

Ein Verfahren zur Optimierung bei elektrischen Maschinen mit Hilfe der numerischen Feldberechnung

Dem Fachbereich 18
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)
vorgelegte Dissertation

von

Christoph Schätzer

geboren am 14. September 1965
in Aachen

Referent:	Prof. Dr.-Ing habil. A. Binder
Korreferent:	Prof. Dr.phil.nat. W. Müller
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. M. Liese
Tag der Einreichung:	12. Juni 2001
Tag der mündlichen Prüfung:	28. September 2001

D17

Darmstädter Dissertationen

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Elektrische Energiewandlung und am Rechenzentrum der Technischen Universität Darmstadt. Sie wurde von der Technischen Universität Darmstadt als Dissertation genehmigt.

Herrn Prof. Dr-Ing. habil. Andreas Binder danke ich im besonderen Maße für die Übernahme des Referats. Sein stetes Interesse, das er diesem Thema entgegengebracht hat, hat entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Mein besonderer Dank gilt ebenfalls Herrn Prof. Dr.phil. Wilhelm Müller für die Übernahme des Korreferats dieser Arbeit. Sein fachlicher Rat und seine Diskussionsfreude waren immer sehr hilfreich. Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Manfred Liese von der Technischen Universität Dresden für die Übernahme des zweiten Korreferats.

Ein weiterer, ganz spezieller Dank geht an Herrn Dr. Jürgen Ohrnberger den Leiter des Rechenzentrums der Technischen Universität Darmstadt. Sein Verständnis und seine Großzügigkeit haben mir und der Arbeit in vielen Fällen weitergeholfen und damit mit an einem erfolgreichen Gelingen teilgehabt. Dieses gilt ebenfalls uneingeschränkt auch für Herrn Walter Reichenbacher und viele meiner Kollegen am Rechenzentrum.

Weiterhin bedanke ich mich sehr herzlich bei meinen Eltern, meinem Bruder und allen meinen Freunden, die mich durch manche Widrigkeiten gebracht haben und mich immer unterstützten.

Darmstadt, Januar 2002

Christoph Schätzer

Meinen Eltern, meinem Opa

Kurzfassung

Diese Arbeit befaßt sich mit der Optimierung des magnetischen Kreises von elektrischen Geräten, hier im speziellen von elektrischen Maschinen, mit Hilfe eines neu entwickelten Optimierungsverfahrens in Verbindung mit dem numerischen Feldberechnungsprogramm PROF1. Die Optimierungsaufgaben bestehen aus mehreren Zielfunktionen, die gleichzeitig, ohne Transformation in eine Aufgabe mit nur einer Zielfunktion, gelöst wird. Aufgaben diesen Typs werden Vektoroptimierungsaufgaben genannt, da die Einzelziele der Aufgabe in einem Zielfunktionsvektor zusammengefaßt werden. Diese Aufgaben haben nicht eine einzelne Lösung, sondern problembedingt eine Menge von sogenannten Kompromißlösungen, die sich dadurch ergeben, daß sich die zu optimierenden Einzelziele in der Regel direkt widersprechen. Lösungen einer Vektoroptimierungsaufgabe werden durch die sogenannte PARETO-Bedingung beschrieben. Hierbei gilt ein Vektor von Zielfunktionen als optimal im Sinne der Aufgabe, wenn keine weiteren Zielfunktionen existieren, bei der keine Zielfunktion innerhalb des Zielfunktionsvektors verbessert werden kann ohne wenigstens eine andere zu verschlechtern. Die Menge aller Lösungen, die dieser Bedingung genügen, wird als PARETO-Menge bezeichnet. Das in der Arbeit vorgestellte Optimierungsverfahren VEKOPT verwendet die PARETO-Optimalitätsbedingung, um durch stochastische Veränderungen von Suchpunkten alle Punkte der Vektoroptimierungsaufgabe zu finden, die die Optimalitätsbedingung erfüllen. Das Verfahren approximiert durch eine stetig wachsende Anzahl von Punkten die Lösungsmenge der Aufgabe und liefert somit ein genaues Abbild der PARETO-Menge. Zur Verifikation der Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird es auf drei Probleme aus dem Elektromaschinenbau angewendet. Im ersten Beispiel wird ein Windkraftgenerator hinsichtlich dreier Zielvorgaben optimiert. Diese sind maximale Generatorleistung, maximaler Generatorwirkungsgrad bei minimalen Materialkosten des elektro-magnetischen Kreises. Im zweiten Beispiel wird die Magnetkonfiguration des Läufers eines hochdrehenden Spindelantriebes optimiert. Charakteristische Eigenschaften des permanenterregten Antriebes sind eine geforderte Spannungs- und Leistungskonstanz über einen Drehzahlbereich von $6000/min$ bis $20000/min$. Das dritte Beispiel beschreibt die Optimierung des Läufers einer hochdrehenden permanenterregten Synchronmaschine. Hierbei muß insbesondere die mechanische Auslegung der Glas-Faser-Bandage, die zur sicheren Fixierung der Magnete im Läufer der Maschine benötigt wird, berücksichtigt werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen der Vektoroptimierung	5
2.1	Mathematische Definition der Aufgabe	6
2.1.1	Gestalt der PARETO-Menge	10
2.2	Methoden zur Lösung	12
2.2.1	Lösung durch Skalarisierung	13
2.2.2	Dialogverfahren	19
2.2.3	Direktlösende Verfahren	21
3	Ein Verfahren zur direkten Lösung von Vektoroptimierungsaufgaben	27
3.1	Das VEKOPT-Verfahren	28
3.1.1	Optimalitätskriterien	31
3.1.2	Das Verfahren im Detail	33
3.1.3	Abbruchbedingungen	39
3.1.4	Ablauf des VEKOPT-Verfahrens	40
3.1.5	Test des Verfahrens an theoretischen Beispielen	43
4	Das Feldberechnungsprogramm PROFI	49
4.1	Grundgleichungen der Feldberechnung	49
4.2	Prinzipielle Lösung der Gleichungen	50
4.3	Kraftberechnung	52
4.3.1	Kraftberechnung aus Kraftdichten	52
4.3.2	Kraftberechnung aus Hüllflächen	54
4.3.3	Berechnung der Tangentialkomponente H_t	55
4.3.4	Kraftberechnung durch harmonische Analyse aus der Energie- bzw. Leistungsbilanz	57
4.3.5	Vergleich der Berechnungsmethoden für das Drehmoment	60

5	Optimierung eines Windkraftgenerators	63
5.1	Beschreibung des Generators	65
5.2	Berechnung der Kenngrößen	67
5.2.1	Hysteres- und Wirbelstromverluste	67
5.2.2	Stromwärmeverluste	68
5.2.3	Zusatzverluste	69
5.2.4	Berechnung von Leistung und Wirkungsgrad	69
5.2.5	Berechnung der Klemmenspannung	70
5.2.6	Entmagnetisierungsbedingung	72
5.3	Modellbildung	75
5.4	Ergebnisse	77
5.5	Theoretischer Vergleich der Kraftberechnungsverfahren aus den Abschnitten 4.3.1, 4.3.2 und 4.3.4.	87
6	Hochdrehender Spindelantrieb mit Feldschwächung	93
6.1	Aufbau der Grundkonstruktion	94
6.1.1	Abgeleitete Größen	96
6.1.2	Verluste	98
6.1.3	Leistungsbilanz und Wirkungsgradberechnung	101
6.2	Abschätzung der mechanischen Festigkeit des Läufers	101
6.3	Begrenzung der thermischen Belastung der Ständerwicklung .	103
6.4	Aufgabenstellung	104
6.5	Ergebnisse	106
6.5.1	Maximaldrehzahl 16000/min	108
6.5.2	Maximaldrehzahl 20000/min	115
7	Hochgeschwindigkeits-Antrieb mit Oberflächenmagneten	123
7.1	Berechnung der Kenngrößen	125
7.1.1	Berechnung der Leistung	125
7.1.2	Berechnung der Klemmenspannung	126
7.1.3	Oberwellenverlustfaktor im Zahn und Joch	127
7.1.4	Auslegung der Bandage	130
7.1.5	Entmagnetisierungsbedingung	133
7.1.6	Optimierungsaufgabe	133
7.2	Ergebnisse	135
8	Zusammenfassung und Ausblick	145
A	Verwendete Formelzeichen	149
	Literaturverzeichnis	155

Abbildungsverzeichnis

2.1	Darstellung der Beispielfunktion (2.6) im Parameterraum Ω . . .	7
2.2	Darstellung der Beispielfunktion (2.6) im Zielfunktionsraum Z . . .	8
2.3	Links: Halbordnung von Vektoroptimierungsaufgaben, \vec{f}^2 ist größer als \vec{f}^1 , \vec{f}^5 ist kleiner als \vec{f}^1 , \vec{f}^3 und \vec{f}^4 sind gegenüber \vec{f}^1 undefiniert. Rechts: PARETO-Bedingung: \vec{f}^3 ist PARETO-optimal, da keine Punkte existieren, für die beide Zielfunktionskomponenten f_1, f_2 kleiner sind.	11
2.4	Beispiel für eine gemischt konkav-konvexe PARETO-Menge	11
2.5	Links: Nicht zusammenhängende PARETO-Menge. Rechts: Zielfunktionsgebiet mit schwach effizientem Bereich zwischen K_2 und K_3	12
2.6	Methode der Beschränkung: Schranke b_2^1 liefert eine PARETO-optimale Lösung, b_2^2 nur eine schwach effiziente Lösung.	14
2.7	Links: Lineares Ersatzkriterium für nicht konvexe PARETO-Mengen. Der Bereich zwischen K_1 und K_2 kann nicht abgebildet werden. Rechts: Lineares Ersatzkriterium bei konvexen PARETO-Mengen. Alle Punkte der PARETO-Menge können durch die lineare Ersatzfunktion abgebildet werden.	15
2.8	Methode der Zieloptimierung für unterschiedliche Normen. Für ansteigende Werte n aus (2.24), werden die Höhenlinien der Ersatzfunktion (2.24) immer "eckiger". Hier als Beispiel $n = 2$ und $n = 8$	17
2.9	PARETO-basierende Ordnung, links nach GOLDBERG, rechts nach FONSECA und FLEMING. Die Werte in Klammern geben die Gütewerte an.	23
2.10	Links: Ordnungsprinzip nach HORN et al., Punkt A dominiert die Vergleichsmenge, Punkt B wird von dieser dominiert, daher wird Wert A gewählt. Rechts: Ordnungsprinzip nach TANAKA, YAMAMURA und KOBAYASHI. Die nicht ausgefüllten Kreise bezeichnen die Populationsmenge. Schwarz ausgefüllte Kreise beschreiben die durch Mutation und Rekombination hinzugekommenen Punkte.	25
3.1	Schematisiertes Ablaufdiagramm des VEKOPT Verfahrens	30

3.2	Links: Beispielfunktion aus (3.2ff.) im Parameterraum Ω . Rechts: Beispielfunktion im Zielfunktionsraum Z	31
3.3	Behandlung von neu generierten Punkten im VEKOPT-Verfahren. $\vec{f}_3^{n+1'}$ ist PARETO-optimal und ersetzt \vec{f}_3^n . Punkt $\vec{f}_3^{n+1''}$ ist PARETO-optimal, ersetzt aber nicht \vec{f}_3^n . Punkt $\vec{f}_3^{n+1'''}$ ist ein erfolgloser Suchschritt, da er von Punkt \vec{f}_4^n dominiert wird.	32
3.4	Verteilung zehn gleichverteilter Punkte nach der Initialisierung. Die erste Approximation der PARETO-Menge P^0 umfaßt zwei Elemente.	34
3.5	Erzeugung eines neuen Suchpunktes im VEKOPT-Verfahren. Die Schrittweite wird gemäß einer GAUSS-Verteilung mit der Streubreite σ und dem Mittelwert 0 bestimmt.	36
3.6	Links: Approximation der PARETO-Menge des Beispiels aus (3.2ff.) nach dem ersten Suchzyklus. Rechts: Approximation nach dem zweiten Suchzyklus.	37
3.7	Theoretisches Anwendungsbeispiel nach (3.42ff.).	44
3.8	Verlauf der approximierten PARETO-Menge von Aufgabe (3.42ff.). Links: Lösung nach zehn bzw. zwölf Suchzyklen im Zielgebiet Z . Rechts: Verlauf der Parameter ξ_1, ξ_2 im Parameterraum.	45
3.9	Theoretisches Anwendungsbeispiel nach (3.46ff.). Links: PARETO-Menge nach drei bzw. sechs Suchzyklen im Zielgebiet Z . Rechts: Verlauf der Parameter der approximierten PARETO-Menge im zulässigen Parameterraum Ω	47
4.1	Gitternetz und Materialverteilung (schematisch) für ein Feldproblem.	51
4.2	Verteilung der Normal- und Tangentialkomponenten von \vec{B} und \vec{H} innerhalb eines FD-Netzes zur Berechnung der Kraft auf einen Elementarquader	54
4.3	Ausschnitt aus dem Gitternetz und der Materialkontur einer elektrischen Maschine (schematisiert), zur Berechnung des Drehmoments durch Anwendung des MAXWELLSchen Spannungstensors über eine geschlossene Hüllfläche (Zylindermantel).	55
4.4	Berechnung von H_t bei Verwendung des Vektorpotentialansatzes.	56
4.5	Ausschnitt aus dem FD-Gitter zur Erläuterung der diskreten FOURIER-Analyse	58
4.6	Spannungs- und Durchflutungsdiagramm zur Berechnung des inneren Phasenwinkels φ_i (Motorbetrieb, Verbraucherzählpfeilsystem).	60
4.7	Vergleich der unterschiedlichen Kraftberechnungsverfahren aus den Abschnitten 4.3.1, 4.3.2 und 4.3.4	61

5.1	Vergleich eines konventionellen Windturbinensatzes mit einer direktgetriebenen Windkraftanlage.	64
5.2	Schnitt durch Ständer und Läufer über neun Polteilungen des Generators.	66
5.3	Zeigerdiagramm einer Variante des Generators im Verbraucherzählpfeilsystem (vgl. Abbildung 5.12 mit hohen Nuten (hoher Strombelag) und kleinen Magneten).	66
5.4	Leistungsflußdiagramm im Erzeuger-Zählpfeilsystem des untersuchten Generators [61].	70
5.5	Verlauf des Stoßkurzschlußstroms unter Vernachlässigung des Abklingens, für den Zeitpunkt des maximalen Stroms.	72
5.6	Ständerdurchflutung und Durchflutungskurve für den Fall des Klemmenkurzschlusses.	73
5.7	Links: Berechnung des Arbeitspunktes H_{Magnet} des Hartmagneten. Rechts: Integrationsweg zur Berechnung der Magnetdurchflutung.	74
5.8	Gitternetz mit Materialkontur des zweidimensionalen Berechnungsmodells des Generators, bestehend aus 2665 Gitterpunkten.	75
5.9	Entwurfsgrößen des Synchrongenerators	76
5.10	PARETO-Menge zu Aufgabe (5.33).	77
5.11	Oben: PARETO-Menge von Aufgabe (5.33) in der <i>Materialkosten-Wirkungsgrad</i> -Ebene. Unten: PARETO-Menge von Aufgabe (5.33) in der <i>Wirkungsgrad-zugeführten Leistung</i> -Ebene.	78
5.12	Verlauf der Größe $ H_{Magnet} / BH_C $ im Kurzschlußfall für die Randpunkte der PARETO-Menge im oberen Leistungsbereich.	79
5.13	Schnitt durch die PARETO-Menge für Materialkosten von $C=200000DM$	80
5.14	Materialkontur und Feldlinienbild über eine Polteilung zweier optimierter Entwürfe (P_1, P_2 aus Abbildung 5.13, für Materialkosten C von $200000DM$). Magnetische Vektorpotentialdifferenz ΔA zwischen zwei Feldlinien $0.0025 Vs/m$	81
5.15	Schnitt durch die PARETO-Menge für eine Leistung von $1.71 MW$	83
5.16	Verlauf des Parameters l_i (axiale Länge) entlang des zweidimensionalen Schnittes der PARETO-Menge für eine zugeführte Leistung von $1.71MW$	83
5.17	Materialkontur und Feldlinienbild über eine Polteilung zweier optimierter Entwürfe (P_3, P_4 aus Abbildung 5.16) für eine Leistung von $1.71MW$. Magnetische Vektorpotentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.0025 Vs/m$	84
5.18	Bestromungsschema des Ständers, mit entsprechender Durchflutungskurve (links "Bischofsmütze", rechts "Trapez") im Falle des feldorientierten Betriebs, zur Berechnung des Drehmoments.	87

5.19	Feldlinienbilder eines Maschinenentwurfs des Windkraftgenerators. Rechts: Bestromungsschema "Trapez". Links: Bestromungsschema "Bischofsmütze".	90
5.20	Ergebnisse der Drehmomentberechnung für die Fälle "Bischofsmütze" und "Trapez" nach Abbildung 5.18 und der Methode "Grundwelle" in Abhängigkeit des Polbedeckungsfaktors α für einen Bereich von $2/3 < \alpha < 1$	91
5.21	Verlauf des Drehmoments M_e in Abhängigkeit der Ständerbestromung für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 1$	92
6.1	Verlauf der Leistungs-, Drehmoment- und Spannungskurve über dem gesamten Drehzahlbereich des Spindelantriebs.	93
6.2	Materialkontur und Feldlinienbild bei 6000/min als ein Zwischenergebnis der Optimierung der untersuchten Maschine.	95
6.3	Skizze eines Läufer Viertels zur Erläuterung der Berechnung der mechanischen Festigkeit	102
6.4	Geometrische Entwurfsparameter der Synchronmaschine ($x_1 = b_N/2, x_2 = h_N, x_3 = h_{s1}, x_4 = h_M, x_5 = \alpha_{M2}, x_6 = h_{s2}, x_7 = \alpha_{M1}$).	104
6.5	Links: Zeigerdiagramm für den feldorientierten Betrieb im Nennpunkt. Rechts: Zeigerdiagramm für den Feldschwächbetrieb für Maximaldrehzahl. Beide Zeigerdiagramme im Verbraucherzählpfeilsystem.	106
6.6	Ablaufdiagramm zur Berechnung einer Variante von Aufgabe (6.43)	107
6.7	Gesamte PARETO-Menge für $n_{max} = 16000/min$ von Aufgabe (6.43)	108
6.8	Ausschnitt aus der PARETO-Menge für $n_{max} = 16000/min$ von Aufgabe (6.43), für $\Delta U < 20V$	109
6.9	Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_1 . Links $n = 6000/min$, rechts $n = 16000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002Vs/m$	110
6.10	Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_2 . Links $n = 6000/min$, rechts $n = 16000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002Vs/m$	112
6.11	Gesamte PARETO-Menge für $n_{max} = 20000/min$ von Aufgabe (6.43)	115
6.12	Ausschnitt aus PARETO-Menge für $n_{max} = 20000/min$ von Aufgabe (6.43), für $\Delta U < 20V$	116
6.13	Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_1 . Links $n = 6000/min$, rechts $20000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002Vs/m$	117

6.14	Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_2 . Links $n = 6000/min$, rechts $20000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002Vs/m$	119
7.1	Nutabmessungen des Ständers in mm	124
7.2	Materialkontur mit Feldlinien der Flußdichte B einer möglichen $30kW$ - Maschine. Magnetische Vektorpotentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.001Vs/m$	125
7.3	Links: Blockförmig angenommenes Luftspaltfeld, das sich mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt. Rechts: Verlauf der μ -ten Harmonischen der Läufergrundwelle, die mit konstanter Geschwindigkeit $v = v_\mu$ an den Ständerzähnen vorbeizieht.	128
7.4	Oberwellenverlustfaktor $k_{Z,Fe}, k_{J,Fe}$ für rein rechteckförmiges Läuferfeld, in Abhängigkeit des Polbedeckungswinkels α_e (höchste berücksichtigte Oberwelle des Läuferfeldes $\mu = 11$ bzw. $\mu = 31$).	130
7.5	Schnitt durch den Läufer der Maschine mit Magnetsegmenten und Bandage.	131
7.6	Radiale Pressung p durch die Bandage und tangentielle Zugspannung σ innerhalb der Bandage	131
7.7	Schwerpunktradien r_M und r_B der Magnetsegmente und der Bandage zur Berechnung der Zentrifugalkräfte der Magnete und der Bandage.	132
7.8	Entmagnetisierungskurve von $VACOMAX225HR$ bei $150^\circ C$	133
7.9	Entwurfsparameter des Motors	134
7.10	PARETO-Menge von Aufgabe (7.32)	135
7.11	Bereiche der Lösungsmenge für $\sigma_{max} > 500N/mm^2, p_{res} < 5N/mm^2$ und $\frac{ H_M }{1.26 BH_C } > 0.99$	136
7.12	Schnitt durch PARETO-Menge für $P_{ab} = 30kW$	137
7.13	Verlauf der Parameter $\alpha/2, h_M, D/2$ entlang des Schnittes durch die PARETO-Menge für $P_{ab} = 30kW$	138
7.14	Verlauf der Restriktionsfunktionen σ_{max}, p_{res} und $\frac{ H_M }{1.26 BH_C }$ entlang des Schnittes durch die PARETO-Menge für $P_{ab} = 30kW$	139
7.15	Materialkontur mit Feldlinien der Flußdichte B einer möglichen $30kW$ -Maschine. Magnetische Vektorpotentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.001Vs/m$	140
7.16	Oben: Verlauf der magnetischen Feldlinien im Falle eines Klemmenkurzschlusses für Variante $P_{ab} = 30kW$ aus Abbildung 7.15. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $\Delta A = 0.001Vs/m$. Unten: Verlauf der magnetischen Flußdichte B an der Oberkante des Hartmagneten ($R = 41.28mm$).	142

Tabellenverzeichnis

3.1	Ergebnisse der Optimierungsrechnung von Aufgabe (3.2ff).	43
5.1	Fest vorgegebene Generatordaten	67
5.2	Daten der Entwürfe P_1 und P_2 aus (5.13). U_1 und I_1 unter der Annahme, daß $w_1 = 1$	82
5.3	Daten der Entwürfe P_3 und P_4 aus (5.16). U_1 und I_1 unter der Annahme, daß $w_1 = 1$	85
5.4	Ergebnisse der Tangential-Kraftberechnung für die Fälle "Bischofsmütze" und "Trapez" nach Abbildung 5.18 und der Methode "Grundwelle" für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 1$	89
5.5	Ergebnisse der Tangential-Kraftberechnung für die Fälle "Bischofsmütze" und "Trapez" nach Abbildung 5.19 und der Methode "Grundwelle" für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 1$	90
5.6	Ergebnisse der Kraftberechnung für die Fälle "Bischofsmütze" und "Trapez" nach Abbildung 5.18 und der Methode "Grundwelle" für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 0.8$	91
6.1	Gegebene Maschinengrößen	96
6.2	Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_1 , für eine Maximaldrehzahl von $16000/min$	111
6.3	Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_2 , für eine Maximaldrehzahl von $16000/min$	113
6.4	Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_1 , für eine Maximaldrehzahl von $20000/min$	118
6.5	Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_2 , für eine Maximaldrehzahl von $20000/min$	120
7.1	Fest vorgegebene Maschinengrößen	124

Kapitel 1

Einleitung

Mathematische Optimierungsverfahren in Verbindung mit numerischen Feldberechnungsprogrammen sind heute ein fester Bestandteil des Entwurfsprozesses von elektrischen Maschinen geworden [1], [2], [3], [4], [5]. Numerische Feldberechnungsprogramme erlauben es, das elektrische und mechanische Verhalten von elektrischen Maschinen realistisch im Computer zu simulieren. Aufwendige und teure Untersuchungen an Prototypen können teilweise durch numerische Simulationsmodelle ersetzt werden. Diese Methode wird als *Computer Aided Optimization*, kurz **CAO**, bezeichnet. Unter der Optimierung eines elektrischen Gerätes wird die Verbesserung hinsichtlich eines oder mehrerer Gütekriterien (auch Ziele genannt) verstanden. Die Gütekriterien, beispielsweise eine elektrische Spannung oder ein Drehmoment, werden durch eine zielgerichtete Variation von Parametern verbessert. Parameter sind Werte, durch die Einfluß auf die Gütekriterien genommen werden kann. Hierzu zählen geometrische Größen, wie etwa die Abmessungen der Ständernut einer elektrischen Maschine oder die Länge des Blechpaketes, aber auch Anreißgrößen wie etwa eine Stromdichte oder die Polarisationsrichtung eines Hartmagneten.

Der Entwurfsprozeß im Computer beginnt mit der Modellbildung, bei der versucht wird, die Einflußgrößen, die den Entwurf bestimmen, in eine mathematischen Aufgabe zu überführen. Alle Einflüsse lassen sich heute noch nicht in einem Gesamtmodell berücksichtigen. Insbesondere bereitet die Simulation von thermischen und strukturmechanischen Gegebenheiten Schwierigkeiten. Hierfür muß oftmals auf geeignete Ersatzmodelle zurückgegriffen werden. Als Beispiel findet man in Kapitel 6 den Entwurf eines hochdrehenden Spindeltriebes, bei dem die mechanische Festigkeit der Läuferkonstruktion mitberücksichtigt werden muß. Die Festigkeit der gefundenen Varianten wird hierbei über ein analytisches Ersatzmodell bestimmt.

Um mathematische Optimierungsverfahren anwenden zu können, müssen

geeigneten Gütefunktionen definiert werden, welche die Anforderungen an die Problemstellung möglichst genau widerspiegeln. Diese Funktionen müssen durch kontinuierlich veränderbare Parameter steuerbar sein, um bessere Entwürfe finden zu können.

Erste Ansätze zur Anwendung mathematischer Optimierungsverfahren im Elektromaschinenentwurf finden sich bereits Ende der sechziger Jahre bei APPELBAUM und ERLICKI [7]. GIRDINO et al. [8] wenden erstmalig numerische Berechnungsverfahren zur Optimierung elektrischer Geräte an. ULLRICH [9] verwendet ein diskretes Optimierungsverfahren zur optimalen Auslegung von Nadeldruckerköpfen.

Bis vor etwa fünfzehn Jahren wurde der Begriff Optimierung als die Verbesserung hinsichtlich eines Gütekriteriums verstanden. Diese Form der Optimierung wird auch skalare Optimierung genannt. Die Suche nach einem verbesserten Entwurf wird durch das intuitive Zusammenfassen von Einzelzielen geprägt. Oftmals ist es jedoch nicht möglich, nur eine einzelne Gütefunktion zu definieren. Vielmehr hängt eine Konstruktion von mehreren Zielen ab, die sich in vielen Fällen direkt widersprechen können. Als einfaches Beispiel betrachte man die Optimierung einer permanenterregten Synchronmaschine unter der Vorgabe, einen kostengünstigen und leistungsstarken Entwurf zu finden. Der Einsatz von Selten-Erd-Magnetmaterialien im Läufer der Maschine führt zu erhöhten Materialkosten, die man möglichst gering halten will. Auf der anderen Seite möchte man aber eine möglichst hohe Maschinenleistung erzielen. Beide Ziele lassen sich nicht gleichzeitig erfüllen. Ein Ziel kann nur auf Kosten des anderen Ziels verbessert werden. Es entsteht dadurch ein Zielkonflikt. Die optimale Lösung im Sinne des Entwicklungsingenieurs stellt somit eine Kompromißlösung dar. Der Entwicklungsingenieur muß entscheiden, wieviel ihm ein Ziel wert ist, und auf dieser Basis eine Lösung finden. Aufgaben mit mehr als einer Zielfunktion werden als Vektoroptimierungsaufgaben bezeichnet. Der Optimalitätsbegriff von ist nicht trivial. Der italienische Sozial-Ökonom V. PARETO [10] gilt als der Erste, der Bedingungen für optimale Lösungen aufgestellt hat. RUSSENSCHUCK [11] und SCHÄFER-JOTTER [12] gehen erstmalig auf die Problematik ein, die sich bei der Definition von Vektoroptimierungsproblemen von elektrischen Geräten ergeben. Besonders die Arbeit von RUSSENSCHUCK, die sich mit der Optimierung von permanenterregten Synchronmaschinen beschäftigt, ist wegweisend. Grundidee dieser und weiterer Arbeiten ist der Gedanke, daß nur eine Lösung gesucht wird. Die Vektoroptimierungsaufgabe wird in eine skalare Optimierungsaufgabe transformiert. Es werden dem Entwicklungsingenieur geeignete Transformationsverfahren zur Verfügung gestellt, die es ihm erlauben, Probleme mit mehreren Zielen in eine Aufgabe mit nur noch einem Ziel zu überführen. Beispiele hierfür finden sich in [13], [14], [15], [6].

Die Transformationsmethoden sollen dem Entwicklungsingenieur helfen, die Gewichtung der einzelnen Ziele und Forderungen an einen verbesserten Entwurf umzusetzen. So zum Beispiel die Möglichkeit, sich auf ein Hauptziel zu beschränken und die weiteren Ziele durch Restriktionsbedingungen zu ersetzen. Dieser Weg setzt zum einen eine klare Zielvorstellung des Entwicklungsingenieurs voraus, zum anderen aber auch eine gewisse Kenntnis möglicher Lösungen. Diese Kenntnis ist nicht immer vorhanden und muß auch nicht vorausgesetzt werden. In einem anderen Ansatz sucht man alle Kompromißlösungen und kann damit eine Entscheidung für eine mögliche Konstruktion treffen. Man gewinnt dabei Erkenntnisse, wie sich die Einzelziele gegeneinander verhalten und kann damit Bereiche ausschließen, in denen sich unsinnige Konstruktionen ergeben würden. Ein Beispiel hierfür findet sich in Kapitel 7 der vorliegenden Arbeit. OJO [16] setzt als einer der ersten den Gedanken um, einen Gesamtüberblick über alle Kompromißlösungen zu finden. In dieser Arbeit wird am Beispiel einer permanenterregten Synchronmaschine versucht, alle möglichen Kompromißlösungen zu finden, die sich aus dem Vektoroptimierungsproblem ergeben. Gesucht werden alle Konstruktionen mit geringen Materialkosten und einem hohen Wirkungsgrad. Die Aufgabe wird durch systematische Variation von skalaren Ersatzproblemen gelöst. Ein direktes Lösungsverfahren ohne Transformationsmethoden wird von SIM et al. [17] vorgestellt. Auch hier wird eine permanenterregte Synchronmaschine hinsichtlich minimalem Gewicht und maximalem Wirkungsgrad optimiert. Als Ergebnis erhält man einen Gesamtüberblick über alle Kompromißlösungen, die sich aus der Problemstellung ergeben.

Die vorliegende Arbeit beschreibt ein Verfahren, das ebenfalls in der Lage ist, Aufgaben mit mehreren sich widersprechenden Zielen direkt zu lösen. Als Lösung dieser Aufgabe ergibt sich die Gesamtmenge aller Kompromißlösungen, die sich innerhalb eines festen Parameterbereiches ergeben. Es wird in Kapitel 3 behandelt und an zwei theoretischen Beispielen getestet. In Kapitel 2 wird eine Einführung in die Vektoroptimierung gegeben und die bekannten Lösungsmethoden beschrieben. Das Optimierungsverfahren wird auf drei Beispiele aus dem Elektromaschinenbau angewendet:

- Optimierung eines langsamdrehenden permanenterregten Windkraftgenerators hinsichtlich minimaler Materialkosten, maximalen Wirkungsgrads und maximaler Leistung.
- Optimierung eines hochdrehenden permanenterregten Spindelantriebes einer Werkzeugmaschine hinsichtlich konstanter Spannung (minimaler Spannungsvariation) innerhalb eines Drehzahlbereichs zwischen $6000/min$ und $16000/min$ bzw. $20000/min$ und maximaler Leistung.

Die Aufgabe berücksichtigt die mechanische Festigkeit der Läuferkonstruktion durch eine gekoppelte Festigkeitsuntersuchung als eine Randbedingung der Optimierungsaufgabe, sowie die Einhaltung einer Entmagnetisierungsgrenze der Hartmagnete des Läufers im Falle eines Klemmenkurzschlusses.

- Optimale mechanische und elektromagnetische Auslegung eines Hochgeschwindigkeitsantriebes (maximale Leistung, minimales Magnetvolumen) unter Berücksichtigung der Entmagnetisierungsfestigkeit der Hartmagnete im Falle eines Klemmenkurzschlusses. Auch hier wird eine Festigkeitsuntersuchung der Läuferkonstruktion in das Problem eingebunden.

Für alle drei Beispiele wird die sich aus der Problemstellung heraus ergebende Menge der Kompromißlösungen dargestellt, diskutiert und kritisch bewertet.

Kapitel 2

Grundlagen der Vektoroptimierung

Um ein elektrisches Gerät zu verbessern, definiert der Entwicklungsingenieur Kriterien, mit denen er das Gerät qualitativ bewerten kann. Diese Kriterien oder Ziele sind Betriebsgrößen, wie etwa eine induzierte Spannung oder der Wirkungsgrad einer elektrischen Maschine oder es sind mechanische Größen, wie eine Leistung, oder aber das aus einem Volumen abgeleitete Materialgewicht. Um die vorgegebenen Kriterien verbessern zu können, müssen Größen definiert werden, die kontinuierlich verändert werden können. Diese Größen können mechanische oder elektrische Parameter sein. Beispielsweise eine Stromdichte, ein Stromphasenwinkel oder die geometrischen Abmessungen eines Hartmagneten im Läufer einer permanenterregten Maschine.

Die numerischen Feldberechnung liefert die Möglichkeit viele unterschiedliche Varianten zu untersuchen und auszuwerten. Es ist möglich Parameter zu definieren, die innerhalb definierter Grenzen frei veränderbar sind. Die zuvor definierten Kriterien können aus der Lösung der Feldberechnung ermittelt werden.

Die Verbesserung eines Zieles bedeutet, die Werte des entsprechenden Kriteriums entweder zu vergrößern oder zu verkleinern. Mathematisch entspricht die Aufgabe eine verbesserte Konstruktion zu finden einer Optimierungsaufgabe mit mehreren Zielen, die als Vektoroptimierungsaufgabe bezeichnet wird.

