Bürstadt*)

Beispiel 10.2.1-7:

Schleifenwicklung gemäß Bild 10.2.1-4  $Q_r = 26$ ,  $2p = 4$ ,  $u = 1$ ,  $N_c = 1$ ,  $a = p = 2$ ,  $K = 26$ ,  $y_1 = 6$ ,  $y_2 = 5$ ,  $y = 1$ ,  $z = 2 \cdot K \cdot N_c = 2 \cdot 26 \cdot 1 = 52$ . Es sei die maximale induzierte Spannung je Spule  $U_{i,m} = 14$  V, wenn beide Spulenseiten unter den Polen liegen. Gemäß Bild 10.2.1-4 sind auf Grund der Polbreite  $b_p$  stets 5 linke Spulenseiten und 4 rechte Spulenseiten unter den Polen (und umgekehrt), so dass im Mittel je Parallelzweig 4.5 induzierte Spulen in Serie liegen, während die restlichen Spulen in den Lücken (fast) nicht induziert werden und vier von vier Bürsten kurzgeschlossen sind. Es ergibt sich die induzierte Spannung  $U_i = 4.5 \cdot 14 = 63$  V zwischen Plus- und Minusbürste. Die mittlere Spulenzahl in Serie je Parallelzweig ist  $(z/(2 \cdot N_c))/(2a) = (52/(2 \cdot 1))/4 = 26/4 = 6.5$ . Daher ist die mittlere induzierte Spannung je Spule  $63\text{V}/6.5 = 9.7\text{V}$ , und daraus  $\alpha_e = 9.7\text{V}/14\text{V} = 0.7$ . Der Ausgleichsverbindersschritt ist  $y_V = K/p = 26/2 = 13$ . Bei Ausführung aller Ausgleicher werden 13 Ausgleicher benötigt. Bei  $I_c = I_a/(2a) = 25$  A Leiterstrom erhalten wir den Bürstenstrom  $I_a/a = 50\text{A}$  und den Ankerstrom  $I_a = 100\text{A}$ , somit die innere Leistung  $P_\delta = U_i I_a = 63 \cdot 100 = 6.3$  kW.

e) Zweigängige Schleifenwicklungen, Ausgleichsverbinder 2. Art:

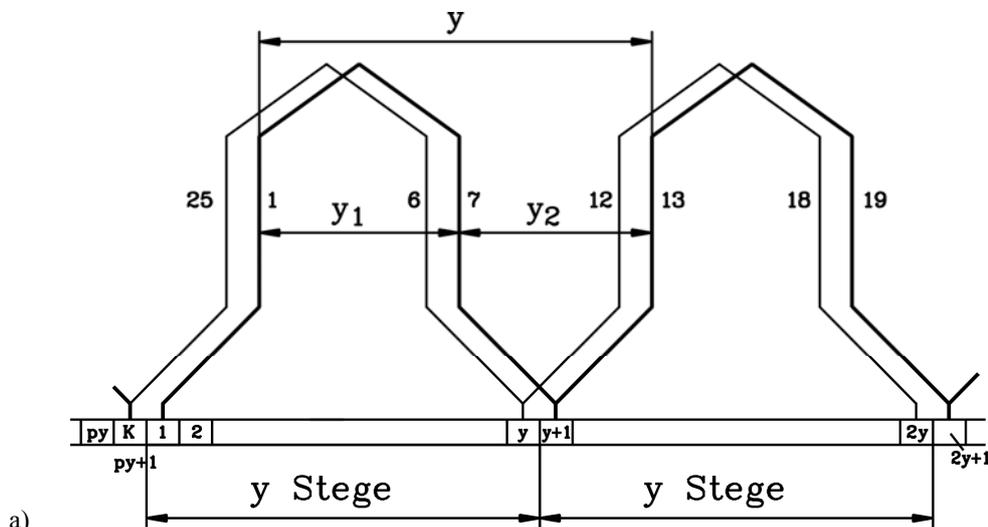
Lässt man bei der Schleifenwicklung jede zweite Lamelle am Kommutator frei, so kann man eine zweite, identische Schleifenwicklung in die erste Schleifenwicklung, wie einen zweiten Gewindegang bei einer zweigängigen Schraube einlegen und beide voneinander unabhängigen, je für sich eingängigen Schleifenwicklungen über die (ausreichend breiten) Bürsten

elektrisch parallel schalten (**zweigängige Schleifenwicklung**). Damit erhält man statt  $2p$  nun  **$4p$  parallele Zweige**, was bei gleicher Spannung und Leiterstromdichte die **Leistung verdoppelt**. Für die induzierte Spannung ist wieder (10.2.1-2) gültig, da sich Leiterzahl  $z$  und  $a$  in gleicher Weise erhöhen,  $U_i$  also gleich bleibt. Allerdings sind beide parallelen Wicklungen wegen der realen Baueinflüsse elektrisch nicht exakt identisch, so dass wieder **Ausgleichsverbinder (2. Art, PUNGA-Verbinder)** zwischen diesen beiden Wicklungen Ausgleichsströme von den Bürsten fernhalten müssen. Daher werden **zweigängige Schleifenwicklungen** selten ausgeführt.

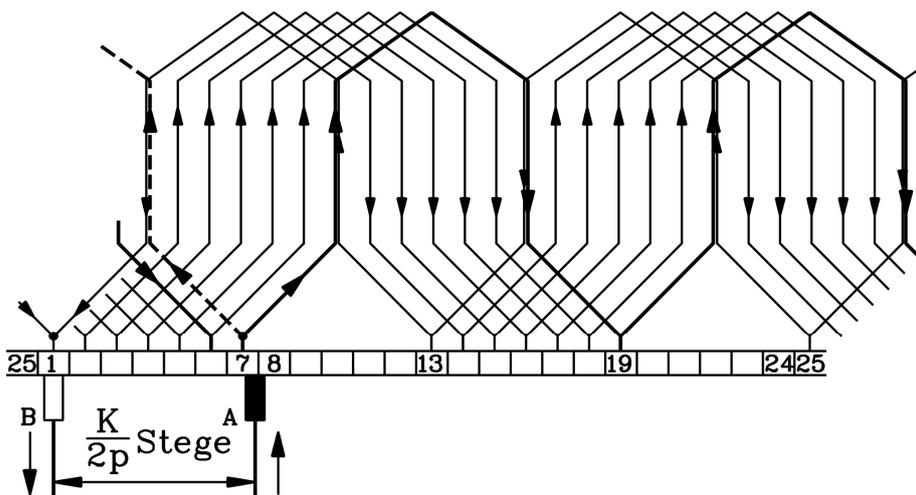
**10.2.2 Wellenwicklung**

a) *Grundelement der Wellenwicklung:*

Das in Serie Schalten benachbarter Spulen kann man auch auf eine zweite Weise durchführen (Bild 10.2.2-1a).



a)



b)

Bild 10.2.2-1: Eingängige Wellenwicklung:  $2p = 4$ ,  $2a = 2$ ,  $u = 1$ ,  $Q_r = 25$ ,  $K = 25$ ,  $y_1 = 6$ ,  $y_2 = 6$ ,  $y = 12$ :  
 a) Entstehung der Wellenwicklung aus einzelnen, in Serie geschalteten „wellenförmigen“ Ankerspulen, die nach einem Umlauf am Ankerumfang einen „Wellenzug“ bilden, dessen Anfang und Ende um eine Segmentteilung auseinander liegen. Es sind der erste und zweite, um eine Segmentteilung nach links verschobene Wellenzug dargestellt.

b) Ein Ankerzweig für vier Pole zwischen 1 und 7, der zweite (elektrisch parallele) Ankerzweig beginnt mit der gestrichelt markierten Spule.

Man klappt die kommutatorseitigen Stirnverbindungen nach außen, so dass Anfang und Ende einer Spule um **nahezu** zwei Polteilungen auseinander liegen. Die Betonung liegt auf dem Wort „nahezu“, denn würden z. B. bei einer zweipoligen Maschine Anfang und Ende um exakt zwei Polteilungen entfernt sein, so läge das Ende der Spule wieder genau auf dem Beginn, und die Spule wäre in sich kurz geschlossen. So aber wählt man:

$$y = y_1 + y_2, \quad y_1 \approx K/(2p), \quad y_2 \approx K/(2p), \quad y \approx K/p \quad (10.2.2-1)$$

*b) Zwei- und höherpolige Wellenwicklungen:*

Um den Schritt  $y$  und damit  $y_2$  zu bestimmen, betrachten wir Bild 10.2.2-1a. Die erste Spule geht von Segment 1 um  $y$  Kommutatorschritte nach rechts zu Segment  $y + 1$ . Die nächste Spule geht von Segment  $y + 1$  zu  $2y + 1$  usw., bis nach Durchlauf aller  $p$  Polpaare die  $p$ -te Spule das Segment  $py + 1$  erreicht. Dieses letzte Segment trägt die Bezeichnung  $K$ , nämlich die Gesamtzahl der Kommutatorsegmente. Zwischen diesem und dem benachbarten Segment 1 liegen somit  $p$  Spulen in Serie. Wegen  $K = py + 1$  folgt hieraus für die Wellenwicklung

$$y = \frac{K-1}{p} = \text{ganze Zahl} \quad (10.2.2-2)$$

Man hätte auch „ $y = (K + 1)/p = \text{ganze Zahl}$ “ wählen können, wenn man ein Überkreuzen von Anfang und Ende eines Wellenzugs zulässt. In der Regel verwendet man die ungekreuzte Ausführung (10.2.2-2). Wegen des Aufsammelns der induzierten Spannungen von  $p$  Oberschicht- und  $p$  Unterschicht-Spulenseiten ist die induzierte Spannung zwischen Plus- und Minusbürste gegenüber (10.2.1-2) um den Faktor  $p$  größer.

Beispiel 10.2.2-1:

Wellenwicklung (Vereinfachtes Lehrbeispiel, Bild 10.2.2-1 bzw. 10.2.2-3):  $2a = 2, u = 1, Q_r = 25, 2p = 4, K = 25, y = (K-1)/p = 12, y_1 = 6, y_2 = 6$ . Es ergeben sich die Wicklungsschritte:

1 (Oberschicht)  $\rightarrow$  7 (Unterschicht)  $\rightarrow$  13 (OS)  $\rightarrow$  19 (US)  $\rightarrow$  25 (OS)  $\rightarrow$  6 (US)..., usw.

In Bild 10.2.2-1b ist das „Auffüllen“ der Ankernuten mit den in Serie geschalteten Wellenzügen dargestellt, beginnend bei Segment 7, endend bei Segment 1. Wenn mit dem Fortschreiten der Wellenzüge von rechts nach links begonnen wird, werden im Bereich der 1. Polteilung alle Oberschichtplätze in den Nuten belegt, in der folgenden Polteilung alle Unterschichtplätze, in der nächsten Polteilung wieder alle Oberschichtplätze usw. Nach  $(K-1)/(2p) = 24/4 = 6$  Wellenzügen ist dieser Vorgang beendet. Die Hälfte aller Nutplätze belegt.

Denselben Vorgang kann man – bei 7 beginnend – nach rechts fortschreitend durchführen, wobei nun in der 1. Polteilung alle noch freien Unterschichtplätze, in der nächsten alle noch freien Oberschichtplätze usw. belegt werden (in Bild 10.2.2-1b gestrichelt). Nach wiederum 6 Wellenzügen sind alle Nutplätze belegt.

Damit ist das Wicklungssystem **in sich geschlossen**, wobei zwei parallele Zweige entstanden sind, die – z. B. ausgehend von der Bürste A in Bild 10.2.2-1b – nach links in die nächste Unterschicht und nach rechts in die nächste Oberschicht führen.

**Fazit:**

*Die eingängige Wellenwicklung hat stets zwei parallele Zweige:  $a = 1, 2a = 2$ . Daher benötigt sie keine Ausgleichsverbinder.*

Es genügen nur eine Plus- und eine Minus-Bürste für den elektrischen Anschluss (Bild 10.2.2-1); es gibt ja auch nur zwei parallele Zweige. Allerdings müssen diese beiden Bürsten den

Ankerstrom  $I_a$  führen und haben wegen der relativ niedrigen zulässigen Bürstenstromdichte einen großen Querschnitt, sind daher groß und schwer, was für einen leichten Lauf auf der Kommutatoroberfläche ungünstig ist. Daher wird nur in Ausnahmefällen wegen eingeschränkter Zugänglichkeit der Bürsten für deren Wartung mit zwei Bürsten gefahren. Ansonsten setzt man  $2p$  Bürsten auf Grund folgender Überlegung auf: In Bild 10.2.2-1 geht jenes Wicklungselement, das von der A-Bürste kontaktiert wird, von Segment 7 bzw. 8 nach Segment 19 bzw. 20. Die zugehörigen Nutenleiter liegen zu diesem Zeitpunkt in der neutralen Zone, so dass in sie augenblicklich **keine** Spannung induziert wird, so dass 7 bzw. 8 und 19 bzw. 20 auf gleichem elektrischen Potential sind. Man kann daher im Abstand der doppelten Polteilung von der A-Bürste eine weitere A-Bürste setzen und mit der ersten elektrisch parallel schalten. Es erfolgt dann – wie bei der Schleifenwicklung – über diese Parallelschaltung nur ein Kurzschluss spannungsloser Spulen (7-13, 19-25). So wirken diese spannungslosen Spulen wie Ausgleicher 1. Art; die Wellenwicklung ist **selbstaussgleichend**. Ebenso kann eine zweite B-Bürste (bei Segmenten 13, 14) aufgesetzt werden und mit der ersten B-Bürste bei Segment 1 parallel geschaltet werden, womit wie bei der Schleifenwicklung je Pol eine Bürste am Kommutator sitzt (Bild 10.2.2-2). Damit ist der Strom pro Bürste bei  $2p$  Bürsten wiederum auf den Wert  $I_a/p$  verringert.

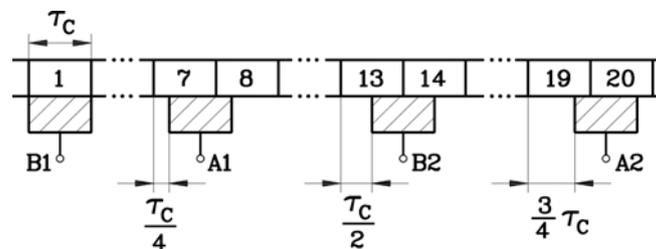


Bild 10.2.2-2: Lage der  $2p = 4$  Bürsten am Kommutator zur Wellenwicklung von Bild 10.2.2-1 bzw. Bild 10.2.2-3 bei vollständig aufgesetztem Bürstensatz (hier: vereinfacht: Bürstenbreite = Segmentbreite)

Bei der eingängigen Wellenwicklung ist die Spannung zwischen zwei benachbarten Plus- und Minusbürsten  $p$ -mal so groß wie bei der eingängigen Schleifenwicklung. Da dabei stets  $2a = 2$  für die Wellenwicklung gilt, beschreibt (10.2.1-2) auch die zwischen benachbarten Bürsten auftretende induzierte Spannung bei eingängigen Wellenwicklungen korrekt ( $a_{Welle} = 1$ ,  $a_{Schleife} = p$ ).

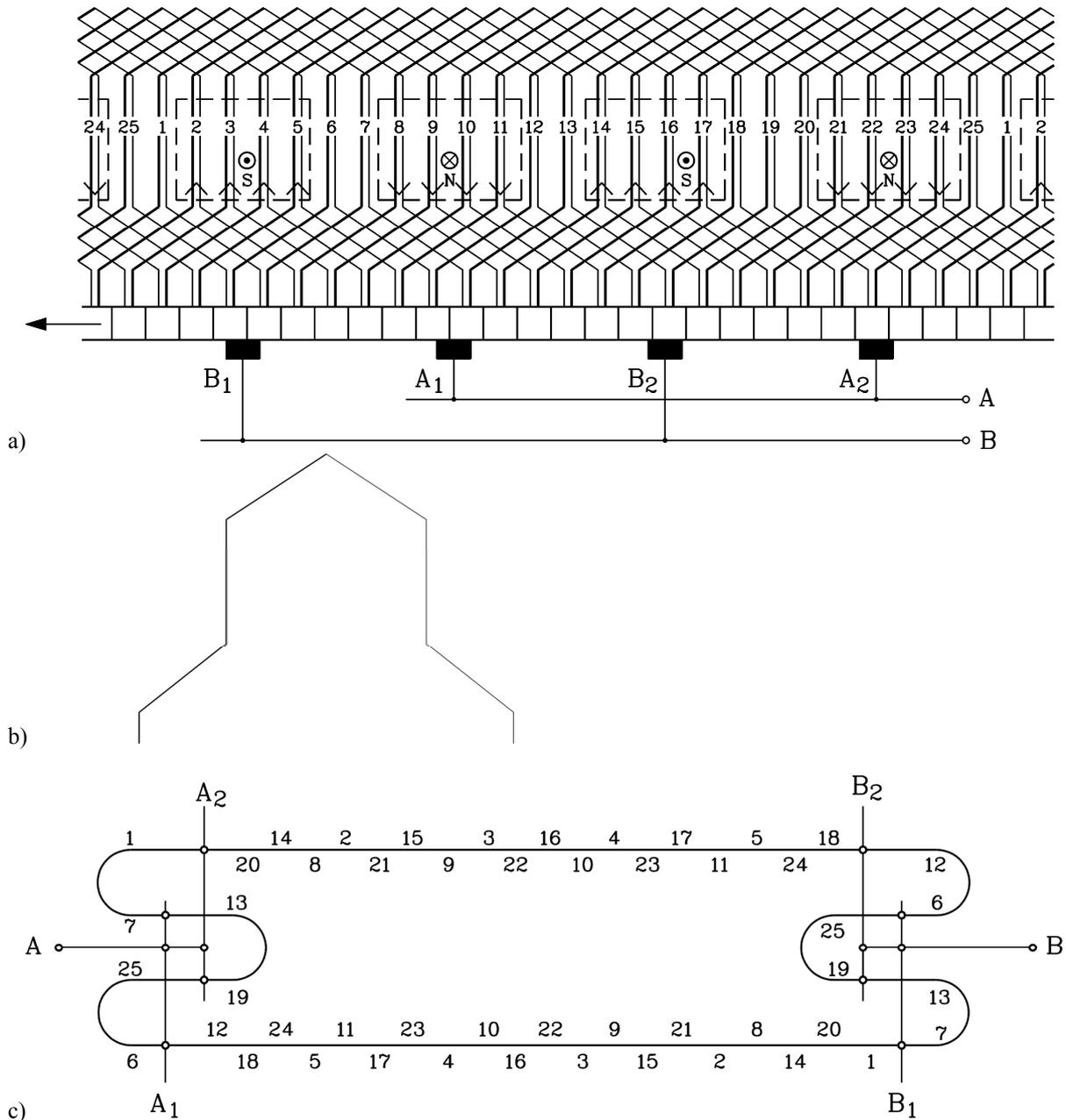
$$U_{i,Welle} = z \cdot \frac{P}{a_{Welle}} \cdot n \cdot \Phi = z \cdot p \cdot n \cdot \Phi = p \cdot z \cdot \frac{P}{a_{Schleife}} \cdot n \cdot \Phi = p \cdot U_{i,Schleife} \quad (10.2.1-3)$$

Beachten Sie, dass bei  $2p = 2$  Schleifen- und Wellenwicklung elektrisch identisch sind:  $a_{Schleife} = p = 1 = a_{Welle}$ .

#### Beispiel 10.2.2-2:

Wellenwicklung gemäß Bild 10.2.2-3:  $2a = 2$ ,  $u = 1$ ,  $Q_r = 25$ ,  $2p = 4$ ,  $K = 25$ ,  $y = (K-1)/p = 12$ ,  $y_1 = 6$ ,  $y_2 = 6$ . In Bild 10.2.2-3b sei die induzierte Spannung je Spule, wenn beide Spulenseiten unter den Hauptpolen liegen,  $U_{i,m} = 10$  V. Gemäß Bild 10.2.2-3a, c sind zum gewählten Zeitpunkt 6 Spulen durch die Bürsten kurz geschlossen. Es verbleiben  $25 - 6 = 19$  Spulen. Davon liegen in c) im oberen Parallelzweig 9, im unteren Parallelzweig 10 Spulen in Serie. Im oberen Zweig liegen die Leiter 18 OS und 20 US nicht unter den Hauptpolen; ihre induzierte Spannung ist (nahezu) Null. Im unteren Parallelzweig ist dies für 12 OS, 20 OS und 18 US, 1 US der Fall. Damit liegen im oberen und unteren Parallelzweig  $9 - 1 = 8$ , im unteren  $10 - 2 = 8$  Spulen mit  $U_{i,m}$  in Serie, so dass im oberen und unteren Parallelzweig jeweils dieselbe induzierte Spannung  $U_i = 8 \cdot 10 = 80$  V auftritt. Mit einem Ankerstrom  $I_a = 50$  A sind

der Bürstenstrom  $I_a/p = 25 \text{ A}$  und der Leiterstrom  $I_a/(2a) = 25 \text{ A}$  gleich groß. Die innere Leistung ist  $P_\delta = U_i \cdot I_a = 80 \cdot 50 = 4 \text{ kW}$ .



**Bild 10.2.2-3:** Wellenwicklung:  $Q_r = 25, 2p = 4, u = 1, N_c = 1, a = 1, K = 25, y_1 = 6, y_2 = 6, y = 12$   
 a) Vollständiges Wicklungsschema, vergleiche dessen Entstehung mit Bild 10.2.2-1  
 b) Spule mit  $N_c = 1$  als Wicklungselement der Wellenwicklung (links Oberschicht, rechts Unterschicht)  
 c) Elektrisch wirksame Schaltung für die in a) gezeichnete Stellung der Bürsten relativ zum Kommutator (Zahl ober-/unterhalb Linienzug: Ober-/Unterstab)

**Beispiel 10.2.2-3:**

Ausgehend von einer zweipoligen Maschine A mit Schleifenwicklung (Leiterzahl  $z_A$  am Läuferumfang  $d_A \pi$ ) mit der induzierten Spannung  $U_{iA} = z_A \cdot n_A \cdot \Phi$  soll

- 1) eine  $2p$ -polige Maschine B mit Schleifenwicklung durch Fortsetzen der Polpaare bei gleichem Fluss pro Pol  $\Phi$  für gleiche induzierte Spannung  $U_{iB} = z_B \cdot (p/a) \cdot n_B \cdot \Phi = U_{iA}$  entworfen werden. Wie groß muss  $n_B$  gewählt werden?

2) eine  $2p$ -polige Maschine C mit Wellenwicklung durch Fortsetzen der Polpaare bei gleichem Fluss pro Pol  $\Phi$  für gleiche induzierte Spannung  $U_{iC} = z_C \cdot (p/a) \cdot n_C \cdot \Phi = U_{iA}$  entworfen werden. Wie groß muss  $n_C$  gewählt werden?

Zu 1): Bei  $p$  Polpaaren ist die Leiterzahl  $z_B = p \cdot z_A$  am Läuferumfang  $d_B \pi$  (mit  $d_B = p \cdot d_A$ ) wegen der  $2a$  parallelen Zweige elektrisch in Serie wirksam als  $z_B/(2a) = z_A/2$ .

$$U_{iB} = z_B \cdot (p/a) \cdot n_B \cdot \Phi = z_B \cdot (2p/(2a)) \cdot n_B \cdot \Phi = z_B/(2a) \cdot n_B \cdot \Phi \cdot 2p = z_A \cdot n_B \cdot \Phi \cdot p = U_{iA}.$$

Folglich muss  $n_B = n_A/p$  für gleiche induzierte Spannung sein. Dies ist unmittelbar verständlich, denn da gegenüber  $2p = 2$  bei  $2p > 2$  die Anzahl der parallelen Zweige  $2a = 2p$  entsprechend zunimmt, liegt je Parallelzweig immer dieselbe Leiterzahl  $z_A/2$  in Serie. Die gleiche induzierte Spannung  $U_{iA} = (z_A/2) \cdot v \cdot B_\delta \cdot l_e = U_{iB}$  erfordert bei gleichem Fluss pro Pol  $\Phi$  und daher gleicher Luftspaltflussdichte  $B_\delta$  eine gleiche Ankerumfangsgeschwindigkeit  $v = d_A \pi \cdot n_A = d_B \pi \cdot n_B$ , woraus wieder  $n_B = (d_A/d_B) \cdot n_A = n_A/p$  folgt.

Zu 2): Bei  $p$  Polpaaren ist die Leiterzahl  $z_C = p \cdot z_A$  am Läuferumfang  $d_C \pi$  (mit  $d_C = p \cdot d_A$ ) wegen der  $2a = 2$  parallelen Zweige elektrisch in Serie wirksam als  $z_C/2 = p \cdot z_A/2$ .

$$U_{iC} = z_C \cdot (p/a) \cdot n_C \cdot \Phi = z_C \cdot p \cdot n_C \cdot \Phi = (p \cdot z_C) \cdot n_C \cdot \Phi = p^2 \cdot z_A \cdot n_C \cdot \Phi = U_{iA}.$$

Folglich muss  $n_C = n_A/p^2$  für gleiche induzierte Spannung sein. Dies ist unmittelbar verständlich, denn da gegenüber  $2p = 2$  bei  $2p > 2$  die Anzahl der parallelen Zweige  $2a = 2$  gleich bleibt, liegt je Parallelzweig die Leiterzahl  $z_C/2 = p \cdot z_A/2$  in Serie. Die gleiche induzierte Spannung  $U_{iA} = (z_A/2) \cdot v_A \cdot B_\delta \cdot l_e = U_{iC} = (z_C/2) \cdot v_B \cdot B_\delta \cdot l_e$  erfordert bei gleicher Luftspaltflussdichte  $B_\delta$  eine um  $1/p$  verringerte Ankerumfangsgeschwindigkeit  $v_C = d_C \pi \cdot n_C = d_A \pi \cdot n_A/p$ , woraus wieder  $n_C = (d_A/d_C) \cdot n_A/p = n_A/p^2$  folgt.

d) *Zweigängige Wellenwicklungen:*

**Mehrgängige, z. B. zweigängige Wellenwicklungen** werden wegen der Ausgleichsströme zwischen den einzelnen über die Bürsten elektrisch parallel geschalteten eingängigen Wellenwicklungen kaum ausgeführt. Ebenso sind Sonderwicklungen aus Kombinationen von Schleifen- und Wellenwicklungen („Froschbein“- oder **LATOUR-Wicklungen**), wo die Wellenwicklung die Ausgleichsfunktion für die Schleifenwicklung übernimmt, aus Kostengründen sehr selten im Einsatz. Für die induzierte Spannung ist weiterhin (10.2.1-2) gültig, da sich Leiterzahl  $z$  und  $a$  in gleicher Weise erhöhen,  $U_i$  also gleich bleibt.

