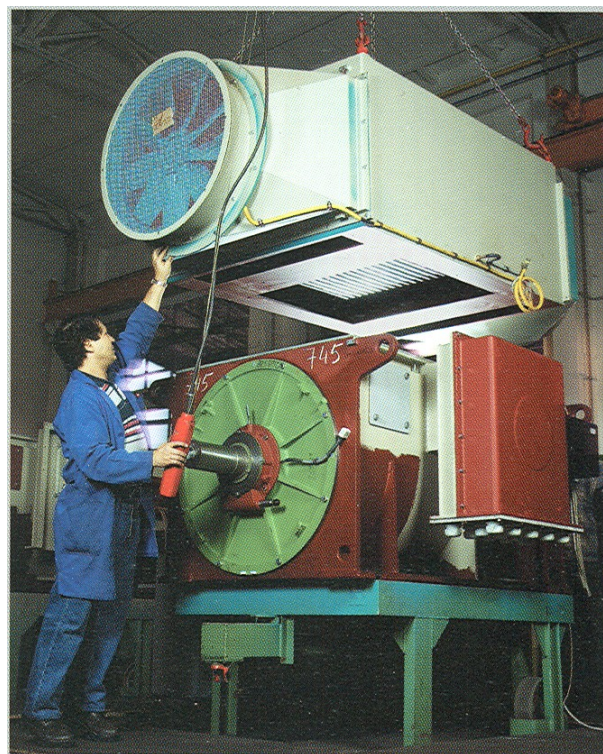




Elektrische Maschinen und Antriebe

Aufgabensammlung



Quelle: *Winergy, Deutschland*

Elektrische Maschinen und Antriebe – Aufgabensammlung

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1.1: Drehstromwicklungen von Asynchronmotoren
Aufgabe 1.2: Drehstromwicklungen von Asynchronmotoren
Aufgabe 1.3: Drehstromwicklung eines Synchron-Notstrom-Generators
Aufgabe 1.4: Drehstromwicklung eines hochpoligen Rohrturbinen-Wasserkraft-Synchrongenerators
Aufgabe 1.5: Ablenkmagnet in Teilchenbeschleunigern
Aufgabe 1.6: Einphasen-Bahngeneratoren
Aufgabe 1.7: *FARADAY*'sche Scheibe
Aufgabe 1.8: Getriebeloser Synchron-Windgenerator

Aufgabe 2.1: Saugzuggebläse-Antrieb
Aufgabe 2.2: Bahnantrieb
Aufgabe 2.3: Grundwasser-Pumpenstation
Aufgabe 2.4: Stern-Dreieck-Anlauf der Asynchronmaschine
Aufgabe 2.5: Kreisdiagramm aus Prüffelddaten mit Ummagnetisierungs- und Reibungsverlusten
Aufgabe 2.6: *OSSANNA*-Kreis und Schlupfgerade aus Messdaten
Aufgabe 2.7: Zuckerzentrifugen-Antrieb
Aufgabe 2.8: Antrieb für eine Holzverarbeitungsmaschine
Aufgabe 2.9: Antrieb für Schweranlauf
Aufgabe 2.10: Zentralantrieb einer Spinnmaschine
Aufgabe 2.11: Elektroauto-Antrieb
Aufgabe 2.12: Tunnellüfter-Motor
Aufgabe 2.13: Asynchronantrieb für einen Hochgeschwindigkeits-Triebzug
Aufgabe 2.14: Asynchronmotor – Dreieckschaltung, Kloss'sche Formel
Aufgabe 2.15: Blindleistungskompensation bei einer Asynchronmaschine
Aufgabe 2.16: Drehmoment und Stromaufnahme einer Asynchronmaschine
Aufgabe 2.17: Verluste in einer Asynchronmaschine
Aufgabe 2.18: Verlustbilanz einer Asynchronmaschine
Aufgabe 2.19: Antriebsprojektierung mit einer Asynchronmaschine
Aufgabe 2.20: Asynchronmaschine als Aufzugsantrieb
Aufgabe 2.21: Asynchronmaschinen-Antrieb für eine Ölförderpumpe

Aufgabe 3.1: Flusskraftwerks-Synchrongenerator
Aufgabe 3.2: Eigenbedarfs-Generator
Aufgabe 3.3: Diesel-Generator
Aufgabe 3.4: Wasserkraftwerk-Generator
Aufgabe 3.5: Flusskraftwerks-Generator
Aufgabe 3.6: Gebläse-Synchronmotor
Aufgabe 3.7: Umrichtergespeister Walzwerks-Synchronmotor
Aufgabe 3.8: Auslegungsparameter einer Lichtmaschine
Aufgabe 3.9: Synchronmotor als Gebläseantrieb
Aufgabe 3.10: Synchronmotor versus Asynchronmotor
Aufgabe 3.11: Synchronmotorauslegung
Aufgabe 3.12: Überlastfähigkeit eines Schenkelpolsynchrongenerators

Aufgabe 4.1: Antrieb für Folienreckmaschine
Aufgabe 4.2: *WARD-LEONARD*-Umformer
Aufgabe 4.3: Gleichstrom-Grubenfahrzeug-Antrieb
Aufgabe 4.4: Umformer-Antrieb
Aufgabe 4.5: Bahn-Traktionsmotor
Aufgabe 4.6: Druckmaschinenantrieb
Aufgabe 4.7: Elektrische Bremsmethoden für fremderregte Gleichstrommaschinen
Aufgabe 4.8: Containerkran: Hubwerkantrieb
Aufgabe 4.9: Einfache Gleichstrommaschine – Prinzipielle Wirkungsweise
Aufgabe 4.10: Sechspolige Gleichstrommaschine – Schleifenwicklung
Aufgabe 4.11: Fremderregter Gleichstrommotor

Aufgabe 4.12: Permanentmagneterregter Gleichstrom-Kleinmotor
Aufgabe 4.13: Fremderregter Gleichstromgenerator
Aufgabe 4.14: Fremderregter Gleichstrommotor
Aufgabe 4.15: Vierpoliger fremderregter Gleichstrommotor
Aufgabe 4.16: Kleiner fremderregter Gleichstrommotor
Aufgabe 4.17: Auslegungsparameter einer Gleichstrommaschine,
Aufgabe 4.18: U-Boot-Gleichstrommaschine
Aufgabe 4.19: Gleichstrom-Nebenschlussmaschine
Aufgabe 4.20: Gleichstrommaschine an langer Leitung
Aufgabe 4.21: Permanentmagneterregter Gleichstrommotor
Aufgabe 4.22: Gleichstrom-Aufzugsmotor
Aufgabe 4.23: Kleiner Universalmotor

Beispielhafte Kontrollfragen für das Erlernen des Prüfungsstoffs

Aufgabe 1.1: Drehstromwicklungen von Asynchronmotoren

Skizzieren Sie den Verlauf der Felderregerkurve für eine Drehstromwicklung mit den folgenden Daten für ein Polpaar:

Zweischichtwicklung, Polzahl $2p = 6$, Ständernutzahl $Q_s = 36$, Sehnung $5/6$, 1 Windung/Spule und den Momentanwerten der Ströme

$I_U = +1$ Einheit, $I_V = -1$ Einheit, $I_W = 0$.

Lösung zu Aufgabe 1.1:

$I_U = -I_V = I, I_W = 0$ (I : 1 Einheit, gemessen in Ampere)

$q = Q/(2 \cdot p \cdot m) = 36/(6 \cdot 3) = 2$

$W/\tau_p = 5/6$ (Sehnung)

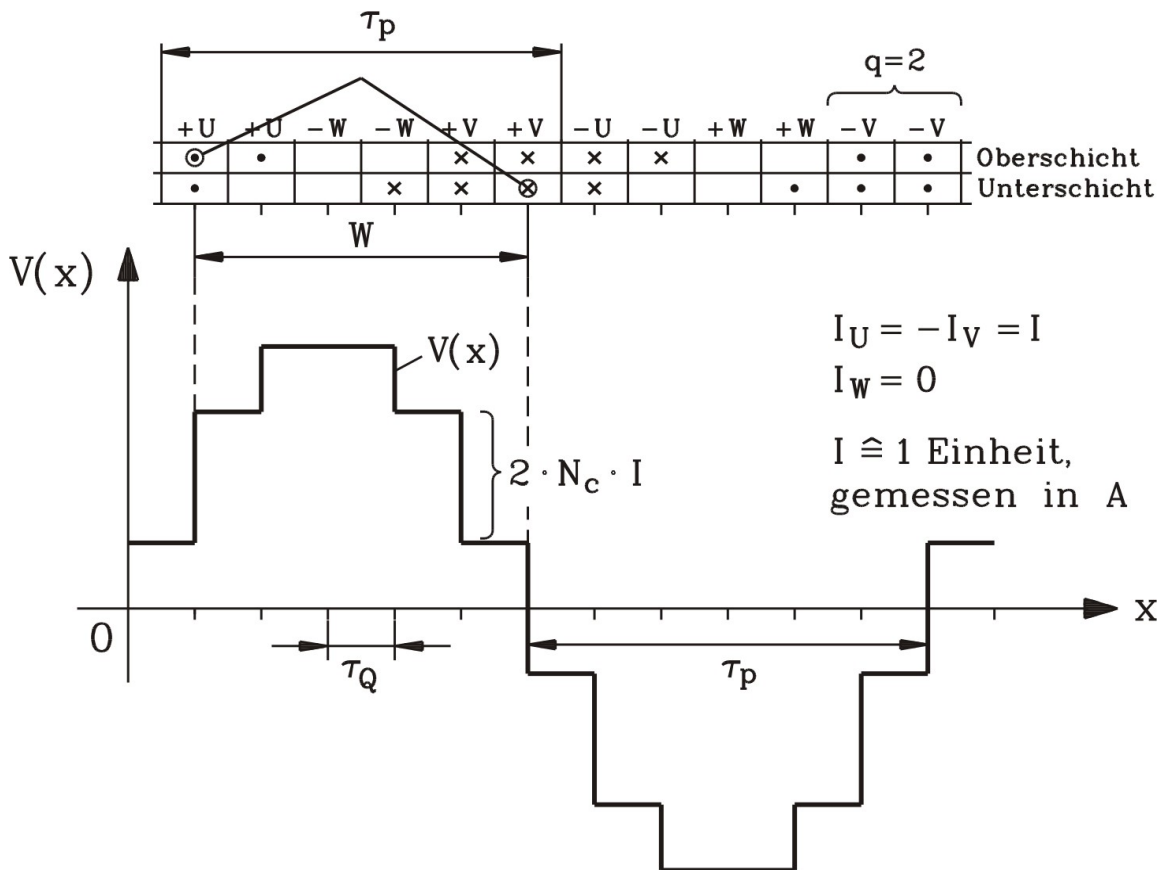


Bild 1.1-1: Drehstromwicklung (qualitativ)

Aufgabe 1.2: Drehstromwicklungen von Asynchronmotoren

Von einem Drehstrom-Asynchronmotor (Normmotor) sind folgende Daten bekannt:

$U_N = 380$ V, Y, $P_N = 15$ kW, $2p = 6$, $f_N = 50$ Hz,

Stator-Blechkpaket: Bohrungsdurchmesser $d_{sj} = 200$ mm, Aktiv-Eisenlänge $l_{Fe} = 150$ mm, Ständernutzahl $Q_s = 36$.

- a) Entwerfen Sie eine Zweischichtwicklung 5/6 geseht: Welche Windungszahl je Spule ist bei Serienschaltung aller Spulen eines Stranges etwa zu wählen?
- b) Angenommen, die Maschine wurde mit dieser Wicklung ausgeführt und die Messung ergab einen Kurzschlussstrom 20 % über dem erlaubten Wert. Welche Windungszahl je Spule wählen Sie für die geänderte Wicklung?

Lösung zu Aufgabe 1.2:

a) $Q = 36$, $W/\tau_p = 5/6$. Wicklungsschema analog zu 1). Induzierte Spannung etwa gleich der Netzspannung, wenn $(R_s + X_{s\sigma}) \cdot I_s$ vernachlässigt wird:

$$U_h = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{380V}{\sqrt{3}} = 220V$$

$$\tau_p = \frac{d_{si} \cdot \pi}{2 \cdot p} = 104,7 \text{ mm}, \quad d_{si} = 200\text{mm}, \quad 2 \cdot p = 6, \quad l_{fe} = 150 \text{ mm}$$

$$\nu = 1 : k_{wl} = k_{p1} \cdot k_{d1} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{\tau_p}\right) \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6 \cdot q}\right)}\right) = 0.966 \cdot 0.966 = 0.933, \quad q = 2, \quad \frac{W}{\tau_p} = \frac{5}{6}$$

$$U_h = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N_s \cdot k_w \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l_{fe} \cdot \hat{B}_{\delta,1} \Rightarrow N_s \cdot \hat{B}_{\delta,1} = 106,1 \frac{Vs}{m^2}, \quad f = 50\text{Hz}$$

Luftspalt-Grundwelleninduktion $\hat{B}_{\delta,1} \approx 0,95 \text{ T}$, damit Eisen magnetisch gut ausgenutzt wird.
(Zahninduktion $B_d = 2 \cdot \hat{B}_{\delta,1} \approx 1,9 \text{ T}$: Eisensättigung tritt ein)

Wahl der Windungszahl pro Spule:

$\Rightarrow N_s = 106,1/0,95 = 111,75$, $N_s = 2p \cdot q \cdot N_c / a$. Bei Serienschaltung $a = 1$ bekommt man:

für $N_c = 9$: $N_s = 108$ und $\hat{B}_{\delta,1} = 0,98 \text{ T}$

für $N_c = 10$: $N_s = 120$ und $\hat{B}_{\delta,1} = 0,88 \text{ T}$.

$N_c = 9$ wird wegen der höheren Feldamplitude gewählt.

b) Kurzschlussstrom $I_{s,1} \cong \frac{U_s}{\sqrt{(R_s + R_r')^2 + (X_{\sigma s} + X_{\sigma r}')^2}}$

Bei gegebenem Nutquerschnitt ist $R_s = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{q_{cu}} \sim N_s^2$, da $A_Q \cong 0,5 \cdot 2N_c q_{cu}$ und $l \sim N_c l_w$ sowie $N_c \sim N_s$. Wobei $A_Q =$ Nutquerschnitt, $0,5 =$ Nutfüllfaktor, $q_{cu} =$ Kupferdrahtquerschnitt und $l =$ Windungslänge.

Die Induktivität $L_{\sigma s}$ ist $L_{\sigma s} \sim \mu_0 N_s^2$

R_r' und $L_{\sigma r}'$ sind wegen $R_r' = \ddot{u}_U \ddot{u}_I R_r \sim N_s^2$, $L_{\sigma r}' = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{\sigma r} \sim N_s^2$

Der Kurzschlussstrom ist somit proportional $\sim \frac{1}{N_s^2}$

$$1,2 = \frac{I_{S,1,alt}}{I_{S,1,neu}} = \frac{N_{S,neu}^2}{N_{S,alt}^2} \Rightarrow N_{S,neu} = N_{S,alt} \sqrt{\frac{I_{S,1,alt}}{I_{S,1,neu}}}$$

$$N_{S,neu} = 1,095 N_{S,alt}$$

$$N_{C,neu} = 1,095 N_{C,alt} = 9,85 \approx 10$$

Die *geänderte* Wicklung hat $N_C = 10$ Windungen je Spule.

Aufgabe 1.3: Drehstromwicklung eines Synchron-Notstrom-Generators

Die Skizze (Bild 1.3-1) zeigt vom Schema der Drehstromwicklung den Ausschnitt über zwei Polteilungen; das Schema setzt sich nach links bzw. rechts regelmäßig so oft fort, wie die Maschine Polpaare hat.

- 1) Welche "Lochzahl" q (= Nuten pro Pol und Strang) hat diese Wicklung?
- 2) Wie ist die Wicklung zu bezeichnen:
Einschicht- oder Zweischicht-?
geseht oder ungeseht ?
- 3) Tragen Sie die Schaltverbindungen zwischen den Spulen so ein, dass der Ausschnitt einer dreiphasigen Wicklung mit den Anschlussklemmen U-X, V-Y, W-Z entsteht.
- 4) Zeichnen Sie in dem Band unterhalb des Wicklungsschemas die Verteilung der Ströme für jenen Zeitpunkt ein, in dem gerade Strang U stromlos ist.
- 5) Zeichnen Sie zu dieser Stromverteilung unterhalb des Bandes die Felderregerkurve (als Treppenkurve für vernachlässigbar kleine Nutschlitze).
- 6) Wie viele Nuten hätte - bei entsprechender Fortsetzung des Schemas nach links bzw. rechts - die Maschine (im Stator) insgesamt, wenn sie 12-polig sein soll?
- 7) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Luftspaltinduktion B_δ (Sinusgrundwellenamplitude) und der induzierten Spannung eines Wicklungsstranges ?

Lösung zu Aufgabe 1.3:

- 1) $q = 2$.
- 2) Gesehte Zweischichtwicklung: $W/\tau_p = 5/6$
- 3) Bei Sternschaltung sind X,Y und Z als Sternpunkt zu verbinden. Die Spulenverbinder so ausführen, dass Nord- und Südpol entsteht (Bild 1.3-4).
- 4) Der Strom in Strang U ist Null $\Rightarrow I_v = -I_w = \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{I}$.

Felderregerkurve $V(x) = \int A(x) \cdot dx$. Sprung in Nutmitte um entsprechende Nutdurchflutung Θ_Q , wenn Nutschlitzeinfluss vernachlässigt wird. Lösung siehe Bild 1.3-4. *Hinweis:* Der Einfluss des Nutschlitzes ist in Bild 1.3-3 veranschaulicht.

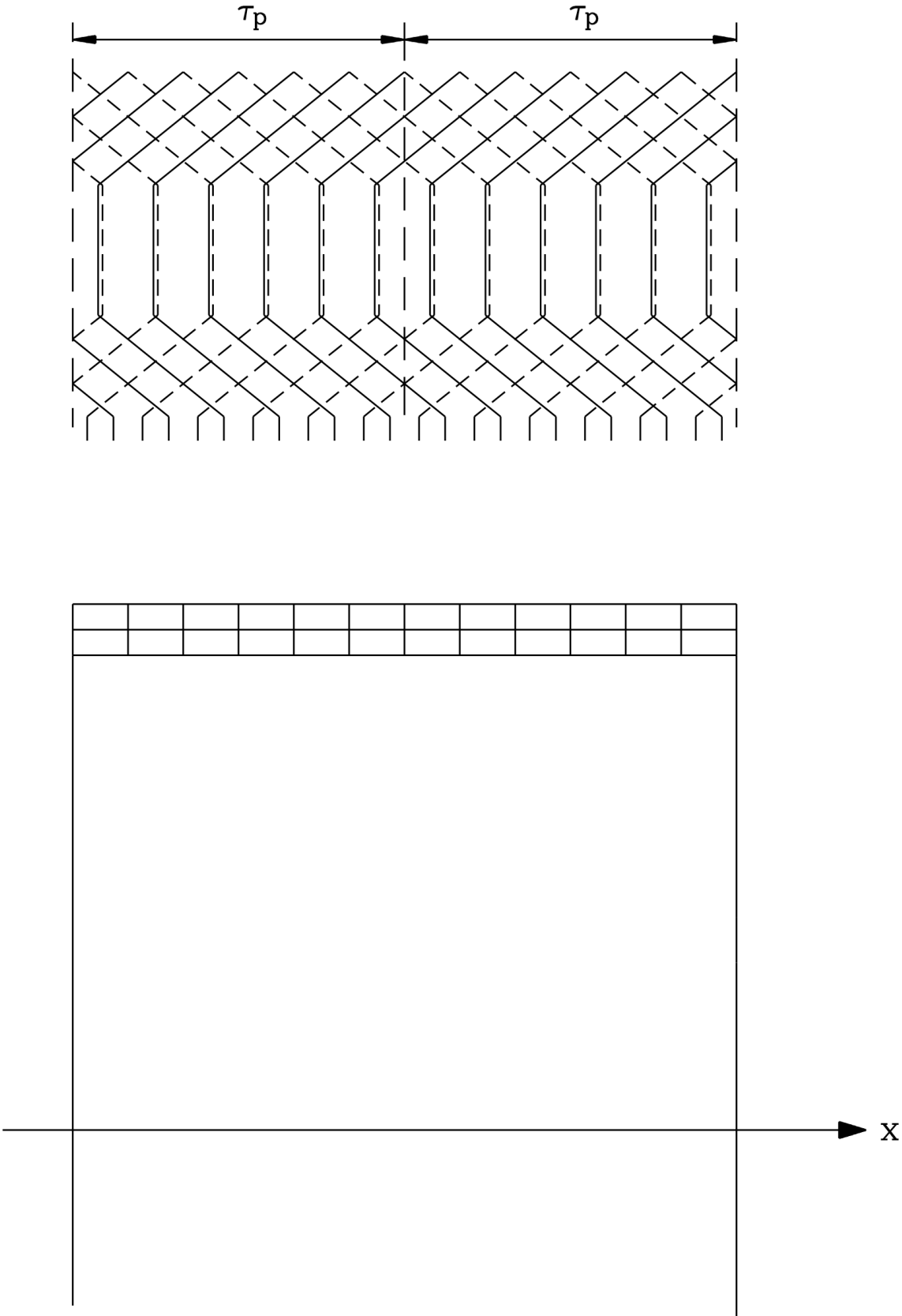


Bild 1.3-1: Plan für eine dreisträngige Zweischiichtwicklung

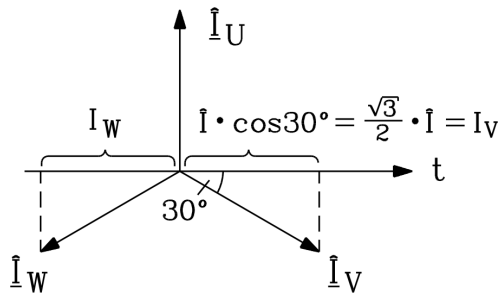


Bild 1.3-2: Stromverteilung

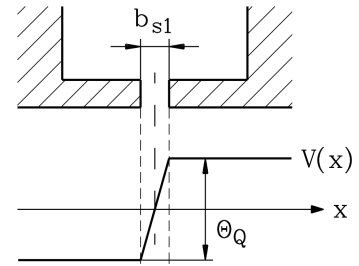


Bild 1.3-3: Nutschlitz Einfluss

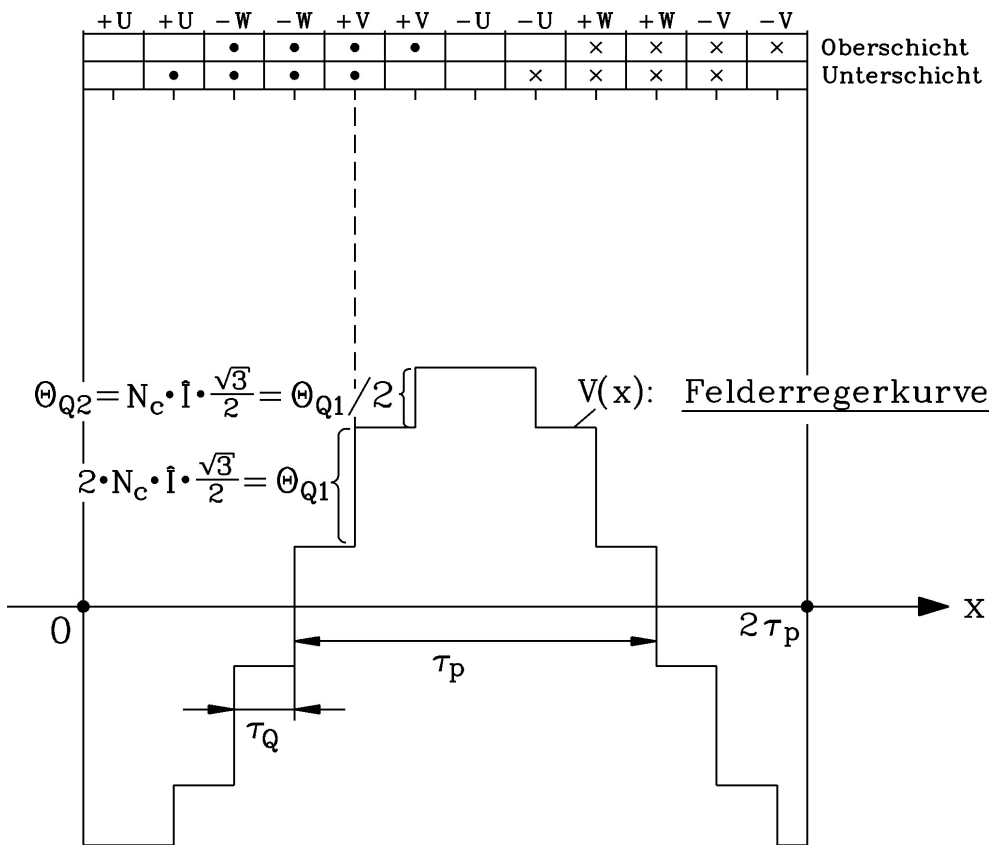
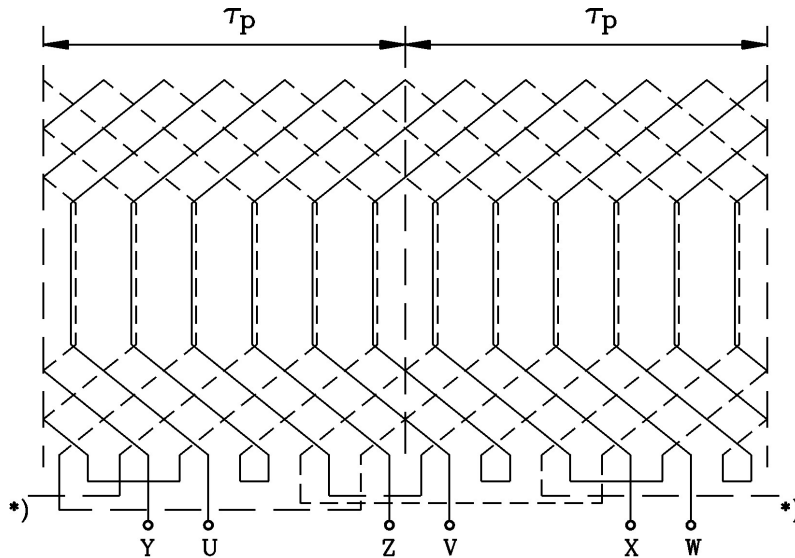


Bild 1.3-4: Wicklungsschema für Zweischicht-Drehstromwicklung und Felderreggerkurve

$$5) Q = 2 \cdot p \cdot q \cdot m = 12 \cdot 2 \cdot 3 = 72$$

$$6) U_{i,eff} = U_h = \sqrt{2} \pi f N_s k_w \underbrace{\tau_p I_{Fe} \hat{B}_{\delta(1)}}_{\hat{\Phi}} \underbrace{\quad}_{\hat{\Psi}}$$

Aufgabe 1.4: Drehstromwicklung eines hochpoligen Rohrturbinen-Wasserkraft-Synchrongenerators

Gegeben ist eine Drehstrom-Zweischichtwicklung mit $q = 2$ Nuten je Pol und Strang und der Sehnung $5/6$.

- 1) Skizzieren Sie maßstäblich die Felderreggerkurve der Wicklung im Bereich von zwei Polteilungen für den Zeitpunkt, in dem im Strang U : $I = I_{max} = \sqrt{2} I_{eff}$
 Strang V : $I = ?$
 Strang W : $I = ?$

auftritt.

a) Tragen Sie dazu in ein ebenes Nutenbild die momentane Stromverteilung ein und

b) Leiten Sie daraus unter Vernachlässigung der Nutschlitzbreite die zugehörige Felderreggerkurve ab.

Empfohlener Maßstab: 1 Nutteilung = 1 cm

1 bezogene Einheit für die Felderreggerkurve = 1 cm (Die Stufenhöhe der Felderreggerkurve beträgt 2 bezogene Einheiten für eine Nut mit maximaler Durchflutung.)

- 2) Wie groß ist die Amplitude der Felderreggerkurve im Maximum (in bezogenen Einheiten)?
- 3) Beschreiben Sie in Worten
 a) die aus der Skizze ersichtliche Auswirkung der Sehnung auf die Form der Felderreggerkurve,
 b) die Auswirkung der Sehnung auf die durch ein rotierendes Magnetfeld induzierte Spannung.
- 4) Skizzieren Sie für die angegebene Wicklung das Zeigerdiagramm der in den einzelnen Spulenseiten von einem Drehfeld induzierten Spannungen und leiten Sie daraus den "Zonenfaktor" $k_{d,1}$ für die Spannungsgrundschnwingung ab.

Lösung zu Aufgabe 1.4:

1) Drehstrom-Zweischichtwicklung

$$I_U = I_{max} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} = \hat{I} \rightarrow I_V = I_W = -0.5 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{eff} \quad \text{Sehnung : } W/\tau_p = 5/6$$

Die Felderreggerkurve ist in Bild 1.4-2. zu sehen.

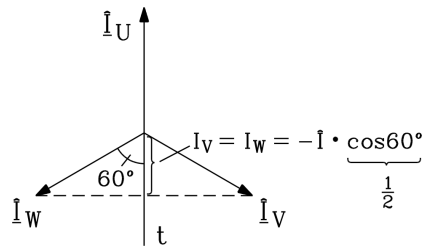


Bild 1.4-1: Stromzeiger

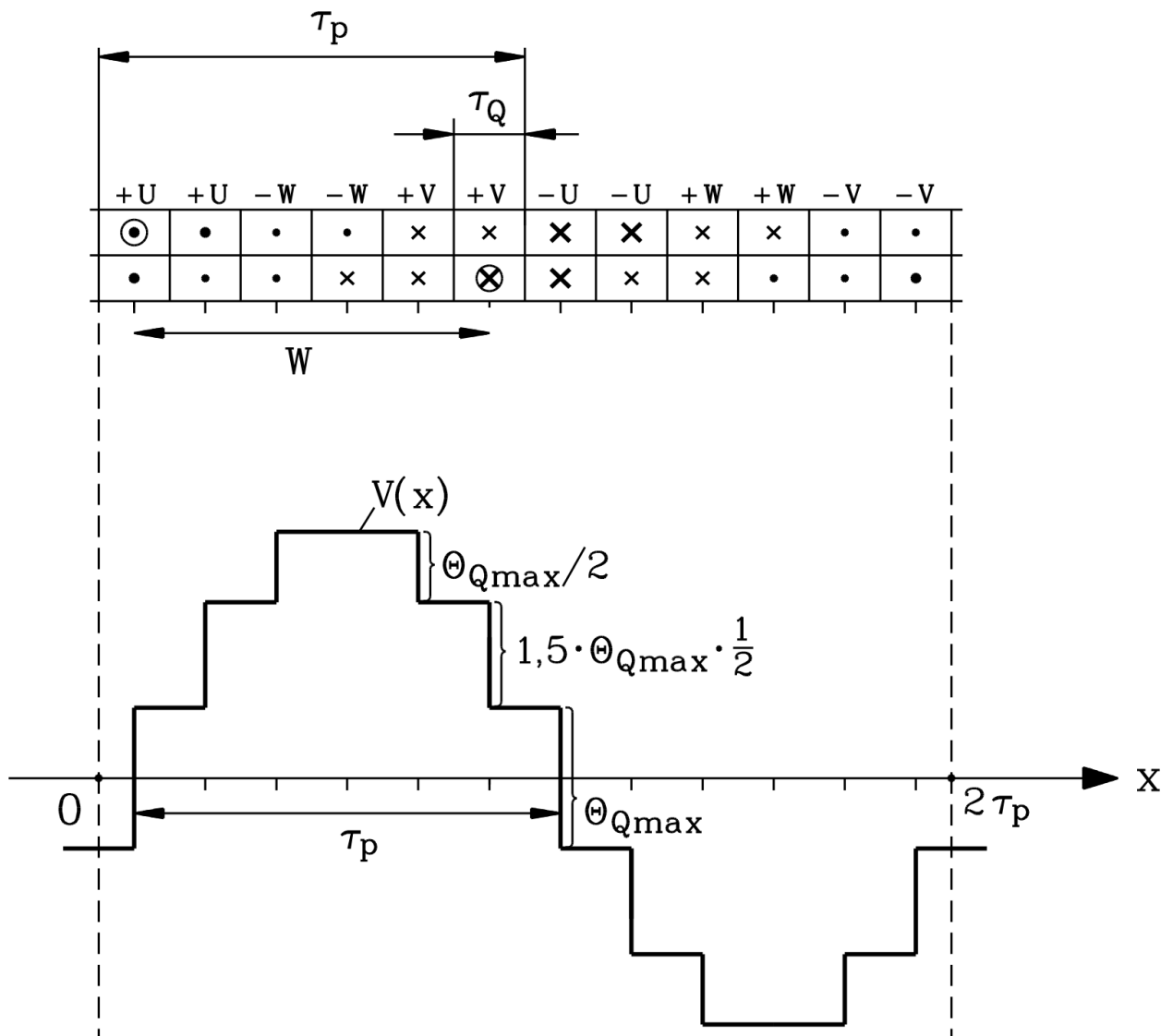


Bild 1.4-2: Durchflutungen (oben) und Felderreggerkurve (unten) nach Bild 1.4-1

$$2) \hat{V} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1,5}{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot \theta_{Q,max} = \underline{1,75 \cdot \theta_{Q,max}}$$

$$\theta_{Q,max} = 2 \cdot I_{rms} \cdot \sqrt{2} \cdot N_c \Rightarrow \hat{V} = 3,5 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{rms} \cdot N_c ; \text{ Vergleich zur Grundwellenamplitude:}$$

$$\hat{V}_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s \cdot N_s \cdot k_w}{p} \cdot I_{rms}$$

mit: $k_w = k_p \cdot k_d = 0.966 \cdot 0.966 = \underline{0.933}$

$$N_s = 2 \cdot p \cdot q \cdot \frac{N_c}{a}$$

$a = 1$ (Reihenschaltung)

$$\Rightarrow \hat{V}_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot N_c \cdot k_w \cdot 2 \cdot q}{1} \cdot I_{rms} = 3.56 \cdot \sqrt{2} \cdot N_c \cdot I_{rms}$$

Ergebnis : Die Grundwellenamplitude \hat{V}_s ist $\frac{3.56}{3.5} = 1.018$ mal grösser als \hat{V} !

3 a) Die Sehnung bewirkt eine bessere Annäherung von $V(x)$ an die Sinusform.

b) Die Sehnung bewirkt, dass Oberwellen des Feldes in die Wicklung weniger Spannung induzieren, als es das Amplitudenverhältnis der Oberwelle/Grundwelle erwarten ließe. Es sind nämlich die Sehnungsfaktoren der Oberwellen i.a. kleiner als jene der Grundwelle.