Bei der Suche nach einer verbesserten Konstruktion, stellt man oft fest, daß das Verhalten eines elektrischen Gerätes nicht nur von einem Ziel sondern von mehreren Zielen gleichzeitig bestimmt wird. In der Regel widersprechen sich die Ziele und es entsteht der in der Einleitung bereits erwähnte Zielkonflikt. Der Zielkonflikt zeigt sich darin, daß es keine Lösung gibt, an der alle definierten Kriterien ihren bestmöglichen Wert erreichen. Beispielswei-

se ist es nicht möglich bei einer elektrischen Maschine das Bauvolumen zu verkleinern und gleichzeitig das Drehmoment der Maschine zu vergrößern. Diese Ziele arbeiten gegeneinander. Solche Probleme besitzen nur Kompromißlösungen, die der Entwickler bewerten muß. Dieser besitzt entweder zu Beginn eine gewisse Vorstellung darüber, welche Ziele für ihn wichtig oder weniger wichtig sind, oder er entwickelt seine Vorstellung anhand vorliegender Ergebnisse. Man nennt dies das Präferenzverhalten, welches der Ingenieur gegenüber der Aufgabe besitzt. Das Präferenzverhalten für Routineauslegungen wird durch betriebsinterne Regelungen und Vorgaben kanalisiert. Im folgenden wird man sehen, daß Probleme mit mehreren Zielen nicht nur eine Lösung besitzen, sondern eine Menge von Kompromißlösungen, die sich entsprechend der Gewichtung der Einzelziele aus dem Problem ergeben. Der Entwicklungsingenieur muß im nächsten Schritt aus der Menge dieser Lösungen, die ihm als optimal erscheinende Lösung ermitteln. Er wird zum dafür, welche Lösungen er aus der Menge der Einzellösungen der Konstruktionsaufgabe auswählt. In den folgenden Abschnitten wird die Optimierungsaufgabe mit mehreren Zielen genauer vorgestellt und ein Überblick darüber gegeben, wie diese gelöst werden kann.

2.1 Mathematische Definition der Aufgabe

Mehrzieloptimierung, auch Vektoroptimierung genannt, behandelt das Problem, einen Parametervektor zu finden, der unter definierten Einschränkungen in Form von Restriktionsfunktionen und Parametergrenzen einen Vektor von Zielfunktionen minimiert. In mathematischer Form lautet die Vektoroptimierungsaufgabe:

$$\min \vec{f}(\vec{x}) \quad (2.1)$$

$$\vec{f}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), \dots, f_i(\vec{x})) \quad i = 1, \dots, p \quad (2.2)$$

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_i) \quad i = 1, \dots, n$$

$$\vec{x}_u \leq \vec{x} \leq \vec{x}_o \quad (2.3)$$

$$\vec{h}_i(\vec{x}) = \vec{0} \quad i = 1, \dots, q \quad (2.4)$$

$$\vec{g}_i(\vec{x}) \leq \vec{0} \quad i = 1, \dots, k \quad (2.5)$$

$$\vec{0} : \text{Nullvektor, } (0, 0, 0, \dots, 0)$$

Hierbei sind $(f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_p(\vec{x}))^T$ die in einem Vektor \vec{f} zusammengefaßten Zielfunktionen. Die Funktionen beschreiben in mathematischer Form die zu optimierenden Gütekriterien. Am Beispiel einer elektrischen Maschine kann dies eine Leistung, ein Wirkungsgrad, die Abweichung von einem definierten Feldverlauf oder ein Materialvolumen sein. Die Entwurfsparameter

sind im Vektor $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ zusammengefaßt, der durch Ober- und Untergrenzen (x_o, x_u) im n -dimensionalen Raum der reellen Zahlen R^n beschränkt ist. Die Zielfunktionen hängen von Parametern ab, die im Laufe der Optimierung innerhalb festgelegter Grenzen frei verändert werden können. Die Parameter definieren konstruktive Größen wie Längen, Durchmesser, oder allgemeiner Abmessungen von Materialien oder elektrische Größen, wie etwa Stromdichten und Spannungen. Darüberhinaus kann der Parameterraum durch Ungleichheitsrestriktionen $g_i(\vec{x}) \leq 0$, ($i = 1, \dots, k$) und Gleichheitsrestriktionen $h_i(\vec{x})$, ($i = 1, \dots, q$) eingeschränkt werden, beispielsweise die Forderung nach einer maximalen Feldstärke oder eines festen Leistungsfaktors einer Maschine. Alle Ziel- und Restriktionsfunktionen sind in der Regel nichtlinear abhängig vom Entwurfsvektor \vec{x} .

In (2.6) ist ein einfaches Vektoroptimierungsproblem mit zwei Zielfunktionen ($p = 2$) und einem Entwurfparameter ($n = 1$), der im R^1 beschränkt ist, dargestellt.

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = (x - 1)^2 + 2 \\ f_2 = x \end{array} \right\} \min, x \in \Omega \quad (2.6)$$

$$\Omega = \{x \in R^1 : 0 \leq x \leq 2\} \quad (2.7)$$

Die Größen f_1 und f_2 sollen gleichzeitig über dem zulässigen Parameterraum Ω minimiert werden. Man erkennt in Abbildung 2.1, daß es nicht notwendigerweise ein $x^* \in \Omega$ geben muß, an dem beide Funktionen ihren Minimalwert annehmen. Vielmehr zeigt dieses einfache Beispiel ein charakteristisches Verhalten von Vektoroptimierungsproblemen, nämlich das Auf-

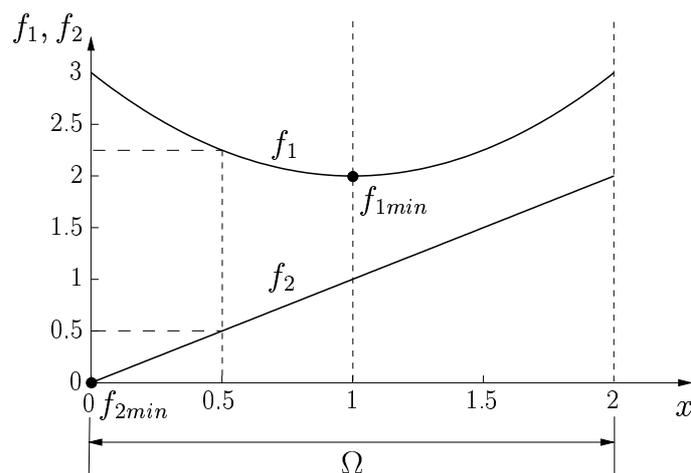


Abbildung 2.1: Darstellung der Beispielfunktion (2.6) im Parameterraum Ω .

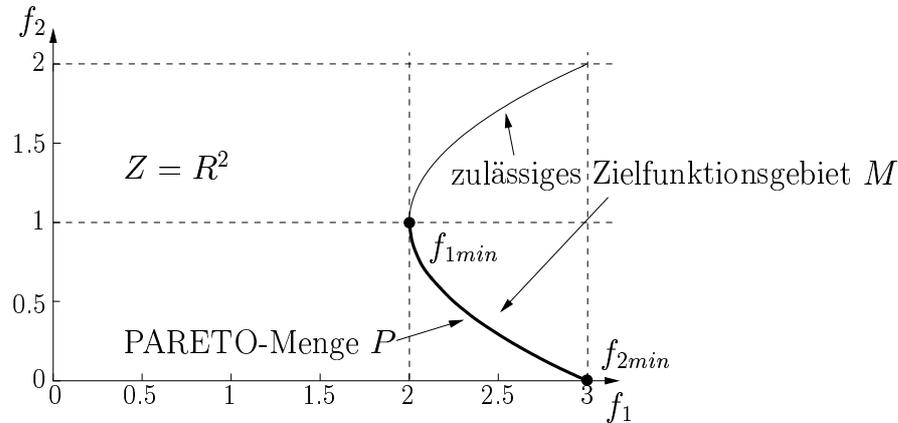


Abbildung 2.2: Darstellung der Beispielfunktion (2.6) im Zielfunktionsraum Z .

treten eines Zielkonflikts. Das bedeutet, im Bereich $0 \leq x \leq 1$ sind beide Funktionen nicht gleichzeitig fallend bzw. wachsend.

Faßt man f_1 und f_2 zu einem Zielfunktionsvektor \vec{f} zusammen, so wird durch \vec{f} der zulässige Parameterraum Ω in den Zielfunktionsraum $Z = R^2$ abgebildet.

$$\vec{f}: \Omega \rightarrow Z = R^2 \quad (2.8)$$

Zur Darstellung der Funktionen im Zielfunktionsraum werden zwei rechtwinklige Koordinaten z_1 und z_2 im R^2 definiert. Damit kann der Parameter x eliminiert werden durch:

$$z_1 = (x - 1)^2 + 2 \quad (2.9)$$

$$z_2 = x \quad (2.10)$$

$$z_1, z_2 \in M \quad (2.11)$$

$$M = \{(z_1, z_2)^T : z_1 - (z_2 - 1)^2 = 2, 2 \leq z_1 \leq 3\} \quad (2.12)$$

Die Menge M enthält alle zulässigen Vektoren, die im Zielfunktionsraum Z definiert sind. Der Verlauf der Funktionen f_1 und f_2 im Zielfunktionsraum findet man in Abbildung 2.2 dargestellt.

Um zu klären, welche Punkte $x \in \Omega$ Lösungen von Aufgabe (2.6) sind, muß zuerst eine Ordnungsrelation für ein Vektoroptimierungsproblem definiert werden, die es ermöglicht, verschiedene Zielfunktionsvektoren miteinander zu vergleichen. In der skalaren Optimierung, bei der nur eine Zielfunktion über einen zulässigen Bereich $\Omega \in R$ minimiert wird, existiert dieses Problem nicht, da der Körper der reellen Zahlen R total geordnet ist. Eine totale Ordnung liegt vor, wenn für zwei beliebige Zahlen $z_1, z_2 \in R$ gilt:

$$z_1 \leq z_2 \quad \text{oder} \quad z_2 \geq z_1 \quad (2.13)$$

Damit sind im Bereich $f(\Omega)$ immer zwei Elemente vergleichbar und man sucht zur Lösung dasjenige $x^* \in \Omega$, für das gilt:

$$f(x^*) < f(x) \quad \text{für alle } x \in \Omega \quad (2.14)$$

Zur Lösung von skalaren Problemen orientiert man sich also an den Funktionswerten f der zulässigen Elemente $x \in \Omega$, und benutzt die in R vorliegende totale Ordnung, um eine Minimalstelle x^* zu finden. Was für R gilt, gilt auch für $f(\Omega)$, da $f(\Omega) \subseteq R$.

Zur Lösung von Aufgaben mit mehreren Zielfunktionen wird die Ordnungsrelation des komponentenweisen Vergleichs verwendet. Hierbei werden die Zielfunktionen f_i des Zielfunktionsvektors \vec{f} jeweils komponentenweise miteinander verglichen. Im R^2 ergibt sich die komponentenweise Ordnung zu

$$\begin{aligned} \vec{f}^1, \vec{f}^2 \in R^2 \quad \text{mit} \quad \vec{f}^j &= (f_1^j, f_2^j)^T \quad j = 1, 2 \quad (2.15) \\ \vec{f}^1 \leq \vec{f}^2 \quad \text{genau dann, wenn} \quad f_i^1 &\leq f_i^2 \quad \text{für } i = 1, 2 \end{aligned}$$

Als Beispiel betrachtet man Punkt $x_1 = 0.5$ aus Aufgabe (2.6). Hier ist $\vec{f} = (0.5, 2.25)^T$. Im Bereich $0 \leq x \leq 1$ ist f_1 streng monoton fallend und f_2 streng monoton wachsend, so daß es in diesem Bereich keinen Vektor \vec{f} gibt, für den sich nicht wenigstens eine Zielfunktionskomponente (f_1, f_2) vergrößert.

Unter Berücksichtigung von (2.15) läßt sich eine Optimalitätsbedingung wie folgt definieren:

Ein Vektor \vec{x}^* ist optimale Lösung für Problem (2.1), wenn kein anderer Vektor $\vec{x} \in \Omega$ existiert, mit der Eigenschaft:

$$\begin{aligned} f_i(\vec{x}) \leq f_i(\vec{x}^*) \quad \text{für alle } i &\in (1, \dots, k) \quad (2.16) \\ \text{und} \\ f_i(\vec{x}) < f_i(\vec{x}^*) \quad \text{für mindestens ein } i &\in (1, \dots, k) \end{aligned}$$

Alle Lösungen \vec{x} , die diesen Bedingungen genügen, werden als funktionaleffizient oder auch PARETO-optimal bezeichnet.

Bei allen nicht PARETO-optimalen Lösungsvektoren kann eine Zielfunktionskomponente f_i reduziert werden, ohne eine andere gleichzeitig zu vergrößern.

Diese Bedingung wird nicht nur von einem Vektor \vec{x} erfüllt, sondern in der Regel von unendlich vielen, die sich innerhalb eines begrenzten Bereichs bewegen. Sie sind in einer Menge zusammengefaßt, die als PARETO-Menge oder als die Menge der funktionaleffizienten Punkte bezeichnet wird.

Die gewählte Ordnungsrelation des komponentenweisen Vergleichs ist keine totale Ordnung, wie etwa die Menge der reellen Zahlen R , sondern nur

eine partielle Ordnung. Diese erlaubt es nicht, jeden Vektor \vec{f} größenordnungsmäßig wie in Bedingung (2.13) miteinander zu vergleichen. Abbildung 2.3, links zeigt fünf Vektoren, die in einem zweidimensionalen Zielfunktionsraum eingetragen sind. Vergleicht man die Vektoren $\vec{f}^2, \vec{f}^3, \vec{f}^4, \vec{f}^5$ mit Vektor \vec{f}^1 , so erkennt man, daß Vektor \vec{f}^2 eindeutig größer als \vec{f}^1 ist und \vec{f}^5 eindeutig kleiner als \vec{f}^1 ist. Man sagt auch \vec{f}^2 dominiert \vec{f}^1 , oder \vec{f}^1 ist nicht dominant gegenüber \vec{f}^2 . Aber \vec{f}^4 und \vec{f}^3 können nicht als größer oder kleiner definiert werden, da bei beiden nur eine Zielfunktionskomponente entweder kleiner oder größer im Vergleich zu \vec{f}^1 ist. Der Bereich, in dem man die Zielfunktionen gegenüber \vec{f}^1 als größer oder kleiner zuordnen kann, ist in Abbildung 2.3, links schraffiert markiert. Dieser Unterschied gegenüber Problemen mit nur einer Zielfunktion bestimmt das grundlegende Design eines Verfahrens zur direkten Lösung von Vektoroptimierungsaufgaben.

Die Optimalitätsbedingung (2.16) läßt sich jetzt leicht anhand von Abbildung (2.3, rechts) graphisch darstellen. Aufgetragen ist der Bereich der zulässigen Lösungen M für $Z = R^2$. Nach Abbildung 2.3, links können nur die Punkte ein Teil der PARETO-Menge sein, die im Bereich "kleiner" keine weiteren Zielfunktionsvektoren haben. Dies ist nicht erfüllt für \vec{f}^1 und \vec{f}^2 . Hier finden sich im kreuzschraffierten Bereich weitere mögliche Lösungen. Nur Punkt \vec{f}^3 muß zur PARETO-Menge gehören. Hier gibt es keine weiteren Punkte links unterhalb von \vec{f}^3 . Die PARETO-Menge liegt immer auf dem Rand der zulässigen Zielfunktionsmenge M und wird begrenzt durch die Minimalstellen der Einzelziele (f_{1min}, f_{2min}). Die PARETO-Menge für Problem (2.6) besteht damit aus dem unteren Teil vom M und ist in Abbildung 2.2 als dicke Linie hervorgehoben.

Vektoroptimierungsprobleme besitzen bis auf seltene Ausnahmefälle, in denen die Minimalstellen der Zielfunktionen in einem Punkt zusammenfallen, immer eine Lösungsmenge anstatt einer einzelnen Lösung. Aus der Menge dieser Kompromißlösungen wählt der Entscheidungsträger eine ihm günstig erscheinende Lösung aus.

2.1.1 Gestalt der PARETO-Menge

Aus der Tatsache, daß die Minimalstellen der Einzelfunktionen f_i des Zielfunktionsvektors \vec{f} immer Teil der PARETO-Menge sind, folgt, daß alle subdimensionalen Probleme, die sich aus der Aufgabe bilden lassen, zu PARETO-optimalen Lösungen führen. Im einfachsten Fall für eine Aufgabe mit zwei Zielfunktionen (f_1, f_2) wäre die Lösung der Aufgabe $min f_1$ immer auch Teil der PARETO-Menge. Diese Eigenschaft wird beispielsweise bei der später beschriebenen lexikographischen Methode ausgenutzt.

Die PARETO-Menge ist entweder konkav, konvex oder gemischt konkav-

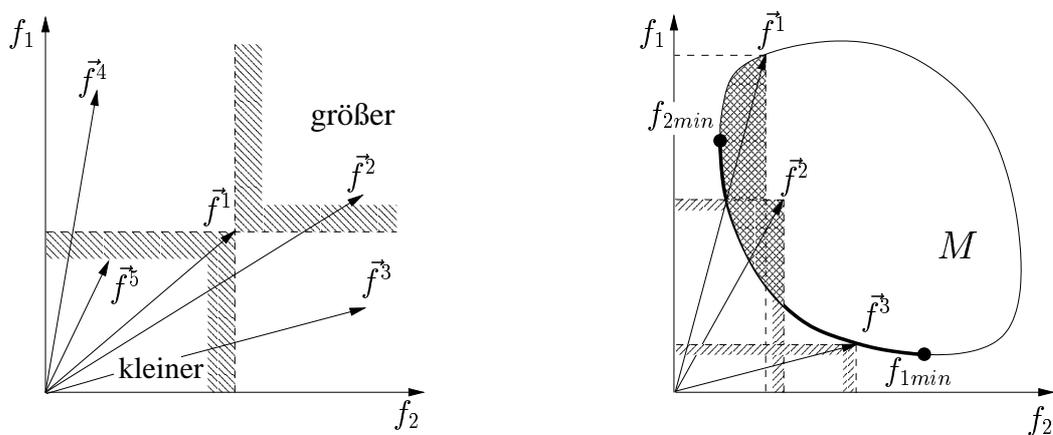


Abbildung 2.3: Links: Halbordnung von Vektoroptimierungsaufgaben, \vec{f}^2 ist größer als \vec{f}^1 , \vec{f}^5 ist kleiner als \vec{f}^1 , \vec{f}^3 und \vec{f}^4 sind gegenüber \vec{f}^1 undefiniert. Rechts: PARETO-Bedingung: \vec{f}^3 ist PARETO-optimal, da keine Punkte existieren, für die beide Zielfunktionskomponenten f_1 , f_2 kleiner sind.

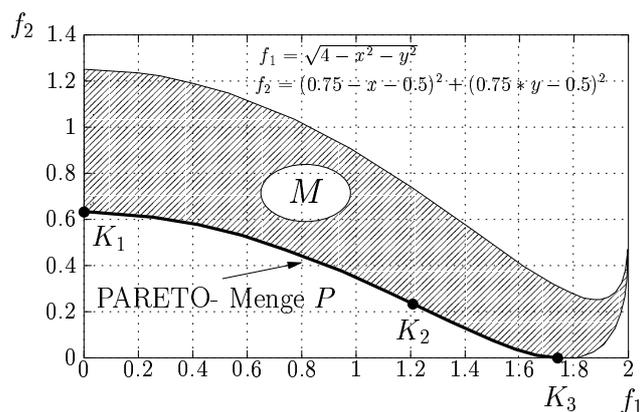


Abbildung 2.4: Beispiel für eine gemischt konkav-konvexe PARETO-Menge

konvex. Aufgabe (2.6) besitzt eine konvexe PARETO-Menge. Für eine konvexe PARETO-Menge liegen alle Verbindungsgeraden funktionaleffizienter Punkte innerhalb des zulässigen Zielgebietes M . Bei einer konkaven PARETO-Menge liegt jede Verbindungsgerade außerhalb des zulässigen Zielgebietes M . Abbildung 2.4 zeigt eine PARETO-Menge, die gleichzeitig konvex ($K_1 - K_2$) und gemischt konkav-konvex ($K_2 - K_3$) ist. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, daß die Form der PARETO-Menge Einfluß auf die Wahl von Transformationsverfahren hat und nicht alle skalaren Transformationsverfahren die PARETO-Menge vollständig abbilden können. Die PARETO-Menge muß nicht notwendigerweise zusammenhängend sein, auch dann nicht, wenn f

stetig ist (vgl. Abbildung 2.5, links). Die Form der PARETO-Menge hängt von der Dimensionalität der Vektoroptimierungsaufgabe ab. Probleme mit p Zielfunktionen haben immer eine PARETO-Menge, deren Dimension kleiner oder gleich $p - 1$ ist.

Verläuft die PARETO-Menge im Zielfunktionsgebiet parallel zu einer Koordinatenachse, sind diese Punkte nicht Teil der PARETO-Menge, obwohl sie genaugenommen der Optimalitätsbedingung aus Formel (2.16) genügen (Abbildung 2.5, rechts). Diese Punkte werden als schwach effizient bezeichnet. Lösungsverfahren dürfen diese Punkte nicht ermitteln.

2.2 Methoden zur Lösung

Nahezu alle bekannten Verfahren zur Lösung von Vektoroptimierungsverfahren liefern nur genau einen Punkt der PARETO-Menge. Diesem Lösungsansatz liegt der Gedanke zugrunde, daß grundsätzlich nur eine spezielle Lösung gesucht wird. Es ist damit nicht notwendig, die gesamte PARETO-Menge zu finden, sondern nur einen Punkt aus dieser Menge. Man versucht durch eine geeignete Transformation das vektorielle Problem in eine skalare Optimierungsaufgabe zu überführen. Die Lösung einer Optimierungsaufgabe mit nur einer Zielfunktion ist hinsichtlich Theorie und Lösungsverfahren bekannt und Verfahren sind in großer Zahl verfügbar [39]. Je nach Kenntnisstand und Problemstellung kann die skalare Ersatzfunktion entweder zu Beginn festgelegt werden oder im Laufe des Optimierungsprozesses immer genauer den Vorstellungen des Entscheidungsträgers bezüglich seines Präferenzverhaltens

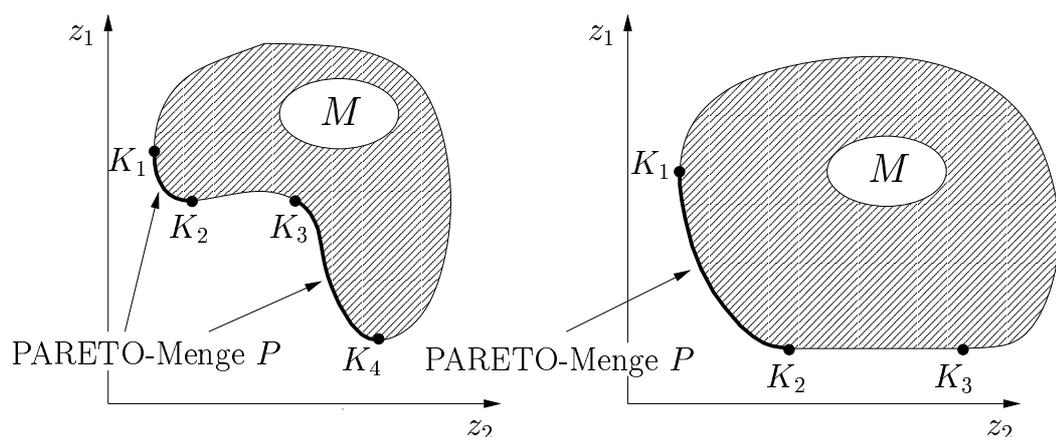


Abbildung 2.5: Links: Nicht zusammenhängende PARETO-Menge. Rechts: Ziel-funktionsgebiet mit schwach effizientem Bereich zwischen K_2 und K_3 .

angepaßt werden. Letzteres wird bei den Dialogverfahren versucht.

Will man Aufgabe 2.1 direkt lösen, braucht man ein Verfahren, das die gesamte PARETO-Menge approximiert. Dieser Ansatz ist dann sinnvoll, wenn der Entscheidungsträger überhaupt keine Lösung präferiert oder man im Gegensatz zum klassischen Ansatz nicht an einer bestimmten Lösung, sondern am gesamten Bereich der möglichen Lösungen interessiert ist, um anhand dieser Information sein Präferenzverhalten zu entwickeln. Die Information über die gesamte Lösungsmenge liefert darüber hinaus Erkenntnisse über die Sensitivität der einzelnen Ziele, beispielsweise ab welchen Grenzwerten sich Zielfunktionen stark nichtlinear zueinander verhalten und damit eine Konstruktion in bestimmten Bereichen technisch unsinnig wird. Dies ist der an sich wichtigste Aspekt bei der Lösung von technischen Vektoroptimierungsproblemen, da wie oben gezeigt eine einzelne "optimale" Lösung nicht existiert. Das später beschriebene VEKOPT Verfahren nähert die PARETO-Menge durch eine endliche Anzahl von Punkten an. Die Vektoroptimierungsaufgabe wird direkt ohne Transformationsverfahren gelöst. Alle Zielfunktionen werden gleichwertig behandelt. Als Ergebnis erhält man einen genauen Überblick über alle möglichen Lösungen des Problems innerhalb des zulässigen Zielgebietes.

In den nächsten Abschnitten werden drei Gruppen von Lösungsmethoden beschrieben, wie man eine Mehrzieloptimierungsaufgabe lösen kann. Begonnen wird mit den klassischen skalaren Transformationsmethoden. Die zweite Gruppe der Verfahren sind die sogenannten Dialogverfahren, die im Dialog zwischen Entscheidungsträger und Computer eine oder mehrere Kompromißlösungen finden. Sie bilden eine Brücke zwischen dem skalaren und dem direktlösenden Ansatz. Im letzten Abschnitt werden die Ansätze beschrieben, wie man Vektoroptimierungsaufgaben mit Hilfe von genetischen Algorithmen und Evolutionsstrategien direkt lösen kann.

2.2.1 Lösung durch Skalarisierung

Der einfachste Weg zur Lösung eines Vektoroptimierungsproblems ist die Transformation in ein skalares Ersatzproblem. Der Entscheidungsträger soll sein Präferenzverhalten durch eine skalare Nutzenfunktion darstellen. Voraussetzung ist, daß man in der Lage ist, sein Präferenzverhalten mit Hilfe einer geeigneten Transformation mathematisch formulieren zu können. Es muß sichergestellt sein, daß das Minimum der skalaren Ersatzfunktion Teil der PARETO-Menge ist und jeder Punkt der PARETO-Menge durch eine skalare Ersatzfunktion erreicht werden kann. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Frage der Steuerbarkeit der Lösung durch Variation geeigneter Faktoren und deren Transparenz auf die Lösung.

Methode der Beschränkungen

Der Ansatz geht von der Idee aus, daß der Entscheidungsträger in der Lage ist, ein Ziel aus der Menge der Zielfunktionen als Hauptziel zu definieren und die weiteren Ziele durch Anspruchsniveaus in ihrem Wertebereich zu beschränken. Für den Fall, daß die erste Zielfunktion als Hauptziel definiert wird, lautet das skalare Ersatzproblem:

$$\min f_1(x) \quad (2.17)$$

$$x \in \Omega' := \{x \in \Omega : f_i(x) \leq b_i, i = 2, \dots, p\} \quad (2.18)$$

Solange $\Omega' \neq \{\}$ ist, kann jeder Punkt der PARETO-Menge erreicht werden. Einschränkungend gilt aber, daß im allgemeinen nur auf eine schwache Effizienz der Lösung geschlossen werden kann. Man erkennt dies in Abbildung 2.6. Während die eingezeichnete Grenze b_2^1 zu einer PARETO-optimalen Lösung führt, liefert die Wahl von b_2^2 eine schwach effiziente Lösung. Die PARETO-Menge erstreckt sich von Punkt K_1 bis Punkt K_2 . Zwischen K_2 und K_3 sind die Lösungen nur schwach effizient. Eine Dialogfähigkeit wird erreicht durch unterschiedliche Wahl der Anspruchsniveaus und Hauptziele.

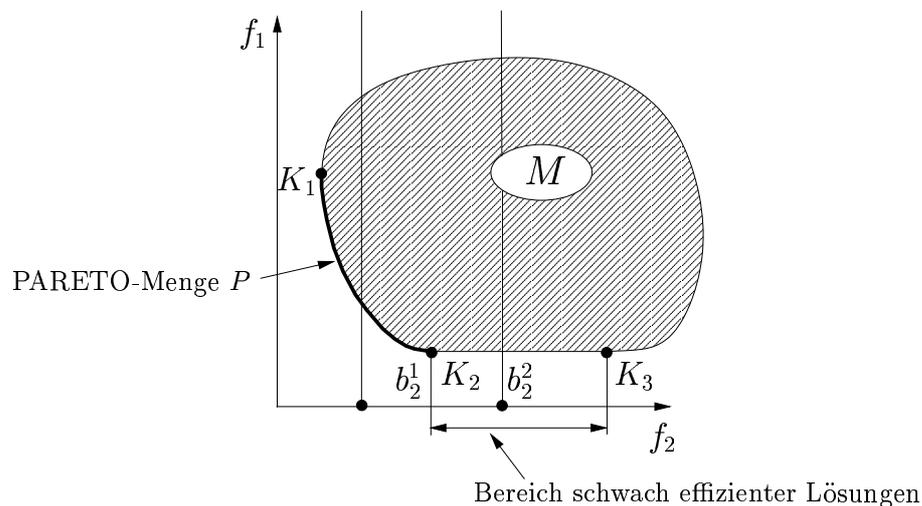


Abbildung 2.6: Methode der Beschränkung: Schranke b_2^1 liefert eine PARETO-optimale Lösung, b_2^2 nur eine schwach effiziente Lösung.

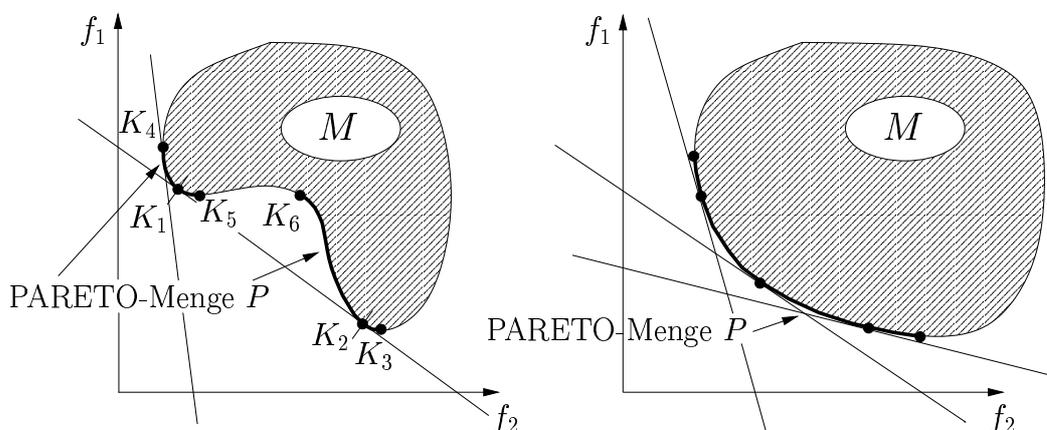


Abbildung 2.7: Links: Lineares Ersatzkriterium für nicht konvexe PARETO-Mengen. Der Bereich zwischen K_1 und K_2 kann nicht abgebildet werden. Rechts: Lineares Ersatzkriterium bei konvexen PARETO-Mengen. Alle Punkte der PARETO-Menge können durch die lineare Ersatzfunktion abgebildet werden.

Lineare Zielgewichtung

Bei der Methode der linearen Zielgewichtung ergibt sich die skalare Ersatzfunktion durch gewichtetes Aufaddieren der Einzelziele.

$$f_{skalar} = \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i \quad \lambda \geq 0, \quad \sum_i \lambda_i = 1 \quad (2.19)$$

Die Lösung des Ersatzproblems ist der Berührungspunkt der n -dimensionalen Hyperfläche mit dem PARETO-optimalen Rand des zulässigen Zielgebietes M . Im zweidimensionalen Fall ist das der Schnittpunkt einer Geraden mit dem zulässigen Zielgebiet, deren Steigung durch die Wichtungsfaktoren bestimmt wird. Als Lösung erhält man unabhängig von der Wahl der Wichtungsfaktoren immer einen PARETO-optimalen Punkt. Für konvexe PARETO-Mengen kann jeder Punkt durch Variation der Wichtungsfaktoren gefunden werden. (vgl. Abbildung 2.7, rechts). Für nicht-konvexe PARETO-Mengen werden wie in Abbildung 2.7, links erkennbar nur noch Teile der Lösungsmenge gefunden. Die PARETO-Menge besteht aus den beiden Bereichen zwischen K_4 und K_5 sowie K_6 und K_3 . Der Bereich zwischen Punkten K_1 und K_2 kann durch die Methode der linearen Zielgewichtung nicht dargestellt werden. Solange nichts über den Verlauf der Zielfunktionen bekannt ist, ist es schwierig vorherzusehen, welche Wahl der Wichtungsfaktoren zu welcher Lösung führt. Dieser Ansatz zeigt damit dem Präferenzverhalten des Entscheiders gegenüber nur eine geringe Transparenz.

Lexikographische Methode

Der Entscheidungsträger erstellt gemäß der ihm wichtigen Ziele eine Totalordnung der Zielfunktionen (hier beispielsweise eine Ordnung, die den Indizes beginnend mit f_1 genügt). Ausgehend von dieser Ordnung werden die Aufgaben

$$\min f_1 \quad (2.20)$$

$$x \in \Omega_j := \arg \min f_{j-1}(\Omega_{j-1}), j = 1, 2, \dots, p \quad (2.21)$$

gelöst, wobei gilt: $\Omega_1 := \Omega$. Die Methode terminiert nach p Schritten. Dann nämlich ist die Menge Ω einelementig. Als Beispiel betrachte man die Aufgabe.

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = x_1^2 - x_2 \\ f_2 = 1 - x_1 \end{array} \right\} \min \quad (2.22)$$

$$\Omega = \{x_1, x_2 \in R : 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq 2\} \quad (2.23)$$

Nimmt man als Ordnung f_1, f_2 , so ergibt sich als Lösung $f_1 = -2, f_2 = 1$ ($x_1 = 0, x_2 = 2$) bereits nach der ersten Minimierung. Ändert man die Reihenfolge um, ergibt sich als Lösung $f_2 = -1$ und $f_1 = 2$ ($x_1 = 2, x_2 = 2$). Die Anwendung der lexikografischen Methode ist nur sinnvoll, wenn nicht alle Zielfunktionen von allen Parametern abhängen. Sonst erhält man als Lösung immer nur die Minimalstelle der jeweils als am wichtigsten erachteten Zielfunktion.