### 10.2.3 Vergleich der eingängigen Schleifen- und Wellenwicklung, Spannungsgrenze

Die induzierte Spannung kann unabhängig von der Wahl der Wicklung mit Formel (10.2.1-2) berechnet werden, wenn  $a$  und  $p$  richtig eingesetzt werden. Die Gesamtzahl aller Nutenleiter (Spulenseiten) in der Maschine ist die **Gesamtleiterzahl**  $z$  (10.1-14). Würden diese Leiter nicht in Nuten angeordnet, sondern gleichmäßig als Belag  $A$  am Läuferumfang verteilt (Bild 10.1-2), so entfallen auf die Umfangslänge  $dx$  anteilig  $\frac{z}{2p\tau_p} dx$  Ankerleiter. Je Pol sind

alle Leiter in Serie geschaltet, so dass die induzierte Spannung aus der je  $dx$  induzierten Spannung  $dU_i = B_\delta(x) \cdot l_e \cdot v_a \cdot dz$  ermittelt wird.

$$U_i = \int dU_i = \int_0^{\tau_p} B_\delta(x) \cdot l_e \cdot v_a \cdot \frac{z}{2p\tau_p} \cdot dx = z \cdot n \cdot l_e \cdot \int_0^{\tau_p} B_\delta(x) \cdot dx = z \cdot n \cdot \Phi \quad (10.2.3-1)$$

beträgt. Bei der eingängigen Schleifenwicklung, wo jeder Pol im Anker elektrisch parallel geschaltet ist, ist die induzierte Spannung pro Pol gleichzeitig auch die induzierte Spannung der Maschine. Bei der eingängigen Wellenwicklung mit nur zwei parallelen Kreisen sind  $p$  Ankerpole in Serie, so dass die induzierte Spannung der Maschine  $p$ -fach größer ist (Tabelle 10.2.3-1). Allgemein gilt daher für **die induzierte Spannung (Rotationsspannung)** (10.2.3-2).

$$U_i = z \frac{p}{a} \cdot n \cdot \Phi = k_1 \cdot n \cdot \Phi = k_2 \cdot \Omega_m \cdot \Phi \quad , \quad k_1 = z \frac{p}{a} \quad , \quad k_2 = \frac{k_1}{2\pi} \quad (10.2.3-2)$$

Eine weitere Spannungsinduktion außer dem bewegungsinduzierten („rotatorischen“) Anteil tritt in der Ankerwicklung im Stationärbetrieb nicht auf, da der Hauptfluss gleichstromerregt, also zeitlich konstant ist.

<i>Schleifenwicklung</i>	<i>Wellenwicklung</i>
Anzahl parallele Zweige = Anzahl Pole $2a = 2p$	Anzahl parallele Zweige stets 2 $2a = 2$
Ausgleicher 1. Art erforderlich	selbstaussgleichend
Hohe Ströme möglich	Strom begrenzt auf ca. 500 A
Hohe Leistung möglich (bis ca. 12 MW)	Leistung begrenzt (ca. 300 kW)

Tabelle 10.2.3-1: Vergleich der eingängigen Schleifen- und Wellenwicklung

Die Leistung ist bei der Wellenwicklung begrenzt, da nur zwei parallele Strom-Zweige vorhanden sind. Typische Grenzen sind bei gängigen Leiterstromdichten etwa 250 A je Ankerzweig, was einem Bemessungsstrom von 500 A als Obergrenze entspricht, und bei 600 V Ankerspannung 300 kW Maschinenleistung ergibt. Gleichstrommaschinen großer Leistung im Bereich von 6 MW bis 12 MW werden somit ausschließlich mit Schleifenwicklung ausgeführt (mit Ankerspannungen bis ca. 1500 V), z. B. 6 MW-Walzwerksantriebe mit 18 Polen und damit 18 parallelen Kreisen, wobei die **Anker-Spannungsgrenze** wegen der Überschlagsgefahr am Kommutator zu beachten ist. Auf Grund des mechanischen Bürstenabriebs ist nämlich Kohlestaub im Inneren der Maschine. Wegen der erhöhten elektrischen Feldstärke an den Kanten der Kommutator-Kupfersegmente und des leitfähigen Kohlestaubs ist die **Durchschlagfeldstärke** zwischen zwei Kommutatorsegmenten deutlich kleiner als bei trockener Luft im elektrischen Homogenfeld von ca. 40 kV/cm. **Die mittlere Segmentspannung** ist die Spannungsdifferenz zwischen zwei Segmenten im Mittel über alle Segmente zwischen zwei Plus- und Minus-Bürste.

$$U_{s,av} = U_a / (K / 2p) \quad (10.2.3-3)$$

Sie darf 18 ... 20 V nicht übersteigen. Die maximale lokale Segmentspannung  $U_{s,max}$  auf Grund der lokal gegenüber  $B_{\delta,av}$  höheren Flussdichte  $B_{\delta,m}$  soll unter ca. 35 V bleiben, damit kein Überschlag zwischen zwei Kommutatorlamellen erfolgt. Bei  $I_a = 0$  bzw. bei kompensierter Maschine (Abschnitt 10.4) gilt:

$$U_{s,max} = U_{s,av} \cdot \frac{B_{\delta,m}}{B_{\delta,av}} = \frac{U_{s,av}}{\alpha_e} \quad (10.2.3-4)$$

Beispiel 10.2.3-1:

Eine mittlere Segmentspannung von 20 V entspricht bei 0.3 mm Glimmerdicke zwischen zwei benachbarten Kommutatorsegmenten einer elektrischen Feldstärke  $E = 20/0.03 = 0.7 \text{ kV/cm}$  (deutlich kleiner als 40 kV/cm!). Bei  $K/(2p) = 30$  Lamellen zwischen zwei Bürsten ergibt sich eine zulässige Gleichspannung von  $30 \cdot 20 = 600 \text{ V}$ .

**Fazit:**

*Gleichstrommaschinen werden i. A. nur für Niederspannung ( $U < 1000 \text{ V DC}$ ) gebaut, und nur bei den großen Einheiten Spannungen bis ca. 1500 V DC erreicht.*

Beispiel 10.2.3-2:

Großer kompensierter Gleichstrommotor als 2.7 m-Walzwerks-Grobgerüstantrieb (ähnlich wie Bild 10.2.3-1) mit  $2 \times 6 = 12 \text{ MW}$  in Tandem-Bauweise = zwei GS-Maschinen je 6 MW gekuppelt:  $P = 6 \text{ MW}$ ,  $n = 50 \dots 100/\text{min}$ ,  $M = 1146 \dots 573 \text{ kNm}$ ,  $2p = 18 = 2a$  (eingängige Schleifenwicklung),  $U_a = 1300 \text{ V}$ ,  $I_a = 4870 \text{ A}$ , Ankerzweigstrom  $I_a/(2a) = 270 \text{ A}$ ,  $K = 1638$ , Ankerdurchmesser  $d_{si} = 4.2 \text{ m}$ ,  $l_e = 0.8 \text{ m}$ , Kommutatordurchmesser  $d_C = 2.9 \text{ m}$ , relative Bürstengeschwindigkeit auf dem Kommutator:  $v_C = d_C \pi \cdot n = 7.8 \dots 15.2 \text{ m/s}$ .

$K/(2p) = 91$ , mittlere Segmentspannung  $U_{s,av} = 1300 \text{ V}/91 = 14.3 \text{ V} < 20 \text{ V}$ ,  $\alpha_e = 0.7$ , maximale Segmentspannung  $U_{s,av} = 14.3 \text{ V}/0.7 = 20.4 \text{ V} < 35 \text{ V}$ .

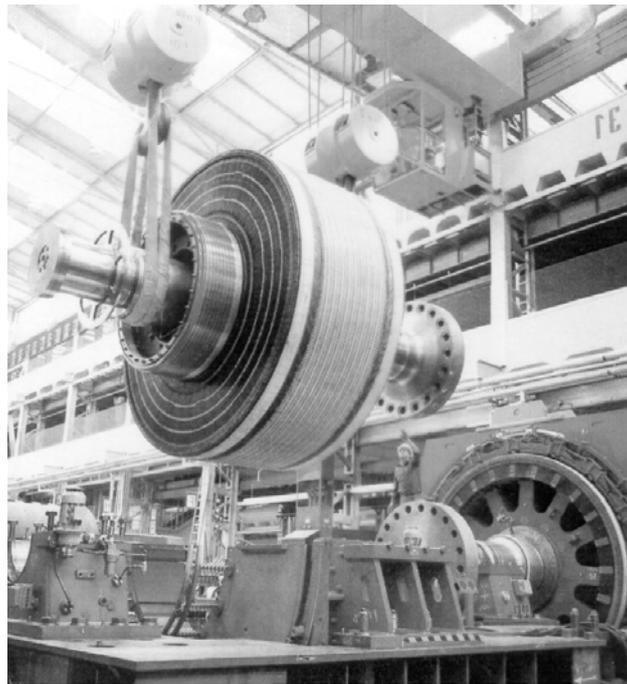


Bild 10.2.3-1: Einbau des Ankers des weltgrößten Umkehr-Zwillings-Walzwerksmotors ( $2 \times 12785 \text{ kW}$ ,  $90 \dots 150/\text{min}$ ,  $1356 \dots 814 \text{ kNm}$ ,  $2p = 2a = 18$ , getreppte Schleifenwicklung, 1977). Die Hintermaschine ist bereits komplettiert. Der große Wellenflansch ist zur Übertragung des großen, durch stoßartige Belastung beim Walzvorgang dynamisch überhöhten Drehmoments nötig. (Quelle: *Dynamowerk, Siemens AG*)

### 10.3 Elektromagnetisches Drehmoment

Wird die Wicklung mit dem **Ankergleichstrom**  $I_a$  über die Bürsten bestromt, so wird dieser Strom über den unter den Bürsten sich bewegenden Kommutator in einen **Wechselstrom** mit der Amplitude  $I_a$  umgerichtet. Zwischen je einer Plus- und Minus-Bürste fließt der Strom stets von Plus nach Minus. Da zwischen zwei Bürsten die Nutenleiter unter je einem Hauptpol

liegen, steht die räumliche Stromverteilung unter den Polen still (Bild 10.3-1a). Sie hat unter N- und S-Polen jeweils entgegengesetzte Stromflussrichtung wegen der Hin- und Rückleiter der Ankerspulen. Da sich aber die Ankerleiter weiterbewegen, müssen sie abwechselnd positiven und negativen Strom führen, wenn sie abwechselnd N- und S-Pole passieren (Bild 10.3-2).

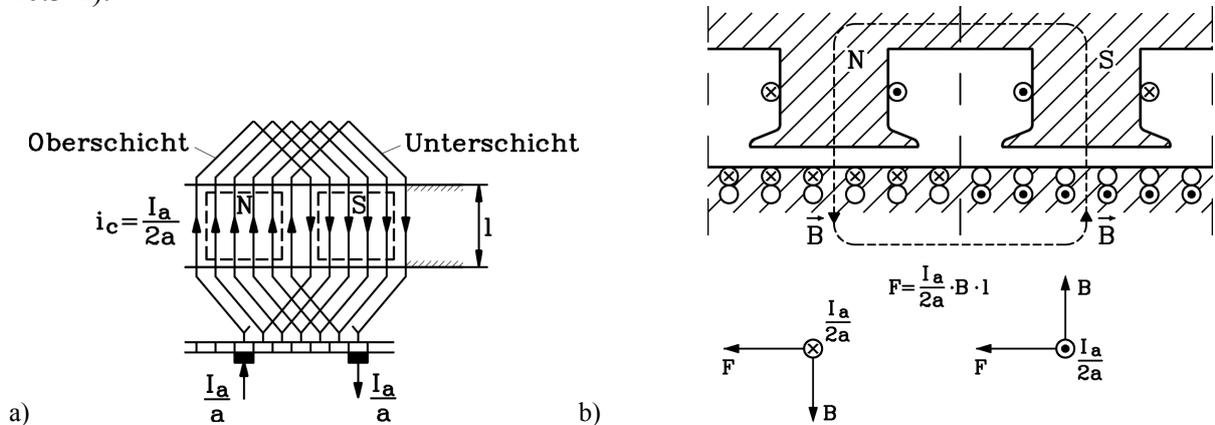


Bild 10.3-1: Strom in der Ankerwicklung: a) Pro Pol existiert nur eine Stromrichtung, b) Kraftbildung auf die stromdurchflossenen Ankerleiter im Ständermagnetfeld  $B$

Wegen der räumlich festen Lage des Läuferstrombelags relativ zum Hauptfeld ist die Drehmomentbildung für alle Pole identisch. Der sich auf  $2a$  parallele Ankerzweige aufteilende Ankerstrom beträgt als Leiterstrom je Nutenleiter  $I_a/(2a)$ . Im Abschnitt  $dx$  am Umfang tritt die Stromdurchflutung  $\frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z}{2p\tau_p} dx$  auf. Gemäß Kap. 1 berechnen wir die

Kraft auf die Ankerleiter als *LORENTZ*-Kraft, indem wir die Ankerleiter ersatzweise aus den Nuten an die Läuferoberfläche legen. Die elektromagnetische *LORENTZ*-Kraft auf diese Durchflutung im Luftspaltfeld beträgt (Bild 10.3-1b)

$$dF(x) = \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z}{2p\tau_p} dx \cdot l \cdot B_\delta(x) \quad (10.3-1)$$

Das Drehmoment je Pol  $M_{e,Pol}$  ist die Summe der Kraftanteile  $dF(x)$  über den Polbogen  $F_{Pol}$ , multipliziert mit dem Hebelarm  $d_r/2 = p\tau_p/\pi$  des halben Läuferdurchmessers. Alle  $2p$  Pole bewirken den gleichen Drehmomentbeitrag  $M_{e,Pol}$ , so dass sich für das resultierende elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  (10.3-2) ergibt.

$$M_e = 2p \cdot M_{e,Pol} = 2p \cdot \frac{p\tau_p}{\pi} \cdot F_{Pol} = 2p \cdot \frac{p\tau_p}{\pi} \cdot \int_0^{\tau_p} dF \quad \Rightarrow$$

$$M_e = 2p \cdot \frac{p\tau_p}{\pi} \int_0^{\tau_p} \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z}{2p\tau_p} \cdot l \cdot B_\delta(x) \cdot dx = \frac{1}{2\pi} \cdot z \frac{p}{a} \cdot I_a \cdot \Phi = k_2 \cdot I_a \cdot \Phi$$

$$\boxed{M_e = k_2 \cdot I_a \cdot \Phi} \quad (10.3-2)$$

Auch aus der **Leistungsbilanz** ist das Drehmoment bestimmbar, anstatt den direkten Weg über die *LORENTZ*-Kraft zu gehen, wenn das elektrische Ersatzschaltbild der Ankerwicklung Bild 10.3-3 verwendet wird, analog zu Bild 4.1-2a. Die induzierte Spannung  $u_i$  wird durch die Quellenspannung  $u_q = -u_i$  gemäß Bild 4.1-2a ersetzt. Leider wird bei Gleichstrommaschinen

diese Quellenspannung  $u_q$  sehr häufig in Lehrbüchern auch mit  $u_i$  bezeichnet, so dass im Ersatzschaltbild Bild 10.3-3 die induzierte Spannung als „innere“ Spannung anstatt als „äußere“ Spannung erscheint. Wir folgen diesem Brauch, merken uns aber, dass  $U_i$  im Ersatzschaltbild 10.3-3 eigentlich  $-U_i$  ist, wenn wir sie gemäß (4.1-15) berechnen. Die gesamte, dem Anker im motorischen Betrieb zugeführte elektrische Wirkleistung  $P_e$  ist im Verbraucher-Zählpeilsystem bei an den Klemmen anliegender Ankerspannung  $U_a$  (Bild 10.3-3)

$$P_e = U_a I_a = (U_i + I_a R_a) \cdot I_a = U_i I_a + R_a I_a^2 = P_\delta + R_a I_a^2 \quad (10.3-3)$$

Die Stromwärme-Verluste in den Ankerleitern werden im Gesamtwiderstand der Ankerwicklung  $R_a$  (**Ankerwiderstand**) berücksichtigt. Der verbleibende Rest ist die **innere Leistung**  $P_\delta$ . Bei Vernachlässigung aller weiteren Verlustkomponenten (Reibung etc.) wird sie über die **LORENTZ-Kräfte** in mechanische Leistung  $P_\delta = P_m$  über das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  umgesetzt. Dieses ergibt sich in Übereinstimmung mit (10.3-2) aus (10.3-4).

$$P_\delta = U_i I_a = \Omega_m M_e = P_m \Rightarrow M_e = \frac{U_i I_a}{\Omega_m} = \frac{z \frac{p}{a} \cdot n \cdot \Phi}{2\pi \cdot n} I_a = \frac{1}{2\pi} \cdot z \frac{p}{a} \cdot I_a \cdot \Phi \quad (10.3-4)$$

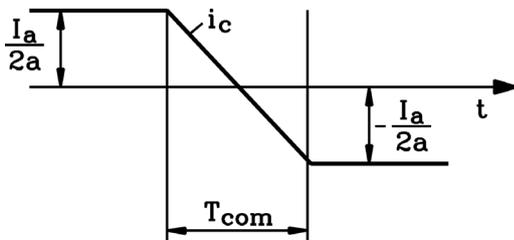


Bild 10.3-2: Der Ankerspulenstrom  $i_c$  ist ein Wechselstrom.

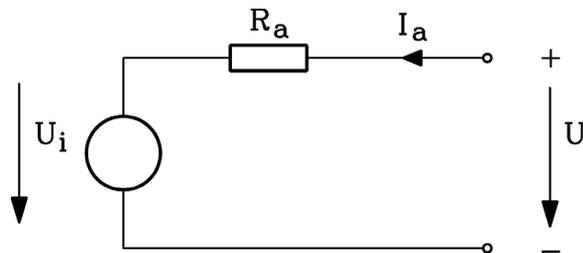


Bild 10.3-3: Ersatzschaltbild der Gleichstromankerwicklung im Motorbetrieb (Speisespannung  $U$ )

Die Verlustbilanz (10.3-4) gibt auch die tiefere Einsicht, dass der tangentiale Kraftangriff auf die Ankerinnenleiter sich aus einer kleinen **LORENTZ-Kraft** und einem großen magnetischen Zug zusammensetzt (vgl. Kap. 1). Gemäß (10.1-17) ist die induzierte Spannung  $u_{i,c}$  je Nutzenleiter

$$u_{ic} = - \int_{A_c} \frac{\partial \vec{B}_c}{\partial t} \cdot d\vec{A} + \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}_Q) \cdot d\vec{s} \quad (10.3-5)$$

bei der Läuferdrehung mit der Drehzahl  $n$  wegen der kleinen Radialkomponente der Flussdichte  $B_Q$  nur zum kleinen Teil eine bewegungsinduzierte Spannung. Die gesamte Luftspaltleistung (10.3-4) kann mit der induzierten Spannung  $u_{i,c}$  je Nutzenleiter auch als

$$P_\delta = z \cdot u_{i,c} \cdot I_c = z \cdot v \cdot B_\delta \cdot l_e \cdot I_c \quad (10.3-6)$$

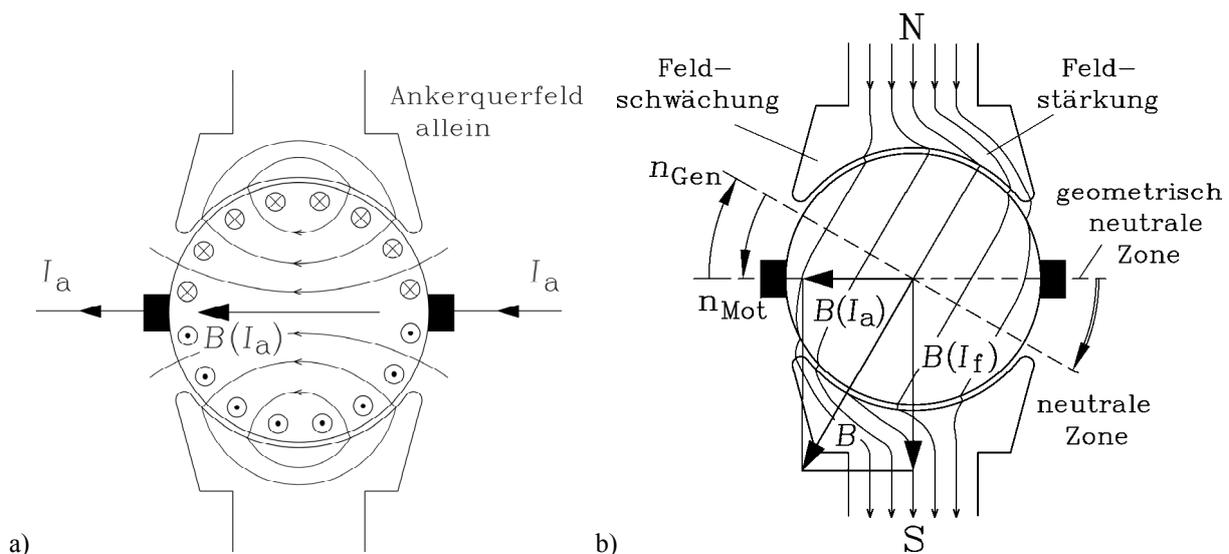
geschrieben werden. Der kleine Anteil  $P_{\delta Q} = z \cdot \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}_Q) \cdot d\vec{s} \cdot I_c = z \cdot v \cdot B_Q \cdot l_e \cdot I_c$  liefert

$$\text{mit (10.3-6) die Differenz } P_{\delta, Fe} = P_\delta - P_{\delta Q} = z \cdot v \cdot (B_\delta - B_Q) \cdot l_e \cdot I_c = - \int_{A_c} \frac{\partial \vec{B}_c}{\partial t} \cdot d\vec{A} \cdot z \cdot I_c,$$

die identisch sein muss mit dem Kraftangriff des Magnetfelds an den magnetisierten Zahnflanken (vgl. Kap. 1). Da wir aber mit (10.1-16) und (10.1-17) bewiesen haben, dass die

induzierte Spannung einer Spule in Ankernuten dieselbe ist wie die einer Spule an der ungenutzten Ankeroberfläche bei gleichem Luftspaltfeld, dürfen wir wegen der Leistungsbilanz (10.3-4) auch die Umfangskraft auf die Leiter so berechnen, als würden diese nicht in Nuten, sondern an der ungenutzten Läuferoberfläche liegen. Bei einem Läufer aus Holz oder einem anderen nicht magnetisierbaren Material würde übrigens wegen  $\mu_{\text{Holz}} = \mu_{\text{Luft}} = \mu_0$  KEINE Feldbündelung in den Holzzähnen stattfinden, so dass dann das Drehmoment nur aus den *LORENTZ*-Kräften gebildet wird.

Das von den Ankerleitern erregte Eigenfeld wird Ankerquerfeld genannt, da wegen der entgegen gesetzten Stromrichtungen unter benachbarten Polen in Bild 10.3-1 dieses Feld sich quer zum Hauptpolfeld ausbildet (Bild 10.3-4a). In der Überlagerung des Ankerquerfelds mit dem Hauptpolfeld ergibt sich das Gesamtfeld (Bild 10.3-4b), wobei sich im rechten Polhorn des oberen Hauptpols und im linken Polhorn des unteren Hauptpols Ankerquerfeld und Hauptpolfeld sich verstärken, und in den anderen beiden Polhörnern schwächen. Werden die Feldlinien des schräg durch den Anker verlaufenden Gesamtfelds als gedehnte elastische Schnüre gedacht, die sich zur Minimierung ihrer elastischen Energie verkürzen wollen (*MAXWELL*'scher Zug des resultierenden Felds auf das magnetisierte Läuferisen, so würden sie dabei den Anker im Gegenuhrzeigersinn verdrehen, so dass die Motordrehrichtung  $n_{\text{Mot}}$  gemäß Bild 10.3-4b im mathematisch positiven Drehsinn zustande kommt. Mit den *LORENTZ*-Kräften des Bilds 10.3-1 kommt man zur selben Wirkrichtung des elektromagnetischen Drehmoments auf den Läufer.



**Bild 10.3-4:** a) Das von den Ankerspulenströmen erregte Eigenfeld heißt Ankerquerfeld  $B(I_a)$ . b) Die Überlagerung von Ankerquerfeld und Hauptpolfeld  $B(I_f)$  ergibt ein unsymmetrisches Gesamtfeld mit Feldstärkung und Feldschwächung pro Pol.

### 10.4 Ankerrückwirkung und Kompensationswicklung

a) *Luftspaltfeld bei Leerlauf* ( $I_a = 0$ ):

Das Luftspaltfeld bei stromlosem Anker (**Leerlauf**,  $I_a = 0$ ) wurde in Abschnitt 10.1 besprochen. Der Magnetisierungsbedarf für Luftspalt und Eisen  $V_f = V_\delta + V_{Fe}$  in Abhängigkeit der Umfangskoordinate  $x_s$  ist längs des Polbogens konstant und wird durch die Erregerdurchflutung pro Pol  $V_f = N_{f,Pol} I_f$  gedeckt. Das zugehörige  $B$ -Feld im Luftspalt

$$B_{\delta}(x_s) = \mu_0 \cdot \frac{V_f - V_{Fe}}{\delta(x_s)} \quad (10.4-1)$$

ist bei Vernachlässigung des Einflusses der Ankernutöffnungen unter den Hauptpolen ebenfalls konstant und nimmt in den Pollücken ab (Bild 10.1-2 und Bild 10.4-1a oben). In der **neutralen Zone** ( $q$ -Achse) ist das Feld Null und wechselt dort die Polarität.

*b) Luftspaltfeld bei Belastung ( $I_a > 0$ ), „Ankerrückwirkung“*

Sobald der Anker bestromt wird, erregen die stromdurchflossenen Ankerleiter das zusätzliche Ankerquerfeld (Bild 10.3-4a), das sich über das Läuferisen, den Luftspalt und das Ständerpoleisen schließt (Bild 10.4-1b). Aus Symmetriegründen liegt das Zentrum des zugehörigen Feldwirbels in der Polachse ( $d$ -Achse). Wird dort  $x_s = 0$  gesetzt, so nimmt wegen des konstanten Ankerstrombelags  $A$  (10.4-3), Bild 10.1-2, die magnetisierende Durchflutung  $V_a(x_s)$  gemäß (10.4-2) linear mit  $x_s$  zu (Bild 10.4-1a unten). Den Maximalwert erreicht  $V_a(x_s)$  bei  $x_s = \tau_p/2$  als Ankerdurchflutung  $\Theta_a$  (10.4-4), dann nimmt  $V_a(x_s)$  wieder linear ab, weil in der benachbarten Polteilung die Ankerstromrichtung entgegengesetzt ist. Wir nennen dabei  $N_{a,Pol} = z/(8ap)$ .

$$V_a(x_s) = \int_0^{x_s} A(x_s) \cdot dx_s = A \cdot x_s \quad (10.4-2)$$

$$A = \frac{z \cdot I_c}{d_r \pi} = \frac{z \cdot I_a}{2p \tau_p} \quad (\text{Ankerstrombelag } A) \quad (10.4-3)$$

$$\Theta_a = V_a(x_s = \tau_p/2) = A \cdot \frac{\tau_p}{2} = \frac{z}{8ap} \cdot I_a = N_{a,Pol} \cdot I_a \quad (\text{Ankerdurchflutung}) \quad (10.4-4)$$

Das **resultierende**, von Erreger- und Ankerdurchflutung gemeinsam erregte **Luftspaltfeld** bestimmen wir aus der Summe von  $V_f - V_{Fe}$  und  $V_a(x_s)$  gemäß

$$B_{\delta}(x_s) = \mu_0 \frac{V_f + V_a(x_s) - V_{Fe}}{\delta(x_s)} \quad (10.4-5)$$

Es steigt in Bild 10.4-1b nach rechts hin an und sinkt nach links hin ab. So ergibt sich das unsymmetrische Gesamtfeld Bild 10.3-4b. Da mit steigendem  $B_{\delta}$  auch die Flussdichte in den Läuferzähnen ansteigt, sättigt dort das Eisen. Daher ist  $V_{Fe}$  im rechten Polbereich hoch, während im linken Bereich auf Grund der Feldabnahme gegenüber Leerlauf  $V_{Fe}$  nahezu Null ist. Die Zunahme des Luftspaltfelds im rechten Polbereich ist also GERINGER als die Feldabnahme im linken Polbereich. Der Fluss pro Pol  $\Phi$  ist proportional zur Fläche unter der Feldkurve (10.4-6) und bei Belastung folglich kleiner als bei Leerlauf.

$$\Phi = l_e \int_0^{\tau_p} B_{\delta}(x_s) \cdot dx_s = \Phi(I_a > 0) < \Phi(I_a = 0), \quad \Delta\Phi = \Phi(I_a = 0) - \Phi(I_a > 0) \quad (10.4-6)$$

**Fazit:**

Es tritt ein „**Flussverlust**“  $\Delta\Phi$  durch zusätzliche Sättigung des Eisens infolge des Ankerquerfelds auf (Ankerrückwirkung).

c) Einfluss der Feldverzerrung auf die Segmentspannung:

Die Ankerrückwirkung bewirkt eine Überhöhung der Feldkurve in der einen und eine Abnahme der Feldkurve in der anderen Polhälfte (Bild 10.4-1, **Feldverzerrung**). Im Bereich der Feldzunahme sind die induzierten Spulenspannungen daher höher als bei Leerlauf, was u. U. eine zu hohe Segmentspannung ergibt.