4)

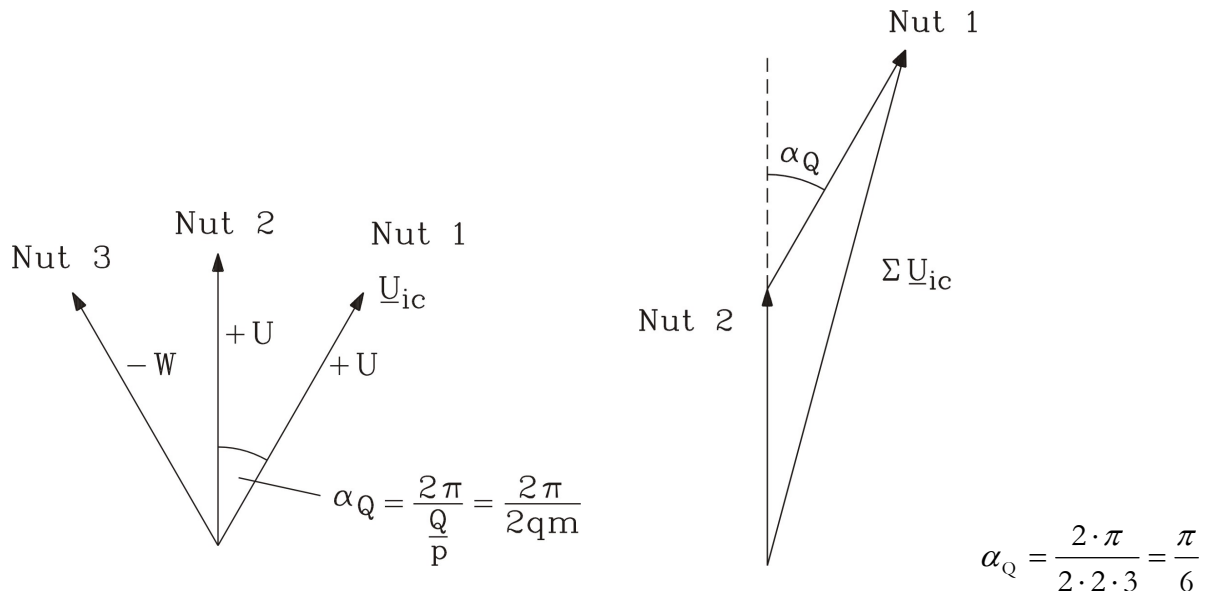


Bild 1.4-3: Spannungszeiger von zwei in Reihe geschalteten benachbarten Spulen der Gruppe U und deren Summe.

$$\sum \underline{U}_{i,c} = \underline{U}_{i,c,Nut1} + \underline{U}_{i,c,Nut2}$$

$$k_{d,1} = \frac{\sum \underline{U}_{i,c}}{\sum |\underline{U}_{i,c}|} = \frac{\sqrt{(1 + \cos \alpha_Q)^2 + (\sin \alpha_Q)^2}}{2} = \frac{\sqrt{(1 + \cos(\pi/6))^2 + (\sin(\pi/6))^2}}{2} = \frac{\sqrt{(1 + \sqrt{3}/2)^2 + (1/2)^2}}{2} = 0,5 \cdot \sqrt{(1,866)^2 + (1/2)^2} = \underline{0.966}$$

Mit der Formel im Skript (für die Grundwelle $\nu = 1$) bekommen wir dasselbe Resultat:

$$k_{d,\nu} = \frac{\sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{2 \cdot m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{2 \cdot m \cdot q}\right)} = \underline{0.966} \quad (m = 3, q = 2)$$

Aufgabe 1.5: Ablenkmagnet in Teilchenbeschleunigern

Bei der *Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt* steht ein großer Dipolmagnet zur gezielten Ablenkung des Teilchenstrahls geladener schwerer Ionen mit folgenden Daten: Nennstrom 2500 A Gleichstrom, Betriebsspannung maximal 600 V. Die Leiter der Wicklung sind wegen der hohen Stromdichte von 18 A/mm^2 direkt wassergekühlt mit 520 l/min bei 21 bar Wasservorlaufdruck. Idealisierter axialer Querschnitt des Magneten: Bild 1.5-1

- 1) Wie groß ist die magnetische Spannung im Luftspalt, wenn dort ein Homogenfeld mit $B_\delta = 1.66 \text{ T}$ entstehen soll? Wie groß ist die erforderliche Windungszahl der Spulen? Vernachlässigen Sie den Magnetisierungsbedarf des Eisenrückchlusses.
- 2) Wie groß ist der Luftspaltfluss?
- 3) Die Flussdichte in den Rückschlussjochen (mittlere Länge 1.2 m) ist bei Vernachlässigung des Spulenstreufusses $B_{Fe} = 1.9 \text{ T}$. Wie erhält man diesen Wert? Wie groß ist der Magnetisierungsbedarf des Eisenrückchlusses, wenn laut $B(H)$ -Kennlinie des verwendeten Eisenblechs $H_{Fe}(B_{Fe}) = 12 \text{ kA/m}$ beträgt? Ist die Vernachlässigung des Eisen-Magnetisierungsbedarfs bei 1) zulässig?
- 4) Wie groß ist die Induktivität der Gesamtanordnung, wenn die Spulen beider Pole in Serie geschaltet sind?
- 5) Wie groß ist bei 50°C und einer mittleren Windungslänge $l_w = 4 \text{ m}$ der elektrische Widerstand der Erregerwicklung? ($\kappa_{Cu}(50^\circ\text{C}) = 50 \cdot 10^{-6} \text{ S/m}$)
- 6) Wie groß sind die erforderliche Betriebsspannung und die Erregerverluste?

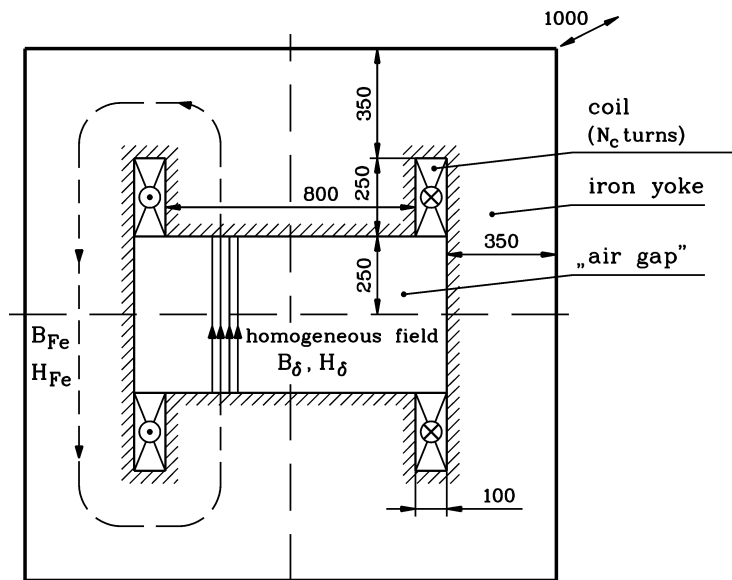


Bild 1.5-1: Axialer Querschnitt des Dipolmagneten in idealisierter Form (Maße in mm)

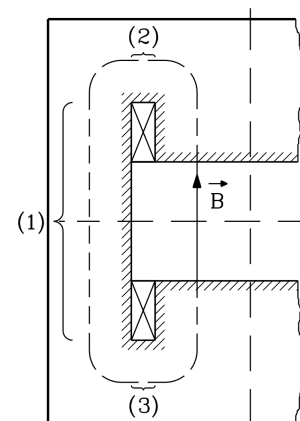


Bild 1.5-2: Idealisierte Feldlinienabschnitte im Eisen

Lösung zu Aufgabe 1.5:

1) $B_\delta = 1.66 \text{ T}$

$$\delta = 2 \cdot 250 \text{ mm} = 500 \text{ mm}$$

$$V_{\delta} = H_{\delta} \cdot \delta = 1321656 \cdot 0.5 = 660828 \text{ A}$$

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} = \frac{1.66}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 1321.7 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{\delta} \cdot \delta + H_{\text{Fe}} \cdot \Delta_{\text{Fe}} = 2 \cdot N_c \cdot I \text{ mit } H_{\text{Fe}} \cdot \Delta_{\text{Fe}} \approx 0 \rightarrow N_c = \frac{V_{\delta}}{2 \cdot I} = \frac{660828}{2 \cdot 2500} = 132.17$$

$$\rightarrow N_c = 132 \text{ Windungen}$$

$$2) \Phi_{\delta} = \int_A \vec{B}_{\delta} \cdot d\vec{A} \cong B_{\delta} \cdot A_{\text{Pole}} = B_{\delta} \cdot b_p \cdot l_{\text{Fe}} = 1.66 \cdot 0.8 \cdot 1.0 \text{ Wb} = \underline{\underline{1.328 \text{ Wb}}}$$

$$b_p = 800 \text{ mm}, l_{\text{Fe}} = 1000 \text{ mm}$$

3) a) Flusslinie im Eisen: Nach Bild 1.5-3 ergibt sich:

$$\Delta_{\text{Fe}} \cong (1) + (2) + (3) = (1000 + 100 + 100) \text{ mm} = 1200 \text{ mm}$$

$$b) B_{\text{Fe}} = 1.9 \text{ T}$$

Konstanter Fluss zwischen benachbarten Flusslinien $\rightarrow \Phi_y = 0.5 \cdot \Phi_{\delta} = B_{\text{Fe}} \cdot A_{\text{Fe}}$

$$A_{\text{Fe}} = b_{\text{Fe}} \cdot l_{\text{Fe}} = 0.35 \cdot 1.0 \text{ m}^2 = 0.35 \text{ m}^2, (b_{\text{Fe}} = 350 \text{ mm})$$

$$B_{\text{Fe}} = 0.5 \cdot \Phi_{\delta} \cdot \frac{1}{A_{\text{Fe}}} = 0.5 \cdot 1.328 \cdot \frac{1}{0.35} \text{ T} = 1.9 \text{ T}$$

$$H_{\text{Fe}} \cdot \Delta_{\text{Fe}} = 12000 \cdot 1.2 = 14400 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot \text{m} = 14400 \text{ A}$$

$$\frac{V_{\text{Fe}}}{V_{\delta}} = \frac{14400}{660828} = \underline{\underline{2.18\%}} \rightarrow \text{vernachlässigbar!}$$

$$4) L = 2p \cdot L_c, L_c = \Psi_c / I$$

$$\Psi_c = N_c \cdot \Phi_{\delta} \text{ (Wenn Streufluss vernachlässigt wird)}$$

$$\Psi_c = 132 \cdot 1.328 = 175.3 \text{ Vs}$$

$$L_c = \frac{175.3}{2500} = 70.12 \text{ mH}, L = 2 \cdot 70.12 = \underline{\underline{140.24 \text{ mH}}} = 0.14024 \text{ H}$$

$$5) R = 2 \cdot p \cdot R_c$$

$$R_c = \frac{1}{\kappa_{\text{Cu}}} \cdot \frac{N_c \cdot l_w}{q_{\text{Cu}}} = \frac{10^{-6}}{50} \cdot \frac{132 \cdot 4}{138.89 \cdot 10^{-6}} = 0.076 \Omega$$

$$q_{\text{Cu}} = \frac{I}{J_{\text{Cu}}} = \frac{2500}{18} = 138.89 \text{ mm}^2, \left(J_{\text{Cu}} = 18 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right) \quad R_{(50^{\circ}\text{C})} = 2 \cdot 0.076 = \underline{\underline{0.152 \Omega}}$$

6)

$$U = R \cdot I = 0.152 \cdot 2500 = 380.16 \approx \underline{\underline{380 \text{ V}}} < 600 \text{ V} \quad \text{OK!}$$

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = 0.152 \cdot 2500^2 = \underline{\underline{950.4 \text{ kW}}}$$

Bemerkung: Abfuhr der Verlustwärme durch Wasserkühlung. Bei 520 l/min erwärmt sich dabei das Wasser um ca. 23K

Aufgabe 1.6: Einphasen-Bahngeneratoren

Die Synchron-Wasserkraftgeneratoren des Speicherkraftwerks *Spullersee/Vorarlberg, Österreich*, für die *Österreichischen Bundesbahnen (ÖBB)* sind Einphasen-Generatoren mit folgenden Nenndaten:

16 MVA, 6300 V, 2450 A, 16 2/3 Hz, 500 /min

Der "Bohrungsdurchmesser" der Generatoren beträgt 2.2 m, die axiale Blechpaketlänge 1540 mm. Die Generatoren sind so ausgelegt, dass in den Ständernuten nur zwei der drei sonst üblichen Wicklungsstränge, nämlich U und V, ausgeführt sind, während Strang W fehlt. Strang U und V sind in Serie geschaltet und ergeben so die erforderliche Einphasenwicklung.

Wicklungsdaten: Zweischichtwicklung, $q = 8$, $N_c = 1$, Spulenweite: Nut 1 in Nut 21, Serienschaltung $a = 1$ pro Strang

- 1) Wie groß ist die Polpaarzahl der Generatoren ?
- 2) Wie groß ist der magnetische Grundwellenfluss pro Pol, wenn die Grundwellenamplitude des Läuferfelds $B_{p,\mu=1} = 1.0$ T beträgt ?
- 3) Berechnen Sie die Windungszahl der Einphasen-Ständerwicklung !
- 4) Berechnen Sie die Sehnung W/τ_p und die induzierte Spannung im Leerlauf mit dem Fluss von 2).
- 5) Durch die nicht ideale Kontur der Läuferpole hat das Luftspaltfeld eine 3., 5. und 7. Oberwelle mit folgenden Amplituden:
 $B_{p,\mu=3} / B_{p,\mu=1} = 0.15$, $B_{p,\mu=5} / B_{p,\mu=1} = 0.08$, $B_{p,\mu=7} / B_{p,\mu=1} = 0.05$

Wie groß sind die Amplituden der zugehörigen induzierten Spannungen

$U_{i,\mu=3} / U_{i,\mu=1}$, $U_{i,\mu=5} / U_{i,\mu=1}$, $U_{i,\mu=7} / U_{i,\mu=1}$?

Weicht die Spannungskurvenform der induzierten Spannung ebenso stark von der idealen Sinusform ab wie der Luftspaltfeldverlauf ?

Berechnen Sie den Klirrfaktor der induzierten Spannung !

Lösung zu Aufgabe 1.6:

$$1) f = n \cdot p \Rightarrow 2 \cdot p = \frac{2 \cdot f}{n} = \frac{2 \cdot 16.67}{500/60} = 4 \Rightarrow \underline{2p = 4}$$

$$2) \Phi_{\mu=1} = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot B_{p,\mu=1}$$

$$\tau_p = \frac{d_{si} \cdot \pi}{2 \cdot p} = \frac{2.2 \cdot \pi}{2 \cdot 2} = 1.728 \text{m}, \quad l = 1.54 \text{m}$$

$$\Phi_{\mu=1} = \frac{2}{\pi} \cdot 1.728 \cdot 1.54 \cdot 1.0 = \underline{1.694 \text{Wb}}$$

3) Nach Bild 1.6-1 bekommt man für die Einphasenwicklung die Gesamtzahl an Windungen N :

$$N_s = 2p \cdot q \cdot N_c / a = 4 \cdot 8 \cdot 1 / 1 = 32 \Rightarrow N = 2N_s = 2 \cdot 32 = \underline{64}$$

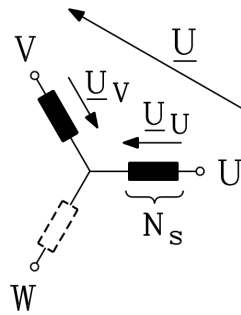


Bild 1.6-1: Erzeugung einer Einphasenwicklung aus einem Drehstrom-Wicklungsschema.

4)

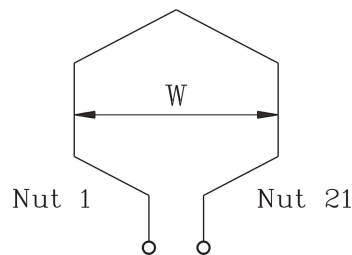


Abb.1.5-2: Spulenweite

Nuten pro Pol: $m \cdot q = 3 \cdot 8 = 24$

Spulenweite: $W = (21 - 1) \text{ Nuten} = 20 \text{ Nuten}$.

$$\frac{W}{\tau_p} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6} = \underline{0.833}$$

Die induzierte verkettete Spannung muss nach Bild 1.6-1 berechnet werden. Die Phasenverschiebung zwischen U und V muss dabei berücksichtigt werden:

$$U_i = |\underline{U}_{iU} - \underline{U}_{iV}| = \sqrt{3} \cdot U_{iU} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N_s \cdot k_{w,1} \cdot \Phi_{\mu=1}$$

$$k_{p,\mu=1} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{5}{6} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0.9659, \quad k_{d,\mu=1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6 \cdot q}\right)} = \frac{0.5}{8 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6 \cdot 8}\right)} = 0.9556$$

$$\Rightarrow k_{w,\mu=1} = k_{p,\mu=1} \cdot k_{d,\mu=1} = 0.923$$

$$U_{i,\mu=1} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot 16.66 \cdot 32 \cdot 0.923 \cdot 1.694 = \underline{6414V}$$

5)

Phasendifferenz zwischen $\underline{U}_{iU,\mu}$ und $\underline{U}_{iV,\mu}$:

$$\mu = 1: \quad 120^\circ = 120^\circ$$

$$\mu = 3: \quad 3 \cdot 120^\circ = 360^\circ = 0^\circ$$

$$\mu = 5: \quad 5 \cdot 120^\circ = 600^\circ = 240^\circ$$

$$\mu = 7: \quad 7 \cdot 120^\circ = 840^\circ = 120^\circ$$

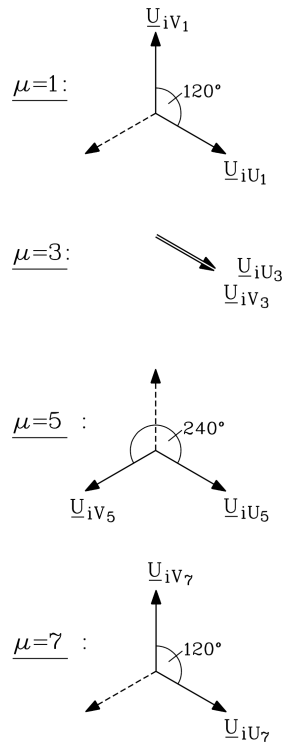


Bild 1.6-3: Spannungszeiger für die Grundschwingung sowie die 3., 5. und 7. Oberschwingung.

Resultierende Leiter zu Leiter Spannung, bestimmt durch Phasenspannungen $\underline{U}_{iU,\mu}$ und $\underline{U}_{iV,\mu}$:

$$U_{i\mu} = |\underline{U}_{i\mu}| = |\underline{U}_{iU,\mu} - \underline{U}_{iV,\mu}|$$

$$\mu = 1: U_{i1} = \sqrt{3} \cdot U_{iU1}$$

$$\mu = 3: U_{i3} = 0$$

$$\mu = 5: U_{i5} = \sqrt{3} \cdot U_{iU5}$$

$$\mu = 7: U_{i7} = \sqrt{3} \cdot U_{iU7}$$

Effektivwerte der induzierten Strangspannungen.

$$U_{iU\mu} = \sqrt{2} \cdot (\mu \cdot f) \cdot N_s \cdot k_{w,\mu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l \cdot B_{p,\mu}, \quad \mu \cdot f = f_\mu$$

$$k_{d,\mu} = \sin\left(\mu \cdot \frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right), \quad k_{p,\mu} = \frac{\sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{6}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{6 \cdot q}\right)}$$

$$\Rightarrow k_{w,\mu} = k_{p,\mu} \cdot k_{d,\mu} \quad \Rightarrow \underline{\underline{\frac{U_{iU\mu}}{U_{iU1}} = \frac{k_{w\mu}}{k_{w1}} \cdot \frac{B_{p,\mu}}{B_{p,1}}}}$$

Durch die Wirkung von $k_{w,i}$ ("Filterwirkung" der verteilten Spulen der Ständerwicklung) ist die Spannung wesentlich sinusförmiger als der räumliche Verlauf von B_p (siehe Tabelle 1.6-1).

μ	$k_{p,\mu}$	$k_{d,\mu}$	$\frac{U_{iU,\mu}}{U_{iU,1}}$	$\frac{U_{i,\mu}}{U_{i,1}}$	$\frac{B_{p,\mu}}{B_{p,1}}$
1	0.9659	0.9556	1	1	1
3	-0.707	0.64	-0.0735	0	0.15
5	0.259	0.194	0.0044	0.0044	0.08
7	0.259	-0.141	-0.0020	-0.0020	0.05

Tabelle 1.6-1: Berechnete Werte für die Spannung und das Feld

Klirrfaktor k :

$$k = \frac{\sqrt{U_{i3}^2 + U_{i5}^2 + U_{i7}^2}}{\sqrt{U_{i1}^2 + U_{i3}^2 + U_{i5}^2 + U_{i7}^2}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{i3}}{U_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{U_{i5}}{U_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{U_{i7}}{U_{i1}}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_{i3}}{U_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{U_{i5}}{U_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{U_{i7}}{U_{i1}}\right)^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{0,0044^2 + 0,002^2}}{\sqrt{1 + 0,0044^2 + 0,002^2}} = 0,00483$$

Aufgabe 1.7: FARADAY'sche Scheibe

Eine Kupferscheibe (Bild 1.7-1) mit dem Durchmesser $d = 2R = 60$ cm rotiert mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_s und einer Umfangsgeschwindigkeit $v_u = 100$ m/s in einem homogenen Magnetfeld $B = 1.8$ T eine zylinderförmigen Permanentmagnets. Die Scheibe wird über zwei Kohlebürsten als Gleitkontakte jeweils am Scheibenmittelpunkt und Außenrand mit einem externen Voltmeter V kontaktiert. Strom I und Spannung U in diesem angeschlossenen elektrischen Stromkreis sind einander über das Verbraucherzählpfeilsystem zugeordnet. Der Innenwiderstand R_i der Scheibe wird vernachlässigt. Der Permanentmagnet kann ebenfalls mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_m rotieren, wird aber zunächst als ruhend angenommen ($\Omega_m = 0$).

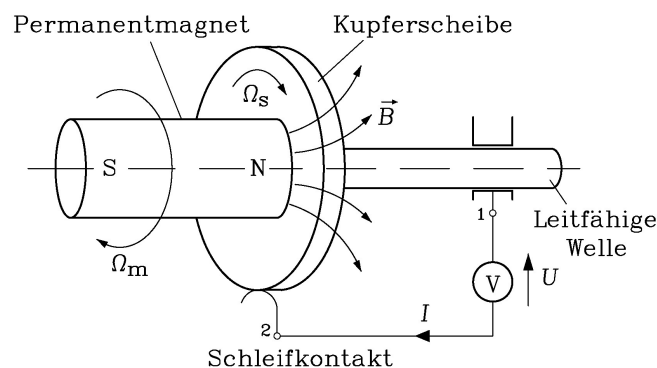


Bild 1.7-1: FARADAY'sche Scheibe

- 1) Wie hoch ist die Drehzahl der Scheibe in 1/s und 1/min?

- 2) Welche Art von Induktion tritt in der Scheibe auf? Wie groß ist die induzierte Spannung U_i , gezählt vom Scheibenmittelpunkt zum Scheibenaußenrand? Welche Spannung U wird mit dem Voltmeter V gemessen?
- 3) Die Scheibe wird nun anstelle des Voltmeters über die beiden Gleitkontakte mit einem externen OHM'schen Widerstand $R_a = 1 \Omega$ belastet. Der Bürstenspannungsfall beider Bürsten beträgt $U_b = 2 \text{ V}$ bei Stromfluss. Wie groß ist der Laststrom I ? Wie wirkt die von ihm verursachte LORENTZ-Kraft?
- 4) Berechnen Sie die mechanische Bremsleistung der LORENTZ-Kraft P_δ im Verbraucherzählpfeilsystem und überprüfen Sie das Ergebnis mit der elektrischen Leistung über U und I !
- 5) Die Verlustleistung an der Scheibe durch Bürsten-, Luft-, Lagerreibung beträgt $P_{\text{fr}} = 100 \text{ W}$. Wie groß sind die zu 3) erforderliche, der Scheibe zuzuführende mechanische Antriebsleistung P_m , das Drehmoment M und der Wirkungsgrad η ? Verwenden Sie für diese generatorische Leistungsbilanz das Erzeugerzählpfeilsystem!
- 6) Diskutieren Sie nun folgende drei Fälle hinsichtlich der auftretenden induzierten Spannung in der Scheibe:
 - (i) Die Scheibe ruht ($\Omega_s = 0$), der Permanentmagnet rotiert ($\Omega_m > 0$),
 - (ii) Scheibe und Permanentmagnet rotieren mit unterschiedlichen Drehzahlen,
 - (iii) Scheibe und Permanentmagnet ruhen, aber der angeschlossene elektrische Kreis mit dem Voltmeter rotiert mit $-\Omega_s$.

Lösung zu Aufgabe 1.7:

$$1) \quad v_u = d \cdot \pi \cdot n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{v_u}{d \cdot \pi} = \frac{100}{0.6 \cdot \pi} = \underline{\underline{53 \text{ /s} = 3183 \text{ /min}}}$$

$$v_u = 100 \text{ m/s}, \quad d = 0.6 \text{ m}$$

2) Die Scheibe wird mit der Winkelgeschwindigkeit $\Omega_s = 2\pi \cdot n$ gedreht, während der Magnet ruht. Daher tritt Bewegungsinduktion auf, da der Leiter, nämlich die Scheibe, sich im Feld B bewegt. Der Magnet selbst ändert sein Feld nicht: $B = \text{konst.}$ Es tritt keine Ruhinduktion auf: $\partial B / \partial t = 0$. Die Geschwindigkeit $v = r \cdot \Omega_s$ jedes Punkts der Scheibe im Abstand r von der Drehachse ist im rechten Winkel zum Radiusstrahl (Einheitsvektor \vec{e}_r , $|\vec{e}_r| = 1$), also in Umfangsrichtung, orientiert. Das Magnetfeld \vec{B} tritt axial senkrecht durch die Scheibe und ist daher rechtwinklig zum Geschwindigkeitsvektor \vec{v} gerichtet. Daher ist die Bewegungsfeldstärke $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B} = v \cdot B \cdot \vec{e}_r$ radial von innen nach außen gerichtet (Bild 1.7-2). Folglich wird der äußere Rand der Scheibe positiv aufgeladen. Für die Bewegungsinduktion in einem Scheibenelement gemäß Bild 1.7-2 mit $v(r) = 2\pi \cdot n \cdot r$ und positiver Zählrichtung $d\vec{s} = d\vec{r}$ vom Scheibenmittelpunkt zum Scheibenrand folgt U_i für diese Bezugsrichtung gemäß

$$U_i = \int_0^R (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \int_0^R \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = \int_0^R E_b \cdot ds = \int_0^R E_b \cdot dr = \int_0^R 2\pi \cdot n \cdot r \cdot B \cdot dr .$$

$$U_i = 2\pi \cdot n \cdot B \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_0^R = \pi \cdot n \cdot B \cdot R^2 = v_u \cdot B \cdot \frac{R}{2} = 100 \cdot 1.8 \cdot \frac{0.3}{2} = 27 \text{ V}$$

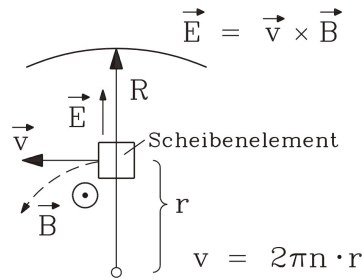


Abb.1.7-2: Bewegungsinduktion in einem Scheibenelement

Mit der eingezeichneten Spannungsrichtung U zwischen 2 und 1 und der Stromrichtung I als Rechtsumlauf in der Schleife, gebildet aus Draht und Scheibe (Bild 1.7-1), ist der positive Schleifenumlaufsin in der Scheibe vom Scheibenrand hin zur Scheibenmitte orientiert. Daher ist die induzierte Spannung für diesen Zählsinn negativ zu zählen: $U_i = -v_u \cdot B \cdot R/2 = -27 \text{ V}$. Mit $U + U_i = I \cdot R_i$ ist bei Leerlauf $I = 0$ die Spannung am Voltmeter $U = -U_i = 27 \text{ V}$.

3) Mit der positiven Stromflussrichtung I von Bild A1.7-1 gegen die Spannungsrichtung U gilt mit $U_b \sim I$ für $U = -R_a \cdot I - U_b(I)$ und daher $U + U_i = I \cdot R_i = -R_a \cdot I - U_b + U_i$ bzw. $(R_a + R_i) \cdot I + U_b = U_i$.

Mit $R_i \approx 0$ folgt $R_a \cdot I + U_b = U_i$: $I = \frac{U_i - U_b}{R_a} = \frac{-27 + 2}{1} = -25 \text{ A}$. Der Spannungsfall an den Bürsten ist wegen $I = -25 \text{ A} < 0$ ebenfalls negativ zu zählen: $U_b(I) = -2 \text{ V}$! Der Strom fließt von der Scheibenmitte zum Scheibenrand in Richtung von $\vec{v} \times \vec{B}$; die Scheibe wirkt als Generator. Die LORENTZ-Kraft $\vec{F} = \int_0^R I \cdot (d\vec{s} \times \vec{B})$ wirkt gegen die Umfangsgeschwindigkeit \vec{v} , also bremsend.

4) Mit dem positiven Schleifenumlaufsin in Richtung des positiv definierten Stromflusses von Bild A1.7-1 gilt mit $\vec{v} \uparrow, d\vec{F} \downarrow$:

$$P_\delta = \int_R^0 dP_\delta = \int_R^0 \vec{v} \cdot d\vec{F} = - \int_R^0 2\pi \cdot n \cdot r \cdot I \cdot B \cdot dr = \pi \cdot n \cdot I \cdot B \cdot R^2 = v_u \cdot \frac{I \cdot B \cdot R}{2}$$

$$P_\delta = v_u \cdot \frac{I \cdot B \cdot R}{2} = -U_i \cdot I = 27 \cdot (-25) = -675 \text{ W}$$

bzw. $P_\delta = U \cdot I = (-R_a \cdot I - U_b) \cdot I = (-1 \cdot (-25) - (-2)) \cdot (-25) = -675 \text{ W}$.

Die Bremsleistung der LORENTZ-Kraft wird in Stromwärmeleistung umgesetzt, die als abgegebene elektrische Leistung der Scheibe im Generatorbetrieb im Verbraucherzählpeilsystem negativ gezählt wird.

5) Die elektrisch abgegebene Nutzleistung ist die (im Erzeugerzählpeilsystem positiv gezählte) Wärmeleistung im Lastwiderstand R : $P_{\text{out}} = P_e = R_a \cdot I^2 = 1 \cdot 25^2 = 625 \text{ W}$. Als Verlustleistungen treten die elektrischen Bürstenübergangsverluste $P_b = U_b \cdot I = 2 \cdot 25 = 50 \text{ W}$ und die mechanischen Reibungsverluste $P_{\text{fr}} = 100 \text{ W}$ auf. Die mechanisch an der Welle aufzubringende Leistung für die Rotationsbewegung der Scheibe ist die (im Erzeugerzählpeilsystem positiv gezählte) Eingangsleistung

$P_{\text{in}} = P_{\text{m}} = P_{\text{out}} + P_{\text{b}} + P_{\text{fr}} = 775 \text{ W}$, woraus sich das erforderliche Antriebsmoment M an der Scheibenwelle ergibt: $P_{\text{m}} = 2\pi \cdot n \cdot M$, $M = \frac{775}{2\pi \cdot (3183/60)} = 2.33 \text{ Nm}$,

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{625}{775} = 80.65\% .$$

6) (i): Obwohl der Permanentmagnet rotiert, tritt keine induzierte Spannung proportional $B\Omega_{\text{m}}$ auf. Es tritt nämlich keine Änderung der Flussverketzung auf, da das Magnetfeld zeitlich konstant ist und längs des Umfangswinkels γ der Scheibe auf Grund der Rotationssymmetrie des Stabmagneten ebenfalls konstant ist. Daher ist die induzierte Spannung Null, ob der Magnet nun rotiert oder nicht, solange nur die Scheibe selbst ruht. Der Irrtum, eine Spannungsinduzierung proportional $B\Omega_{\text{m}}$ zu vermuten, liegt darin begründet, dass die Feldlinien bzw. Flussröhren fälschlicherweise als materielle Gebilde gedacht werden, deren Relativbewegung beobachtbar wäre, anstatt sie als mathematisches Modell zu verstehen.

(ii): Aus (i) folgt, dass die Winkelgeschwindigkeit Ω_{m} keinen Einfluss auf die Spannungsinduktion hat, so dass ausschließlich die Winkelgeschwindigkeit Ω_{s} für die Spannungsinduktion maßgeblich ist. Dieser Fall wurde bereits unter Punkt 2) behandelt.

(iii): Wenn der angeschlossene Stromkreis bei ruhender Scheibe rotiert, bewegt sich der äußere Schleifkontakt am Scheibenrand und führt so die den Stromkreis schließende Linie des Radialstrahls vom Scheibenmittelpunkt (zweiter Gleitkontaktpunkt) in einer Kreisbewegung. Obwohl also die Scheibe ruht, wird der Weg des Stromkreises (ähnlich einem parallel dazu radial angeordneten Drahtleiter) mit $-\Omega_{\text{s}}$ in Umfangsrichtung durch die Scheibe geführt, so dass sich relativ zum bewegten Voltmeter dieselben Bewegungsverhältnisse einstellen wie beim Fall der mit Ω_{s} rotierenden Scheibe und ruhendem Voltmeter. Daher tritt am Voltmeter wieder die induzierte Spannung $B\Omega_{\text{s}}$ auf.

Aufgabe 1.8: Getriebeloser Synchron-Windgenerator

Ein elektrisch erregter Synchrongenerator wird von einer Windturbine direkt angetrieben (getriebeloser Windgenerator). Als Generator wurde eine Drehstrom-Synchronmaschine mit folgenden Daten ausgewählt:

$$\begin{array}{ll} P_{\text{N}} = 1.5 \text{ MW} & n_{\text{N}} = 15 \frac{1}{\text{min}} \\ 2p = 90 & d_{\text{si}} = 5 \text{ m} \\ l_{\text{Fe}} = 700 \text{ mm} & q = 2 \\ \frac{W}{\tau_{\text{p}}} = \frac{5}{6} & N_{\text{c}} = 3 \text{ (Windungen pro Spule)} \end{array}$$

Der Synchrongenerator hat eine dreisträngige Zweischichtwicklung (Y-Schaltung) mit $W / \tau_{\text{p}} = 5/6$ gesehten Spulen gleicher Weite.

- 1) Wie groß ist die Windungszahl pro Strang N_{s} bei 5-fachen Parallelschaltung der 90 Spulengruppen je Strang ($a = 5$; jeweils 18 Spulengruppen in Serie, 5 x 18 parallel)?
- 2) Wie groß ist der Wicklungsfaktor $k_{\text{w},\nu}$ für die Grundwelle $\nu = 1$?
- 3) Wie groß sind der Fluss pro Pol Φ bei einer Luftspaltgrundwellenamplitude $B_{\delta,\nu=1} = 1.0 \text{ T}$ und die induzierte Strangspannung $U_{\text{i,Str}}$ bei Nenndrehzahl?

- 4) Skizzieren Sie die Lage und Schaltung der Spulen für den Strang U für ein Polpaar in dem abgewickelten Nutenplan!

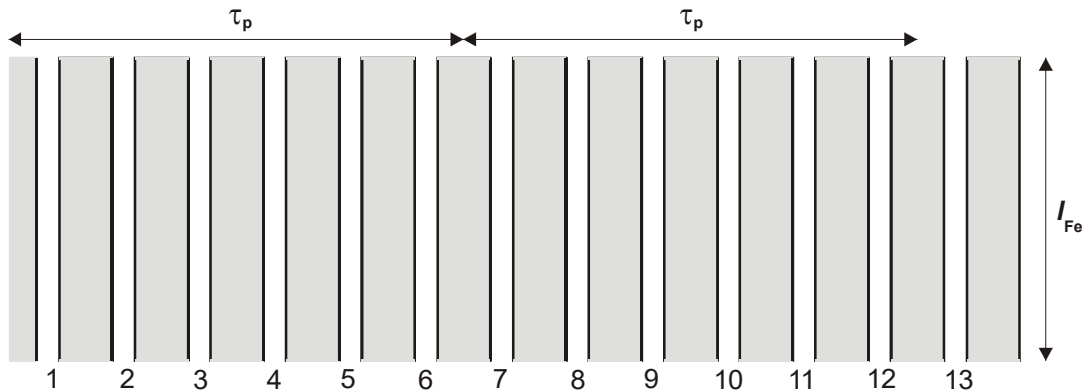


Bild 1.8-1: Abgewickelter Nutenplan

Lösung zu Aufgabe 1.8:

1) $N = 2p \cdot q \cdot N_c / a = 90 \cdot 2 \cdot 3 / 5 = \underline{108}$

2) $k_{p,1} = \sin(W / \tau_p \cdot (\pi / 2)) = \sin(5 / 6 \cdot (\pi / 2)) = 0.966$

$$k_{d,1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2mq}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 2}\right)} = 0.966 \quad k_{w1} = k_{p1} \cdot k_{d1} = 0.966 \cdot 0.966 = \underline{0.933}$$

3) $\tau_p = d_{si} \cdot \pi / (2p) = 5 \cdot \pi / 90 = 0.1745 \text{ m}$

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l_{Fe} \cdot B_{\delta,1} = \frac{2}{\pi} \cdot 0.1745 \cdot 0.7 \cdot 1.0 = \underline{77.76 \text{ mWb}}$$

$$f_N = n_N \cdot p = (15 / 60) \cdot 45 = 11.25 \text{ Hz}$$

$$U_i = \sqrt{2} \pi \cdot f_N \cdot N_s k_{w,1} \cdot \Phi = \sqrt{2} \pi \cdot 11.25 \cdot 108 \cdot 0.933 \cdot 0.07776 = \underline{391.6 \text{ V}}$$

- 4)

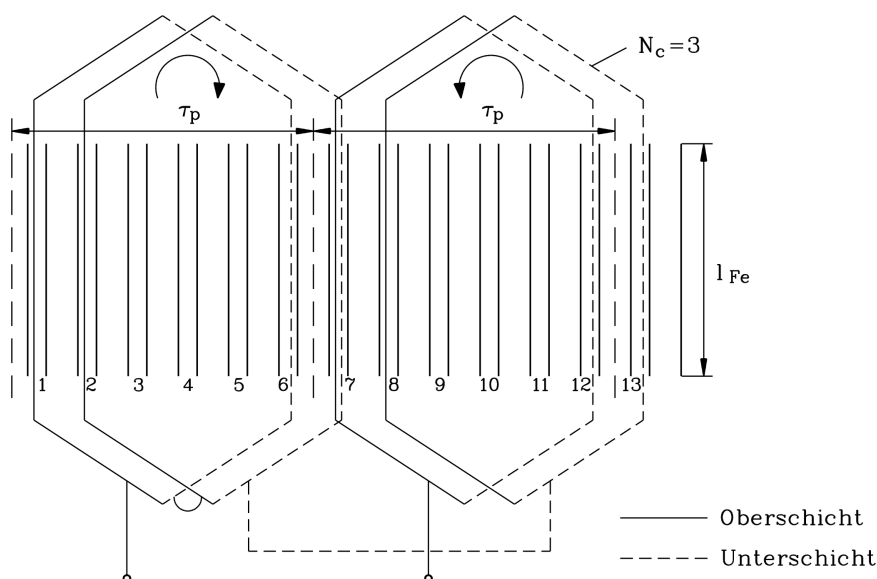


Bild 1.8-2: Wicklungsschema je Strang für ein Polpaar

Aufgabe 1.9: Drehstromsystem

Eine Drehstrom-Steckdose stellt 3x400V/50Hz sowie den Sternpunkt N zur Verfügung.