Methode der Zieloptimierung

Die Idee dieser Methode ist, daß der Entscheidungsträger seine Zielvorstellung in einem Anspruchsniveauektor $\vec{z}_a \in Z$ definiert, der bestmöglich erfüllt werden soll. Konkret bedeutet dies, daß der diesem Vektor am nächsten liegende effiziente Lösungsvektor gefunden werden soll. Die skalare Ersatzfunktion lautet:

$$f_{skalar} = \left(\sum_{i=1}^p |f_i - z_{a,i}|^n \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.24)$$

Die Wahl des Parameters n liefert verschiedene Definitionen des Abstands zwischen dem Anspruchsniveauektor \vec{z}_a und der PARETO-optimalen Lösung. Häufig kommen die drei folgenden Abstandsfunktionen zur Anwendung:

$$n = 1 \quad f_{skalar} = \sum_{i=1}^m |f_i - z_{a,i}| \quad \text{Betragsnorm} \quad (2.25)$$

$$n = 2 \quad f_{skalar} = \sum_{i=1}^m [(f_i - z_{a,i})^2]^{1/2} \quad \text{EUKLIDISCHE Norm} \quad (2.26)$$

$$n = \infty \quad f_{skalar} = \sum_{i=1}^m \max |f_i - z_{a,i}| \quad \text{CHEBYSCHEW Norm} \quad (2.27)$$

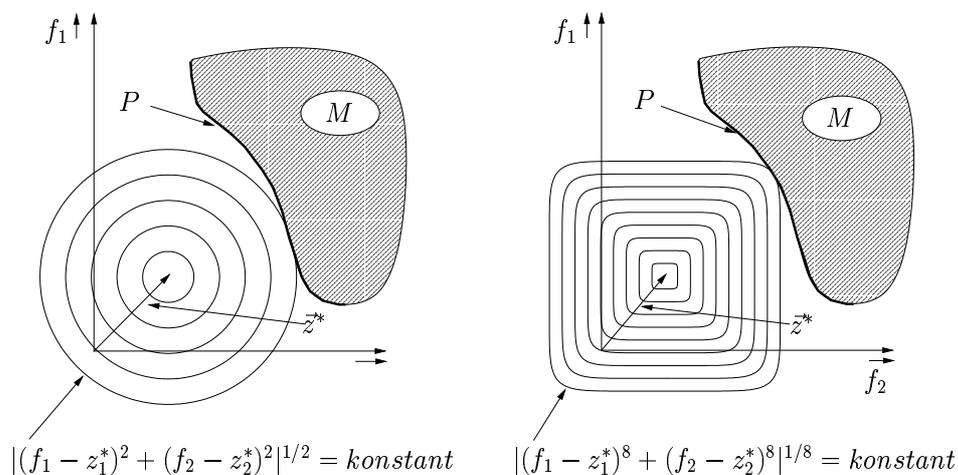


Abbildung 2.8: Methode der Zieloptimierung für unterschiedliche Normen. Für ansteigende Werte n aus (2.24), werden die Höhenlinien der Ersatzfunktion (2.24) immer “eckiger”. Hier als Beispiel $n = 2$ und $n = 8$.

Grundsätzlich sind zwei Methoden vorstellbar, die Zieloptimierung anzuwenden. Im ersten Fall minimiert man den Abstand zu einem vorgegebenen Anspruchsniveau \vec{z}_a , der bestmöglichst erfüllt werden soll, und im zweiten Fall maximiert man den Abstand zu einem Mindestniveau, das nicht unterschritten werden darf. Da beide Ansätze grundsätzlich identisch sind, reicht es aus, den ersten Fall näher zu betrachten. Die Wahl eines geeigneten Anspruchsniveauektors ist zwar grundsätzlich beliebig, muß aber dennoch mit Bedacht gewählt werden, da bei ungünstiger Wahl ein Teil der PARETO-Menge nicht erreicht werden kann. Um möglichst alle Punkte der PARETO-Menge zu erreichen, muß sichergestellt werden, daß die Anspruchsniveaus kleiner als die Minimalstellen der Zielfunktionen f_i sind. Jetzt können durch Wahl geeigneter Werte für n auch bei nicht konvexen PARETO-Mengen alle Lösungen gefunden werden, wobei aber für $n = \infty$ auch schwach effiziente Punkte gefunden werden. Der Berührungspunkt der Ersatzfunktion (2.24) im Zielfunktionsraum mit der PARETO-Menge entspricht bildlich der Lösung der Minimierungsaufgabe aus (2.24). Für einen Parameterwert von $n = 2$ entsprechen die Höhenlinien konzentrischen Kreisen um den Anspruchsniveauektor. Bereits hiermit lassen sich Punkte einer konkaven PARETO-Menge finden. Bei einer weiteren Vergrößerung von n bis gegen ∞ nähern sich Höhenlinien der Ersatzfunktion langsam einem rechteckförmigen Verlauf. Bei Verwendung der CHEBYSCHEW-Norm ($n = \infty$) verlaufen die Höhenlinien der Ersatzfunktion parallel zu den Koordinatenachsen. Dadurch können zwar beliebig konkave PARETO-Mengen abgebildet werden, aber

es werden auch schwach PARETO-effiziente Punkte gefunden. Als Beispiel für die Anwendung unterschiedlicher Werte von n in (2.24) betrachte man Abbildung 2.8. Für einen Wert $n = 2$ bilden die Höhenlinien der skalaren Ersatzfunktion $\min |(f_1 - z_1^*)^2 + (f_2 - z_2^*)^2|^{1/2}$ konzentrische Kreise um den Anspruchsniveauvektor \vec{z}^* . Hierbei kann bereits ein Teil der PARETO-Menge gefunden werden, der im konkaven Bereich der Menge liegt. Wählt man für den Parameter n in (2.24) einen Wert von 8, ähneln die Höhenlinien der Ersatzfunktion $\min |(f_1 - z_1^*)^8 + (f_2 - z_2^*)^8|^{1/8}$ einem Quadrat mit abgerundeten Ecken (vgl. Abbildung 2.8, rechts). Dadurch können bereits größere Bereiche der PARETO-Menge gefunden werden.

Alle bisher vorgestellten Lösungsansätze beruhen auf der Voraussetzung, daß der Entscheidungsträger gewisse Vorstellungen davon hat, welche Lösung er sucht. Jeder Optimierungslauf liefert genau eine Lösung, die entweder akzeptiert werden kann oder verworfen wird. Der Entscheidungsträger muß dann über die Definition von Gewichten, Anspruchsniveaus oder Referenzpunkten seine Vorstellung mathematisch einbringen, um zu einer ihm günstiger erscheinenden Lösung zu kommen. Dabei muß er im Auge behalten, welche Transformationsmethode er verwendet, da wie oben gezeigt nur wenige Verfahren die gesamte PARETO-Menge ohne Einschränkungen abbilden können. Je größer der Bereich der PARETO-Menge wird, den die Transformationsmethode finden kann, desto komplizierter werden auch die Verfahren zur Lösung des skalaren Ersatzproblems. Ist wenig oder überhaupt nichts über den Verlauf der Zielfunktionen bekannt, ist es schwierig vorauszusehen, welchen Einfluß die Veränderung der Wichtungsfaktoren auf die neue Lösung hat. Dies wird besonders schwierig für stark nichtlineare Funktionen, die bei technischen Problemen auftreten können. Man unterliegt der Gefahr, einen Bereich der Lösungsmenge unberücksichtigt zu lassen und eine Lösung zu akzeptieren, die nicht optimal ist im Sinne der Wunschvorstellung. Hat der Entscheidungsträger keine klare Vorstellung darüber, welche Lösung er bevorzugt, wird es schwierig, eine in seinem Sinne geeignete Lösung zu finden. Da über die Gestalt der PARETO-Menge nichts bekannt ist, muß man sich auf eine zufällige Variation der Wichtungsfaktoren oder Anspruchsniveaus verlassen, um in einem erneuten Optimierungslauf zu einer "besseren" Lösung zu kommen. Es ist prinzipiell möglich, durch systematische Variation der Wichtungsfaktoren einen Gesamtüberblick über die PARETO-Menge zu erhalten. Dieser Ansatz hat aber eher einen theoretischen Charakter, wenn man bedenkt, daß jedesmal eine komplizierte nichtlineare Optimierungsaufgabe gelöst werden muß. Wenn der Entscheidungsträger nicht in der Lage ist, seine Vorstellung mathematisch durch Ersatzfunktionen zu definieren, er aber bevorzugte Suchrichtungen in Z oder Substitutionsraten, das bedeutet partielle Veränderungen der Zielfunktionen im Zielfunktionsgebiet angeben

kann, kommt man zu den sogenannten Dialogverfahren, die im nächsten Abschnitt behandelt werden.

2.2.2 Dialogverfahren

Die Idee ist, in direktem Dialog Mensch-Maschine den Entscheidungsträger auf die von ihm bewußt oder unbewußt präferierte Lösung hinzuführen. Der Entscheidungsträger erhält die Möglichkeit, im Laufe des Prozesses sein Präferenzverhalten zu artikulieren und es direkt umzusetzen. Der Computer ermittelt Informationen über den Zielfunktionsraum. Diese Informationen werden dem Entscheidungsträger präsentiert und ihm Fragen zum weiteren Fortgang der Optimierung gestellt. Der Entscheidungsträger muß diese Fragen anhand bis dahin gesammelter Informationen über den Ergebnisraum beantworten. Mit Hilfe dieser Angaben wird der weitere Suchprozeß gesteuert, indem der Computer diese Angaben weiterverarbeitet. Wie die Dialogverfahren prinzipiell arbeiten, wird an den bekanntesten Verfahren kurz erläutert.

Nach der Art des Suchprozesses lassen sich die Dialogverfahren in die zwei Hauptgruppen Raumverkleinerungsverfahren und Nutzenfunktionsverfahren unterteilen. Die Raumverkleinerungsverfahren berechnen

funktionaleffiziente Punkte mit Hilfe skalarer Ersatzfunktionen. Dem Entscheidungsträger werden so PARETO-optimale Punkte zur Auswahl präsentiert, die nach einem bestimmten Schema verändert werden. Nach jedem Iterationszyklus, der eine neue PARETO-optimale Lösung erzeugt, wird das Zielgebiet verkleinert und innerhalb des Unterraumes eine neue Lösung gesucht. Bei den Nutzenfunktionsverfahren nimmt das Präferenzverhalten des Entscheidungsträgers direkten Einfluß auf die Gestalt der Ersatzfunktion und die Richtung des Voranschreitens innerhalb des Entwurfsraums. In der Regel wird nur eine Lösung erzeugt.

Die beiden bekanntesten Raumverkleinerungsverfahren sind die Methoden von FANDEL [19] und die STEP-Methode von BEAYOUN, DE MONTGOLFIER, TERGNY und LARITCHEV [20].

Das Verfahren von FANDEL geht davon aus, daß der Entscheidungsträger eine Lösung bevorzugt, die möglichst nahe am Vektor den Minimalstellen der einzelnen Zielfunktionen des Problems liegt. Diese Minimalstellen würde man erhalten, wenn man nacheinander ohne Berücksichtigung der anderen Zielfunktion diese innerhalb des zulässigen Parameterraums minimiert. Sie werden auch als die eigennützigen Minimalstellen der Vektoroptimierungsaufgabe genannt. Dieser Lösungsvektor, der sich aus den Minimalstellen der Zielfunktionen zusammensetzt, ist ein fiktiver Punkt und ist kein Teil des zulässigen Zielfunktionsraums. Das Verfahren erzeugt mit Hilfe der Zielgewichtungsmethode (vgl. Abschnitt 2.2.1) eine PARETO-optimale Lösung, die

dem Entscheidungsträger präsentiert wird. Ist diese Lösung nicht optimal im Sinne des Entscheidungsträger, definiert er Obergrenzen für die einzelnen Zielfunktionen und schränkt so das Zielgebiet schrittweise ein. Innerhalb des nun reduzierten Zielgebietes wird eine neue Lösung generiert und wieder zur Bewertung vorgelegt. Das Verfahren endet, sobald der Entscheidungsträger mit einer Lösung zufrieden ist.

Wie im Verfahren von FANDEL wird auch im STEP-Verfahren davon ausgegangen, daß die ideale Lösung der Vektor der eigennützigen Minima ist. PARETO-optimale Lösungen werden durch eine modifizierte Methode der Zielloptimierung (vgl. Abschnitt 2.2.1) erzeugt, bei der die Teilziele mit Wichtungsfaktoren beeinflusst werden.

Dem Entscheidungsträger wird nach jedem Iterationszyklus eine PARETO-optimale Lösung präsentiert, und er muß damit entscheiden, welche der Teilziele er akzeptabel findet und welche er verbessern möchte. Für die ihm als gut erscheinenden Teilziele definiert er Obergrenzen, um die sich diese bei der Verbesserung der anderen Teilziele wieder verschlechtern dürfen. Innerhalb dieses nun reduzierten Zielfunktionsgebietes wird eine neue Lösung berechnet und erneut zur Bewertung vorgelegt. Das Verfahren endet, wenn die Lösung vom Entscheidungsträger akzeptiert wird.

Bei den Nutzenfunktionsverfahren wird der Entscheidungsträger bezüglich einer Wichtung einzelner Ziele gefragt, oder er muß aus mehreren präsentierten Zielfunktionsvektoren eine "gute" Suchrichtung angeben. Die bekanntesten Verfahren benötigen die Ableitung der Zielfunktionen und besitzen eine komplizierte skalare Ersatzfunktion.

Im Verfahren von JAHN [21] wird von einem Punkt innerhalb des zulässigen Entwurfsraums gestartet. Der Entscheidungsträger wählt einen Satz Wichtungsfaktoren und eine Zielfunktion aus, die verbessert werden soll. Das Programm erzeugt daraus eine Suchrichtung, in die solange minimiert wird, bis sich keine Zielfunktion mehr verbessern läßt. Dieser Ablauf wiederholt sich solange, bis entweder die Suchschrittweite einen bestimmtem Wert unterschreitet, oder der Entscheidungsträger mit der gefundenen Lösung zufrieden ist. Der Lösungspunkt muß nicht zwangsläufig PARETO-optimal sein, wenn die Iteration zu früh abgebrochen wird. Erst, wenn sich keine Zielfunktion mehr verbessern läßt, ist der erreichte Zielfunktionsvektor ein Teil der PARETO-Menge. Durch die Wahl der Wichtungsfaktoren nimmt der Entscheidungsträger Einfluß auf die Zielfunktion und baut so die endgültige Nutzenfunktion auf. Der Ansatz von GEOFFRION [22] startet von einem Punkt auf der PARETO-Menge und bewegt sich in kleinen Schritten an ihr entlang. Der Entscheidungsträger definiert hier ebenfalls maximale Änderungswerte für bestimmte Zielfunktionen, sogenannte *trade-offs*, aus denen der Algorithmus durch Linearisierung der Zielfunktionen eine Suchrichtung entlang der

PARETO-Menge erzeugt. Die Suchschritte werden so gewählt, daß man sich nicht zu weit von der PARETO-Menge entfernt. Zur sinnvollen Bestimmung der *trade – offs* werden dem Entscheidungsträger auf graphischem Wege die Zielfunktionswerte und die zugehörigen Änderungen der Zielfunktionen an jedem neuen Punkt präsentiert.

Dialogverfahren eignen sich besonders für Probleme mit vielen Teilzielen, da bei solchen Problemen eine Approximation der gesamten PARETO-Menge sehr schwierig oder überhaupt nicht mehr möglich ist. Zur Lösung von Konstruktionsaufgaben mit Hilfe der numerischen Feldberechnung sind diese Verfahren jedoch nur bedingt anwendbar. Aufgrund dessen, daß der Entscheidungsträger durch die Verbindung Mensch-Maschine während des Optimierungslaufs an den Computer gebunden ist, sind die Wartezeiten, die sich durch die Berechnung einer neuen Variante ergeben, unter Umständen zu lange, um einen sinnvollen Dialog durchzuführen.

2.2.3 Direktlösende Verfahren

Die direktlösenden Verfahren basieren fast ausschließlich auf genetischen Algorithmen und Evolutionsstrategien [23], die auf Probleme mit mehreren Zielfunktionen übertragen worden sind. Beide Verfahren leiten ihre Suchstrategien aus der aus der Natur bekannten, natürlichen Auslese (nur der Stärkere überlebt) und dem Gedanken der Evolution ab. Iterativ wird eine Anzahl von Punkten, die als Population bezeichnet wird, verändert, um so eine Verbesserung der Zielfunktion zu erreichen. Eine Population besteht aus einer festen Anzahl von Individuen, deren Eigenschaften sich in den Zielfunktionen widerspiegeln. Die Individuen werden analog zur Natur durch einen Vektor aus Genen definiert. Während Evolutionsverfahren direkt mit dem Parametervektor \vec{x} arbeiten, unterscheiden sich die genetischen Verfahren dadurch, daß hier die Parameter in einen diskreten Bit-Vektor übertragen werden und mit diesem gearbeitet wird. Der Bit-Vektor ist eine Folge von n (0,1)- Elementen, deren Länge die Genauigkeit des Problems bestimmt. Codiert man beispielsweise die ganzen Zahlen von 0 bis 8 im Binärsystem, besteht der Bit-Vektor wenigstens aus drei Komponenten, die jeweils 0 oder 1 werden können. Die kleinste Auflösung dieses Vektors wäre ± 1 . Auf eine Population von Individuen wird iterativ ein Evolutionsprozeß angewandt, der sich vereinfacht aus drei Komponenten zusammensetzt, erstens der Mutation, zweitens der Fortpflanzung und drittens der Selektion. Die drei Komponenten zusammen ergeben einen Generationszyklus, den alle Individuen wiederholt durchlaufen, bis ein befriedigendes Ergebnis erzielt wird. Bei der Mutation werden die Parameter- bzw. Bit-Vektoren der Individuen einer Population durch zufällige Veränderungen variiert. Unterschieden wird zwischen einer Punktmutation, bei der

nur ein Gen verändert wird, und einer Segmentmutation, die mehrere Gene gleichzeitig betrifft. In der Fortpflanzungsphase werden Eigenschaften einer Population durch cross-over, d.h. Austausch von Genen, und Reduplikation, bei der ganze Teile des Parametervektors bzw. Bit-Vektors an die nächste Population unverändert übertragen werden, weitergegeben. Aus der Menge der neu entstandenen Individuen wird durch Selektionsmechanismen eine neue Population gebildet. Der Wert eines Individuums wird durch dessen Güte, hier dem Zielfunktionswert, bestimmt. Dieser Gütewert, auch Fitness genannt, ist kein konstanter Wert, sondern er unterliegt einer Alterung, die diesen nach jedem Generationszyklus definiert verschlechtert oder ab einem bestimmten Wert sterben läßt, wodurch er verschwindet. Ein Generationszyklus endet mit der Selektion, bei der eine neue Population aus der Menge der vorhandenen Individuen gebildet wird. In den nächsten Generationszyklus werden entsprechend einer Populationsstärke von N_p Individuen die N_p besten Werte übernommen.

Die Erweiterung auf Probleme mit mehr als nur einer Zielfunktion ist keineswegs trivial, da wie bereits erläutert eine eindeutige skalare Zuordnung, also eine eindeutige Güte eines Individuums nicht existiert. Einen Überblick über genetische Verfahren, die in der Lage sind, mehrere Punkte der PARETO-Menge zu approximieren, findet man in FONSECA und FLEMING [25]. Diese Verfahren werden als Populations-basierend bezeichnet, da hierbei die Berechnung der Fitness auf der Basis der aktuellen Population der Individuen vollzogen wird und nicht auf der Basis beispielsweise einer vordefinierten skalaren Ersatzfunktion. Methoden, die zur Berechnung der Fitness eine vordefinierte skalare Ersatzfunktion, wie etwa die lineare Zielgewichtung oder die Methode der Zielloptimierung verwenden, existieren auch, können aber immer nur einen Punkt der PARETO-Menge finden. In ZITZLER und THIELE [26] findet man vergleichende Untersuchungen über die Leistungsfähigkeit der verschiedenen Populations-basierenden Verfahren.

Bei den Populations-basierenden Verfahren werden zwei Hauptgruppen unterschieden. Die erste Gruppe umfaßt die nicht PARETO-basierenden Methoden. Die Bewertung der Individuen basiert hier nicht auf dem PARETO-Kriterium, sondern orientiert sich an der Ordnung, die sich aus der Bewertung der einzelnen Zielfunktionen ergibt.

A) Nicht PARETO-basierende Methoden:

1. Einer der frühesten Ansätze stammt von SCHAFFER [24]. Das VEGA-Verfahren (vector evaluated genetic algorithm) bildet in Abhängigkeit der Anzahl der Zielfunktionen (p) aus der Menge der aktuellen Population von Individuen (hier N_p) durch zufällige Auswahl Untergruppen der Stärke N_i/p , deren Bewertung nach der dieser Untergruppe

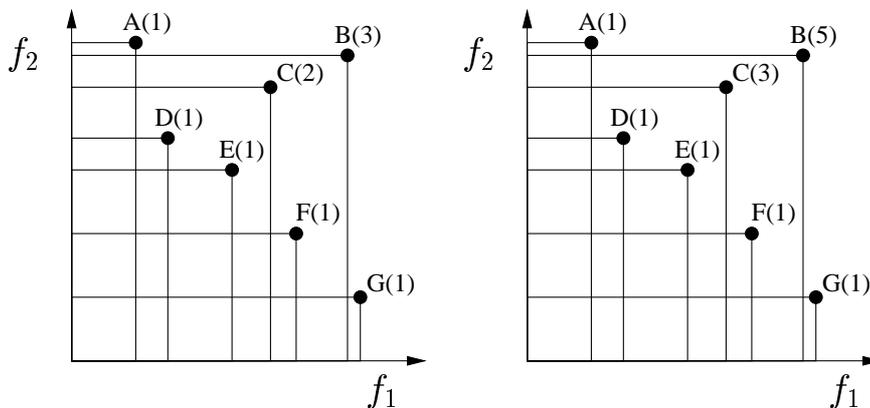


Abbildung 2.9: PARETO-basierende Ordnung, links nach GOLDBERG, rechts nach FONSECA und FLEMING. Die Werte in Klammern geben die Gütewerte an.

zugehörigen Zielfunktionskomponente erfolgt. Aus den Untergruppen wird durch Mutation und cross-over eine neue Population definierter Stärke gebildet.

2. Im Verfahren von FOURMAN [27] erfolgt die Selektion, indem jeweils zwei Individuen bezüglich einer Zielfunktionskomponente miteinander verglichen werden. Entweder wird diese im vorhinein festgelegt oder bei der Selektion durch zufällige Auswahl während des Selektionsprozesses bestimmt.
3. Bei KURSAWE [28] wird die Population der nächsten Generation durch wiederholten Vergleich mit einer Zielfunktionskomponente, die gemäß einer vordefinierten Wahrscheinlichkeit gewählt wird, gebildet.

Die Gruppe der PARETO-basierenden Verfahren bestimmt die Güte der Individuen nicht nach einer Zielfunktionskomponente, sondern verwendet hierfür die PARETO-Bedingung, also das Dominanz-Verhalten einer Lösung.

B) PARETO-basierende Methoden:

1. GOLDBERG [29] erzeugt eine Ordnung der Individuen innerhalb einer Population, indem zuerst allen nicht-dominanten Werten ein beliebiger Gütewert zugeteilt wird. Abbildung 2.9, links zeigt dies beispielhaft. Alle nicht-dominanten Punkte (hier A, D, E, F, G) erhalten den Wert 1. Diese Punkte werden nun aus der Population entfernt und aus den verbliebenen Punkten werden wiederum die nicht-dominanten Punkte ermittelt (Punkt C). Diese erhalten einen niedrigeren Gütewert (im

Beispiel erhält C den Wert 2). Dieser Prozeß wird rekursiv fortgesetzt, bis alle Punkte der aktuellen Population erfaßt sind.

2. FONSECA und FLEMING [30] definieren eine Ordnung der Population durch die Anzahl der Individuen plus eins, die durch den vergleichenden Punkt dominiert werden. In Abbildung 2.9, rechts wird beispielsweise Punkt C durch zwei Punkte (D und E) dominiert. Punkt C erhält damit den fiktiven Gütewert 3. Die Punkte A, D, E, F, G werden durch keinen weiteren Punkt dominiert und erhalten somit den Gütewert 1.
3. HORN et al. [31] vergleichen jeweils zwei Punkte (A , B) mit einer zufällig ausgewählten Vergleichsmenge aus der aktuellen Population. Dominiert einer der Punkte (Abbildung 2.10, links A) alle Punkte der Vergleichsmenge und wird der andere Punkt (B) von einem der Punkte der Vergleichsmenge dominiert, wird A ausgewählt. Falls beide Punkte die Vergleichsmenge dominieren, wird eine sogenannte “fitness sharing” Technik angewendet, bei der die Güte der einzelnen Vergleichspunkte in Abhängigkeit der Anzahl der diese innerhalb eines Radius umgebenen Punkte reduziert wird.
4. Die Methode von TAMAKI et al. [32] wählt aus der Menge der aktuellen Population alle nicht-dominanten Punkte aus und bestimmt diese als die Individuen für den nächsten Generationszyklus. Ist diese Anzahl geringer als die zu Beginn festgelegte Anzahl der Individuen einer Generation, wird die Technik des VEGA-Verfahrens angewendet, um weitere Individuen auszuwählen. Ist die Anzahl der nicht-dominanten Punkte größer als die Populationsstärke, wird diese mit der gleichen Technik reduziert.
5. Das Verfahren von TANAKA, YAMAMURA und KOBAYASHI [33] wählt ebenfalls alle nicht-dominanten Lösungen der aktuellen Population und erhöht deren Anzahl dadurch, daß vor der Selektion durch Rekombination und Mutation die Anzahl der nicht-dominanten Punkte vergrößert wird (vgl. Abbildung 2.10, rechts).

Zur direkten Lösung von Vektoroptimierungsaufgaben müssen die Methoden zum einen in der Lage sein, PARETO-optimale Lösungen zu finden, zum anderen aber auch ein möglichst gutes Abbild der PARETO-Menge erzeugen. Das bedeutet, daß sich die Population möglichst gleichmäßig entlang der tatsächlichen PARETO-Menge verteilen soll. In der Praxis zeigt sich jedoch, daß die Individuen bei genetischen Algorithmen durch den Selektionsprozeß

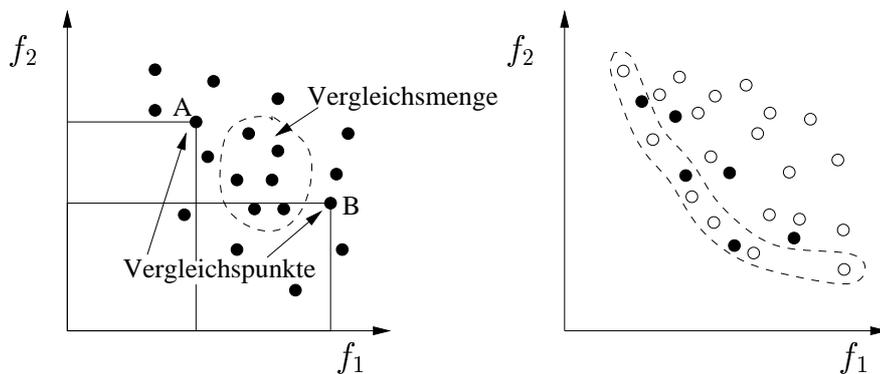


Abbildung 2.10: Links: Ordnungsprinzip nach HORN et al., Punkt A dominiert die Vergleichsmenge, Punkt B wird von dieser dominiert, daher wird Wert A gewählt. Rechts: Ordnungsprinzip nach TANAKA, YAMAMURA und KOBAYASHI. Die nicht ausgefüllten Kreise bezeichnen die Populationsmenge. Schwarz ausgefüllte Kreise beschreiben die durch Mutation und Rekombination hinzugekommenen Punkte.

ihre genetische Vielfalt verlieren, was zu einem Häufungsprozeß an bestimmten Stellen der PARETO-Menge führt und damit kein vollständiges Abbild der PARETO-Menge gefunden wird. Dieses Phänomen wird als “zufallsbedingter genetischer Drift” bezeichnet [29]. Zur Vermeidung dieses Effektes sind verschiedene Methoden vorgeschlagen worden, die hier kurz erläutert werden sollen.

Zur Erhaltung der Verschiedenheit der Individuen und zur Vermeidung der damit verbundenen Tendenz der Einnistung von Populationen wird in erster Linie die bereits erwähnte Technik des “fitness sharing” verwendet. Hierbei wird in Abhängigkeit der innerhalb eines definierten Radius befindlichen Anzahl von Individuen deren Güterwert (Fitness) entsprechend reduziert. Techniken hierzu finden sich in [29], [30], [31]. Neben den “fitness sharing” Methoden haben KITA et al. [34] ein Verfahren entwickelt, welches den thermodynamischen, genetischen Algorithmus (TDGA) [35] mit PARETO-basierenden Ordnungsmethoden verbindet. Das TDGA-Verfahren ist ein genetisches Verfahren, das das Prinzip der kleinsten freien Energie verwendet, welches die Grundlage der simulierten Abkühlungsverfahren (simulated annealing) darstellt. Eine neue Generation wird beim TDGA-Verfahren so ausgewählt, daß die freie Energie $F = (E) - HT$ innerhalb einer Population minimal wird. Hierbei ist (E) die Energie der Population, H deren Enthalpie und T die frei wählbare Temperatur. Durch Steuerung des Parameters T läßt sich die Vielfalt der Individuen steuern. Eine Anwendung von genetischen Algorithmen und Evolutionstrategien zur Optimierung von Generatoren nach

mehreren Zielen findet man in [40], [41] und [42].

Das im nächsten Abschnitt beschriebene direktlösende Optimierungsverfahren **VEKOPT** basiert im Kern wie die oben beschriebenen Verfahren auf stochastischen Suchmethoden. Obwohl in diesem Verfahren Gedanken Verwendung finden, die aus skalaren Evolutionsverfahren bekannt sind, beruht dieses Verfahren nicht auf den Evolutionsalgorithmen. Man wird deshalb auch keine Begriffe aus diesem Bereich finden. Falls es in die Kategorie von direktlösenden Verfahren aufgenommen werden soll, wäre es am besten charakterisiert durch die Bezeichnung “direktlösendes, stochastisches Vektoroptimierungsverfahren”.

Kapitel 3

Ein Verfahren zur direkten Lösung von Vektoroptimierungsaufgaben

Bevor das Lösungsverfahren genauer beschrieben wird, soll hier noch einmal genauer auf die Anforderungen und Gegebenheiten eingegangen werden, die sich aus der Aufgabenstellung an den Algorithmus ergeben. Die Aufgabenstellung in dieser Arbeit ist der Entwurf elektrischer Geräte (hier im besonderen elektrische Maschinen und Aktoren). Das Verfahren selbst ist selbstverständlich allgemein gültig, wie anhand von einfachen theoretischen Beispielen demonstriert wird. Das Verfahren erhält als Eingabegrößen die Werte, die aus einer angeschlossenen Feldberechnung ermittelt werden. Ein Teil der Entwurfsparameter beschreibt Variablen, mit denen die Materialkontur des zu berechnenden Gerätes verändert werden kann. Zur numerischen Feldberechnung wird die Methode der Finiten-Differenzen verwendet [47]. Bei diesem Verfahren muß jede Materialkontur auf einer Gitterlinie oder auf der diagonalen Verbindung zwischen zwei Gitterpunkten verlaufen. Es ist nicht immer möglich, eine beliebige Materialkontur innerhalb eines Finite-Differenzen Netzes fehlerfrei darzustellen. Die Wahl der Entwurfsparameter wirkt sich mitbestimmend auf die Gestaltung des Gitternetzes aus. Auch bei sorgfältiger Modellbildung kann man nicht verhindern, daß sich bei bestimmten Parameterkombinationen ein numerisch ungünstiges Gitternetz ergibt. Der Fehler entspricht einer statistischen Störgröße, die sich in den Zielfunktionswerten niederschlägt. Man braucht ein robustes, stabiles Verfahren, das durch äußere Störgrößen nicht allzu stark beeinflussbar ist. Besonders im Hinblick auf die zum Teil langen Rechenzeiten, die sich bei komplizierteren Problemen ergeben, darf der Algorithmus nicht vorzeitig terminieren.

Zur Lösung der Aufgabe stehen dem Algorithmus nur die Zielfunktions-

werte zur Verfügung. Ableitungen können nur durch Differenzenquotientenbildung, d.h. durch Tasten mit einer kleinen in Richtung der Entwurfsparameter, ermittelt werden. Praktisch anwendbar ist dieser Weg jedoch nicht. Dies liegt zum einen an dem großen Rechenaufwands, wenn man bedenkt, daß zur Berechnung des Gradienten eines Problems mit n Parametern wenigstens $n + 1$ Zielfunktionsauswertungen benötigt werden, und zum anderen an der numerischen Genauigkeit. In Bereichen, in denen sich die Zielfunktionen nur noch wenig ändern, ist der Fehler durch die Diskretisierung im Verhältnis zur Änderung der Zielfunktionen zu groß, um die Ableitungen brauchbar genau zu bestimmen. Als Ergebnis soll die PARETO-Menge in ihrer Grundform approximiert werden, so daß der Entscheidungsträger hieraus einen Überblick über die Lösungsmenge erhält und daraus, falls gewünscht, sein Präferenzverhalten objektiv formulieren kann.

Die Schnittstelle zwischen Algorithmus und Benutzer soll möglichst einfach aufgebaut sein. Die Angaben des Benutzers sollen sich auf die Definition der Zielfunktionen, der Parameter sowie deren Abhängigkeiten zueinander beschränken. Alles weitere übernimmt optional das Lösungsverfahren. Hierbei sei angemerkt, daß auf eine saubere Modellbildung, d.h. die Umsetzung in eine mathematische Aufgabe, die durch ein numerisches Feldberechnungsprogramm berechnet werden kann, besonders Wert gelegt werden muß.

Die wichtigsten Punkte lauten zusammengefaßt:

- Hohe Stabilität gegenüber fehlerbehafteten Zielgrößen.
- Keine Ableitungen der Zielfunktion vorhanden.
- Einfache Spezifizierung der Aufgabe.
- Übersichtliche Darstellung der Lösungsmenge, Aufbereitung der Ergebnisse.

Ein Verfahren, das diese Anforderungen erfüllt, ist das im nächsten Abschnitt näher beschriebene stochastische Suchverfahren VEKOPT.