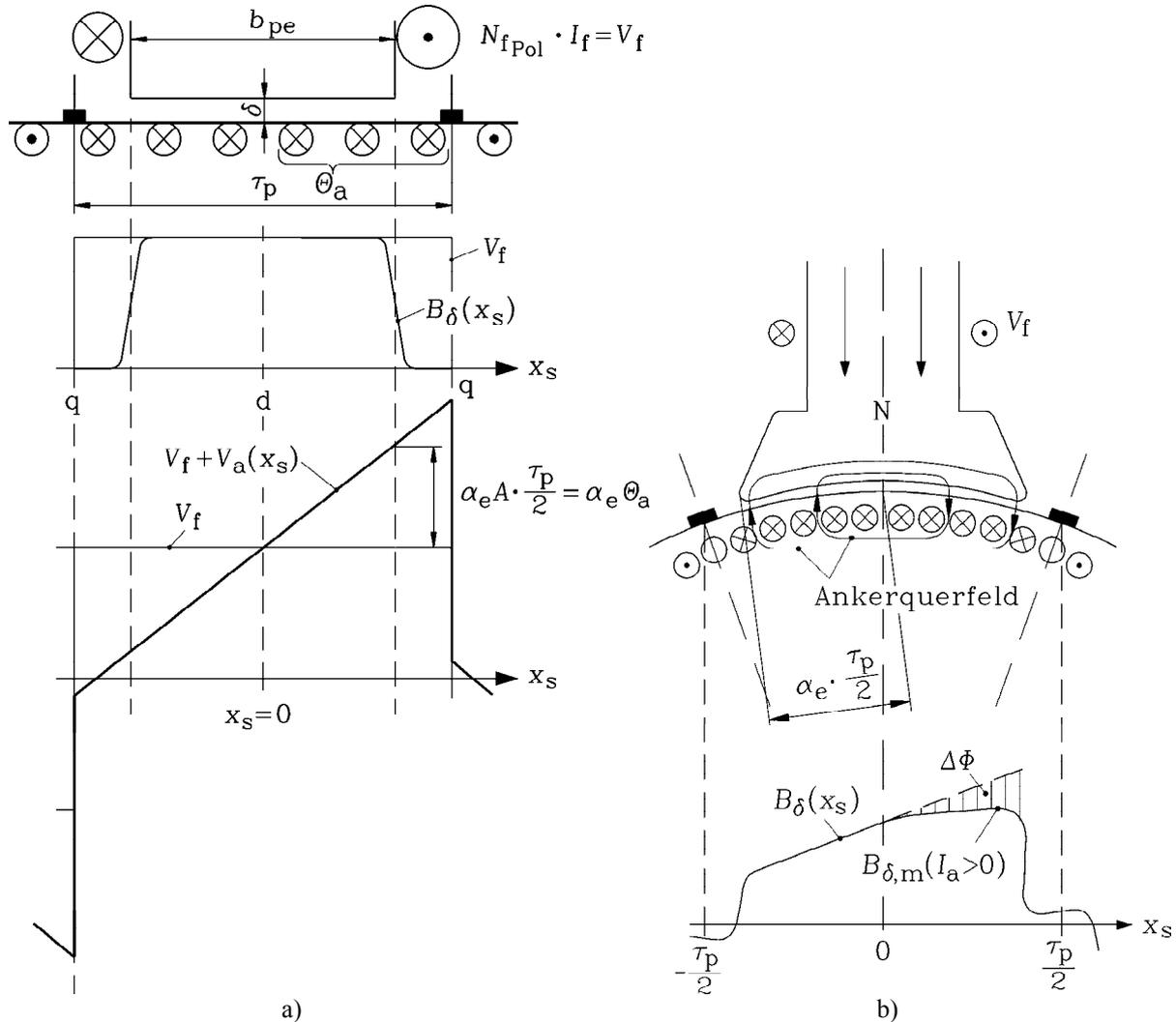


Bild 10.4-1: Feldverlauf bei **bestromtem Anker** in der **unkompenzierten** Gleichstrommaschine:

- a) Das Luftspaltfeld ist bei Leerlauf unter dem Pol wegen des dort konstanten Luftspalts  $\delta$  und der konstanten Erregerdurchflutung  $V_f$  annähernd konstant. Bei Ankerstromfluss überlagert sich der magnetischen Spannung des Hauptfelds  $V_f$  jene der stromdurchflossenen Ankerleiter  $V_a$  (Ankerrückwirkung).
- b) Das Hauptfeld wird durch das Ankerquerfeld verzerrt. Die Feldzunahme (rechte Polhälfte) ist aber wegen der Eisensättigung geringer als die Abnahme (linke Polhälfte), so dass ein Flussverlust  $\Delta\Phi$  auftritt.

Beispiel 10.4-1:

Gleichstrommaschine:  $Q_r = 34, u = 3, 2p = 4$ , Schleifenwicklung,  $N_c = 2, B_{\delta,m} = 0.9 \text{ T}$ ,  $\alpha_e = 0.7, n = 2000/\text{min}, d_{si} = 200 \text{ mm}, l = 355 \text{ mm}$

- Polfluss:  $\Phi = \alpha_e \tau_p l B_{\delta,m} = 0.7 \cdot 0.157 \cdot 0.355 \cdot 0.9 = 35.1 \text{ mWb}$ ,  $K = Q_r \cdot u = 34 \cdot 3 = 102$
- Induzierte Spannung:  $U_i = z \cdot (p/a) \cdot n \cdot \Phi = 408 \cdot (2/2) \cdot (2000/60) \cdot 0.0351 = 477.4 \text{ V}$
- Ankerumfangsgeschwindigkeit:  $v_a = 2p \tau_p n = 2 \cdot 2 \cdot 0.157 \cdot (2000/60) = 20.9 \text{ m/s}$
- Mittlere Segmentspannung:  $U_{s,av} = U_i / (K/2p) = 477.4 / (102/4) = 18.7 \text{ V} < 20 \text{ V}$  zulässig
- Maximale Segmentspannung bei Leerlauf:

$$\hat{U}_{s,\max} = \hat{U}_{i,c} = 2 \cdot N_c \cdot v_a \cdot l \cdot B_{\delta,m} = 2 \cdot 2 \cdot 20.9 \cdot 0.355 \cdot 0.9 = 26.7 \text{ V} < 35 \text{ V zulässig}$$

- Maximale Segmentspannung bei Nennstrom: Feldüberhöhung gegenüber  $B_{\delta,m}$  laut Bild 10.4-1b ca. 25%:  $\hat{U}_{s,\max} = \hat{U}_{i,c} = 1.25 \cdot 26.7 = 33.4 \text{ V} < 35 \text{ V zulässig}$

**Fazit:**

Als **Folge der Ankerrückwirkung bei Last** entsteht

- ein Flussverlust  $\Delta\Phi$  und damit eine Drehmomenteinbuße  $\Delta M_e = k_2 \cdot I_a \cdot \Delta\Phi$  und
- durch die Feldverzerrung eine Erhöhung der maximalen Segmentspannung.

d) **Kompensationswicklung:**

Maschinen mit größerer Leistung ab ca. 200 ... 300 kW werden mit einer **Kompensationswicklung** ausgeführt, um die o. g. lastabhängige Drehmomenteinbuße zu vermeiden und die maximale Segmentspannung unter 35 V zu halten. Diese Wicklung ist in zusätzlichen Nuten in den Polschuhen der Hauptpole untergebracht (Bild 10.4-2b, Bild 10.4-3a).

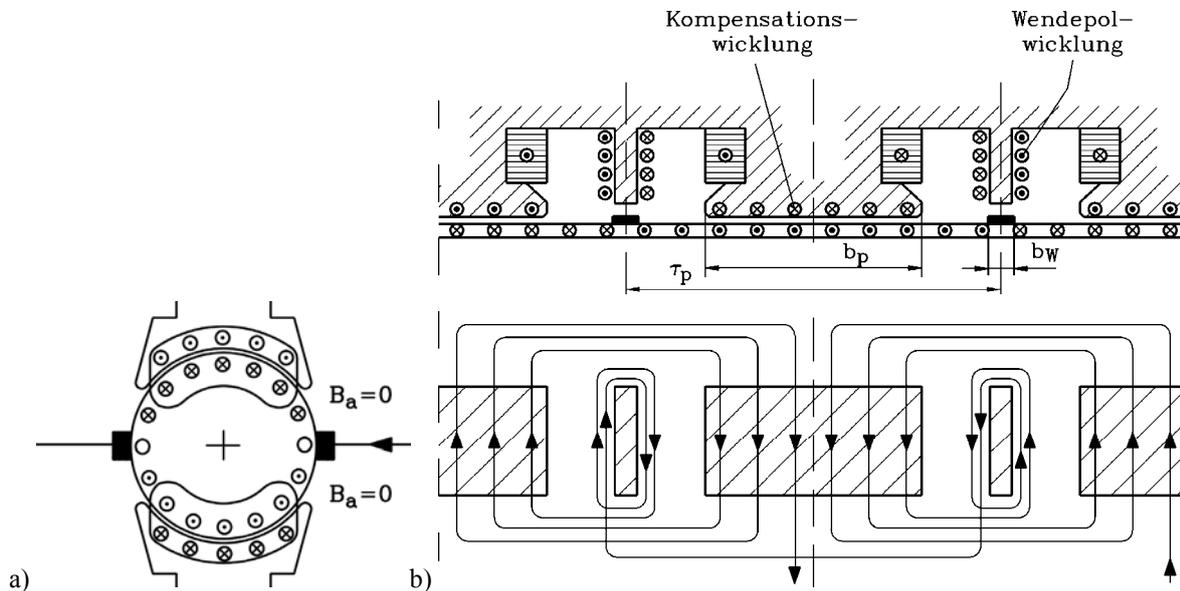


Bild 10.4-2: Kompensationswicklung:

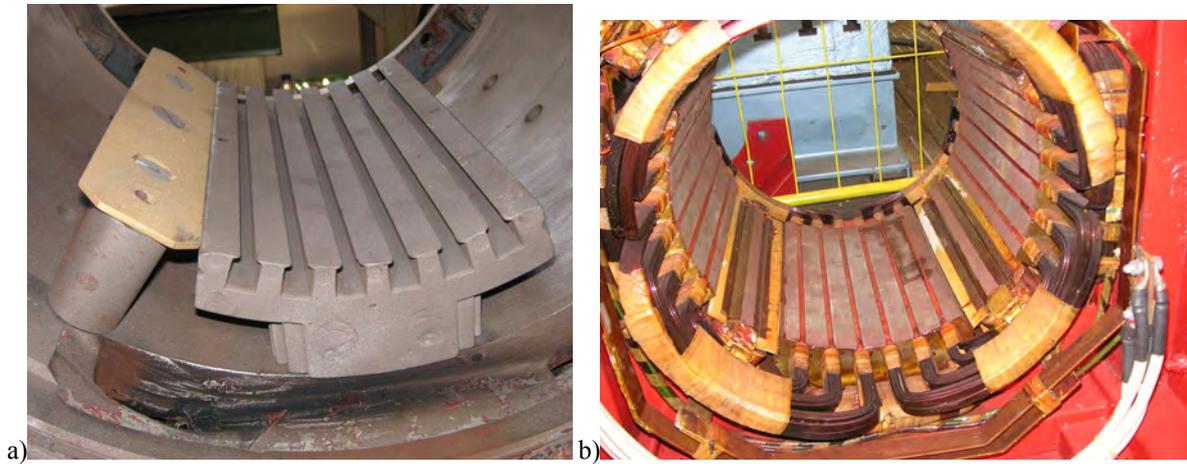
- a) Wirkungsweise: Die Durchflutungen von Anker und Kompensationswicklung heben sich auf, so dass kein Ankerstrom-abhängiges Feld im Luftspalt auftritt. b) Schaltung der Wendepol- und der Kompensationswicklung

Sie wird ebenfalls vom Ankerstrom durchflossen und ist daher in Serie zu der Plus- und Minusbürste des Ankers geschaltet. Der Wickelsinn der Kompensationsspulen ist so, dass die Stromflussrichtung entgegengesetzt zur Ankerstromrichtung der gegenüber liegenden Läufernten ist (Bild 10.4-2b). Dadurch erregt die Kompensationswicklung im Luftspalt ein dem Ankerquersfeld entgegen gerichtetes Feld. Die Windungszahl  $N_K$  der Kompensationsspulen ist so zu bemessen, dass Ankerquersfeld und Kompensationsfeld einander gemäß (10.4-7) aufheben. Da sowohl Ankerquersfeld als auch Kompensationsfeld vom Ankerstrom erregt werden, erfolgt diese Kompensation bei richtiger Wahl von  $N_K$  bei jedem beliebigen Ankerstromwert. Bild 10.4-2b und Bild 10.4-3b zeigen, dass die Hälfte der Kompensationsnuten zweier benachbarter Ständerpole eine Kompensationswicklung pro Pol umfassen, also in den beiden Bildern 10.4-2b, 10.4-3b jeweils drei Nuten. In Bild 10.4-3b sind z. B.  $4 \cdot 2 = 8$  Windungen je Kompensationsnut ausgeführt (4 nebeneinander, 2 übereinander), so dass sich je Kompensationswicklung pro Pol die Windungszahl  $N_K = 3 \cdot 8 = 24$  ergibt. Mit der unter dem Hauptpol wirksamen Ankerdurchflutung

$\Theta_{\text{Anker}} = A \cdot b_p$  und  $\Theta_K = 2 \cdot N_K I_a$  folgt mit dem Durchflutungssatz für die geschlossene Kurve  $C$  in Bild 10.4-2a die Bedingung für das Verschwinden des Ankerquerfelds (10.4-7) als Dimensionierungsregel für  $N_K$ .

$$B_a = \mu \cdot H_a = 0 \Rightarrow H_a = 0 : \oint_C \vec{H}_a \cdot d\vec{s} = \Theta_{\text{Anker}} - \Theta_K = 0 \quad (10.4-7)$$

Dann ändert sich das Magnetfeld im Luftspalt zwischen Leerlauf und Last nicht, und es tritt kein Drehmomentverlust auf. Dafür müssen die zusätzlichen Stromwärmeverluste und der zusätzliche Fertigungsaufwand der Kompensationswicklung in Kauf genommen werden. Die Nutteilungen von Läufer- und Kompensationswicklung sind unterschiedlich auszuführen, sonst entsteht ein störendes Reluktanzmoment, da die Feldlinien versuchen, bei gleicher Nutteilung die Zähne von Ständer-Kompensationsnut und Läufernut zur Deckung zu bringen („magnetisches Rastmoment“ oder „magnetisches Kleben“). Die Maschine in Bild 10.1-1a ist so ausgeführt. Ihr Feldbild ist unter den Hauptpolen trotz des großen Ankerstroms in den Läufernten symmetrisch infolge der Wirkung der Kompensationswicklung.



**Bild 10.4-3:** Vierpoliger Stator: a) Unbewickelter Wendepol (links) und Hauptpol mit sechs Nuten und acht Windungen je Nut für die Kompensationswicklung, b) bewickelter Stator mit Wendepol- und Kompensationswicklung und darunter liegender Erregerwicklung (Quelle: Fa. Brenner, Bürstadt)

#### Beispiel 10.4-2:

Spannungsgrenze einer unkompenzierten fremderregten Gleichstrommaschine: Die mittlere Segmentspannung im Nennpunkt beträgt 20 V. Wird die mittlere und lokale Segmentspannung und Spannungsgrenze bei Nenndrehzahl und doppelter Nenndrehzahl  $n_N$  bei Nennstrom  $I_{aN}$  und Nennleistung eingehalten? (Die Luftspaltfeldverteilung ist gemäß Bild 10.4-4 gegeben!)

Lokale Segmentspannung:  $U_s = U_{i,c} = 2N_c v_a \cdot l_e \cdot B_{\delta,max}$

Mittlere Segmentspannung:  $U_{s,av} = 2N_c v_a \cdot l_e \cdot B_{\delta,av}$

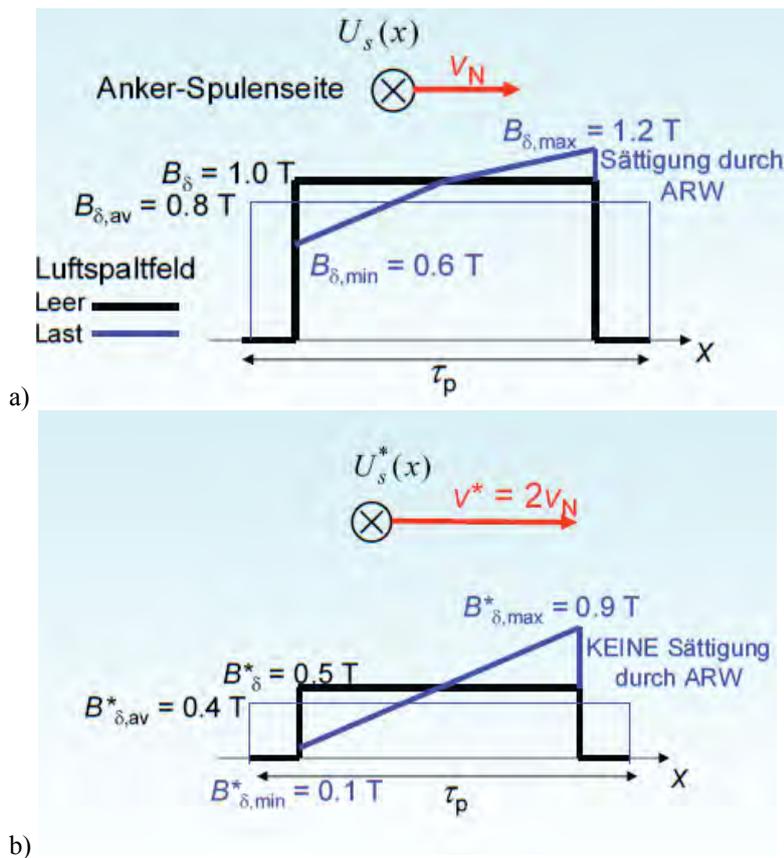
Nennpunkt:  $\Phi_N, I_{aN}, n_N, v_{aN}$ :  $U_{s,av} \sim v_{aN} \cdot B_{\delta,av}$ ,  $U_{s,av} = 20V$ .

Wir berechnen die lokale maximale Segmentspannung im Nennpunkt gemäß Bild 10.4-4a:  $U_{s,max} \sim v_{aN} \cdot B_{\delta,max}$ ,  $U_{s,max} = U_{s,av} \cdot (B_{\delta,max} / B_{\delta,av}) = (1.2/0.8) \cdot 20 = 30V < 35V$  zulässig.

Feldschwächung:  $\Phi_N/2, I_{aN}, 2n_N, 2v_{aN}$ :  $U_{s,av} \sim 2v_{aN} \cdot B_{\delta,av}^* = 2v_{aN} \cdot B_{\delta,av} / 2 \Rightarrow U_{s,av}^* = 20V$ .

Es tritt wegen der Feldschwächung bei doppelter Drehzahl dieselbe mittlere Segmentspannung auf. Die maximale lokale Segmentspannung überschreitet wegen des im Feldschwächbereich ungesättigten Ankerquerfelds den zulässigen Wert von 35 V. Es herrscht Überschlagsgefahr!  $U_{s,max}^* = (B_{\delta,max}^* / B_{\delta,av}^*) \cdot U_{s,av}^* = (0.9/0.4) \cdot 20 = 45V > 35V$

Es ist eine Kompensationswicklung erforderlich!



**Bild 10.4-4:** Luftspaltfeld unter einem Pol einer unkompenzierten fremderregten Gleichstrommaschine bei Leerlauf ( $I_a = 0$ ) und Last ( $I_a = I_{aN}$ ) (vereinfacht): a) im Nennpunkt, b) bei doppelter Drehzahl, halbem Leerlaufstrom und gleichem Ankerstrom. Die bei a) gesättigte und bei b) ungesättigte Anker-Rückwirkung (ARW) ist eingetragen.

## 10.5 Kommutierung des Ankerstroms, Funktion der Wendepole, Leistungsbilanz

### a) Reaktanzspannung und Schaltfunken:

Beim Polaritätswechsel des Ankerstroms vom „Plus-Strombelag“ zum „Minus-Strombelag“ (Bild 10.3-2 und 10.4-2b) und umgekehrt unter den Bürsten wechselt der Strom je Ankerspule  $i_c$  vom konstanten positiven Wert  $I_a/(2a)$  auf den negativen Wert  $-I_a/(2a)$ , sobald die Bürste die beiden Spulenanschlüsse, also bei der Schleifenwicklung je zwei benachbarte Kommutatorsegmente, kurzschließt (Bild 10.5-1a). Bei der Wellenwicklung werden dabei  $p$  in Serie liegende Spulen kurzgeschlossen. Da sich zu diesem Zeitpunkt die beiden Spulenseiten der Schleifenwicklung bzw. die der  $p$  Spulen bei der Wellenwicklung in der neutralen Zone befinden, wird keine Spannung durch das Hauptfeld in sie induziert, so dass kein Kurzschlussstrom auftritt. Allerdings hat jede Ankerspule eine Spuleninduktivität  $L_c$ , bedingt z. B. durch das Nut- und Stirnstreufeld. Daher entsteht in jeder der Spulen infolge der Stromänderung  $di_c/dt$  eine Selbstinduktionsspannung („**Reaktanzspannung**“)  $u_R$  während der **Kommutierungsdauer**  $T_{com} = b_b/v_C$ , die durch die Kommutator-Umfangsgeschwindigkeit  $v_C = d_C\pi \cdot n$  über den Kommutatordurchmesser  $d_C$  und die Bürstenbreite  $b_b$  bestimmt ist. Die Reaktanzspannung wird zunächst mit der mittleren **Stromänderungsgeschwindigkeit** („lineare Kommutierung“, Bild 10.5-1b) abgeschätzt.

$$di_c / dt \approx \left( \frac{I_a}{2a} - \left( -\frac{I_a}{2a} \right) \right) / T_{com} = \frac{I_a}{a \cdot T_{com}} \tag{10.5-1}$$

$$u_R = L_c \cdot \frac{di_c}{dt} \approx L_c \cdot \frac{I_a}{a \cdot T_{com}} = k_R \cdot n \cdot I_a, \quad k_R = L_c d_C \pi / (a \cdot b_b) \tag{10.5-2}$$

$$\boxed{u_R = k_R \cdot n \cdot I_a} \tag{10.5-3}$$

**Fazit:**

Die Reaktanzspannung  $u_R$  steigt

- mit der Belastung der Maschine, also proportional mit  $I_a$ ,
- mit der Drehzahl  $n$ ,
- mit der Größe der Ankerspuleninduktivität an.

Größe und schnell drehende Maschinen weisen eine hohe Reaktanzspannung auf.

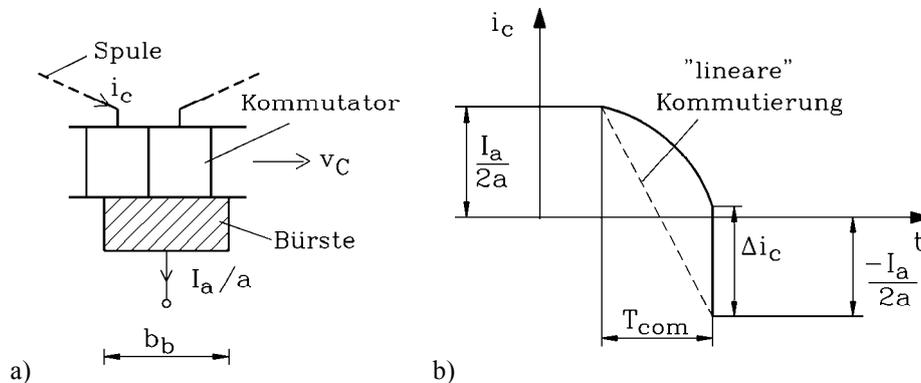


Bild 10.5-1: Kommutierung des Ankerspulenstroms  $i_c$ : a) Die Bürste schließt die kommutierende Spule kurz. b) Der Spulenstrom wechselt („kommutiert“) seine Polarität.