- 1) Welche Spannungen sind als Effektivwerte nutzbar?
- 2) Zeichnen Sie maßstäblich die drei komplexen Spannungszeiger der verketteten Spannungen $u_{UV}(t)$, $u_{VW}(t)$ und $u_{WU}(t)$! Legen Sie dabei \underline{U}_{UV} in die reelle Achse!
- 3) Leiten Sie aus den verketteten Spannungen die Strangspannungen $u_U(t)$, $u_V(t)$, $u_W(t)$ ab. Fertigen Sie eine maßstäbliche Skizze der Lage der Strangspannungszeiger an!
- 4) Berechnen Sie mit den komplexen Zeigern das Verhältnis der Amplituden bzw. Effektivwerte von Strang- zu verketteter Spannung. Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen $u_{UV}(t)$ und $u_U(t)$?
- 5) Wie groß sind die Spannungsamplituden der Strang- und der verketteten Spannungen \hat{U}_{ph} , \hat{U}_{verk} ?
- 6) Ein Heizwiderstand $R = 10 \Omega$ wird zwischen den Klemmen V und N angeschlossen. Skizzieren Sie maßstäblich den zeitlichen Verlauf der im Widerstand umgesetzten Momentanleistung $p(t)$ und deren Mittelwert P ! Wählen Sie den Zeitpunkt $t = 0$ so, dass $p(0) = 0$ ist. Welche Art von Leistung liegt vor?
- 7) Im Unterschied zu 6) wird je ein Widerstand $R = 10 \Omega$ zwischen den Klemmen U-N, V-N, W-N als symmetrische Drehstromlast angeschlossen. Skizzieren Sie maßstäblich den zeitlichen Verlauf der in den Widerständen wirksamen gesamten Momentan-Leistung $p_{ges}(t)$ und deren Mittelwert P_{ges} !

Lösung zu Aufgabe 1.9:

- 1) Zwischen den Klemmen U, V, W sind die verketteten Spannungen mit jeweils 400 V nutzbar:

$$U_{UV} = 400 \text{ V}, U_{VW} = 400 \text{ V}, U_{WU} = 400 \text{ V}.$$

Zwischen U, V, W und N sind die Strangspannungen $400 / \sqrt{3} = \underline{231 \text{ V}}$ nutzbar:

$$U_{UN} = U_U = 231 \text{ V}, U_{VN} = U_V = 231 \text{ V}, U_{WN} = U_W = 231 \text{ V}.$$

- 2) $u_{VW}(t)$ eilt $u_{UV}(t)$ um 120° el. nach, $u_{WU}(t)$ eilt $u_{UV}(t)$ um $2 \cdot 120^\circ$ el. = 240° el. nach (Bild 1.9-1).

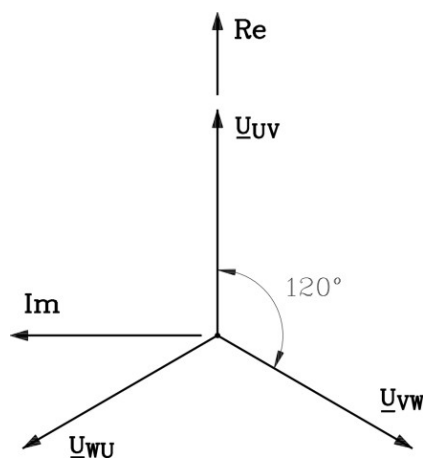


Bild 1.9-1: Symmetrisches Spannungssystem der verketteten Spannungen

- 3) Darstellung der Strangspannungen durch verkettete Spannungen auf mehrere Arten möglich, wobei man sich zunutze macht, dass beim symmetrischen Drehstromsystem die Summe der drei Strang- und der drei verketteten Spannungen jeweils Null ist. Dies sieht man

sofort, indem man z. B. die drei komplexen Zeiger \underline{U}_{UV} , \underline{U}_{VW} , \underline{U}_{WU} von Punkt 2) graphisch addiert.

Rechnung für Strangspannung $u_U(t)$: z. B. Darstellungen Bild 1.9-2 a) und b):

Darstellung A: $u_U - u_V = u_{UV}, u_V - u_W = u_{VW}, u_U + u_V + u_W = 0 \Rightarrow u_U = \frac{u_{VW} + 2 \cdot u_{UV}}{3}$

Darstellung B: mit $u_{UV} + u_{VW} + u_{WU} = 0 \Rightarrow u_U = \frac{-u_{UV} - u_{WU} + 2u_{UV}}{3} = \frac{u_{UV} - u_{WU}}{3}$

Ergebnis: $u_U = \frac{u_{VW} + 2 \cdot u_{UV}}{3} = \frac{u_{UV} - u_{WU}}{3}$ $u_V = \frac{u_{WU} + 2 \cdot u_{VW}}{3} = \frac{u_{VW} - u_{UV}}{3}$

$u_W = \frac{u_{UV} + 2 \cdot u_{WU}}{3} = \frac{u_{WU} - u_{VW}}{3}$

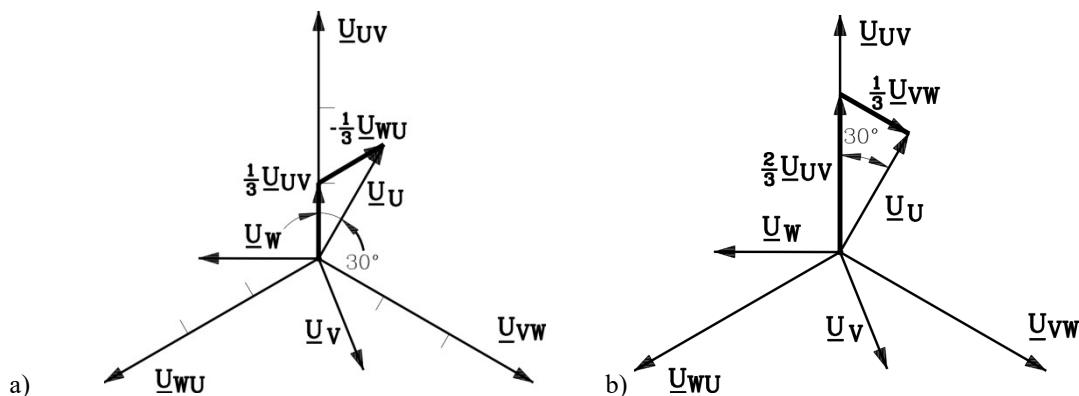


Bild 1.9-2: Ermittlung der Strangspannung aus den verketteten Spannungen mit den Varianten a) und b)

4) Komplexe Rechnung:

Verkettete Spannungen: $\underline{U}_{UV} = U_{UV} = U_{verk}, \underline{U}_{VW} = U_{verk} \cdot e^{-j2\pi/3}, \underline{U}_{WU} = U_{verk} \cdot e^{-j4\pi/3}$

Berechnung der Strangspannung u_U z. B. mit Darstellung A:

$$\underline{u}_U = \frac{\underline{U}_{VW} + 2\underline{U}_{UV}}{3} = \frac{U_{verk}}{3} \cdot (e^{-j2\pi/3} + 2) = \frac{U_{verk}}{3} \cdot (\cos(2\pi/3) - j \sin(2\pi/3) + 2)$$

mit

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - j \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 2 = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - j \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$$

folgt $\underline{u}_U = \frac{U_{verk}}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j\pi/6} = \frac{U_{verk}}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j\pi/6}$

Ergebnis: Die Strangspannung $u_U(t)$ eilt der verketteten Spannung $u_{UV}(t)$ um 30° el. nach. Ihre Amplitude und ihr Effektivwert sind um den Faktor 1/√3 kleiner als jene der verketteten Spannung.

5) Der Zeitverlauf der Strang- und der verketteten Spannungen ist sinusförmig.

Effektivwert einer Sinusspannung:

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t), \omega = 2\pi f, f = 1/T: U = u_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{\hat{U}^2}{2} (1 - \cos(2\omega t)) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{\hat{U}^2}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot T \cdot \frac{\hat{U}^2}{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Strangspannung: Amplitude: $\hat{U}_{ph} = \sqrt{2}U_{ph} = \sqrt{2} \cdot 231 = \underline{\underline{326.7V}}$

verkettete Spannung: Amplitude: $\hat{U}_{verk} = \sqrt{2}U_{verk} = \sqrt{2} \cdot 400 = \underline{\underline{565.7V}}$

6)

$$p(t) = p_V(t) = u_V(t)i_V(t) = \frac{u_V^2(t)}{R} = \frac{\hat{U}_V^2}{R} \sin^2(2\pi ft) = \frac{\hat{U}_V^2}{2R} (1 - \cos(4\pi ft)) = \frac{U_{ph}^2}{R} (1 - \cos(4\pi ft))$$

$$\underline{\underline{p(t)}} = \frac{231^2}{10} \cdot (1 - \cos(2\pi \cdot 2 \cdot 50 \cdot t)) = \underline{\underline{5336.1W}} \cdot (1 - \cos(2\pi \cdot 100 \cdot t))$$

$$\underline{\underline{P}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U_{ph}^2}{R} \cdot (1 - \cos(4\pi ft)) \cdot dt = \frac{U_{ph}^2}{R} = \underline{\underline{5336.1W}}$$

Die Momentan-Leistung $p(t)$ pulsiert sinusförmig mit doppelter Netzfrequenz 100 Hz zwischen den Werten 0 und 10672.2W um den Mittelwert 5336.1W (Bild 1.9-3). Dieser Mittelwert stellt die Wirkleistung dar, die im Widerstand in thermische Leistung (Erwärmung des Widerstands) umgesetzt wird.

Anmerkung: Bei einer Induktivität oder Kapazität ist der Mittelwert der Leistung Null: Die Amplitude der Momentanleistung heißt Blindleistung.

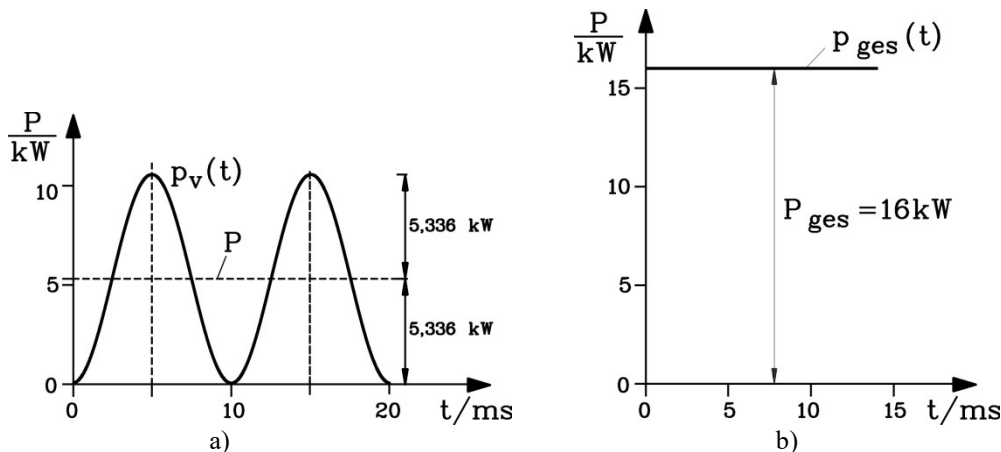


Bild 1.9-3: a) zu 6): Pulsierende Einphasen-Leistung im Strang V, b) zu 7) Konstante Drehstromleistung bei symmetrischem Drehstrom-Verbraucher

$$7) \underline{\underline{P_{ges}(t)}} = p_U(t) + p_V(t) + p_W(t) = 3 \cdot \frac{U_{ph}^2}{R} = 3 \cdot \frac{231^2}{10} = 3 \cdot 5336.1 = \underline{\underline{16.0kW}}$$

Die mit doppelter Netzfrequenz pulsierenden Leistungsanteile sind zueinander phasenverschoben und zwar – bezogen auf Strang U – in Strang V um 240°el. und im Strang W um 480°el., so dass deren Summe stets Null ist. Es verbleibt somit die Summe der drei

Mittelwerte je Strang: $\underline{\underline{P_{ges}}} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{ges}(t) \cdot dt = 3P = \underline{\underline{16.0kW}}$.

Die Momentanleistung $p_{ges}(t)$, die in den drei Widerständen umgesetzt wird, ist zeitlich konstant und daher gleichzeitig der Mittelwert P_{ges} , der die Wirkleistung darstellt, die in den Widerständen in thermische Leistung (Heizen!) umgewandelt wird.

Aufgabe 1.10: Elektrisches Netz in einer Fabrik

In einer Fabrik werden an das Drehstromnetz $3 \times 400 \text{ V}$ (verkettet), 50 Hz , mit herausgeführtem Sternpunkt N (Klemmen L_1, L_2, L_3, N) folgende Verbraucher angeschlossen:

- Ein Drehstrom-Asynchronmotor mit der elektrischen Nennspannung $U_N = 400 \text{ V}$, Y, und mechanischen Nennleistung $P_N = 7.5 \text{ kW}$, dem Wirkungsgrad $\eta_N = 0.8$ und einem induktiven Blindleistungsbedarf gemäß $\cos\varphi_N = 0.85$;
 - Je Strang (Phase) 30 Glühlampen elektrisch parallel mit einer Wirkleistungsaufnahme $P_L = 60 \text{ W}$ bei $U_{N,ph} = 230 \text{ V}$;
 - ein symmetrischer kapazitiver Verbraucher mit der Nennspannung $U_N = 400 \text{ V}$, Y, $P_{el,N} = 4 \text{ kW}$, $\cos\varphi_{c,N} = -0.95$.
- Wie groß sind die Wirk-, Blind- und Scheinleistungsaufnahme P, Q, S aus dem Drehstromnetz sowie der resultierende Leistungsfaktor $\cos\varphi_{res}$?
 - Wie groß sind die Effektivwerte der Netzstrangströme I_a, I_b, I_c von a), b), c) je Strang und der gesamte Netzstrangstrom I am Einspeisepunkt? Ist der Strom I je Strang die Summe aus I_a, I_b, I_c ? Begründung!
 - Berechnen Sie die erforderlichen Kapazitätswerte C einer Wechselstrom-Kondensatoranordnung in Dreieckschaltung (Bild 1.10-1) für $U_N = 400 \text{ V}$, Δ , damit die gesamte Blindleistung Null ist: $Q = 0$! Wie groß sind P und S ? Um wie viel hat sich der Wert I in % verändert?

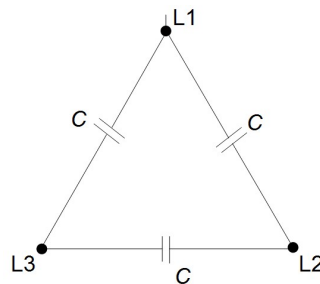


Bild 1.10-1: Ersatzschaltbild der Kondensatoranordnung

Lösung zu Aufgabe 1.10:

1)

$$a) P_{el,a} = P_N \cdot \frac{1}{\eta_N} = \frac{7500}{0.8} = 9375 \text{ W}$$

$$\left. \begin{array}{l} S \cdot \cos\varphi = P \\ S \cdot \sin\varphi = Q \end{array} \right\} Q = \tan\varphi \cdot P$$

$$Q_a = P_{el,a} \cdot \tan\varphi_N = P_{el,a} \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2\varphi_N}}{\cos\varphi_N} = 9375 \cdot \frac{\sqrt{1 - 0.85^2}}{0.85} = 5810 \text{ VAr}$$

$$S_a = P_{el,a} / \cos\varphi_N = \frac{9375}{0.85} = 11029 \text{ VA}$$

$$b) P_{el,b} = P_L \cdot 3 \cdot 30 = 3 \cdot 30 \cdot 60 = 5400 \text{ W}$$

$$Q_b = 0$$

$$S_b = P_{el,b} = 5400 \text{ VA}$$

$$c) P_{el,c} = P_{el,N} = 4000 \text{ W}$$

$$Q_{el,c} = P_{el,c} \cdot \tan \varphi_{c,N} = P_{el,c} \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{c,N}}}{\cos \varphi_{c,N}} = 4000 \cdot \frac{\sqrt{1 - (-0.95)^2}}{-0.95} = -1315 \text{ VAr}$$

$$S_c = \frac{P_{el,c}}{|\cos \varphi_{c,N}|} = \frac{4000}{|-0.95|} = 4210 \text{ VA}$$

$$P = P_{el,a} + P_{el,b} + P_{el,c} = 9375 + 5400 + 4000 = 18775 \text{ W}$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = 5810 + 0 - 1315 = 4495 \text{ VAr} > 0 \text{ induktive Blindleistung}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{18775^2 + 4495^2} = 19306 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi_{ges} = P / S = 18775 / 19306 = 0.9725$$

$$2) S_a = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_a \rightarrow I_a = \frac{11029}{\sqrt{3} \cdot 400} = 15.92 \text{ A}$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_{N,ph}} = \frac{P_{el,b}}{3 \cdot U_{N,ph}} = \frac{5400}{3 \cdot 230} = 7.83 \text{ A}$$

$$I_c = \frac{S_c}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{4210}{\sqrt{3} \cdot 400} = 6.08 \text{ A}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{19306}{\sqrt{3} \cdot 400} = 27.87 \text{ A}$$

$$I < I_a + I_b + I_c \quad 27.87 \text{ A} < 15.92 + 7.83 + 6.08 = 29.83 \text{ A}$$

Die Ströme \underline{I}_a , \underline{I}_b , \underline{I}_c haben wegen $\cos \varphi_a = 0.85$, $\cos \varphi_b = 1$, $\cos \varphi_c = -0.95$ unterschiedliche Phasenlagen zur Strangspannung $\underline{U}_{N,ph}$, sodass deren Zeigersumme als Betrag $|\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c| = I$ kleiner als die algebraische Summe $I_a + I_b + I_c$ ist.

$$3) |\underline{U}_{L1-L2}| = |\underline{U}_{L2-L3}| = |\underline{U}_{L3-L1}| = 400 \text{ V} = U_N$$

$Q_C < 0$ kapazitive Blindleistung

$$\cos \varphi_{res} = 1: Q_C = -Q = -4495 \text{ VAr}$$

$$|Q_C| = 3 \cdot U_C \cdot I_C = 3 \cdot \frac{U_C \cdot U_C}{X_C} = 3 \cdot \frac{U_N^2}{\omega \cdot C} = 3 \cdot \omega \cdot C \cdot U_N^2$$

$$C = \frac{|Q_C|}{3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot U_N^2} = \frac{4495}{3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 400^2} = 29.8 \mu\text{F}$$

Aufgabe 1.11: Symmetrische Last, Sternschaltung

An einem 400 V-Drehspannungssystem ($U_N = 400 \text{ V}$ effektive Außenleiterspannung, $f = 50 \text{ Hz}$) wird ein Drehstromofen als *ohm*'sch-induktive symmetrische Belastung angeschlossen. Er kann durch eine Sternschaltung von drei *R-L*-Zweigen dargestellt werden ($R = 4 \Omega$, $L = 5 \text{ mH}$).

- 1) Skizzieren Sie die allpolige Schaltung mit den drei Außenleiterspannungen \underline{U}_{RS} , \underline{U}_{ST} , \underline{U}_{TR} , den drei Außenleiterströmen \underline{I}_R , \underline{I}_S , \underline{I}_T und den drei Phasenspannungen \underline{U}_R , \underline{U}_S , \underline{U}_T ! Der Sternpunkt N ist elektrisch isoliert (kein Sternpunktleiter angeschlossen!).
- 2) Wie hängen die Phasenspannungen \underline{U}_R , \underline{U}_S , \underline{U}_T von den drei Außenleiterspannungen \underline{U}_{RS} , \underline{U}_{ST} , \underline{U}_{TR} ab? Geben Sie Formeln für \underline{I}_R , \underline{I}_S , \underline{I}_T an!

- 3) Berechnen Sie aus $\underline{U}_{RS} = 400 \text{ V}$, $\underline{U}_{ST} = 400 \text{ V} \cdot e^{-j2\pi/3}$, $\underline{U}_{TR} = 400 \text{ V} \cdot e^{-j4\pi/3}$ (Effektivwerte) die drei Phasenspannungen und die drei Phasenströme in komplexer Form und ihre Beträge!

Hinweis:

Da $\underline{U}_{RS} + \underline{U}_{ST} + \underline{U}_{TR} = 0$ ist und die drei Außenleiterspannungen ein symmetrisches „Dreibein“-Zeigerdiagramm ergeben, muss auch das Zeigerdiagramm der Phasenspannungszeiger ein symmetrisches Zeiger-„Dreibein“ ergeben, dessen Summe $\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T = 0$ ist. Nutzen Sie beim Rechnen die Drehsymmetrie der Phasenverschiebung um jeweils $2\pi/3$ aus, um die Berechnung so einfach wie möglich zu halten!

- 4) Zeichnen Sie maßstäblich die Zeigerdiagramme der drei Außenleiter- und Phasenspannungen und der Außenleiterströme, wobei $50 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$ bzw. $10 \text{ A} \hat{=} 1 \text{ cm}$ ist. Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen \underline{U}_{RS} und \underline{U}_R , \underline{U}_{ST} und \underline{U}_S , \underline{U}_{TR} und \underline{U}_T ? Wie groß ist das Verhältnis $|\underline{U}_{RS}/\underline{U}_R|$?
- 5) Wie groß ist die Phasenschiebung φ zwischen \underline{U}_R und \underline{I}_R bzw. \underline{U}_S , \underline{I}_S bzw. \underline{U}_T , \underline{I}_T , jeweils positiv gezählt im mathematischen positiven Zählsinn von Strom zur Spannung?
- 6) Wie groß sind die Mittelwerte der Wirkleistung P_{ph} , Blindleistung Q_{ph} und Scheinleistung S_{ph} je Strang? Wie groß ist der $\cos \varphi$?
- 7) Berechnen Sie Wirk-, Blind- und Scheinleistung des Drehstromofens P , Q , S
- aus den Strangwerten P_{ph} , Q_{ph} , S_{ph} und
 - aus den Außenleiterspannungen und -strömen mit Verwendung des $\cos \varphi$ von 6).

Lösung zu Aufgabe 1.11:

1)

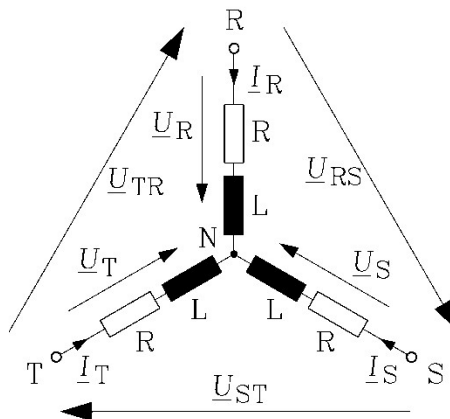


Bild 1.11-1: Ersatzschaltbild der Schaltung

- 2) $\underline{U}_{RS} = \underline{U}_R - \underline{U}_S$, $\underline{U}_{ST} = \underline{U}_S - \underline{U}_T$, $\underline{U}_{TR} = \underline{U}_T - \underline{U}_R$
 $\underline{Z} = R + j \cdot 2\pi f \cdot L$, $\underline{I}_R = \underline{U}_R / \underline{Z}$, $\underline{I}_S = \underline{U}_S / \underline{Z}$, $\underline{I}_T = \underline{U}_T / \underline{Z}$
- 3) (1) $\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T = 0$
 (2) $\underline{U}_{RS} = \underline{U}_R - \underline{U}_S$
 (3) $\underline{U}_{ST} = \underline{U}_S - \underline{U}_T$

(1) + (2) + (3): $\underline{U}_R + (\underline{U}_R - \underline{U}_{RS}) + (\underline{U}_R - \underline{U}_{RS} - \underline{U}_{ST}) = 0$

$3 \cdot \underline{U}_R = 2 \cdot \underline{U}_{RS} + \underline{U}_{ST}$, $\underline{U}_R = \frac{2}{3} \cdot \underline{U}_{RS} + \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{ST}$

In gleicher Weise durch zyklisches Vertauschen $R \rightarrow S \rightarrow T \rightarrow R$ der Indizes:

$$\underline{U}_S = \frac{2}{3} \cdot \underline{U}_{ST} + \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{TR} \qquad \underline{U}_T = \frac{2}{3} \cdot \underline{U}_{TR} + \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{RS}$$

$\underline{U}_{RS} = U$: Die Lage eines Zeigers kann stets reell gewählt werden!

$$\begin{aligned} \underline{U}_R &= \frac{2}{3} \cdot U + \frac{1}{3} \cdot U \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} = \frac{U}{3} \cdot \left(2 + e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right) = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) \\ &= \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{4}{2 \cdot \sqrt{3}} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} - j \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{3}{2 \cdot \sqrt{3}} - j \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \cdot \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot (\cos(-30^\circ) + j \cdot \sin(-30^\circ)) = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j \cdot 30^\circ} \end{aligned}$$

$$\underline{U}_S = \frac{2}{3} \cdot U \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} + \frac{1}{3} \cdot U \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} = \left(\frac{2}{3} \cdot U + \frac{1}{3} \cdot U \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right) \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} = \underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{U}_T = \frac{2}{3} \cdot U \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} + \frac{1}{3} \cdot U = \left(\frac{2}{3} \cdot U + \frac{1}{3} \cdot U \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right) \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} = \underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}}$$

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R^2 + X^2} \cdot (R - jX) = \frac{\underline{U}_R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cdot e^{-j\varphi} = \frac{\underline{U}_R}{Z} \cdot e^{-j\varphi}, \quad \varphi = \arctan \frac{X}{R}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_S}{R + jX} = \frac{\underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}}{R + jX} = \underline{I}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}, \quad \underline{I}_T = \underline{I}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}}$$

4)

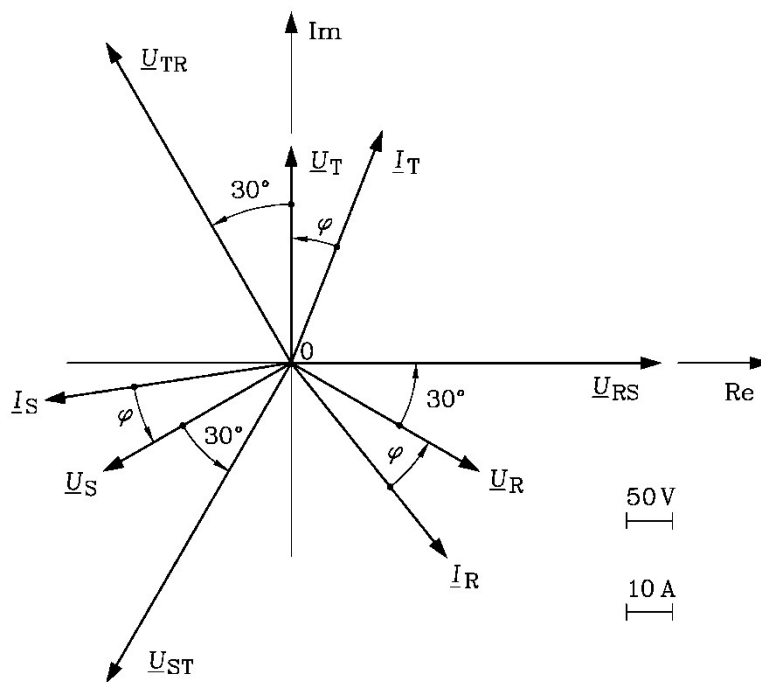


Bild 1.11-2: Zeigerdiagramm

$$\angle_{U_R}^{U_{RS}} = \angle_{U_S}^{U_{ST}} = \angle_{U_T}^{U_{TR}} = 30^\circ, \quad \left| \frac{U_{RS}}{U_R} \right| = \left| \frac{U}{\frac{U}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j30^\circ}} \right| = \sqrt{3}$$

$$5) \quad I_R = \frac{U_R}{R + jX} = \frac{U_R}{R^2 + X^2} \cdot (R - jX) = \frac{U_R \cdot \sqrt{R^2 + X^2}}{R^2 + X^2} \cdot e^{-j\varphi} = \underline{U}_R \cdot \frac{1}{Z} \cdot e^{-j\varphi}$$

$$\tan \varphi = \frac{X}{R}, \quad \varphi = \arctan \frac{X}{R} = \arctan \frac{1.57}{4} = 0.374 \text{ rad} = 21.4^\circ$$

$$\varphi = 21.4^\circ = 0.374 \text{ rad} > 0$$

$$6) \quad P_{\text{ph}} = R \cdot I_R^2 = R \cdot I_S^2 = R \cdot I_T^2 = 4 \cdot 53.73^2 = 11548 \text{ W}$$

$$Q_{\text{ph}} = X \cdot I_R^2 = X \cdot I_S^2 = X \cdot I_T^2 = 1.57 \cdot 53.73^2 = 4535 \text{ VAr} > 0 \quad (\text{induktive Blindleistung})$$

$$S_{\text{ph}} = U_R \cdot I_R = U_S \cdot I_S = U_T \cdot I_T = 230.9 \cdot 53.73 = 12406 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi = \frac{P_{\text{ph}}}{S_{\text{ph}}} = \frac{11548}{12406} = 0.9306$$

$$\text{oder } \cos \varphi = \cos 21.4^\circ = \cos 0.374 = 0.93 > 0, \text{ weil induktiv!}$$

$$7) \quad \text{a) } P = 3 \cdot P_{\text{ph}} = 3 \cdot 11548 = 34644 \text{ W}$$

$$Q = 3 \cdot Q_{\text{ph}} = 3 \cdot 4535 = 13605 \text{ VAr}$$

$$S = 3 \cdot S_{\text{ph}} = 3 \cdot 12408 = 37224 \text{ VA}$$

$$\text{b) } S = 3 \cdot U_{\text{ph}} \cdot I_{\text{ph}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{LL}} \cdot I_{\text{ph}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{LL}} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 53.73 = 37225 \text{ VA}$$

$$\text{Außenleiterspannung } U_{\text{LL}} = |U_{\text{RS}}| = |U_{\text{ST}}| = |U_{\text{TR}}|$$

$$\text{Außenleiterstrom } I_L = I_{\text{ph}} \text{ (wegen Sternschaltung)} \quad I_{\text{ph}} = |I_R| = |I_S| = |I_T|$$

$$P = S \cdot \cos \varphi = 37225 \cdot 0.9306 = 34642 \text{ W}$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = S \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 37225 \cdot 0.3658 = 13617 \text{ VAr}$$

Abweichungen zwischen a) und b) durch Rundungsfehler!

Alternative zu 3)

Achtung - Hinweis: Wenn man ungeschickt rechnet, nämlich in a) sehr früh Zahlenwerte einsetzt und in b) die Drehsymmetrie $120^\circ/240^\circ$ nicht berücksichtigt, wird die Rechnung zu 3) wesentlich umständlicher, wie im Folgenden gezeigt wird.

$$\underline{U}_R = \frac{2}{3} \cdot 400 + \frac{1}{3} \cdot 400 \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} = \frac{400}{3} \cdot \left(2 + \left(-\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) = \frac{400}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{200}{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3} - j)$$

$$\underline{U}_R = 200 \text{ V} \cdot \left(1 - j \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right), \quad e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - j \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\underline{U}_S = \left(\frac{2}{3} \cdot 400 \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} + \frac{1}{3} \cdot 400 \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} \right) = \left(\frac{2}{3} \cdot 400 + \frac{1}{3} \cdot 400 \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right) \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}$$

$$= \underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} = 200 \text{ V} \cdot \left(1 - j \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 200 \text{ V} \cdot \left(-\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + j \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} - \frac{1}{2} \right)$$

$$= 200\text{V} \cdot \left(-1 - j \cdot \left(\frac{3}{2 \cdot \sqrt{3}} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} \right) \right) = 200\text{V} \cdot \left(-1 - j \cdot \frac{2}{2 \cdot \sqrt{3}} \right) = 200\text{V} \cdot \left(-1 - j \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\underline{U}_T = \frac{2}{3} \cdot 400 \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} + \frac{1}{3} \cdot 400 \cdot e^{-j \cdot \frac{6\pi}{3}} = \left(\frac{2}{3} \cdot 400 + \frac{1}{3} \cdot 400 \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right) \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} = \underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}}$$

$$= 200\text{V} \cdot \left(1 - j \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - j \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right) = 200\text{V} \cdot \left(1 - j \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= 200\text{V} \cdot \left(-\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + j \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{2} \right) = 200\text{V} \cdot \left(j \cdot \left(\frac{3}{2 \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} \right) \right) = 200\text{V} \cdot j \cdot \frac{4}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$= j \cdot 200\text{V} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = j \cdot \frac{400\text{V}}{\sqrt{3}}$$

$$|\underline{U}_R| = 200\text{V} \cdot \sqrt{1^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2} = 200\text{V} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{3}} = 1.155 \cdot 200\text{V} = 230.9\text{V}$$

$$|\underline{U}_S| = \left| \underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right| = |\underline{U}_R| \cdot \left| e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right| = |\underline{U}_R| \cdot 1 = |\underline{U}_R|$$

oder

$$|\underline{U}_S| = 200\text{V} \cdot \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2} = 200\text{V} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{3}} = 230.9\text{V}$$

$$|\underline{U}_T| = \left| \underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} \right| = |\underline{U}_R| \cdot \left| e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} \right| = |\underline{U}_R| \cdot 1 = |\underline{U}_R|$$

oder

$$|\underline{U}_T| = |j| \cdot \frac{400\text{V}}{\sqrt{3}} = 230.9\text{V}$$

$$X = \omega L, \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314.16/\text{s}, \quad X = 314.16 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1.57\Omega$$

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R + jX} = \frac{200 \cdot \left(1 - j \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right)}{4 + j \cdot 1.57} = \frac{200 \cdot \left(1 - j \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot (4 - j \cdot 1.57)}{4^2 + 1.57^2}$$

$$= \frac{200}{18.47} \cdot \left(4 - j \cdot 1.57 - j \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{1.57}{\sqrt{3}} \right) = 10.828 \cdot (3.094 - j \cdot 3.879) = (33.5 - j \cdot 42.0)\text{A}$$

$$|\underline{I}_R| = \sqrt{33.5^2 + 42.0^2} = 53.73\text{A}$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{4^2 + 1.57^2} = 4.297\Omega$$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_S}{R + jX} = \frac{\underline{U}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}}{R + jX} = \underline{I}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} = (33.5 - j \cdot 42.0) \cdot \left(-\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \left(-\frac{33.5}{2} + j \cdot \frac{42.0}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot 33.5}{2} - \frac{42.0 \cdot \sqrt{3}}{2} \right) = (-53.12 - j \cdot 8.01) \text{A}$$

$$|\underline{I}_S| = |\underline{I}_R| \cdot \left| e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right| = |\underline{I}_R| \cdot 1 = |\underline{I}_R| = 53.73 \text{A} \quad \text{oder} \quad |\underline{I}_S| = \sqrt{(-53.12)^2 + (-8.01)^2} = 53.73 \text{A}$$

$$\underline{I}_T = \frac{\underline{U}_T}{R + jX} = \frac{\underline{U}_R \cdot e^{-j \frac{2\pi}{3}}}{R + jX} = \underline{I}_R \cdot e^{-j \frac{4\pi}{3}} = (33.5 - j \cdot 42.0) \cdot \left(-\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \left(-\frac{33.5}{2} + j \cdot \frac{42.0}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot 33.5}{2} + \frac{42.0 \cdot \sqrt{3}}{2} \right) = (19.62 + j \cdot 50.01) \text{A}$$

$$|\underline{I}_T| = |\underline{I}_R| \cdot \left| e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} \right| = |\underline{I}_R| \cdot 1 = |\underline{I}_R| = 53.73 \text{A} \quad \text{oder} \quad |\underline{I}_T| = \sqrt{19.62^2 + 50.01^2} = 53.73 \text{A}$$

Aufgabe 1.12: Symmetrische Last, Dreieckschaltung

Ein Drehstromofen mit drei identischen ohmsch-induktiven Zweigen mit der Impedanz $\underline{Z} = R + j\omega L$, $R = 4 \Omega$, $L = 5 \text{ mH}$ ist in Dreieck geschaltet und wird mit dem symmetrischen 400V-Drehspannungssystem ($\underline{U}_{RS} = 400 \text{ V}$, $\underline{U}_{ST} = \underline{U}_{RS} \cdot e^{j \cdot 2\pi/3}$, $\underline{U}_{TR} = \underline{U}_{RS} \cdot e^{j \cdot 4\pi/3}$) (Effektivwerte) bei $f = 50 \text{ Hz}$ gespeist!