3.1 Das VEKOPT-Verfahren

Das VEKOPT-Verfahren löst eine Parameter-Vektoroptimierungsaufgabe mit p Zielfunktionen, das im vorangegangenen Abschnitt (vgl. Abschnitt 2.1) vorgestellt worden ist. Unter dem Begriff "lösen" wird hier die Approximation der Menge der effizienten Punkte mit endlicher Genauigkeit verstanden. Es existieren keine Einschränkungen, was die Lösbarkeit der Aufgabe bezüglich

der Form der PARETO-Menge angeht. Sowohl konkave PARETO-Mengen als auch nicht zusammenhängende PARETO-Mengen können approximiert werden. Da das Verfahren auf einer stochastischen Suche basiert, ist es nicht möglich, Gleichheitsrestriktionen $h(\vec{x})$ direkt zu berücksichtigen. Sie müssen durch eine Transformation in zwei Ungleichheitsrestriktionen umgewandelt werden. Dazu wird eine Schranke ϵ eingeführt, und es gilt dann:

$$h(\vec{x}) = 0 \quad \Rightarrow \quad h(\vec{x}) \geq -\epsilon \quad \text{und} \quad h(\vec{x}) \leq \epsilon \quad (3.1)$$

Die Konstante ϵ wird größenabhängig von der Höhe der Restriktionsfunktion bestimmt und sollte nicht zu klein gewählt werden, um den gewünschten Effekt der Auflösung in eine Ungleichheitsrestriktion nicht zunichte zu machen. Grundsätzlich kann mit dem Verfahren eine Aufgabe mit beliebig vielen Zielfunktionen gelöst werden. Die Darstellung der PARETO-Menge im Zielfunktionsraum M ist mit maximal $p = 3$ Zielfunktionen möglich. Probleme höherer Ordnung können nur noch partiell dargestellt werden. Die später präsentierten Anwendungsbeispiele besitzen maximal drei Zielfunktionen.

Die Grundidee des Verfahrens besteht darin, eine stetig wachsende Anzahl von Punkten schrittweise, durch gezielte stochastische Variation der PARETO-Menge der Aufgabe anzunähern.

Als ein ‘‘Punkt’’ wird hier ein Zielfunktionsvektor \vec{f} verstanden. Das Verfahren verwendet zur Lösung nur die Zielfunktionswerte, erste oder zweite Ableitungen der Zielfunktionen werden nicht benötigt.

Prinzipiell arbeitet das Verfahren nach folgendem Schema. Aus einer Startmenge von k_0 Punkten wird eine erste Näherung der PARETO-Menge bestimmt. Diese Punkte sind die Startpunkte, die im Suchzyklus mit Hilfe eines stochastischen Verfahrens verändert werden. Die Variation der Punkte basiert auf einer GAUSS-Verteilung, deren Streubreite σ erfolgsorientiert angepaßt wird. Jeder Punkt wird definiert n_k mal verändert und die zugehörigen Zielfunktionsvektoren durch zwei Optimalitätsbedingungen getestet. Jeder erfolgreiche Suchschritt führt zu einer Verbesserung der Approximation der PARETO-Menge. Nach Beendigung des Suchzyklus besteht die Approximation der PARETO-Menge aus einer definierten Anzahl von Zielfunktionsvektoren. Die zugehörigen Parametervektoren dienen im nächsten Suchzyklus als neue Startpunkte, die variiert werden. Abbildung 3.1 zeigt in einem Flußdiagramm den prinzipiellen Ablauf des Optimierungsalgorithmus. Dadurch, daß nach jedem Suchzyklus eine neue, verbesserte Approximation der PARETO-Menge erzeugt wird, nähern sich die Ergebnisse immer besser der tatsächlichen Form der Menge an.

Zum Verständnis der einzelnen Schritte des Verfahrens wird es auf eine Vektoroptimierungsaufgabe mit zwei Zielen und einem zweidimensionalen, beschränkten Entwurfsraum angewendet. Die Aufgabe lautet:

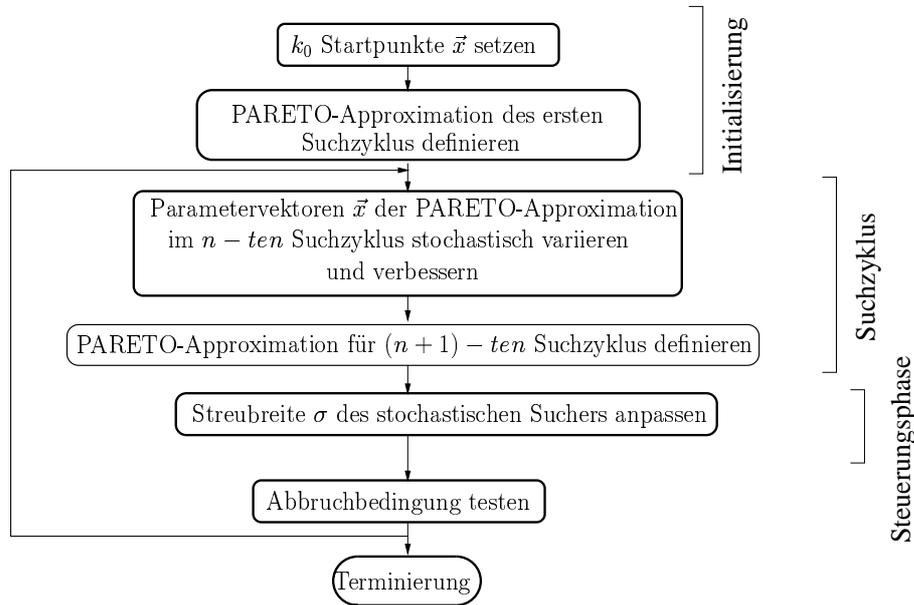


Abbildung 3.1: Schematisiertes Ablaufdiagramm des VEKOPT Verfahrens

$$\min f_1(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{4} + x_2^2 \quad (3.2)$$

$$\min f_2(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + \frac{(x_2 - 1)^2}{4} \quad (3.3)$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \quad (3.4)$$

$$0 \leq x_2 \leq 1 \quad (3.5)$$

Abbildung 3.2, rechts zeigt den Verlauf der Zielfunktionen im Parameterraum und die PARETO-Menge im Parameterraum. Der Verlauf der PARETO-Menge im Parameterraum läßt sich für dieses Beispiel genau berechnen. Dazu wird die sogenannte Stationärsbedingung von unrestringierten Vektoroptimierungsaufgaben verwendet. Sie besagt, daß die Gradienten der Zielfunktionen entlang der PARETO-Menge genau entgegengesetzt zueinander stehen. So gilt beispielsweise für zwei Zielfunktionen:

$$\nabla f_1(\vec{x}) = -k \nabla f_2(\vec{x}), \quad k \geq 0 \quad (3.6)$$

Wendet man diese Bedingung auf Aufgabe (3.2ff.) an, erhält man zwei Gleichungen, in denen der Faktor k auftaucht:

$$\frac{x_1}{2} = -k 2(x_1 - 1) \quad (3.7)$$

$$2x_2 = -k \frac{1}{2}(x_2 - 1) \quad (3.8)$$

Das Auflösen von Gleichung (3.8) nach k ergibt:

$$k = \frac{x_1}{4} \frac{1}{(1-x_1)} \quad (3.9)$$

Setzt man k aus (3.9) in Gleichung (3.7) ein, erhält man nach einigen elementaren Umformungen die PARETO-Menge im Parameterraum in Abhängigkeit von x_1 zu:

$$x_2 = \frac{\frac{x_1}{8-8x_1}}{2 + \frac{x_1}{8-8x_1}} \quad (3.10)$$

Der Verlauf der Funktion ist in Abbildung 3.2, links als dick markierte Linie eingetragen und entspricht dem Verlauf der PARETO-Menge im Parameterraum Ω . Der zulässige Zielfunktionsraum M ist in Abbildung 3.2, rechts als das durch die gestrichelte Linie umschlossene Gebiet dargestellt. Die PARETO-Menge P ist als dicke Linie ausgeführt. Eine geschlossene mathematische Darstellung der PARETO-Menge im Zielfunktionsraum Z ist nicht möglich. Den Verlauf der PARETO-Menge im Zielfunktionsraum erhält man durch numerische Auswertung der Stationärsbedingung (3.6).

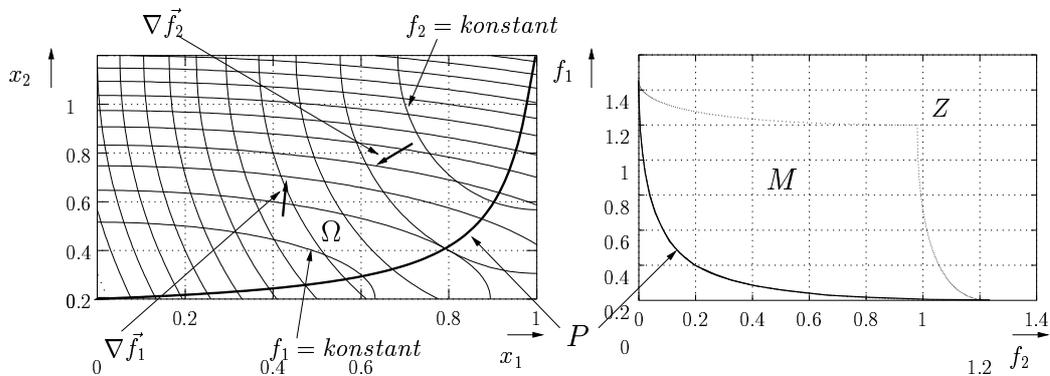


Abbildung 3.2: Links: Beispielfunktion aus (3.2ff.) im Parameterraum Ω . Rechts: Beispielfunktion im Zielfunktionsraum Z .

3.1.1 Optimalitätskriterien

Eine Grundvoraussetzung für ein Optimierungsverfahren besteht darin, daß man wenigstens in der Lage sein muß entscheiden zu können, ob ein neu gefundener Punkt besser oder schlechter ist als der vorangegangene. In Kapitel 2 ist gezeigt worden, daß es keine totale Ordnung der Zielfunktionsvektoren

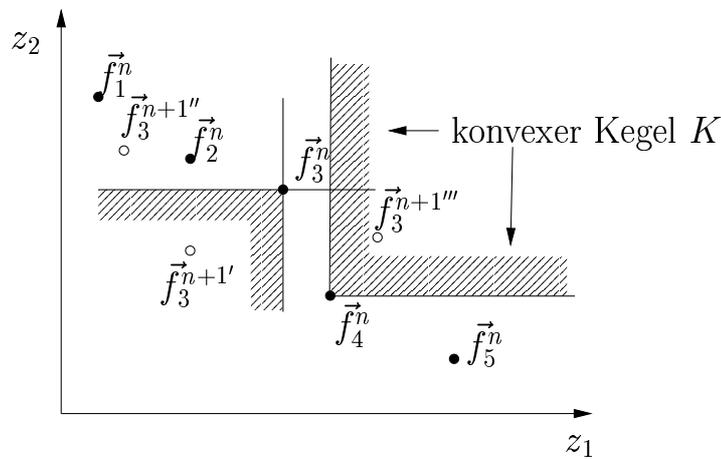


Abbildung 3.3: Behandlung von neu generierten Punkten im VEKOPT- Verfahren. $\vec{f}_3^{n+1'}$ ist PARETO-optimal und ersetzt \vec{f}_3^n . Punkt $\vec{f}_3^{n+1''}$ ist PARETO-optimal, ersetzt aber nicht \vec{f}_3^n . Punkt $\vec{f}_3^{n+1'''}$ ist ein erfolgloser Suchschritt, da er von Punkt \vec{f}_4^n dominiert wird.

gibt, was bedeutet, daß man nicht immer entscheiden kann, ob ein Zielfunktionsvektor im Vergleich zu anderen Zielfunktionsvektoren größer oder kleiner ist. Auf der Basis dieser Erkenntnis wurde die Optimalitätsbedingung für Vektoroptimierungsaufgaben entwickelt. Bedingung (2.16) erlaubt es, jeden Vektor einer Vektoroptimierungsaufgabe dahingehend zu klassifizieren, ob er ein Teil der PARETO-Menge ist oder nicht. Projiziert man die Optimalitätsbedingung (2.16) auf eine gegebene Menge von Zielfunktionsvektoren, so ist man in der Lage zu entscheiden, ob ein neuer Zielfunktionsvektor funktionaleffizient gegenüber diesen ist, was gleichbedeutend mit der Qualität "besser" ist. Damit muß nach der Generierung eines neuen Suchpunktes überprüft werden, ob der neue Zielfunktionsvektor funktionaleffizient gegenüber den bisher gefundenen Suchpunkten ist und kann so entscheiden, ob der Punkt ein Erfolg oder Mißerfolg ist. Die Tatsache, daß ein neuer Zielfunktionsvektor funktionaleffizient ist, bedeutet nicht automatisch, daß er den vorangegangenen Zielfunktionsvektor ersetzt. Dies ist nur dann der Fall, wenn der neue Suchpunkt in allen Zielfunktionskomponenten kleiner ist als der vorangegangene. Als Beispiel betrachte man Abbildung 3.3 für eine Aufgabe mit $p = 2$ Zielfunktionen. Die bisher gefundenen Zielfunktionsvektoren im n -ten Iterationszyklus seien die Vektoren $\vec{f}_1^n, \dots, \vec{f}_5^n$. Es wird der Parametervektor für Punkt \vec{f}_3 variiert. Liegen die Zielfunktionsvektoren des neuen Suchpunktes im schraffierten Bereich unterhalb von \vec{f}_3^n , dann sind die neuen Punkte funktionaleffizient gegenüber den Punkten $\vec{f}_1^n, \dots, \vec{f}_5^n$. Punkt

$\vec{f}_3^{n+1'}$ ist damit ein erfolgreicher Suchschritt und ersetzt den Punkt \vec{f}_3^n , da alle Zielfunktionskomponenten von $\vec{f}_3^{n+1'}$ kleiner sind als die von \vec{f}_3^n . Wird Punkt $\vec{f}_3^{n+1''}$ erzeugt, ist dieser zwar auch funktionaleffizient gegenüber der Menge der Punkte $\vec{f}_1^n, \dots, \vec{f}_5^n$ und damit ein erfolgreicher Suchschritt, er ersetzt aber nicht \vec{f}_3^n . Punkt $\vec{f}_3^{n+1'''}$ wiederum ist ein erfolgloser Suchschritt, da er von Punkt \vec{f}_4^n dominiert wird. Alle Zielfunktionskomponenten von \vec{f}_4^n sind kleiner als die Zielfunktionskomponenten von $\vec{f}_3^{n+1'''}$.

Im Optimierungsverfahren wird anhand von zwei Kriterien überprüft, ob der neue Suchpunkt ein Erfolg oder Mißerfolg ist. Im ersten Kriterium wird getestet, ob alle neuen Zielfunktionskomponenten kleiner geworden sind, es also gilt:

$$f_{i,neu} < f_{i,alt} \quad \text{für alle} \quad i = 1, \dots, p \quad (3.11)$$

Ist die Bedingung erfüllt, so ersetzt der neue Punkt den alten und wird Teil der verbesserten PARETO-Menge. Wird Bedingung (3.11) nicht erfüllt, wird im zweiten Kriterium geprüft, ob der neue Punkt funktionaleffizient ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn der neue Zielfunktionsvektor \vec{f}_{neu} nicht innerhalb der konvexen Kegel K liegt, die sich im Bereich $K = \{z \in M : z_i > f_i^j, i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, n_c\}$ befinden, mit p der Anzahl der Zielfunktionen und $j = n_c$ der Anzahl der funktionaleffizienten Punkte. Der konvexe Kegel für den Punkt \vec{f}_4^n ist in Abbildung 3.3 schraffiert markiert. $\vec{f}_3^{n+1'''}$ liegt innerhalb des Kegels K und ist damit nicht funktionaleffizient.

Die beiden Kriterien erlauben es somit, einen neuen Suchpunkt als Erfolg oder als Mißerfolg zu klassifizieren. Dies ist im Gegensatz zur skalaren Optimierung aber nur eine binäre Relation, nämlich "besser" oder "schlechter", die es nicht ermöglicht, eine Aussage über die Höhe der Verbesserung in einem Suchschritt zu machen. Alle erfolgreichen Schritte sind absolut gleichwertig.

3.1.2 Das Verfahren im Detail

Initialisierung

Die Suche startet mit der Erzeugung einer Grundmenge von Punkten, die möglichst gleichmäßig über den gesamten Parameterraum verteilt sind. Die Anzahl kann vom Entscheidungsträger vorgegeben werden. Falls sie nicht gesetzt wird, wählt das Verfahren eine Startmenge von $k_0 = 50$ (default-Wert). Die Startpunkte werden durch die Gleichung

$$x_i = (x_{u,i} + (x_{o,i} - x_{u,i})Y) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.12)$$

erzeugt, mit Y einer gleichverteilten Zufallszahl im Bereich $[0, 1]$, $x_{u,i}$ der Untergrenze und $x_{o,i}$ der Obergrenze des i -ten Parameters.

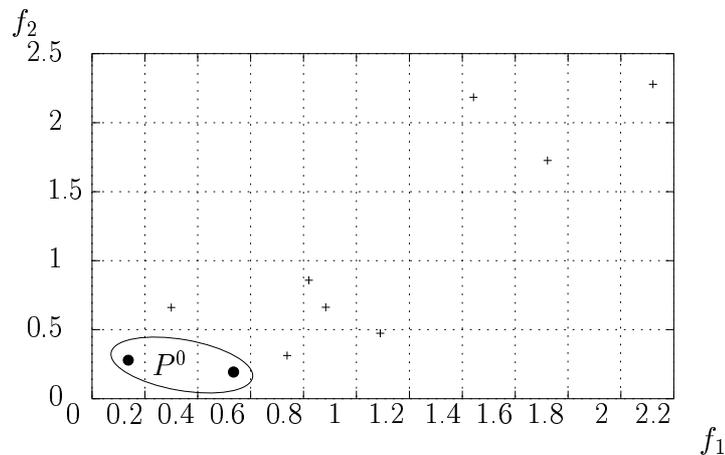


Abbildung 3.4: Verteilung zehn gleichverteilter Punkte nach der Initialisierung. Die erste Approximation der PARETO-Menge P^0 umfaßt zwei Elemente.

Gleichung (3.12) gilt sowohl für Probleme mit wie auch ohne Restriktionsfunktionen. In einem späteren Abschnitt wird gezeigt, wie die Restriktionsfunktionen durch eine Penalty-Transformation in die Aufgabe eingearbeitet werden.

Abbildung 3.4 zeigt für das Testbeispiel die Grundmenge im Zielfunktionsraum für eine Startmenge von $k_0 = 10$ Punkten. Hieraus wird die erste Approximation der PARETO-Menge (P^0) gebildet. Im Beispiel besteht sie aus zwei Punkten. Die Punkte bilden die Grundmenge von Startpunkten, die variiert werden.

Suchzyklus (Variation der PARETO-Menge)

Im Suchzyklus werden die Parametervektoren einer fest definierten Anzahl n_e von funktionaleffizienten Punkten variiert. Diese Anzahl wird nach jedem Suchzyklus neu definiert oder entspricht nach der Initialisierung der ersten Approximation der PARETO-Menge (In unserem Beispiel ist n_e nach der Initialisierung zwei). Jeder Suchzyklus besteht damit aus einer definierten Anzahl von Funktionsauswertungen. Jeder funktionaleffiziente Punkt durchläuft nun eine vorgegebene Anzahl von n_k Suchschritten, so daß bei jedem Suchzyklus $n_e n_k$ Zielfunktionsauswertungen gemacht werden. Die Anzahl der Zielfunktionsauswertungen hängt also direkt von der Menge der Punkte ab, die die PARETO-Menge im k -ten Suchzyklus approximieren. Die Menge wird bei fortschreitender Anwendung des Suchzyklus größer, da nach jedem Suchzyklus eine verbesserte Approximation der PARETO-Menge vorliegt. Die Anzahl der Suchschritte (n_k) ist frei wählbar, sollte sich aber an der

Anzahl der freien Parameter (n) orientieren. Um die Anzahl der Funktionsaufrufe je Suchzyklus nicht zu groß werden zu lassen, sollte man n_k im Bereich $2 \leq n_k \leq n$ wählen. Die jeweiligen Suchschritte werden nach folgender Formel bestimmt:

$$step_i = N(\sigma, \mu) * (x_{o,i} - x_{u,i}) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

$$x_{neu,i} = x_{alt,i} + step_i(x_{o,i} - x_{u,i}) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.14)$$

$$x_{u,i} \leq x_{neu,i} \leq x_{o,i} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.15)$$

Mit $N(\sigma, \mu)$ einer stetig normalverteilten Zufallsgröße mit der zugehörigen Dichtefunktion.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (3.16)$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird μ , der Mittelwert der Normalverteilung, identisch Null gesetzt. Die Wahrscheinlichkeit, eine kleine Schrittweite ($step$, vgl. (3.13)) zu machen, ist größer als einen großen Schritt zu machen. Die lokale Konvergenz wird dadurch beschleunigt, aber dennoch ist es möglich, durch Ausfallschritte mit größerer Schrittweite auch Gebiete zu erreichen, die nicht unmittelbar benachbart sind, wodurch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auch Teile der PARETO-Menge gefunden werden können, die nicht direkt zusammenhängen. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich die Approximation der PARETO-Menge nur auf Teilbereiche der wahren PARETO-Menge beschränkt, wird durch eine Normalverteilung der Suchschrittweite reduziert. In Abbildung 3.5 ist das Suchschema für einen Parameter $x_{alt,i}$, ($i = 1, \dots, n$) dargestellt. Die Glockenkurve zeigt die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten für ein gewähltes σ von 0.1. Das Maximum von (3.16) fällt mit der Lage von $x_{alt,i}$ zusammen. Je größer die Streubreite σ gewählt wird, desto breiter wird die Kurve. Große Suchschritte sind durch die Verteilung weniger wahrscheinlich als kleine. Die Streubreite σ ist keine konstante Größe, sondern wird im Laufe der Optimierung angepaßt. Die Anpassung der Schrittweite erfolgt in der Steuerungsphase, die im nächsten Abschnitt behandelt wird. Gleichung (3.13) erlaubt es, Werte zu erzeugen, die jenseits des zulässigen Parameterraums liegen. Tritt dieser Fall ein, wird nach folgendem Muster verfahren:

Liegt der neue i -te Variantenpunkt $x_{neu,i}$, ($i = 1, \dots, n$) im Bereich $x_{u,i} \leq x_i < (x_{o,i} + x_{u,i})/2$, ($i = 1, \dots, n$), bzw. liegt der Variantenpunkt im Bereich $(x_{o,i} + x_{u,i})/2 < x_i < x_{o,i}$, ($i = 1, \dots, n$), so wird der Suchschritt auf die Parametergrenze gelegt. Im anderen Fall wird der Suchschritt als Mißerfolg angesehen und das Verfahren läuft normal weiter. Diese Strategie hat zwei Gründe: Würde man den Suchschritt so lange wiederholen, bis alle neu generierten Punkte im zulässigen Bereich liegen, führt das dazu,

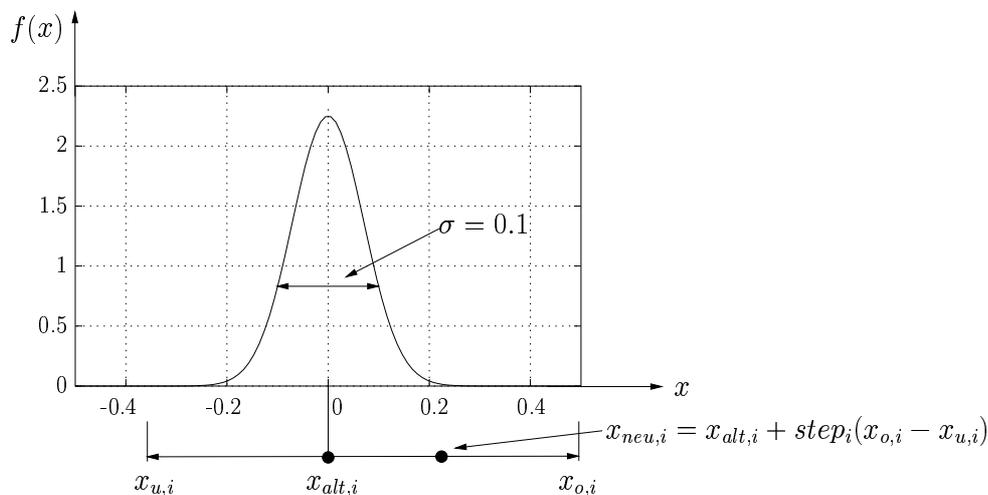


Abbildung 3.5: Erzeugung eines neuen Suchpunktes im VEKOPT-Verfahren. Die Schrittweite wird gemäß einer GAUSS-Verteilung mit der Streubreite σ und dem Mittelwert 0 bestimmt.

daß die unterschiedlichen Streubreiten σ der Wahrscheinlichkeitsverteilungen nach (3.16) für die Schrittweiten unter Umständen keine Rolle mehr spielen. Werden zu oft zu große Schrittweiten erzeugt, soll das Verfahren mit einer Verkleinerung von σ reagieren. Wird jeder neue Punkt, der die Parametergrenzen überschreitet, auf den Rand gelegt und ist dieser Suchschritt erfolgreich, wird die Streubreite σ immer weiter vergrößert, was zur Folge hat, daß sich die Kurve aus Abbildung 3.5 stark abflacht und dadurch die Wahrscheinlichkeiten für Sprünge im zulässigen Bereich annähernd gleichverteilt werden. Weiterhin käme es dadurch zu einer Anhäufung der Punkte auf dem Parameterrand, wodurch die Approximation der PARETO-Menge nicht mehr durch eine gleichmäßig verteilte Anzahl von Punkten dargestellt wird. Andererseits soll aber auch verhindert werden, daß für Punkte, die in der Nähe einer Parametergrenze liegen und hier eine Suchschrittweite in Richtung dieser Grenze generiert wird, nicht automatisch auch bei kleinen Schrittweiten ein Suchschritt erzeugt wird, der jenseits der Parametergrenzen liegt und dadurch nicht zulässig ist. Punkte, die auf dem Parameterrand liegen, könnten sonst nicht gefunden werden. Jeder neu erzeugte Zielfunktionsvektor wird auf Optimalität geprüft und gegebenenfalls gegen den alten Suchpunkt ausgetauscht. Nach Beendigung eines Suchzyklus wird eine neue Anzahl von n_e Punkten definiert, die im nächsten Suchzyklus variiert wird. Diese entspricht der aktuellen Approximation der PARETO-Menge, die im Suchzyklus gefunden worden ist.

Für unser theoretisches Beispiel (3.2ff.) wird eine Anzahl Suchschritte

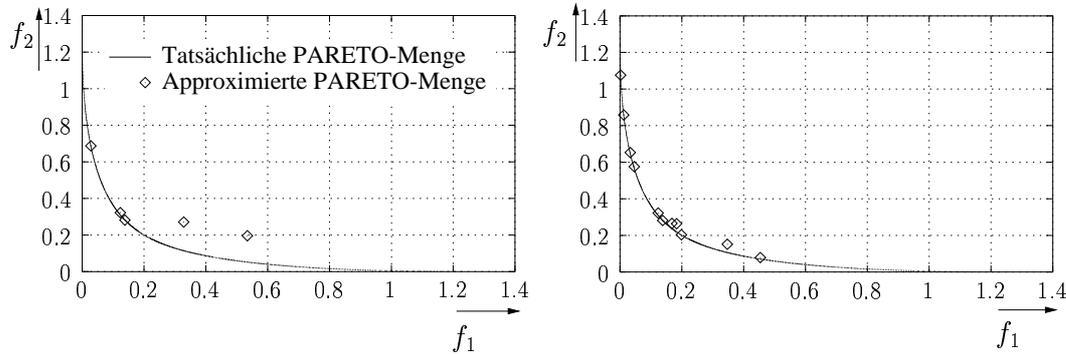


Abbildung 3.6: Links: Approximation der PARETO-Menge des Beispiels aus (3.2ff.) nach dem ersten Suchzyklus. Rechts: Approximation nach dem zweiten Suchzyklus.

je Suchpunkt n_k von vier gewählt. Nach dem ersten Suchzyklus besteht die PARETO-Menge aus fünf Punkten ($n_e = 5$) (Abbildung 3.6, links), nach dem zweiten Suchzyklus aus zehn Punkten ($n_e = 10$) (Abbildung 3.6, rechts). Der Verlauf der tatsächlichen PARETO-Menge ist als dicke Linie eingetragen.

Steuerungsphase

Nach Beendigung eines Suchzyklus, schließt sich im dritten Teil des Algorithmus die Steuerungsphase an. Hier wird eine neue Streubreite σ bestimmt und die Menge der Variantenpunkte des neuen Suchzyklus ermittelt. Es wird versucht, die Streubreite σ so anzupassen, daß das Verfahren schneller konvergiert. Zwar würde auch für ein festes, nicht zu kleines σ das Verfahren konvergieren, aber die Anzahl der Zielfunktionsauswertungen wäre deutlich höher, um eine gewisse Genauigkeit der Approximation zu erreichen. Die Änderung des Faktors σ orientiert sich am Verhältnis der erfolgreichen Suchschritte (n_s) zur Gesamtanzahl der Suchschritte im k -ten Suchzyklus ($n_e n_k$). Die Anpassung verläuft nach der sogenannten 20%-Regel, die von SCHWEFEL und RECHENBERG für skalare Evolutionsalgorithmen entwickelt worden ist. Details der Herleitung finden sich in [44] und [45]. Hierbei wird σ vergrößert, wenn das Verhältnis erfolgreicher Suchschritte (n_s) zur Gesamtzahl Suchschritte ($n_k n_e$) weniger oder höchstens gleich 1 : 5 beträgt. Im anderen Fall wird σ verkleinert. Die Veränderung von σ erfolgt nach der Formel:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n \alpha \quad 5n_s < n_e n_k \quad (3.17)$$

oder

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n / \alpha \quad 5n_s \geq n_e n_k \quad (3.18)$$

$$0.5 \leq \alpha \leq 0.85 \quad (3.19)$$

Der Wert für α ist kein Absolutwert, sondern problemabhängig. Eine falsche Wahl von α führt aber meist nur zu einer langsameren Konvergenz des Verfahrens, so daß man im Zweifel α eher an den unteren Rand der Skala schieben sollte.

Jede neue Suche beginnt mit den Punkten der aktuellen PARETO-Menge, die zu diesem Zeitpunkt die beste Approximation der PARETO-Menge darstellt. Im Laufe der Optimierung nimmt die Anzahl dieser Punkte immer weiter zu und liefert am Ende ein gutes Abbild der tatsächlichen Menge.

Einarbeitung der Restriktionen

Besitzt die Vektoroptimierungsaufgabe nichtlineare Restriktionsfunktionen, werden diese mit Hilfe der inneren Penalty-Transformation [46] in unrestringierte Aufgaben überführt. Wie bereits oben erwähnt, werden die Gleichheitsrestriktionen $\vec{h}(\vec{x})$ in je zwei Ungleichheitsrestriktionen umgewandelt (3.1), so daß nur mit diesen gearbeitet werden muß. Bei der Penalty-Transformation wird den Zielfunktionen f_i , ($i = 1, \dots, p$), falls der zulässige Bereich M verlassen wird, ein Zusatzterm (Penalty-Term) aufaddiert, dessen Höhe davon abhängt, wie stark die Restriktionsgrenze, die durch die Ungleichheitsrestriktionsfunktion $g_i(\vec{x}) \leq 0$, ($i = 1, \dots, k$) definiert ist, verletzt wird. Der allgemeinste Fall eines Penaltyterms für Ungleichheitsrestriktionen lautet:

$$S(r, \vec{x}) = m_u r \max(|0, g(\vec{x})|^\beta), \quad i = 1, \dots, p \quad (3.20)$$

Dabei ist r ein Skalierungsfaktor, der dafür sorgt, daß bei Restriktionsfunktionen mit stark unterschiedlichen Größenordnungen alle etwa gleichstark in die Zielfunktionen eingehen. Er wird für jede Zielfunktion $f_i(\vec{x})$, ($i = 1, \dots, p$) getrennt aus dem ersten Zielfunktionsvektor \vec{f}^0 ermittelt und berechnet sich nach der Gleichung:

$$r_i^j = \frac{f_j(\vec{x}^0)}{g_i(\vec{x}^0) + 0.01} \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, p \quad (3.21)$$

Im Nenner von Gleichung (3.21) taucht der Summand 0.01 auf, der verhindert, daß der Skalierungsfaktor gegen unendlich strebt, falls zufällig im Punkt \vec{f}^0 die Restriktionsfunktion gegen Null strebt. Durch den Multiplikator m_u wird die Höhe des Penaltyterms bestimmt. Die Veränderung der Zielfunktionen durch die Addition des Penaltyterms kann durch die Wahl eines großen Penaltyterms stark beeinflußt werden. Das führt zwar zu stark nichtlinearen Ersatzfunktionen, hat aber keinen Einfluß auf die Konvergenz des stochastischen Optimierungsverfahrens. Der Exponent β bestimmt den Typ der Transformationsfunktion. Gebräuchlich ist hier in erster Linie $\beta = 1$ für den

Betragspenaltyterm und $\beta = 2$ für den quadratischen Penaltyterm. Sobald eine Restriktion verletzt wird, nimmt der Penaltyterm einen Wert größer Null an. Definiert man für jede Zielfunktionskomponente die Ersatzfunktion

$$P_i(\vec{x}, r) = f_i(\vec{x}) + m_u \sum_{j=1}^p r_j^i \max(0, g(\vec{x})|^\beta), \quad (3.22)$$

erzielt man genau den gewünschten Effekt. Sobald der zulässige Zielfunktionsraum verlassen wird, wird die Zielfunktion vergrößert.