Die real auftretende Reaktanzspannung ist aber viel größer, wie der folgende Ablauf zeigt: Am Ende der Zeit  $T_{com}$  trennt sich an der ablaufenden Bürstenskante das Kommutatorsegment der kurzgeschlossenen Ankerspule vom Bürstenkontakt (Bild 10.5-1a), so dass die Spule in Serie mit den anderen unter dem nächsten Pol liegenden Ankerspulen geschaltet wird (= Öffnen des Spulenkurzschlusses). Die Reaktanzspannung als Selbstinduktionsspannung hat aber die Stromänderung  $di_c / dt$  gemäß der LENZ'schen Regel (Kap. 4) verzögert, so dass i. A. bei der Kontakttrennung von Bürste und Kommutatorsegment der Spulenstrom  $i_c$  noch nicht den erforderlichen Endwert, z. B.  $-I_a/(2a)$  in Bild 10.5-1b, erreicht hat. Es besteht die Stromdifferenz  $\Delta i_c$ , so dass noch die magnetische Restenergie  $W = L_c \cdot \Delta i_c^2 / 2$  im Eigenfeld der betreffenden Spule gespeichert ist. Dieser Stromwert  $\Delta i_c$  wird nun „abgerissen“, wobei wegen  $L_c \cdot \Delta i_c / \Delta t$ ,  $\Delta t \rightarrow 0$ , dieser „Stromsprung“  $\Delta i_c$  auf den Endwert  $-I_a/(2a)$  eine sehr hohe Selbstinduktions-Spannungsspitze bedeutet. Diese zündet einen kleinen Lichtbogen zwischen Bürste und Segment (**Abschaltfunken**), in dem  $W$  in Stromwärme umgesetzt wird. Die Lichtbogenfußpunkte dieses „**Funkens**“ oder „**Feuerns**“ an der ablaufenden Kante der Bürste erodieren sie sehr stark, so dass die Bürstenlänge rasch abnimmt. Schon nach kurzer Betriebszeit müssen die Bürsten erneuert werden.

b) Wendepole:

Um das „Feuern“ zu verhindern und eine lange Bürstenstandzeit zu ermöglichen, ordnet man bei GS-Maschinen ab einer Nennleistung von ca. 1 kW in den Pollücken Hilfspole als

**Wendepole** an, die vom Ankerstrom durchflossene Erregerspulen (Wendepolspulen, Windungszahl  $N_{W,Pol}$ ) tragen (Bild 10.5-2b). Der Wicklungssinn dieser Spulen ist so, dass das von den Wendepolen im Wendepollluftspalt  $\delta_W$  erregte Magnetfeld (**Wendefeld**  $B_{\delta W}$ ) eine zum Ankerquerfeld entgegengesetzte Polarität hat. Die Schaltung der Wendepolwicklung B1-B2 erfolgt also in Serie zum Anker A1-A2 mit entgegengesetztem Wicklungssinn gemäß Bild 10.5-2b. Daher sind in Bild 10.5-2a die Anker- und Wendepoldurchflutung entgegengesetzt gerichtet. Falls auch eine Kompensationswicklung (C1-C2) vorhanden ist, liegen Ankerwicklung, Wendepol- und Kompensationswicklung in Serie. Die Berechnung des Wendefelds erfolgt mit dem Durchflutungssatz für eine geschlossene Kurve  $C$ , die eine Feldlinie des Wendefelds darstellt (Bild 10.5-2c). Sie umschlingt die positive und negative Erregerdurchflutung der Hauptpole, so dass sich deren Wirkung aufhebt.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2\Theta_W - 2\Theta_a + \Theta_f - \Theta_f = 2 \cdot (\Theta_W - \Theta_a) > 0 \tag{10.5-4}$$

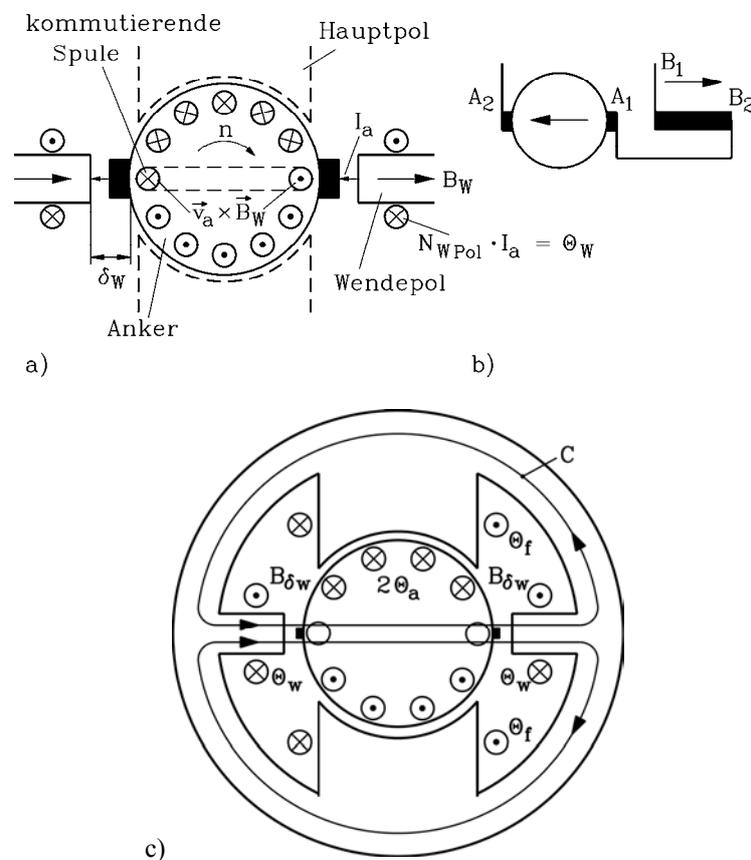


Bild 10.5-2: Funktion der Wendepole:

- a) Die Wendepole induzieren in der kommutierenden Ankerspule eine Bewegungsinduktions-Spannung (Wendefeldspannung), die entgegengesetzte Polarität zur Reaktanzspannung hat und diese „auslöscht“.
- b) Die Wendepolspulen sind vom Ankerstrom durchflossen und so zur Ankerwicklung in Serie geschaltet, dass Anker- und Wendefeld entgegengesetzte Polarität im Wendepollluftspalt  $\delta_W$  aufweisen.
- c) Die Wendefelddurchflutung  $\Theta_W$  muss etwas größer als die Ankerdurchflutung  $\Theta_a$  sein, um ein positives Wendefeld  $B_{\delta W}$  im Luftspalt zu erzeugen.

Da der Wendepol-Eisenkreis ungesättigt dimensioniert wird, ist  $H_{Fe,W}$  annähernd Null.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2H_{Fe,W} \cdot \Delta_{Fe,W} + 2H_{\delta,W} \cdot \delta_W = 2H_{\delta,W} \cdot \delta_W = 2 \cdot (\Theta_W - \Theta_a) \Rightarrow$$

$$B_{\delta W} = \mu_0 \cdot H_{\delta, W} = \mu_0 \cdot \frac{\Theta_W - \Theta_a}{\delta_W} = \mu_0 \cdot \frac{N_{W, Pol} I_a - N_{a, Pol} I_a}{\delta_W} = \mu_0 \cdot \frac{N_{W, Pol} - N_{a, Pol}}{\delta_W} \cdot I_a \quad (10.5-5)$$

**Fazit:**

Das Wendefeld ist proportional zum Ankerstrom  $I_a$ , da der magnetische Wendefeldkreis ungesättigt ausgeführt wird. Durch einen großen Wendefeldluftspalt  $\delta_W > \delta$  wird dies in der Hauptsache erreicht. Die Durchflutung des Wendepols  $N_{W, Pol} I_a$  muss etwas größer gewählt werden als jene des Ankers  $N_{a, Pol} I_a = z/(8ap) \cdot I_a$ , damit im Wendepolluftspalt  $\delta_W$  ein positives Wendefeld auftritt.

Das Wendefeld induziert durch Bewegungsinduktion  $v_a = d_r \pi \cdot n$  eine zur Reaktanzspannung entgegengesetzte **Wendefeldspannung**  $u_W$  in der kommutierenden Ankerspule und hebt bei geeigneter Dimensionierung (10.5-8) die Spannung  $u_R$  auf:  $u_R - u_W = 0$ .

$$u_W = 2N_c \cdot \int_0^{l_e} (\vec{v}_a \times \vec{B}_{\delta W}) \cdot d\vec{s} = 2N_c \cdot v_a \cdot l_e \cdot B_{\delta W} = k_W \cdot n \cdot I_a \quad (10.5-6)$$

$$\boxed{u_W = k_W \cdot n \cdot I_a} \quad (v_a \sim n, B_{\delta W} \sim I_a) \quad (10.5-7)$$

$$k_W = 2N_c \cdot d_r \pi \cdot l_e \cdot \mu_0 \cdot \frac{N_{W, Pol} - N_{a, Pol}}{\delta_W} \quad (10.5-8)$$

Da sowohl  $u_R$  als auch  $u_W$  von  $n$  und  $I_a$  abhängen, kann für JEDEN Betriebspunkt ( $n, M \sim I_a$ ) der Gleichstrommaschine, die Bedingung  $u_R - u_W = 0$  erfüllt werden, wenn gemäß (10.5-8) durch richtige Dimensionierung von  $\delta_W$  und  $N_{W, Pol}/N_{a, Pol}$  sichergestellt ist, dass  $k_W = k_R$  ist.

$$u_R - u_W = 0 \Rightarrow (k_R - k_W) \cdot n \cdot I_a = 0 \Rightarrow k_R = k_W \quad (10.5-9)$$

Typische Werte der Wicklungsdimensionierung sind  $\frac{\Theta_W}{\Theta_a} = 1.1 \dots 1.12 = \frac{N_{W, Pol}}{N_{a, Pol}}$ . Da sich die

Reaktanzspannung nur ungenau rechnerisch vorausbestimmen lässt, muss im Prüffeld optisch überprüft werden, ob die Bürsten nicht „feuern“. Gegebenenfalls muss durch nachträgliches Einbringen oder Entfernen von Unterlegblechen der Wendepolluftspalt angepasst werden. Bedingung (10.5-9) gilt im zeitlichen Mittel während der Kommutierungsdauer  $T_{com}$ . Ist der Mittelwert der Wendefeldspannung größer oder kleiner als jener der Reaktanzspannung, so kommt es zu schädlich großem Bürstenfeuer. Bei  $u_R > u_W$  spricht man von **Unterkommutierung**, bei  $u_R < u_W$  von **Überkommutierung**. Im ersten Fall muss man das Wendefeld z. B. durch Verkleinern von  $\delta_W$  stärken, im anderen Fall durch Vergrößern von  $\delta_W$  schwächen. Als Augenblickswerte ist aber i. A.  $u_R(t) - u_W(t) \neq 0$ , so dass eine Restspannung  $u_{Rest}(t) = u_R(t) - u_W(t) \neq 0$  bei der Bürstenkontakttrennung verbleibt, deren Schaltfunken aber im Nennpunkt klein sein sollte („dunkle Kommutierung“ oder nur kleine Schaltfunken als „Perlfeuer“). Bei hoher Überlast  $I_a > I_N$  oder Überdrehzahl  $n > n_N$  kann diese Restspannung  $u_{Rest}(t)$  ausreichen, dass selbst bei im zeitlichen Mittel  $u_R = u_W$  die Maschine zu stark „feuert“. Daher begrenzt man die berechnete Reaktanzspannung auf die Erfahrungswerte 10 V für Dauerbetrieb und 20 V für stoßweisen Überlast-Betrieb ( $I_a = 2I_N$ ), um für  $I_a \leq 2I_N, n \leq n_{max}$  ausreichend lange Bürstenstandzeiten (z. B. 10 000 h bei  $I_a = I_N, n = n_N$ ) zu erhalten.

Zur Verringerung der Reaktanzspannung sollte  $L_c$  klein sein (10.5-2). So werden vor allem größere Gleichstrommaschinen mit möglichst „seichten“ Ankernuten ausgeführt, um die Nutstreuinduktivität als Teil von  $L_c$  zu minimieren. Man verzichtet dann auf die in Bild 10.1-6b dargestellten Nutkeile, sondern bandagiert den Läufer mit Glasfaserbandagen in Umfangsnuten zur Fixierung der Ankerwicklung in den Nuten (Bild 10.5-3).



**Bild 10.5-3:** Einlegen der Zweischicht-Ankerspulen in keillose Nuten: Die Ankernuten sind ohne Keile, und die Ankerwicklung wird nur mit Glasfaserbandagen in „Umfangsnuten“ im Blechpaket bandagiert und fixiert. Der Vorteil ist eine geringere Nuthöhe, also eine geringere Ankerstreuinduktivität und damit eine geringere Reaktanzspannung (vierpolige Ankerwicklung,  $u = 3$  Spulenseiten je Nut und Schicht,  $N_c = 2$  Windungen je Spule, Quelle: Fa. Brenner, Bürstadt)

### c) Leistungsbilanz und Wirkungsgrad einer Gleichstrommaschine:

I. Im **Leerlauf** (Ankerstrom ist Null) treten folgende Verluste in der Gleichstrommaschine auf:

#### I.1) Ummagnetisierungsverluste im Läufer Eisen:

Der Läufer dreht im Ständergleichfeld. Es werden in ihm mit der Ankerfrequenz  $n p$  Wirbelströme induziert. Er muss geblecht aufgebaut werden, um die Wirbelstrombahnen zu unterbrechen. Weiter treten Hystereseverluste auf.

I.2) **Mechanische** Lager-, Luft- und Bürstenreibungsverluste sowie Lüfterverluste, falls ein Lüfter vorhanden ist.

I.3) **Leerlaufzusatzverluste** durch Oberwelleneffekte infolge der Nutöffnungen des Ankers, der Kompensationswicklung und des Hauptpolkantenfelds des Luftspaltfelds.

II. Bei **Last** (Ankerstrom fließt) treten weitere lastabhängige Verluste auf:

II.1) **Stromwärmeverluste** in der Ankerwicklung, in der Wendefeldwicklung und Kompensationswicklung (oder in der Hilfsreihenschlusswicklung)

II.2) **Stromwärmeverluste** in den Bürsten,

II.3) **Lastabhängige Zusatzverluste** wie z. B. Wirbelstromverluste in den Ankernutenleitern, da der Anker Wechselstrom führt.

III. **Erregerverluste** in der Nebenschluss- oder Fremderregerwicklung treten sowohl bei Leerlauf als auch Last auf.

Wegen der Verluste in der Wendepol- und Kompensationswicklung und in dem Stromwendeapparat ist der Wirkungsgrad von Gleichstrommaschinen i. A. **etwas geringer** als bei Drehstrommaschinen gleicher Leistung, Kühlungsart und Baugröße. Im Folgenden wird Bild 10.3-3 als elektrisches Ersatzschaltbild für den Ankerkreis verwendet, wobei der Ankerwiderstand  $R_a$  den OHM'schen Widerstand von Ankerwicklung, Wendepol- und ggf. Kompensationswicklung in Serie umfasst. Der Bürstenspannungsfall wird als konstanter Spannungsfall  $U_b = 2 \text{ V}$  unabhängig vom Ankerstrom in Serie zum Ankerkreis (außer bei

Leerlauf  $I_a = 0$ ) berücksichtigt. Bei Anker-Nennspannungen  $U_N > \text{ca. } 200 \text{ V}$  ist wegen  $U_b/U_N < 1/100$  dieser Spannungsfall vernachlässigbar klein, nicht aber bei Anwendungen z. B. im Kfz-Bereich mit  $U_N = 12 \text{ V}$ , da dann  $U_b/U_N \approx 2/12 = 0.18$  ist. Mit der in Abschnitt 10.3-3 dargestellten Ankerkreis-Leistungsbilanz wird im Folgenden gerechnet, wobei das Luftspaltmoment  $M_e$  näherungsweise dem Wellenmoment  $M$  gleichgesetzt wird. In Bsp. 10.5-1 ist eine detaillierte Leistungsbilanz angegeben (Tab. 10.5-1). Im Sinne der hier erläuterten Näherung verbleiben davon nur die Stromwärmeverluste im Ankerkreis 9.7 kW, und als Wellenmoment tritt anstelle von  $M_s = 1299 \text{ Nm}$  das Luftspaltmoment  $M_s \approx M_e = 1343 \text{ Nm}$ . Es gelten somit im Verbraucher-Zählpfeilsystem die Grundgleichungen für Anker- und Feldkreis (10.5-10).

$$\begin{aligned}
 U &= U_a = I_a \cdot R_a + U_i (+U_b) & U_i &= k_2 \Omega_m \cdot \Phi(I_f) & P_e &= U_a I_a & P_m &= \Omega_m M_s \\
 U_f &= R_f \cdot I_f & M_e &= k_2 I_a \cdot \Phi(I_f) & M_e &\approx M_s
 \end{aligned} \tag{10.5-10}$$

Beispiel 10.5-1:

200 kW-Gleichstrommaschine im Motorbetrieb: Anker-Nennspannung 430 V,  $n = 1470/\text{min}$ ,  $d_r = 400 \text{ mm}$ ,  $2p = 4$ ,  $l_e = 190 \text{ mm}$ ,  $Q_r = 58$  Nuten,  $u = 4$ ,  $N_c = 1$ ,  $\alpha_e = 0.7$ ,  $B_\delta = 0.86 \text{ T}$ , Anker-Wirkungsgrad  $\eta_a = 92\%$ , Erregerverluste  $P_f = U_f I_f = 1.5 \text{ kW}$ . Wir berechnen die Anzahl der Kommutatorsegmente  $K = Q_r \cdot u = 58 \cdot 4 = 232$ , die Gesamtleiterzahl  $z = 2 \cdot K \cdot N_c = 2 \cdot 232 \cdot 1 = 464$ , die Polteilung  $\tau_p = d_r \pi / 4 = 400 \pi / 4 = 314.2 \text{ mm}$ , den Hauptfluss pro Pol  $\Phi = \alpha_e \cdot \tau_p \cdot l \cdot B_\delta = 0.7 \cdot 0.3142 \cdot 0.19 \cdot 0.86 = 35.9 \text{ mWb}$ , die induzierte Spannung  $U_i = z \cdot (p/a) \cdot n \cdot \Phi = 464 \cdot (2/2) \cdot (1470/60) \cdot 0.0359 = 408.5 \text{ V}$ ,

die mittlere Segmentspannung  $\frac{U_i}{K/(2p)} = \frac{408.5}{232/4} = 7.04 \text{ V} < 18 \dots 20 \text{ V}$  und die zugeführte

elektrische Ankerleistung  $P_e = P_{e,in} = P_{m,out} / \eta = 200 / 0.92 = 217.4 \text{ kW} = U_a I_a$  sowie den Ankerstrom  $I_a = P_e / U_a = 217.4 / 0.43 = 506 \text{ A}$ .

Die innere Leistung  $P_\delta = U_i I_a = 408.5 \cdot 506 = 206.7 \text{ kW}$  entspricht dem elektromagnetischen Drehmoment  $M_e = 206.7 / (2\pi \cdot 1470/60) = 1.343 \text{ kNm}$ , die Nennleistung dem Drehmoment an der Kupplung zur Arbeitsmaschine  $M = P_{m,out} / \Omega_m = 200 / (2\pi \cdot 1470/60) = 1.299 \text{ kNm}$ .

Stromwärmeverluste im Ankerkreis (Ankerwicklung, Wendepolwicklung, Kompensationswicklung)	9.7 kW
Stromwärmeverluste in den Bürsten	1.0 kW
Ummagnetisierungsverluste im Läuferblechpaket (Hysterese- und Wirbelstromverluste)	4.0 kW
Zusatzverluste	1.0 kW
Reibungs- und Ventilationsverluste	1.7 kW
Stromwärmeverluste in der Stator-Erregerwicklung	1.5 kW
Gesamtverluste	18.9 kW
Mechanisch abgegebene Leistung	200 kW
Elektrisch zugeführte Leistung (im Anker und im Stator)	218.9 kW
Wirkungsgrad der Maschine $\eta = 200/218.9$	91.4%

Tabelle 10.5-1: Leistungsbilanz einer Gleichstrommaschine im Motor-Nennbetrieb

Es ergibt sich folgende Verlustbilanz der Maschine:

Die Gesamtverluste  $P_d = P_{e,in} - P_{m,out} = 17.4 \text{ kW}$  werden in Wärme umgewandelt, davon im **Ankerkreis** die Ankerverluste  $P_{d,a} = P_{e,in} - P_\delta = 217.4 - 206.7 = 10.7 \text{ kW}$ , wobei sich diese

in die elektrischen Verluste in den **Bürsten**  $P_b = U_b \cdot I_a = 2\text{V} \cdot 506\text{A} = 1.0\text{ kW}$  und im **Ankerwiderstand** (= *OHM'scher* Widerstand der Anker- und Wendepolwicklung, siehe Abschnitt 10.5):  $P_{Cu,a} = P_{d,a} - P_b = 10.7 - 1.0 = 9.7\text{ kW}$  aufteilen. Das mechanisch bremsende Verlustmoment des Läufers  $M_d = 1.343 - 1.299 = 0.044\text{ kNm}$  entspricht den infolge der Läuferdrehung auftretenden Verlusten  $P_{Fe} + P_R + P_z = 2\pi n M_d = P_\delta - P_{m,out} = 206.7 - 200 = 6.7\text{ kW}$ . Diese werden unterteilt in die **Ummagnetisierungsverluste**  $P_{Fe}$  als Summe aus Wirbelstrom- und Hystereseverluste im geblechten Eisenkern des Läufers, in die **Zusatzverluste**  $P_z$  z. B. infolge der Wirbelströme in den Nutenleitern durch den Stromverdrängungseffekt, da in den Ankerleitern Wechselstrom fließt, und in die **Reibungs- und Ventilationsverluste** in den Lagern, an den Bürsten und durch den Kühlluftstrom.

## 10.6 Generator- und Motorschaltungen der Gleichstrommaschine

Für die Darstellung der Wicklungen einer Gleichstrommaschine gelten die nach DIN EN 60617-6 gültigen Schaltzeichen. Hier werden die Wicklungen abweichend davon in der älteren Darstellung der schwarz ausgefüllten Rechtecke wie bei den Drehfeldmaschinen verwendet. Es werden alle Anschlussstellen der Wicklungen durch Großbuchstaben und Zahlen gekennzeichnet (DIN EN 60034 Teil 8, 2007). Dabei legt der Buchstabe die Art der Wicklung fest. Anfang und Ende der Wicklung werden durch die Zahlen 1 bzw. 2 unterschieden (Tabelle 10.6-1).

Wicklungstyp	Anschlussbezeichnung
Anker(wicklung)	A1-A2
Wendepolwicklung	B1-B2
Kompensationswicklung	C1-C2
Erregerwicklung (Reihenschluss)	D1-D2
Erregerwicklung (Nebenschluss)	E1-E2
Erregerwicklung (Fremderregung)	F1-F2

Tabelle 10.6-1: Übersicht der Wicklungen und Anschlussbezeichnungen bei Gleichstrommaschinen

Die das Hauptfeld der Gleichstrommaschine erzeugende Erregerwicklung im Ständer kann auf drei verschiedene Arten geschaltet werden. Bei der **Reihen- oder Hauptschlusswicklung** sind Anker- und Erregerwicklung in Serie geschaltet. Die Reihenschlusswicklung besitzt daher relativ wenige Windungen mit einem großen Leiterquerschnitt, der für den Ankerstrom bemessen sein muss. Die **Nebenschluss-Erregerwicklung** liegt mit hoher Windungszahl, aber im Vergleich zur Ankerwicklung kleinen Leiterquerschnitt parallel zum Anker und wird daher für einen kleinen Erregerstrom bemessen. Die **fremderregte Erregerwicklung** wird aus einer vom Anker unabhängigen Spannungsversorgung gespeist. Sie wird ebenfalls für einen im Vergleich zum Ankerstrom kleinen Erregerstrom bemessen. Sie hat daher wie die Nebenschlusswicklung eine hohe Windungszahl bei relativ kleinem Leiterquerschnitt. Bei der **Verbund- oder Doppelschlussmaschine** verstärkt man die Fremd- bzw. Nebenschlusserregung durch eine zusätzliche „Hilfs“-Reihenschlusswicklung. Bei einem Wechsel der Polarität von Anker- oder Erregerstrom zur Änderung der Drehrichtung muss auch ein Klemmentausch der Reihenschlusswicklung D1-D2 erfolgen, da ansonsten Nebenschluss- und Reihenschlusserregung gegeneinander gerichtet sind.

Bei den im Folgenden verwendeten Schaltbildern ist festgelegt, dass die Wicklungen von Anker-, Wendepol- und Kompensationswicklung richtig geschaltet sind, wenn der Strom in Richtung von der niederen zur höheren Kennzahl der Anschlussklemmen fließt. Für den Drehsinn des Läufers im Motorbetrieb wird vereinbarungsgemäß bei einer Stromrichtung in

allen Wicklungen von der Kennzahl 1 nach 2 **Rechtslauf** festgelegt, so dass beim Blick auf das abtriebseitige Motorwellenende dieses sich im Uhrzeigersinn dreht. Da in den Schaltbildern die Wicklungsachsen von Erreger- und Ankerwicklung einen rechten Winkel einschließen, bedeutet dies, dass bei Rechtslauf die Stromrichtung des Erregerstroms stets auf den Anker zugerichtet ist. Das Ankerdrehmoment wirkt dann in der Richtung, in welcher der Richtungspfeil des Ankerstroms bei Drehung **auf kürzestem Weg** mit dem Richtungspfeil des Erregerstroms übereinstimmt. Es wird in den folgenden Schaltbildern im Ankerkreis auf die Darstellung einer Kompensationswicklung C1-C2 aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Im Folgenden wird, wie in der E-Maschinenbranche üblich, für den Gleichstrom-Generatorbetrieb ausnahmsweise das Erzeuger-Zählpfeilssystem verwendet. Mit Berücksichtigung des Bürstenspannungsfalls  $U_b$  (ca. 2 V) und des Ankerwiderstands  $R_a$  gilt im Erzeuger-Zählpfeilsystem (10.6-1a). Im Verbraucher-Zählpfeilsystem, das wir hier für Motorbetrieb verwenden, gilt (10.6-1b) gemäß dem Ersatzschaltbild Bild 10.3-3.

$$\text{Generatorbetrieb: } \boxed{U = U_i - I_a R_a - U_b} \quad , \quad (10.6-1a)$$

$$\text{Motorbetrieb: } \boxed{U = U_i + I_a R_a + U_b} \quad . \quad (10.6-1b)$$

*a) Fremderregter Gleichstromgenerator:*

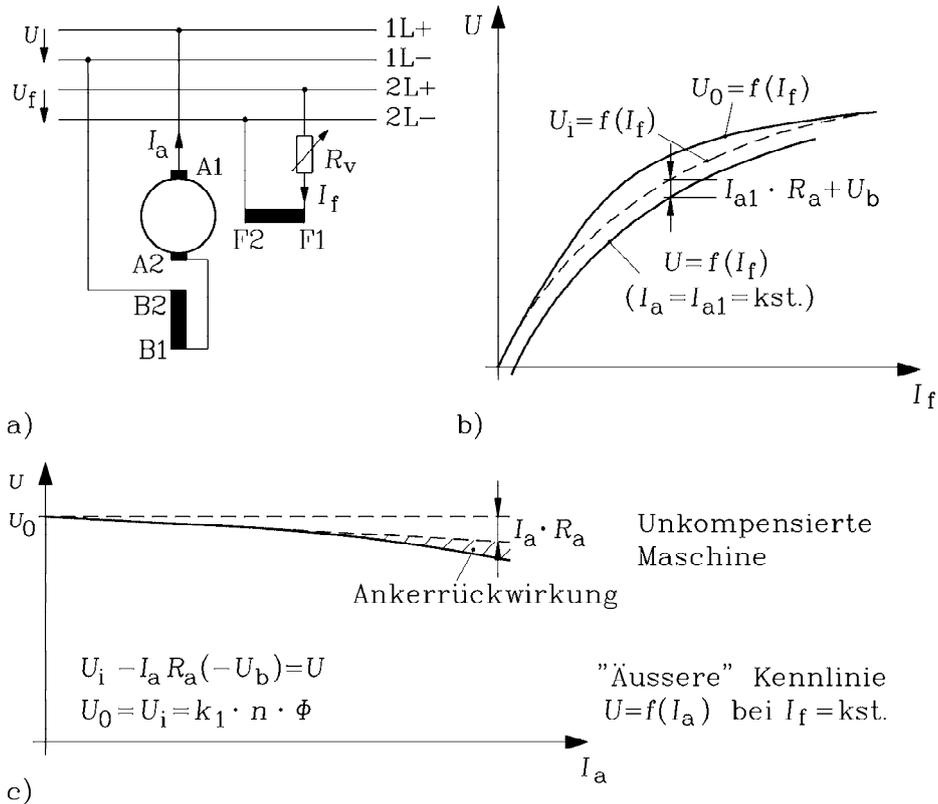
Wird die Maschine mit konstanter Drehzahl  $n$  angetrieben und das Feld aus einer konstanten Gleichspannungsquelle  $U_f$  **fremd** versorgt (Name!, Bild 10.6-1a), so induziert das Hauptfeld eine Spannung im Anker, die bei offenen Anker-Klemmen 1L+, 1L- ( $I_a = 0$ ) als Leerlaufspannung  $U_0$  in Abhängigkeit vom Erregerstrom  $I_f$  gemessen werden kann (**Leerlaufkennlinie**, Bild 10.6-1b). Der Erregerstrom wird über einen Feldstell-Widerstand eingestellt.

$$U_0 = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_f) \quad (10.6-2)$$

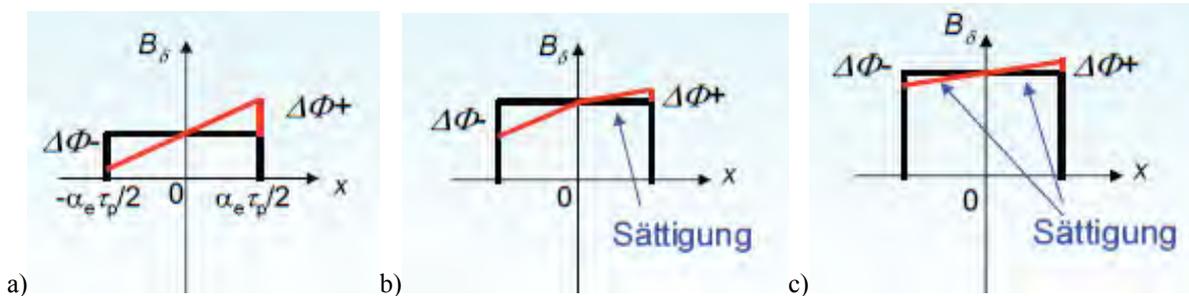
Unter **Last** ( $I_a \neq 0$ ) sinkt bei unkompensierter Maschine der Polfluss infolge Sättigung durch Ankerrückwirkung mit steigendem Ankerstrom um den Wert  $\Delta\Phi$ , so dass die induzierte Spannung gegenüber der Leerlaufspannung sinkt (**innere Kennlinie**, gestrichelte Kurve in Bild 10.6-1b).

$$U_i = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_f, I_a) < U_0 \quad (10.6-3)$$

Bei kompensierter Maschine sind innere Kennlinie und Leerlaufkennlinie identisch, da  $\Delta\Phi = 0$  ist. Bei unkompensierter Maschine weicht die innere Kennlinie auf Grund des Flussverlusts durch Ankerrückwirkung vor allem im mittleren Bereich (Bild 10.6-1b) von der Leerlaufkennlinie ab. Bei kleinen Erregerströmen  $I_f$  ist das Eisen auch im Bereich der Felderhöhung ungesättigt (Bild 10.6-2a), so dass wegen  $\Delta\Phi = \Delta\Phi^+ - \Delta\Phi^- = 0$  kein Flussverlust auftritt. Bei sehr hohen Erregerströmen  $I_f$  ist das Eisen im gesamten Polbereich gesättigt (Bild 10.6-2b), so dass auch im Bereich der Feldabnahme der kleine Wert  $\mu_{Fe}$  des gesättigten Eisens gilt. Damit tritt wegen  $\Delta\Phi = \Delta\Phi^+ - \Delta\Phi^- = 0$  wieder kein Flussverlust auf. Nur im Bereich mittlerer Erregerströme (etwa Erreger-Nennstrom) ist das Eisen im Bereich der Felderhöhung gesättigt (Bild 10.6-2b), im Bereich der Feldabsenkung aber ungesättigt, so dass wegen  $\Delta\Phi^+ < \Phi^-$  ein Flussverlust  $\Delta\Phi = \Delta\Phi^+ - \Delta\Phi^-$  bei Belastung ( $I_a > 0$ ) auftritt.