- 1) Zeichnen Sie die allpolige Schaltung mit Außenleiterspannungen, Außenleiterströmen \underline{I}_{LR} , \underline{I}_{LS} , \underline{I}_{LT} und Phasenströmen \underline{I}_R , \underline{I}_S , \underline{I}_T !
- 2) Berechnen Sie die Phasenströme und Außenleiterströme komplex und ihre Effektivwerte als Beträge $|\underline{I}_R|$, $|\underline{I}_S|$, $|\underline{I}_T|$, $|\underline{I}_{LR}|$, $|\underline{I}_{LS}|$, $|\underline{I}_{LT}|$!
Nutzen Sie die 120° -Drehsymmetrie beim Rechnen aus!
Wie groß ist das Verhältnis I_{LR} / I_R ?
- 3) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der drei Außenleiterspannungen, Außenleiter- und Phasenströme und zeichnen Sie die Phasenverschiebungswinkel φ zwischen \underline{U}_{RS} und \underline{I}_R , zwischen \underline{U}_{RS} und \underline{I}_{LR} sowie den Winkel α zwischen \underline{I}_{RL} und \underline{I}_R ein! ($20 \text{ A} \triangleq 1 \text{ cm}$; $50 \text{ V} \triangleq 1 \text{ cm}$) Wie groß ist dieser Winkel α ?
- 4) Wie groß ist der Phasenwinkel β zwischen Außenleiterspannung \underline{U}_{RS} und Außenleiterstrom \underline{I}_{LR} ?
- 5) Berechnen Sie die mittlere Einphasen-Wirk-, Blind- und Scheinleistung P_{ph} , Q_{ph} , S_{ph} und daraus die Drehstrom-Leistungen P , Q , S !
- 6) Berechnen Sie alternativ zu 5) P , Q , S aus den Außenleitergrößen und dem $\cos \varphi$ von 2).

Lösung zu Aufgabe 1.12:

1) siehe Bild 1.12-1!

2) $\underline{U}_{RS} = U$: Die Lage eines Zeigers kann stets reell gewählt werden!

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_{RS}}{R + jX}, \quad \underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{ST}}{R + jX} = \frac{\underline{U}_{RS} \cdot e^{-j \frac{2\pi}{3}}}{R + jX} = \underline{I}_R \cdot e^{-j \frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{I}_R = \frac{U}{R + jX} = \frac{U}{R^2 + X^2} \cdot (R - jX) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cdot e^{-j\varphi}, \quad \varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$

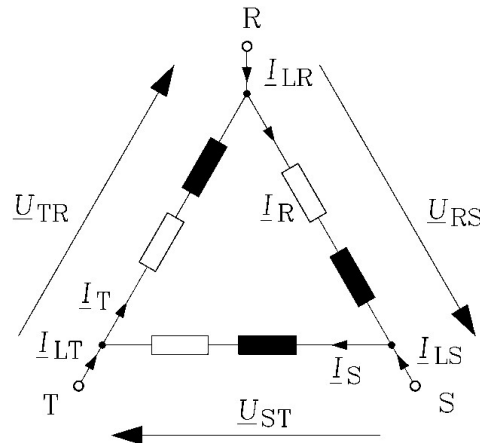


Bild 1.12-1: Ersatzschaltbild der Schaltung

$$\underline{I}_T = \frac{\underline{U}_{TR}}{R + jX} = \frac{\underline{U}_{RS} \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{R + jX} = \underline{I}_R \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}}, \quad \underline{I}_{LR} = \underline{I}_R - \underline{I}_T, \quad \underline{I}_{LS} = \underline{I}_S - \underline{I}_R, \quad \underline{I}_{LT} = \underline{I}_T - \underline{I}_S,$$

$$R = 4 \, \Omega, \quad X = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1.57 \, \Omega$$

$$\underline{I}_R = \frac{400}{4 + j1.57} = \frac{400}{4^2 + 1.57^2} \cdot (4 - j1.57) = (86.64 - j \cdot 34.0) \text{ A}$$

$$|\underline{I}_R| = \sqrt{86.64^2 + 34.0^2} = 93.08 \text{ A}, \quad |\underline{I}_S| = |\underline{I}_T| = |\underline{I}_R| = 93.08 \text{ A}, \quad \text{da } \left| e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right| = \left| e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right| = 1$$

$$\underline{I}_R = 93.08 \text{ A} \cdot e^{j0.374}, \quad \underline{I}_S = 93.08 \text{ A} \cdot e^{-j\left(0.374 + \frac{2\pi}{3}\right)} = 93.08 \text{ A} \cdot e^{-j2.468},$$

$$\underline{I}_T = 93.08 \text{ A} \cdot e^{-j\left(0.374 + \frac{4\pi}{3}\right)} = 93.08 \text{ A} \cdot e^{-j4.562}, \quad \varphi = \arctan \frac{34.0}{86.64} = 0.374 = 21.4^\circ$$

$\varphi = 21.4^\circ$ vom Strom zur Spannung im mathematisch positiven Zählsinn.

$$\underline{I}_{LR} = \underline{I}_R - \underline{I}_T = \underline{I}_R - \underline{I}_R \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = \underline{I}_R \cdot \left(1 - e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) = \underline{I}_R \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right)$$

$$= \underline{I}_R \cdot \left(\frac{3}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_R \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \cdot \frac{1}{2} \right) = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_R \cdot (\cos(-30^\circ) + j \cdot \sin(-30^\circ))$$

$$= \sqrt{3} \cdot \underline{I}_R \cdot e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_R \cdot e^{-j\frac{2\pi}{12}}$$

$$\underline{I}_{LS} = \underline{I}_S - \underline{I}_R = \underline{I}_R \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} - \underline{I}_R = \underline{I}_R \cdot \left(e^{-j\frac{2\pi}{3}} - 1 \right) = \underline{I}_R \cdot \left(1 - e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

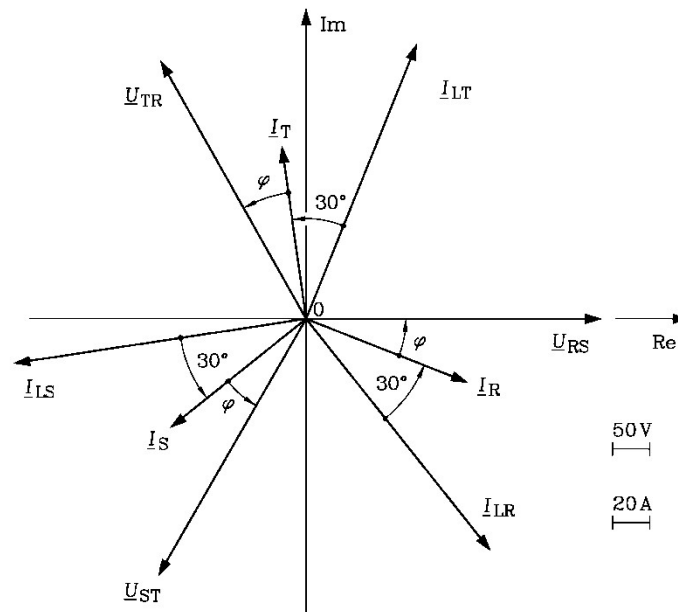
$$= \underline{I}_{LR} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_R \cdot e^{-j\frac{2\pi}{12}} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_R \cdot e^{-j\frac{5\pi}{6}}$$

$$\underline{I}_{LT} = \underline{I}_T - \underline{I}_S = \underline{I}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} - \underline{I}_R \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} = \underline{I}_R \cdot \left(e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} - e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \right) = \underline{I}_R \cdot \left(1 - e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}} \right) \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}}$$

$$= \underline{I}_{LR} \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}}$$

$$|\underline{I}_{LR}| = |\underline{I}_{LS}| = |\underline{I}_{LT}| = \sqrt{3} \cdot I_R = \sqrt{3} \cdot 93.08 = 161.2 \text{ A}, \quad \frac{I_{LR}}{I_R} = \frac{\sqrt{3} \cdot I_R}{I_R} = \sqrt{3}$$

3)

Bildung 1.12-2: Zeigerdiagramm: $\alpha = 30^\circ$

$$4) \angle_{I_{LR}}^{U_{RS}} \quad \beta = \alpha + \varphi = 30^\circ + \varphi = 30^\circ + 21.4^\circ = 51.4^\circ$$

$$5) P_{ph} = R \cdot I_R^2 = 4 \cdot 93.08^2 = 34656 \text{ W}, \quad Q_{ph} = X \cdot I_R^2 = 1.57 \cdot 93.08^2 = 13602 \text{ VAr},$$

$$S_{ph} = U_{RS} \cdot I_R = 400 \cdot 93.08 = 37232 \text{ VA},$$

$$P = 3 \cdot P_{ph} = 3 \cdot 34656 = 103968 \text{ W}, \quad Q = 3 \cdot Q_{ph} = 3 \cdot 13602 = 40806 \text{ VAr},$$

$$S = 3 \cdot S_{ph} = 3 \cdot 37232 = 111696 \text{ VA}$$

$$6) S = \sqrt{3} \cdot U_{RS} \cdot I_{LR} = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 161.22 = 111696 \text{ VA}, \quad \cos \varphi = 0.9309,$$

$$P = S \cdot \cos \varphi = 111696 \cdot \cos 21.42^\circ = 103981 \text{ W}, \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 40792 \text{ VAr}$$

Differenzen zwischen 5) und 6) sind durch Rundungsfehler bedingt.

Aufgabe 2.1: Saugzuggebläse-Antrieb

In einem Stahlhüttenwerk wird als Antrieb des Hochofen-Saugzuggebläses eine Drehstrom – Asynchronmaschine mit Schleifringläufer eingesetzt. Auf dem beiliegendem Kurvenblatt Bild 2.1-1 ist die Drehmoment-Drehzahlkennlinie für den Betrieb an Nennspannung mit kurzgeschlossenen Schleifringen dargestellt.

- 1) Tragen Sie in dieses Diagramm die maßstäblich richtigen Kennlinien für den Betrieb an Nennspannung und Vorwiderständen im Läuferkreis, welche

a) dem 3-fachen Wert

b) dem 9-fachen Wert

des Läuferwiderstandes R_r entsprechen. Markieren Sie besonders die Punkte für $0.4 \cdot M_b$, $0.6 \cdot M_b$, $0.8 \cdot M_b$ und $1.0 \cdot M_b$.

- 2) Beschreiben Sie die Verfahren für das elektrische Bremsen mit Asynchronmaschinen samt den Vor- und Nachteilen.

Lösung zu Aufgabe 2.1:

$$1) \text{ a) } R_v = 3 \cdot R_r, \quad \frac{R_r}{s} = \frac{R_r + R_v}{s^*}, \quad s^* = \left(1 + \frac{R_v}{R_r} \right) \cdot s$$

s^* : Schlupf bei gleichem Moment M wie bei Schlupf s , $R_v = 0$

$$s^* = 4 \cdot s$$

Moment aus Kennlinie bei Schlupf s bei s^* in Abb.2.1-1 einsetzen.

b) $R_v = 9 \cdot R_r$: gleiche Vorgehensweise wie in a), aber mit Schlupf $s^* = 10 \cdot s$, siehe Bild 2.1-2.

2)

Elektrische Bremsverfahren mit Asynchronmaschinen:

Generatorisch + Nutzbremmung, auch Käfigläufer

- kein Bremsen bis Stillstand, da $n > n_{syn}$

Gegenstrombremsen + Bremsen bis Stillstand, einstellbar mit R_v bei Schleifringläufer

- Hochlauftendenz in andere Drehrichtung

Gleichstrombremsen + Auch für Käfigläufer

- Kein Bremsmoment bei $n = 0$. Maximalmoment bei kleinem n , bei $n_n \sim n_{syn}$ eher klein.

Einphasiges Bremsen + Kein Gleichstromnetz nötig, auch für Käfigläufer möglich

(hier nicht behandelt; Sonderschaltungen!)

Polumschaltbar mit zwei Wicklungen:

+ auch für Käfigläufer geeignet

- Bremsung nur von $n_{syn1} > n_{syn2}$ auf ungefähr n_{syn2} .

- Zwei Wicklungen (teuer)

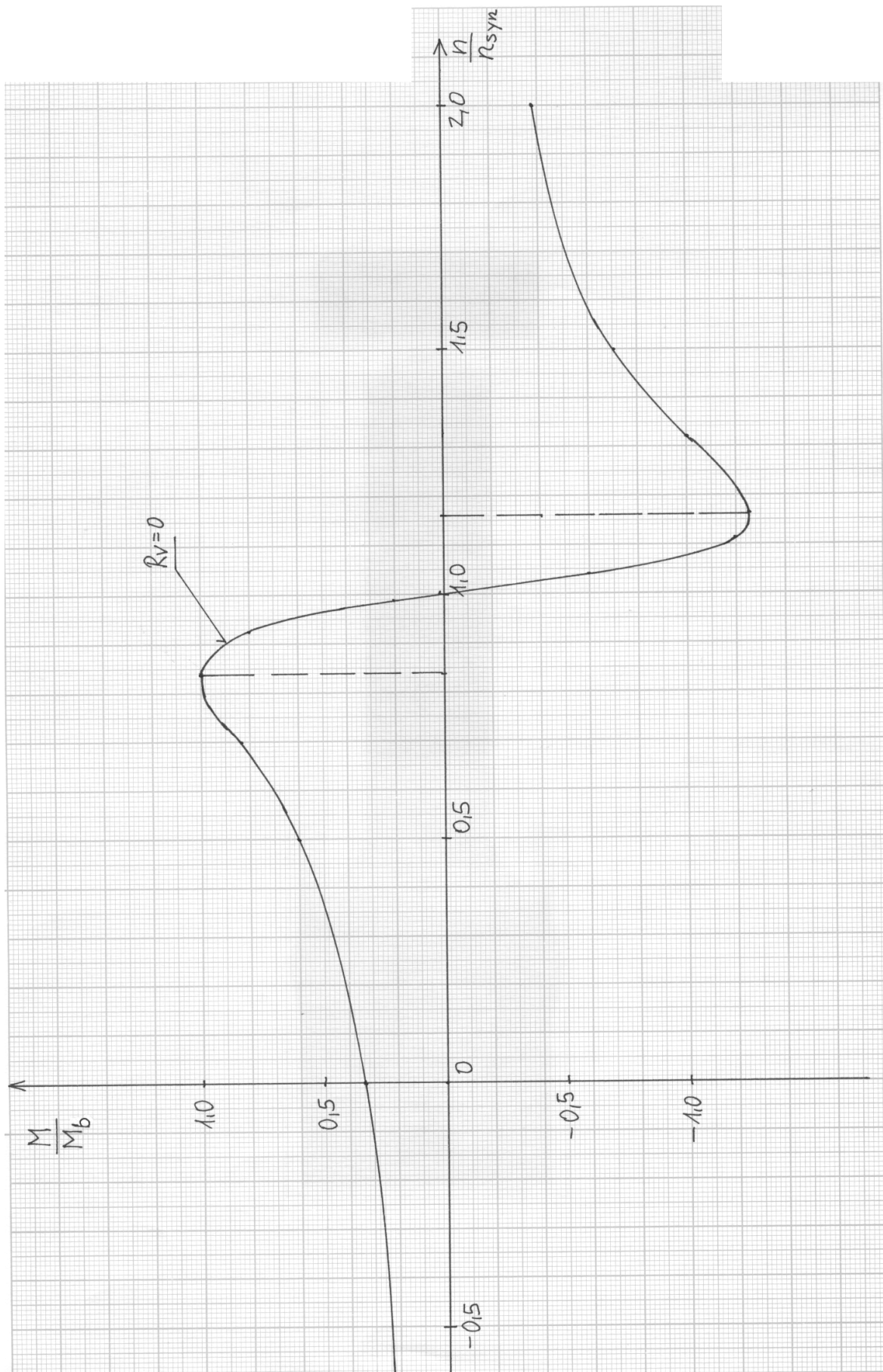


Bild 2.1-1: Drehzahl-Drehmoment-Kurve des Schleifringläufermotors bei kurzgeschlossener Rotorwicklung in Einheiten des Kippmoments und der Synchrondrehzahl

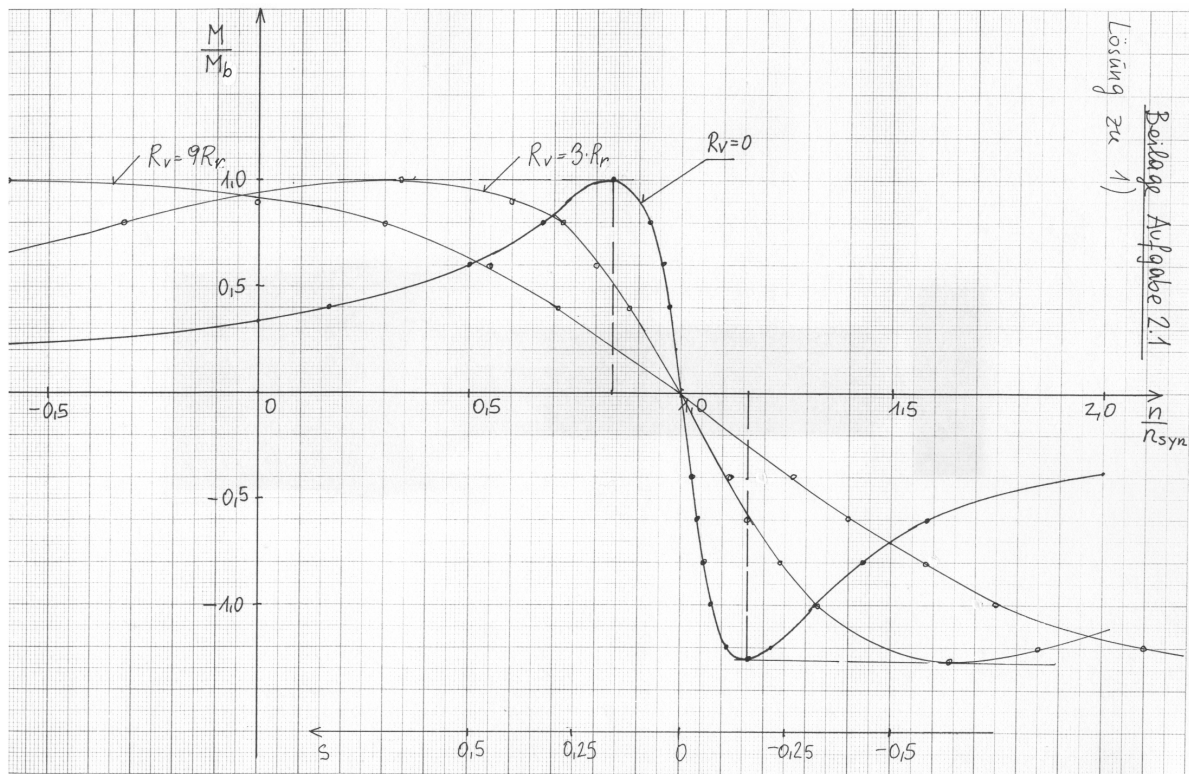


Bild 2.1-2: Drehmoment-Drehzahl Kennlinie bei $R_v = 0$, $R_v = 3R_r$, $R_v = 9R_r$.

Aufgabe 2.2: Bahnantrieb

Ein moderner Hochgeschwindigkeits-Triebzug ähnlich dem ICE3 hat folgende Daten:

$$\begin{aligned}
 0 \leq v \leq v_N = 130 \text{ km/h} & \quad : \text{Zugkraft } F_Z = \text{konstant} = F_{ZN} \\
 v_N \leq v \leq v_{\max} = 330 \text{ km/h} & \quad : \text{Zugleistung } P_Z = \text{konstant} = P_{ZN} = 8 \text{ MW} \\
 n_{\text{Rad,N}} = 850 \frac{1}{\text{min}} &
 \end{aligned}$$

- 1) Wie groß ist die Zugkraft F_{ZN} im Nennbetrieb? Wie groß ist n_{Rad} bei v_{\max} ? Skizzieren Sie das Zugkraftdiagramm $P_Z(v)$ und $F_Z(v)$ sowie $P_Z(n_{\text{Rad}})$ und $F_Z(n_{\text{Rad}})$!
- 2) Der Triebzug wird von 16 vierpoligen ($2p = 4$) umrichter gespeisten Asynchronmotoren angetrieben. Jeder Motor überträgt sein Antriebsmoment über ein Getriebe $i = 2,5$ auf eine Radsatzwelle (Motor ist schnelldrehend / Radsatzwelle dreht langsam). Wie wird die Motordrehzahl n aus der Raddrehzahl n_{Rad} berechnet (Formel angeben)!
- 3) Wie groß sind Motornennleistung P_N (bei v_N), Motornenndrehzahl n_N (bei v_N), Motornennmoment M_N (bei v_N), und P , M und n_{\max} bei v_{\max} ?
- 4) Skizzieren Sie zum Zugkraftdiagramm von 1. die $P(n)$ - und die $M(n)$ -Kennlinie eines Motors maßstäblich für $0 \leq n \leq n_{\max}$!
- 5) Bei v_N beträgt der Nennschlupf der Asynchronmotoren $s_N = 1\%$. Wie groß ist die Statornennfrequenz im Motor?
- 6) Wie groß ist die Statorfrequenz $f_{s,\max}$ bei v_{\max} und Motorleerlauf ($s = 0$)?

7) Wie groß ist das Kippmoment des Motors $M_b(v_{\max})$ bei $f_{s,\max}$, wenn U_s für $v > v_N$ konstant $U_s = U_{sN}$ bleibt und das Kippmoment im Nennpunkt $M_b(v_N) = 3 M_N$ beträgt? (**Anmerkung:** Vernachlässigen Sie bei dieser Rechnung den Ständerwiderstand R_s !)

Kippen die Asynchronmotoren bei $f_s = f_{s,\max}$, wenn sie mit $M(n_{\max})$ belastet werden? Begründen Sie Ihre Antwort !

Lösung zu Aufgabe 2.2:

1) $v_N = 130 \text{ km/h} = 36.11 \text{ m/s}$: $F_{ZN} = P_{ZN} / v_N \Rightarrow F_{ZN} = \frac{8000000}{36.11} = \underline{\underline{221545 \text{ N}}}$

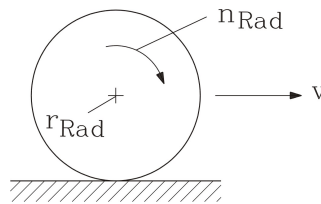


Bild 2.2-1: Raddrehzahl und Zuggeschwindigkeit

$n_{Rad} \cdot 2\pi \cdot r_{Rad} = v \Rightarrow n_{Rad,\max} = n_{Rad,N} \cdot \frac{v_{\max}}{v_N} = 850 \cdot \frac{330}{130} = \underline{\underline{2157.7 / \text{min}}}$

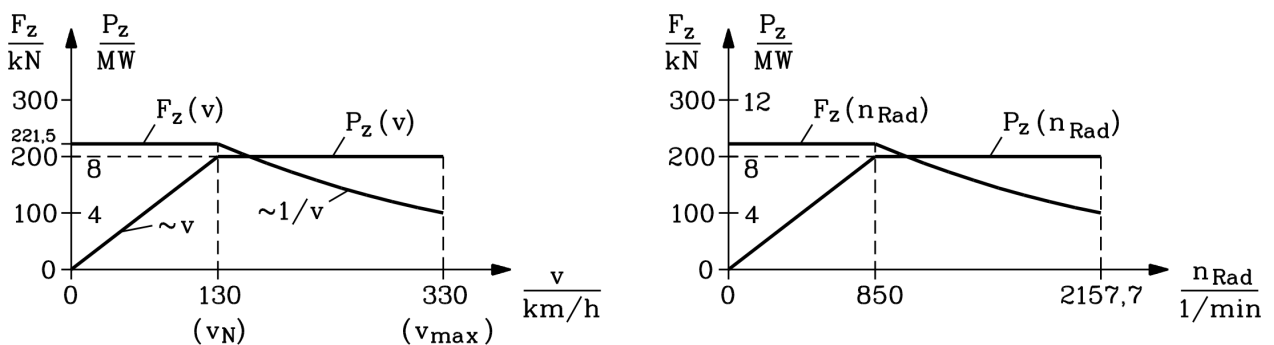


Bild 2.2-2: Zugkraft und Antriebsleistung in Abhängigkeit der Zuggeschwindigkeit und der Raddrehzahl

2) $n = i \cdot n_{Rad}$

3) $P_N = P_{ZN} / 16 = 8000000 / 16 = 500000 \text{ W} = \underline{\underline{500 \text{ kW}}}$

$n_N = 2.5 \cdot 850 = \underline{\underline{2125 / \text{min}}}$ $M_N = \frac{P_N}{2\pi n_N} = \frac{500000}{2\pi \cdot (2125/60)} = \underline{\underline{2246.9 \text{ Nm}}}$

$P(v_{\max}) = P_{ZN} / 16 = \underline{\underline{500 \text{ kW}}}$

$n_{\max} = 2.5 \cdot 2157.7 = \underline{\underline{5394.2 / \text{min}}}$ $M(n_{\max}) = \frac{P_N}{2\pi n_{\max}} = \frac{500000}{2\pi \cdot (5394.2/60)} = \underline{\underline{885.1 \text{ Nm}}}$

4) siehe Bild 2.2-3

5) $f_{sN} = \frac{n_N \cdot p}{1 - s_N} = \frac{(2125/60) \cdot 2}{1 - 0.01} = \underline{\underline{71.55 \text{ Hz}}}$

6) $f_{s,\max} (s = 0) = \frac{n_{\max} \cdot p}{1 - s} = n_{\max} \cdot p = (5394.2/60) \cdot 2 = \underline{\underline{179.8 \text{ Hz}}}$

$$7) \text{ KLOSS'sche Formel: } M_b \sim (U_s / f_s)^2: \frac{M_b(v_{\max})}{M_b(v_N)} = \left(\frac{f_{sN}}{f_{s,\max}} \right)^2 = \left(\frac{71.55}{179.8} \right)^2 = 0.158$$

$$M_b(v_{\max}) = 0.158 \cdot 3M_N = 0.158 \cdot 3 \cdot 2246.9 = \underline{\underline{1067.4 \text{ Nm}}}$$

Bremsmoment bei maximaler Drehzahl: gemäß Bild 2.13-3: 885.1 Nm. Dies ist um 17% kleiner als das Kippmoment bei Maximaldrehzahl 1067.4 Nm, so dass die Motoren auch bei Maximaldrehzahl nicht kippen, also richtig ausgelegt sind.

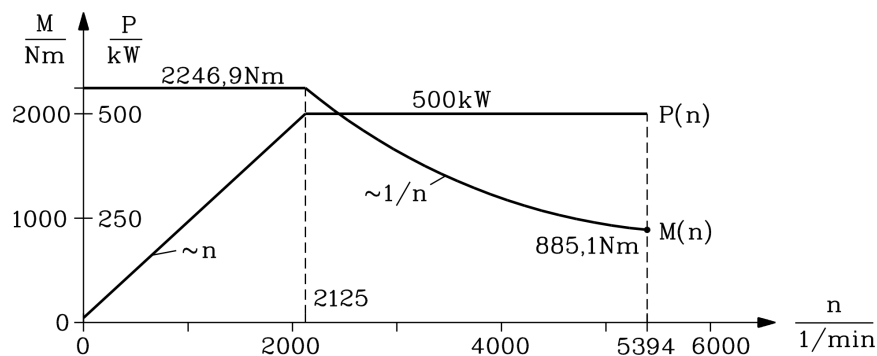


Bild 2.2-3: Motordrehmoment und Motorleistung für die geforderte Antriebsleistung von Bild 2.13-2, in Abhängigkeit der Motordrehzahl

Aufgabe 2.3: Grundwasser-Pumpenstation

Der drehzahlvariable Antrieb einer Kreiselpumpe in einer Grundwasser-Pumpenstation erfolgt mit einer Drehstrom-Asynchronmaschine, die über einen Spannungs-Zwischenkreisumrichter gespeist wird.

Leistungsschilddaten der Maschine:

$$P_N = 125 \text{ kW,}$$

$$U_N = 500 \text{ V Y, } I_N = 218 \text{ A (Außenleitergrößen),}$$

$$f_N = \underline{75 \text{ Hz}}, \quad 2p = 8, \quad \cos \varphi_N = 0.72$$

Der Stator-Wicklungswiderstand werde näherungsweise vernachlässigt ($R_s = 0$).

Der Leerlaufstrom beträgt $I_0 = 125 \text{ A}$ ($\cos \varphi \approx 0$).

- 1) Zeichnen Sie aus I_0 und I_N das Kreisdiagramm für den Betrieb mit 500 V Y und 75 Hz. (Empfehlung: 1 cm = 50 A)
- 2) Wie groß ist das zugehörige Kippmoment ?
- 3) Die Maschine wird nun mit 500 V Y und 120 Hz gespeist. Oberschwingungen und Eisensättigung seien in erster Näherung vernachlässigbar.
 - a) Tragen sie das Kreisdiagramm für diesen Betrieb in das Diagramm nach Pkt.1) ein (gleicher Maßstab!).
 - b) Wie groß ist das zugehörige Kippmoment?

- c) Bestimmen sie den aufgenommenen Strom und den Leistungsfaktor für eine abgegebene Leistung von $P = P_N = 125 \text{ kW}$ unter der Annahme, dass der Wirkungsgrad dem im Nennpunkt entspricht.

Lösung zu Aufgabe 2.3:

- 1) $P_0 : \cos \varphi_0 = 0, \varphi_0 = 90^\circ, I_0 = 125 \text{ A} \hat{=} 2,5 \text{ cm}$ 1 cm $\hat{=} 50 \text{ A}$
 $P_N : \cos \varphi_N = 0,72, \varphi_N = 44^\circ, I_N = 218 \text{ A} \hat{=} 4,4 \text{ cm}$

Bestimmung des Mittelpunkts M des Kreisdiagramms (Bild 2.3-1):

M liegt auf der Abszisse, da R_s vernachlässigt ist! Lot auf $\overline{P_0 P_N}$ bei Halbierung von $\overline{P_0 P_N}$ ergibt im Schnittpunkt mit der Im-Achse den Kreismittelpunkt. (Bild 2.3-1).

- 2) Da $R_s \cong 0$, ist die Drehfeldleistung bei Kippschlupf : $P_{\delta,b} = m_s \cdot U_s \cdot I_{s,b,wirk} = \omega_{syn} \cdot M_b$

$$I_{s,b,wirk} \hat{=} \overline{KM} = 9,7 \text{ cm} \hat{=} 485 \text{ A}, \omega_{syn} = 2\pi \frac{f}{p} = 2\pi \frac{75}{4} = 117,8 \text{ s}^{-1}$$

Graphisch bestimmtes Kippmoment:

$$M_b = \frac{\sqrt{3} \cdot 500 \cdot 485}{117,8} = \underline{\underline{3565 \text{ Nm}}}, \text{ (enthält die Zeichenungenauigkeit !)}$$

- 3) a)

$f = 120 \text{ Hz}$, Reaktanzen $X = \omega L$ steigen im Verhältnis $120/75 = 1,6$!

Leerlaufstrom $I_0 = \frac{U_s}{\omega \cdot (L_{s\sigma} + L_h)}$ sinkt auf $1/1,6 = 0,63$

$I_0^* \hat{=} 0,63 \cdot 2,5 = 1,6 \text{ cm}$: Punkt P_0^* in Bild 2.3-1.

Strom bei $s \rightarrow \infty$: $I_\infty = \frac{U_s}{\omega \cdot (L_{s\sigma} + \frac{L_h \cdot L'_{r\sigma}}{L_h + L'_{r\sigma}})}$ sinkt ebenfalls auf 0,63

$I_\infty^* \hat{=} 0,63 \cdot 22,1 = 13,9 \text{ cm}$: P_∞^* ; Siehe Bild 2.3-1.

$\omega_{syn}^* = 1,6 \omega_{syn} = 188,5 \text{ s}^{-1}$

Bestimmung des Mittelpunkts M^ des neuen Kreisdiagramms bei 120 Hz:*

M^* halbiert die Strecke $\overline{P_0^* P_\infty^*}$; $I_{s,b,wirk}^* \hat{=} M^* K^* = 6,1 \text{ cm} \hat{=} 305 \text{ A}$

b)
$$M_b^* = \frac{m_s \cdot U_s \cdot I_{s,b,active}^*}{\omega_{syn}^*} = \frac{\sqrt{3} \cdot 500 \cdot 305}{188,5} = \underline{\underline{1401 \text{ Nm}}}$$

- c)

$$\eta_N = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_N}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi_N} = \frac{125000}{\sqrt{3} \cdot 500 \cdot 218 \cdot 0,72} = 91,96 \%$$

$$P_{in} = 135,9 \text{ kW} = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N^* \cdot \cos \varphi_N^* \Rightarrow I_N^* \cdot \cos \varphi_N^* = 157 \text{ A} = I_{N,active}^*$$

$157 \text{ A} \hat{=} 3,1 \text{ cm} \rightarrow$ Kreisdiagramm für 120 Hz: $I_N^* \hat{=} 4 \text{ cm}$

$$I_N^* = 4 \cdot 50 = \underline{\underline{200 \text{ A}}}, \quad \cos \varphi_N^* = \frac{157}{200} = \underline{\underline{0,785}}$$

Aufgabe 2.4: Stern-Dreieck-Anlauf der Asynchronmaschine

Erläutern Sie die Methode des Stern-Dreieck-Anlaufs und ihre Vor- und Nachteile (rechnerische Begründung) !

Lösung zu Aufgabe 2.4:

Stern-Dreieck-Anlauf: Beim direkten Einschalten von Asynchronmotoren ans Netz ist der Einschaltstrom sehr hoch (typischerweise 5 ... 7-facher Nennstrom). Durch Einschalten des Motors in Y-Schaltung anstelle der für Nennbetrieb vorgesehenen Δ-Schaltung wird dieser Strom auf 33% verringert – allerdings auch das Anfahrmoment.

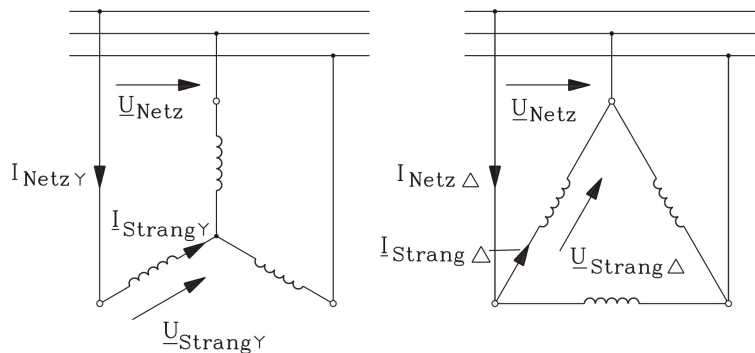


Bild 2.4-1: Stern-Dreieck-Anlauf

Rechnerischer Nachweis:

Sternschaltung	Dreieckschaltung
$U_{LL} = \sqrt{3} \cdot U_{ph,Y}$	$U_{LL} = U_{ph,\Delta}$
$I_{LL,Y} = I_{ph,Y}$	$I_{LL,\Delta} = \sqrt{3} \cdot I_{ph,\Delta}$
$Z_{ph} = \frac{U_{ph,Y}}{I_{ph,Y}} = \frac{U_{ph,\Delta}}{I_{ph,\Delta}} \Rightarrow$	
$I_{LL,Y} = I_{ph,\Delta} \cdot \frac{U_{ph,Y}}{U_{ph,\Delta}} = I_{LL,\Delta} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_{LL} / \sqrt{3}}{U_{LL}} = I_{LL,\Delta} \cdot \frac{1}{3}$	
$I_{LL,Y} = \frac{1}{3} \cdot I_{LL,\Delta}$	
$M_1 \sim U_{ph}^2 \Rightarrow \frac{M_{1Y}}{M_{1\Delta}} = \left(\frac{U_{ph,Y}}{U_{ph,\Delta}} \right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{1}{3}$	

Voraussetzung für Y-Δ-Anlauf: Alle 6 Enden der Drehstromwicklung U, X, V, Y, W, Z sind zugänglich und somit an den mechanischen Y-Δ-Umschalter anschließbar.