3.1.3 Abbruchbedingungen

Das Verfahren sucht auf der Basis von normalverteilten Zufallszahlen und kann deshalb die PARETO-Menge nicht exakt bestimmen. Das Abbruchkriterium überprüft, wie groß die mittlere Schwankung zwischen benachbarten Zielfunktionsvektoren ist. Es ist damit indirekt ein Maß für die Genauigkeit der Approximation der PARETO-Menge. Wird ein Wert von 0.01 unterschritten, wird die Suche beendet. In mathematischer Form lautet das Abbruchkriterium:

$$\sum_{j=1}^{n_e-1} \sum_{i=1}^p \sqrt{((f_i^j)' - (f_i^j)'')^2} < 0.01 \quad (3.23)$$

Hierbei ist n_e die Anzahl der PARETO-Punkte nach dem letzten Suchzyklus. Die Zielfunktionsvektoren $(f_i^j)'$ und $(f_i^j)''$ sind direkt benachbart.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß das Verfahren durch eine zweite Abbruchbedingung gesteuert wird. Sie ergibt sich aus den zum Teil langen Rechenzeiten der numerischen Feldberechnung. Diese schwanken sehr stark in Abhängigkeit der Anzahl der Gitternetzpunkte der angeschlossenen Feldberechnung und der Rechengeschwindigkeit der eingesetzten Hardware. Die Rechenzeiten der in den folgenden Kapiteln vorgestellten Probleme betragen zum Teil bis zu einhundert CPU-Stunden auf einem Intel Pentium II Prozessor mit 400MHz Taktfrequenz. Bei keiner der Optimierungsrechnungen konnte die Abbruchbedingungen (3.23) erreicht werden. Das Verfahren findet sehr schnell ein gutes Abbild der PARETO-Menge, benötigt aber eine große Anzahl von Funktionsaufrufen, um diese dann lokal in kleinen Schritten zu verbessern. Will man für bestimmte Lösungsvektoren einen genaueren Wert berechnen, kann man im Anschluß an die Vektoroptimierung eine skalare Optimierung durchführen. Es bietet sich an, die Restriktionsformulierung als Transformation zu verwenden. Man sucht sich aus der Menge der Lösungsvektoren einen Vektor aus, den man hinsichtlich einer der Zielfunktionen

“nachoptimieren” will. Die weiteren Ziele des Zielfunktionsvektors, die nicht überschritten werden sollen, werden als Restriktionsfunktionen definiert. Als Beispiel nehme man eine Aufgabe mit drei Zielfunktionen. Gewählt wird der folgende Zielfunktionsvektor $f_1 = 1500$, $f_2 = 300$, $f_3 = 745$. Man entscheidet sich, bezüglich f_2 nachzuoptimieren. Die skalare Optimierungsaufgabe lautet dazu:

$$\min f_2 \quad (3.24)$$

$$g_1 = f_1 \leq 1500 \quad (3.25)$$

$$g_2 = f_3 \leq 745 \quad (3.26)$$

Zur Lösung einer solchen Aufgabe eignen sich deterministische Suchverfahren [11].

3.1.4 Ablauf des VEKOPT-Verfahrens

Im folgenden wird der genaue iterative Ablauf des VEKOPT-Verfahrens beschrieben. Hierbei werden die folgenden Notationen verwendet. x_i , ($i = 1, \dots, n$), Parametervektor des neu generierten Suchpunktes, f_i , ($i = 1, \dots, p$) Zielfunktionsvektor des neu generierten Punktes, k_0 Anzahl der Punkte in der Initialisierungsphase, k Laufindex der Initialisierungsphase, $x_{u,i}$, ($i = 1, \dots, n$) Untergrenze des Parametervektors, $x_{o,i}$, ($i = 1, \dots, n$) Obergrenze des Parametervektors, n_c Anzahl der aktuellen funktionaleffizienten Punkte, xc_i , ($i = 1, \dots, n$) Parametervektor der aktuellen funktionaleffizienten Punkte, fc_i , ($i = 1, \dots, p$) Zielfunktionsvektor der aktuellen funktionaleffizienten Punkte, xe_i , ($i = 1, \dots, n$) Parametervektor der Punkte, die im Suchzyklus variiert werden, fe_i , ($i = 1, \dots, p$) Zielfunktionsvektor der Punkte, die im Suchzyklus variiert werden, a Schleifenindex der äußeren Iteration des Suchzyklus, b Schleifenindex der inneren Iteration des Suchzyklus, n_s Anzahl der erfolgreichen Suchschritte im Suchzyklus, n_k Anzahl der inneren Iterationen des Suchzyklus, n_e Gesamtanzahl der Iterationen der äußeren Schleife des Suchzyklus.

1.) Initialisierungsphase

Erzeuge neue Parameterpunkte x_i mit

$$x_i = (x_{u,i} + (x_{o,i} - x_{u,i})Y) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.27)$$

$$Y \text{ gleichverteilte Zufallszahl im Bereich } [0, 1] \quad (3.28)$$

und berechne den zugehörigen Zielfunktionsvektor \vec{f} . Für $k = 1$ speichere \vec{f} nach \vec{f}^1 und \vec{x} nach \vec{x}^1 um. Setze die Anzahl der funktionaleffizienten

Punkte $n_c = 1$. Ab $k = 2$ vergleiche alle neu berechneten Zielfunktionsvektoren \vec{f} mit den Zielfunktionsvektoren \vec{f}^c der aktuellen Approximation der PARETO-Menge. Dazu werden folgende Bedingungen überprüft:

$$f c_i^j < f_i, \quad \text{für ein beliebiges } j = 1, \dots, n_c \quad \text{für alle } i = 1, \dots, p. \quad (3.29)$$

Wenn Bedingung nicht erfüllt ist, entferne alle Punkte mit:

$$f c_i^j > f_i, \quad j = 1, \dots, n_c \quad \text{für alle } i = 1, \dots, p. \quad (3.30)$$

Passen die Anzahl der funktionaleffizienten Punkte n_c entsprechend an. Ist \vec{f} funktionaleffizient, speichere \vec{f} und \vec{x} um nach \vec{f}^c und \vec{x}^c ($j = n_c$). Erhöhe Schleifenindex k um eins. Wiederhole ab Schritt 1.) bis Schleifenindex $k = k_0$. Setze $n_e = n_c$ und speichere aktuelle Approximation der PARETO-Menge um in $\vec{f}^e = \vec{f}^c$ und $\vec{x}^e = \vec{x}^c$ ($j = 1, \dots, n_e$).

2.) Suchzyklus

Setze äußeren Schleifenindex $a = 1$, ($a = 1, \dots, n_e$), setze inneren Schleifenindex $b = 1$, ($b = 1, \dots, n_k$). Erzeuge neuen Suchschritt \vec{x} nach folgendem Schema (innere Schleife):

$$x_i = (x_{e,i})^a + \text{step}_i(x_{o,i} - x_{u,i}) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.31)$$

$$\text{step}_i = N(\sigma, \mu)(x_{o,i} - x_{u,i}) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.32)$$

Mit $N(\sigma)$ einer stetig normalverteilten Zufallsgröße mit der zugehörigen Dichtefunktion:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (3.33)$$

Falls $x_i > x_{o,i}$ ($i = 1, \dots, n$) oder $x_i < x_{u,i}$ ($i = 1, \dots, n$) für ein beliebiges $i \in 1, \dots, n$ erfüllt ist, gilt:

$$x_i = x_{o,i}, \quad i = 1, \dots, n \quad \text{wenn} \quad (3.34)$$

$$(x_{o,i} + x_{u,i})/2 < x_i < x_{o,i} \quad (3.35)$$

bzw

$$x_i = x_{u,i}, \quad i = 1, \dots, n \quad \text{wenn} \quad (3.36)$$

$$x_{u,i} < x_i < (x_{o,i} + x_{u,i})/2 \quad (3.37)$$

Andernfalls verwirfe Suchschritt, erhöhe inneren Schleifenindex b um eins und erzeuge neuen Suchschritt. Wenn Suchschritt zulässig, berechne den zugehörigen Zielfunktionsvektor \vec{f} . Teste neuen Zielfunktionspunkt auf Funktionaleffizienz und berechne neue Approximation der PARETO-Menge mit (3.29). Falls neuer Punkt funktionaleffizient ist, verfare wie in 1.) und erhöhe

die Anzahl der in diesem Suchzyklus erfolgreichen Schritte n_s um eins. Falls $b < n_k$, erhöhe inneren Schleifenindex b um eins und wiederhole innere Schleife. Falls $a < n_e$, erhöhe äußeren Schleifenindex a um eins und wiederhole innere Schleife. Nach Beendigung der äußeren Schleife setze $n_e = n_c$, $\vec{f}e^j = \vec{f}c^j$ und $\vec{x}e^j = \vec{x}c^j$ ($j = 1, \dots, n_c$)

3.) Steuerungsphase

Anpassung der Streubreite σ mit:

$$\sigma_{neu} = \sigma_{alt}\alpha \quad \text{für} \quad 5n_s < n_en_k \quad (3.38)$$

oder

$$\sigma_{neu} = \sigma_{alt}/\alpha \quad \text{für} \quad 5n_s > n_en_k \quad (3.39)$$

$$0.5 \leq \alpha \leq 0.85 \quad (3.40)$$

4.) Abbruchbedingung

Beende Verfahren, wenn:

$$\sum_{j=1}^{n_e-1} \sum_{i=1}^p \sqrt{((f_i^j)') - (f_i^j)''}^2 < 0.01 \quad (3.41)$$

$(f^j)', (f^j)''$ direkt benachbart

Falls Bedingung nicht erfüllt ist, wiederhole ab Schritt 2.).

Nachdem das Optimierungsverfahren im Detail erläutert worden ist, sollen nun anhand der Beispielaufgabe (3.2ff.) der Verlauf der Optimierung dargestellt werden. Die Optimierung wird mit folgenden Daten durchgeführt:

- Startwert der Streubreite $\sigma_0 = 0.2$
- Anzahl der Punkte der Grundmenge $k_0 = 10$
- Anzahl der Variationen pro Suchpunkt $n_k = 3$
- Reduktionsfaktor $\alpha = 0.5$

Die Iteration bricht nach dem elften Suchzyklus ab, da hier die Abbruchbedingung (3.23) erfüllt ist. In Tabelle 3.1 sind die Ergebnisse des Optimierungslaufs für alle Suchzyklen dargestellt.

Suchzyklus	Iterationschritte	PARETO-Punkte	σ	Abbruchbedingung
1	48	18	0.4	01485
2	73	25	0.8	0.0889
3	94	28	0.4	0.0826
4	143	38	0.2	0.0760
5	224	61	0.4	0.0631
6	333	80	0.2	0.0476
7	510	125	0.4	0.0358
8	721	153	0.2	0.0264
9	1038	217	0.1	0.0174
10	1579	353	0.05	0.0105
11	2341	446	0.1	0.00971

Tabelle 3.1: Ergebnisse der Optimierungsrechnung von Aufgabe (3.2ff.).

3.1.5 Test des Verfahrens an theoretischen Beispielen

Das Optimierungsverfahren wird an zwei theoretischen Beispielen demonstriert und diskutiert.

Beispiel 1:

Das erste Problem ist eine Optimierungsaufgabe mit $p = 2$ Zielfunktionen und $n = 2$ Entwurfsparameter x_1, x_2 . Gegeben ist ein Gebiet im Bereich $0 \leq x_1 \leq 10$ und $0 \leq x_2 \leq 10$. Gemäß Abbildung 3.7, links wird der zulässige Parameterraum durch zwei Gerade in vier gleichgroße Bereiche aufgeteilt. Innerhalb dieser Bereiche sind für eine Strecke von einem Meter je zwei Werte einer Geschwindigkeit v und einem Energieverbrauch je Längeneinheit q definiert. Gebiet 1 enthält das Paar v_1, q_1 , Gebiet 2 das Paar v_2, q_1 , Gebiet 3 das Paar v_2, q_2 und Gebiet 4 das Paar v_1, q_2 . Die Zielfunktionen beschreiben die Zeit T und die Energiemenge Q , die benötigt werden, um von einem festen Punkt P_1 innerhalb von Gebiet 1 zu einem festen Punkt P_2 innerhalb des Gebietes 3 zu gelangen. Dazu werden Geradenstücke gebildet, die durch Punkte \vec{x} verlaufen, die entlang der Grenzen zwischen den einzelnen Teilgebieten variieren. Die Punkte ξ_1 und ξ_2 laufen entlang der Grenzlinien. Es gilt: $\xi_1 = (x_1, x_2)$, für die Gerade durch den Ursprung, sowie $\xi_2 = (x_1, -x_2 + 10)$ für die zweite Gerade. Die Aufgabe lautet im weiteren: Finde die Koordinaten der Punkte ξ_1 und ξ_2 , so daß der durch sie definierte Weg von P_1 nach P_2 zu kürzester Zeit (zeitoptimal) und mit minimaler Energie (energieoptimal)

durchlaufen wird. Mathematisch formuliert ergibt sich somit:

$$\min T(\xi_1, \xi_2) \quad (3.42)$$

$$\min Q(\xi_1, \xi_2) \quad (3.43)$$

$$0 \leq \xi_1 \leq 10 \quad (3.44)$$

$$0 \leq \xi_2 \leq 10 \quad (3.45)$$

Zur Lösung der Aufgabe werden die folgenden Parameter gesetzt:

- Anzahl Punkte Grundmenge $k_0 = 50$
- Anzahl der Variationen je Punkt $m = 4$
- $\sigma_0 = 0.1$
- Reduktionsfaktor $\alpha = 0.5$.

Nach 10 Suchzyklen besteht die Approximationsmenge bereits aus 127 Punkten. Hierfür werden 976 Zielfunktionsauswertungen benötigt. Nach zwei weiteren Suchzyklen und nun 3144 Funktionsaufrufen besteht die PARETO-Menge aus 423 Punkten. Die Streubreite σ hat sich bis auf einen Wert von 0.0125 reduziert. In Abbildung 3.7, rechts sind die beiden Lösungen

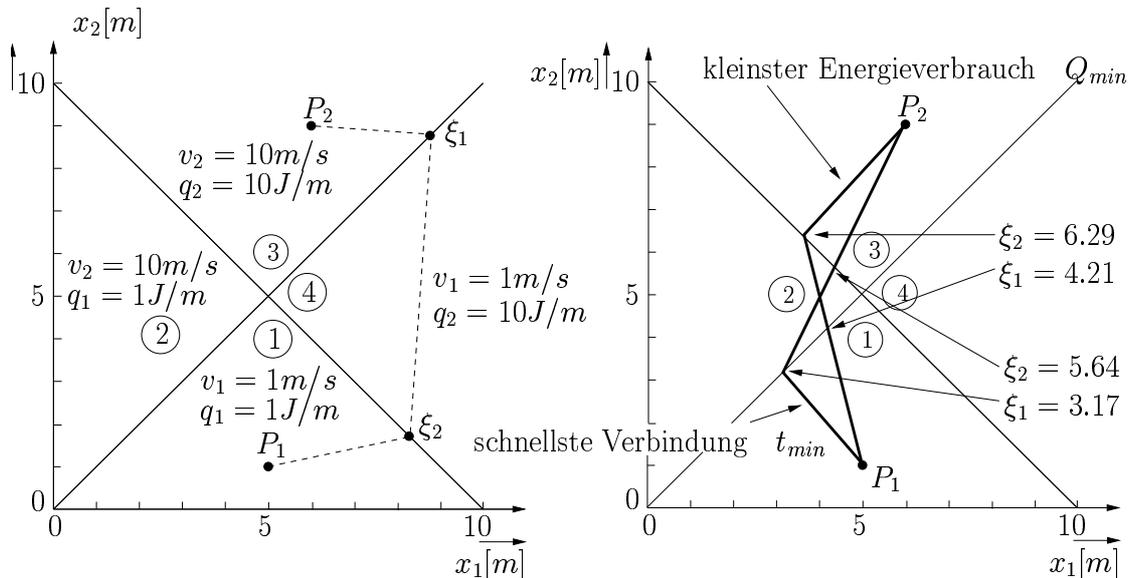


Abbildung 3.7: Theoretisches Anwendungsbeispiel nach (3.42ff.).

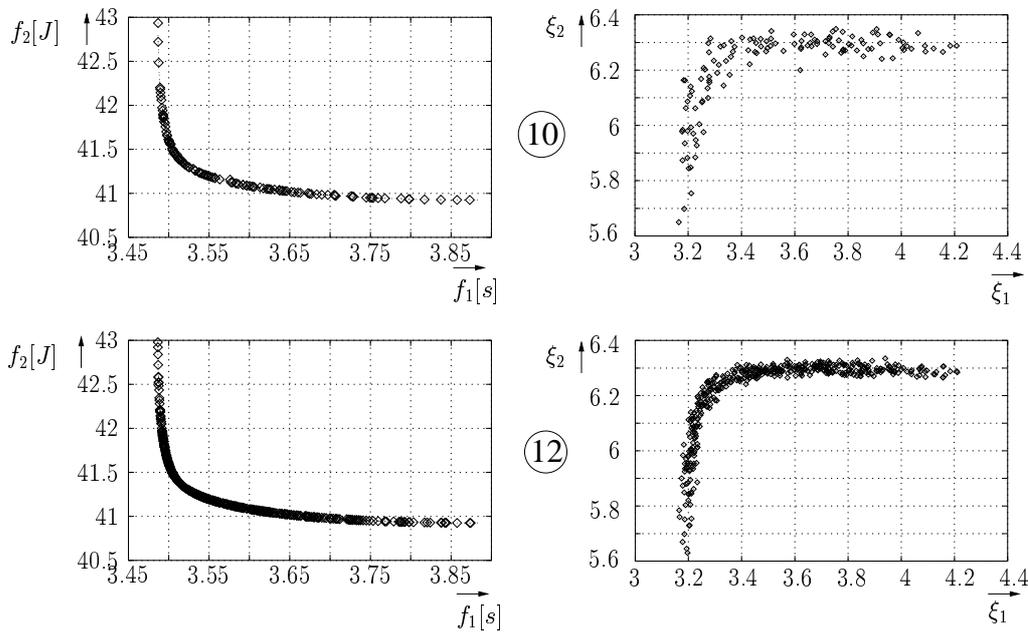


Abbildung 3.8: Verlauf der approximierten PARETO-Menge von Aufgabe (3.42ff.). Links: Lösung nach zehn bzw. zwölf Suchzyklen im Zielgebiet Z . Rechts: Verlauf der Parameter ξ_1, ξ_2 im Parameterraum.

für die schnellste Verbindung und die Verbindung, die am wenigsten Energie benötigt, eingetragen. Die schnellste Verbindung ist äquivalent zum Brechungsgesetz von SNELLIUS [48]. Die Bereiche 2 und 3 mit großer Geschwindigkeit entsprechen einem optisch dünnen Medium, Bereiche 1 und 4 mit einer geringen Geschwindigkeit entsprechen einem optisch dichterem Medium. Somit wird ein Lichtstrahl von Gebiet 2 nach Gebiet 1 zur Lotrechten hin gebrochen, während er zwischen Gebiet 2 und 3 nicht gebrochen wird, da hier die Geschwindigkeiten gleich bleiben. In Abbildung 3.8 ist die Approximation der PARETO-Menge im Zielgebiet nach zehn bzw. zwölf Suchzyklen dargestellt. Die Punkte verlaufen gleichmäßig verteilt entlang der tatsächlichen PARETO-Menge. Im rechten Bild finden sich die zugehörigen Parameterwerte. Die auch nach dem zwölften Suchzyklus vorhandene Streuung erklärt sich aus dem sehr flachen Verlauf der Zielfunktionen entlang der PARETO-Menge. Bereits kleine Änderungen der Zielfunktion führen zu relativ großen Änderungen der Parameterwerte. Exakte Lösungen können mit stochastischen Verfahren nicht gefunden werden.

Beispiel 2:

Das zweite Beispiel ist eine Erweiterung von Aufgabe (3.2ff.). Das Problem wird um eine nichtlineare Restriktionsfunktion ergänzt, die den Zielfunktionsraum durch einen Viertelkreis mit dem Radius $1/\sqrt{2}$ einschränkt. Alle Zielfunktionsvektoren, die innerhalb des Viertelkreises liegen, sind nicht erlaubt. Die Aufgabe lautet damit:

$$\min f_1(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{4} + x_2^2 \quad (3.46)$$

$$\min f_2(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + \frac{(x_2 - 1)^2}{4} \quad (3.47)$$

$$g_1(x_1, x_2) = f_1^2 + f_2^2 - 0.5 \geq 0 \quad (3.48)$$

$$0 \geq x_1 \geq 1 \quad (3.49)$$

$$0 \geq x_2 \geq 1 \quad (3.50)$$

Die Einstellungen für den Algorithmus sind dieselben wie beim vorangegangenen Problem. Die Restriktionsfunktion wird durch einen quadratischen Penaltyterm ($\beta = 2$) in die Zielfunktionen eingearbeitet. Als Multiplikatorfaktor wird $k = 100$ gesetzt. Die Skalierungsfaktoren r werden aus der Gleichung (3.21) berechnet und betragen $r^1 = 2.87$ und $r^2 = 1.05$. Abbildung 3.9 zeigt den Verlauf der Ergebnisse nach 3 bzw. 6 Suchzyklen. Nach 3 Suchzyklen ist der Verlauf der PARETO-Menge (44 Elemente) im Zielfunktionsraum bereits gut erkennbar. Das Verfahren benötigt bis hierhin insgesamt 257 Funktionsauswertungen. Nach 6 Suchzyklen und 1768 Funktionsaufrufen wird die PARETO-Menge durch 296 Punkte approximiert. Die Streubreite σ wird auf einen Wert von 0.025 reduziert. Es fällt auf, daß im Bereich der aktiven Restriktion die Streuung der Parameter dünner ist, was sich aus dem steileren Verlauf der Ersatzfunktion in diesem Bereich erklärt. Man erkennt in Abbildung 3.9 auch, daß die Minimalstellen der Zielfunktionskomponenten Teil der PARETO-Menge sind. Die Nullstellen der Zielfunktionen haben jeweils den Wert 0. Das Verfahren erreicht hier für f_1 den Wert 0.000126 und für f_2 den Wert 0.000621.

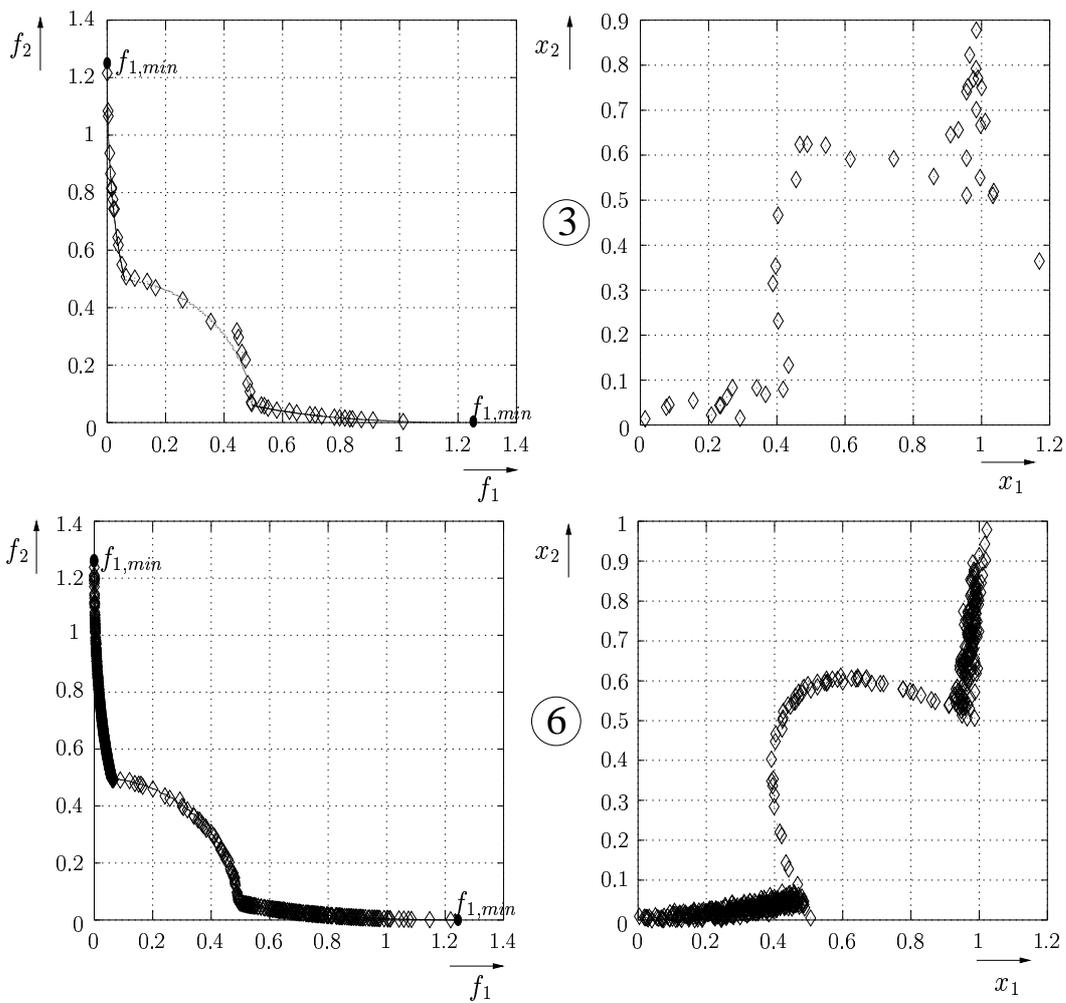


Abbildung 3.9: Theoretisches Anwendungsbeispiel nach (3.46ff.). Links: PARETO-Menge nach drei bzw. sechs Suchzyklen im Zielgebiet Z . Rechts: Verlauf der Parameter der approximierten PARETO-Menge im zulässigen Parameterraum Ω .

Kapitel 4

Das Feldberechnungsprogramm PROFI

4.1 Grundgleichungen der Feldberechnung

Die Berechnung der Kenngrößen des zu untersuchenden elektrischen Gerätes erfolgt mit Hilfe des Computerprogramms PROF I [49]. PROF I berechnet stationäre wie auch transiente Felder im Niederfrequenzbereich. In der vorliegenden Form können Probleme aus folgenden Bereichen gelöst werden:

- Magnetostatik
- Elektrostatik
- Transiente elektromagnetische Vorgänge

In magnetostatischen Problemen können nichtlineare Eisenkennlinien und feldabhängige Magnetisierungskennlinien von hartmagnetischen Werkstoffen berücksichtigt werden. Transiente Probleme erlauben die Kopplung von elektrischen und mechanischen Systemen. Zur Lösung komplexer Wirbelstromprobleme können elektrische Leitfähigkeiten in Eisen und Magnetmaterialien definiert werden und das Problem mit beliebigen Stromanregungen gelöst werden.

Im weiteren Verlauf werden Probleme aus dem magnetostatischen Bereich untersucht. Die zugehörigen MAXWELL-Gleichungen lauten:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (4.1)$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \quad (4.2)$$

$$\vec{B} = \mu(\vec{H} + \vec{M}) \quad (4.3)$$

$$\text{hartmagnetische Werkstoffe} \quad \mu = \mu_0 \quad \vec{M} \neq 0 \quad (4.4)$$

$$\text{weichmagnetische Werkstoffe} \quad \mu \neq \mu_0 \quad \vec{M} = 0 \quad (4.5)$$

mit der magnetischen Feldstärke \vec{H} , der eingepprägten Stromdichte \vec{J} , der magnetischen Flußdichte \vec{B} der Magnetisierung \vec{M} und der Permeabilität μ . PROFI bietet als Systemvariablen zur Lösung der Differentialgleichungen entweder das Vektorpotential \vec{A} oder das skalare magnetische Potential Φ_m an. Bei der Verwendung des Vektorpotentialansatzes ist man allerdings auf zweidimensionale Problemstellungen beschränkt. Das Vektorpotential \vec{A} besitzt dann nur noch eine von Null verschiedene Komponente. Im Fall kartesischer Koordinaten x, y, z hat das Vektorpotential nur noch eine Komponente in z -Richtung ($\vec{A} = (0, 0, A_z)$). Setzt man $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$, erhält man die Bestimmungsgleichung für das Vektorpotential \vec{A} zu:

$$\text{rot}\frac{1}{\mu}\text{rot}\vec{A} = \vec{J} + \frac{1}{\mu_0}\text{rot}\vec{M} \quad (4.6)$$

Bei Verwendung des skalaren magnetischen Potentials können sowohl zwei- als auch dreidimensionale Probleme gelöst werden. Der Lösungsansatz lautet:

$$\vec{H} = \vec{H}_i - \text{grad}\Phi_m \quad (4.7)$$

Hierbei gilt $\text{rot}\vec{H}_i = \vec{J}$, womit das magnetische Potential Φ_m aus der Gleichung

$$\text{div}\mu\text{grad}\Phi_m = \text{div}\mu\vec{H}_i \quad (4.8)$$

berechnet werden kann. Das Hilfsfeld \vec{H}_i beschreibt den Anteil des Feldes \vec{H} , der die Wirbel enthält. Durch die Bedingung $\text{rot}\vec{H}_i = \vec{J}$ ist \vec{H}_i aber nicht eindeutig beschrieben, da die Quellen von \vec{H}_i ($\text{div}\vec{H}_i$) beliebig gewählt werden können. Der so gewonnene Freiheitsgrad kann zur Vereinfachung der Berechnung von \vec{H}_i bei der Verwendung von numerischen Berechnungsverfahren ausgenutzt werden. Näheres hierzu findet man in [49].

4.2 Prinzipielle Lösung der Gleichungen

Zur Lösung der Differentialgleichungen (4.6), (4.8) wird das Finite-Differenzen (FD) Verfahren verwendet [51]. Allen numerischen Verfahren gemeinsam ist die Grundidee, den stetigen Verlauf der Systemgröße im Rechengebiet durch endlich viele Punkte anzunähern. Dazu wird das Rechengebiet mit einem

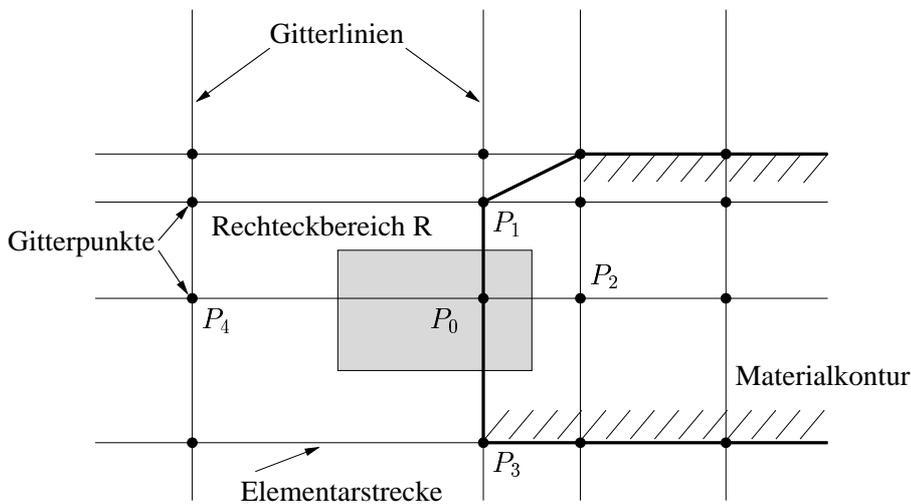


Abbildung 4.1: Gitternetz und Materialverteilung (schematisch) für ein Feldproblem.

Gitternetz überzogen, das parallel zu einem orthogonalen Koordinatensystem verläuft. Alle Materialgrenzen müssen auf Gitterlinien oder auf Diagonalen zwischen den Gitterpunkten liegen. Die zu berechnende Systemgröße (\vec{A} , $grad\Phi_m$) ist den Gitterpunkten zugeordnet. Zur Herleitung der Differenzgleichungen wird die Bestimmungsgleichung (4.6) bzw. (4.8) um einen Rechteckbereich R , der den Gitterpunkt P_0 umschließt, integriert. Es entsteht so für jeden Gitterpunkt eine eigene Differentialgleichung erster Ordnung. In dieser Gleichung werden die auftretenden Ableitungen durch Differenzenquotienten ersetzt, die sich aus den Werten an den benachbarten Gitterpunkten und ihren Abständen zueinander zusammensetzen. Die Differentialgleichung ist jetzt in eine algebraische lineare Gleichung umgewandelt worden und spiegelt die Abhängigkeit zwischen dem zu berechnenden Punkt und den Nachbarpunkten wider. Wird dies für jeden Gitterpunkt durchgeführt, an dem die Systemgröße unbekannt ist, ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, das ausschließlich von den unbekanntenen Werten an den Gitterpunkten abhängt. Das Gleichungssystem wird mit Hilfe von iterativen Verfahren mit endlicher Genauigkeit gelöst. Als Ergebnis erhält man, je nach Ansatz, entweder die Vektorpotentiale A_z oder die skalaren magnetischen Potentiale Φ_m an den Gitterpunkten. Damit ist das Problem prinzipiell gelöst. Alle weiteren Feldgrößen können mit Hilfe der MAXWELL-Gleichungen ermittelt werden.

4.3 Kraftberechnung

PROFI stellt eine Anzahl von Möglichkeiten zur Verfügung, mit denen sekundäre Größen berechnet werden können. Dazu gehören die Berechnung von Flüssen, Energien, Spannungen, Volumina, Gewichten und Kräften. Durch den modularen Aufbau des Programms ist es leicht möglich, eine weitere Auswertungsart zu implementieren, falls diese noch nicht bereitgestellt wird. Das Programm ist in der Lage, jede plotfähige Größe zu visualisieren, und liefert durch die formatierte Ausgabe von Ergebnisgrößen die Möglichkeit, diese mit Hilfe eines Zusatzprogramms graphisch aufzubereiten.

Auf die Berechnung von Kräften und Drehmomenten soll im folgenden näher eingegangen werden, da diese eine zentrale Rolle bei den später vorgestellten Anwendungsbeispielen spielen. Zu deren Berechnung stehen drei Methoden zur Verfügung. Zwei Methoden basieren auf der Theorie des MAXWELLSchen Spannungstensors, in der dritten Methode werden die Kräfte über eine harmonische Analyse des magnetischen Feldes in der Maschine aus der Energiebilanz berechnet. Im ersten Fall wird die Kraftdichte über alle Materialien im Rechenbereich ausgewertet und entsprechend ihrer Zuordnung zum Ständer und Läufer aufsummiert.

4.3.1 Kraftberechnung aus Kraftdichten

Der MAXWELLSche Spannungstensor für weichmagnetische Werkstoffe ($\vec{B} = \mu\vec{H}$) lautet [50]:

$$\overleftarrow{T} = \begin{pmatrix} \mu H_x^2 - \frac{1}{2}\mu H^2 & \mu H_x H_y & \mu H_x H_z \\ \mu H_y H_x & \mu H_y^2 - \frac{1}{2}\mu H^2 & \mu H_y H_z \\ \mu H_z H_x & \mu H_z H_y & \mu H_z^2 - \frac{1}{2}\mu H^2 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Bei Anwesenheit von hartmagnetischen Werkstoffen gilt $\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}$ und man erhält damit die Formel für den MAXWELLSchen Spannungstensor zu:

$$\overleftarrow{T} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(B_x H_x - B_y H_y + B_z H_z) & H_y B_x & H_z B_x \\ H_x B_y & \frac{1}{2}(B_y H_y - B_x H_x + B_z H_z) & H_z B_y \\ H_x B_z & H_y B_z & \frac{1}{2}(B_z H_z - B_x H_x + B_y H_y) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

In den Formeln treten nur noch die an den Grenzflächen stetigen Komponenten von \vec{H} und \vec{B} auf und sie gelten sowohl für weich- wie auch hartmagnetische Werkstoffe.