**Bild 10.6-1:** Fremderregter Gleichstromgenerator: a) Schaltung mit Vorwiderstand im Erregerkreis zur Einstellung des Erregerstroms  $I_f$ , b) Leerlaufkennlinie  $U_0(I_f)$ , innere Kennlinie  $U_i(I_f)$  und Belastungskennlinie  $U(I_f)$ , c) Äußere Kennlinie bei Belastung  $U_0(I_a)$ .



**Bild 10.6-2:** Schematische Darstellung des Luftspaltfelds unter einem Hauptpol in einer unkompenzierten Gleichstrommaschine bei festem Ankerstrom  $I_a$ : a) kleiner Erregerstrom  $I_f \ll I_{fN}$ , b) im Bereich des Nenn-Erregerstroms  $I_f \approx I_{fN}$ , c) sehr großer Erregerstrom  $I_f \gg I_{fN}$

Die Ankerspannung  $U$ , aufgetragen über  $I_f$  bei festem  $I_a$ , heißt **Belastungskennlinie** (10.6-4a), Bild 10.6-1b; aufgetragen über  $I_a$  bei festem  $I_f$  heißt sie **äußere Kennlinie** (10.6-4b), Bild 10.6-1c. Infolge des Flussverlusts  $\Delta\Phi$  durch die zusätzliche Eisensättigung infolge Ankerrückwirkung nimmt die Spannung beim unkompenzierten Generator mit der Belastung stärker als linear ab (schraffierter Bereich in Bild 10.6-1c).

$$U(I_f) = U_i(I_a, I_f) - I_a R_a - U_b \quad I_a = \text{konst.} \tag{10.6-4a}$$

$$U(I_a) = U_i(I_a, I_f) - I_a R_a - U_b \quad I_f = \text{konst.} \tag{10.6-4b}$$

Bei kompensierter Maschine und vernachlässigtem Bürstenspannungsfall ist die äußere Kennlinie eine Gerade mit leicht negativer Steigung (10.6-4c), bedingt durch den relativ kleinen Ankerspannungsfall am Widerstand  $R_a$ . Bei  $I_a = 0$  tritt die Leerlaufspannung  $U_0$  auf.

$$U(I_a) = U_i(I_f) - I_a R_a \quad I_f = \text{konst.} \quad (10.6-4c)$$

**Fazit:**

Der fremderregte Generator liefert eine von der Belastung  $I_a$  nahezu unabhängige Spannung  $U$ , deren Höhe von seiner Drehzahl  $n$  und Erregung  $I_f$  abhängt. Auf Grund der Hauptfeldsättigung ist  $U$  trotz steigendem Erregerstrom  $I_f$  nach oben hin begrenzt.

*b) Nebenschlussgenerator:*

Wird gemäß Bild 10.6-3a die Erregung E1-E2 parallel (**Nebenschluss**) zum Anker A1-B2 angeschlossen, so kann die angetriebene Maschine als Generator ohne jede Fremdspannungsquelle selbst Spannung liefern. Die Eisenremanenz der Ständerpole (Remanenzfluss  $\Phi_R$ ) induziert nämlich in der rotierenden Ankerwicklung die, wenn auch kleine „**Remanenzspannung**“

$$U_R = k_1 \cdot n \cdot \Phi_R \quad , \quad (10.6-5)$$

die in der Erregerwicklung einen kleinen Feldstrom

$$I_f = U_R / (R_a + R_f + R_v) \quad (10.6-6)$$

treibt. Der wiederum erregt einen kleinen Hauptfluss  $\Phi(I_f)$ , der bei der Schaltung Bild 10.6-3a den Remanenzfluss verstärkt, so dass die induzierte Spannung ansteigt, diese wieder einen größeren Erregerstrom treibt usw. Die Spannung „schaukelt“ sich auf (**Selbsterregung**), bis sich ein Spannungsgleichgewicht zwischen induzierter Spannung und Spannungsfall an den Widerständen einstellt.

$$I_f \cdot (R_a + R_f + R_v) = U_i(I_f) = U_0(I_f) \quad (10.6-7)$$

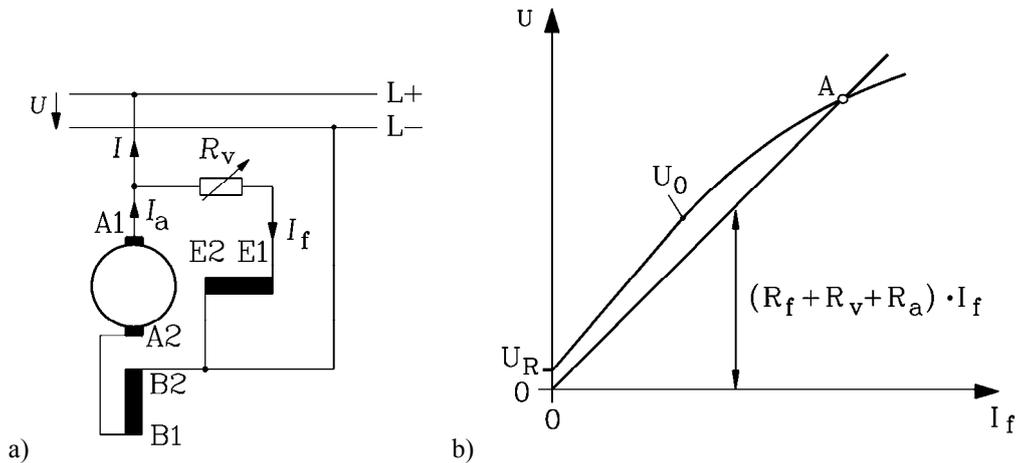
Damit ist der magnetische Arbeitspunkt  $A$  bei Leerlauf ( $I_a = 0$ ) erreicht (Bild 10.6-2b); die Maschine kann nun belastet werden und den Strom  $I = I_a - I_f$  liefern, wobei sich wieder eine äußere Kennlinie  $U(I_f, I)$  ähnlich Bild 10.6-1c einstellt. Allerdings sinkt der Erregerstrom  $I_f$  mit steigendem  $I_a$  bzw.  $I$  (10.6-8), so dass auch  $U_i(I_f, I_a)$  sinkt, und damit die Klemmenspannung  $U$  stärker als mit  $-I_a R_a$  abnimmt. Wir gehen auf die quantitativen Zusammenhänge hier aus Platzgründen nicht näher ein.

$$I_f \cdot (R_f + R_v) = U_i(I_f, I_a) - I_a \cdot R_a \quad \rightarrow \quad I_f = \frac{U_i(I_f, I_a) - I_a \cdot R_a}{R_f + R_v} \quad (10.6-8)$$

**Fazit:**

Da bei Belastung die Ankerspannung auf Grund des Spannungsfalls am Ankerwiderstand sinkt, sinkt auch der von ihr getriebene Erregerstrom und somit der Fluss, so dass die Ankerspannung **stärker** mit steigendem  $I_a$  sinkt als beim fremderregten Generator, wo die Erregerspannung konstant ist.

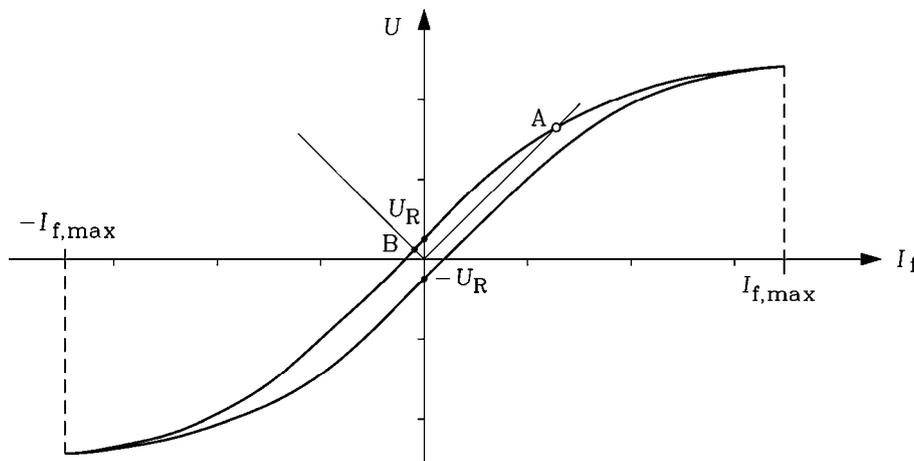
Der Effekt der Selbsterregung wurde von **Werner von SIEMENS** 1866 als erstem als **Dynamoelektrisches Prinzip** publiziert. Die Bedeutung der **Selbsterregung** für die Entwicklung der Elektrotechnik ist groß: Die vor 150 Jahren noch in den Kinderschuhen befindliche Elektrotechnik erhielt nämlich durch diesen Effekt einen bedeutenden Impuls. Die vielen frühen Inselnetze konnten so problemlos gespeist werden ohne Permanentmagnetgeneratoren oder Batterien, die beide damals noch wenig entwickelt waren.



**Bild 10.6-3:** Nebenschlussgenerator: a) Schaltung mit Vorwiderstand  $R_v$  (Feldsteller) im Erregerkreis, b) Einstellen des Leerlauf-Arbeitspunkts  $A$  durch Selbsterregung  $U_0(I_f)$

**Selbstmordschaltung:**

Vertauscht man die Klemmen des Erregerzweigs E1 mit E2, so hat der vom Erregerstrom erzeugte Fluss die zum Remanenzfluss entgegengesetzte Polarität, schwächt ihn somit, so dass der Selbsterregungsprozess nicht in Gang kommt. Mit der vollständigen Hystereseschleife des Erregerkreises  $B(H)$  ergibt sich auch die Leerlaufspannung als Hystereseschleife, gesichert um den Magnetisierungsbedarf des Luftspalts. Der sich einstellende Arbeitspunkt B in Bild 10.6-4 ergibt sich wegen  $-I_f \cdot (R_a + R_f + R_v) = U_i(I_f)$  als Schnittpunkt der  $-I_f \cdot (R_a + R_f + R_v) -$  Geraden mit  $U_i(-I_f)$  im zweiten Quadranten, so dass die Leerlaufspannung sogar noch kleiner als die Remanenzspannung  $U_R$  ist.



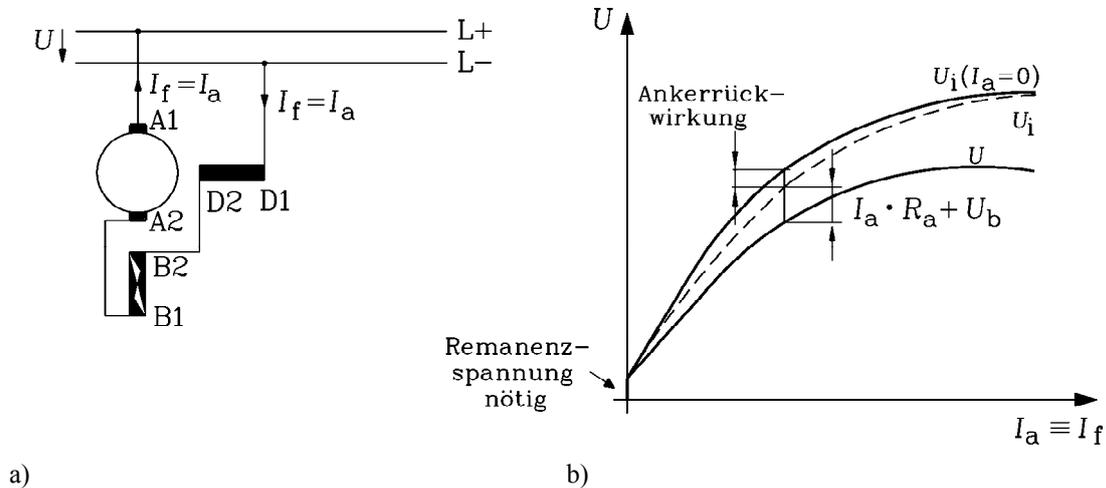
**Bild 10.6-4:** Selbstmordschaltung: Es stellt sich der Arbeitspunkt B anstelle von A an. Abhilfe: Tauschen der Klemmen E1 und E2

*c) Reihenschlussgenerator (Hauptschlussgenerator):*

Werden Anker und Erregung in Serie („in Reihe“) geschaltet, so sind Erreger- und Ankerstrom identisch:  $I_a = I_f$ . Der Ankerwiderstand  $R_a$  umfasst nun auch den Widerstand der Reihenschluss-Erregerwicklung. Die Remanenzspannung stellt wiederum die „Initialspannung“ bei der mit der konstanten Drehzahl  $n$  angetriebenen Maschine zur Verfügung. Bei Belastung (= Stromentnahme  $I_a$ ) steigt das Hauptfeld an, weil der Belastungsstrom gleichzeitig Erregerstrom ist. Daher steigt die induzierte Spannung  $U_i$  steil an; die Ankerspannung zunächst ebenfalls.

$$U = U_i(I_a) - I_a \cdot R_a \tag{10.6-9}$$

Mit steigender Last  $I_a$  steigt der Ankerspannungsfall  $I_a R_a$  linear an, die induzierte Spannung  $U_i$  auf Grund der Eisensättigung aber weniger als linear, so dass die Klemmenspannung  $U$  trotz steigendem  $I_a$  wieder sinkt. Sie wird Null, wenn der Ankerspannungsfall genau so groß wie die induzierte Spannung ist („**Kurzschlusspunkt**“). Bei unkompensierten Maschinen muss der Flussverlust durch Ankerrückwirkung ( $U_i < U_0$ ) berücksichtigt werden (Bild 10.6-5b).



**Bild 10.6-5:** Reihen- oder Hauptschlussgenerator: a) Schaltung, b) Die äußere Kennlinie ist identisch mit der Belastungskennlinie, da Erreger- und Ankerstrom identisch sind.

**Fazit:**

Diese sehr stark vom Belastungsstrom abhängige Spannung  $U(I_a)$  ist technisch wenig brauchbar. Bedeutung hat der GS-Reihenschlussgenerator nur als generatorisch bremsender Reihenschlussmotor in der Traktion (elektrische Bahn, Elektroauto), z. B. beim Rückspeisen von mechanischer Bremsenergie als elektrische Energie in die Bordbatterie.

d) Nebenschlussmotor und fremderregter Motor:

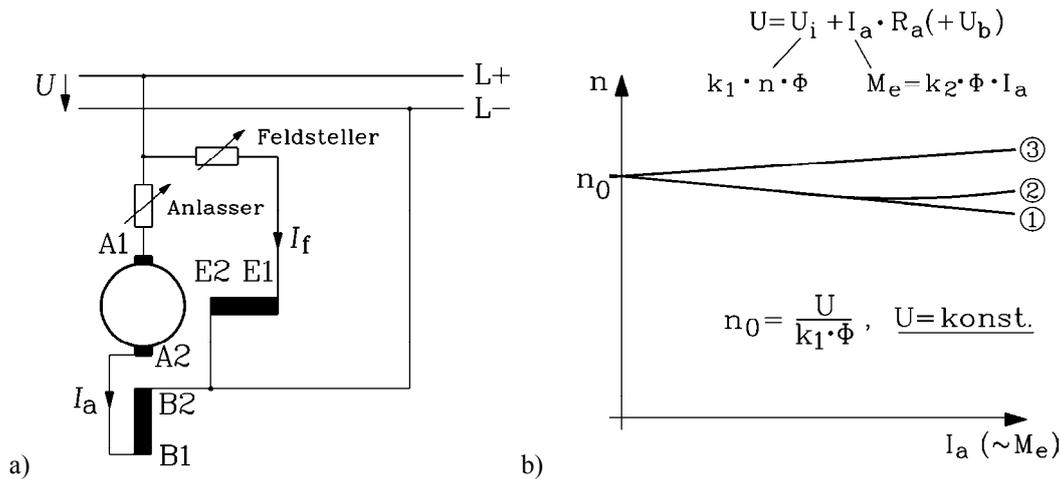
Der Nebenschlussgenerator wird zum Nebenschlussmotor (Bild 10.6-6a) bei Umkehr der Leistungsflussrichtung, also entweder durch Umkehr der Ankerstromrichtung bei gleicher Spannungspolarität oder durch Umkehr der Ankerspannungspolarität bei gleicher Stromrichtung. Da das speisende Gleichspannungsnetz  $U$  konstant ist, ist der aus diesem Netz bezogene Erregerstrom ebenfalls konstant. Daher ist das Betriebsverhalten des **fremderregten Motors**, bei dem der Erregerstrom aus einer getrennten, gleichfalls konstanten Spannungsquelle bezogen wird, mit dem des **Nebenschlussmotors** identisch. Im Verbraucher-Zählpeilsystem (VZS) gilt  $U = U_i + I_a R_a (+U_b)$ ,  $U_i = k_1 n \Phi$ . Daraus erfolgt durch Umstellen  $n(I_a)$  oder mit  $M_e = k_2 I_a \Phi$  die flach geneigte  $n(M)$ -Kennlinie (Bild 10.6-6b, Kennlinie 1).

$$U_i = U - I_a R_a (-U_b) \Rightarrow n = \frac{U_i}{k_1 \Phi} = \frac{U - I_a R_a}{k_1 \Phi}, \quad n_0 = \frac{U}{k_1 \Phi(I_f)} \tag{10.6-10}$$

$$n = n_0 - \frac{R_a \cdot M_e}{k_1 k_2 \Phi^2} = n_0 - \frac{R_a \cdot M_e}{2\pi k_2^2 \Phi^2} \tag{10.6-11}$$

Im Leerlauf ist der Motor unbelastet (Wellenmoment  $M_s = 0$ ) und wird nur durch sein eigenes kleines Verlustmoment  $M_d$  infolge Reibung und Anker-Ummagnetisierungsverlusten gebremst. Daher ist  $M_e = M_d$  sehr klein und der Ankerstrom als Motorleerlaufstrom  $I_{a0} = M_d / (k_2 \Phi)$  nahezu Null. Folglich ist  $U \cong U_i$ . Es stellt sich die **Leerlaufdrehzahl**  $n_0$  ein.

Bei Belastung erzeugt die Maschine ein elektromagnetisches Drehmoment  $M_e$  an der Welle und muss daher den Ankerstrom  $I_a = M_e / (k_2 \Phi)$  aufnehmen. Im VZS ist daher gemäß Bild 10.6-6a  $I_a > 0$  bei Stromaufnahme; es fließt also positiver Strom **in** die Maschine. Der mit steigender Belastung, also mit zunehmendem Ankerstrom steigende Ankerspannungsfall verringert die induzierte Spannung. Daher **sinkt** die Drehzahl mit steigendem Drehmoment auf Grund der sinkenden induzierten Spannung. In grober Näherung gilt  $R_a \approx 0$ , so dass der fremderregte Motor und der Nebenschlussmotor eine von der Belastung (nahezu) unabhängige konstante Drehzahl aufweisen („**steife  $n(M)$ -Kennlinie**“: **Nebenschlussverhalten**).



**Bild 10.6-6:** Nebenschlussmotor: a) Schaltung mit Anlass- und Feldstellwiderstand, b) Motorcharakteristik  $n(M)$ : 1: Kompensierte Maschine, 2: Unkompensierte Maschine, 3: Kompensierte Maschine mit Überkommutierung (muss korrigiert werden!)

**Fazit:**

Der fremderregte Motor und der Nebenschlussmotor haben eine fallende Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie, deren Neigung aber flach ist, da der Ankerspannungsfall im Verhältnis zur Klemmenspannung  $U$  nur wenige Prozent beträgt (Bild 10.6-4b, Kurve 1) („steife“ Kennlinie, „Nebenschlussverhalten“).

Neigung zur Instabilität bei unkompenziertem Motor:

Bei unkompenzierter Maschine sinkt der Hauptfluss  $\Phi$  auf den Wert  $\Phi' = \Phi - \Delta\Phi$  mit steigender Belastung auf Grund der erhöhten Sättigung durch Ankerrückwirkung.

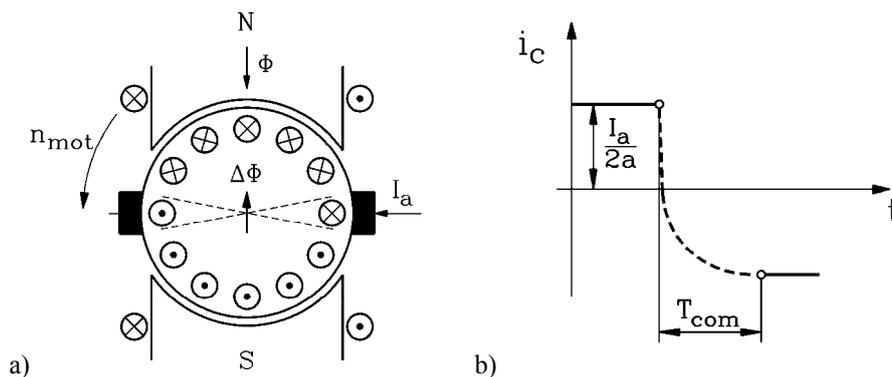
$$n(I_a) = \frac{U}{k_1 \cdot (\Phi - \Delta\Phi(I_a))} - \frac{R_a \cdot I_a}{k_1 \cdot (\Phi - \Delta\Phi(I_a))} \tag{10.6-12}$$

$$M_e = k_2 I_a \Phi(I_a) : n(M_e) = \frac{U}{k_1 \cdot (\Phi - \Delta\Phi(I_a))} - \frac{R_a \cdot M_e}{k_1 k_2 \cdot (\Phi - \Delta\Phi(I_a))^2} \tag{10.6-13}$$

Auf Grund der Flussabnahme mit steigender Belastung sinkt die Drehzahl weniger als bei konstantem Fluss. Bei großem  $I_a$  und damit großem Flussverlust  $\Delta\Phi$  steigt sogar die Drehzahl wieder an, weil der erste Term in (10.6-12) stärker steigt als der zweite Term sinkt (Bild 10.6-6b, Kurve 2). Diese **Drehzahlzunahme bei steigender Belastung** ist bei Belastung mit konstantem Lastmoment  $M_s$  im unregulierten Betrieb **instabil** (Abschnitt 10.8). Die Maschine „geht durch“, sie beschleunigt ungebremst auf hohe Drehzahlen bis zur Selbstzerstörung. Deshalb muss der Nennstrom  $I_{aN}$  noch im fallenden Bereich der Kennlinie (10.6-12) liegen.

Instabilität bei überkommütierendem GS-Motor:

Bei **Überkommütierung** ist ein zu starkes Wendefeld vorhanden. Daher kommutiert der Spulenstrom rascher als es der linearen Stromwendung entspricht und hat schon kurz nach dem Spulenkurzschluss durch die Bürsten die entgegen gesetzte Polarität (Bild 10.6-7b). Daher hat die kommutierende Spule in Bild 10.6-7a bereits die umgekehrte Spulendurchflutung und erregt einen Spulenfluss  $\Delta\Phi \sim I_a$ , der dem Hauptfluss  $\Phi$  entgegenwirkt und diesen daher schwächt. Dies findet statt, sobald Ankerstrom fließt. Ist die Flussschwächung **stärker** wirksam als der Spannungsfall  $R_a I_a$ , so ist die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie (10.6-13) eine Gerade mit positiver Steigung und führt gemäß Abschnitt 10.8 mit den üblichen Gegenmomentkennlinien  $n(M_s)$  (Kap. 7) zu instabilem Verhalten. Es muss das Wendefeld korrigiert, also geschwächt werden.



**Bild 10.6-7:** Überkommütierung (= zu starke Wendepole):

a) Die kommutierende Spule hat durch „beschleunigte“ Kommutierung bereits kurz nach dem Spulenkurzschluss durch die Bürsten den Spulenstrom gewendet und daher die umgekehrte Spulendurchflutung. Sie erregt somit einen den Hauptfluss  $\Phi$  schwächenden Spulenfluss  $\Delta\Phi$ .

b) Die Stromwendung findet auf Grund eines zu starken Wendefelds beschleunigt statt.