Aufgabe 2.5: Kreisdiagramm aus Prüffelddaten mit Ummagnetisierungs- und Reibungsverlusten

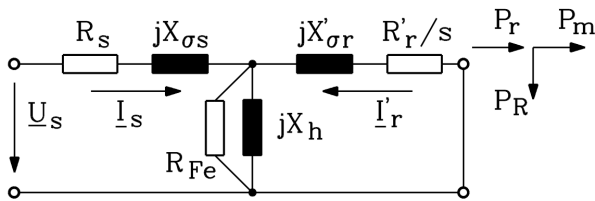
Aus den Prüffelddaten einer Schleifringläufer-Asynchronmaschine hat der Prüffeldingenieur das Kreisdiagramm konstruiert. Man entnimmt aus dem Kreisdiagramm der Leiterströme der Asynchronmaschine für den Punkt P die Werte in A (Ampere):

Strecke $\overline{AA'}$ = 2 A, Strecke \overline{PA} = 194 A, Strecke \overline{PD} = 192 A, Strecke \overline{BD} = 7 A,

Strecke \overline{CD} = 18 A, wobei die Strecke $\overline{AA'}$ näherungsweise den Wirkanteil des Ständerstroms zur Deckung der Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste darstellt (Bild

2.5-1). Diese näherungsweise Berücksichtigung der Ummagnetisierungs - und Reibungsverluste kann mit dem Ersatzschaltbild in Bild 2.5-2 B verstanden werden:

A:



B:

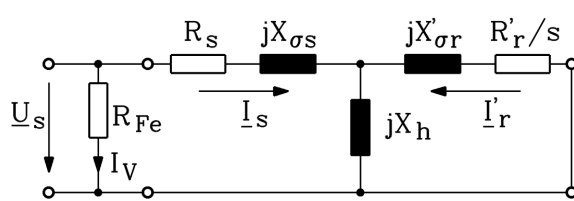


Bild 2.5-2: Ersatzschaltbild für eine Phase einer Asynchronmaschine:

A: Richtige Berücksichtigung von Ummagnetisierungsverlusten P_{Fe} mit Widerstand R_{Fe} parallel zu X_h , und Abzug von Reibungsverlusten P_R an der Achse

B: Näherungsweise Berücksichtigung der Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste mit R_{Fe} parallel zur Netzspannung

Exakte Methode: A:

$$P_{Fe} = 3 \cdot \frac{U_h^2}{R_{Fe}} \quad P_r = \left(\frac{R'_s}{s} - R'_r \right) \cdot I_r'^2 \cdot 3 \quad P_m = P_r - P_R$$

Näherungsmethode B:

$$P_{Fe+R} = 3 \cdot \frac{U_s^2}{R_{Fe}} \quad I_V = \frac{U_s}{R_{Fe}} \quad P_{Fe+R} = 3 \cdot U_s \cdot I_V \quad \text{Strecke } \overline{AA'} \hat{=} I_V!$$

Bestimmen Sie die zugehörigen Werte

- a1) der Ständerverluste ohne Ummagnetisierungs - und Reibungsverluste,
- a2) der Ständerverluste inklusive Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste,

b) der Läuferverluste,

c) des entwickelten Drehmoments (in Nm),

d) des Wirkungsgrads

für Sternschaltung mit $m_s = 3$, $U_{LL} = 380V$ (verkettet), $n_{syn} = 1500/min$

Lösung zu Aufgabe 2.5:

a1) ohne Ummagnetisierungs - und Reibungsverluste:

$$\overline{PA} \hat{=} I_{s,active} \Rightarrow P_s = 3 \cdot U_s \cdot I_{s,active} = 3 \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi: \text{ zugeführte Ständerwirkleistung}$$

$$\overline{PB} \times 3 \cdot U_s = P_\delta: \text{ Luftspaltleistung; } U_s = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V (Strangspannung)}$$

$$\overline{CB} \times 3 \cdot U_s = P_{Cu,r}: \text{ Läufer - Schlupfverluste}$$

$$\overline{PC} \times 3 \cdot U_s = P_m: \text{ mechanisch abgegebene Leistung}$$

$$\text{Ständer - Stromwärmeverluste: } P_{Cu,s} = P_s - P_\delta = 3 \cdot U_s \cdot (\overline{PA} - \overline{PB}) = 3 \cdot 220 \cdot (194 - 185) = \underline{\underline{5.94 \text{ kW}}}$$

$$\overline{PB} = \overline{PD} - \overline{BD} = 192 - 7 = 185 \text{ A}$$

a2) Stromwärmeverluste im Ständer + Ummagnetisierungsverluste + Reibungsverluste (siehe Bild 2.5-1):

$$P_{Cu,s} + P_{Fe+R} = 3 \cdot 220 \cdot (\overline{PA'} - \overline{PB}) = 3 \cdot 220 \cdot (196 - 185) = \underline{\underline{7260 \text{ W}}}$$

$$\overline{PA'} = 194 + 2 = 196 \text{ A}$$

$$P_{Fe+R} = 3 \cdot 220 \cdot 2 = \underline{\underline{1320 \text{ W}}}$$

$$\overline{AA'} = 2 \text{ A}$$

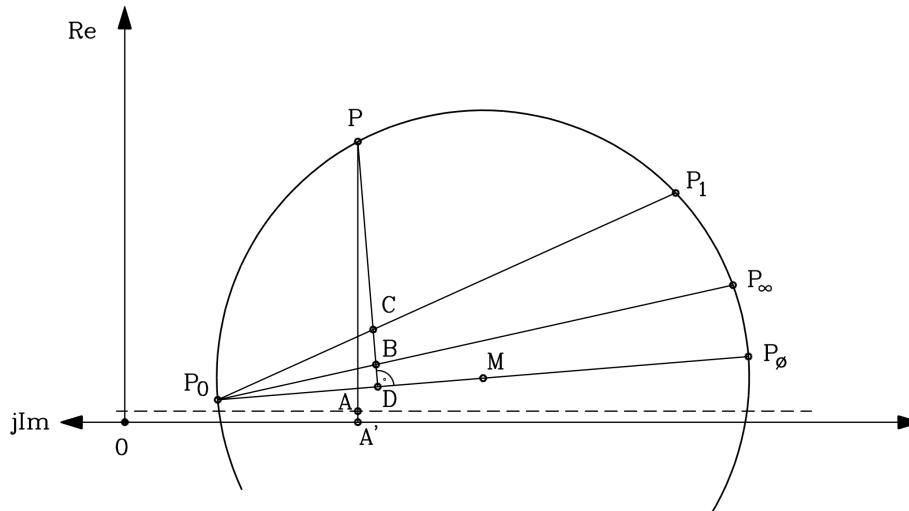


Bild 2.5-1: Kreisdiagramm inklusive Ständer-Stromwärmeverluste (OSSANNA-Kreis) sowie Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste

b)

$$P_{Cu,r} = 3 \cdot 220 \cdot 11 = \underline{\underline{7260 \text{ W}}}$$

$$\overline{CB} = \overline{CD} - \overline{BD} = 18 - 7 = 11 \text{ A}$$

c)

$$M_e = \frac{P_\delta}{\omega_{syn}} = \frac{122100}{157} = \underline{\underline{778 \text{ Nm}}}$$

$$\omega_{syn} = 2\pi \cdot \frac{1500}{60} = 157 \text{ s}^{-1}, \quad P_\delta = 3 \cdot 220 \cdot 185 = 122.1 \text{ kW}$$

$$\overline{PB} = 185 \text{ A}$$

d)

$$\eta = \frac{P_m}{P_m + P_{Cu,s} + P_{Fe+R} + P_{Cu,r}} = \frac{114840}{114840 + 7260 + 7260} = \underline{\underline{88.78 \%}}$$

$$P_m = P_\delta - P_{Cu,r} = 122100 - 7260 = 114840 \text{ W}$$

Aufgabe 2.6: OSSANNA-Kreis und Schlupfgerade aus Messdaten

Von einem Drehstrom-Asynchronmotor mit Schleifringläufer ($2p = 4$, $f = 50 \text{ Hz}$) sind folgende Messdaten bekannt: ohmscher Widerstand der Läuferwicklung: $R_r = 0.3 \Omega/\text{Strang}$, Y:

- a) Leerlaufmessung: $I_{s0} = 14 \text{ A}$
 $P_0 = 0.66 \text{ kW}$
 $U_{s0} = U_N = 380 \text{ V Y}$

- b) Kurzschlussmessung: $I_{s1} = 220 \text{ A}$
 $P_1 = 46.7 \text{ kW}$
 $U_{s1} = U_N = 380 \text{ V Y}$
- c) Lastpunkt: $I_s = 196 \text{ A}$ bei $\cos \varphi = 0.57$
- 1) Zeichnen Sie das maßstäbliche Kreisdiagramm (bei Vernachlässigung der Eisen- und Reibungsverluste und unter der Annahme, dass im Kurzschlusspunkt $P_{Cu,s} = P_{Cu,r}$ gilt). Empfehlung: 1mm = 1 A, Format A4 quer.
 - 2) Ermitteln Sie daraus die maßstäbliche Momentenkennlinie $M = f(n)$ für den Schlupfbereich $1.5 > s > 0$.
 - 3) Wie groß muss der Wert R_v eines Läufer-Vorwiderstandes pro Strang sein, damit der Motor an Nennspannung mit 80 % des Kippmomentes anläuft?
 - 4) Wie groß ist der Einschaltstrom I_{s1} mit dem Läufer-Vorwiderstand R_v bei Vernachlässigung des Einschwingvorganges?
 - 5) Zeichnen Sie die Momentenkennlinie $M = f(n)$ für den Betrieb mit dauernder Einschaltung von R_v .

Lösung zu Aufgabe 2.6:

1) Konstruktion des OSSANNA-Kreises:

Vom Leerlaufspannungszeiger (Länge 1,4cm, Phasenwinkel $85,9^\circ$) den Punkt P_0 des Kreisdiagramms einzeichnen Bild 2.6-3). Vom Stillstandsstromzeiger (Rotor festgebremst) (Länge 22cm, Phasenwinkel $71,2^\circ$) den Punkt P_1 bestimmen. Ein dritter Punkt P_3 wird durch den Strom 196A (19,6cm) bei 55° bestimmt. Von diesen drei Punkten kann der Kreismittelpunkt folgendermaßen abgeleitet werden:

- Normalen auf die Strecken $\overline{P_0P_1}$, $\overline{P_0P_3}$ zeichnen, so dass diese Abschnitte halbiert werden.
- Der Schnittpunkt dieser beiden Normalen ergibt den Kreismittelpunkt M . (Bild 2.6-3)

Mit M kann der Durchmesserpunkt P_∞ bestimmt werden.

Bei $s = 1$: Gemäß Angabe sind Stator- und Rotor-Stromwärmeverluste gleich groß. Dies wird zur Bestimmung von P_∞ verwendet.

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_{s1} \cdot \cos \varphi_1 = 46700 \text{ W}, U_s = 220 \text{ V}, P_1 = 3 \cdot U_s \cdot \overline{P_1A} \Rightarrow \overline{P_1A} = 7.1 \text{ cm}$$

$$P_{Cu,s} = 3 \cdot U_s \cdot (\overline{P_1A} - \overline{P_1B}) = P_{Cu,r} = 3 \cdot U_s \cdot \overline{P_1B} \Rightarrow \overline{P_1A} - \overline{P_1B} = \overline{P_1B}: \overline{P_1B} \cong 7.1/2 = 3.55 \text{ cm}$$

- Die Strecke $\overline{P_1B}$ steht senkrecht auf den Kreisdurchmesser (eine Linie zwischen P_0 und P_∞). Die Verlängerung der Linie zwischen P_0 und B ergibt P_∞ (die **Momentengerade**).

2) Mit der Konstruktion der Schlupfgeraden g_s (Bild 2.6-1) wird Bild 2.6-4 bestimmt.

Das Drehmoment wird in Punkt P aus dem Kreisdiagramm mit $M_e = \frac{P_\delta}{2\pi \cdot f_s / p} = \frac{3 \cdot U_s \cdot \overline{PB}}{2\pi \cdot f_s / p}$

bestimmt. Die Drehzahl ergibt sich aus $n = (1 - s) \cdot f_s / p$.

s	-	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.5
\overline{PB}	A	0	85	101	90	76	65	55	43	35	29	25
M_e	Nm	0	357	424	378	319	273	231	180	147	122	105
n	1/min	1500	1350	1200	1050	900	750	600	300	0	-300	-750

Tabelle 2.6-1: $M(n)$ -Kurve mit Schlupfbezifferung aus Kreisdiagramm ermittelt (Bild 2.6-5)

Die Kurve $M_e(n)$ ist in Bild 2.6-5 zu sehen. Kippmoment bei Schlupf 0.17 mit 426 Nm. Bei Ffstgebremstem Läufer ($s = 1$) ist das Moment 147 Nm.

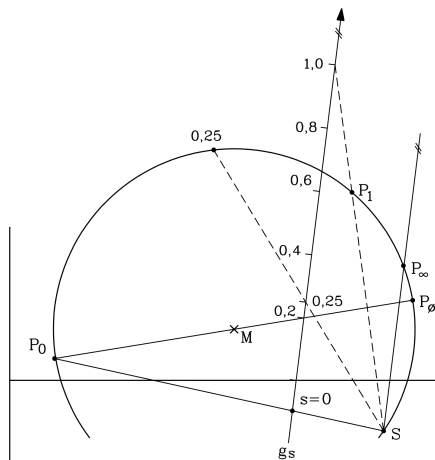


Bild 2.6-1: Konstruktion der Schlupfgeraden

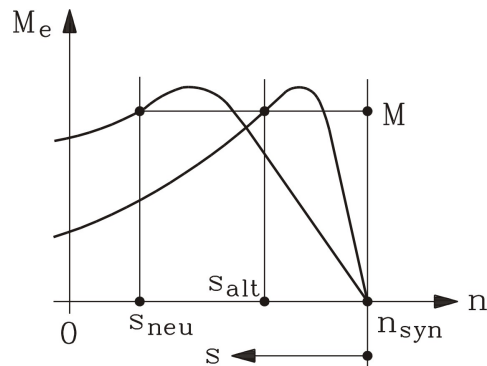


Bild 2.6-2: Scherung der Momentenkennlinie

3) Anlaufmoment soll 80% des Kippmoments betragen: $0.8 \cdot 426 = 341 \text{ Nm}$ bei $s = 1$. In Bild 2.6-5 tritt das Moment bei $s = 0.36$ auf. Es wird also ein externer Läuferwiderstand benötigt:

$$\frac{R_r + R_v}{R_r} = \frac{s^*}{s} = \frac{1}{0.36} \Rightarrow R_v = \underline{\underline{0.53 \Omega}} \text{ pro Strang}$$

4) Strom mit R_v bei $s = 1$ entspricht Strom ohne R_v bei $s = 0.36$. Aus dem Kreisdiagramm ergibt sich: $I_s = \underline{\underline{196 \text{ A}}}$.

5) Die neue $M(n)$ -Kurve mit externem Läuferwiderstand 0.53 Ohm in Bild 2.6-5 wird durch

Scherung der alten $M(n)$ -Kurve nach $\frac{s_{new}}{s_{old}} = \frac{R_r + R_v}{R_r} = 2.77$ gezeichnet.

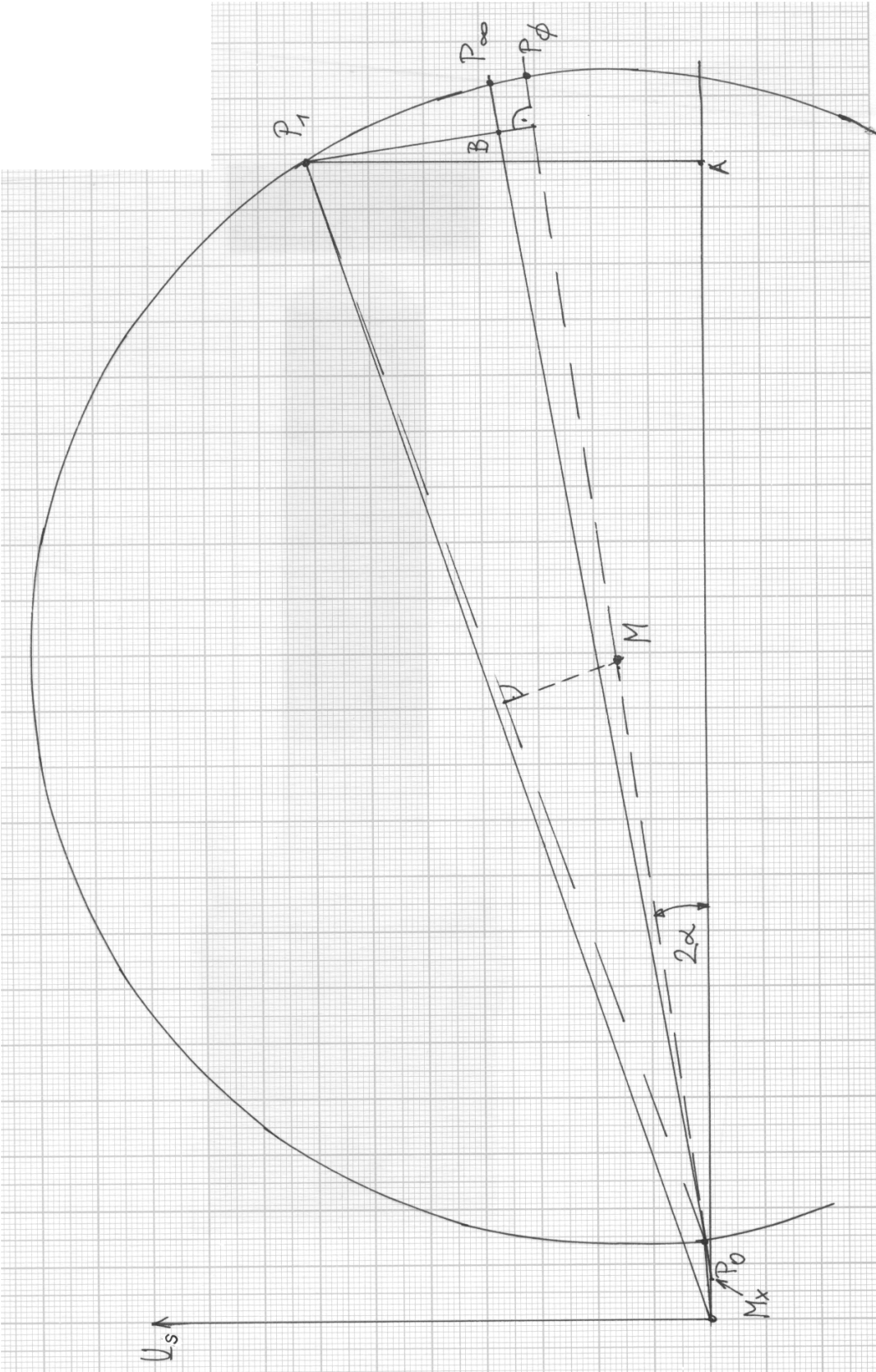


Bild 2.6-3: Konstruktion des OSSANNA-Kreises

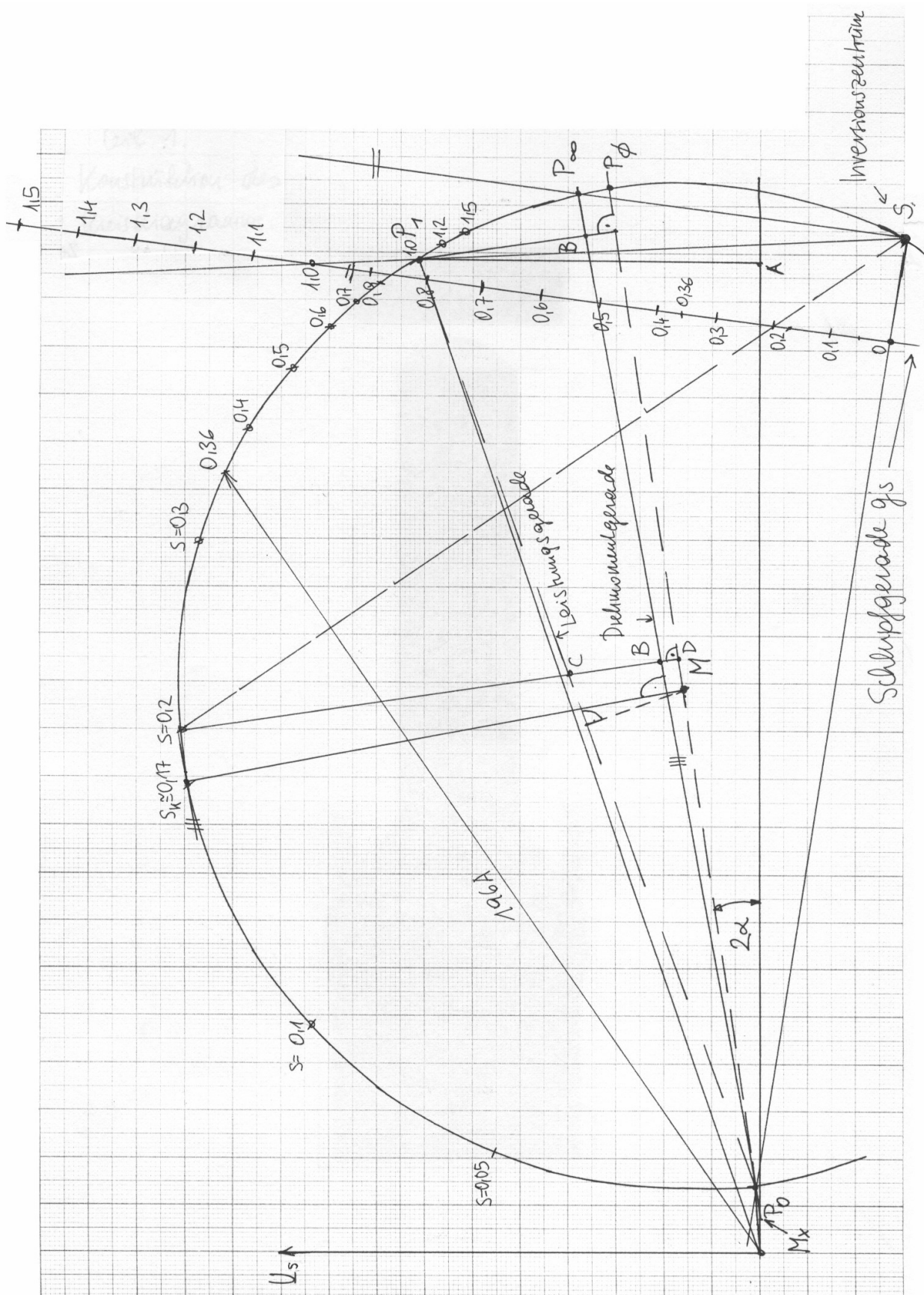


Bild 2.6-4: Konstruktion der Schlupfgeraden und Schlupfbestimmung beim OSSANNA-Kreis

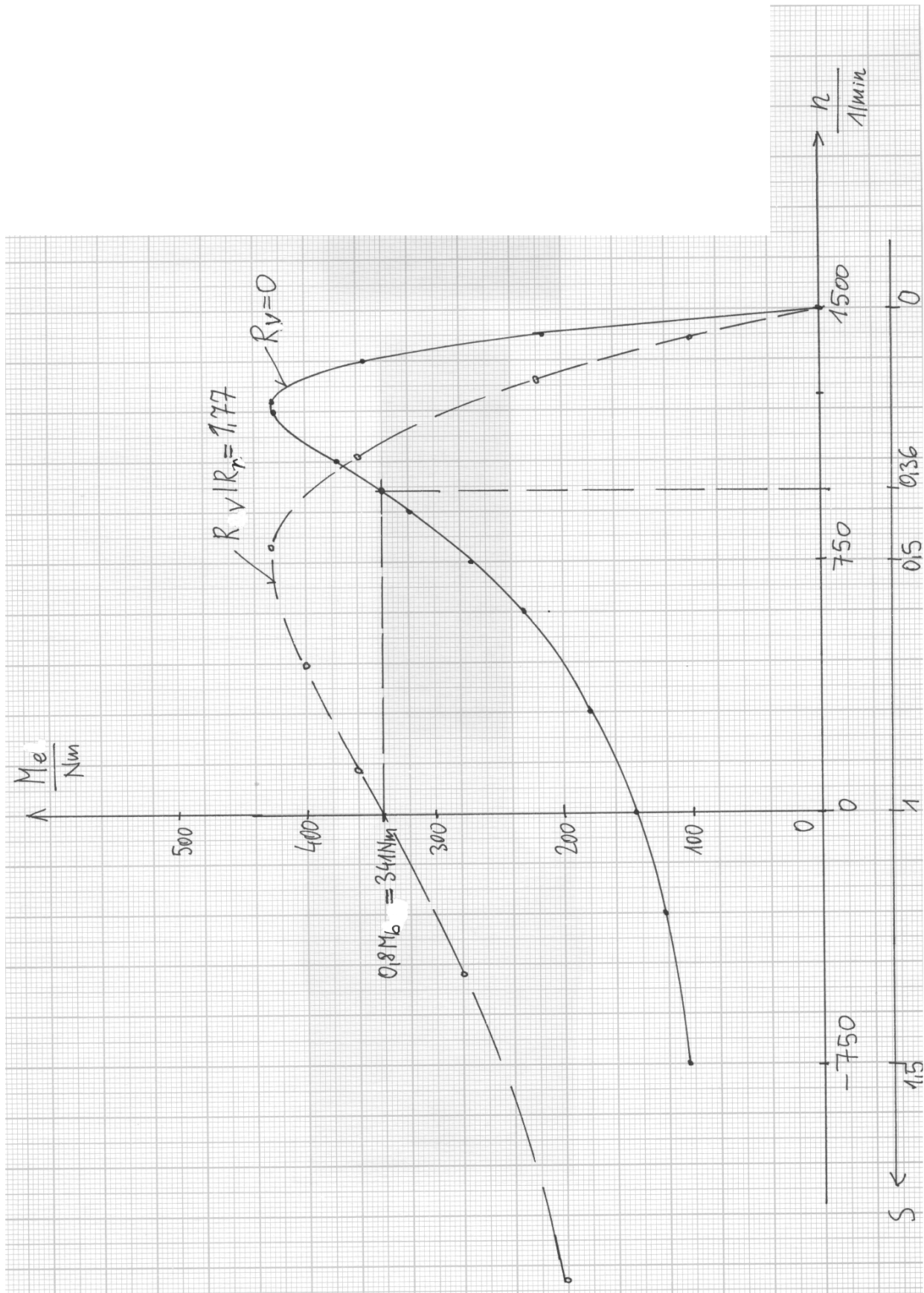


Bild 2.6-5: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie, gewonnen aus dem OSSANNA-Kreis, mit und ohne äußerem Läuferwiderstand

Aufgabe 2.7: Zuckerzentrifugen-Antrieb

Für den Antrieb einer Zentrifuge in der Zuckerfabrik soll ein Motor beschafft werden. Von der ausgewählten Asynchronmaschine für 630 kW mit Kurzschlussläufer sind die Impedanzen pro Strang laut Bild 2.7-1 bekannt (Blindwiderstände für 50 Hz). Die Polzahl $2p$ ist 4.

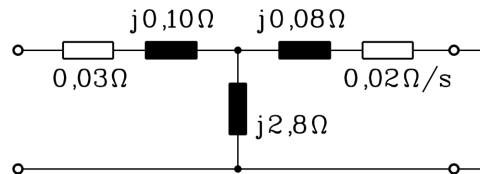


Bild 2.7-1: T-Ersatzschaltbild je Strang des gewählten Käfigläufer-Asynchronmotors

Die Maschine wird in Δ -Schaltung an 500 V Ständerspannung am Umrichter betrieben.

- 1) Berechnen Sie die Synchrondrehzahlen bei 50 und 75 Hz.
- 2) Ermitteln Sie das vereinfachte *OSSANNA*-Kreisdiagramm (der Kreismittelpunkt ist näherungsweise auf der Achse normal zu \underline{U}_s anzunehmen) bei a) 50 Hz und b) 75 Hz bei 500 V aus den Schlupfwerten $s = 0$ (idealer Leerlauf) und $s = \infty$ (ideeller Kurzschlusspunkt). (Empfohlener Maßstab: $1\text{cm} \hat{=} 200\text{A}$).
- 3) Bestimmen Sie graphisch aus dem Kreisdiagramm das Kippmoment M_b bei 50 und 75 Hz. Diskutieren Sie das Ergebnis !
- 4) Im Prüffeld des Herstellers wird der Motor am 50 Hz-Netz bei 500 V betrieben. Beim Anfahren $s = 1$ steigt der Rotorwiderstand infolge Stromverdrängung auf 300% des Werts von Bild 2.7-1. Bestimme das zugehörige Anfahrmoment und vergleiche es mit dem Wert bei vernachlässigter Stromverdrängung.
- 5) Der gemessene Leistungsfaktor des Motors im Stillstand beträgt 0.4. Ist der gemessene Anzugsstrom größer als der berechnete Wert, wenn die Stromverdrängung gemäß 4) berücksichtigt wird ?

Lösung zu Aufgabe 2.7:

- 1) $n_{syn,50} = f_s / p = 50 / 2 = 25 / s = \underline{1500 / \text{min}}$, $n_{syn,75} = f_s / p = 75 / 2 = 37.5 / s = \underline{2250 / \text{min}}$
- 2) Vereinfachtes *OSSANNA*-Kreisdiagramm: Der Mittelpunkt M liegt auf der Abszisse. Strom & Spannung im Kreisdiagramm sind Strangwerte. Dreieckschaltung: Verkettete Spannung 500 V ist auch Strangspannung. Spannungszeiger in reelle Achse gelegt: $\underline{U}_s = U_s = 500\text{V}$.

a) 50 Hz: Leerlauf: $s = 0$

$$\underline{I}_{s0} = \frac{U_s}{R_s + j(X_{s\sigma} + X_h)} = \frac{500}{0.03 + j(0.1 + 2.8)} = (1.78 - j172.4)\text{A}$$

Ideeller Kurzschlusspunkt: $s = \infty$:

$$\underline{I}_{s\infty} = \frac{U_s}{R_s + jX_{s\sigma} + j\left(\frac{X_h X'_{r\sigma}}{X_h + X'_{r\sigma}}\right)} = \frac{500}{0.03 + j0.1 + j\left(\frac{2.8 \cdot 0.08}{2.8 + 0.08}\right)} = (461.5 - j2735.4)\text{A}$$

b) 75 Hz: Die Reaktanzen nehmen zu im Verhältnis $75/50 = 1.5$!

Leerlauf: $s = 0$

$$\underline{I}_{s0} = \frac{U_s}{R_s + j(X_{s\sigma} + X_h)} = \frac{500}{0.03 + j(0.15 + 4.2)} = (0.8 - j115)\text{A}$$

Ideeller Kurzschlusspunkt $s = \infty$:

$$\underline{I}_{s\infty} = \frac{U_s}{R_s + jX_{s\sigma} + j\left(\frac{X_h X'_{r\sigma}}{X_h + X'_{r\sigma}}\right)} = \frac{500}{0.03 + j0.15 + j\left(\frac{4.2 \cdot 0.12}{4.2 + 0.12}\right)} = (205.5 - j1839)A$$

Mit den beiden Punkten $s = 0$ (P_0) und $s = \infty$ (P_∞) wird eine Senkrechte auf die Strecke $\overline{P_0 P_\infty}$ gezeichnet, die diese Strecke in zwei Hälften teilt. Der Schnittpunkt dieser Senkrechten mit der Abszisse (-Im-Achse) ergibt den Kreismittelpunkt M des vereinfachten OSSANNA-Kreisdiagramms (Bilder 2.7-3, 2.7-4).

3) Kippmoment: $M_b = \frac{P_{\delta,b}}{2\pi \cdot f_s / p} = \frac{3 \cdot U_s \cdot \overline{P_b B}}{2\pi \cdot f_s / p}$

Der Punkt P_b wird graphisch bestimmt mit einer Parallelen zur Drehmomentgerade $\overline{P_0 P_\infty}$ (siehe Bilder 2.7-3, 2.7-4).

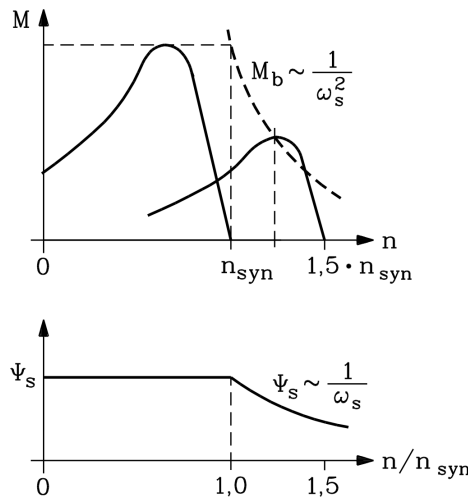


Bild 2.7-2: Abnahme des Kippmoments bei konstanter Ständerspannung und steigender Ständerfrequenz

Bei $f_s = 50$ Hz: $\overline{P_b B} = 1100A \hat{=} 5.5cm$: $M_{b,50} = \underline{10504 Nm}$

Bei $f_s = 75$ Hz: $\overline{P_b B} = 780A \hat{=} 3.9cm$: $M_{b,75} = \underline{4965 Nm}$

Diskussion des Ergebnisses:

Das Verhältnis $\frac{M_{b,75}}{M_{b,50}} = \frac{4965}{10504} = 0.47$ besagt in Übereinstimmung mit der Theorie, dass

bei konstanter Spannung das Kippmoment mit dem Quadrat der Ständerfrequenz sinkt auf Grund der Feldschwächung (Bild 2.7-2):

$$\frac{M_{b,75}}{M_{b,50}} = \left(\frac{50}{75}\right)^2 = 0.44$$

4) Mit Stromverdrängung: Rotorwiderstand: $R'_r = 3 \cdot 0.02 = 0.06\Omega$

Anzugsmoment: $M_1 = \frac{P_{Cu,r}}{2\pi \cdot f_s / p}$, $P_{Cu,r} = P_{e,in} - P_{Cu,s} = 3 \cdot U_s \cdot I_{s,1} \cdot \cos\varphi_1 - 3R_s I_{s,1}^2$

$$\underline{I}_{s,1} = \frac{U_s}{R_s + jX_{s\sigma} + \frac{jX_h \cdot (R'_r + jX'_{r\sigma})}{R'_r + j(X_h + X'_{r\sigma})}} = \frac{500}{0.03 + j0.1 + \frac{j2.8 \cdot (0.06 + j0.08)}{0.06 + j(2.8 + 0.08)}} = (1096 - j2263)A$$

$$I_{s,1} = 2513A, \quad I_{s,1} \cos \varphi_1 = 1096A, \quad P_{Cu,r} = 3 \cdot 500 \cdot 1096 - 3 \cdot 0.03 \cdot 2513^2 = 1075.2 \text{ kW}$$

$$M_1 = \frac{1075200}{2\pi \cdot 50/2} = \underline{\underline{6844}} \text{ Nm}$$

Ohne Stromverdrängung: Rotorwiderstand: $R'_r = 0.02\Omega$

$$\underline{I}_{s,1} = \frac{500}{0.03 + j0.1 + \frac{j2.8 \cdot (0.02 + j0.08)}{0.02 + j(2.8 + 0.08)}} = (718.2 - j2613)A$$

$$I_{s,1} = 2710A, \quad I_{s,1} \cos \varphi_1 = 718.2A, \quad P_{Cu,r} = 3 \cdot 500 \cdot 718.2 - 3 \cdot 0.03 \cdot 2710^2 = 416.33 \text{ kW}$$

$$M_1 = \frac{416330}{2\pi \cdot 50/2} = \underline{\underline{2650}} \text{ Nm}$$

Vergleiche: Infolge der Stromverdrängung steigt das Anzugsmoment um 158% !

5) Gemessener Leistungsfaktor bei $s = 1$: 0.4; ergibt Phasenwinkel $\varphi_1 = 66.4^\circ$. Damit erhält man aus dem *OSSANNA*-Kreis Bild 2.7-3 bei 50 Hz einen Anzugsstrom 2520 A. Dieser ist kaum größer als der unter 4) berechnete Wert bei Berücksichtigung der Stromverdrängung, 2513 A. Abweichung: nur 0.3%. Rechnungs- und Messwert sind annähernd gleich groß !