Hieraus kann die an einem beliebigen Flächenelement $d\vec{A}$ angreifende Kraft berechnet werden:

$$d\vec{F} = \overleftrightarrow{T} d\vec{A} = \overleftrightarrow{T} \vec{n} dA \quad (4.11)$$

Der Vektor $\vec{n} dA$ beschreibt das Flächenelement in Normalenrichtung. Integration von (4.11) liefert die Gesamtkraft, die an einem durch die geschlossene Fläche A begrenzten Körper angreift:

$$\vec{F} = \oint_A \overleftrightarrow{T} d\vec{A} \quad (4.12)$$

Diese Kraft läßt sich auch über eine Volumenintegration berechnen, denn es gilt unter Anwendung des Integralsatzes von GAUSS:

$$\vec{F} = \oint_A \overleftrightarrow{T} d\vec{A} = \int_V \text{div} \overleftrightarrow{T} dV \quad (4.13)$$

Die Divergenz des Tensors entspricht damit der Volumenkraftdichte \vec{f}_V .

$$\vec{f}_V = \text{div} \overleftrightarrow{T} \quad (4.14)$$

Gleichung (4.13) zeigt, daß durch \overleftrightarrow{T} Flächenkraftdichten beschrieben werden. Unter Berücksichtigung von (4.9) können somit Flächenkraftdichten f in Normal- (\vec{e}_n) und Tangentialrichtung (\vec{e}_t) definiert werden. Sie lauten:

$$f_t = H_t B_n \quad (4.15)$$

$$f_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} B_n^2 - \mu_0 H_t^2 \right). \quad (4.16)$$

Mit Hilfe der Kraftdichten in Normal- und Tangentialrichtung (f_t, f_n) können nun Drehmomente in elektrischen Maschinen leicht berechnet werden. Für den zweidimensionalen Fall (ebenes Problem) und bei Verwendung von Zylinder-Koordinaten kann $H_t = H_\varphi$, $B_t = B_\varphi$, $H_n = H_r$ und $B_n = B_r$ gesetzt werden (siehe Abbildung 4.2). Mit den in Abbildung 4.2 eingetragenen Feldkomponenten berechnet sich die Kraftkomponente in φ -Richtung F_φ auf den Elementarquader zu:

$$\begin{aligned} \Delta F_\varphi = & (B_{r2} H_{\varphi2} r_2 - B_{r1} H_{\varphi1} r_1) \Delta \varphi l_i + \left(\frac{1}{2\mu_0} (B_{\varphi2}^2 - B_{\varphi1}^2) \right. \\ & \left. - \frac{1}{2\mu_0} (B_{\varphi2}^2 - B_{\varphi1}^2) - \frac{1}{2} \mu_0 (H_{r2}^2 - H_{r1}^2) \right) (r_2 - r_1) l_i \end{aligned} \quad (4.17)$$

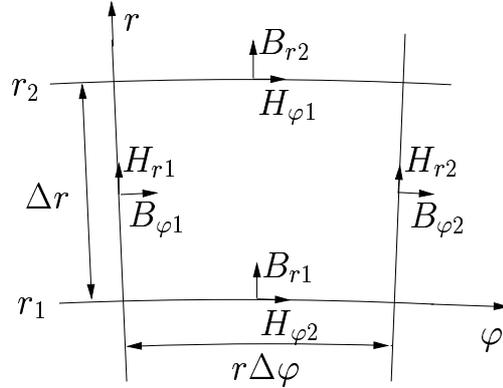


Abbildung 4.2: Verteilung der Normal- und Tangentialkomponenten von \vec{B} und \vec{H} innerhalb eines FD-Netzes zur Berechnung der Kraft auf einen Elementarquader

Hierbei bezeichnet l_i die Blechpaketlänge der Maschine. Das Drehmoment M errechnet sich daraus mit:

$$\begin{aligned}
 |\Delta \vec{M}| = |\vec{r} \times \Delta F_\varphi \vec{e}_\varphi| &= (B_{r2} H_{\varphi2} r_2^2 - B_{r1} H_{\varphi1} r_1^2) \Delta \varphi l_i + \left(\frac{1}{2\mu_0} (B_{\varphi2}^2 - B_{\varphi1}^2) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2\mu_0} (B_{\varphi2}^2 - B_{\varphi1}^2) - \frac{1}{2} \mu_0 (H_{r2}^2 - H_{r1}^2) \right) (r_2 - r_1) \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) l_i
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

Das Gesamtdrehmoment auf einen Materialbereich wird durch Aufsummierung der Momente der einzelnen Elementarquader errechnet.

4.3.2 Kraftberechnung aus Hüllflächen

Benötigt man nicht die Einzelkräfte auf die Materialien, sondern ist man nur am gesamten Drehmoment interessiert, kann man den MAXWELLSchen Spannungstensor über eine geschlossene Hüllfläche auswerten. Dies ist möglich, weil sich bei einer lückenlosen Zerlegung eines Körpers innerhalb eines FD Netzes durch den stetigen Übergang der Feldgrößen B_n und H_t , die Kraftanteile an den inneren Grenzflächen aufheben. Einzig die tangentialen Kraftdichten f_t an der Oberfläche des Zylindermantels tragen zur Drehmomentbildung bei. Im zweidimensionalen Fall, der für die Modellbildung einer elektrischen Maschine ausreicht, müssen die Drehmomentanteile aller Elementarstrecken (Abbildung 4.2, $r\Delta\varphi$) eines sich im Luftspalt der Maschine befindlichen Zylindermantels mit der axialen Länge l_i und dem Radius r_l über alle Elementarstrecken des Zylinders aufsummiert werden (vgl. Abbildung 4.3). Der Drehmomentanteil ΔM eines Elementarquaders ergibt sich

dann zu:

$$\Delta M = H_\varphi B_r r_l^2 \Delta \varphi l_i \quad (4.19)$$

Abbildung 4.3 zeigt dies an einem stark vereinfachten Beispiel. Der Zylindermantel wird in die Mitte des Luftspaltes der Maschine ($r = r_l$) gelegt. Zur Berechnung des Gesamtdrehmoments der Maschine müssen jetzt die Anteile der Elementarquader, die sich an der Oberfläche des Zylinders befinden, aufsummiert werden. Es müssen nur die tangentialen Kraftdichten f_t ermittelt werden. Die beiden Anteile $\Delta M_{1,2}$ zum Gesamtdrehmoment aus Abbildung 4.3 errechnen sich zu:

$$\Delta M_{1,2} = H_{\varphi 1} B_{r1} r_l^2 \Delta \varphi_1 l_i + H_{\varphi 2} B_{r2} r_l^2 \Delta \varphi_2 l_i \quad (4.20)$$

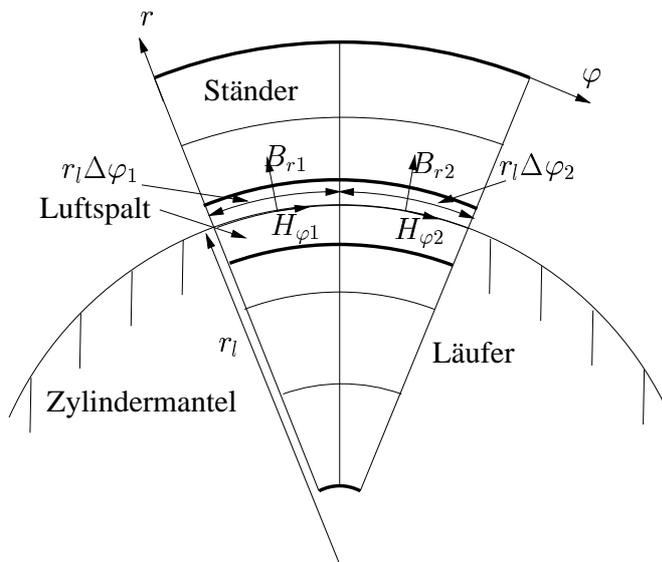


Abbildung 4.3: Ausschnitt aus dem Gitternetz und der Materialkontur einer elektrischen Maschine (schematisiert), zur Berechnung des Drehmoments durch Anwendung des MAXWELLSchen Spannungstensors über eine geschlossene Hüllfläche (Zylindermantel).

4.3.3 Berechnung der Tangentialkomponente H_t

Man erkennt aus obigen Formeln, daß sowohl die Normalkomponente von \vec{B} als auch die Tangentialkomponente von \vec{H} an der Kraftbildung beteiligt

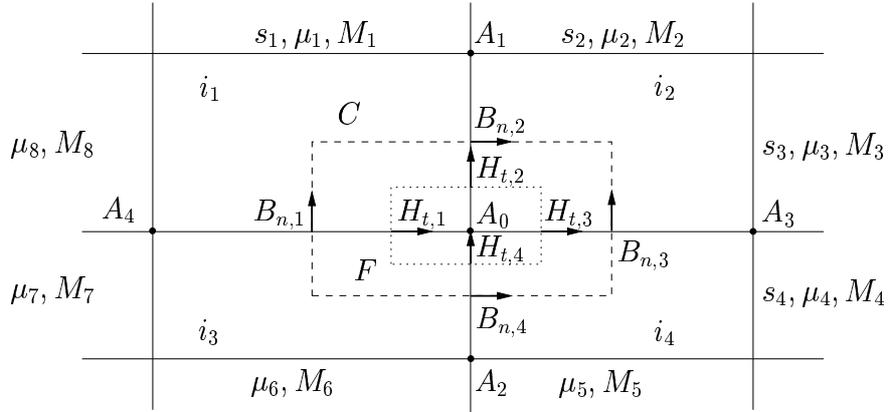


Abbildung 4.4: Berechnung von H_t bei Verwendung des Vektorpotentialansatzes.

sind. Um die Kraft möglichst genau zu berechnen, benötigt man beide Komponenten B_n und H_t in der Mitte der Elementarstrecken des Gitternetzes. Der Vektorpotentialansatz liefert aber nur die Normalkomponente von \vec{B} , und der Skalarpotentialansatz die Tangentialkomponenten von \vec{H} in der Mitte der Elementarstrecken. Da das Feldproblem prinzipiell gelöst worden ist, kann durch geschickte Integration die jeweils fehlende Komponente nachträglich berechnet werden. Dazu betrachte man Abbildung 4.4. Dargestellt ist ein Ausschnitt aus dem Gitternetz einer zweidimensionalen FD-Berechnung. Die Aufgabe ist mit Hilfe des Vektorpotentialansatzes gelöst worden. Bekannt sind damit die Komponenten von \vec{B} (B_{n1} , B_{n2} , B_{n3} , B_{n4}). Der Punkt A_0 ist von vier Flächen umgeben, die sich aus acht Teilstrecken aufbauen. An den acht Teilstrecken sind die Permeabilitäten μ_1, \dots, μ_8 und die Normalkomponenten der Magnetisierung M_1, \dots, M_8 vorgegeben. Zur Berechnung der gesuchten Tangentialkomponenten von H_t , werden die Hilfsgrößen H_{t1}, \dots, H_{t4} eingeführt. Diese werden durch vier Gleichungen bestimmt. Drei Gleichungen erhält man durch Auswertung des Linienintegrals $\oint \vec{H} d\vec{s}$ (AMPERESches Durchflutungsintegral) entlang eines Viertels des durch die Kurve C umschlossenen Bereichs. So gilt z.B. für den linken oberen Bereich in Abbildung 4.4:

$$i_1 = H_{n,1}s_3 + H_{n,2}s_1 - H_{t,1}s_3 - H_{t,1}s_1 \quad (4.21)$$

Diese Gleichung wertet man für drei der vier Viertelflächen aus. Eine vierte Gleichung wäre linear abhängig und kann nicht verwendet werden. Die notwendige vierte Gleichung erhält man durch Auswertung der Bedingung $div\vec{B} = div(\mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M})=0$, integriert über die innere Fläche F . Man erhält

somit:

$$\begin{aligned}
& -H_{t,1}(\mu_0 s_3 + \mu_0 s_4) + H_{t,2}(\mu_0 s_1 + \mu_0 s_2) + H_{t,3}(\mu_0 s_3 + \mu_0 s_4) - \\
& \quad H_{t,4}(\mu_0 s_2 + \mu_0 s_1) + \mu_0(M_1 s_1 + M_2 s_2 + \\
& \quad M_3 s_3 + M_4 s_4 + M_5 s_2 + M_6 s_1 + M_7 s_4 + M_8 s_3) = 0 \quad (4.22)
\end{aligned}$$

Gleichung (4.22) gilt bei Anwesenheit von hartmagnetischen Werkstoffen und einer damit vorhandenen Magnetisierung \vec{M} ($\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$). Zur Berechnung von H_t in weichmagnetischen Werkstoffen (z.B. Eisen mit $\vec{B} = \mu \vec{H}$) verschwinden in Gleichung (4.22) die Anteile, die eine Magnetisierung enthalten und an Stelle der Permeabilität des Vakuums μ_0 tritt die jeweilige Permeabilität μ des betrachteten Elementarbereichs. Man erhält dann mit den Bezeichnungen aus Abbildung 4.3:

$$\begin{aligned}
& -H_{t,1}(\mu_8 s_3 + \mu_7 s_4) + H_{t,2}(\mu_1 s_1 + \mu_2 s_2) + H_{t,3}(\mu_3 s_3 + \mu_4 s_4) - \\
& \quad H_{t,4}(\mu_5 s_2 + \mu_6 s_1) = 0 \quad (4.23)
\end{aligned}$$

Führt man diese Rechnung für jeden Gitterpunkt durch, ergeben sich zwischen zwei Gitterpunkten jeweils zwei Werte für H_t , die an den Viertelstrecken der Elementarstrecken definiert sind. Die Tangentialkomponenten von H_t an den Stellen, an denen B_n definiert ist, werden durch Mittelwertbildung dieser beiden Werte entlang einer Elementarstrecke bestimmt. Die Berechnung der Normalkomponenten \vec{B}_n bei Verwendung des skalaren Ansatzes erfolgt nach dem gleichen Schema. Die obigen Überlegungen zur Berechnung der Normalkomponente von \vec{B} bzw. der Tangentialkomponenten von \vec{H} , lassen sich problemlos auch auf dreidimensionale Probleme anwenden.

4.3.4 Kraftberechnung durch harmonische Analyse aus der Energie- bzw. Leistungsbilanz

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Kräfte und Drehmomente [67] bezieht sich speziell auf elektrische Maschinen, hier bei zweidimensionaler Betrachtung der Maschine anhand eines Axialschnitts durch die Maschine senkrecht zur Drehachse des Rotors. Hierbei wird das Drehmoment aus der Leistungsbilanz bestimmt. Für die induzierte (innere) Spannung je Strang einer elektrischen Maschine gilt:

$$U_i = \sqrt{2} \pi f w_1 \xi_1 \frac{2}{\pi} \tau_p l_i B_1 \quad (4.24)$$

mit f der elektrischen Frequenz, w_1 der Windungszahl, ξ_1 dem Wicklungsfaktor für die Feldgrundwelle, τ_p der Polteilung, l_i der Maschinenlänge und B_1

der ersten Harmonischen (Feldgrundwelle) des Luftspaltfeldes. Die Frequenz f berechnet sich aus der synchronen Drehzahl n_{syn} und der Polpaarzahl p zu

$$f = n_{syn}p \quad (4.25)$$

Bei den hier betrachteten Drehstrom-Synchronmaschinen ist die mechanische Drehzahl n des Rotors identisch mit der Synchrondrehzahl n_{syn} des von der Drehfeldwicklung erregten rotierenden Drehfelds \vec{B} . Die Wicklungszahl je Strang w_1 setzt sich zusammen aus der Polpaarzahl p , der Lochzahl q , der Spulenwindungszahl w_{sp} pro Spule und der Anzahl der parallelen Kreise a . Es gilt für Einsichtwicklungen:

$$w_1 = pq \frac{w_{sp}}{a} \quad (4.26)$$

Der Wicklungsfaktor ξ_1 berücksichtigt die räumliche Verteilung der Wicklungsspulen auf unterschiedliche Nuten, nämlich auf q Nuten je Pol und Strang, sowie die Spulen-Sehnung.

PROFI liefert nach erfolgreicher Feldeberechnung die Verteilung des magnetischen Feldes \vec{B} in der betrachteten Ebene. Zur Bestimmung der radialen Grundwellen-Komponente von \vec{B} im Luftspalt wird eine diskrete harmonische Analyse nach folgenden Formeln (4.27), (4.28) durchgeführt.

Abbildung 4.5 zeigt einen Ausschnitt aus dem FD-Netz. Hierbei ist x_{1a} der Radius vom Ursprung zur Luftspaltmitte, an dem die FOURIER-Analyse vorgenommen werden soll und x_2 die entlang des Umfangs verlaufende Koordinate über zwei Polteilungen. Die radialen Komponenten des magneti-

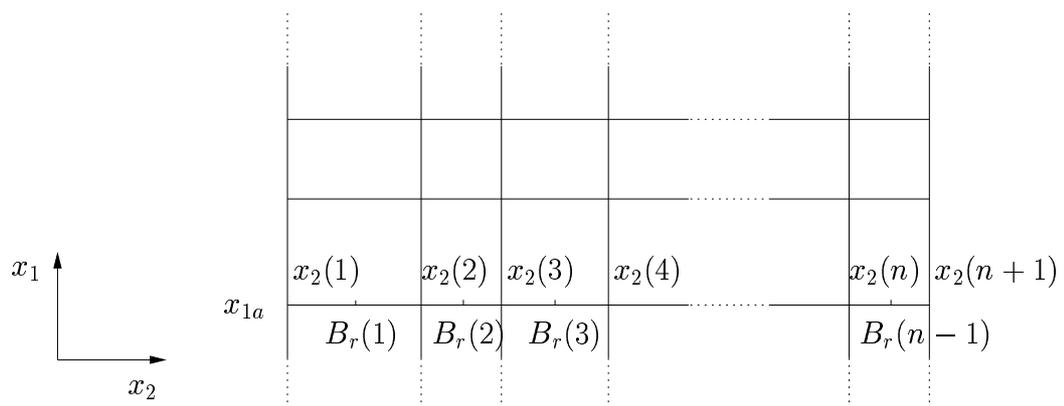


Abbildung 4.5: Ausschnitt aus dem FD-Gitter zur Erläuterung der diskreten FOURIER-Analyse

schen Feldes \vec{B}_r sind zwischen zwei aufeinanderfolgenden Gitterlinien in x_2 -Richtung definiert. Daraus ergeben sich die Formeln zur Berechnung der FOURIER-Koeffizienten zu

$$a_k = \frac{1}{k\pi} \sum_{j=1}^n B_r(j) (\cos(kx_2(j+1)) - \cos(kx_2(j))) \quad (4.27)$$

$$b_k = \frac{1}{k\pi} \sum_{j=1}^n B_r(j) (\sin(kx_2(j)) - \sin(kx_2(j+1))). \quad (4.28)$$

Man erhält \vec{B}_r an den Koordinaten (x_{1a}, x_2) mit

$$\vec{B}_r = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kx_2) + b_k \sin(kx_2)) \vec{e}_r, \quad |\vec{e}_r| = 1. \quad (4.29)$$

Bezeichnet man die Amplitude der ersten Harmonischen des Luftspaltfeldes mit B_1 , so erhält man aus (4.29) für $k = 1$

$$B_1 = a_1 \cos(x_2) + b_1 \sin(x_2) \quad (4.30)$$

und den Winkel γ (vgl. Abbildung 4.6) mit

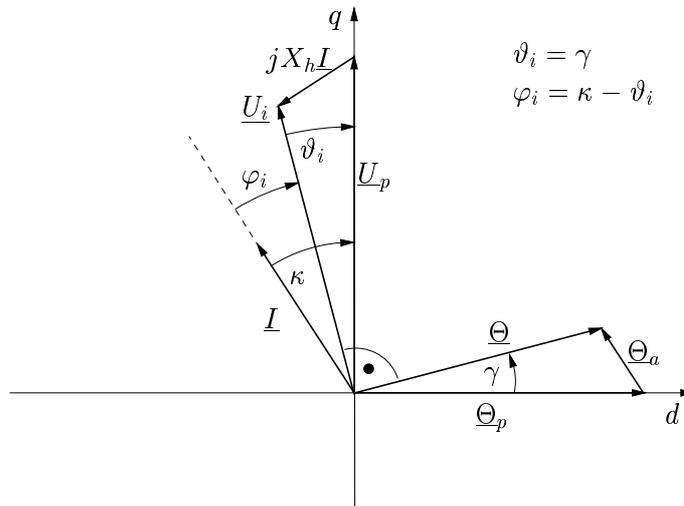
$$\gamma = \arctan \frac{a_1}{b_1}. \quad (4.31)$$

Aus der harmonischen Analyse des Luftspaltfeldes erhält man also den Winkel γ zwischen der d-Achse und dem Durchflutungszeiger Θ . Daraus errechnet sich der innere Polradwinkel ϑ_i der Maschine mit $\vartheta_i = \gamma$. Abbildung 4.6 zeigt das Spannungs- und Durchflutungsdiagramm einer Synchronmaschine für einen charakteristischen Betriebsfall. Unter der Voraussetzung, daß die Drehfeldwicklung des Ständers der Maschine mit einem sinusförmigen Strom gespeist wird ($i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \kappa)$, $\omega = 2\pi f$), kann die Lage des Ständerfeldes gegenüber dem Läufer der Maschine durch Variation des Steuerwinkels κ erreicht werden. Mit bekanntem κ und ϑ_i ergibt sich daraus der innere Phasenwinkel der Maschine mit:

$$\varphi_i = \kappa - \vartheta_i. \quad (4.32)$$

Die innere Leistung der Maschine berechnet sich dann zu

$$P_i = 3U_i I \cos \varphi_i, \quad (4.33)$$



$$\vartheta_i = \gamma$$

$$\varphi_i = \kappa - \vartheta_i$$

Abbildung 4.6: Spannungs- und Durchflutungsdiagramm zur Berechnung des inneren Phasenwinkels φ_i (Motorbetrieb, Verbraucherzählpeilsystem).

mit I als dem fest vorgegebenen Ständerstrom in der Drehfeldwicklung je Strang. Die mechanische Leistung der Maschine, unter Berücksichtigung der gesamten Verluste im Läufer P_V , berechnet sich zu:

$$P_{mech} = P_i - P_V. \tag{4.34}$$

Kennt man die mechanische Leistung der Maschine, läßt sich daraus das Drehmoment M an der Welle des Läufers (Rotors) mit Hilfe der Drehfrequenz ω_{mech} ($\omega_{mech} = 2\pi n$) aus der Leistungsbilanz bestimmen:

$$M = \frac{P_{mech}}{\omega_{mech}} \tag{4.35}$$

4.3.5 Vergleich der Berechnungsmethoden für das Drehmoment

Im weiteren Verlauf werden die Kräfte ausschließlich mit dem zuletzt vorgestellten Verfahren berechnet. In den im folgenden vorgestellten Anwendungsbeispielen ist man nur an der mittleren Kraft interessiert, die in der Maschine auftritt. Eventuell auftretende Nutrastrmomente, die durch unterschiedliche Position des Läufers der Maschine gegenüber dem Ständer auftreten können, tragen im Mittel nicht zur Leistung der Maschine bei und wären bei der

4.3.1	4.3.2	4.3.4
Lokale Kraftberechnung in einzelnen Abschnitten des betrachteten elektr. Aktors bzw. der elektr. Maschine werden erfaßt z.B.: lokale Zahnkräfte in der Nut-Zahn-Struktur des Stators	Die resultierende Kraft, bzw. das resultierende Drehmoment auf den Läufer wird erfaßt.	Die resultierende Kraft, bzw. das resultierende Drehmoment auf den Läufer wird erfaßt.
Bei Verwendung von Zeitschrittverfahren kann eine zeitlich ungleichförmige Kraftbildung z.B. durch unterschiedliche Rotor-Stator-Positionen ("Nutrastmoment") oder nichtsinusförmige Statorstromverläufe ("Oberschwingungsmoment") erfaßt werden.		Durch die ausschließliche Verwendung der Feldgrundwelle werden keine "Nutrastmomente" erfaßt. Durch die Betrachtung sinusförmiger Ständer-Strangströme werden keine Oberschwingungseffekte erfaßt.

Abbildung 4.7: Vergleich der unterschiedlichen Kraftberechnungsverfahren aus den Abschnitten 4.3.1, 4.3.2 und 4.3.4

Berechnung der Leistung nur störend. Der Ständer der Maschine wird im folgenden immer mit einem sinusförmigen Strom gespeist, so daß hier keine Oberschwingungsmomente auftreten.

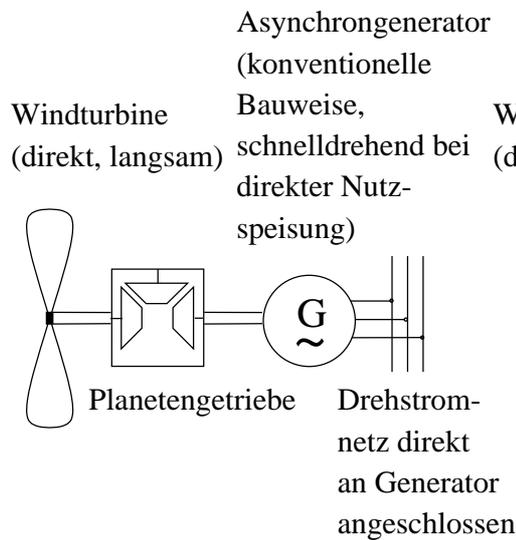
In Tabelle 4.7 finden sich zusammengefaßt die Vor- und Nachteile der drei in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Methoden zur Drehmomentberechnung.

Kapitel 5

Optimierung eines Windkraftgenerators

Windkraftgeneratoren mit direktgekoppelten permanenterregten Synchrongeneratoren sind eine Neuentwicklung, die eine Alternative zu heute weitverbreiteten, konventionellen Asynchrongeneratoren darstellen [53], [54], [55] [56] [57] [58]. Der Generator ist über eine starre Welle direkt mit der Windturbine verbunden (vgl. Abbildung 5.1). Daraus resultiert für Windturbinen mit Bemessungsleistungen $> 1\text{MW}$ eine sehr niedrige Umdrehungszahl der Maschine von weniger als einer halben Umdrehung pro Sekunde. Generatoren dieser Bauform sind relativ kurz, haben aber einen Durchmesser von mehreren Metern, um ein hohes Drehmoment zu erzeugen. Zur Erzeugung dieses Drehmoments besitzen Windkraftanlagen mit Asynchrongeneratoren ein Getriebe zwischen Windturbine und Generator. Dadurch entstehen erhöhte Wartungskosten, die bei direktgekoppelten Anlagen vermieden werden. Anlagen mit Asynchrongeneratoren sind direkt an das starre Netz gekoppelt und besitzen dadurch eine nahezu konstante Drehzahl. Diese Lösung ist auf der einen Seite kostengünstig, da weitere elektrische Komponenten nicht notwendig sind, erlaubt es aber auf der anderen Seite nicht, Wirk- und Blindleistung des Generators zu steuern. Ein zusätzlicher Nachteil der starren Drehzahl ist es, daß bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten die Anlage nicht immer strömungsoptimal betrieben werden kann. Direktgetriebene Windkraftanlagen benötigen einen Wechselrichter zwischen Generator und Netz, was die Gesamtsystemkosten der Anlage gegenüber Asynchrongeneratoranlagen erhöht, aber einen flexibleren Betrieb hinsichtlich der Steuerung der Anlage erlaubt. Eine konstante Drehzahl der Anlage ist nicht notwendig. Der Synchrongenerator wird mit einem permanenterregten Läufer ausgeführt, der zu einem höheren Wirkungsgrad gegenüber Anlagen mit Asynchrongeneratoren führt und die Wartungskosten des Generators reduziert. Diesen Vorteilen

Konventioneller Windturbinen-Generator-Satz



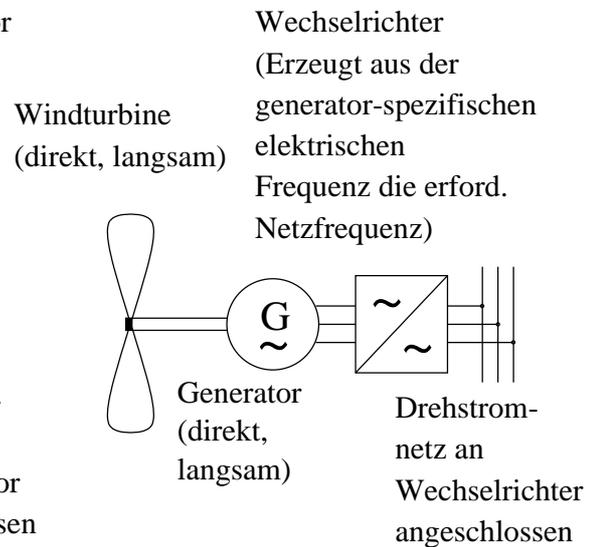
Vorteile:

- "Konventioneller", kostengünstiger Asynchrongenerator
- Keine Leistungselektronik, daher kostengünstig.

Nachteil:

- Nahezu konstante Drehzahl unabhängig von der Windgeschwindigkeit erlaubt i.a. keine strömungsoptimale Nutzung der Windenergie
- Getriebe (Investkosten, Wartung hohes Gewicht)

Direktantreibende Windturbine



Vorteile:

- Drehzahlvariabler Windturbinenbetrieb erlaubt strömungsoptimale Windenergienutzung bei jeder Windgeschwindigkeit
- Kein Getriebe

Nachteile:

- Großer, teurer Generator (Sonderkonstruktion)
- Teurer Wechselrichter

Abbildung 5.1: Vergleich eines konventionellen Windturbinensatzes mit einer direktgetriebenen Windkraftanlage.

der Permanentenerregung stehen - den Generator selbst betreffend - die hohen Materialkosten, insbesondere die des Magnetmaterials gegenüber.

In der Vektoroptimierungsaufgabe wird nur der Generator der Anlage betrachtet und versucht, diesen hinsichtlich dreier Zielvorgaben zu optimieren.

- Generatorleistung
- Materialkosten des magnetisch-elektrischen Kreises
- Wirkungsgrad

Es ist leicht nachvollziehbar, daß diese drei Ziele gegeneinander arbeiten. Um beispielsweise eine hohe Generatorleistung zu erzielen, benötigt man entweder eine hohe Stromdichte in der Drehfeldwicklung zur Erregung des Ständerfeldes, was den Wirkungsgrad des Generators durch Stromwärmeverluste verringert, oder eine hohe Magnetmasse im Läufer, was wiederum die Kosten des magnetischen Kreises vergrößert. Es ist Ziel der Optimierung, innerhalb eines gegebenen Parameterbereichs einen geeigneten Kompromiß zwischen möglichst hoher Generatorleistung bei geringen Materialkosten und einem hohen Wirkungsgrad zu finden. Der Entwicklungsingenieur soll einen Überblick erhalten, wie sich die Zielgrößen gegeneinander verhalten. Aus der Lösungsmenge kann er erkennen, für welche Leistungsbereiche eine Konstruktion einen sinnvollen Kompromiß zwischen Wirkungsgrad und Kosten darstellt.

5.1 Beschreibung des Generators

Abbildung 5.2 zeigt im axialen Schnitt einen schematischen Ausschnitt über neun Polteilungen durch den untersuchten Generator. Die hohe Polzahl von 80 Polen erlaubt aus Kostengründen nur eine einschichtige Wicklung mit einer Nut pro Pol und Phase ($q = 1$). Die Stromdichte der Ständerwicklung ist auf einen Wert von $4A/mm^2$ festgelegt, um eine kostengünstige Luftkühlung für die Ständerwicklung verwenden zu können. Der Generator wird im feldorientierten Betrieb gefahren. Hierbei beträgt der Winkel zwischen dem Ständer- und Läuferfeld 90° (vgl. Abbildung 5.3). Der Winkel 90° ist in sogenannten elektrischen Graden gewählt. Der mechanische Winkel $360^\circ/2p = 360^\circ/160 = 2.25^\circ$ entspricht dabei 180° (elektrische Grade). In diesem Betriebspunkt entsteht im Generator bei gegebenem Strombelag und Magnetkonfiguration im Läufer das größte Drehmoment. Die Klemmenspannung soll aufgrund des angeschlossenen Umrichters dessen Zwischenkreisspannung von $U_d = 500\sqrt{2} = 707.1V$ nicht überschreiten. Während der Optimierung wird diese Bedingung nicht weiter berücksichtigt. Sowohl die Spulenwindungszahl w_{sp} als auch die Anzahl der parallelen Kreise je Nut

und Strang a werden zu Beginn der Optimierung willkürlich zu Eins gesetzt. Um für die optimierten Entwürfe die geforderte Spannungsbedingung zu erfüllen, müssen diese Parameter anschließend entsprechend angepaßt werden. Die Permanentmagnete bestehen aus Neodym-Eisen-Bor [60] und sind auf der Oberfläche des Läufers angebracht. Es wird im Nennbetrieb von einer Ständerwicklungstemperatur von 140°C und einer Läufermagnettemperatur von 100°C ausgegangen. Bei dieser Temperatur besitzt der Hartmagnet ei-

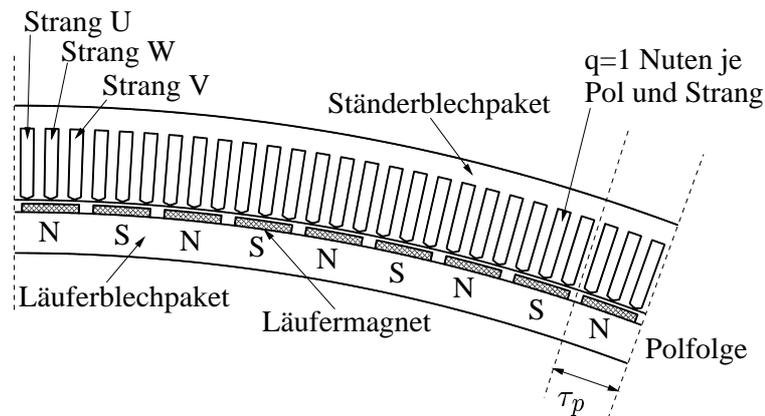


Abbildung 5.2: Schnitt durch Ständer und Läufer über neun Polteilungen des Generators.