**Fazit:**

*Ein stark überkommütierender Gleichstrom-Nebenschlussmotor kann schon bei geringster Belastung **instabil** werden.*

Anlasswiderstand im Ankerkreis:

Der in Bild 10.6-6a eingetragene **Anlass-Widerstand** im Ankerkreis dient zum Anfahren des Motors. Im Motorstillstand ist die induzierte Spannung Null, und der Ankerspannungsfall ist die Netzspannung:  $U = I_a R_a$ . Da der Ankerwiderstand außer bei Kleinmotoren sehr klein ist, wäre der Ankerstrom im Stillstand ein Mehrfaches des thermisch zulässigen Dauerstroms, so dass die Motorwicklung verbrennen würde. Folglich schaltet man einen zusätzlichen, strombegrenzenden „Anlasserwiderstand“ in Serie, der den Ankerstrom auf den Nennstrom begrenzt (10.6-14). Nach dem Anfahren begrenzt die induzierte Spannung den Ankerstrom; der Anlasser kann dann kurzgeschlossen werden, um nicht unnötig hohe Stromwärmeverluste zu verursachen.

$$(R_{Anlasser} + R_a) \cdot I_N = U \Rightarrow R_{Anlasser} = \frac{U}{I_N} - R_a \quad (10.6-14)$$

Beispiel 10.6-1:

Gleichstrommotor mit den Daten  $U_N = 430 \text{ V}$ ,  $P_N = 200 \text{ kW}$ ,  $\eta_a = 92\%$  (ohne Erregerverluste),  $R_a = 37.9 \text{ m}\Omega$  (Bild 10.6-8).

Wir berechnen den Anker-Nennstrom:  $I_N = P_N / (\eta_a \cdot U_N) = \underline{506 \text{ A}}$  und den Ankerstrom beim Anfahren ohne Anlasser:  $I_{a1} = U_N / R_a = 430 / 0.0379 = \underline{11350 \text{ A}} = \underline{22.4}$  – facher Nennstrom

(zu hoch!). Der erforderliche Anlass-Widerstand für Anfahren mit Nennstrom  $I_{a2} = I_N$  ist

$$R_{Anlasser} = \frac{U_N}{I_N} - R_a = \frac{430}{506} - 0.0379 = \underline{\underline{0.8\Omega}}$$

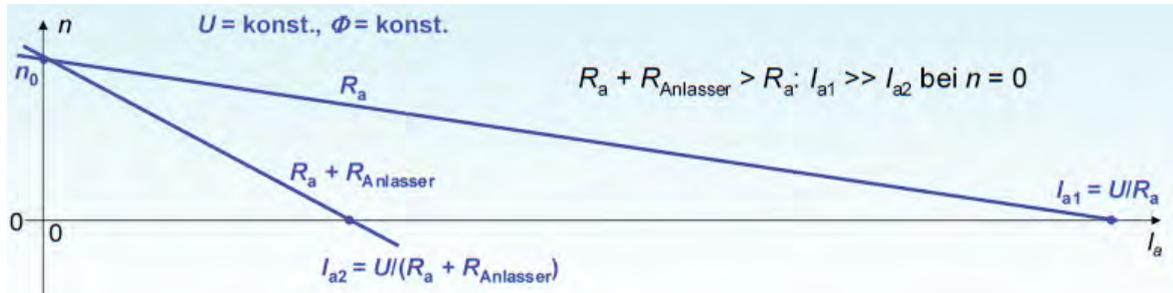


Bild 10.6-8: Drehzahl-Ankerstrom-Kennlinie ohne und mit Anlasser zu Bsp. 10.6-1 (nicht maßstäblich!). Der Einschaltstrom ohne Anlasser  $I_{a1}$  wäre zu hoch. Der Anlasser begrenzt den Einschalt-Ankerstrom auf den kleineren, zulässigen Wert  $I_{a2}$ .

e) Der Reihenschlussmotor:

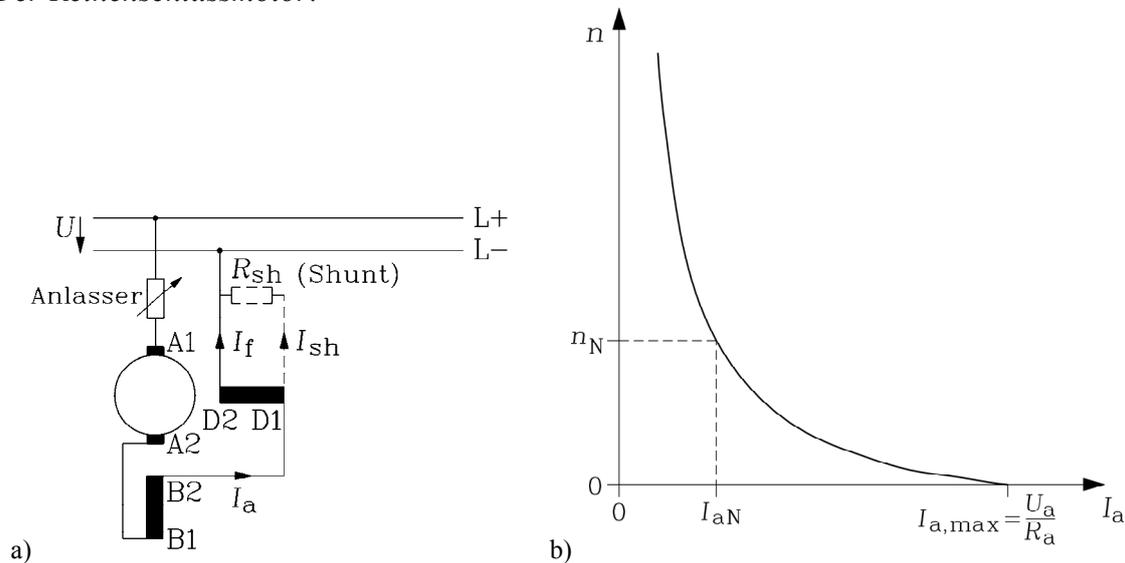


Bild 10.6-9: Reihenschlussmotor: a) Schaltung, b) Motorkennlinie  $n(I_a)$  mit Anfahrstrom  $I_{a,max}$  und dem Bemessungspunkt

Beim Reihenschlussmotor sind gemäß Bild 10.6-9a ohne  $R_{sh}$  Erreger- und Ankerstrom identisch, daher gilt  $\Phi(I_f) = \Phi(I_a)$ . Das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment gemäß (10.3-2)

$$M_e = k_2 \Phi(I_a) \cdot I_a \tag{10.6-15}$$

wird für die Näherung konstanter Eisensättigung, wodurch der Fluss proportional zum Ankerstrom ist ( $\Phi = L' \cdot I_a$ ), berechnet. Das Drehmoment steigt **quadratisch** mit dem Ankerstrom.

$$M_e = k_2 \cdot L' \cdot I_a^2 \tag{10.6-16}$$

Bei kleinem Ankerstrom und damit kleinem Fluss gilt (10.6-16) exakt, da die Eisensättigung erst bei größeren Flusswerten einsetzt. Aus (10.6-1b) folgt mit (10.6-16) für vernachlässigten Bürstenspannungsfall  $U_b \approx 0$  die  $n(M)$ -Kennlinie (10.6-17).

$$n = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \Phi(I_a)} = \frac{1}{2\pi k_2 \cdot L'} \cdot \left( \frac{U}{I_a} - R_a \right) = \frac{U}{2\pi \cdot \sqrt{k_2 L'}} \cdot \frac{1}{\sqrt{M_e}} - \frac{R_a}{2\pi k_2 L'} \quad (10.6-17)$$

Die Drehzahl sinkt etwa hyperbolisch mit steigender Belastung. Es tritt bei  $n = 0$  ein hohes Anfahrmoment  $M_1 = k_2 \Phi(I_{a,max}) \cdot I_{a,max}$  auf (Bild 10.6-9b). Der Reihenschluss-Motor **darf nicht vollständig entlastet werden**, da bei verschwindender Belastung ( $M_s = 0 \rightarrow I_a = 0$ ) der Motor auf theoretisch unendlich hohe Drehzahl beschleunigt („Durchgehen“) und zerstört wird. Die starke „Drehzahlachgiebigkeit“ (= Drehzahlabnahme) mit steigender Belastung wird „weiche Kennlinie“ („Reihenschluss-Verhalten“) genannt.

**Fazit:**

Die Drehzahl des Reihenschlussmotors sinkt näherungsweise hyperbolisch mit steigender Belastung  $M_e = M_s$  auf den Wert Null beim Anfahren.

Drehzahlverstellung durch Feldschwächung mit Shunt-Widerstand:

Mit einem **Shuntwiderstand**  $R_{sh}$  parallel zur Feldwicklung (Widerstand  $R_f$ ) kann der Strom  $I_f$  durch die Feldwicklung verringert werden. So kann bei fester Klemmenspannung und Belastung die Drehzahl durch Flussverringierung erhöht werden. Der Feldstrom  $I_f$  ist um den Faktor  $\xi$  kleiner als der Ankerstrom  $I_a$  (10.6-18). Bei konstant angenommener Eisensättigung sinkt in gleichem Maß der Fluss  $\Phi$ , die Drehzahl steigt daher bei gleichem Ankerstrom um den Faktor  $1/\xi$  an.

$$I_f \cdot R_f = I_{sh} \cdot R_{sh} = (I_a - I_f) \cdot R_{sh} \Rightarrow \frac{I_f}{I_a} = \frac{R_{sh}}{R_{sh} + R_f} = \xi = \frac{\overline{0A}}{\overline{SA}} < 1 \quad (10.6-18)$$

$$n = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \Phi(I_f)} = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \cdot L' \cdot I_f} = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \cdot L' \cdot \xi \cdot I_a} = \frac{1}{\xi} \cdot \frac{1}{2\pi k_2 L'} \left( \frac{U}{I_a} - R_a \right) \quad (10.6-19)$$

Bei Vernachlässigung von  $R_a$  ist  $n \sim 1/(\xi \cdot I_a)$  und daher die neue (gestrichelte)  $n(I_a)$ -Kennlinie eine Scherung der ursprünglichen  $n(I_a)$ -Kennlinie (volle Linie) im Verhältnis  $\xi = \overline{0A}/\overline{SA} < 1$ . Bei konstantem Ankerstrom und damit konstantem Drehmoment tritt die entsprechende Drehzahlerhöhung  $1/\xi$  auf.

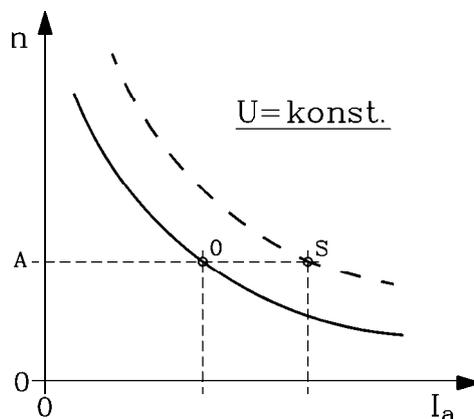


Bild 10.6-10: Motorkennlinie  $n(I_a)$  ohne (volle Linie) und mit Shunt-Widerstand  $R_{sh}$  (gestrichelt)

Die weiche Reihenschlusskennlinie ergibt bei Motorparallelbetrieb eine wesentlich gleichmäßigere Aufteilung der Belastung auf die beiden parallel arbeitenden Motoren als die

steife Nebenschlusskennlinie. Der Tandembetrieb zweier theoretisch identischer Motoren auf einer Welle (Bild 10.6-11) führt bei fertigungsbedingt real kleinen Abweichungen der  $n(M)$ -Kennlinien der beiden Maschinen bei der Nebenschlusschaltung zu einer deutlich höheren Belastung des Motors mit der höheren Leerlaufdrehzahl oder des kleineren Ankerwiderstands. In Bild 10.6-11a ist angenommen, dass Nebenschluss-Motor B bei gleichem Ankerwiderstand auf Grund eines etwas kleineren Flusses eine etwas höhere Leerlaufdrehzahl als Nebenschluss-Motor A hat. Der Betrieb auf einer gemeinsamen Welle erzwingt dieselbe Maschinendrehzahl  $n$ , und daher für Motor B ein mehr als doppelt so großes Drehmoment  $M_B > 2M_A$ . Beim Tandembetrieb mit zwei Reihenschlussmotoren Bild 10.6-11b ist das Drehmoment des flussschwächeren Motors B nur etwa  $1.4M_A$ . Bei den in Bild 10.2.3-1 im Tandem arbeitenden fremderregten Gleichstrommotoren ist folglich eine Regelung zur gleichmäßigen Lastaufteilung auf beiden Maschinen erforderlich.

Der Reihenschlussmotor ist gut für die Anwendung in der Traktion (Eisenbahn, Elektroauto) geeignet. Bei niedrigen Drehzahlen („Anfahren“) ist das Drehmoment hoch und kann damit das Fahrzeug gut beschleunigen. Der Rad-Fahrweg-Kontakt (Rollwiderstand) und der Luftwiderstand belasten den Antrieb stets, so dass im Regelbetrieb kein Durchgehen auftreten kann. Beim Durchdrehen der Räder („Schleudern“) infolge des Verlusts des Rad-Fahrweg-Kontakts, z. B. bei nassem Fahrweg, muss allerdings ein Überdrehzahlenschutz den Antrieb geeignet abbremsen. Die Lastaufteilung parallel arbeitender Maschinen in einem Drehgestell (Bild 10.6-12a) ist relativ gleichmäßig.

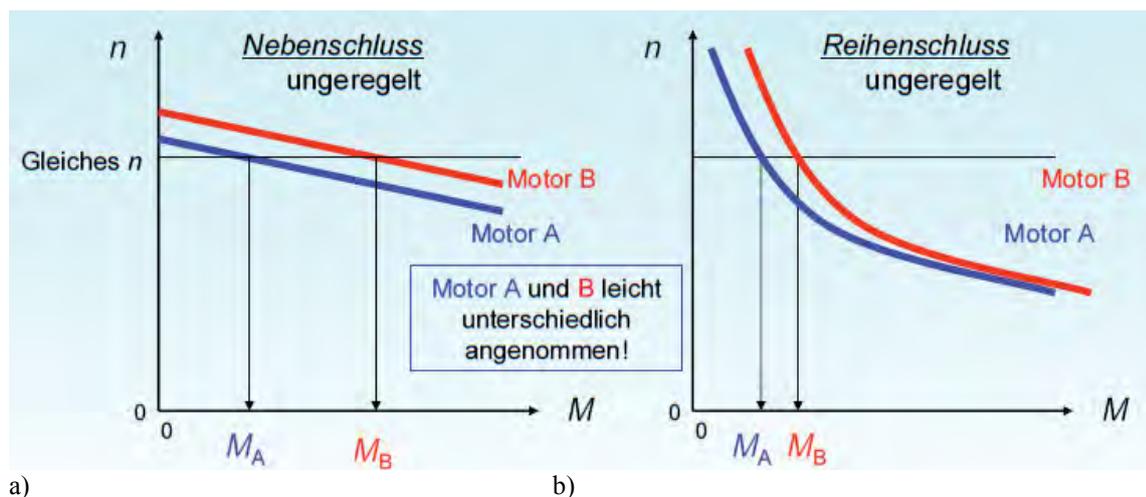


Bild 10.6-11: Tandembetrieb zweier ungeregelter GS-Maschinen mit leicht unterschiedlichen Motorkennlinien  $n(M)$ : a) Nebenschlussmaschinen: Die Lastaufteilung ist sehr ungleichmäßig. b) Reihenschlussmaschinen: Die Lastaufteilung ist gleichmäßiger als bei a).

Bei i. A. unterschiedlicher Radabnutzung und daher unterschiedlichen Raddurchmessern  $2r_{Rad}$  der beiden Radsätze A, B im Drehgestell ergeben sich bei der Fahrzeuggeschwindigkeit  $v$  unterschiedliche Raddrehzahlen  $n_{Rad,A}$  und  $n_{Rad,B}$  gemäß  $v = d_{Rad,A} \pi n_{Rad,A} = d_{Rad,B} \pi n_{Rad,B}$ . Der stärker abgenutzte Radsatz (z. B. Radsatz A) dreht schneller.

$$\frac{n_{Rad,A}}{n_{Rad,B}} = \frac{d_{Rad,B}}{d_{Rad,A}} \tag{10.6-20}$$

Sind nun die antreibenden Motoren A, B identisch, so weisen sie unterschiedliche Drehzahlen  $n_A$  und  $n_B$  auf. Bei identischen Motorkennlinien  $n(M)$  für beide Motoren A, B wird der langsamer drehende Motor, z. B. Motor B (Bild 10.6-13) stärker belastet:  $M_B > M_A$ . Bei

Reihenschlussmaschinen ist diese höhere Belastung nur geringfügig, bei Nebenschlussmaschinen wegen ihrer steifen Kennlinie u. U. erheblich.

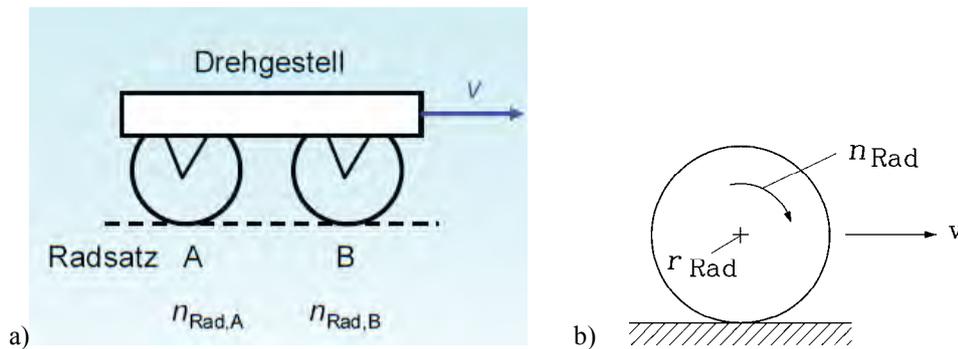


Bild 10.6-12: a) Drehgestell mit zwei über E-Motoren angetriebenen Radsätzen, b) angetriebenes Rad ( $v$ : Fahrzeuggeschwindigkeit)

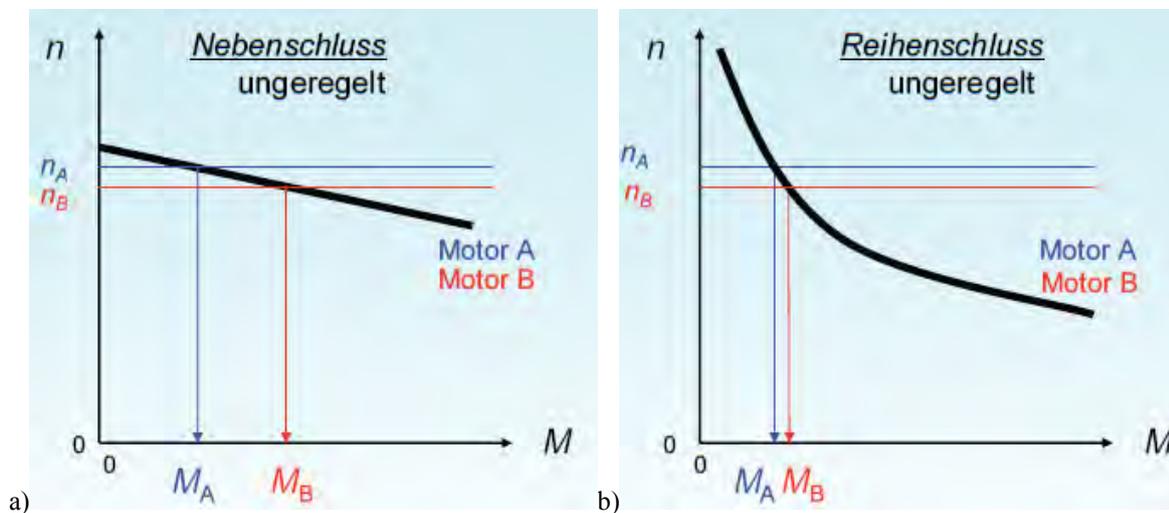


Bild 10.6-13: Zwei identische Motoren A, B in einem Drehgestell mit stärker abgenutztem Radsatz A, der daher schneller dreht: a) Nebenschlussmotoren: Der langsamer drehende Motor wird deutlich stärker belastet. b) Reihenschlussmotoren: Der langsamer drehende Motor wird nur geringfügig höher belastet.

f) Verbundmaschinen (Kompound- oder Doppelschlussmaschinen):

Werden sowohl Reihen- als auch Nebenschlusswicklung eingesetzt (Bild 10.6-14a), so ergibt sich ein zusätzlicher Freiheitsgrad durch das wählbare Verhältnis der beiden Erregerdurchflutungen  $\Theta_{RS}/\Theta_{NS}$  bei gegebener Gesamtdurchflutung  $\Theta_{RS} + \Theta_{NS}$  zur Erregung von  $\Phi$ . Für eine bestimmte erforderliche flusserregende Durchflutung  $\Theta$  hat die Reihenschlusswicklung wenige Windungen  $N_{RS}$  mit großem Querschnitt für den großen Ankerstrom  $I_a$ :  $\Theta = N_{RS}I_a$ . Die Nebenschlusswicklung hat eine hohe Windungszahl  $N_{NS}$  mit einem Draht geringen Querschnitts für den i. A. kleinen Feldstrom  $I_f$ :  $\Theta = N_{NS}I_f$ .

Generator:

Da beim Nebenschlussgenerator die Ankerspannung  $U$  mit steigender Belastung  $I_a$  wegen  $R_a I_a$  leicht abnimmt, beim Reihenschlussgenerator aber zunächst zunimmt, wird beim Verbundgenerator die große Nebenschlusserregung  $\Theta_{NS} = N_{NS}I_f$  durch eine kleine „Hilfs“-Reihenschlusserregung  $\Theta_{RS} = N_{RS}I_a \approx 0.1 \cdot \Theta_{NS}$  so unterstützt, dass im Bereich  $0 \leq I_a \leq I_{aN}$  die Ankerspannung  $U(I_a)$  etwa konstant bleibt, d. h. dass bei Leerlauf  $I_a = 0$  und Nennstrom

$I_a = I_{aN}$  die Klemmenspannung  $U = U_N$  gleich groß ist („**Normalkompoundierung**“). Im Bereich dazwischen gibt es eine gewisse Spannungsüberhöhung.

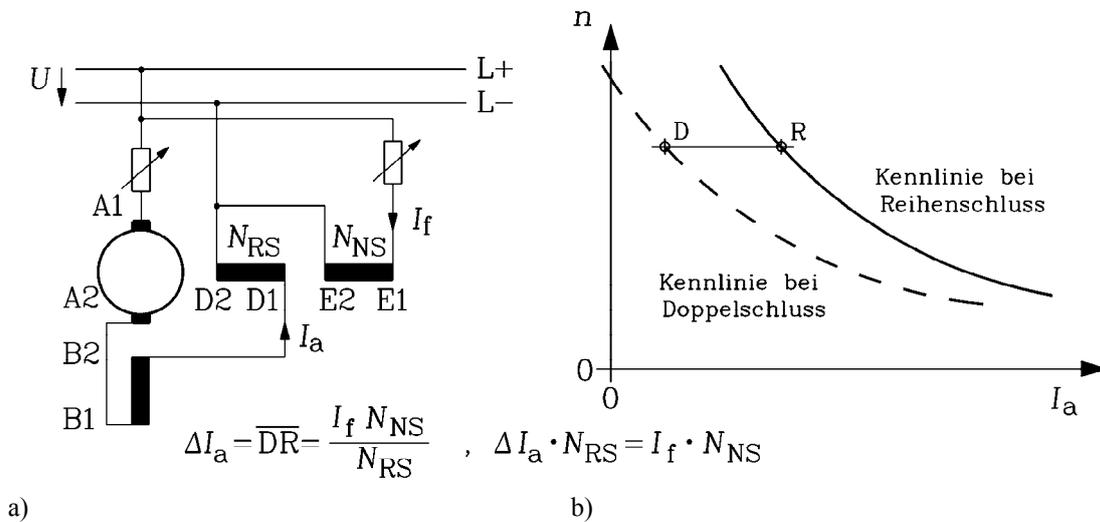


Bild 10.6-14: Verbundmotor (Doppelschlussmotor): a) Schaltung, b) Motorkennlinie  $n(I_a)$

*Motor:*

Beim *Verbundmotor* wird durch die **Hilfs-Reihenschlusswicklung** mit einer Durchflutung von ca. 10% der Nebenschlussdurchflutung die steife Nebenschlusskennlinie etwas nachgiebiger gestaltet. In Bild 10.6-14b entsteht aus der Reihenschlusskennlinie die Verbundkennlinie mit der Überlegung, dass für denselben Fluss  $\Phi$  (Erregerdurchflutung  $\Theta$ ) und damit dieselbe Drehzahl  $n$  (bei gegebener Spannung  $U$ ) der Ankerstrom um den Wert  $\Delta I_a$  verringert werden kann, wenn nun eine zusätzliche Nebenschlussdurchflutung  $\Theta_{NS}$  auftritt:  $\Theta = N_{RS} I_a = N_{RS} \cdot (I_a - \Delta I_a) + N_{NS} I_f \Rightarrow \Delta I_a = N_{NS} I_f / N_{RS}$ . Meist wird die Verbundschaltung nur bei unkompenzierten Maschinen eingesetzt. Es wird dann die kleine Durchflutung  $\Theta_{RS} = N_{RS} I_a$  so eingestellt, dass sie bei Nennstrom  $I_{aN}$  die Flussabnahme  $\Delta\Phi$  durch Sättigung infolge Ankerrückwirkung durch den Hilfsreihenschluss-Flussanteil kompensiert (Bild 10.6-14b).

*g) Einphasen-Reihenschlussmaschine:*

Die Reihenschluss-Gleichstrommaschine kann als **Wechselstrom-Kommutatormaschine** direkt am Einphasen-Wechselstromnetz betrieben werden (Bild 10.6-15), denn Feldstrom und Ankerstrom sind nun identisch  $i_a(t) = \hat{I}_a \cdot \sin(2\pi f t) = i_f(t)$  und haben daher keine Phasenverschiebung zueinander. Sie pulsieren mit der Netzfrequenz  $f$ . Der als Wechselfluss erregte Hauptfluss  $\Phi(t) = \hat{\Phi} \cdot \sin(2\pi f t)$  polt sich daher gleichzeitig mit dem Ankerstrom mit Netzfrequenz um. Somit ist das Drehmoment stets positiv:  $M_e = k \cdot i_a \cdot \Phi = k \cdot (-i_a) \cdot (-\Phi) > 0$ .