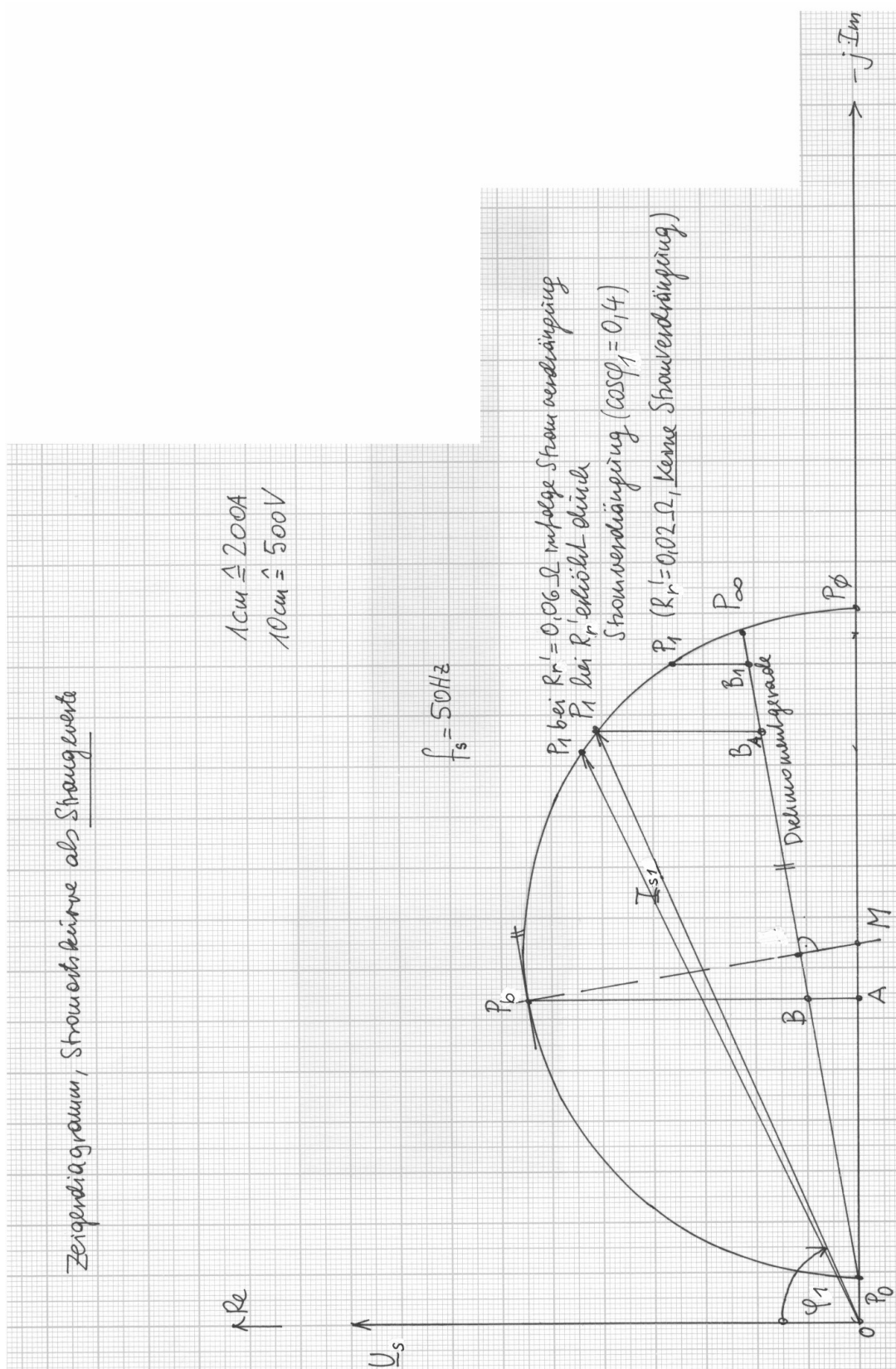


Bild 2.7-3: Vereinfachter OSSANNA-Kreis bei 50 Hz

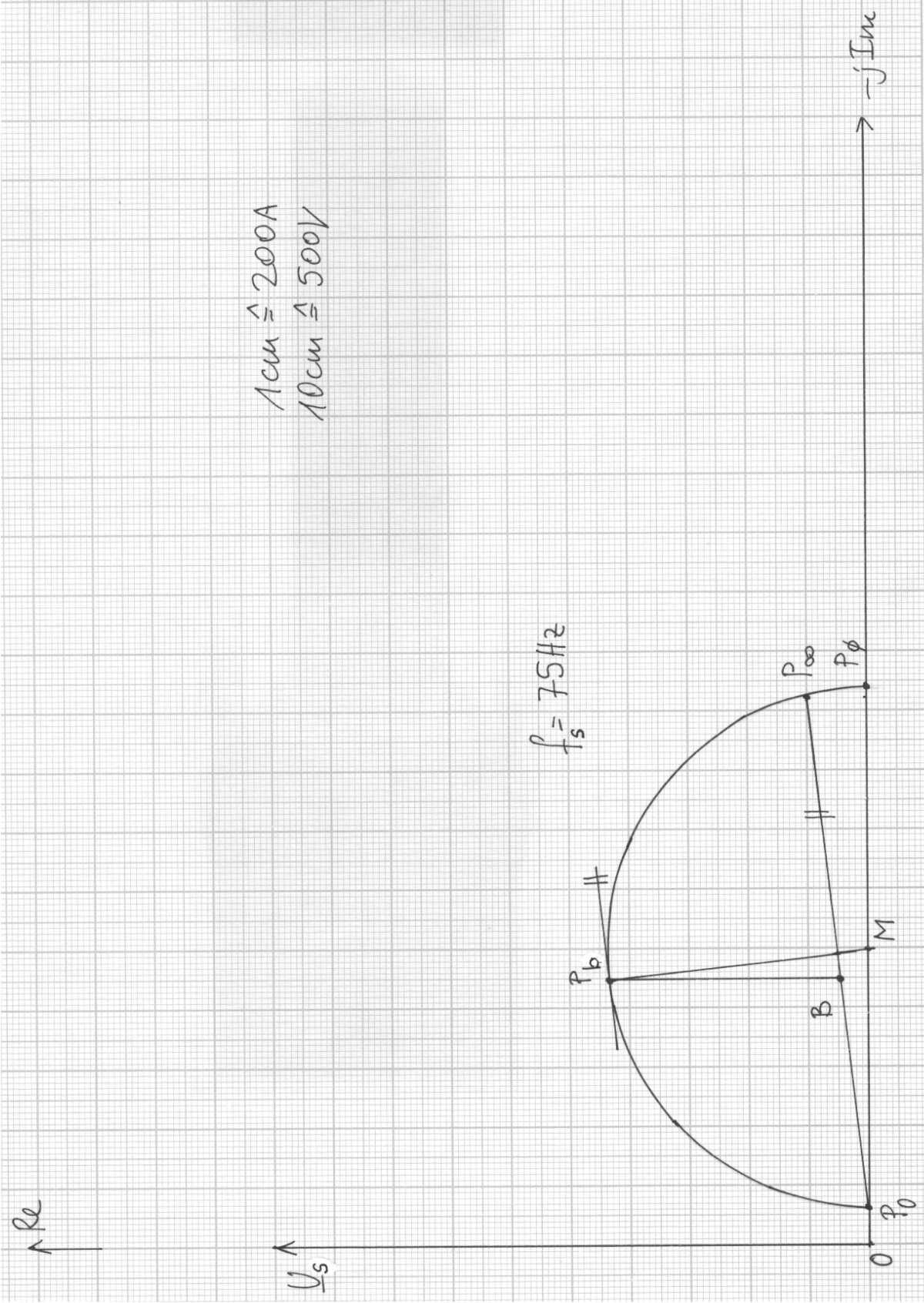


Bild 2.7-4: Vereinfachter OSSANNA-Kreis für 75 Hz

Aufgabe 2.8: Antrieb für eine Holzverarbeitungsmaschine

Ein Drehstrom-Asynchronmotor mit folgenden Daten soll in einer Holzverarbeitungsmaschine eingesetzt werden.

$$U_N = 380 \text{ V } \Delta, \quad I_N = 80 \text{ A}, \quad 2p = 8, \quad f_N = 50 \text{ Hz},$$

$$\text{Leerlauf: } I_{s0} = 30 \text{ A}, \quad \cos \varphi_0 \approx 0,$$

$$\text{Kurzschluss: } I_{s1} = 400 \text{ A}, \quad \cos \varphi_1 = 0.4$$

$$\text{Stator-Wicklungswiderstand } R_s = 0,2 \text{ } \Omega/\text{Strang}.$$

Die angegebenen Spannungen und Ströme sind Außenleitergrößen.

- 1) Wie groß ist das Drehmoment des Motors im Stillstand (= Anfahren) bei Nennspannung? (Alle Verluste außer den Stromwärme-Verlusten $P_{Cu,s}$ und $P_{Cu,r}$ sind näherungsweise zu vernachlässigen.)
- 2) Wie groß ist der Netz-Einschaltstrom und das Anzugsmoment bei Y/ Δ - Anlauf? (Begründung!)
- 3) Bestimmen Sie aus dem maßstäblich gezeichneten Kreisdiagramm den zur Nennlast gehörenden Wert des Leistungsfaktors $\cos \varphi$. (Empfehlung: Format DIN A4 quer, 1 cm = 10 A)

Lösung zu Aufgabe 2.8:

1)

$$s = 1: M_1 = \frac{P_{Cu,r}}{\omega_{syn}} = \frac{P_{e,in} - P_{Cu,s}}{2\pi f_s / p}, \quad P_{e,in} = \sqrt{3} \cdot U_N I_{s1} \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 400 \cdot 0.4 = 105.3 \text{ kW},$$

$$P_{Cu,s} = 3 \cdot R_s \cdot I_{s1,phase}^2 = 3 \cdot 0.2 \cdot (400/\sqrt{3})^2 = 32.0 \text{ kW}, \quad P_{Cu,r} = 105.3 - 32.0 = 73.3 \text{ kW}$$

$$\omega_{syn} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_s}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50}{4} = 78.54 \text{ s}^{-1} \quad M_1 = \frac{73300}{78.54} = \underline{\underline{933 \text{ Nm}}}$$

2) Einschaltstrom direkt wäre $I_{s,1} = 400 \text{ A}$. Bei Y/D-Umschaltung ist beim Anfahren mit Y der Strom nur 1/3, da

1. die Strangspannung nur $380/\sqrt{3} = 220 \text{ V}$ beträgt

2. bei Y-Schaltung der Aussenleiterstrom gleich dem Strangstrom ist, somit um $1/\sqrt{3}$ kleiner als bei D.

$$I_{1Y} = \frac{400}{3} = \underline{\underline{133.3 \text{ A}}}, \quad M_{1Y} = \frac{933}{3} = \underline{\underline{311 \text{ Nm}}}.$$

3) Vereinfachter *OSSANNA*-Kreis wird aus den Punkten P_0 und P_1 konstruiert:

$$P_0: \cos \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 90^\circ, \quad I_{s0,Phase} = 30/\sqrt{3} = 17.3 \text{ A}$$

$$P_1: \cos \varphi_1 = 0.4 \Rightarrow \varphi_1 = 66.4^\circ, \quad I_{s1,Phase} = 400/\sqrt{3} = 231 \text{ A}.$$

Senkrechte Linie auf dem Mittelpunkt der Strecke $\overline{P_0P_1}$ ergibt den Kreismittelpunkt M am Schnittpunkt mit der reellen Achse. Bestimmung der Momentenlinie $\overline{P_0P_\infty}$ durch Auswertung von Stator- und Rotorwindungsverlusten (Werte aus 1)) bei stillstehendem Rotor (Bild 2.8-1):

$$\left. \begin{array}{l} \overline{P_1B_1} \cdot 3 \cdot U_{s1} = P_{Cu,r} \Rightarrow \overline{P_1B_1} = \frac{73300}{3 \cdot 380} = 64.3 \text{ A} \\ \overline{B_1A_1} \cdot 3 \cdot U_{s1} = P_{Cu,s} \Rightarrow \overline{B_1A_1} = \frac{32000}{3 \cdot 380} = 28.0 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow P_\infty$$

Nennstrom/Strang: $80/\sqrt{3} = 46.1 \text{ A}$. Mit diesem Wert können wir folgendes aus dem Kreisdiagramm ablesen:

$\varphi_N = 32^\circ$, $\cos \varphi_N = 0.848$

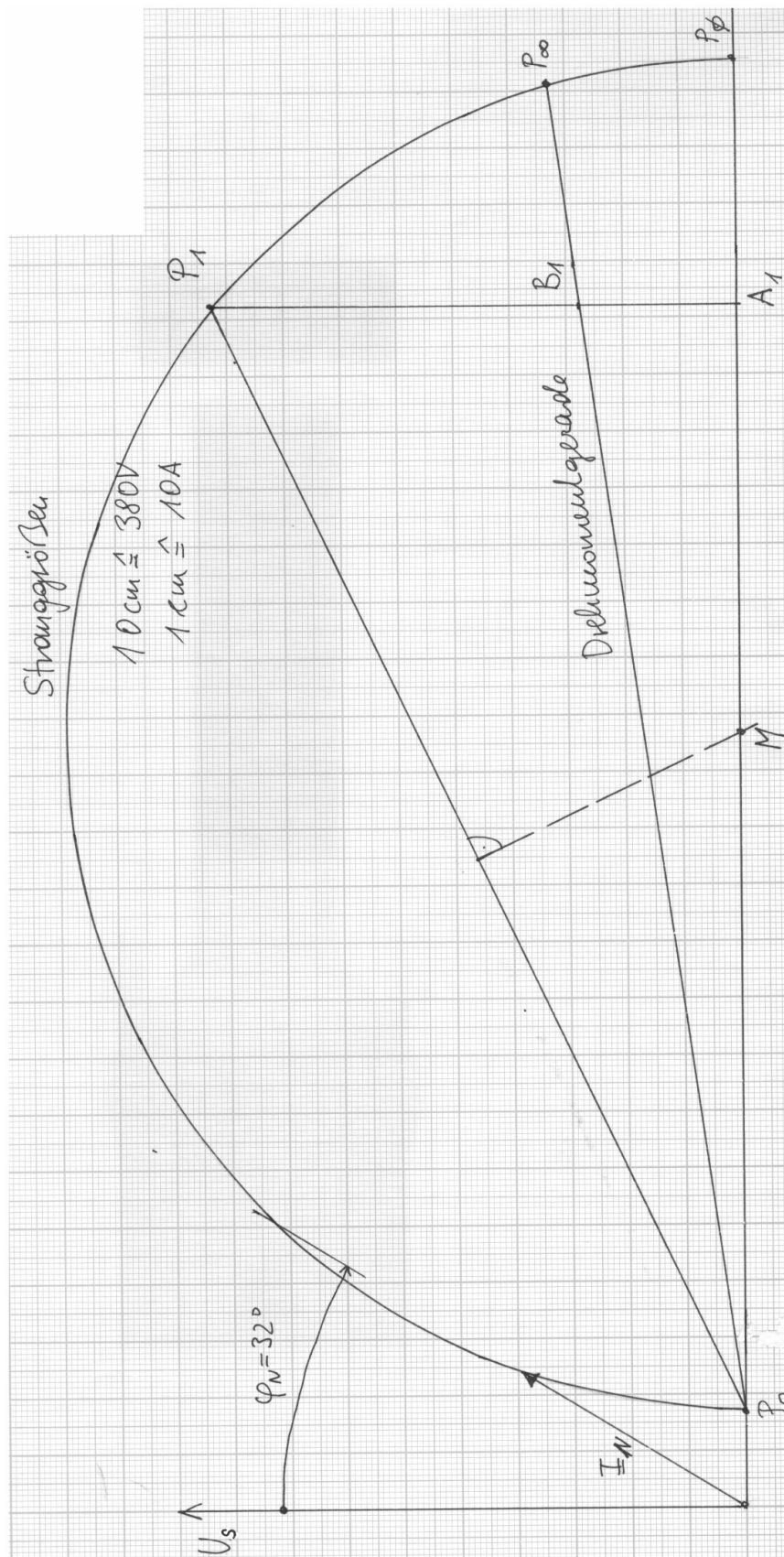


Bild 2.8-1: Vereinfachter OSSANNA-Kreis für Holzverarbeitungsmaschine

Aufgabe 2.9: Antrieb für Schweranlauf

Für den Antrieb von Lasten mit großem Trägheitsmoment (= Schweranlauf) wurde ein Drehstrom-Asynchronmotor mit Schleifringläufer mit folgenden Daten ausgewählt :

$U_{sN} = 380 \text{ V Y (verkettet)}$	$U_{rN} = 280 \text{ V Y (verkettet)}$
$I_{sN} = 264 \text{ A}$	$I_{rN} = 350 \text{ A}$
$P_{sN} = 150 \text{ kW (elektrisch)}$	$R_r = 0.0143 \text{ } \Omega/\text{Strang}$
	$s_b = 0.19$

Auf beiliegendem Kurvenblatt Bild 2.9-3 sind die gemessenen Kennlinien $M = f(n/n_{syn})$ und $I_s = f(n/n_{syn})$ gegeben.

- 1) Wie groß müssen die Werte von Läuferwiderständen (in Ω/Strang) gewählt werden, damit die Maschine im Stillstand ein Anzugsmoment von 2500 Nm entwickelt ?
- 2) Wie groß ist der Einschaltstrom in diesem Fall ?
(Der transiente Einschwingvorgang ist nicht zu berücksichtigen.)
- 3) Bestimmen Sie den Nennschlupf s_N !
- 4) Berechnen Sie das Bremsmoment, wenn, für eingeschaltete Läuferwiderstände nach Punkt 1), bei der Drehzahl $n = 95 \% n_N$ zwei der Netzanschlüsse vertauscht werden (**Gegenstrombremsung**).
- 5) Welche Polzahl hat der Motor ? Wie groß ist der Wirkungsgrad im Nennpunkt ?

Lösung zu Aufgabe 2.9:

1) $M_1 = 2.5 \text{ kNm}$ ist laut Bild 2.9-3 bei Schlupf $s_1 = 0.12$ and $s_2 = 0.3$ zu finden. Mit $s_1 = 0.12$ als gewähltem Startschlupf zum genannten Anfahrmoment, nimmt das Beschleunigungsmoment für $0 < s < 1$ stetig vom Startwert $M_1 = 2.5 \text{ kNm}$ ab, während für $s_2 = 0.3$ das Moment bis M_b zunimmt! Anfahren ist dadurch schneller und kräftiger, weswegen $s_2 = 0.3$ gewählt wird.

$$s = 1 - \frac{n}{n_{syn}}, \quad \frac{R_r}{s} = \frac{R_r + R_V}{1} \quad (s=1) \qquad R_V = \left(\frac{1}{s_2} - 1\right)R_r = \left(\frac{1}{0.3} - 1\right)\frac{R_r}{0.0143} = \underline{\underline{0.033 \text{ } \Omega}}$$

2) Anzugsstrom I_{s1} : laut Bild 2.9-3 ist $I_s(s_2 = 0.3) = \underline{\underline{1250 \text{ A}}}$.

Hier wäre $s_1 = 0.12$ ($R_V = 0.105 \text{ } \Omega$) angemessen, da $I_s(s_1 = 0.12) = 750 \text{ A}$ viel kleiner ist.

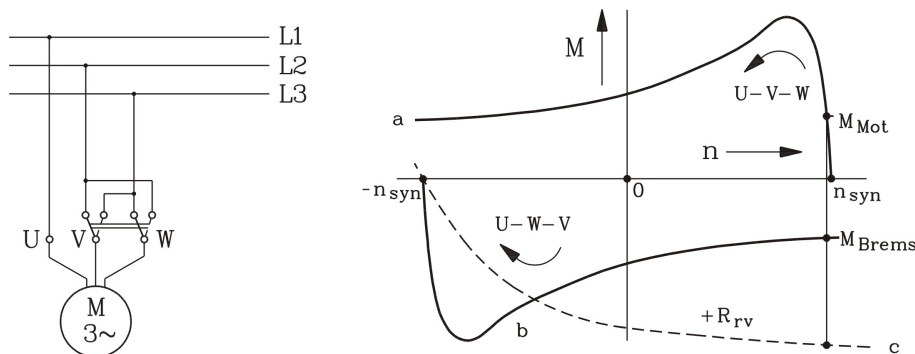
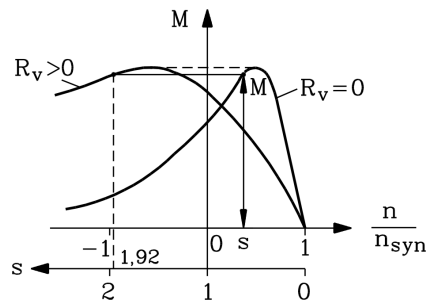


Bild 2.9-1: Gegenstrombremsen durch Tausch zweier Phasen (gestrichelt: mit externem Rotorwiderstand R_{rv})

Bild 2.9-2: Scherung der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie durch R_v

3) $I_{sN} = 264 \text{ A} \rightarrow s_N = 3\%$ gemäß der Kurve in Bild 2.9-3.

4) Gegenstrombremsen (Bild 2.9-1) bei: $n = 0.95 \cdot n_N = 0.95 \cdot (1 - s_N) \cdot n_{syn} = 0.92 \cdot n_{syn}$

$$n_N = (1 - s_N) \cdot n_{syn} = 0.97 \cdot n_{syn}$$

Tausch zweier Phasen: Bewegungsrichtung des Drehfelds kehrt sich um:

$$n_{syn} \rightarrow -n_{syn} \rightarrow \text{neuer Schlupf: } s_{neu} = \frac{-n_{syn} - 0.92 \cdot n_{syn}}{-n_{syn}} = 1.92$$

Bestimmung des Bremsmomentes nach Bild 2.9-1 unter Berücksichtigung des externen Rotorwiderstandes (Bild 2.9-2):

$$\frac{R_r + R_v}{s_{neu}} = \frac{R_r}{s}$$

mit $R_v = 0.033 \Omega$: $s = 0.58$ Bremsmoment: $M(s = 0.58) = M_{brems} = \underline{1700 \text{ Nm}}$ nach Bild 2.9-3.

5) Bild 2.9-3 ergibt bei $s_N = 3\% \rightarrow M_N \approx 900 \text{ Nm}$! Mechanische Ausgangsleistung ist nur um die Verluste kleiner als die elektrische Eingangsleistung.

$$P_m = 2\pi n_N \cdot M_N = 2\pi \cdot 0.97 \cdot M_N \cdot n_{syn} = 137 \text{ kW} \text{ für } n_{syn} = 1500/\text{min}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{2p = 4}}$$

$$\text{Nenn-Wirkungsgrad: } \eta_N = \frac{P_{m,out}}{P_{e,in}} = \frac{P_m}{P_{sN}} = \frac{137}{150} = \underline{\underline{0.913}}$$

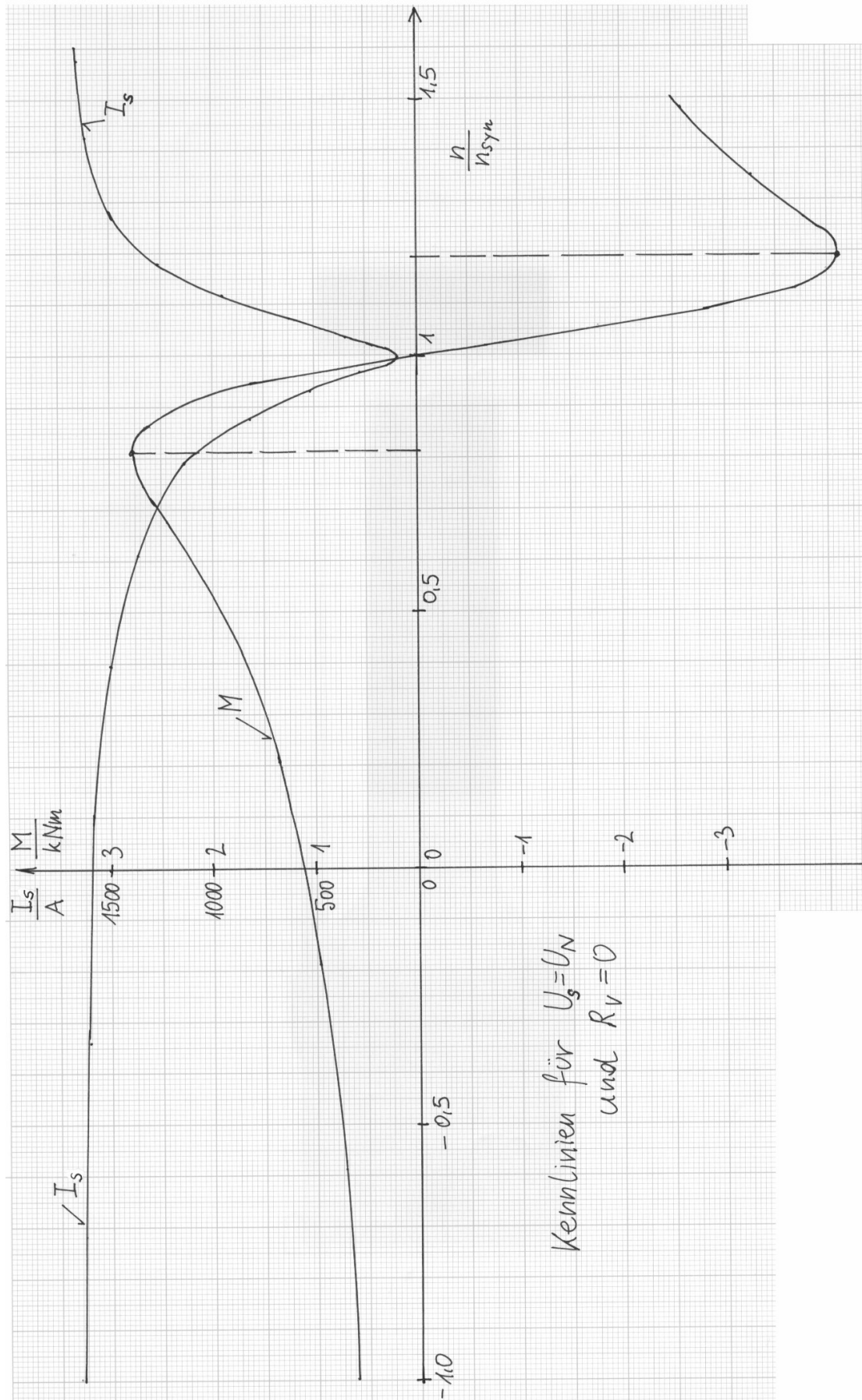


Bild 2.9-3: Gemessene Kennlinie $M = f(n/n_{syn})$ und $I_s = f(n/n_{syn})$ für Läuferkurzschluss bei Nennspannung

Aufgabe 2.10: Zentralantrieb einer Spinnmaschine

Ein Zentralantrieb einer Spinnmaschine, bestehend aus einem netzgespeisten Normasynchronmotor mit 11 kW Leistung, 50 Hz, versorgt über einen Riementrieb mit Riemenübersetzungen (Transmissionswelle) 10 Spinnstationen. Er soll durch einen Gruppenantrieb von 10 dezentralen Antrieben, jeweils bestehend aus Motor und Getriebe, mit je 1.1 kW Motor-Leistung, 50 Hz, 1390/min, 1:53 Getriebeübersetzung, die getrennt steuerbar sind, ersetzt werden. Es stehen zur Auswahl

- (a) Standard-Normasynchronmotoren mit Standard-Getrieben und
- (b) Energiespar-Asynchronmotoren mit Energiespar-Getrieben.

Die Energiesparmotoren sind mit hochwertigem, verlustarmen Elektroblech und verlängertem Blechpaket ausgeführt, die Energiespar-Getriebe mit Synthetiköl anstatt mit Mineralöl. Sie sind daher in der Anschaffung teurer.

		Wirkungsgrad Motor	Wirkungsgrad Getriebe	Preis
(a)	Standardantrieb	0.71	0.66	€ 415,--
(b)	Energiesparantrieb	0.84	0.70	€ 435,--

- 1) Wie groß ist die Abtriebsdrehzahl, die Abtriebsleistung und das Abtriebsdrehmoment für die Varianten a) und b) ?
- 2) Wie groß ist die Polzahl der dezentralen Motoren ?
- 3) Wie groß ist bei einem Drehmomentbedarf von 255 Nm je dezentralem Antrieb die elektrische Wirkleistungsaufnahme für a) und b) ?
- 4) Ab welcher Betriebszeit bei Betrieb gemäß Pkt. 3), gerechnet in Arbeitstagen, amortisiert sich der Mehrpreis der teureren Energiespar-Antriebe, wenn die Antriebe im 2-Schichtbetrieb (2x8 = 16 h/Tag) fahren, und der "Kraftstrom"-Preis 9.5 Cent/kWh beträgt ?
- 5) Angenommen, es wurde Variante a) für die Umrüstung des Zentralantriebs gewählt. Nach wie vielen Arbeitstagen würde sich eine weitere Umrüstung auf Variante b) amortisieren (Kosten der Umrüstung selbst nicht eingerechnet) ?
- 6) Wie hoch sind für den Gruppenantrieb die eingesparten Energiekosten pro Jahr bei Variante b) gegenüber Variante a) (2-Schicht-Betrieb, 5 Tage-Woche, 52 Wochen pro Jahr) ?

Lösung zu Aufgabe 2.10:

$$1) n = \frac{n_{mot}}{i} = \frac{1390}{53} = \underline{\underline{26.2 / \text{min}}}$$

$$\text{Option a): } P = \eta_{\text{Getriebe}} \cdot P_{\text{mot},N} = 0.66 \cdot 1100 = \underline{\underline{726 \text{ W}}}, \quad M = \frac{P}{2\pi n} = \frac{726}{2\pi \frac{26.2}{60}} = \underline{\underline{264.6 \text{ Nm}}}$$

$$\text{Option b): } P = \eta_{\text{Getriebe}} \cdot P_{\text{mot},N} = 0.7 \cdot 1100 = \underline{\underline{770 \text{ W}}}, \quad M = \frac{770}{2\pi \frac{26.2}{60}} = \underline{\underline{280.6 \text{ Nm}}}$$

2) $1390 \text{ /min} = n_{\text{mot},N}$, $f_{sN} = 50 \text{ Hz} \Rightarrow n_{\text{syn}} = 1500 \text{ /min}$, damit Nennschlupf realistisch klein

ist. $s_N = \frac{n_{\text{syn}} - n_{\text{mot},N}}{n_{\text{syn}}} = 7.3\%$ ist der kleinstmögliche Wert.

$$\Rightarrow 2p = 2 \frac{f_{sN}}{n_{\text{syn}}} = 2 \frac{50}{\frac{1500}{60}} = 4$$

$$3) P = 2\pi n M = 2\pi \cdot 26.2 \frac{1}{60} 255 = 700 \text{ W} = P_{\text{out}}$$

$$\text{Option a) } P_{e,\text{in}} = \frac{P_{\text{out}}}{\eta_{\text{Getriebe}} \cdot \eta_{\text{mot}}} = \frac{700}{0.66 \cdot 0.71} = \underline{\underline{1494 \text{ W}}}$$

$$\text{Option b) } P_{e,\text{in}} = \frac{P_{\text{out}}}{\eta_{\text{Getriebe}} \cdot \eta_{\text{mot}}} = \frac{700}{0.70 \cdot 0.84} = \underline{\underline{1190 \text{ W}}}$$

4) Stromkosten:

$$\text{Option a) } 0.095 \frac{\text{Euro}}{\text{kWh}} \cdot 16 \frac{\text{h}}{\text{Tag}} \cdot 1.494 \text{ kW} = 2.27 \frac{\text{Euro}}{\text{Tag}}$$

$$\text{Option b) } 0.095 \frac{\text{Euro}}{\text{kWh}} \cdot 16 \frac{\text{h}}{\text{Tag}} \cdot 1.190 \text{ kW} = 1.81 \frac{\text{Euro}}{\text{Tag}}$$

Kostendifferenz beträgt 0,462 Euro/Tag für einen Antrieb. Investitionskostendifferenz beträgt $435 - 415 = 20 \text{ Euro}$.

$$\text{Amortisierungszeit } \frac{20}{0.462} = \underline{\underline{43.28 \text{ Werktage}}}$$

5) Je Antrieb werden (Option b)) 0.462 Euro/Tag gespart. Wenn der Energiesparantrieb für 435 Euro gekauft wird, beträgt die Amortisierungszeit:

$$\frac{435}{0.462} = \underline{\underline{941.56 \text{ Werktage}}} \approx 3.6 \text{ "Werkjahre"} (= 52 \text{ Wochen pro Jahr, 5 Tage pro Woche})$$

6) 52 Wochen, 5 Werktage pro Woche = 260 Werktage pro Jahr. Einsparung pro Werktag: 0,462 Euro: 10 Antriebe: Jährlich Eingesparte Energiekosten bei b):

$$10 \cdot 0.462 \cdot 260 = \underline{\underline{1201.2 \text{ Euro}}}$$

Aufgabe 2.11: Elektroauto-Antrieb

Ein umrichter gespeister Asynchronmotor mit Wassermantelkühlung dient als Zentralantrieb für ein Elektro-Auto (PKW). Der Antrieb hat folgende Daten:

Spannungsquelle (PEM-Brennstoffzelle): Gleichspannung 250 V

PWM-Spannungszwischenkreis-Umrichter: max. Ausgangsspannung: 100 V Strangwert, eff.

Asynchronmotor: Vierpolig, Nennfrequenz 135 Hz, $R_s \approx 0$, $X_h = 1.86 \Omega$, $X_{s\sigma} = 0.063 \Omega$,

$$X'_{r\sigma} = 0.089 \Omega, R'_r = 0.013 \Omega.$$

Getriebe: einstufig: Übersetzung $i = 8$ ins Langsame, Getriebewirkungsgrad: 97 %

Antriebsräder des PKW: Durchmesser: 0.7 m, erforderliches Drehmoment: 590 Nm bei Motorfrequenz 135 Hz

1) Wie groß ist das erforderliche Motordrehmoment?

- 2) Berechnen Sie die Motor-Streuziffer σ , das Kippmoment M_b , den Kippschlupf s_b und die zugehörige Rotorfrequenz f_{rb} für $U_s = 100 \text{ V}$, $f_s = 135 \text{ Hz}$!
- 3) Bestimmen Sie den Motornennschlupf, die Motornendrehzahl und die Motorabgabeleistung bei $U_s = 100 \text{ V}$, $f_s = 135 \text{ Hz}$, wenn nur die Stromwärmeverluste in R'_r berücksichtigt werden !
- 4) Welcher Rotorfrequenz f_r tritt im Nennpunkt 3) auf ?
- 5) Der Motor wird für $f_s > 135 \text{ Hz}$ bei $U_s = 100 \text{ V} = \text{konst.}$ im Feldschwächbereich mit konstanter Abgabeleistung betrieben ! Welche maximale Synchrondrehzahl und Betriebsdrehzahl ergibt sich?
- 6) Wie hoch ist die zur Betriebsdrehzahl 5) auftretende maximale Geschwindigkeit des PKW?

Lösung zu Aufgabe 2.11:

$$1) M_{mot} = M_{Rad} \cdot \frac{1}{\eta_{Getriebe}} \cdot \frac{1}{i} = 590 \frac{1}{0.97} \frac{1}{8} = \underline{\underline{76 \text{ Nm}}} \quad \eta_{Getriebe} = 0.97 \quad i = 8 \quad M_{Rad} = 590 \text{ Nm}$$

$$2) X_s = X_{s\sigma} + X_h = 0.063 + 1.86 = 1.923 \Omega$$

$$X'_r = X'_{r\sigma} + X_h = 0.089 + 1.86 = 1.949 \Omega$$

$$\sigma = 1 - \frac{X_h^2}{X_s X'_r} = 1 - \frac{1.86^2}{1.923 \cdot 1.949} = \underline{\underline{0.077}}$$

$$M_b \text{ für } R_s \approx 0 \text{ aus der KLOSS'sche Formel: } M_b = \frac{m_s \cdot p}{2} \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \frac{1 - \sigma}{\sigma \cdot L_s}$$

$$m_s = 3, \quad p = 2, \quad \text{Strangspannung } U_s = 100 \text{ V}, \quad \omega_s = 2\pi \cdot f_s = 2\pi \cdot 135 = 848.2 \text{ s}^{-1}$$

$$L_s = X_s / \omega_s = 1.923 / 848.2 = 2.267 \text{ mH}$$

$$M_b = \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{100}{848.2} \right)^2 \cdot \frac{1 - 0.077}{0.077 \cdot \frac{2.267}{10^3}} = \underline{\underline{220.5 \text{ Nm}}}$$

$$s_b(R_s \approx 0) \cong \frac{R'_r}{\sigma \cdot X'_r} = \frac{0.013}{0.077 \cdot 1.949} = \underline{\underline{0.0866}}$$

$$f_{rb} = s_b \cdot f_s = 0.0866 \cdot 135 = \underline{\underline{11.7 \text{ Hz}}}$$

$$3) R_s \approx 0 \Rightarrow \text{KLOSS'sche Formel: } \frac{M_e}{M_b} = \frac{2}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}} \quad x = \frac{s}{s_b}, \quad y = \frac{M_b}{M_e} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{2}{x + \frac{1}{x}}$$

$$x + \frac{1}{x} - 2y = 0 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot y \cdot x + 1 = 0$$

$$x = y \pm \sqrt{y^2 - 1}$$

$$\frac{s}{s_b} = \frac{M_b}{M_e} - \sqrt{\left(\frac{M_b}{M_e} \right)^2 - 1}$$

$$\frac{M_b}{M_N} = \frac{220.5}{76} = 2.9$$

$$\frac{s_N}{s_b} = 2.9 - \sqrt{2.9^2 - 1} = 0.178 \Rightarrow s_N = 0.178 \cdot 0.0866 = \underline{\underline{0.0154}}$$

$$n_N = (1 - s_N) \cdot n_{syn} = (1 - 0.0154) \cdot 4050 = \underline{\underline{3988/\text{min}}}$$

$$n_{syn} = f_s / p = 135 / 2 = 67.5 /s = 4050 /min$$

$$P_{out} = P_m = 2\pi \cdot n_N \cdot M_N = 2\pi \frac{3988}{60} \cdot 76 = \underline{\underline{31736 \text{ W}}}$$

$$4) f_{rN} = s_N \cdot f_{sN} = 0.0154 \cdot 135 = \underline{\underline{2.08 \text{ Hz}}}$$

5) Konstantleistungsbetrieb (Bild 2.11-1):

Abnahme des Kippmomentes mit dem inversen Quadrat der Statorfrequenz, während das Moment bei konstanter Leistung nur mit dem Inversen der Statorfrequenz abnimmt. Der Schnittpunkt beider Kurven markiert das Ende des Konstantleistungsbereichs:

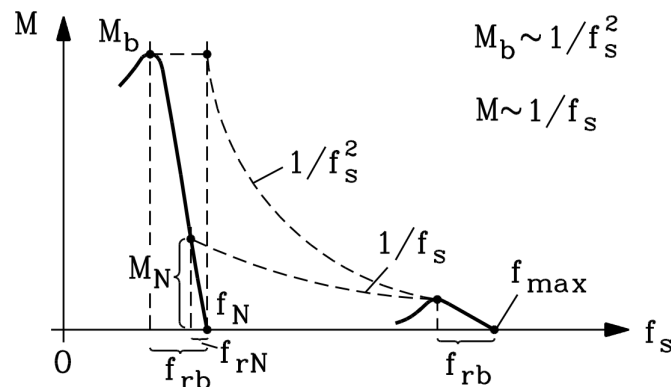


Bild 2.11-1: Momentenabnahme bei konstanter Leistung und Abnahme des Kippmomentes bei Feldschwächung

$$M_{bN} \cdot \left(\frac{f_{sN}}{f_{s,max}} \right)^2 = M_N \cdot \left(\frac{f_{sN}}{f_{s,max}} \right) \Rightarrow f_{s,max} = f_{s,N} \cdot \frac{M_{bN}}{M_N}$$

$$\text{Mit } M_{bN} = 220.5 \text{ Nm, } M_N = 76 \text{ Nm, } f_{sN} = 135 \text{ Hz} \Rightarrow f_{s,max} = 135 \frac{220.5}{76} = \underline{\underline{391.7 \text{ Hz}}}$$

$$n_{syn,max} = f_{s,max} / p = 391.7 / 2 = 195.8 /s = \underline{\underline{11750 /min}}$$

$$f_{s,max} - f_{r,b} = n_{max} \cdot p \Rightarrow n_{max} = \frac{f_{s,max}}{p} - \frac{f_{r,b}}{p} = \frac{391.7}{2} - \frac{11.7}{2} = 190 /s = \underline{\underline{11400 /min}}$$

$$6) d_{Rad} = 0.7 \text{ m}$$

$$n_{Rad,max} = n_{mot,max} / i = 11400 / 8 = 1422.8 /min$$

$$v_{a,max} = d_{Rad} \cdot \pi \cdot n_{Rad,max} = 0.7 \cdot \pi \cdot \frac{1422.8}{60} = 52.14 \text{ m/s} = \underline{\underline{187.7 \text{ km/h}}}$$

Aufgabe 2.12: Tunnellüfter-Motor

Im *Arlberg-Tunnel* zwischen *Tirol* und *Vorarlberg, Österreich*, werden polumschaltbare Kurzschlussläufer-Asynchronmotoren mit *DAHLANDER*-Wicklung für 6 kV Nennspannung und 50 Hz Netzfrequenz, zum Antrieb für die Axialventilatoren zur Tunnelentlüftung (Autoabgase !) verwendet. Es ergeben sich dadurch zwei Drehzahlstufen mit entsprechend unterschiedlichem Luft-Volumenstrom.