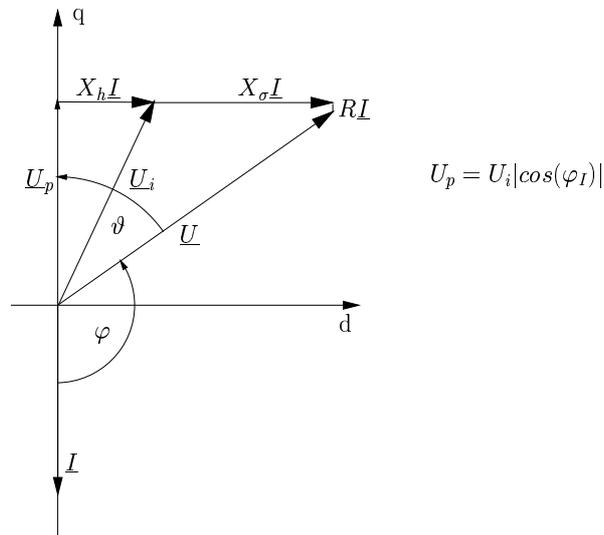


Abbildung 5.3: Zeigerdiagramm einer Variante des Generators im Verbraucherszählpeilsystem (vgl. Abbildung 5.12 mit hohen Nuten (hoher Strombelag) und kleinen Magneten).

Tabelle 5.1: Fest vorgegebene Generatordaten

Außendurchmesser des Ständerblechpaketes	$D_a < 5337mm$
Umdrehungszahl	$n=20/min$
Polzahl	$2p = 160$
Anzahl Phasen (Stränge) der Drehstromwicklung	$m = 3$
Anzahl Nuten pro Pol und Strang	$q = 1$
Luftspaltweite (inklusive Bandage)	$\delta = 4,5mm$
Magnetmaterial im Rotor	$NdFeB$
Remanenzflußdichte des Magnetmaterials bei $100^\circ C$	$B_{R100} = 1.031T$
Nennstromdichte in der Drehfeldwicklung	$J = 4A/mm^2$
Eisenfüllfaktor des Statorblechpakets	$k_{Fe} = 0.95$
Magnetkennlinie $B_M(H_M)$ im 2.-Quadr. der $B_M - H_M$ Ebene linear angenommen (vgl. Abbildung 5.7, links). ($\mu_M = B_R/BH_C = 1.031T/790kA$)	$\mu_M = 1.05\mu_0$

ne Remanenz von $1.031T$. Ständer wie Läufer bestehen aus handelsüblichen Elektroblechen (z.B.: Dicke $0.5mm$, einseitig isoliert zur Unterdrückung von Wirbelströmen). Daher ist wegen des einseitigen Isolierschichtauftrages der dadurch verringerte Eisenanteil je Volumeneinheit durch den ‐Eisenfüllfaktor‐ k_{Fe} zu berücksichtigen. In Tabelle 5.1 finden sich die fest vorgegebenen Parameter des Generators.

5.2 Berechnung der Kenngrößen

5.2.1 Hysterese- und Wirbelstromverluste

Durch Hysterese der $B(H)$ -Kennlinie des Elektrobleches und Wirbelströme entstehen im Statorblechpaket der Maschine Verlustleistungen, die bei der Berechnung des Wirkungsgrads des Generators berücksichtigt werden müssen. Die Verluste berechnen sich aus dem spezifischen Verlustkoeffizienten einer Blechsorte v_{10} in W/kg , bezogen auf $1T$ und $f = 50Hz$. Der Verlustkoeffizient v_{10} [67], [65] setzt sich aus zwei Anteilen für Hysterese und Wirbelströme zusammen [62].

$$v_{10} = \sigma_W \left(\frac{f}{50}\right)^2 + \sigma_H \left(\frac{f}{50}\right) \cong \chi \left(\frac{f}{50}\right)^{1.8} \quad (5.1)$$

Die Werte σ_H und σ_W sind materialspezifische Größen, die zum gesamten Verlustkoeffizienten χ zusammengefaßt werden. Für $1T$ entspricht χ der Ver-

lustkoeffizient v_{10} und hat den Wert $v_{10} = 2.3W/kg$. Durch das Stanzen der Blechpakete wird das Blech an den Rändern durch Gratbildung und Scherkräfte unregelmäßig verändert, was zu einer Verlusterhöhung sowohl von σ_W als auch σ_H führt. Dies und Oberwelleneinflüsse auf die Hysteresee- und Wirbelstromverluste wird durch einen Verschlechterungsfaktor k_V berücksichtigt. Dieser hat im Statorzahn und im Statorrücken den "Erfahrungswert" 1.6 ($k_{VJ} = k_{VZ} = 1.6$). Damit erhält man die Verluste im Statorrücken mit

$$P_{VFeJ} = k_{VJ}v_{10}\left(\frac{f}{50}\right)^{1.8}m_JB_J^2 \quad (5.2)$$

und im Zahn mit

$$P_{VFeZ} = k_{VZ}v_{10}\left(\frac{f}{50}\right)^{1.8}m_ZB_Z^2. \quad (5.3)$$

Hierbei ist m_Z die Gesamtmasse der Statorzähne, m_J die Gesamtmasse des Statorrückens, B_Z die maximale Flußdichte im Zahn und B_J die maximale Flußdichte im Läuferücken.

5.2.2 Stromwärmeverluste

Aufgrund des permanenterregten Läufers des Generators entstehen nur in der Statorwicklung Stromwärmeverluste. In der Ständerwicklung wird eine Temperatur von $140^\circ C$ angenommen. Der OHMsche Widerstand der Ständerwicklung berechnet sich aus

$$R = \frac{w_1}{a} \frac{2(l_i + l_S)}{A_{Nut}k_F} \rho_{140} \quad (5.4)$$

mit der Windungszahl $w_1 = w_{sp}pq/a$, l_i der Länge des Blechpakets des Stators, l_S der Stirnverbinderlänge der Spulen, A_{Nut} der Querschnittsfläche der Ständernut, k_F dem Nutfüllfaktor der Ständernut und ρ_{140} dem spezifischen Widerstand von Kupfer bei einer Temperatur von $140^\circ C$. Die Stirnverbinderlänge wird aus der 1.33-fachen Polteilung τ_p der Maschine abgeschätzt ($l_S = 1.33\tau_p$). Der Nutfüllfaktor k_F ist als das Verhältnis der gesamten Kupferquerschnittsfläche je Nut zur Nutfläche selbst definiert. Die OHMschen Verluste in der Wicklung des Generators erhält man mit (5.4) und dem Effektivwert des Phasenstroms I zu

$$P_{Vcu} = 3I^2R. \quad (5.5)$$

Der Strom I bestimmt sich aus der Stromdichte J , der Nutfläche A_{Nut} , dem Nutfüllfaktor k_F sowie der Windungszahl w_1 , der Lochzahl q und der Polzahl p zu

$$I = \frac{JpqA_{Nut}}{w_1}k_F. \quad (5.6)$$

5.2.3 Zusatzverluste

Gemäß IEC34-2 [78] werden die zusätzlich auftretenden Verluste P_{add} im Generator durch Stromüberschwingungen und Feldoberwellen pauschal mit 0.5% der Nennleistung P_N abgeschätzt.

$$P_{add} = 0.005P_N \quad (5.7)$$

Die damit berechneten Zusatzverluste erfassen nicht die individuelle Auslegung der Maschine und können bei hoher Ausnutzung den Wert von $0.005P_N$ übersteigen. Die lastabhängigen Zusatzverluste in der Maschine sind durch Wirbelströme in elektrisch leitfähigen Teilen des Ständers und Läufers verursacht und werden hier vereinfacht dem Läufer zugeschlagen. Lagerreibungs- und Ventilationsverluste werden aufgrund der relativ niedrigen Drehzahl von weniger als einer halben Umdrehung pro Sekunde vernachlässigt.

5.2.4 Berechnung von Leistung und Wirkungsgrad

Die innere Leistung des Generators wird gemäß Abschnitt 4.3.4 über eine harmonische Analyse des Luftspaltfeldes bestimmt. Ein Vergleich mit den Verfahren aus Abschnitt 4.3.2 und 4.3.1 am Ende dieses Kapitels zeigt, daß für die Bestimmung der mittleren Leistung das Verfahren aus 4.3.4 am besten geeignet ist. Die Verfahren aus den Abschnitten 4.3.1 und 4.3.2 geben auch die zusätzlichen zeitlichen Schwankungen des Drehmoments wieder. Für die Bestimmung des mittleren Drehmoments müßten diese Schwankungen durch Mittelwertbildung geglättet werden, was mehrere Feldberechnungen pro Berechnungszyklus erfordern würde. Die magnetische Flußdichte B_1 wird nach (4.29) berechnet, und man erhält daraus die innere Spannung U_i der Maschine mit

$$U_i = \sqrt{2}\pi n p w_1 \frac{2}{\pi} \tau_p l_i B_1. \quad (5.8)$$

Der Wicklungsfaktor ξ_1 ist wegen $q = 1$ und der Verwendung einer Einschichtwicklung (ungesehnte Spulen) ebenfalls gleich 1 [66]. Die innere Leistung des Generators errechnet sich mit (5.8) und (5.6) zu

$$P_i = 3U_i I \cos\varphi_i. \quad (5.9)$$

Hierbei ist φ_i der innere Phasenwinkel zwischen U_i und I . Die Bestimmung des inneren Phasenwinkels aus der harmonischen Analyse des Luftspaltfeldes wurde bereits in Abschnitt 4.3.4 erläutert. Die abgegebene Leistung P_{ab}

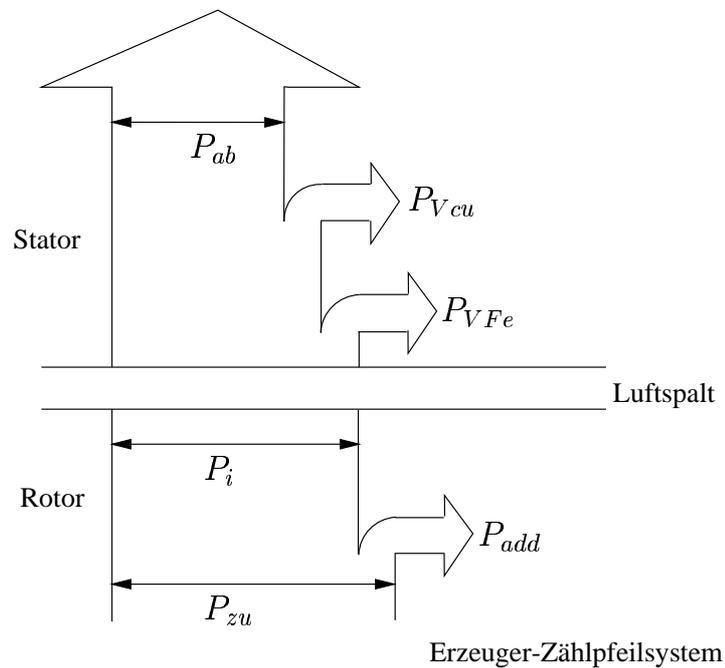


Abbildung 5.4: Leistungsflußdiagramm im Erzeuger-Zählpeilsystem des untersuchten Generators [61].

an den Klemmen des Generators im Erzeuger-Zählpeilsystem ist die Differenz aus der inneren Leistung, abzüglich der Eisenverluste P_{VFe} und der Stromwärmeverluste P_{Vcu} .

$$P_i = P_{ab} + P_{VFeJ} + P_{VFeZ} + P_{Vcu} \quad (5.10)$$

Die zugeführte Leistung P_{zu} berechnet sich aus der inneren Leistung P_i , zuzüglich der Zusatzverluste der Ständerwicklung. Im Erzeuger-Zählpeilsystem gilt damit:

$$P_{zu} = P_i + P_{add}. \quad (5.11)$$

Den Wirkungsgrad des Generators erhält man daraus mit

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}. \quad (5.12)$$

5.2.5 Berechnung der Klemmenspannung

Die Klemmenspannung U des Generators wird durch vektorielle Addition der inneren Spannung U_i sowie dem OHMschen Spannungsabfall RI und

dem Spannungsabfall an der Streureaktanz $X_\sigma I$ bestimmt. Die Streuinduktivität L_σ setzt sich aus den vier Anteilen Nutstreuung $L_{\sigma,N}$, Stirnstreuung $L_{\sigma,S}$, Oberwellenstreuung $L_{\sigma,O}$ und Zahnkopfstreuung $L_{\sigma,Z}$ zusammen. Die Nutstreuinduktivität $L_{\sigma,N}$ errechnet sich nach [63] aus:

$$L_{\sigma,N} = \mu_0 \frac{2w_1^2}{pq} l_i \lambda_N \quad (5.13)$$

$$\lambda_N \cong \frac{h_N}{2b_N} + \frac{h_S}{b_o} \quad (5.14)$$

Hierbei ist w_1 die Windungszahl der Nut ($w_1 = pqw_{sp}/a$), h_N die Nuthöhe, b_N die Nutbreite, h_S die Steghöhe der Nut und b_o die Nutöffnung. Die Induktivität der Stirnstreuung $L_{\sigma,S}$ erhält man nach [62] mit:

$$L_{\sigma,S} = \mu_0 \frac{2w_1^2}{p} \lambda_S \quad (5.15)$$

$$\lambda_S \cong 0.3l_S \quad (5.16)$$

Die Stirnverbinderlänge l_S entspricht $1.33\tau_p$. Die sogenannte Oberfeldstreuung [64] entsteht durch den nicht sinusförmigen Feldverlauf. Sie berechnet sich als Anteil der Hauptreaktanz L_h mit:

$$L_{\sigma,O} = L_h \sigma_{O1} \quad (5.17)$$

$$L_h = \mu_0 l_i w_1^2 \frac{2}{\pi^2} \frac{m}{p} \mu_0 \frac{\tau_p}{\delta_i} \xi_1^2 \quad (5.18)$$

Mit δ_i dem magnetisch wirksamen Luftspalt des Generators, der sich aus der Luftspaltweite δ , der Magnethöhe h_M zusammensetzt ($\delta_i = \delta + h_M$) und dem Zonenfaktor ξ_2 (hier $\xi_1 = 1$, da Einschichtwicklung und $q=1$). Die Oberfeldstreuiziffer σ_{O1} ergibt sich nach [64] aus der Gleichung

$$\sigma_{O1} = \frac{2\pi^2}{m^2 \xi_1^2} \frac{5q^2 + 1}{12q^2} - 1. \quad (5.19)$$

Der vierte Anteil zur Streureaktanz, die Zahnkopfstreuinduktivität $L_{\sigma,Z}$, errechnet sich nach [63] mit Hilfe der Formel:

$$L_{\sigma,Z} = \mu_0 \frac{2w_1^2}{p} \lambda_Z \quad (5.20)$$

$$\lambda_Z = \frac{5 \frac{\delta_i}{b_o}}{5 + 4 \frac{\delta_i}{b_o}} \quad (5.21)$$

Damit erhält man die Klemmenspannung U des Generator durch die geometrische Addition der inneren Spannung und den Spannungsabfällen an den Reaktanzen R und X_σ ($X_\sigma = 2\pi f L_\sigma$) aus

$$U = [(U_i \cos(\varphi_i) + RI)^2 + (U_i \sin(\varphi_i) + 2\pi f(L_{\sigma,N} + L_{\sigma,S} + L_{\sigma,O} + L_{\sigma,Z}))^2]^{0.5}, \quad (5.22)$$

mit f der elektrischen Frequenz des Ständerfeldes.

5.2.6 Entmagnetisierungsbedingung

Im Falle eines Klemmenkurzschlusses in der Statorwicklung bilden sich im Verhältnis zum Nennbetrieb kurzzeitig sehr hohe Ströme aus, die das Magnetmaterial im Läufer des Generators einem starken magnetischen Gegenfeld aussetzen. Überschreitet das Feld einen kritischen Wert, der vom gewählten Magnetmaterial abhängt, wird der Magnet dauerhaft entmagnetisiert. Für einen sicheren Betrieb muß garantiert werden, daß dieser Fall nicht eintritt, was bedeutet, daß das maximale Gegenfeld des Ständerfeldes im Falle eines Stoßkurzschlusses unterhalb der Entmagnetisierungsschwelle bleiben muß. Der größte Stromstoß tritt dann auf, wenn im Augenblick des Kurzschließens die Flußverkeftung des betrachteten Statorwindungstrangs maximal ist. Der Höchstwert des Stromes (\hat{I}_k) wird eine halbe Periode nach erfolgtem Kurzschluß erreicht. Unter Vernachlässigung der Dämpfung durch die Zeitkonstante der Ständerwicklung ($T_a = L_d/R$) wird die Amplitude des Stromes doppelt so hoch wie die des Dauerkurzschlußstroms I_{k0} (vgl. Abbildung 5.5). Der Wert für \hat{I}_k kann über die Synchroninduktivität $L_d = L_h + L_\sigma$ und die Polradspannung U_p abgeschätzt werden. Daraus errechnet sich der Kurz-

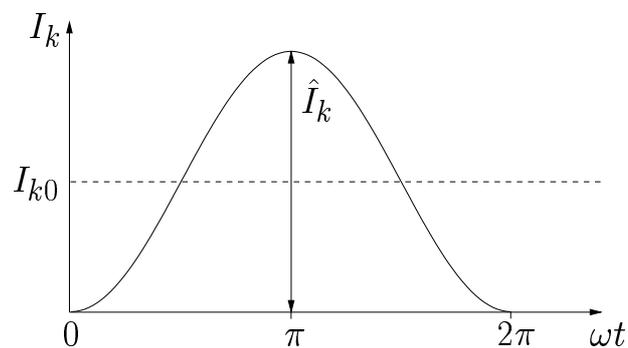


Abbildung 5.5: Verlauf des Stoßkurzschlußstroms unter Vernachlässigung des Abklingens, für den Zeitpunkt des maximalen Stroms.

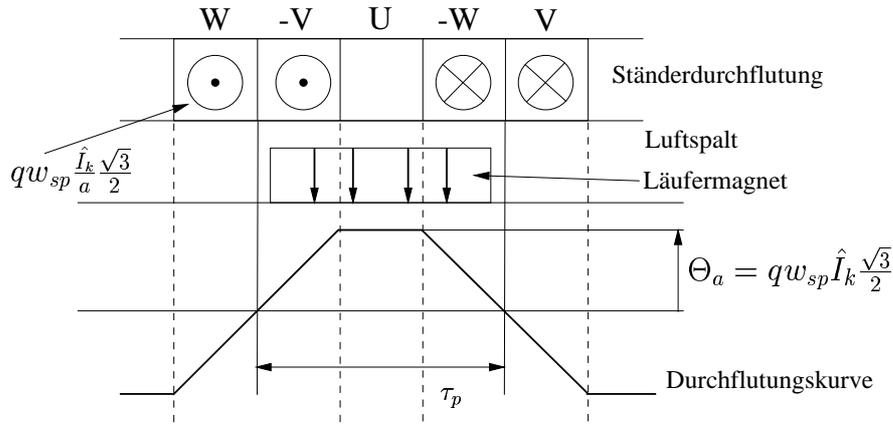


Abbildung 5.6: Ständerdurchflutung und Durchflutungskurve für den Fall des Klemmenkurzschlusses.

schlußstrom \hat{I}_k mit der Gleichung

$$\hat{I}_k = 2 \frac{\hat{U}_p}{\sqrt{R^2 + (\omega L_d)^2}}. \quad (5.23)$$

Die Polradspannung wird aus der inneren Spannung U_i und dem inneren Phasenwinkel des Generators bestimmt (vgl. Abbildung 4.6). Es gilt

$$U_p = U_i \cos(\varphi_i). \quad (5.24)$$

Für die Berechnung von L_d als der Summe aus Hauptfeld- und Streuinduktivität wird näherungsweise die ungesättigte Hauptinduktivität $L_{h,unges.}$ [66] angenommen, da die Eisensättigung relativ niedrig ist.

$$L_{h,unges.} = \mu_o \left(\frac{pqw_{sp}}{a} \right)^2 \frac{6}{\pi} \frac{\tau_p l_i}{p(\delta + h_M)} \quad (5.25)$$

mit h_M der Magnethöhe und δ dem Luftspalt des Generators. Stirnstreuungen werden nicht berücksichtigt. Da die Streuung im Nenner von (5.19) steht, wird \hat{I}_k damit etwas zu groß abgeschätzt. Für den kritischen Zeit Augenblick des Kurzschließens beträgt die Ständerdurchflutung (vgl. Abbildung 5.6)

$$\Theta_a = qw_{sp} \frac{\hat{I}_k \sqrt{3}}{a} \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5.26)$$

Die Berechnungen werden mit dem etwas günstigeren Wert $\Theta_a = qw_{sp}/a \hat{I}_k \sqrt{3}/2$ ($i_U = 0$, $i_V = -i_W = \sqrt{3}/2 \hat{I}_k$) anstatt mit $\Theta_a = qw_{sp}/a \hat{I}_k 3/2$ ($i_U = \hat{I}_k$, $i_V = i_W = -i_V/2$) durchgeführt, da das Abklingen des Kurzschlußstroms

vernachlässigt wird. Um feststellen zu können, ob das Magnetmaterial über seine Entmagnetisierungsgrenze BH_C hinaus belastet wird, muß der Arbeitspunkt auf der $B - H$ -Kennlinie des Magneten für den Fall des maximalen Kurzschlußstromes bestimmt werden. Zur Vereinfachung werden eine lineare $B_M - H_M$ -Kennlinie im Bereich des 2. Quadranten der $B - H$ Kennlinie des Magneten angenommen. Ferner ist für die Abschätzung das Eisenmaterial im Ständer wie auch im Läufer als unendlich permeabel angenommen ($\mu_{Fe} \rightarrow \infty$). Der Arbeitspunkt in der $B_M - H_M$ Kennlinie des Magneten ergibt sich als Schnittpunkt der beiden Geraden a und b in Abbildung 5.7. Gerade b erhält man durch die Geradengleichung

$$B_M = B_R + \frac{B_R}{BH_C} H_M \quad (5.27)$$

Gleichung a erhält man durch Auswertung des Durchflutungsintegrals entlang des Weges, der in Abbildung (5.7, rechts) eingetragen ist.

$$\Theta_a = H_M h_M + H_L \delta \quad (5.28)$$

Die Durchflutung Θ_a ist durch Gleichung (5.26) definiert. Da B stetig ist, gilt an der Grenzfläche Magnet-Luftspalt $B_M = B_L = \mu_o H_L$ und man erhält

$$\Theta_a = H_M h_M + \frac{B_M}{\mu_o} \delta. \quad (5.29)$$

Löst man die Gleichungen (5.27) und (5.29) nach B_M auf und setzt diese dann gleich, erhält man den Arbeitspunkt auf der H_M -Achse.

$$H_M = H_{Magnet} = \frac{\mu_o \frac{\Theta_a}{\delta} - B_R}{\frac{B_R}{BH_C} + \frac{\mu_o h_M}{\delta}} \quad (5.30)$$

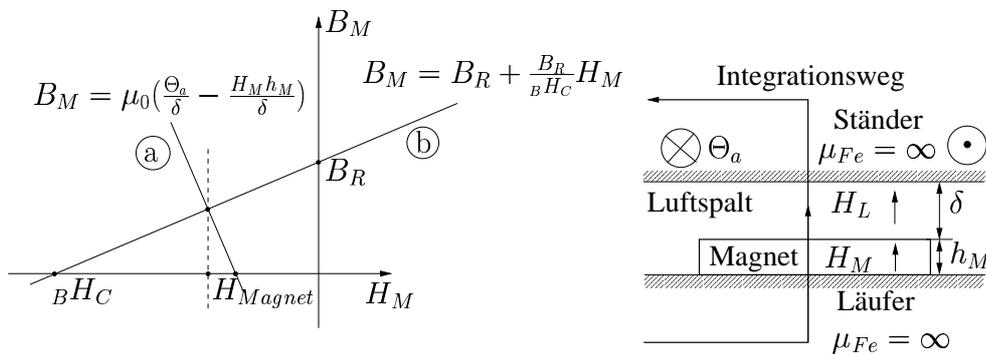


Abbildung 5.7: Links: Berechnung des Arbeitspunktes H_{Magnet} des Hartmagneten. Rechts: Integrationsweg zur Berechnung der Magnetdurchflutung.

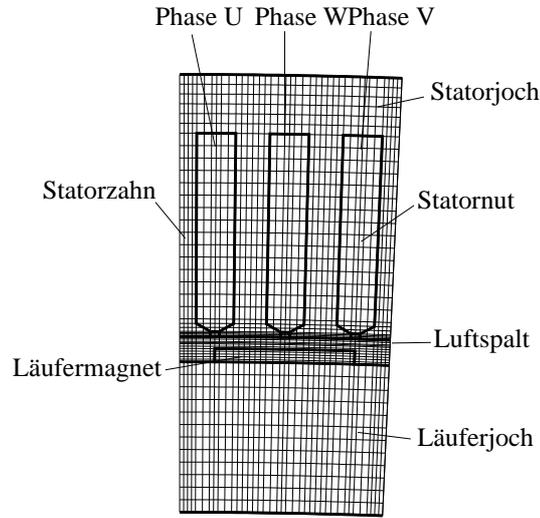


Abbildung 5.8: Gitternetz mit Materialkontur des zweidimensionalen Berechnungsmodells des Generators, bestehend aus 2665 Gitterpunkten.

Somit lautet die Entmagnetisierungsbedingung:

$$|H_{Magnet}| \leq |BH_C| \quad (5.31)$$

5.3 Modellbildung

Der Magnetkreis des Generators wird als zweidimensionales Ersatzmodell nachgebildet. Die nichtlinearen Kennlinien des Magnet- und Eisenmaterials werden berücksichtigt. Die Phasen U , V , W werden nach folgendem Schema bestromt: $I_U = I/2$, $I_V = I/2$ und $I_W = -I$. Abbildung 5.8 zeigt die Materialkontur und das verwendete Gitternetz des Ersatzmodells. Die Optimierungsaufgabe besitzt drei Zielfunktionen. Zielfunktion 1 beschreibt die zugeführte Leistung des Generators P_{zu} (5.11), Zielfunktion 2 spezifiziert die Materialkosten C des Generators als Summe aus Magnetmaterial, laminiertem Eisen und Wicklungskupfer. Die Gesamtkosten C werden aus der Multiplikation der Gesamtmasse der Materialien mit den zugehörigen Materialkosten berechnet. Angenommen werden Magnetkosten von $250DM/kg$, ein Kupfereinstandspreis von $10DM/kg$ und Kosten für laminiertes Eisen von $5DM/kg$. Es gilt dann als Zahlenwertgleichung mit C in [DM] und m in [kg]:

$$C = m_{mag}250 + m_{Cu}10 + m_{Fe}5 \quad (5.32)$$

Als 3. Zielfunktion wird der Wirkungsgrad η (5.12) des Generators maxi-

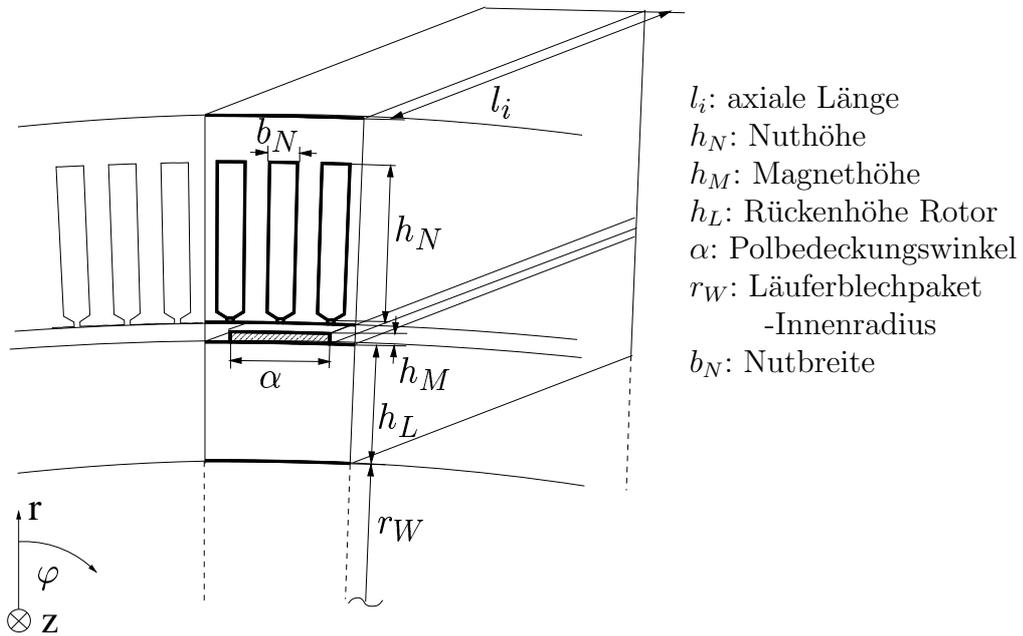


Abbildung 5.9: Entwurfsgrößen des Synchrongenerators

miert. Die zugeführte Leistung und der Wirkungsgrad werden maximiert, die Kosten minimiert. Insgesamt können sieben Parameter variiert werden. Sie sind in Abbildung 5.9 dargestellt. Die Höhe des Statorrückens errechnet sich aus dem eineinhalbfachen Wert der mittleren Breite eines Statorzahnes, um Sättigungseffekte im Statorrückten gering zu halten. Die Vektoroptimierungsaufgabe besteht aus drei Zielfunktionen, sieben Parametern und einer Restriktionsfunktion und lautet:

$$\begin{aligned}
 \min \vec{f}(\vec{x}) &= (-P_{zu}, C, -\eta) & (5.33) \\
 \vec{x} &= (l_i, h_N, h_M, h_L, \alpha, r_W, b_N) \\
 300\text{mm} &\leq l_i \leq 1000\text{mm} \\
 30\text{mm} &\leq h_N \leq 100\text{mm} \\
 5\text{mm} &\leq h_M \leq 15\text{mm} \\
 30\text{mm} &\leq h_L \leq 100\text{mm} \\
 1^\circ &\leq \alpha \leq 2.2^\circ \\
 1500\text{mm} &\leq r_W \leq 2500\text{mm} \\
 0.2^\circ &\leq b_N \leq 0.4^\circ \\
 \vec{g}_1(\vec{x}) &= |H_{Magnet}| - |BH_C| \leq 0
 \end{aligned}$$

Die Nutbreite wird in mechanischen Graden gewählt. Dadurch befinden sich die Seitenflächen der Nut auf Radialstrahlen durch den Ursprung. Die Nutform weicht somit geringfügig von der parallelflankigen Form ab. Diese Näherung erleichtert die Gitternetzgenerierung gemäß Abbildung 5.8 sehr.

5.4 Ergebnisse

Abbildung 5.10 und 5.11 zeigen die dreidimensionale PARETO-Menge der Vektoroptimierungsaufgabe aus unterschiedlichen Blickwinkeln. Nach 8 Suchzyklen und 51396 Zielfunktionsauswertungen besteht die Approximation der Lösungsmenge aus 4270 Punkten. Der Verlauf der PARETO-Menge folgt einem sich aufweitenden, geschwungenen Band (Abbildung 5.11, unten). Innerhalb des Parameterbereichs sind Leistungen zwischen 66.24kW und 4.701MW

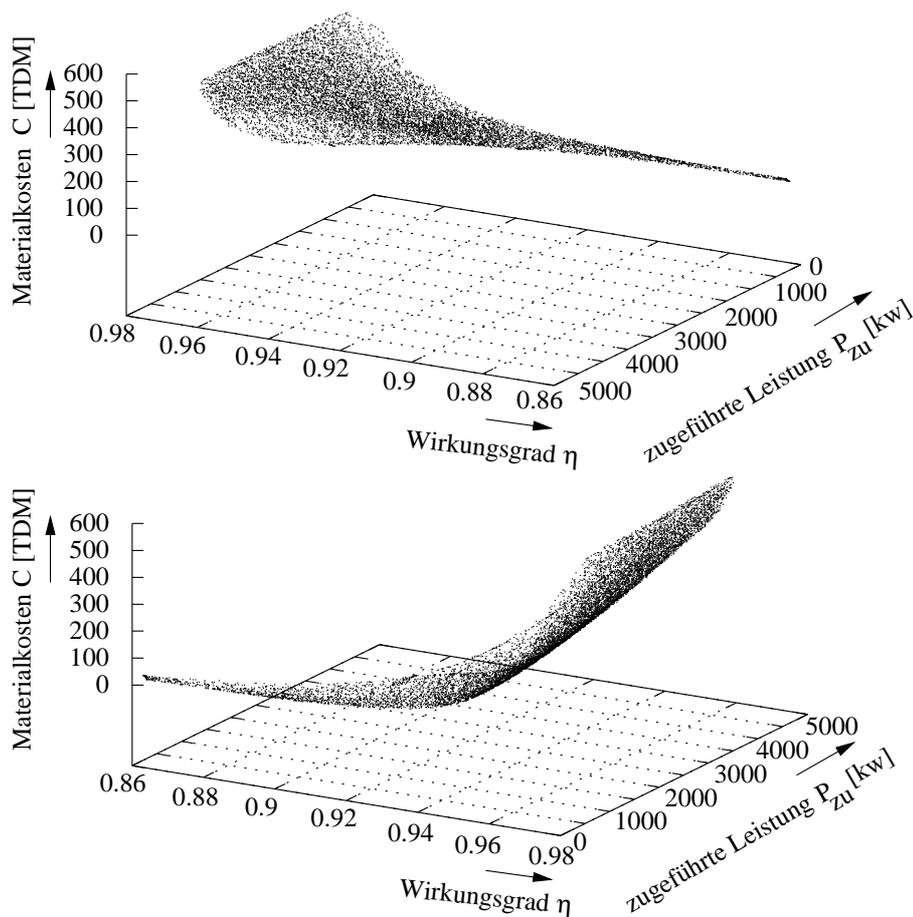


Abbildung 5.10: PARETO-Menge zu Aufgabe (5.33).