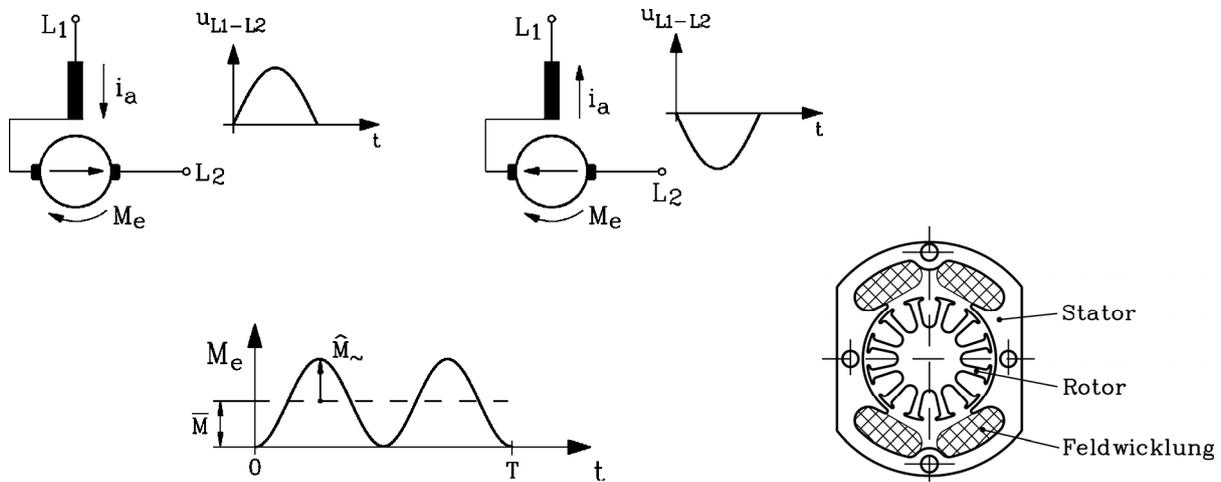
$$M_e(t) = k_2 \hat{\Phi} \sin(2\pi f t) \cdot \hat{I}_a \sin(2\pi f t) = \frac{k_2}{\sqrt{2}} \hat{\Phi} \cdot I_{a,eff} \cdot (1 - \cos(2\pi 2 f t)) \tag{10.6-21a}$$

$$M_e(t) = \frac{k_2}{\sqrt{2}} \hat{\Phi} I_{a,eff} \cdot (1 - \cos(2\pi 2 f t)) = \bar{M} - \hat{M}_{\approx} \cdot \cos(2\omega t) \tag{10.6-21b}$$

Das Moment pulsiert jedoch mit doppelter Netzfrequenz (10.6-21), was zu einer entsprechenden Drehzahlschwankung und ggf. zu unerwünschten Schwingungsanregungen, verbunden mit erhöhtem Geräusch, führen kann. Nur das mittlere Drehmoment

$$\bar{M} = (k / \sqrt{2}) \cdot \hat{\Phi} \cdot I_{a,eff} \tag{10.6-22}$$

kann genutzt werden. Der Fluss Scheitelwert  $\hat{\Phi}$  darf nicht höher als der Wert  $\Phi$  bei Gleichstromspeisung sein, um das Eisen nicht zu hoch zu sättigen. Der Effektivwert des Wechselstroms  $I_{a,eff}$  darf nicht höher als der entsprechende Gleichstromwert  $I_a = I_{a,eff}$  sein, damit gleiche Verluste  $P_{Cu} = R_a I_a^2 = R_a I_{a,eff}^2$  auftreten. So ist das mittlere Drehmoment um den Wert  $\bar{M} / M_e = (\hat{\Phi} I_{a,eff} / \sqrt{2}) / (\Phi I_a) = 1 / \sqrt{2} = 0.71$  kleiner als bei reinem Gleichstrombetrieb und damit der Motor um 30% schlechter ausgenutzt. Daher wird dieser Motor vorzugsweise als kleiner **Universalmotor** (Bild 10.6-16, „universal“ = für Gleich- und Wechselstrombetrieb geeignet) im Haushaltsbereich eingesetzt (z. B. in Staubsaugern mit Drehzahlen bis 40 000 /min). Wegen der i. A. geringen Betriebsstundenzahl bei diesen Kleinmotoren von ca. 500 ... 1000 h während der Motorlebensdauer wird aus Kostengründen auf Wendepole verzichtet und ein entsprechendes Bürstenfeuer zugelassen.

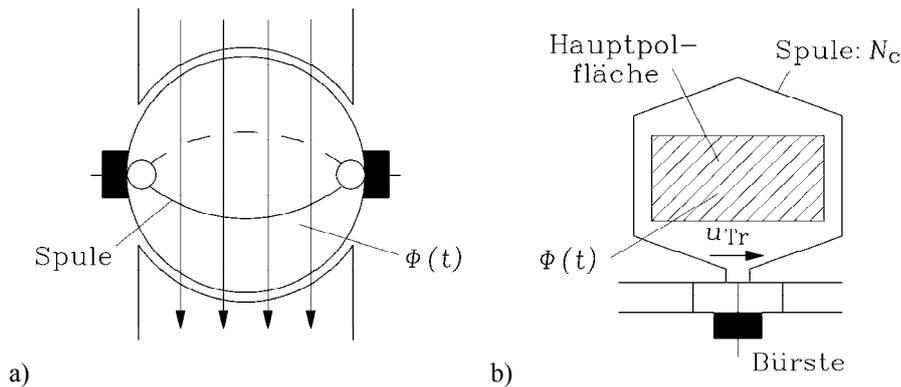


**Bild 10.6-15:** Einphasen-Reihenschlussmotor: Unabhängig von der Stromrichtung entsteht ein positives Moment, das mit doppelter Netzfrequenz pulsiert.

**Bild 10.6-16:** Blechschnitt eines zwei-poligen Universalmotors, für 40000/min

Durch Vertauschen der Ankerklemmen A1, A2 ODER der Erregerklemmen D1, D2 dreht sich die Drehmomentrichtung um (Bild 10.6-15) und damit die Motordrehzahl. Die Drehzahlveränderung erfolgt z. B. stufig durch Shuntung der Erregerwicklung (z. B. Föhn: hohe/niedrige Drehzahl = großer/kleiner Luftstrom) oder kontinuierlich durch Phasenanschnitt (z. B. Staubsauger, Bild 7.2-5a). Zwei antiparallele Thyristoren (Steuerwinkel  $\alpha$ ) oder alternativ ein Triac (bidirektionaler Schalter) versorgen den Motor mit der Ausgangsspannung  $u_2$  als Wechselspannung mit Phasenanschnitt. Durch die fehlende „Spannungs-Zeit-Fläche“ erhält der Motor im Mittel weniger Spannung. Deshalb sinkt seine Drehzahl. Der Wechselstrom ist nun nicht mehr sinusförmig, aber infolge der Glättung durch die Motorinduktivität „sinusförmiger“ als die Spannung  $u_2$ .

Trotz der genannten Nachteile war der Einphasen-Reihenschlussmotor mit großer Leistung bis ca. 1980 als DER **Wechselstrom-Lokomotivantrieb** im Einsatz und ist es auf vielen E-Loks älterer Baureihen auch heute noch (z. B. DB AG: Baureihe 140). Er ist bis zu großen Leistungen bis ca. 1 MW je Motor entwickelt worden. Allerdings induziert wie beim kleinen Universalmotor der Hauptpolwechselfluss  $\Phi(t)$  netzfrequent in die kommutierende (über die Bürsten kurz geschlossene Spule) eine „transformatorische Funkenspannung“  $u_{Tr}$  (10.6-23), die bei großen Motoren wegen des großen Flusses ungünstig große Werte annehmen kann.



**Bild 10.6-17:** Einphasen-Reihenschlussmotor: a) Der mit der kommutierenden Spule verkettete Hauptpolwechselfluss  $\Phi(t)$ , b) Der Hauptpolwechselfluss  $\Phi(t)$  induziert netzfrequent in die kommutierende (über die Bürsten kurz geschlossene Spule) eine „transformatorische Funkenspannung“  $u_{Tr}$

$$u_{Tr}(t) = -N_c \cdot d\Phi / dt = -N_c \cdot \omega \hat{\Phi} \cdot \cos(\omega t) \quad (10.6-23)$$

Sie treibt einen netzfrequenten Kurzschlussstrom in der Spule und quer über die Bürsten, der diese zusätzlich erhitzt, und zündet an der ablaufenden Bürstenkante bei der Kontakttrennung einen zusätzlichen Lichtbogen, so dass gegenüber Gleichstrombetrieb ein erhöhtes Bürstenfeuer auftritt. Die Stromwendung wird durch diese hohe elektrische Bürstenbelastung sehr problematisch. Die starke Funkenbildung führt zu häufigem Bürstenwechsel! Bei Verringerung der Netzfrequenz sinkt aber proportional  $u_{Tr}$  (10.6-23), und so wurde das Bahnnetz in *Deutschland, Österreich, Schweiz* und *Skandinavien* nicht für 50 Hz, sondern für die geringere Frequenz  $50/3 = 16 \frac{2}{3}$  Hz ausgelegt (seit etwa 10 Jahre in *Deutschland* 16.7 Hz). Dann ist diese zusätzliche induzierte Spannung nur 33%, und die Funken sind ausreichend klein. Moderne Bahnantriebe werden mittlerweile mit den robusteren Asynchron-Kurzschlussläufer-Motoren, gespeist aus Umrichtern mit variabler Spannungsamplitude und Frequenz, ausgeführt (Kapitel 7).

#### Beispiel 10.6-2:

Einphasen-Reihenschluss-Lokomotivmotor der ÖBB-Lokomotive Baureihe 1042, 4 Motoren á 1000 kW bei 1000 ... 1490/min (max. Fahrgeschwindigkeit 150 km/h) mit  $2p = 14$  Polen,  $U_{N,eff} = 465$  V,  $I_{1-h,eff} = 2400$  A (1-h: „Stundenstrom“ = jener effektive Strom, bei dem die Wicklung nach einer Stunde ihre maximal zulässige Erwärmung erreicht). Dieser Motortyp benötigt selbstverständlich Wendepole und eine Kompensationswicklung. Wegen des pulsierenden Moments ist zwischen den Treibrädern und der Motor-Getriebe-Einheit eine elastische Kupplung vorgesehen.

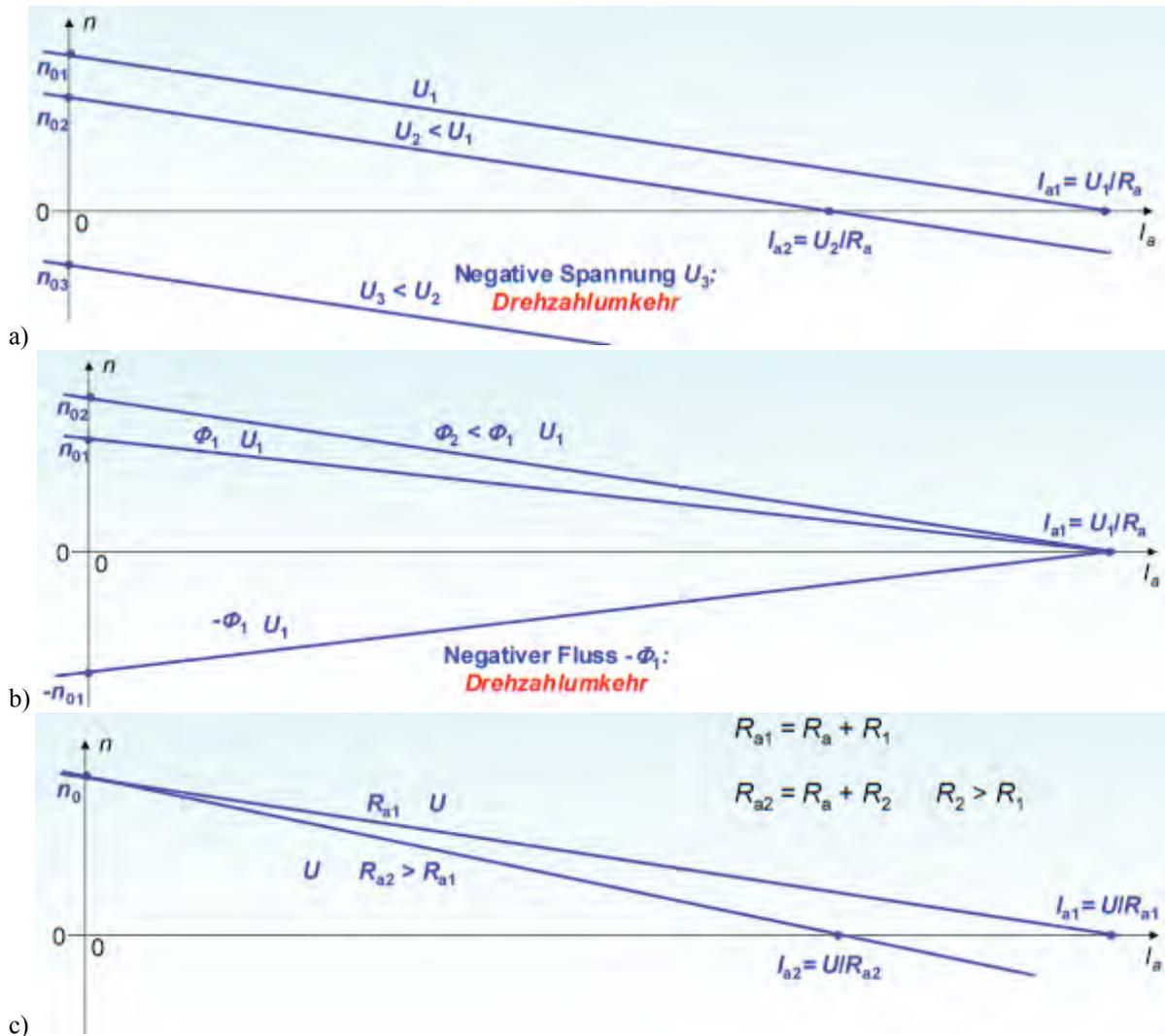
### 10.7 Der drehzahlveränderbare Gleichstromantrieb

#### a) Drehzahlveränderung der fremderregten Gleichstrommaschine:

Als **drehzahlveränderbarer Antrieb** wird in den meisten Industrieanwendungen der Gleichstromantrieb in der Schaltung der **fremderregten Maschine** verwendet. Die Drehzahl kann gemäß (10.7-1) durch **drei Parameter** verändert werden:

- A) durch die Stellung der Ankerspannung  $U$ ,
- B) durch die Schwächung des Flusses  $\Phi$  (Feldstärke ist wegen der Sättigung nicht sinnvoll möglich),
- C) durch Serienschaltung eines veränderbaren Serien-Widerstands  $R$  im Ankerkreis.

$$n = \frac{U_i}{k_1 \cdot \Phi} = \frac{U - I_a R_a}{z \cdot \frac{p}{a} \cdot \Phi} = n_0 - \frac{I_a \cdot R_a}{k_1 \cdot \Phi} \tag{10.7-1}$$



**Bild 10.7-1:** Fremderregter Gleichstrommotor: a)  $\Phi = \text{konst.}$ : Durch Verstellung der Ankerspannung  $U$  wird die  $n(I_a)$ -Kennlinie parallel verschoben und führt so zur Drehzahländerung, b) Durch Verringern des Flusses  $\Phi$  bei konstanter Ankerspannung  $U$  steigen die Leerlaufdrehzahl und die Neigung der  $n(I_a)$ -Kennlinie. Der Anfahrstrom  $I_{a1} = U/R_a$  bleibt unverändert. c) Durch den Anker-Serienwiderstand  $R$  werden bei unveränderter Leerlaufdrehzahl  $n_0$  die Neigung der  $n(I_a)$ -Kennlinie erhöht und der Anfahrstrom verringert ( $I_{a2} < I_{a1}$ ).

**A) Drehzahlveränderung durch Spannungsänderung  $U$  („Spannungsstellung“):**

Die Leerlaufdrehzahl  $n_0$  wird geändert, daher wird die  $n(I_a)$ -Kennlinie parallel nach oben ( $U$  erhöht) oder unten ( $U$  sinkt) verschoben. Man nennt diesen Stellbereich den "Ankerstellbereich":  $0 < n < n_N$  entspricht  $0 < U < U_{\max} = U_N$  bei  $\Phi = \Phi_{\max} = \text{konst.}$  (Bild 10.7-1a).

**B) Drehzahlveränderung durch Feldschwächung  $\Phi$  („Feldschwächung“):**

Die Leerlaufdrehzahl  $n_0$  wird durch Feldschwächung erhöht, und die Neigung der Kennlinie  $n(I_a)$  wird gemäß (10.7-1) größer, wenn  $\Phi$  sinkt. Man nennt diesen Stellbereich den "Feldschwächbereich":  $n_N < n < n_{\max}$  entspricht  $\Phi_{\max} > \Phi > \Phi_{\min}$  bei  $U = U_{\max} = U_N = \text{konst.}$  (Bild 10.7-1b).

**C) Drehzahlveränderung durch Widerstandserhöhung  $R + R_a$ :**

Die Leerlaufdrehzahl  $n_0$  bleibt gemäß (10.7-2) konstant, die Neigung von  $n(I_a)$  wird größer mit steigendem  $R$  (Bild 10.7-1c), z. B. Anfahren mit dem "Anlasser"  $R = R_{\text{anlasser}}$ .

$$n = \frac{U - I_a \cdot (R_a + R)}{k_1 \cdot \Phi} = n_0 - \frac{I_a \cdot (R_a + R)}{k_1 \cdot \Phi} \tag{10.7-2}$$

Die Drehzahlstellung über  $R$  ist auf Grund der erhöhten Stromwärmeverluste selten im Einsatz, wurde aber früher bei den elektrischen Straßenbahnen (Gleichstromnetz mit konstanter Spannung  $U$ ) zum Verändern der Fahrgeschwindigkeit verwendet.

b) Vier-Quadranten-Betrieb der fremderregten Gleichstrommaschine:

A) „Ankerstellbereich“:  $U_a/U_{aN}$  verändert (Bild 10.7-2a)

Durch Verändern der Ankerspannung  $U_a$  werden die  $n(I_a)$ -Kennlinien parallel verschoben, so dass sich eine Drehzahlveränderung bei konstantem Fluss ergibt. Gemäß Tabelle 10.7-1 werden bei positiver Ankerspannung und damit positiver Drehzahl der 1. und 2. Quadrant abgedeckt, bei negativer Ankerspannung und damit negativer Drehzahl der 3. und 4. Quadrant. Drehzahlumkehr erfolgt hier also durch Umpolen der Ankerspannung. Positiver Ankerstrom deckt die Quadranten 1 und 4 ab, negativer Ankerstrom die Quadranten 2 und 3. Begrenzt wird dieses Vier-Quadranten-Kennlinienfeld vom maximal thermisch zulässigen Ankerstrom und von der bei maximaler Ankerspannung  $U_{max}$  auftretenden maximalen Leerlaufdrehzahl bei festem Fluss. Für die Maximalwerte der Betriebsgrößen  $U, I_a, \Phi, M, P$  in Abhängigkeit von  $n$  gilt im Ankerstellbereich:  $0 \leq n \leq n_N$ :

$$U \sim n, I_a = I_N = \text{konst.}, \Phi = \Phi_N = \text{konst.}, M = M_N \sim I_a \Phi = \text{konst.}, P = UI_a = 2\pi nM \sim n$$

2. Quadrant: $n > 0, M < 0: U > 0, I_a < 0$ GENERATOR	1. Quadrant: $n > 0, M > 0: U > 0, I_a > 0$ MOTOR
3. Quadrant: $n < 0, M < 0: U < 0, I_a < 0$ MOTOR	4. Quadrant: $n < 0, M > 0: U < 0, I_a > 0$ GENERATOR

Tabelle 10.7-1: Vierquadrantenbetrieb der fremderregten Gleichstrommaschine

B1) „Feldschwächbereich“  $\Phi/\Phi_N$  verändert (Bild 10.7-2b)

Zu höheren Drehzahlen gelangt man bei maximaler Ankerspannung  $U_{max} = U_N$  durch Feldschwächung. Bei festem maximalem Ankerstrom sinkt das maximale Drehmoment proportional zum sinkenden Fluss. Die Neigung der  $n(M)$ -Kennlinie ist gemäß (10.6-11) proportional  $1/\Phi^2$ . Daher sind im **Feldschwächbereich** die  $n(M)$ -Kennlinien stärker geneigt als im Ankerstellbereich. Für die Maximalwerte der Betriebsgrößen  $U, I_a, \Phi, M$  und  $P$  in Abhängigkeit von  $n$  gilt im Feldschwächbereich:  $n_N \leq n \leq n_{max}$ :

$$U = U_N = \text{konst.}, I_a = I_N = \text{konst.}, \Phi \sim 1/n, M \sim I_a \Phi \sim 1/n, P = U_N I_a = 2\pi nM = P_N = \text{konst.}$$

Da die Leistung konstant ist, nennt man den Bereich auch **Konstantleistungsbereich**. Das maximale mögliche Moment sinkt bei maximalem Ankerstrom wegen des sinkenden Flusses  $\sim 1/n$  und schnürt das  $n(M_e)$ -Kennlinienfeld hyperbelartig ein (Bild 10.7-2b).

**Fazit:**

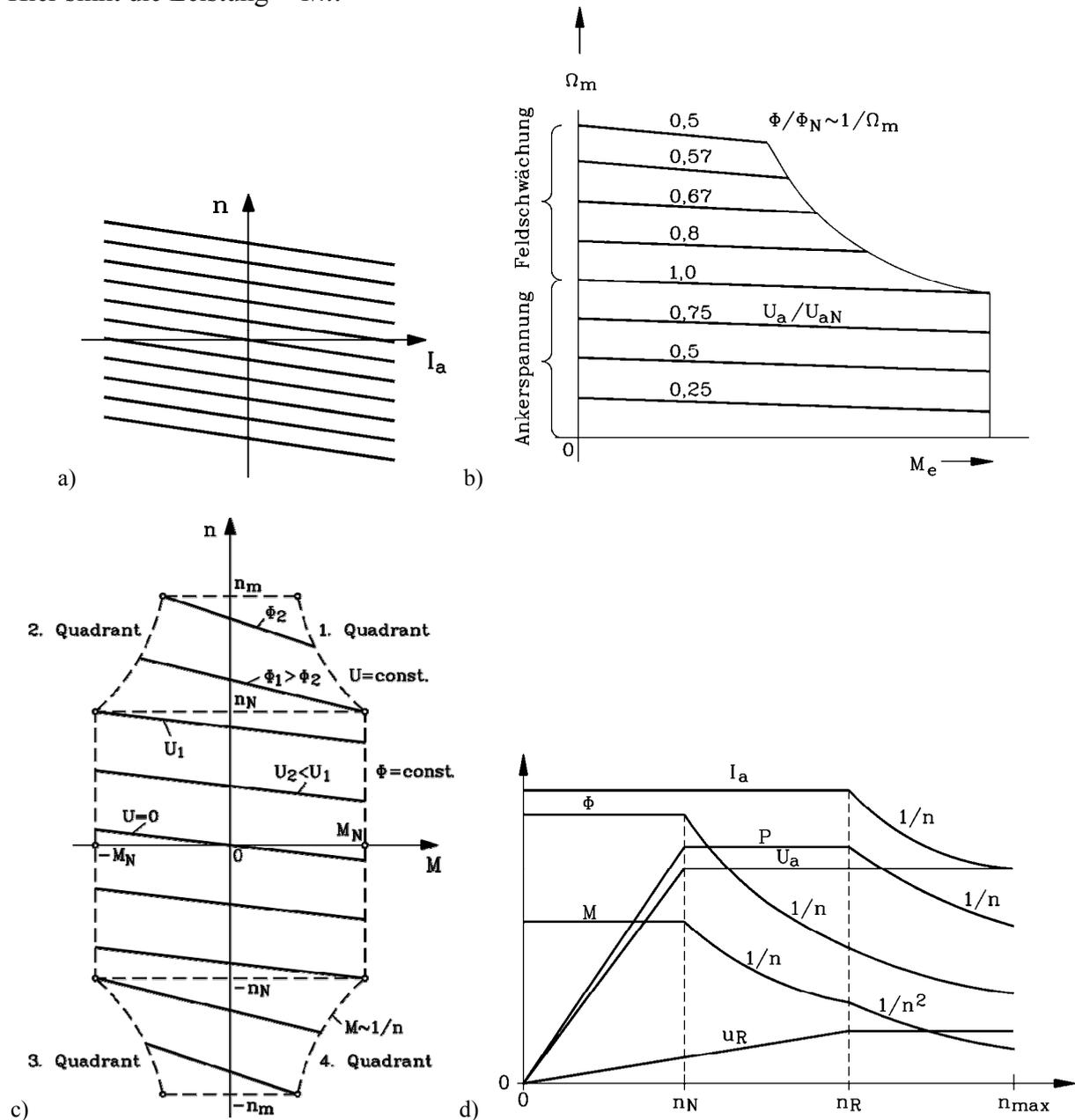
*Im Ankerstellbereich nimmt die maximal umsetzbare Leistung linear mit der Drehzahl zu und bleibt im Feldschwächbereich konstant.*

B2) **Kommutierungsgrenze:**  $n_R \leq n \leq n_{max}$ :

Die Reaktanzspannung  $u_R$  steigt mit steigendem Ankerstrom und zunehmender Drehzahl und damit trotz der Wendepole die Funkenrestspannung  $u_{Rest}$ , so dass das Bürstenfeuer zunimmt

(Kap. 10.5). Bei hohen Drehzahlen im Feldschwächbereich wird die Reaktanzspannung so groß, dass ab einer bestimmten Drehzahl  $n_R$  die zulässige Grenze 10 V überschritten wird. Deshalb muss ab dieser Drehzahl der Ankerstrom verringert werden, um die Reaktanzspannung  $u_R$  konstant zu halten (Bild 10.7-2d). Der **Feldschwächbereich** wird somit unterteilt in den Bereich ohne Erreichen der Kommutierungsgrenze  $n_N \leq n \leq n_R$  (**Konstantleistungsbereich**) und mit **Kommutierungsgrenze**  $n_R \leq n \leq n_{max}$ .

$U = U_N = \text{const.}$ ,  $u_R = k_R n I_a = 10 \text{ V}$ ,  $I_a \sim 1/n$ ,  $\Phi \sim 1/n$ ,  $M \sim I_a \Phi \sim 1/n^2$ ,  $P = U_N I_a = 2\pi n M = 1/n$ . Hier sinkt die Leistung  $\sim 1/n$ .



**Bild 10.7-2:** Kennlinienfeld des fremderregten (kompensierten) Gleichstrommotors bei Speisung mit veränderbarer Spannung  $U_a$  und veränderbarem Fluss  $\Phi$

- a) Drehzahl-Ankerstrom-Kennfeld bei Stellung der Ankerspannung, Vier-Quadrantenbetrieb,
- b) Mechanische Winkelgeschwindigkeit-Drehmoment-Kennfeld bei Stellung der Ankerspannung und mit Feldschwächung im 1. Quadranten
- c) Vierquadranten-Kennlinienfeld gemäß b)
- d) Maximalwerte von Ankerspannung, Ankerstrom, Drehmoment, Fluss, Leistung und Reaktanzspannung

Die **Drehzahlumkehr** kann gemäß (10.7-1) durch

- (i) Umpolen der Ankerspannung von  $+U$  auf  $-U$  oder
- (ii) durch Umpolen des Flusses  $\Phi$  auf  $-\Phi$  erfolgen.