Daten: Hohe Drehzahlstufe: 6 kV, Dreieck-Schaltung, 777 kW, 984 /min

Motorisches Kippmoment: 3-faches Nennmoment, Anzugsmoment ($s = 1$): $0.8M_N$

Kippschlupf: $s_b = 0.15$

- 1) Welche beiden Synchron Drehzahlen können mit den Motoren gefahren werden ?
- 2) Der Betriebsschlupf bei der niedrigen Drehzahlstufe beträgt 2.4 %. Wie groß ist die Betriebsdrehzahl ?
- 3) Wie ändert sich der Leistungsbedarf der Lüfter bei Übergang von der hohen zur niedrigen Drehzahlstufe ?
- 4) Bei der hohen Drehzahlstufe sind die Motoren in Dreieck, bei der niedrigen in Stern geschaltet. Angenommen, das Produkt aus Motorwirkungsgrad und Leistungsfaktor ist für beide Drehzahlstufen stets 0.8: Wie groß ist die Stromaufnahme der Motoren aus dem Netz in beiden Drehzahlstufen ? Wie groß ist der zugehörige Strangstrom in den Motorwicklungen ?
- 5) Die Stromaufnahme der Motoren bei festgebremstem Läufer wurde im Prüffeld des Herstellers bei Nennspannung und Nennfrequenz gemessen und ergab für die hohe Drehzahlstufe 7.5-fachen Nennstrom. Wie hoch ist die Stromaufnahme der Motoren beim Anfahren in der hohen Drehzahlstufe, wenn Y-D-Hochlauf vorgesehen wird ?
- 6) Skizzieren Sie für den Y-D-Anlauf von 5) die Motordrehmoment- und die Lüftermoment-Kennlinie, wenn erst nach erfolgtem Hochlauf von Y auf D umgeschaltet wird ! Ist problemloser Y-D-Anlauf überhaupt möglich ?

Lösung zu Aufgabe 2.12:

- 1) Hohe Drehzahlstufe: $984 / \text{min} \Rightarrow \underline{\underline{n_{syn} = 1000 / \text{min}}}$ für 50 Hz ($2p = 6$).

Niedrige Drehzahlstufe mit DAHLANDER-Wicklung: $p^* = 2p : 2p^* = 12$

$$n_{syn}^* = \frac{f_s}{p^*} = \frac{50}{6} = 8.33 / \text{s} = \underline{\underline{500 / \text{min}}}$$

- 2) $s_N^* = 2.4\% = \frac{n_{syn}^* - n^*}{n_{syn}^*} \Rightarrow n^* = (1 - s_N^*) \cdot n_{syn}^* = (1 - 0.024) \cdot 500 = \underline{\underline{488 / \text{min}}}$

- 3) Lüfter: $M_{Lü} \approx n^2$, $P_{Lü} = 2\pi \cdot n \cdot M \approx n^3$

$\Rightarrow P_{Lü} = 777 \text{ kW}$ bei Hochdrehzahl. In der niedrigen Drehzahlstufe:

$$P_{Lü}^* = \left(\frac{n^*}{n}\right)^3 \cdot P_{Lü} = \left(\frac{488}{984}\right)^3 \cdot 777 = \underline{\underline{94.8 \text{ kW}}}$$

- 4)

$$U_N = 6 \text{ kV}$$

$$\Delta : I_{phase} = \frac{I_{Netz}}{\sqrt{3}}$$

$$Y : I_{phase} = I_{Netz}$$

$2p$	6	12
Schaltung	Δ	Y
I_{Netz} / A	93.5	11.4
I_{phase} / A	54.0	11.4
$P_{Lü} / \text{kW}$	777	94.8

5) Hochdrehzahl: $I_1 = I_s(s=1) = 7.5 \cdot I_N = 7.5 \cdot 93.5 = 701.25 \text{ A}$

Für Y-D-Anlauf: I_1 ist verringert auf $I_1/3: I_{1Y} = \frac{701.25}{3} = \underline{\underline{233.75 \text{ A}}}$

6) Y-D-Anlauf:

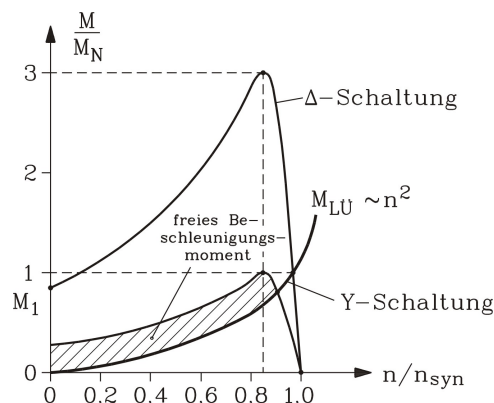


Bild 2.12-1: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie für Y und D Schaltung, Lüfter-Drehmoment $M_{Lü}$

D-Schaltung: $M_1 = 0.8 \cdot M_N$, $M_b = 3 \cdot M_N$, $s_b = 0.15$, $s_N = \frac{1000 - 984}{1000} = 1.6\%$

Y-Schaltung: $M = M/3$

Motormoment ist größer als Lastmoment, so dass ein Y-Anlauf auch möglich ist!

Aufgabe 2.13: Asynchronantrieb für einen Hochgeschwindigkeits-Triebzug

Ein Hochgeschwindigkeitszug soll auf ebener Strecke bei $v = 300 \text{ km/h}$ eine Zugkraft $F = 96000 \text{ N}$ entwickeln, um den dabei auftretenden Strömungs- und Rollwiderstand zu überwinden.

- 1) Wie groß ist die erforderliche Antriebsleistung P an den angetriebenen Achsen?
- 2) Die Antriebsleistung soll über 16 von je einem 4-poligen Asynchronmotor über Getriebe angetriebenen Achsen erfolgen! Wie groß ist die Antriebsleistung P_A je Achse?
- 3) Die Getriebe je Achse haben einen Wirkungsgrad $\eta_G = 0.95$ und eine Übersetzung $i = n_M/n_G = 2.9$. Die Treibräder haben einen Durchmesser $d_R = 0.6 \text{ m}$! Wie groß sind n_G , n_M und die Leistung P_N je Motor?
- 4) Wie hoch muss die von einem Frequenzumrichter für den Asynchronmotor eingespeiste Frequenz f_s des Stator-Drehspannungssystems U_s sein, wenn der Schlupf des Läufers $s_N = 3\%$ beträgt?
- 5) Wie hoch ist die Motorstromaufnahme I_s je Strang, wenn $U_N = 1.1 \text{ kV}$, Y, $\eta_{\text{mot}} = 0.92$ und $\cos\varphi_N = 0.89$ beträgt?
- 6) Für welche Scheinleistung S_N muss der Frequenzumrichter bemessen sein, wenn er vier parallel geschaltete Asynchronmotoren speist?
- 7) Bestimmen Sie die rotorseitigen Stromwärmeverluste $P_{\text{Cu,r}}$, wenn die Reibungs- und Zusatzverluste $P_{\text{R+Z}}$ vernachlässigt werden!

Lösung zu Aufgabe 2.13:

1) $P = F \cdot v = 96000 \cdot 300/3.6 = \underline{\underline{8 \text{ MW}}}$

$$2) P_A = P/16 = 8000/16 = \underline{500\text{kW}}$$

$$3) v = d_R \cdot \pi \cdot n_G \Rightarrow n_G = \frac{v}{d_R \cdot \pi} = \frac{300/3.6}{0.6 \cdot \pi} = \underline{44.2/\text{s}} = \underline{2653/\text{min}},$$

$$n_M = i \cdot n_G = 2.9 \cdot 2653 = \underline{7692.5/\text{min}}, P_N = P_A / \eta_G = 500/0.95 = \underline{526.3\text{kW}}$$

4)

$$s_N = 0.03: n_M / n_{syn} = 1 - s_N \Rightarrow n_{syn} = \frac{n_M}{1 - s_N} = \frac{f_s}{p},$$

$$f_s = \frac{n_M p}{1 - s_N} = \frac{(7692.5/60) \cdot 2}{1 - 0.03} = \underline{264.3\text{Hz}}$$

$$5) I_s = \frac{P_N}{\eta_{mot} \cdot \cos \varphi_s \cdot U_N \cdot \sqrt{3}} = \frac{526.3}{0.92 \cdot 0.89 \cdot 1.1 \cdot \sqrt{3}} = \underline{337.4\text{A}}$$

6)

$$S_N = \frac{P_N}{\cos \varphi_s \cdot \eta_{mot}} = \frac{526.3}{0.89 \cdot 0.92} = 642.77\text{kVA}, S = 4S_N = 4 \cdot 642.77 = \underline{2571\text{kVA}}$$

7)

$P_{R+Z} \approx 0$: Das Luftspaltmoment M_e ist auch das Moment an der Welle M !

$$P_N = 2\pi \cdot n_N \cdot M = 2\pi \cdot n_N \cdot M_e = (1 - s_N) \cdot 2\pi \cdot n_{syn} \cdot M_e = (1 - s_N) \cdot P_\delta$$

$$P_N = (1 - s_N) \cdot P_{Cu,r} / s_N \Rightarrow P_{Cu,r} = P_N \cdot s_N / (1 - s_N) = 526.3 \cdot 0.03 / (1 - 0.03) = \underline{16.28\text{kW}}$$

Aufgabe 2.14: Asynchronmotor – Dreieckschaltung, Kloss'sche Formel

Auf dem Leistungsschild eines zweipoligen Asynchronmotors mit einem Nennschlupf $s_N = 1.67\%$ für einen Pumpenantrieb stehen unter anderem folgende Daten: Nennspannung $U_N = 380\text{ V}$ (verkettet), Dreieckschaltung, Nennleistung $P_N = 22\text{ kW}$, Nennfrequenz $f_N = 60\text{ Hz}$, Nennleistungsfaktor $\cos \varphi_N = 0.81$. In einem Prüflabor wurde der Wirkungsgrad des Motors mit $\eta_N = 90\%$ (bei Nennleistung) und der Kippschlupf mit $s_b = 0.1$ messtechnisch ermittelt.

1) Bestimmen Sie die folgenden Kenndaten des Motors: Nenndrehzahl n_N , Nennmoment M_N , den vom Netz aufgenommenen Nennstrom (Außenleiterstrom) I_{sN} , Nennstrangstrom $I_{sN,ph}$, Nennscheinleistung der Ständerwicklung S_{sN} und Synchrondrehzahl n_{syn} .

2) Berechnen Sie mit Hilfe der Kloss'schen Formel das Kippmoment M_b .

3) Berechnen Sie mit Hilfe der Kloss'schen Formel das Anzugsmoment M_l .

4) Skizzieren Sie mit Hilfe der Kloss'schen Formel die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie im motorischen Betriebsbereich $0 \leq n \leq n_{syn}$ maßstäblich, wobei Sie folgende Schlupfwerte als Stützstellen verwenden: $s = 0, 0.0167, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 1$.

5) Wie groß sind die Energiekosten pro Jahr, wenn der Motor bei Nennlast dauernd betrieben wird und nur die Wirkleistung mit 0.1 Euro/kWh zu bezahlen ist.

6) Der Motor wird mit einem Umrichter betrieben, der eine Ausgangsspannung mit der Frequenz $f_s = 100\text{ Hz}$ zur Verfügung stellt. Wie schnell dreht sich nun der Läufer im Leerlauf (Pumpe abgekuppelt)?

Lösung zu Aufgabe 2.14:

1) Zweipolige Maschine: $2p = 2$:

Synchrondrehzahl: $n_{syn} = \frac{f_s}{p} = \frac{f_N}{p} = \frac{60}{1} = 60/s = 3600/min$

Nenn Drehzahl: $n_N = (1 - s_N) \cdot n_{syn} = (1 - 0.0167) \cdot 3600 = 58.998/s = 3540/min$

Bei Motoren ist (außer bei Kleinmotoren) die Nennleistung stets die mechanisch abgegebene Leistung:

Nennmoment: $M_N = \frac{P_N}{2\pi n_N} = \frac{22000}{2\pi \cdot 58.998} = 59.35 Nm$

Nennscheinleistung: $S_{sN} = \frac{P_{in}}{\cos \varphi_N} = \frac{P_{out}}{\eta_N} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_N} = \frac{P_N}{\eta_N} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_N} = \frac{22000}{0.9 \cdot 0.81} = 30178 VA$

$S_{sN} = 3 \cdot U_{N,ph} \cdot I_{N,ph} = 3 \cdot U_{N,verk} \cdot I_{N,ph} = \sqrt{3} \cdot U_{N,verk} \cdot I_{N,Netz} = \sqrt{3} \cdot U_{N,verk} \cdot I_N$

Nennstrom = Außenleiterstrom: $I_N = \frac{S_{sN}}{\sqrt{3} \cdot U_{N,verk}} = \frac{30178}{\sqrt{3} \cdot 380} = 45.85 A$

Gemäß Bild 2.14-1 folgt für den Strangstrom:

$I_{Netz,U} = I_{U,ph} - I_{W,ph}, |I_{Netz,U}| = \sqrt{3} \cdot I_{U,ph} \Rightarrow I_{U,ph} = \frac{I_{Netz,U}}{\sqrt{3}} = \frac{45.85}{\sqrt{3}} = 26.47 A = I_{N,ph}$

Kontrolle: $S_{sN} = 3 \cdot U_{N,ph} \cdot I_{N,ph} = 3 \cdot 380 \cdot 26.47 = 30178 VA$

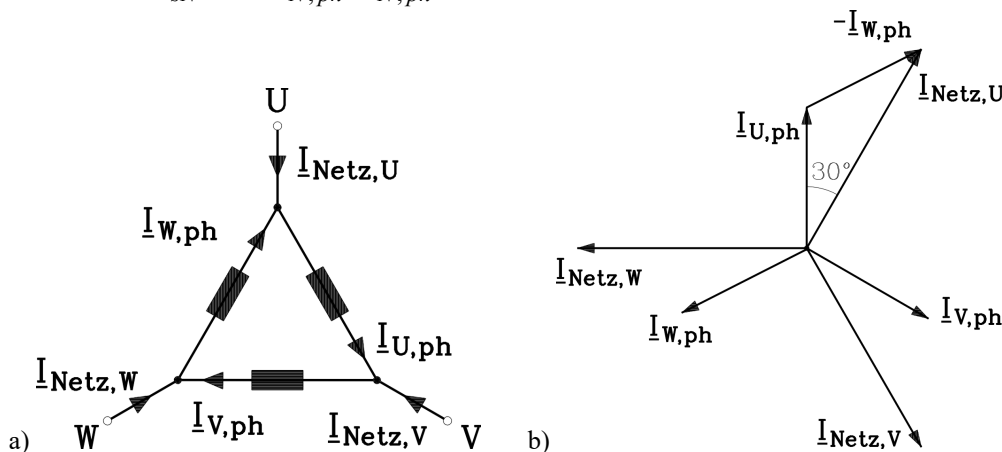


Bild 2.14-1: Dreieckschaltung: a) Verkettete Spannung ist die Strangspannung $U_{N,verk} = U_{N,ph} = 380 V$, b) Netzstrom ist Außenleiterstrom

2)

$\frac{M_e}{M_b} = \frac{2}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}} \Rightarrow \frac{M_N}{M_b} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_b} + \frac{s_b}{s_N}} \Rightarrow M_b = M_N \cdot \frac{\frac{s_N}{s_b} + \frac{s_b}{s_N}}{2} = 59.35 \cdot \frac{\frac{0.0167}{0.1} + \frac{0.1}{0.0167}}{2} = 182.6 Nm$

3)

$\frac{M_e(s=1)}{M_b} = \frac{2}{\frac{1}{s_b} + \frac{s_b}{1}} \Rightarrow M_1 = 183 \cdot \frac{2}{\frac{1}{0.1} + \frac{0.1}{1}} = 36.2 Nm$

4)

M_e	Nm	0	59.45	182.6	146.4	109.8	86.1	59.3	45.0	36.2
s	-	0	0.0167	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0

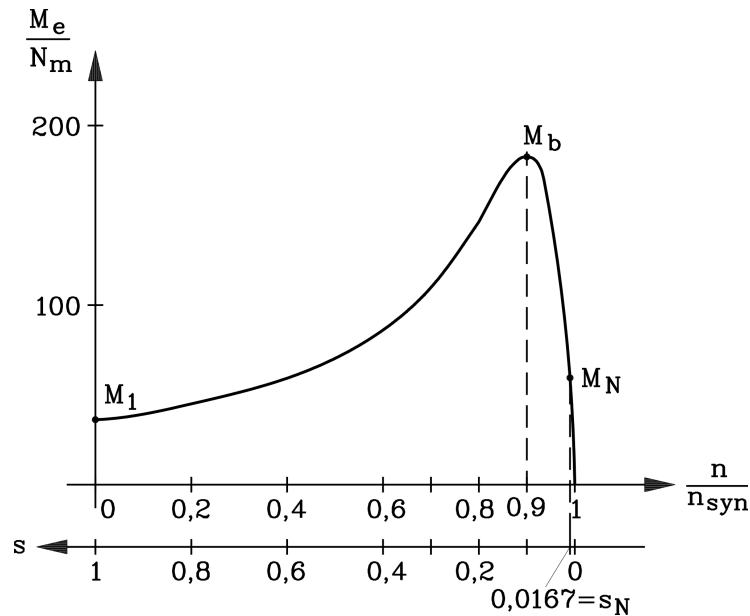


Bild 2.14-2: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie in motorischen Betriebsbereich

5)

Energiekosten je Jahr:

$$\text{zugeführte Wirkleistung: } P_{in} = P_e = \frac{P_N}{\eta_N} = \frac{22000}{0.9} = 24440 \text{ W} = 24.44 \text{ kW}$$

$$\text{Betriebszeit: } t = 365 \text{ Tage} \cdot 24 \text{ h} = 8760 \text{ h}$$

$$\text{Energie: } W = P_e \cdot t = 24.44 \cdot 8760 = 214094.4 \text{ kWh}$$

$$\text{Kosten: } 0.1 \cdot 214094.4 = \underline{\underline{21409 \text{ Euro}}}$$

6)

Leerlaufdrehzahl n_0 ist (bei vernachlässigtem, bremsenden Reibungsmoment) die Synchrondrehzahl n_{syn} .

$$\underline{\underline{n_0 = n_{syn} = \frac{f_s}{p} = \frac{100}{1} = 100 / s = 6000 / \text{min}}}$$

Aufgabe 2.15: Blindleistungskompensation bei einer Asynchronmaschine

Ein Drehstrom-Asynchronmotor mit den Daten $U_N = 230\text{V}/400\text{V D/Y}$, $P_N = 5750 \text{ W}$, $n_N = 1410/\text{min}$, 50 Hz , $\cos\varphi_N = 0.83$, $\eta_N = 88.5\%$ dient in einem Gebäude als Lüfterantrieb für die Klimatisierung.

1) Bestimmen Sie für den Nennpunkt das Drehmoment an der Welle, den Schlupf, die Motorverluste sowie den Effektivwert des Außenleiterstroms sowohl bei Y- als auch bei D-Schaltung! Welche Polzahl hat der Motor?

2) Bestimmen Sie für Dreieck- und Sternschaltung der Ständerwicklung eine ebensolche Kondensatoranordnung, so dass der resultierende Leistungsfaktor Eins ist. Wie groß ist für D und Y jeweils der Kapazitätswert der drei Kondensatoren C ?

3) Vom einspeisenden Netztransformator zu den Motoranschlussklemmen beträgt der Zuleitungswiderstand je Strang $R_L = 0.5 \Omega$. Wie groß sind jeweils für D und Y die Zuleitungsverluste für 1) (unkompensiert) und 2) (kompensiert)?

Lösung zu Aufgabe 2.15:

1)

$$M_N = P_N / (2\pi n_N) = 5750 / (2\pi \cdot 1410 / 60) = \underline{\underline{38.94 \text{ Nm}}}$$

$$s_N = (n_{\text{syn}} - n_N) / n_{\text{syn}} = (1500 - 1410) / 1500 = \underline{\underline{6\%}}$$

Nur für eine vierpolige Maschine ergibt sich ein ausreichend kleiner Schlupf, der für eine verlustarme asynchrone Energiewandlung typisch ist!

$$n_{\text{syn}} = f_s / p = 50 / 2 = 25 / \text{s} = 1500 / \text{min}, \quad 2p = \underline{\underline{4}}$$

$$P_d = \left(\frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N = \left(\frac{1}{0.885} - 1 \right) \cdot 5750 = \underline{\underline{747 \text{ W}}}$$

$$I_{sY} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{NY}} = \frac{P_N / (\eta_N \cos \varphi_N)}{\sqrt{3} \cdot U_{NY}} = \frac{5750 / (0.885 \cdot 0.83)}{\sqrt{3} \cdot 400} = \underline{\underline{11.3 \text{ A}}}$$

$$I_{sD} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{ND}} = \frac{P_N / (\eta_N \cos \varphi_N)}{\sqrt{3} \cdot U_{ND}} = \frac{5750 / (0.885 \cdot 0.83)}{\sqrt{3} \cdot 230} = \underline{\underline{19.65 \text{ A}}}$$

2)

a) Kondensatoren C in Stern geschaltet, mit den Klemmen R, S, T parallel zu den Motorklemmen U, V, W. Motorwicklung in Y geschaltet.

Motorblindleistung:

$$Q = S_N \cdot \sin \varphi_N = S_N \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_N} = P_N / (\eta_N \cos \varphi_N) \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_N} = \underline{\underline{4366 \text{ VAr}}}$$

Diese positive Blindleistung muss durch eine gleich große negative Blindleistung der Kondensatorschaltung kompensiert werden: $Q - Q_C = 0$.

$$Q_C = 3 \cdot \left(\frac{U_{NY}}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \omega C_Y = U_{NY}^2 \cdot (2\pi f_s) \cdot C_Y, \quad C_Y = \frac{Q}{U_{NY}^2 \cdot (2\pi f_s)} = \frac{4366}{400^2 \cdot (100\pi)} = \underline{\underline{86.86 \mu\text{F}}}$$

b) Kondensatoren C in Dreieck geschaltet, mit den Klemmen R, S, T parallel zu den Motorklemmen U, V, W. Motorwicklung in D geschaltet.

Motorblindleistung: $Q = \underline{\underline{4366 \text{ VAr}}}$

$$Q_C = 3 \cdot U_{ND}^2 \cdot \omega C_D = 3U_{ND}^2 \cdot (2\pi f_s) \cdot C_D, \quad C_D = \frac{Q}{3U_{ND}^2 \cdot (2\pi f_s)} = \frac{4366}{3 \cdot 231^2 \cdot (100\pi)} = \underline{\underline{86.86 \mu\text{F}}}$$

3)

Zuleitungsverluste: $P_L = 3 \cdot R_L I_s^2$

a) Sternschaltung: ohne Kompensation: $I_{sY} = 11.3 \text{ A} : P_L = 3 \cdot 0.5 \cdot 11.3^2 = \underline{\underline{191.5 \text{ W}}}$

mit Kompensation: $\cos \varphi_N = 1$:

$$I_{sY} = \frac{P_N / (\eta_N \cos \varphi_N)}{\sqrt{3} \cdot U_{NY}} = \frac{5750 / (0.885 \cdot 1)}{\sqrt{3} \cdot 400} = 9.38 \text{ A}, \quad P_L = 3 \cdot 0.5 \cdot 9.38^2 = \underline{\underline{131.9 \text{ W}}}$$

b) Dreieckschaltung: ohne Kompensation: $I_{sD} = 19.65 \text{ A} : P_L = 3 \cdot 0.5 \cdot 19.65^2 = \underline{\underline{579.2 \text{ W}}}$

mit Kompensation: $\cos \varphi_N = 1$:

$$I_{sD} = \frac{P_N / (\eta_N \cos \varphi_N)}{\sqrt{3} \cdot U_{NY}} = \frac{5750 / (0.885 \cdot 1)}{\sqrt{3} \cdot 230} = 16.3 \text{ A}, \quad P_L = 3 \cdot 0.5 \cdot 16.3^2 = \underline{\underline{399.0 \text{ W}}}$$

Aufgabe 2.16: Drehmoment und Stromaufnahme einer Asynchronmaschine

Ein vierpoliger Drehstrom-Asynchronmotor für $U_N = 230\text{ V}$, Dreieckschaltung, $f_N = 50\text{ Hz}$, $s_N = 3\%$ hat folgende Parameter des Ersatzschaltbilds je Strang: $R_s \approx 0$, $R_r' = 0.22\ \Omega$, $X_{s\sigma} + X_{r\sigma}' = X_\sigma = 1.25\ \Omega$, $X_h = 15\ \Omega$, $R_{Fe} \rightarrow \infty$. Wählen Sie für diese Aufgaben $\underline{U}_s = U_s$ reell und nutzen Sie das vereinfachte Ersatzschaltbild aus Bild 2.16-1!

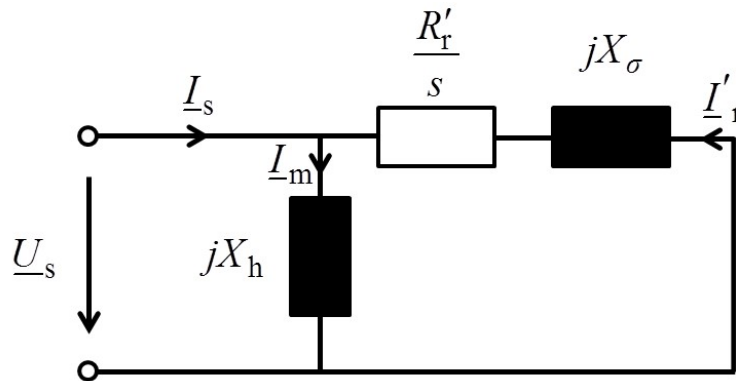


Bild 2.16-1: Vereinfachtes Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine

- Bestimmen Sie den Strang-Leerlaufstrom $\underline{I}_{s,0}$, den Effektivwert des Netz-Leerlaufstroms $I_{\text{Netz},0}$ und die synchrone Drehzahl n_{syn} des Drehfelds in 1/s und 1/min!
- Wie groß sind der synchrone Kippschlupf s_b , das motorische Kippmoment M_b und das Anzugsmoment M_1 ?
- Berechnen Sie den Strang-Anzugstrom $\underline{I}_{s,1}$ und den Effektivwert des Netz-Anzugsstroms $I_{\text{Netz},1}$! Wie groß sind dabei die aufgenommenen elektrische Wirk-, Blind- und Scheinleistung P_{e1} , Q_1 , S_1 , der $\cos\varphi_1$ sowie die mechanische Leistung P_m ?
- Berechnen Sie die Nenndrehzahl n_N in min^{-1} und über den Rotorstrom \underline{I}'_{rN} das Nennmoment M_{eN} bei Vernachlässigung der den Läufer bremsenden Reibungs- und Zusatzverluste P_{R+Z} ! Bestimmen Sie die Motornennleistung P_N !
- Geben Sie den Nennstrom \underline{I}_{sN} je Strang, den netzseitigen Nennstrom I_N und die Größen $I_{\text{Netz},0}/I_N$, $I_{\text{Netz},1}/I_N$ an! Wie groß sind Motorscheinleistung S_N und der $\cos\varphi_N$?
- Wie groß ist der Motorwirkungsgrad im Nennpunkt η_N ? Kommentieren Sie das Ergebnis!
- Skizzieren Sie maßstäblich die M_e/M_b -Kennlinie in Abhängigkeit von $0 \leq n/n_{\text{syn}} \leq 1$, wobei Sie die Punkte für $s = 1, 0,5, s_b, s_N, 0$ in die Kurve eintragen!
- Die Netzspannung sinkt infolge einer Störung um 10% ab. Um wie viel % ändern sich $I_{\text{Netz},0}$ und $I_{\text{Netz},1}$, M_1 und M_b ? Ändert sich der Kippschlupf s ?

Lösung zu Aufgabe 2.16:

1)

$\underline{U}_s = U_s$, Dreieckschaltung: $U_N = 230\text{ V} = U_s$ Strangspannung = verkettete Spannung

Strangstrom im Leerlauf (vereinfachtes Ersatzschaltbild): $I_{s0} = U_N / X_h = 230/15 = 15.33\text{ A}$

Netzstrom = Außenleiterstrom:

$$\underline{I}_{s,0} = U_N / (jX_h) = -j \cdot U_N / X_h = \underline{\underline{-j \cdot 15.33\text{ A}}}$$

$$I_{\text{Netz},0} = \sqrt{3} \cdot I_{s,0} = \sqrt{3} \cdot 15.33 = \underline{\underline{26.56\text{ A}}}$$

$$n_{\text{syn}} = f_N / p = 50/2 = \underline{\underline{25/\text{s}}} = \underline{\underline{1500/\text{min}}}$$

2)

$$s_b = R'_r / X_\sigma = 0.22 / 1.25 = \underline{0.176}, \quad \Omega_{syn} = 2\pi \cdot n_{syn} = 2\pi \cdot 25 = 157.08 / s,$$

$$M_b = \frac{3 \cdot U_s^2}{2\Omega_{syn} \cdot X_\sigma} = \frac{3 \cdot 230^2}{2 \cdot 157.08 \cdot 1.25} = \underline{404.1 \text{ Nm}},$$

$$M_1 = M_b \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}} \Bigg|_{s=1} = M_b \cdot \frac{2}{\frac{1}{s_b} + \frac{s_b}{1}} = 404.1 \cdot \frac{2}{\frac{1}{0.176} + 0.176} = \underline{138.0 \text{ Nm}}$$

3)

$$\underline{I}_s = \underline{I}_{s0} - \underline{I}'_r = -j \cdot \frac{U_N}{X_h} + \frac{U_N}{\frac{R'_r}{s} + jX_\sigma} \underline{I}_{s1} = \underline{I}_s (s=1) = -j \cdot \frac{U_N}{X_h} + \frac{U_N}{R'_r + jX_\sigma},$$

$$\underline{I}_{s1} = -j \cdot \underline{I}_{s0} + \frac{U_N \cdot (R'_r - jX_\sigma)}{R_r'^2 + X_\sigma^2} = \frac{U_N \cdot R'_r}{R_r'^2 + X_\sigma^2} - j \cdot \left[\underline{I}_{s0} + \frac{U_N \cdot X_\sigma}{R_r'^2 + X_\sigma^2} \right],$$

$$\underline{I}_{s1} = \frac{230 \cdot 0.22}{0.22^2 + 1.25^2} - j \cdot \left[15.33 + \frac{230 \cdot 1.25}{0.22^2 + 1.25^2} \right] = \underline{I}_{s1,w} - j \cdot \underline{I}_{s1,b} = \underline{(31.41 - j \cdot 193.8) \text{ A}},$$

$$I_{Netz,1} = \sqrt{3} \cdot I_{s1} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{31.41^2 + 193.8^2} = \underline{340.05 \text{ A}}$$

$$P_{e1} = 3 \cdot U_N \cdot I_{s1,w} = 3 \cdot 230 \cdot 31.41 = \underline{21673 \text{ W}},$$

$$Q_1 = 3 \cdot U_N \cdot I_{s1,b} = 3 \cdot 230 \cdot 193.8 = \underline{133722 \text{ VA}},$$

$$S_1 = \sqrt{P_{e1}^2 + Q_1^2} = \sqrt{21673^2 + 133722^2} = \underline{135467 \text{ VA}} \text{ oder}$$

$$S_1 = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_{Netz,1} = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 340.05 = \underline{135467 \text{ VA}}$$

$$\cos \varphi_1 = P_{e1} / S_1 = 21673 / 135467 = \underline{0.16}, \quad P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_1 = 2\pi \cdot 0 \cdot M_1 = \underline{0}$$

Die Wirkleistung $P_{e1} = 21673 \text{ W}$ wird in den Läuferwiderständen in Wärme umgesetzt.

Kontrolle:

$$\underline{I}'_{r1} = -\frac{230 \cdot 0.22}{0.22^2 + 1.25^2} + j \cdot \left[\frac{230 \cdot 1.25}{0.22^2 + 1.25^2} \right] = (-31.41 + j \cdot 178.47) \Rightarrow \underline{I}'_{r1} = 181.21 \text{ A}$$

$$P_{e1} = 3 \cdot R'_r \cdot (I'_{r1})^2 = 3 \cdot 0.22 \cdot 181.21^2 = 21673 \text{ W}$$

4)

$$n_N = (1 - s_N) \cdot n_{syn} = 0.97 \cdot 1500 = \underline{1455 / \text{min}}$$

$$\underline{I}'_{rN} = -\frac{U_N}{\frac{R'_r}{s_N} + jX_\sigma} = -\frac{U_N \cdot ((R'_r / s_N) - jX_\sigma)}{(R'_r / s_N)^2 + X_\sigma^2} =$$

$$= -\frac{230 \cdot (0.22 / 0.03)}{(0.22 / 0.03)^2 + 1.25^2} + j \cdot \frac{230 \cdot 1.25}{(0.22 / 0.03)^2 + 1.25^2} = (-30.48 + j \cdot 5.20) \text{ A}$$

$$M_N = M_{eN} = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} = \frac{P_{Cu,r} / s_N}{\Omega_{syn}} = \frac{3 \cdot (R'_r / s_N) \cdot I_{rN}'^2}{\Omega_{syn}} = \frac{3 \cdot (0.22 / 0.03) \cdot (30.48^2 + 5.2^2)}{157.08} =$$

$$= \underline{133.90 \text{ Nm}}$$

$$P_N = 2\pi \cdot n_N \cdot M_N = 2\pi \cdot \frac{1455}{60} \cdot 133.90 = \underline{\underline{20402\text{W}}}$$

5)

$$\underline{I}_{sN} = \underline{I}_{s0} - \underline{I}'_{rN} = -j \cdot 15.33 + 30.46 - j \cdot 5.20 = I_{sN,w} - j \cdot I_{sN,b} = \underline{\underline{(30.48 - j \cdot 20.53)\text{A}}}$$

$$I_N = I_{\text{Netz},N} = \sqrt{3} \cdot I_{sN} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{30.48^2 + 20.53^2} = \underline{\underline{63.65\text{A}}}$$

$$I_{\text{Netz},0} / I_N = 26.56 / 63.65 = \underline{\underline{0.42}}, \quad I_{\text{Netz},1} / I_N = 340.1 / 63.65 = \underline{\underline{5.34}}$$

$$S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 63.65 = \underline{\underline{25356\text{VA}}},$$

$$\cos \varphi_N = I_{sN,w} / I_{sN} = 30.48 / 36.75 = \underline{\underline{0.83}}$$

6)

$$\eta_N = P_N / P_{e,in} = P_N / (3 \cdot U_N \cdot I_{sN,w}) = 20402 / (3 \cdot 230 \cdot 30.48) = \underline{\underline{0.970}} = \underline{\underline{97.0\%}}$$

Der Wirkungsgrad wird hier nur durch die Rotor-Stromwärmeverluste bestimmt und ist daher gegenüber einer realen Maschine zu groß.

7)

$$\frac{M_e}{M_b} = \frac{2}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}}$$

s	1	0.5	$s_b = 0.176$	$s_N = 0.97$	0
M_e/M_b	0.34	0.63	1	0.33	0

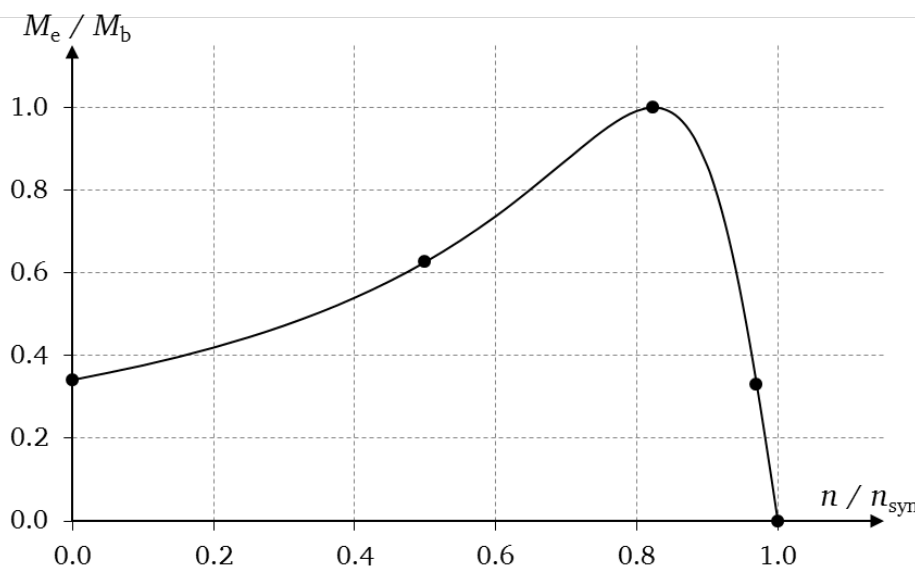


Bild 2.16-2: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie in motorischen Betriebsbereich

8)

Wenn die Netzspannung und damit die Statorstrangspannung U_s um 10% sinkt, sinkt die Stromaufnahme I_s der Asynchronmaschine wegen

$$\underline{I}_S = \underline{I}_{s0} - \underline{I}'_r = -j \cdot \frac{U_s}{X_h} + \frac{U_s}{\frac{R'_r}{s} + jX_\sigma}$$

ebenfalls um 10%, sei es im Leerlauf, bei Nennlast oder im Anlaufpunkt. Das Drehmoment sinkt wegen

$$M_e = \frac{3 \cdot U_s^2}{2 \Omega_{syn} \cdot X_\sigma} \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}}$$

quadratisch mit der Spannung, also um 19%, sei es M_b , M_1 oder das Drehmoment bei irgendeinem anderen Schlupfwert; denn es sinken sowohl der das Magnetfeld erregende Magnetisierungsstromanteil als auch der Rotorstrom. Der Kippschlupf $s_b = R_r' / X_\sigma$ als maschineneigene Größe ist unabhängig von der Betriebsspannung und ändert sich daher nicht.

Aufgabe 2.17: Verluste in einer Asynchronmaschine

Ein vierpoliger Käfigläufer-Asynchronmotor mit den Daten $U_N = 400 \text{ V Y}$, $f_N = 50 \text{ Hz}$, $P_N = 21 \text{ kW}$ hat folgende Verlustleistungen: Stator-Stromwärmeverluste $P_{Cu,s} = 1.1 \text{ kW}$, Stator-Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe,s} = 0.7 \text{ kW}$, Rotor-Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe,r} \approx 0$, Rotor-Stromwärmeverluste $P_{Cu,r} = 0.9 \text{ kW}$, Reibungs- und Zusatzverluste $P_{R+Z} = 0.3 \text{ kW}$.

- 1) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η_N und die Drehfeldleistung P_δ !
- 2) Bestimmen Sie das Luftspalmmoment M_e , das Wellenmoment M_N und die Nennzahl n_N (in 1/s und 1/min)!
- 3) Warum ist $P_{Fe,r} \approx 0$? Berechnen Sie die Rotorfrequenz f_r !
- 4) Bestimmen Sie die Differenz $\Delta M = M_e - M_N$ und begründen Sie das Ergebnis mit Hilfe von P_{R+Z} !
- 5) Wie groß ist der primäre Netzstrom I_{Netz} , wenn $\cos\varphi_N = 0.85$ ist? Bestimmen Sie daraus den Ständerwicklungswiderstand je Strang R_s !

Lösung zu Aufgabe 2.17:

1)

$$\eta_N = \frac{P_{m,out}}{P_{e,in}} = \frac{P_N}{P_N + P_{Cu,s} + P_{Cu,r} + P_{Fe,s} + P_{Fe,r} + P_{R+Z}} = \frac{21}{21 + 1.1 + 0.9 + 0.7 + 0 + 0.3} =$$

$$= \frac{21}{24} = \underline{0.875} = \underline{87.5\%}$$

$$P_\delta = P_{e,in} - (P_{Cu,s} + P_{Fe,s}) = 24 - (1.1 + 0.7) = \underline{22.2 \text{ kW}}$$

2)

$$s_N \cdot P_\delta = P_{Cu,r} \Rightarrow s_N = P_{Cu,r} / P_\delta = 0.9 / 22.2 = \underline{0.0405},$$

$$\Omega_{syn} = 2\pi \cdot f_N / p = 2\pi \cdot 50 / 2 = 157.1 / \text{s}, M_e = P_\delta / \Omega_{syn} = 22200 / 157.1 = \underline{141.31 \text{ Nm}},$$

$$n_N = (1 - s_N) \cdot n_{syn} = (1 - 0.0405) \cdot 50 / 2 = \underline{23.9875 / \text{s}} = \underline{1439.3 / \text{min}}$$

$$M_N = P_N / (2\pi \cdot n_N) = 21000 / (2\pi \cdot 23.9875) = \underline{139.33 \text{ Nm}}$$

3)

$$\text{Rotorfrequenz: } f_r = s_N f_s = 0.0405 \cdot 50 = 2.025 \text{ Hz}$$

$P_{Fe,r}$ besteht aus Wirbelstromverlusten ($\sim f_r^2$) und Hystereseverlusten ($\sim f_r$), die beide wegen der kleinen Rotorfrequenz im Nennpunkt sehr klein sind und daher vernachlässigt werden können: $P_{Fe,r} \approx 0$.

4)

$$\Delta M = M_e - M_N = 141.31 - 139.33 = \underline{1.97 \text{ Nm}},$$

$P_{R+Z} = 2\pi \cdot n_N \cdot \Delta M = 2\pi \cdot 23.9875 \cdot 1.97 = \underline{300 \text{ W}}$. Das bremsende Verlustmoment tritt infolge der rotationsbedingten Reibungs- und Zusatzverluste auf.

5)

$$S_N = P_{e,in} / \cos \varphi_N = 24 / 0.85 = 28.235 \text{ kVA}, \text{ primäre Sternschaltung: } I_{\text{Netz}} = I_{ph} = I_s,$$

$$I_{\text{Netz}} = S_N / (\sqrt{3} \cdot U_N) = 28235 / (\sqrt{3} \cdot 400) = \underline{40.75 \text{ A}},$$

$$R_s = P_{Cu,s} / (3 \cdot I_s^2) = 1100 / (3 \cdot 40.75^2) = \underline{0.22 \Omega}$$

Aufgabe 2.18: Verlustbilanz einer Asynchronmaschine

Ein 6-poliger Asynchronmotor für einen Pumpenantrieb in den USA hat die Daten $P_N = 21.5 \text{ kW}$, $f_N = 60 \text{ Hz}$, $U_N = 460 \text{ V Y}$, $n_N = 1152 \text{ min}^{-1}$, $\eta_N = 0.9$, $\cos \varphi_N = 0.86$. Die Rotor-Stromwärmeverluste im Nennpunkt betragen $P_{Cu,r} = 910 \text{ W}$. Der Motor hat dabei doppelt so hohe Stator-Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe,s}$ wie Reibungs- und Zusatzverluste: $P_{Fe,s} / P_{R+Z} = 3/1$. Die rotorseitigen Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe,r}$ sind bei n_N vernachlässigbar klein.

- 1) Wie groß sind die einzelnen Verlustkomponenten im Nennpunkt?
- 2) Wie groß ist der primäre Netzstrom im Nennpunkt I_N sowie der Statorwicklungswiderstand R_s je Strang?
- 3) Bestimmen Sie das Nennmoment M_N und das zugehörige Luftspalmmoment M_e und das Verlustmoment $\Delta M = M_e - M_N$! Überprüfen Sie das Ergebnis mit P_{R+Z} von 1)!
- 4) Der Rotorstrom I'_{r1} bei $s = 1$ (Anlaufpunkt) ist das 7-fache des Werts im Nennpunkt: $I'_{r1} / I'_{rN} = I_{r1} / I_{rN} = 7$. Wie groß ist das Anzugsmoment M_1 ?

Lösung zu Aufgabe 2.18:

1)

$$P_{e,in} = \frac{P_{m,out}}{\eta_N} = \frac{P_N}{\eta_N} = \frac{21700}{0.9} = 24111 \text{ W}, \quad P_d = P_{e,in} - P_N = 24111 - 21700 = 2411 \text{ W},$$

$$n_{syn} = f_N / p = 60 / 3 = 20 / \text{s} = 1200 / \text{min},$$

$$s_N = (n_{syn} - n_N) / n_{syn} = (1200 - 1152) / 1200 = 0.04,$$

$$P_\delta = P_{Cu,r} / s_N = 910 / 0.04 = 22750 \text{ W},$$

$$P_m = P_\delta - P_{Cu,r} = P_N + P_{R+Z} \Rightarrow P_{R+Z} = P_\delta - P_{Cu,r} - P_N = 22750 - 910 - 21700 = \underline{140 \text{ W}}$$

$$P_{Fe,s} = 3 \cdot P_{R+Z} = 3 \cdot 140 = \underline{420 \text{ W}},$$

$$P_{Cu,s} = P_{e,in} - P_\delta - P_{Fe,s} = 24111 - 22750 - 420 = \underline{941 \text{ W}}$$

Kontrolle:

$$P_0 = P_{Cu,s} + P_{Fe,s} + P_{Cu,r} + P_{R+Z} = 941 + 420 + 910 - 140 = 2411 \text{ W}$$

2)

$$S_N = P_{e,in} / \cos \varphi_N, \text{ primäre Sternschaltung: } I_{\text{Netz},N} = I_{ph} = I_s = I_N,$$

$$I_N = P_{e,in} / (\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi_N) = 24111 / (\sqrt{3} \cdot 460 \cdot 0.86) = \underline{35.2 \text{ A}}$$

$$R_s = P_{Cu,s} / (3 \cdot I_N^2) = 941 / (3 \cdot 35.2^2) = \underline{\underline{0.253 \Omega}}$$

3)

$$M_N = P_N / (2\pi \cdot n_N) = \frac{21700}{2\pi \cdot \frac{1152}{60}} = \underline{\underline{179.88 \text{ Nm}}},$$

$$M_e = P_\delta / (2\pi \cdot n_{syn}) = \frac{22750}{2\pi \cdot \frac{1200}{60}} = \underline{\underline{181.04 \text{ Nm}}},$$

$$\Delta M = M_e - M_N = 181.04 - 179.88 = \underline{\underline{1.16 \text{ Nm}}},$$

$P_{R+Z} = 2\pi \cdot n_N \cdot \Delta M = 2\pi \cdot \frac{1152}{60} \cdot 1.16 = \underline{\underline{140 \text{ W}}}$, passend zu dem Ergebnis von 1). Dieses bremsende Verlustmoment tritt infolge der rotationsbedingten Reibungs- und Zusatzverluste auf.

4)

$$M_1 = \frac{P_\delta(s=1)}{2\pi \cdot n_{syn}} = \frac{P_{Cu,r}(s=1)/s}{2\pi \cdot n_{syn}} = \frac{P_{Cu,r}(s=1)}{2\pi \cdot n_{syn}} = \frac{3R'_r \cdot I_{r1}^2}{2\pi \cdot n_{syn}} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \frac{M_1}{M_e(s_N)} = \left(\frac{I'_{r1}}{I'_{rN}} \right)^2 \cdot s_N$$

$$\frac{M_1}{M_e(s_N)} = (7)^2 \cdot 0.04 = 1.96, \quad M_1 = 1.96 \cdot M_e(s_N) = 1.96 \cdot 181.04 = \underline{\underline{354.84 \text{ Nm}}}$$

Aufgabe 2.19: Antriebsprojektierung mit einer Asynchronmaschine

Für ein entlegenes Grundstück ist ein Antrieb für eine Kreissäge zu projektieren. Ein Drehstrom-Asynchronmotor mit den Daten $P_N = 5 \text{ kW}$, $n_N = 2870 \text{ min}^{-1}$, $U_N = 400 \text{ V}$ Y, $f_N = 50 \text{ Hz}$, $\cos\varphi_N = 0.87$, $\eta_N = 0.89$ soll über ein 1.5 km langes Drehstrom-kabel aus Aluminium mit dem Leitungsquerschnitt je Phase $q_{Al} = 10 \text{ mm}^2$ versorgt werden. Das Kabel wird näherungsweise durch die Impedanz $\underline{Z} = R_B + jX_B$ je Phase beschrieben, wobei $X_B' = 0,19 \Omega/\text{km}$ die Reaktanz je Kabellänge ist!

- 1) Berechnen Sie den ohm'schen Kabelwiderstand R_B je Phase bei 20°C ($\kappa_{Al} = 34 \text{ MS/m}$) sowie X_B und die zugehörige Induktivität L_B !
- 2) Wie groß ist die Stromdichte J_B im Kabel je Strang bei Motornennstrom?
- 3) Wie groß müssen die Speisespannung je Strang \underline{U}_1 und der Effektivwert U_1 am Kabeleingang sein, wenn der Motor mit Nenndaten betrieben werden soll? Nehmen Sie die Motorstrangspannung $\underline{U}_s = U_s$ reell an! Geben Sie U_1 / U_s an!
- 4) Wie groß ist zu 3) der Phasenwinkel $\cos\varphi_1$ am Kabeleingang? Skizzieren Sie maßstäblich \underline{I}_s und das Spannungszeigerdiagramm mit \underline{U}_s , \underline{U}_1 , $R_B \underline{I}_s$ und $jX_B \underline{I}_s$! ($1 \text{ A} \hat{=} 1 \text{ cm}$, $25 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$)
- 5) Wie groß muss eine in Stern geschaltete Anordnung dreier gleich großer Kondensatoren C_Y am Kabeleingang sein, damit $\cos\varphi_1 = 1$ ist (Blindleistungskompensation)? Wie groß ist der Effektivwert des Stroms I_C je Kondensator? Wie groß ist nun der Netzstrom I_{Netz} , der das Kabel und die Kondensatoren versorgt? Um wie viel hat er sich gegenüber 4) in % verändert?

Lösung zu Aufgabe 2.19:

1)

$$R_B = \frac{l}{\kappa_{Al} \cdot q_{Al}} = \frac{1500}{34 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = \underline{4.41 \Omega}, \quad X_B = l \cdot X'_B = 1.5 \cdot 0.19 = \underline{0.285 \Omega},$$

$$L_B = X_B / (2\pi \cdot f_N) = 0.285 / (2\pi \cdot 50) = \underline{0.91 \text{mH}}$$

2)

$$I_N = S_N / (\sqrt{3} \cdot U_N) = P_N / (\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi_N \cdot \eta_N) = 5000 / (\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0.87 \cdot 0.89) = \underline{9.32 \text{A}}$$

$$J_B = I_N / q_{Al} = 9.32 / 10 = \underline{0.932 \text{A/mm}^2}$$

3)

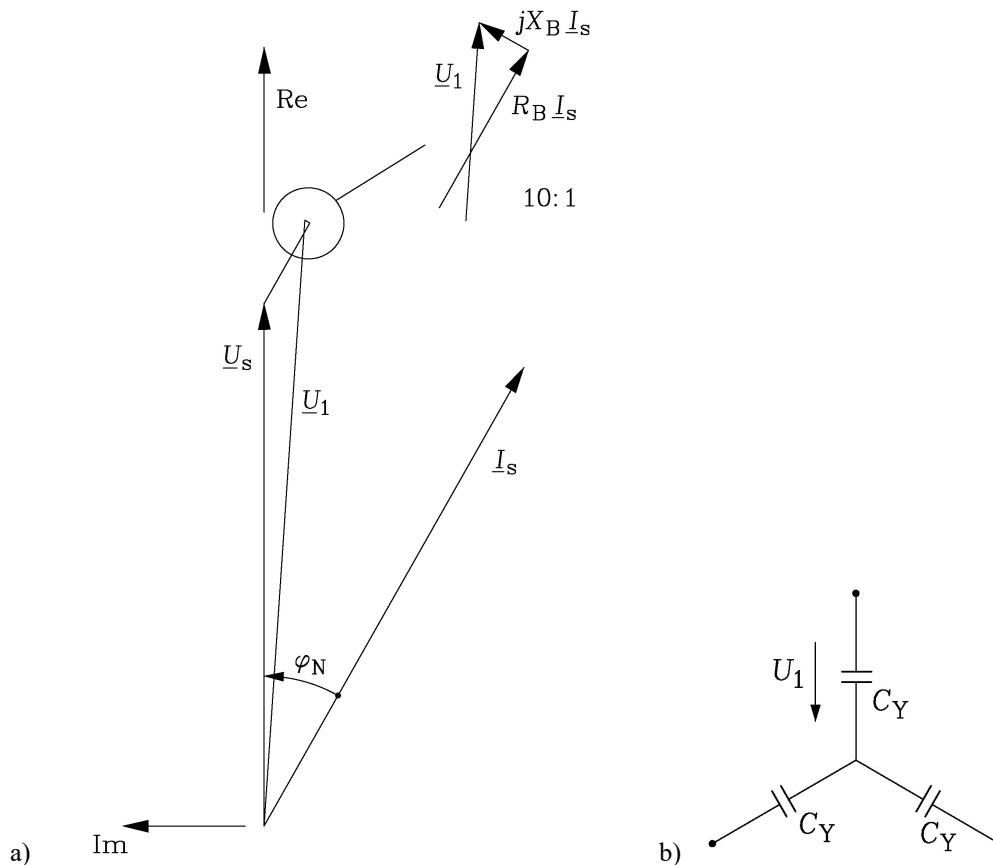


Bild 2.19-1: a) Spannungszeigerdiagramm je Strang mit dem Spannungsfall des Drehstrom-Kabels, b) Sternschaltung der Kondensatoren zur Blindstromkompensation

$$U_s = U_N / \sqrt{3} = 400 / \sqrt{3} = 231 \text{V}, \quad \underline{U}_1 = (R_B + j \cdot X_B) \cdot \underline{I}_N + U_s, \quad \underline{I}_N = I_{s,w} - j \cdot I_{s,b}$$

$$\text{primäre Sternschaltung: } I_s = I_N, \quad \text{Wirkstromanteil: } I_{s,w} = I_s \cdot \cos \varphi_N = 0.932 \cdot 0.87 = 8.11 \text{A},$$

$$\sin \varphi_N = \sqrt{1 - (\cos \varphi_N)^2} = \sqrt{1 - 0.87^2} = 0.493,$$

$$\text{nacheilender Blindstromanteil: } I_{s,b} = I_s \cdot \sin \varphi_N = 0.932 \cdot 0.493 = 4.60 \text{A},$$

$$\underline{U}_1 = (R_B + j \cdot X_B) \cdot (I_{s,w} - j \cdot I_{s,b}) + U_s = R_B I_{s,w} + X_B I_{s,b} + U_s + j \cdot (X_B I_{s,w} - R_B I_{s,b})$$

$$\underline{U}_1 = 4.41 \cdot 8.11 + 0.285 \cdot 4.6 + 231 + j \cdot (0.285 \cdot 8.11 - 4.41 \cdot 4.6) = \underline{(268.08 - j \cdot 17.97) \text{V}},$$

$$\underline{U}_1 = 4.41 \cdot 8.11 + 0.285 \cdot 4.6 + 231 + j \cdot (0.285 \cdot 8.11 - 4.41 \cdot 4.6) = U_{1,w} + j \cdot U_{1,b} =$$

$$= \underline{(268.08 - j \cdot 17.97) \text{V}}$$

$$U_1 = |\underline{U}_1| = \sqrt{268.08^2 + 17.97^2} = \underline{268.68\text{V}}, \quad U_1 / U_s = 268.68 / 231 = \underline{1.163}$$

$$\text{Bild 4.9-1a: } U_s = 231\text{V} \Leftrightarrow 9.24\text{cm}, \quad U_1 = 268.68\text{V} \Leftrightarrow 10.74\text{cm},$$

$$R_B I_s = 4.41 \cdot 9.32 = 41.4\text{V} \Leftrightarrow 1.64\text{cm}, \quad X_B I_s = 0.285 \cdot 9.32 = 2.66\text{V} \Leftrightarrow 0.1\text{cm},$$

$$I_s = 9.32\text{A} \Leftrightarrow 9.32\text{cm}, \quad \varphi_s = \arccos 0.87 \Leftrightarrow 29.5^\circ$$

4)

$$S_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_s = 3 \cdot 268.68 \cdot 9.32 = 7512.3\text{VA},$$

$$P_1 = 3 \cdot (U_{1,w} \cdot I_{s,w} + U_{1,b} \cdot I_{s,b}) = 3 \cdot (268.08 \cdot 8.11 + (-17.97) \cdot (-4.60)) = 6770.4\text{W}$$

$$\cos \varphi_1 = P_1 / S_1 = 6770.4 / 7512.3 = \underline{0.90}$$

5)

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = S_1 \cdot \sqrt{1 - (\cos \varphi_1)^2} = 7512.3 \cdot \sqrt{1 - 0.9^2} = 3255.3\text{VAr}, \quad Q = Q_C + Q_1 = 0,$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega C_Y}, \quad \text{Bild 4.9-1b: } Q_C = -Q_1 = 3 \cdot \frac{U_1}{-\frac{1}{\omega C_Y}} \Rightarrow Q_1 = 3 \cdot 2\pi f_N \cdot C_Y \cdot U_1^2,$$

$$C_Y = \frac{Q_1}{3 \cdot 2\pi f_N \cdot U_1^2} = \frac{3255.3}{3 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 268.68^2} = \underline{47.8\mu\text{F}}$$

$$Q = 0: S_1 = P_1, \quad I_{\text{Netz}} = P_1 / (3 \cdot U_1) = 6770.4 / (3 \cdot 268.68) = \underline{8.4\text{A}},$$

$$\Delta I = I_N - I_{\text{Netz}} = 9.32 - 8.4 = 0.92\text{A}, \quad (\Delta I / I_N - 1) \cdot 100 = \underline{-9.88\%}$$

Aufgabe 2.20: Asynchronmaschine als Aufzugsantrieb

Ein Aufzug soll die Masse $m = 1.5\text{ t}$ mit einem Drehstrom-Asynchronmotor mit den Daten $U_N = 460\text{ V}$, Dreieckschaltung, $f_N = 50\text{ Hz}$, $n_N = 960\text{ min}^{-1}$, $\eta_N = 0.89$, $\cos \varphi_N = 0.87$ mit der Geschwindigkeit $v = 1.2\text{ m/s}$ heben. Das Getriebe zwischen der Seiltrommel mit dem Durchmesser $d = 0.6\text{ m}$ und dem Motor hat den Wirkungsgrad $\eta_G = 0.92$.

- 1) Wie groß sind die Drehzahl n_G der Seiltrommel und das Übersetzungsverhältnis $i = n_N / n_G$ des Getriebes?
- 2) Berechnen Sie die erforderliche Motornennleistung P_N sowie die Stromaufnahme I_{Netz} und das Motornennmoment M_N !
- 3) Welche Polzahl hat der Motor? Wie groß ist der Nennschlupf s_N ?
- 4) Das Motorkippmoment M_b ist das 2.5-fache Nennmoment! Wie groß ist der zugehörige Kippschlupf s_b , wenn das Luftspaltmoment M_e etwa auch das Moment an der Welle ist? Vernachlässigen Sie den Einfluss des Ständerwicklungswiderstands R_s !
- 5) Wie groß ist das Anzugsmoment M_1 und M_1 / M_N des Motors?
- 6) Berechnen Sie die erforderlichen Kapazitäten C_D für eine symmetrische Dreieckschaltung parallel zu den Motorklemmen, um die induktive Motorscheinleistung im Nennpunkt zu kompensieren!
- 7) Wie hoch ist die jährliche Stromkostensparnis in €, wenn der Leistungspreis je kWh bzw. je kVAh im Haushaltstarif 20 ct beträgt und der Motor 2000 h pro Jahr mit obigen Betriebsdaten verwendet wird?

Lösung zu Aufgabe 2.20:

1)

$$v = d \cdot \pi \cdot n_G \Rightarrow n_G = \frac{v}{d \cdot \pi} = \frac{1.2}{0.6 \cdot \pi} = \underline{0.637/s} = \underline{38.2/\text{min}},$$

$$i = n_N / n_G = 960 / 38.2 = \underline{25.13}$$

2)

$$P = m \cdot g \cdot v = 1500 \cdot 9.81 \cdot 1.2 = 17658 \text{ W}, P_N = P / \eta_G = 17658 / 0.92 = \underline{19193 \text{ W}},$$

$$M_N = P_N / (2\pi n_N) = 19193 / (2\pi \cdot (960/60)) = \underline{190.92 \text{ Nm}},$$

$$I_{\text{Netz}} = S_N / (\sqrt{3} \cdot U_N) = P_{e,\text{in}} / (\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi_N) = P_N / (\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi_N \cdot \eta_N) = \\ = 19193 / (\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0.82 \cdot 0.89) = \underline{37.96 \text{ A}}$$

3)

Der Betriebsschlupf soll für kleine Rotorstromwärmeverluste klein sein. Daher muss $2p = 6$ sein, denn dann ist s_N minimal:

$$n_{\text{syn}} = f_N / p = 50 / 3 = 16.67 / \text{s} = 1000 / \text{min},$$

$$s_N = (n_{\text{syn}} - n) / n_{\text{syn}} = (1000 - 960) / 1000 = \underline{0.04}$$

4)

$$R_s \approx 0 \Rightarrow M_e(s): \text{Kloss'sche Funktion } \frac{M_e}{M_b} = \frac{2}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}}$$

$$M_e(s): \text{Moment an der Welle: } s = s_N, s, M_e = M_N = M_b / 2.5, x = \frac{s_N}{s_b},$$

$$\frac{M_e}{M_b} = \frac{1}{2.5} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_b} + \frac{s_b}{s_N}} = \frac{2}{x + (1/x)}, x^2 - 5 \cdot x + 1 = 0, x_{1,2} = 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 1} = 4.79 / 0.208$$

$$\text{Motorbetrieb: } 0 \leq s_b < 1 \text{ und } s_b > s_N : s_N / s_b = 0.208, s_b = s_N / 0.208 = 0.04 / 0.208 = \underline{0.192}$$

5)

$$s = 1: \frac{M_1}{M_b} = \frac{2}{\frac{1}{s_b} + \frac{s_b}{1}} \Rightarrow M_1 = \frac{2M_b}{(1/s_b) + s_b} = \frac{2 \cdot 2.5 \cdot 190.92}{(1/0.192) + 0.192} = \underline{176.4 \text{ Nm}},$$

$$\frac{M_1}{M_N} = \frac{176.4}{190.92} = \underline{0.924}$$

6)

$$P_{e,\text{in}} = P_N / \eta_N = 19193 / 0.89 = 21565 \text{ W}, S_N = P_{e,\text{in}} / \cos \varphi_N,$$

$$Q_N = \sqrt{S_N^2 - P_{e,\text{in}}^2} = P_{e,\text{in}} \cdot \sqrt{(1/\cos \varphi_N)^2 - 1} = 21565 \cdot \sqrt{(1/0.82^2) - 1} = 15052.6 \text{ VAr},$$

Kompensation: $Q_C = -Q_N$: Dreieckschaltung der Kondensatoren (Bild 2.20-1) mit der

$$\text{verketteten Spannung } U_N: X_C = -1/(\omega \cdot C_D), Q_C = \frac{U_N}{1} \cdot U_N \cdot 3 = -Q_N, \\ -\frac{1}{\omega C_D}$$

$$C_D = \frac{Q_N}{2\pi f_N \cdot 3 \cdot U_N^2} = \frac{15052.6}{2\pi \cdot 50 \cdot 3 \cdot 400^2} = \underline{99.82 \mu\text{F}}$$

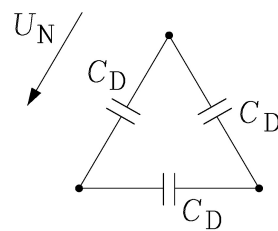


Bild 2.20-1: Dreieckschaltung der Kondensatoren zur Blindstromkompensation

7)

Ohne Kompensation: $S_N = P_{e,in} / \cos \varphi_N = 21565 / 0.82 = 26299 \text{ VA}$,

$t = 2000 \text{ h}$: $S_N \cdot t = 26299 \cdot 2000 = 52598 \text{ kVAh}$

Mit Kompensation: $S_N = P_{e,in} = 21565 \text{ VA}$, $S_N \cdot t = 21565 \cdot 2000 = 43130 \text{ kVAh}$

Kosten p.a.: Ohne Kompensation: $K_o = 52598 \cdot 0.2 = 10519.6 \text{ €}$

Mit Kompensation: $K_m = 43130 \cdot 0.2 = 8626 \text{ €}$

Stromkostensparnis: $K_o - K_m = 10519.6 - 8626 = \underline{\underline{1893.6 \text{ € p.a.}}}$

Aufgabe 2.21: Asynchronmaschinen-Antrieb für eine Ölförderpumpe

Im hessischen *Ried* (Bereich *Gernsheim-Riedstadt*) ca. 20 km westlich von *Darmstadt* wurde in den Jahren 1952 ... 1994 Erdöl mit insgesamt etwa 50 Bohrstationen gefördert. 2016 wurde wieder damit erneut am Standort *Goddelau* begonnen. Bis 1994 kamen je Bohrstation Gestängetiefpumpen („Pferdekopfpumpen“) zum Einsatz, bei denen über einen Kurbeltrieb die rotierende Antriebsbewegung des E-Motors in eine Auf- und Ab-Bewegung eines vertikalen Doppelgestänges (Bild 2.21-1) umgewandelt wurde. Dieses Gestänge bewegt einen horizontal angeordneten, mittig beweglich gelagerten Balken auf und ab, an dessen anderem Ende eine Vertikalstange eine im Erdreich verborgene Kolbenpumpe betätigt. Der mit konstanter Drehzahl direkt aus dem Netz gespeiste schnell drehende Käfigläufer-Asynchronmotor ist über ein untersetzendes Getriebe mit der langsam drehenden Schwungscheibe des Kurbeltriebs verbunden. Die folgenden Berechnungen sind für Netzbetrieb bei Dreieckschaltung der Statorwicklung (D) durchzuführen.

- 1) Berechnen Sie die Nenndrehzahl des Motors n_N !
- 2) Wie viele Sekunden dauert ein kompletter Pumpzyklus (Auf- und Abwärtsbewegung)?
- 3) Wie groß ist das Nennmoment M_N des Motors?
- 4) Bestimmen Sie Nenn- und Anlaufstrom I_N und I_1 des Motors!
- 5) Das Gesamtträgheitsmoment des Antriebs – bezogen auf die Rotorwelle des E-Motors - beträgt $J_{M,res} = 5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Wie groß ist die mittlere Anlaufzeit t_a bei belasteter Pumpe, wenn das mittlere Drehmoment der *Kloss'schen* Anlauffunktion $M(n)$ für den Drehzahlbereich $0 \leq n \leq n_N$ mit $M_{e,av} = 0.4 \cdot (M_1 + M_b)$ abgeschätzt wird?

Hinweis:

Das gegenüber dem Motorläufer-Trägheitsmoment J_M wesentlich größere Trägheitsmoment des Kurbeltriebs und der Gestänge-Pumpenanordnung J_L , das an der Getriebeabtriebsseite (Kurbelwelle) wirksam ist, wurde mit

$$J_{M, \text{res}} = J_M + \frac{J_L}{i^2} = J_M + 0.0001 \cdot J_L$$

auf die Motorseite transformiert.

- 6) Wie groß ist die im Läufer umgesetzte Wärme $W_{\text{Cu,r}}$ während des Hochlaufs in etwa, in kJ und kWh? Hat das Käfigmaterial (hier: Aluminium-Druckguss) Einfluss auf das Ergebnis?
- 7) Der Motor wird nun statt mit Dreieckschaltung mit einem Stern-Dreieck-Hochlauf angefahren. Welche Schaltung und welche Spannungswerte (Strangspannung, verkettete Spannung) treten auf? Auf Grund des auf 1/3 verringerten Anlaufmoments bei Y-Schaltung wird der Motor mit leerer Pumpe (Pumpenmoment $M_s = 0$) hochgefahren. Wie groß sind der Anlaufstrom I_{1Y} , die mittlere Anlaufzeit t_{aY} und die im Läufer umgesetzte Wärme $W_{\text{Cu,r,Y}}$ während des Hochlaufs?

Asynchronmotor-Daten:

$$U_N = 400\text{V D} / 690\text{V Y}$$

$$f_N = 50\text{ Hz}$$

$$P_N = 5\text{ kW}$$

$$2p = 4$$

$$s_N = 3\%$$

$$\cos \varphi_N = 0.83$$

$$\eta_N = 0.91$$

$$M_1 / M_N = 2.5$$

$$M_b / M_N = 2.7$$

$$\text{Getriebeübersetzung } i = 100:1$$

$$I_1 / I_N = 7.4$$



Bild 2.21-1: Erhaltener Pumpenantrieb auf dem Kühkopf bei Stockstadt

Lösung zu Aufgabe 2.21:

$$1) n_N = (1 - s_N) \cdot f_N / p = (1 - 0.03) \cdot 50 / 2 = 24.25 / s = 1455 / \text{min}$$

$$2) \text{ Ein kompletter Pumpzyklus entspricht einer Umdrehung der Schwungscheibe } T_s = 1 / n_s .$$

$$\text{Getriebe: } n_s = n_N / i, T_s = i / n_N = 100 / 24.25 = 4.12\text{ s}$$

$$3) M_N = P_N / (2\pi \cdot n_N) = 5000 / (2\pi \cdot 24.25) = 32.82\text{ Nm}$$

$$4) S_N = P_N / (\cos \varphi_N \cdot \eta_N) = 5000 / (0.83 \cdot 0.91) = 6620\text{ VA},$$

$$I_N = S_N / (\sqrt{3} \cdot U_N) = 66200 / (\sqrt{3} \cdot 400) = 9.56\text{ A}, I_1 = 7.4 \cdot I_N = 7.4 \cdot 9.56 = 70.71\text{ A}$$

$$5) M_{e,av} = 0.4 \cdot (M_1 + M_b) = 0.4 \cdot (2.5 + 2.7) \cdot M_N = 1.04 \cdot M_N = 1.04 \cdot 32.82 = 34.13\text{ Nm},$$

Das Pumpenmoment hängt quadratisch von der Drehzahl ab: $M_s \sim n^2$. Im Nennpunkt M_N , n_N sind Pumpen- und Antriebsmoment gleich groß. Daher gilt: $M_s(n) = M_N \cdot (n/n_N)^2$.

$$M_{s,av} = \frac{1}{n_N} \cdot \int_0^{n_N} M_s(n) \cdot dn = M_N \cdot \int_0^{n_N} (n/n_N)^2 \cdot d(n/n_N) = M_N \cdot \int_0^1 x^2 \cdot dx = M_N \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{M_N}{3},$$

$$M_{s,av} = \frac{32.82}{3} = 10.94 \text{ Nm}, \quad t_a \approx \frac{2\pi n_N \cdot J_{M,res}}{M_{e,av} - M_{s,av}} = \frac{2\pi \cdot 24.25 \cdot 5}{34.13 - 10.94} = 32.85 \text{ s}$$

$$6) W_{Cu,r} \cong \frac{J_{M,res} \cdot \Omega_{syn}^2}{2} \cdot \frac{M_{e,av}}{M_{e,av} - M_{s,av}} = \frac{5 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 25)^2}{2} \cdot \frac{34.13}{34.13 - 10.94} = 90.79 \text{ kJ},$$

$$W_{Cu,r} \cong 90.79 \text{ kJ} = 0.025 \text{ kWh}$$

Die Formel für die Anlaufwärme bei Leer-Hochlauf ($M_s = 0$) ist unabhängig vom Käfigmaterial. Beim Lasthochlauf geht über $M_{e,av}$ die Form der Anlaufmoment-Kurve $M(n)$ in die Formel ein. Die $M(n)$ -Kurvenform wird vom Käfigmaterial (und von der Käfignutenform) beeinflusst, so dass die Rotorwärme beim Lastanlauf auch von dem Käfigmaterial (schwach) abhängt.

7) Y-Schaltung: Strangspannung $400/\sqrt{3} = 230 \text{ V}$, verkettete Spannung: 400 V ,

D-Schaltung: Strangspannung = verkettete Spannung: 400 V ,

$$I_{1Y} = I_1/3 = 70.71/3 = 23.57 \text{ A}, \quad M_{e,av,Y} = M_{e,av}/3 = 34.13/3 = 11.38 \text{ Nm},$$

$$t_{a,Y} \approx \frac{2\pi n_N \cdot J_{M,res}}{M_{e,av}} = \frac{2\pi \cdot 24.25 \cdot 5}{11.38} = 66.95 \text{ s},$$

$$W_{Cu,r,Y} \cong \frac{J_{M,res} \cdot \Omega_{syn}^2}{2} = \frac{5 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 25)^2}{2} = 61.69 \text{ kJ} = 0.017 \text{ kWh}$$