Der Vorgang (i) ist wesentlich schneller als (ii), da die Anker-Zeitkonstante  $T_a = L_a/R_a$  für Ankerstromänderungen deutlich kleiner als die Feld-Zeitkonstante  $T_f = L_f/R_f$  für Feldstromänderungen ist. Deshalb erfolgt die Regelung der GS-Maschine z. B. auf konstante Drehzahl über die Veränderung der Ankerspannung.

c) *Gesteuerter Brückengleichrichter zur Speisung von Gleichstrommaschinen:*

Die veränderbare Gleichspannung  $U$  kann aus dem Drehstromnetz durch Gleichrichtung mit einer Thyristorbrücke als **gesteuerter Gleichrichter** erzeugt werden. Ebenso kann der veränderbare Feldstrom  $I_f$  über einen gesteuerten Gleichrichter erzeugt werden. Das ist die **heute gängige Lösung**, weil sie verlustarm (Wirkungsgrad der Gleichrichtung 97%) und dynamisch (Anregelzeit im ms-Bereich) ist (Bild 10.7-3).

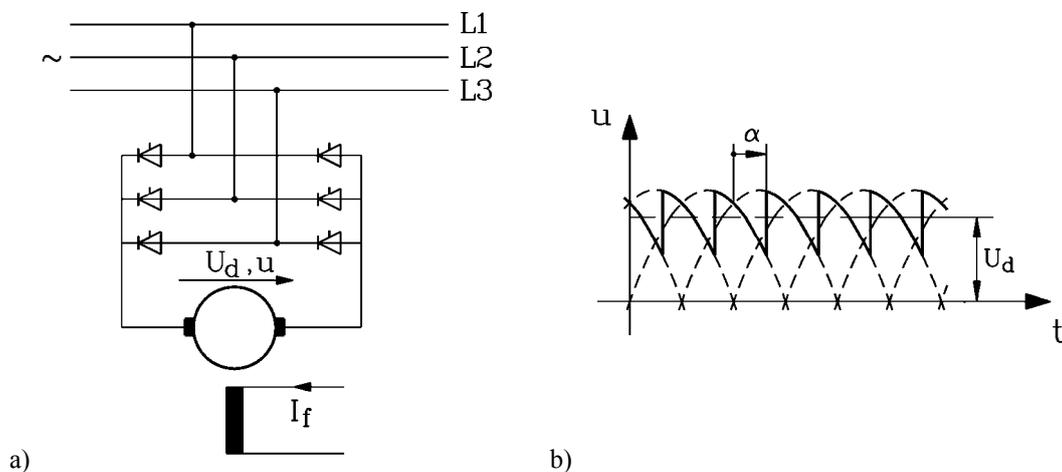


Bild 10.7-3: Gesteuerter Drehstrom-Brückengleichrichter B6C als Speisung eines drehzahlveränderbaren fremderregten Gleichstromantriebs: a) Schaltung für eine Stromrichtung, b) Spannungsverlauf an den Ankerklemmen bei  $0 < \alpha < 90^\circ$

Bild 10.7-3a zeigt einen gesteuerten Brückengleichrichter in **sechspulsiger** Schaltung (siehe Kap. 7) am Dreiphasen-Drehstromnetz, das die verkettete Spannung (Effektivwert)  $U_{Netz}$  bereit stellt. Jeder der sechs Thyristoren leitet ein Drittel einer Netzperiode, wobei stets zwei Thyristoren, und zwar je einer vor und nach dem Anker, gleichzeitig leitend sind. Wird der Steuerwinkel (Zündwinkel)  $\alpha$  auf Null gesetzt, kommutieren die Thyristoren netzgeführt im natürlichen Kommutierungszeitpunkt. Die Schaltung wirkt dann wie eine Diodenbrückengleichrichterschaltung, und der Mittelwert der sechskuppigen gleichgerichteten Spannung erreicht seinen Maximalwert  $U_{d0}$ . Der Einfluss der endlichen Kommutierungszeit der Thyristoren wird vernachlässigt.

$$U_{d0} = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U_{Netz} \quad . \quad (10.7-3)$$

Bei Vergrößerung des **Zündwinkels**  $\alpha$  sinkt gemäß Bild 10.7-3b der Spannungsmittelwert nach dem Steuergesetz (vgl. Kap. 7)

$$U_d = U_{d0} \cdot \cos \alpha \quad . \quad (10.7-4)$$

Bei  $\alpha = 90^\circ$  ist der Mittelwert Null, bei  $\alpha > 90^\circ$  ist die Spannung negativ.

**Fazit:**

Mit dem gesteuerten Brückengleichrichter lässt sich die Ankerspannung  $U$  zwischen  $-U_{d0}$  und  $+U_{d0}$  verändern.

Nachteilig ist, dass die Spannung wegen der sechs Kuppen pro Periode ausgeprägte Oberschwingungen mit sechsfacher, zwölffacher usw. Netzfrequenz enthält. Die **Ankerinduktivität  $L_a$  ist sehr klein**, da Ankerfeld und Wendefeld einander nahezu auslöschen (siehe Abschnitt 10.5) und kann den Ankerstrom daher nur wenig glätten. Folglich enthalten der Ankerstrom und das von ihm erregte Ankerfeld ebenfalls diese Oberschwingungen, was zu erhöhten Verlusten und Geräuschen (z. B. **magnetisch erregter 300 Hz-Ton**, da  $6 \cdot 50 = 300$  Hz) führt.

Vier-Quadranten-Betrieb mit gesteuerter Gleichrichtung:

Mit der Schaltung in Bild 10.7-3a ist der erste und vierte Quadrant abgedeckt, da die Thyristoren den Ankerstrom nur in einer Richtung (positive Stromrichtung) durchlassen, in der anderen aber sperren (Ventilwirkung). Für die negative Stromrichtung muss ein weiterer gesteuerter Brückengleichrichter mit antiparallel angeordneten Thyristoren verwendet werden („**Umkehrstromrichter**“, Bild 10.7-5a). Damit wird der zweite und dritte Quadrant betreibbar.

Der **Erregerstrom  $I_f$**  wird ebenfalls aus einer gesteuerten Gleichrichterbrücke versorgt. Die große Induktivität der Hauptpolwicklung  $L_f$  glättet den Feldstrom ausgezeichnet, so dass dieser nahezu ein Gleichstrom ist. Allerdings verbleibt eine geringe Restpulsation des Hauptfelds, die in die kommutierenden Ankerspulen transformatorisch eine Zusatzspannung induziert („**transformatorische Funkenspannung**“, vgl. Abschnitt 10.6). Vor allem bei kleinen Maschinen, die eine hohe Windungszahl je Ankerspule haben, ist diese Zusatzspannung ausreichend groß, um die Kommutierung zu verschlechtern, d.h. das Bürstenfeuer zu erhöhen.

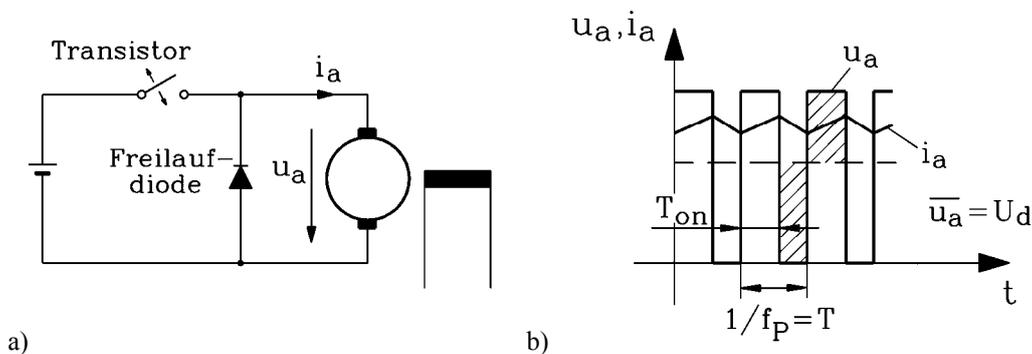


Bild 10.7-4: Gleichstromsteller: a) Prinzipschaltung des Ein-Quadranten-Stellers, b) Gepulste Ankerspannung, ihr Mittelwert und Verlauf des Ankerstroms

*d) Gleichstromsteller zur Speisung von Gleichstrommaschinen:*

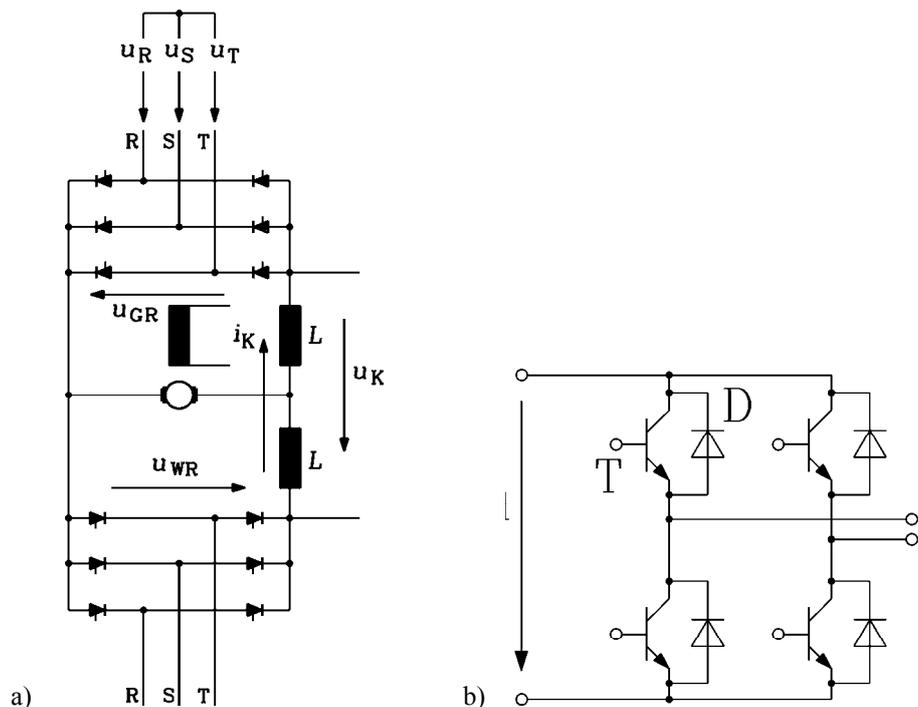
Bei der Chopperschaltung (**Gleichstromsteller**) wird eine unveränderliche Gleichspannung  $U$  mit Transistorschaltern gepulst. Dabei stammt die Spannung  $U$  z. B. aus einer ungesteuerten Gleichrichtung einer Wechselspannung, die mit einem Kondensator geglättet wird, oder aus einer Batterie (Bild 10.7-4a). Die **Pulsfrequenz**

$$f_P = 1/T \quad (10.7-5)$$

ist auf Grund der guten Schalteigenschaften der Leistungstristoren relativ hoch (ca. 1 bis 2 kHz). Diese gepulste Spannung wird der Gleichstrommaschine als Ankerspannung aufgeprägt. Der Mittelwert  $U_d$  (10.7-6)

$$U_d = U \cdot T_{on} / T \tag{10.7-6}$$

dieser gepulsten Ankerspannung  $u_a(t)$  kann durch das veränderliche Pulsweiten-Pausen-Verhältnis zwischen 0 und  $U$  **verändert** werden (Bild 10.7-4b). Während der Einschaltzeit  $T_{on}$  des Transistors fließt der Ankerstrom von der Spannungsquelle  $U$  zur Maschine. Die Freilaufdiode sperrt und ist daher stromlos. Während der Pause, wenn der Transistor ausgeschaltet ist, muss der Strom auf Grund der Selbstinduktionsspannung der Ankerkreisinduktivität weiter fließen können. Dies ist über die **Freilaufdiode** möglich. Auf Grund der relativ hohen Pulsfrequenz wird der Ankerstrom auch durch die relativ kleine Ankerkreisinduktivität gut geglättet und ist nahezu überschwingungsfrei. Eine kleine sägezahnförmige Stromwelligkeit mit Pulsfrequenz verbleibt, die umso kleiner ist, je höher die Pulsfrequenz ist (Bild 10.7-4b). Der in Bild 10.7-4 für Ein-Quadranten-Betrieb geeignete Steller kann durch Ergänzung von drei weiteren Transistoren und Freilaufdioden zum Vier-Quadranten-Steller erweitert werden (Bild 10.7-5b).



**Bild 10.7-5:** Leistungselektronische Steller für Vier-Quadranten-Betrieb: a) (B6C)A(B6C)-Brückenschaltung mit antiparallelen Thyristor-Stromrichtern und Kreisstromglättungs-drosseln  $L$ , b) Gleichstromsteller mit Transistoren  $T$  und Freilaufdioden  $D$

e) **WARD-LEONARD-Maschinensatz:**

Die Spannungsstellung  $U$  kann im Drehstromnetz mit rotierenden Maschinen in der Form des klassischen **WARD-LEONARD-Umformers** erfolgen (Bild 10.7-6). Ein Drehstrom-Asynchronmotor, vom Drehstromnetz gespeist, treibt mit nahezu konstanter Drehzahl  $n_{ASM}$  einen fremderregten Gleichstromgenerator („**Steuer-generator**“) an, dessen Erregerstrom  $I_{fG}$  von einem weiteren kleinen rotierenden Umformer (Drehstrom-Asynchronmotor und selbst-erregter Nebenschluss-Generator) oder von einer Batterie versorgt wird. Dieser Generator erzeugt eine über  $I_{fG}$  variabel einstellbare Ankerspannung  $U$ , mit der der fremderregte

Gleichstrommotor versorgt wird. Damit ist dessen Drehzahl  $n$  direkt über  $U$  veränderbar. Zusätzlich kann über den Erregerstrom  $I_{fM}$  des Motors der Fluss verringert werden und so die Drehzahl über „Feldschwächung“ weiter erhöht werden, wenn die Generatorspannung ihren Maximalwert erreicht hat.

Der *WARD-LEONARD*-Umformer ist nur noch selten (z. B. in Prüffeldern) im Gebrauch, da er für die Nutzung **eines** drehzahlveränderbaren Motors

- drei Mal** die volle Maschinenleistung installiert hat (teuer!),
- drei Mal** die vollen Verluste hat (z. B. Wirkungsgrad je Maschine 90 % ergibt 73 % Gesamtwirkungsgrad!),
- einen **dynamisch wenig hochwertigen** Antrieb darstellt. Soll die Drehzahl des Motors rasch erhöht werden, muss das Feld des Steuergenerators erhöht werden, um eine höhere Ankerspannung zu erhalten. Die Induktivität  $L_f$  des Felds ist aber wegen der hohen Windungszahl in den Feldspulen sehr groß, so dass die elektrische Feldzeitkonstante  $T_f = L_f/R_f$  ebenfalls groß ist. Die Spannungsänderung geht daher nur langsam (im Sekundenbereich!) vor sich und führt zu einer dynamischen Drehzahlabweichung vom Sollwert bei einem Laststoß.

Der Blindleistungsbedarf entspricht dem  $\cos\varphi$  der Asynchronmaschine und liegt bei ca. 0.85.

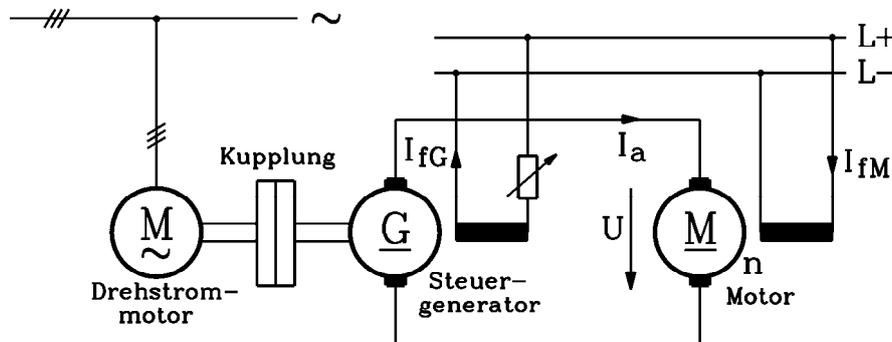


Bild 10.7-6: Mit der Schaltung des *WARD-LEONARD*-Maschinensatzes kann ein drehzahlveränderbarer Gleichstrommotor am Drehstromnetz betrieben werden.

Vier-Quadranten-Betrieb mit dem *WARD-LEONARD*-Umformer:

Der **Steuergenerator** in Bild 10.7-6 liefert bei Klemmentausch des Feldes eine negative Spannung, so dass sich die Drehzahl des Motors umkehren kann. Damit werden, im Verbraucher-Zählpeilsystem betrachtet, zwei Quadranten im Motorbetrieb möglich: der **erste Quadrant** ( $I_a > 0, n > 0$ ) und der **dritte Quadrant** ( $I_a < 0, n < 0$ ) in Bild 10.7-2a. Es kann aber auch der Leistungsfluss umgekehrt werden. Wird der Motor angetrieben, so geht er in den Generatorzustand über. Die Polarität des Ankerstroms bei fester Drehzahl kehrt sich um, wenn die induzierte Spannung des Motors größer ist als die Summe aus induzierter Spannung des Generators und dem Spannungsfall an den Ankerkreiswiderständen der beiden Gleichstrommaschinen. Der Steuergenerator wird zum Motor und treibt die Asynchronmaschine übersynchron an, so dass diese als Asynchrongenerator Wirkleistung ins Drehstromnetz zurück liefert. Dies ist in beiden Drehrichtungen des Gleichstrommotors möglich, so dass auch **der zweite und vierte Quadrant** ( $I_a < 0, n > 0$ ); ( $I_a > 0, n < 0$ ) des Kennlinienfelds Bild 10.7-2a **abgedeckt** wird (**Vier-Quadranten-Betrieb**).

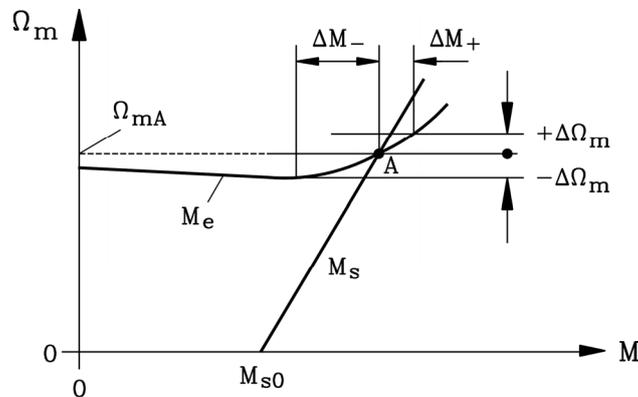
## 10.8 Stabilität und Leistungsgrenzen der Gleichstrommaschine

a) *Stabilität der Arbeitspunkte:*

Die quasistatische Stabilität der Arbeitspunkte der Gleichstrommaschine wird genauso ermittelt wie bei der Asynchronmaschine (Abschnitt 7.3). Am Beispiel des fremderregten

Gleichstrommotors mit Flussverlust  $\Delta\Phi$  durch Ankerrückwirkung wird dies verdeutlicht. Die Stabilitätsbedingung lautet gemäß Abschnitt 7.3:

$$\frac{dM_e}{d\Omega_m} - \frac{dM_s}{d\Omega_m} < 0 \Rightarrow \text{stabil} \quad (10.8-1)$$



**Bild 10.8-1:** Der unkompenzierte Nebenschlussmotor zeigt auf Grund des Flussverlusts infolge erhöhter Sättigung durch Ankerrückwirkung bei hoher Belastung (= hohes  $M$ ) mit den meisten Gegenmomentkennlinien  $M_s$  instabiles Verhalten. Hier wurde ein Extruder mit hohem Losbrechmoment  $M_{s0}$  als Belastung angenommen.

In Bild 10.8-1 ist angenommen, dass das Belastungsmoment an der Welle des Motors von einem Losbrechmoment  $M_{s0}$  bei  $n = 0$  ( $\Omega_m = 2\pi n$ ) aus linear mit der Drehzahl ansteigt. Der Schnittpunkt mit der Motorkennlinie  $\Omega_{mA}$  liegt im Bereich mit der Belastung **ansteigender** Motordrehzahl. Sowohl  $dM_e/d\Omega_m$  als auch  $dM_s/d\Omega_m$  sind positiv; auch ihre Differenz ist positiv, so dass das Stabilitätskriterium (10.8-1) verletzt ist. Der Antrieb ist instabil und geht durch. Als Abhilfe schränkt man den maximal zulässigen Ankerstrom so ein, dass die Maschine nur im fallenden Teil der  $n(M)$ -Kennlinie betrieben wird, oder man setzt eine Kompensationswicklung oder Hilfsreihenschlusswicklung zur Vermeidung des Flussverlusts bei Belastung ein. Bei Stromrichterspeisung ist die Maschine meist drehzahl geregelt, so dass das instabile Verhalten durch die Reglerverstärkung stabilisiert wird (siehe Vorlesung: „Control of Drives“).

#### b) Leistungsgrenzen:

Die Baugröße und damit die je Maschineneinheit baubare Leistung („**Einheitsleistung**“) sind durch den Kommutator begrenzt.

Der Durchmesser und die Drehzahl unterliegen der Fliehkraftbegrenzung. Bei Überschreiten dieser mechanischen Grenze kommt es zur Deformation des Kommutators (= Abweichen von der Kreiszyylinderform), so dass die Bürsten „hüpfen“ und mechanisch zerstört werden.

Die funkenarme Ankerstrom-Kommutierung erfordert eine rechnerische Reaktanzspannung  $u_R < 10$  V für den Dauerbetrieb und  $< 20$  V stoßweise (Kurzzeitbetrieb mit  $2I_N$ ), sonst tritt zu starkes Bürstenfeuer auf.

Die Bürstenstromdichte soll dauernd  $J_b < 12$  A/cm<sup>2</sup> einhalten und kurzzeitig  $< 20$  A/cm<sup>2</sup> (stoßweise bei ca.  $2I_N$ ), sonst erfolgt ein Ausglühen der Bindemittel des Graphits in den Bürsten.

Die Ankerspannungsgrenze muss eingehalten werden, indem die mittlere Segmentspannung  $U_{s,av} < 20$  V, die lokale Segmentspannung  $< 35$  V sein soll, sonst tritt die Gefahr des Überschlages zwischen benachbarten Kommutatorlamellen auf (siehe Bsp. 10.8-1).

Im unregelmäßigen Betrieb kommt die **Stabilitätsgrenze** hinzu, die beim fremderregten GS-Motor den Ankerstrom auf den fallenden Ast der  $n(I_a)$ -Kennlinie begrenzt.

Die **größten Gleichstrommaschinen** wurden als Walzwerks-Grobgerüstantriebe mit Leistungen zwischen 6 MW und 12 MW bei Drehzahlen von ca. 50 ... 100/min gebaut. Um die Leistung weiter zu erhöhen, wurden zwei Maschinen hintereinander gekuppelt („**Tandem**“-**Bauweise**), Bild 10.2.3-1. Auf Grund dieser begrenzten Einheitsleistung werden große Gleichstrommaschinen heute durch stromrichter gespeiste Synchronmaschinen (bis 100 MW gebaut) und Asynchronmaschinen (bis ca. 40 MW gebaut) abgelöst. Auch im unteren Leistungsbereich wird der robustere Käfigläufer-Motor mit Umrichterspeisung und ggf. feldorientierter Regelung dem stromrichter gespeisten Gleichstromantrieb (Bild 10.8-2a) oft vorgezogen. Asynchron- und Synchronmaschine können i. A. dynamischer als Gleichstrommaschine geregelt werden („feldorientierte Regelung“, geringeres Trägheitsmoment); sie sind robuster, erlauben höhere Drehzahlen, haben einen höheren Wirkungsgrad und geringere Massen und sind wartungsärmer (Tabelle 10.8-1).

<b>Festdrehzahlantrieb</b>	<b>Drehzahlveränderbarer Antrieb</b>		
<u>Drehstrom</u>	<u>Gleichstrom</u>	<u>Drehstrom</u>	
Netzspeisung	Stromrichter	Umrichter	
Käfigläufer-Asynchronmotor	Fremderregter Gleichstrom-Motor	Käfigläufer-Asynchronmotor	Permanentmagnet-Synchronmotor
Ungeregelt	Kaskadenregelung	Feldorientierte Regelung	
Wirkungsgrad: gut	Wirkungsgrad: mittel	Wirkungsgrad: gut	Wirkungsgrad: sehr gut
Sehr robust	Bürstenwartung	robust	robust
Genormte Größen	herstellerspezifische Ausführungen		
Motor: billig kein Umrichter	Motor: sehr teuer Umrichter: billig	Motor: billig...teuer Umrichter: teurer	Motor: teuer Umrichter: teurer
Genormte Größen	Motor groß	Motoren kompakt	

Tabelle 10.8-1: Industrielle E-Antriebe – Überblick

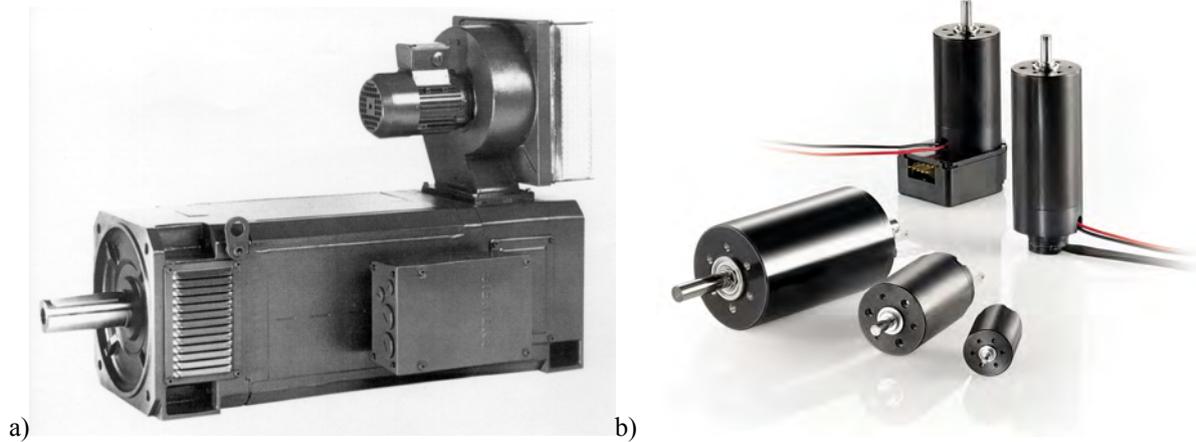


Bild 10.8-2: a) Fremderregte drehzahlveränderbare und daher fremdbelüftete vierpolige Gleichstrommaschine für 400 V, 260 A, 100 kW, 2000/min, Achshöhe 160 mm, mit Wendepolen, unkompensiert, eingängige Ankerwellenwicklung, mit aufgebautem Fremdlüfter (2-pol. Käfigläuferasynchronmotor als Lüfterantrieb); (Quelle: *Siemens AG*), b) Permanenterrgte zweipolige Gleichstrom-Kleinmotoren für Präzisionsantriebe der Feinwerktechnik (Quelle: *Faulhaber*)

Am unteren Ende der Leistungsskala im Bereich der Kleinmotoren mit Leistungen unter 100 ... 500 W dominieren die mit Ferritschalen zweipolig permanentmagneterregten wendepollosen Gleichstrommaschinen (Bild 10.8-2b) mit großen Stückzahlen im Bereich der Automobiltechnik (für 12 V / 24 V, ca. 35% der Kleinmaschinenanwendungen) und der Haushaltsgeräte (ca. 15%), hier häufig auch als Universalmotoren bis ca. 1.0 ... 1.5 kW am Einphasennetz, da sie vollautomatisch kostengünstig gefertigt werden können und nur wenig oder keine Elektronik zur Ansteuerung benötigen.