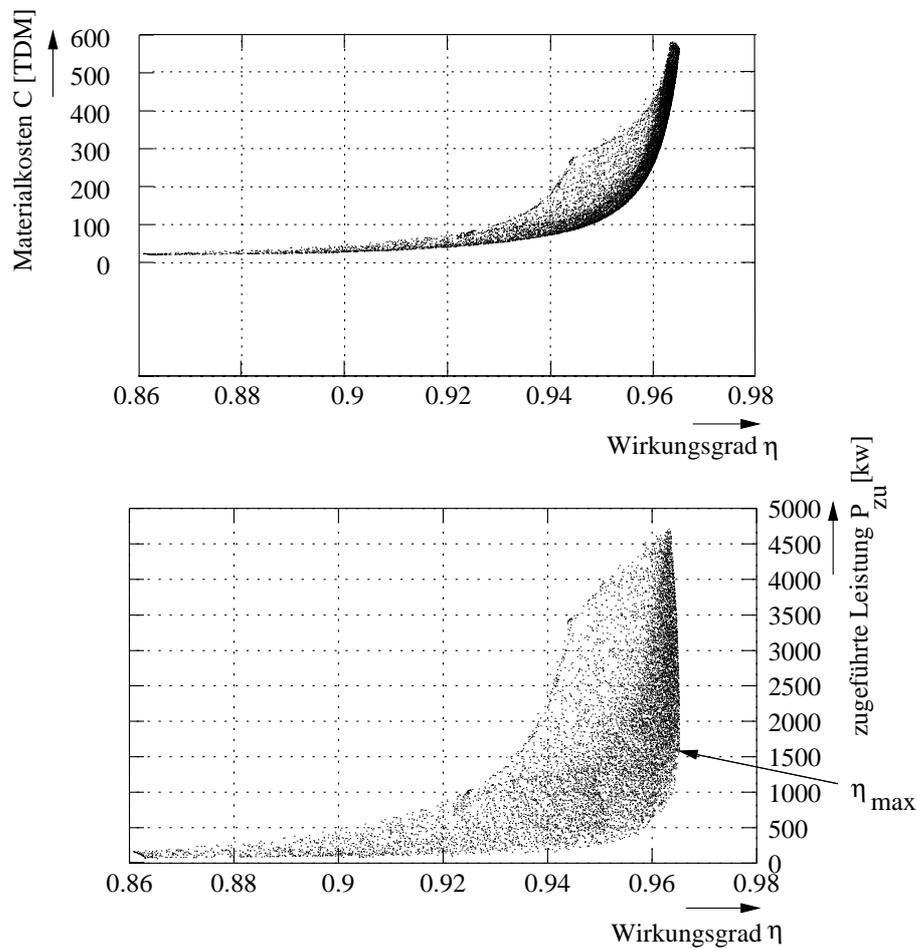


Abbildung 5.11: Oben: PARETO-Menge von Aufgabe (5.33) in der *Materialkosten-Wirkungsgrad*-Ebene. Unten: PARETO-Menge von Aufgabe (5.33) in der *Wirkungsgrad-zugeführten Leistung*-Ebene.

möglich. Der Wirkungsgrad bewegt sich in einem Bereich $\eta = 0.861 \dots 0.964$ und die Materialkosten zwischen $19774DM$ und $581900DM$. Abbildung 5.11, unten zeigt, daß sich die meisten Lösungen oberhalb eines Wirkungsgrades von $\eta = 0.93$ befinden. Die Abhängigkeit des Entwurfs von den Materialkosten zeigt einen stark nichtlinearen Verlauf. Während unterhalb eines Wirkungsgrades $\eta = 0.95$ die Materialkosten nur langsam anwachsen, steigen diese ab dieser Grenze stark nichtlinear an (vgl. Abbildung 5.11, oben). Den breitesten Leistungsbereich findet man für Wirkungsgrade oberhalb von 94%. Optimale Entwürfe mit kleineren Wirkungsgraden besitzen nur Leistungen kleiner $1MW$. Der größte Wirkungsgrad wird nicht im Punkt der größten Leistung erreicht. Da der Durchmesser des Generators indirekt durch

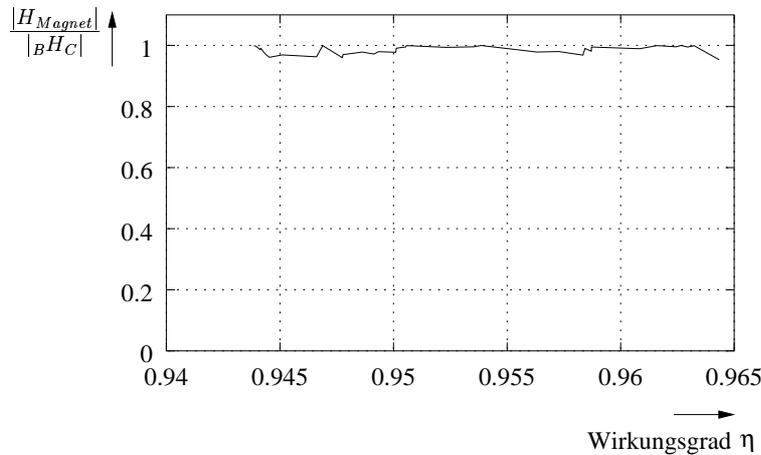


Abbildung 5.12: Verlauf der Größe $|H_{Magnet}|/|BH_C|$ im Kurzschlußfall für die Randpunkte der PARETO-Menge im oberen Leistungsbereich.

einen maximalen Läuferblechpaket-Innenradius ($r_w \leq 2500mm$) begrenzt ist, kann eine Leistungserhöhung durch eine Vergrößerung der Ständernut, einer größeren Blechpaketlänge l_i oder einer Zunahme des Magnetvolumens erreicht werden. Ständerdurchflutung und Magnetmasse sind aber durch die Entmagnetisierungsbedingung im Kurzschlußfall begrenzt, so daß diese nicht beliebig vergrößert werden können. Eine Verlängerung des Blechpakets führt zu erhöhten OHMschen Verlusten im Ständer, was die Verringerung des Wirkungsgrades erklärt. Der Verlauf der PARETO-Menge zeigt am oberen Ende für Leistungen $> 3.5MW$ eine scharfe Schnittkante (vgl. Abbildung 5.11, unten). In diesem Bereich erreichen alle Parameter außer der Nutbreite (b_N) und des Polbedeckungswinkels (α) ihre oberen Grenzwerte. Entwurfsbestimmend ist in diesem Bereich die Entmagnetisierungsbedingung im Kurzschlußfall. Dadurch, daß die Magnethöhe und damit auch die Entmagnetisierfestigkeit im Kurzschlußfall nicht weiter erhöht werden kann, bewegen sich die Parameter für Nut- und Magnetbreite antiproportional so gegeneinander, daß die Grenze der Magnetisierfestigkeit gerade noch erfüllt wird. Trägt man das Verhältnis $|H_{Magnet}|/|BH_C|$ (H_{Magnet} nach (5.30)) über dem Wirkungsgrad η für die Randpunkte auf, wird dieser Sachverhalt sichtbar. Alle Werte bewegen sich knapp unterhalb der Entmagnetisierungsgrenze (Abbildung 5.12).

Die Frage nach einer optimalen Konstruktion soll exemplarisch an zwei unterschiedlichen Präferenzverhalten hinsichtlich Gesamtkosten und geforderter Generatorleistung beantwortet werden. Im ersten Fall wird eine Grenze für die Materialkosten von $200000DM$ festgelegt. Für diesen Wert sollen die Entwürfe dargestellt werden, die sich bei dieser Grenze ergeben. Im zweiten Fall wird eine Leistung von $1.71MW$ definiert. Für diesen Wert

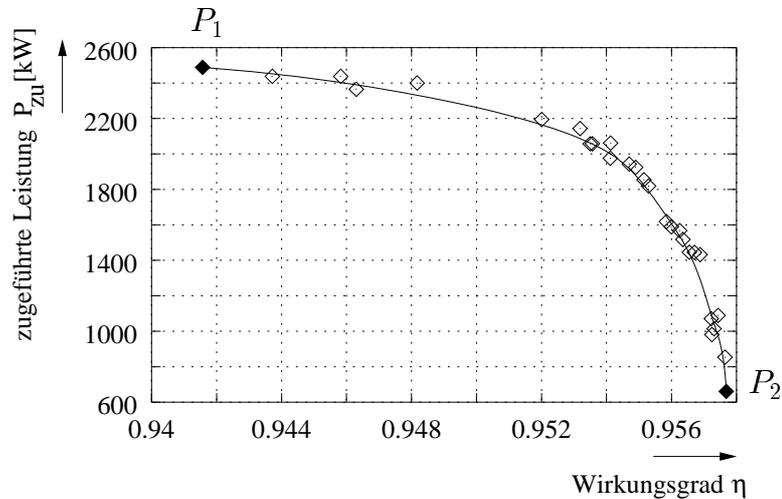


Abbildung 5.13: Schnitt durch die PARETO-Menge für Materialkosten von $C=200000DM$.

erhält man als möglichen Entwurf den Generator mit dem höchsten Wirkungsgrad. Beide Fragestellungen reduzieren die dreidimensionale PARETO-Menge durch einen Schnitt in eine zweidimensionale Untermenge. Abbildung 5.13 zeigt den Verlauf der zugeführten Leistung des Generators gegenüber seines Wirkungsgrades für den Fall eines fest definierten Materialpreises von $200000DM$. Während der Bereich der möglichen Wirkungsgrade relativ eng ist ($\Delta\eta < 2\%$), schwankt der Bereich der möglichen Generatorleistung erheblich ($660.89kW \dots 2488.772kW$). Unterhalb von etwa $2000kW$ nimmt die Leistung deutlich ab. Eine Erhöhung des Wirkungsgrades kann nur durch eine Verringerung der Ständerdurchflutung und eine Verkürzung der Maschinenlänge l_i erreicht werden, was automatisch zu kleineren Generatorleistungen führt. Für die beiden Endpunkte P_1 und P_2 sind in Abbildung 5.14 die Feldlinienbilder der zugehörigen Entwürfe dargestellt. Beide gewählten Entwürfe erreichen den maximalen Wert der Leistung für einen Radius von $r_W = 2500mm$. Optimale Maschinen haben damit einen größtmöglichen Durchmesser. Diesen Wert kann aber aus transportlogistischen Gründen nicht weiter erhöht werden. Ebenfalls an die Parametergrenze stößt der Wert für die Höhe des Läuferrückens. Der festgelegte Grenzwert von $h_L = 30mm$ könnte zwar noch verringert werden, da die Flußdichte hier relativ klein ist, aber hinsichtlich der mechanischen Festigkeit der Läuferkonstruktion ist es nicht günstig h_L weiter zu verkleinern. Die um den Faktor 3.76 größere Leistung des Generators im Punkt P_1 wird durch einen größeren Ständerstrom und eine größere axiale Länge l_i der Maschine erzielt. Die damit verbundenen

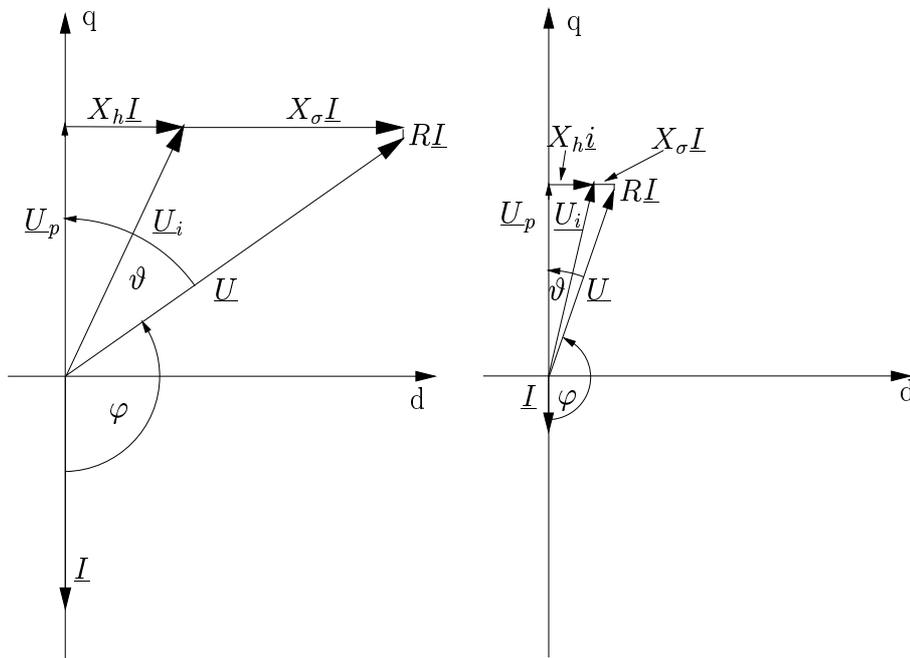
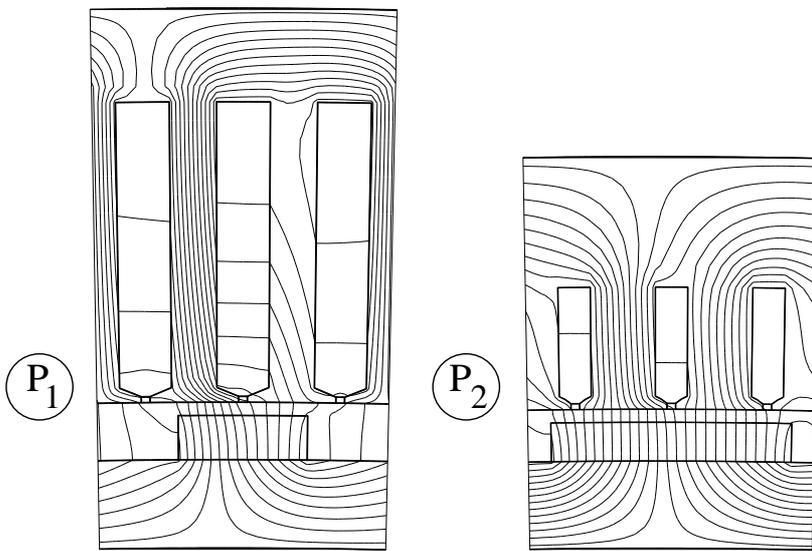


Abbildung 5.14: Materialkontur und Feldlinienbild über eine Polteilung zweier optimierter Entwürfe (P_1 , P_2 aus Abbildung 5.13, für Materialkosten C von 200000DM). Magnetische Vektorpotentialdifferenz ΔA zwischen zwei Feldlinien 0.0025 Vs/m.

	P_1	P_2
Axiale Länge l_i	717.80mm	507.09mm
Nuthöhe h_N	100.00mm	40.01 mm
Magnethöhe h_M	15.00mm	13.34mm
Rückenhöhe Rotor h_L	30.00mm	30.00mm
Polbedeckungswinkel α	1.00°	1.87°
Radius r_W	2500.00mm	2500.00mm
Nutbreite b_N	0.40°	0.25°
Zugeführte Leistung P_{zu}	2488.53 kW	660.89kW
Materialkosten C	199938DM	200764DM
Wirkungsgrad η	0.941	0.957
Luftspaltflußdichte B_1	0.65T	0.91T
OHMsche Verluste P_{Vcu}	127.81kW	23.91kW
Eisenverluste Zähne P_{VFeZ}	4.23kW	0.58kW
Eisenverluste Joch P_{VFeJ}	1.59kW	0.31kW
Zusatzverluste P_{add}	11.71kW	3.15kW
$\cos \varphi$	0.59	0.98
Klemmenspannung U	433.43V	282.38V
Ständerstrom I	3229.03A	785.52A
Maschinenleistung P_{ab}	2341.71kW	632.47kW

Tabelle 5.2: Daten der Entwürfe P_1 und P_2 aus (5.13). U_1 und I_1 unter der Annahme, daß $w_1 = 1$

OHMschen Verluste reduzieren den Wirkungsgrad des Entwurfs in Punkt P_1 auf etwa 94%. Durch den hohen Ständerstrom und dem geringen Magnetvolumen besitzt Variante P_1 einen ungünstigen $\cos \varphi$ von 0.59, was einen teuren Umrichter erfordert. Bei Auswahl einer Generatorvariante muß diese Aspekt mit berücksichtigt werden.

Im zweiten Fall wird eine Generatorleistung von 1.71MW angestrebt und die sich ergebenden Entwürfe untersucht. Abbildung 5.15 zeigt den Schnitt durch die PARETO-Menge. Der Bereich der möglichen Wirkungsgrade ist größer im Vergleich zur fest gewählten Materialkostengrenze aus Abbildung 5.13. Die Materialkosten verhalten sich im Vergleich zu den erzielbaren Wirkungsgraden stark nichtlinear. Während die Kosten im Bereich η kleiner 0.96 nur langsam ansteigen, muß für eine Erhöhung des Wirkungsgrades von 0.5%

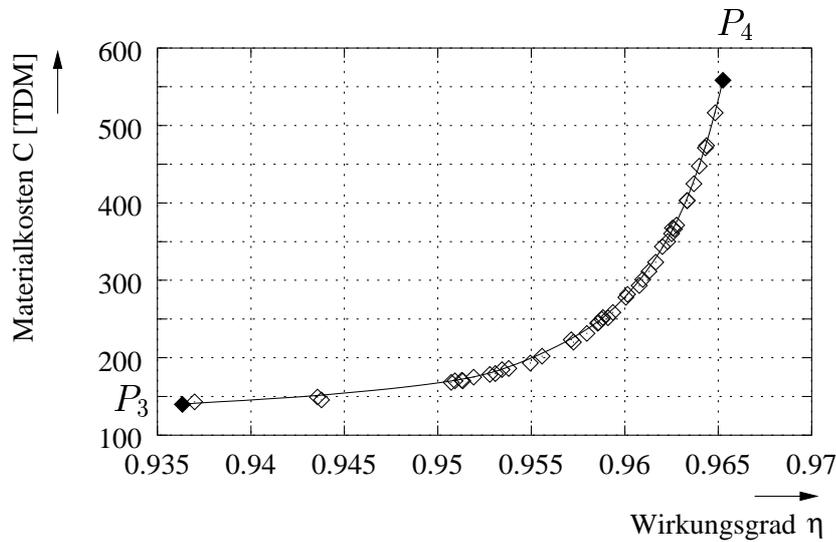


Abbildung 5.15: Schnitt durch die PARETO-Menge für eine Leistung von 1.71 MW.

auf $\eta = 0.965$ eine Verdoppelung der Materialkosten hingenommen werden. Betrachtet man den Verlauf des Entwurfsparameters l_i (axiale Länge) entlang des Schnittes, so besitzt die Kurve eine eindeutige Minimalstelle, die etwas oberhalb eines Wirkungsgrades $\eta = 0.95$ liegt (vgl. Abbildung 5.16). Es ist bis zur Minimalstelle günstiger, den Magnet zu verbreitern, um den Wir-

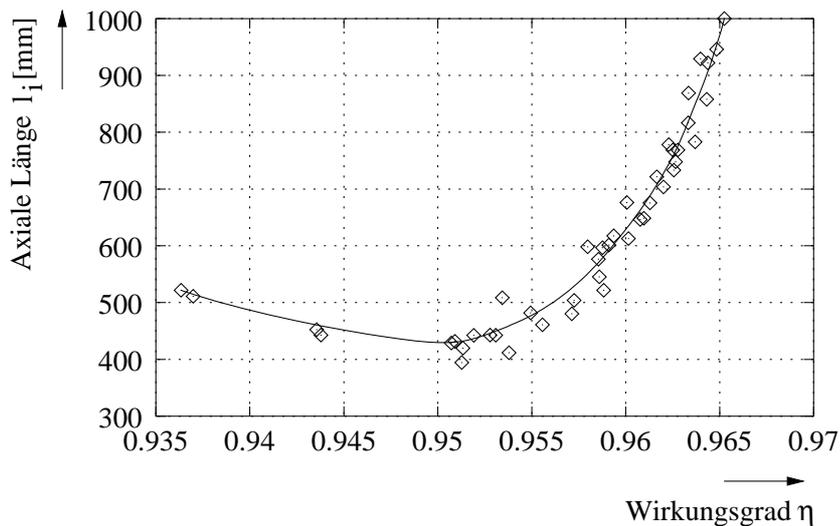


Abbildung 5.16: Verlauf des Parameters l_i (axiale Länge) entlang des zweidimensionalen Schnittes der PARETO-Menge für eine zugeführte Leistung von 1.71 MW.

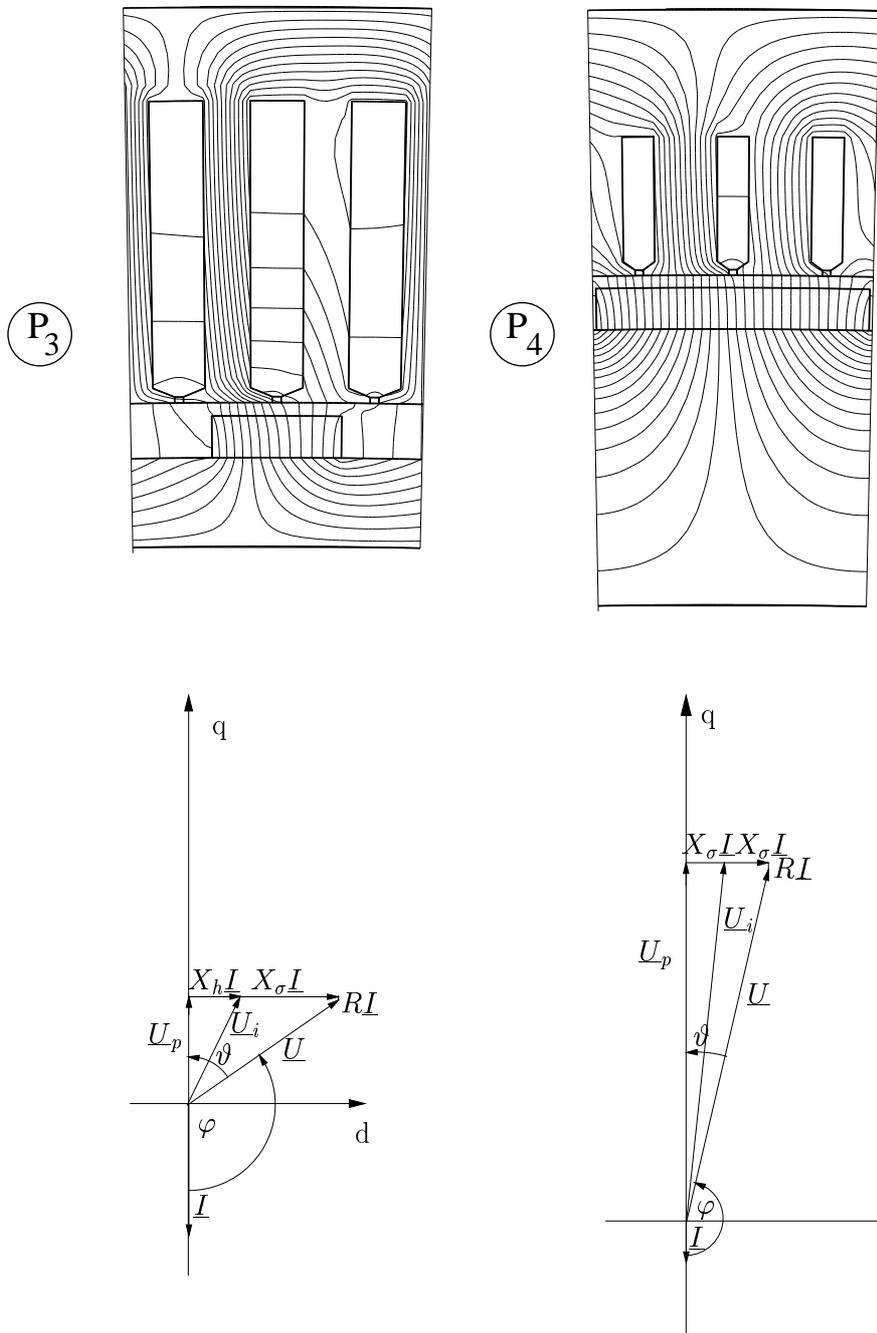


Abbildung 5.17: Materialkontur und Feldlinienbild über eine Polteilung zweier optimierter Entwürfe (P_3 , P_4 aus Abbildung 5.16) für eine Leistung von $1.71MW$. Magnetische Vektorpotentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien 0.0025 Vs/m .

	P_3	P_4
Axiale Länge l_i	521.76mm	1000.00mm
Nuthöhe h_N	100.00mm	48.25mm
Magnethöhe h_M	14.11mm	15.00mm
Rückenhöhe Rotor h_L	30.00mm	100.00mm
Polbedeckungswinkel α	1.00°	2.2°
Radius r_W	2500.00mm	2500.00mm
Nutbreite b_N	0.40°	0.25°
Zugeführte Leistung P_{zu}	1778.66 kW	1771.13kW
Materialkosten C	139832DM	558288DM
Wirkungsgrad η	0.937	0.964
Luftspaltflußdichte B_1	0.642T	0.970T
OHMsche Verluste P_{Vcu}	100.60kW	50.70kW
Eisenverluste Zähne P_{VFeZ}	3.04kW	1.61kW
Eisenverluste Joch P_{VFeJ}	1.20kW	0.70kW
Zusatzverluste P_{add}	8.31kW	8.52kW
$\cos \varphi_i$	0.57	0.98
Klemmenspannung U	315.49V	607.43V
Ständerstrom I	3227.94A	979.77A
Maschinenleistung P_{ab}	1665.60kW	1718.12kW

Tabelle 5.3: Daten der Entwürfe P_3 und P_4 aus (5.16). U_1 und I_1 unter der Annahme, daß $w_1 = 1$

kungsgrad zu erhöhen und gleichzeitig die Maschine zu verkürzen. Letzteres führt aufgrund der verkürzten Ständerwicklung zu einem größeren Wirkungsgrad. Aus der Menge der Entwürfe sind in Abbildung 5.17 zwei Konstruktionen P_3 und P_4 exemplarisch herausgenommen. Punkt P_4 ist, wie bereits erwähnt, der Entwurf mit dem größten Wirkungsgrad innerhalb der gesamten Lösungsmenge. Polbedeckungswinkel (α), Magnethöhe (h_M) und axiale Länge (l_i) haben maximal mögliche Werte. Es fällt auf, daß für diesen Entwurf die Eisenhöhe ($h_L = 100mm$) im Läufer der Maschine durch den nun großen Magnet nicht mehr dünn sondern maximal dick gewählt wird. Entwurf P_3 besitzt einen sehr schmalen Magnet. Durch die Entmagnetisierungsfestigkeits-Bedingung, die durch die Höhe des Magnetmaterials bestimmt wird, kann das Magnetvolumen nur durch eine Reduktion des Polbedeckungswinkel α erreicht werden.

Unter Berücksichtigung der gesamten Systemkosten ist es unter Umständen

günstiger Variante P_4 gegenüber Variante P_3 vorzuziehen, obwohl diese mit Materialkosten von $558288DM$ deutlich über denen von Variante P_3 liegt ($139832DM$). Da der Umrichter entsprechend der Scheinleistung des Generators ausgelegt werden muß, kann für Variante P_4 eine Anlage mit geringerer Leistung und damit geringeren Systemkosten gewählt werden. Die beiden Beispiele zeigen zwei Möglichkeiten, wie man mit den Ergebnissen arbeiten kann, um daraus Erkenntnisse für eine geeignete Konstruktion zu erhalten. Viele Fragestellungen sind denkbar, wie mit Hilfe der Lösungsmenge ein Präferenzverhalten entwickelt werden kann. Zusammengefaßt lassen sich aus der Lösungsmenge folgende Erkenntnisse gewinnen:

- Der Bereich der technisch sinnvollen, optimalen Entwürfe bewegt sich in einem schmalen Band hinsichtlich der Generatorwirkungsgrade zwischen $93,5\% \dots 96,5\%$.
- Die meisten Lösungen liegen im Bereich $\eta > 0,94$.
- Der Anstieg der Materialkosten verhält sich stark nichtlinear. Eine Verbesserung des Wirkungsgrades um $0,5\%$ kann zur Verdoppelung der Materialkosten führen.
- Große Leistungen sind nur im Bereich $\eta > 0,92$ realisierbar.

Ein wirtschaftlich sinnvoller Kompromiß liegt in einem Leistungsbereich zwischen $1,5MW$ und $2MW$. Hier betragen die Materialkosten weniger als $200000DM$ und es werden Generatorwirkungsgrade im Bereich von 94% erreicht. Geht man davon aus, daß die Anlage unter günstigen Umständen siebenhundertfünfzig Stunden pro Jahr mit Nennleistung betrieben werden kann, erwirtschaftet eine $1,5MW$ Anlage bei einem Einspeisepreis von $17,6$ Pfennig je Kilowattstunde (erneuerbare-Energien-Gesetz 1. April 2000) $198000DM$ pro Jahr. Eine Steigerung des Wirkungsgrades um einen halben Prozentpunkt ist hierbei nicht entscheidend. Von einem betriebswirtschaftlichen Standpunkt aus betrachtet sollte die Anlage bei maximaler Leistung so billig wie möglich sein. Unter diesem Aspekt erscheint eine $2MW$ Anlage mit Materialkosten von $200000DM$ die sinnvollste Lösung. Die Ergebnisse sind nur für den Betrieb der Anlage im Nennpunkt optimiert. Dieser Betriebspunkt wird sich während eines Jahres nur für wenige Wochen einstellen. Zur Auswahl einer geeigneten Maschine müssen deshalb die gewählten Entwürfe hinsichtlich ihres Verhaltens im Teillastbetrieb untersucht werden. Dieser Gesichtspunkt ist bei dieser Untersuchung außer acht gelassen worden. Ebenso sind natürlich in der Realität die gesamten Herstellungskosten des Generators von Interesse und nicht nur die Materialkosten. Sie könnten aber problemlos zusätzlich zu den Materialkosten in das Berechnungsmodell eingesetzt werden.

5.5 Theoretischer Vergleich der Kraftberechnungsverfahren aus den Abschnitten 4.3.1, 4.3.2 und 4.3.4.

Abschließend soll darauf eingegangen werden, worauf bei der Drehmomentberechnung zu achten ist. Modelliert man die elektrische Maschine wie in dem vorangegangenen Kapitel dargestellt, so wählt man eine feste Läuferlage relativ zur Ständergeometrie. Wählt man dann eine bestimmte Durchflutungsverteilung in der Ständerwicklung, so enthält der berechnete Drehmomentwert die Wirkung der Grundwelle von Ständer- und Läuferfeld, aber auch die zusätzliche Wirkung der Oberwellen von Ständer- und Läuferfeld. Für die elektromechanische Energiewandlung ist nur die Wirkung der Grundwelle maßgeblich. An einem einfachen theoretischen Beispiel wird dies im folgenden demonstriert. Abbildung 5.18 zeigt zwei Varianten, wie man die Ständernuten bestromen kann, um bei der eingetragenen Lage des Magneten im Läufer

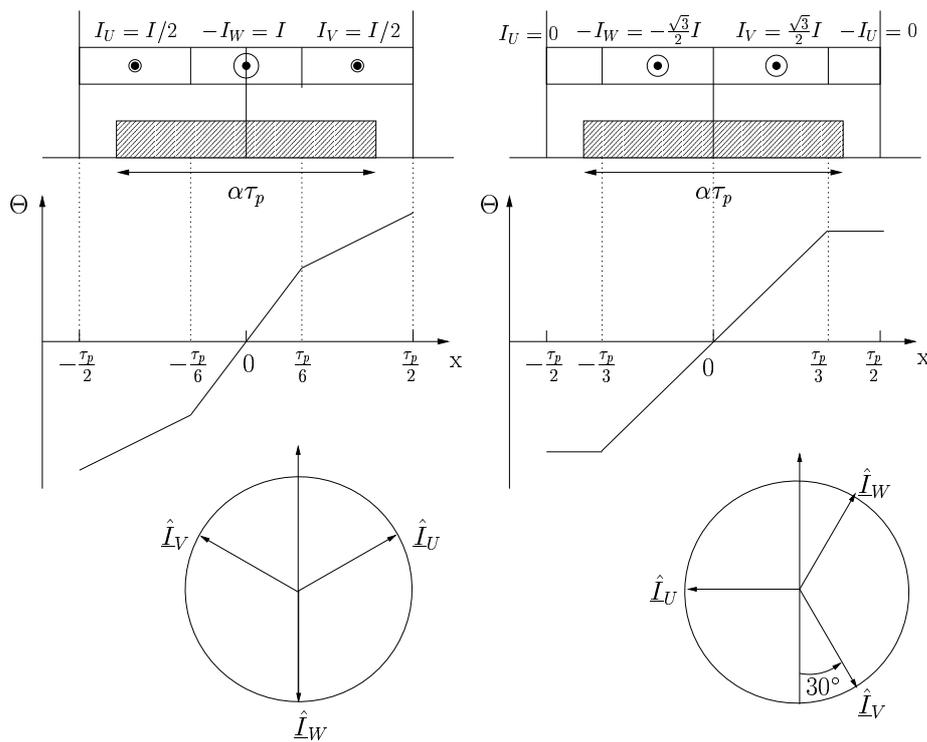


Abbildung 5.18: Bestromungsschema des Ständers, mit entsprechender Durchflutungskurve (links "Bischofsmütze", rechts "Trapez") im Falle des feldorientierten Betriebs, zur Berechnung des Drehmoments.

einen feldorientierten Betrieb zu erreichen, (d.h. maximales Drehmoment). Die im linken Teil der Abbildung dargestellte Durchflutungsverteilung wird manchmal aufgrund seiner Form als ‘‘Bischofsmützenverteilung’’ bezeichnet. Die Kraft auf die Leiter des Strangs W , durch die der Strom I fließt, ergibt sich für den Fall $\alpha = 1$ (100% Polbedeckung) gemäß Abbildung 5.18.

$$F = \hat{I}qB_p l_i \frac{w_{sp}}{a} \quad (5.34)$$

Die Gesamtkraft auf alle drei Leiter ($\hat{I}_U = \hat{I}_V = \hat{I}_W/2$) beträgt dann

$$F = 2\hat{I}qB_p l_i \frac{w_{sp}}{a}, \quad (5.35)$$

mit B_p der Flußdichte des Feldes, das durch den Hartmagnet des Läufers erregt wird. Das gesamte Drehmoment auf den Läufen (die Leiter liegen auf dem Radius $d/2$) berechnet sich daraus mit (5.35) zu:

$$M_{e,Bischof} = 2p2q\hat{I}B_p \frac{w_{sp}}{a} \frac{d}{2} \quad (5.36)$$

Setzt man $w_1 = pqw_{sp}/a$ und $d/2 = p\tau_p/\pi$ erhält man

$$M_{e,Bischof} = \frac{4}{\pi}pw_1\hat{I}\tau_p l_i B_p \quad (5.37)$$

Wird für \hat{I} der Effektivwert $I = \sqrt{2}\hat{I}$ eingesetzt, ergibt sich schließlich

$$M_{e,Bischof} = \frac{4}{\pi}pw_1\sqrt{2}I\tau_p l_i B_p \quad (5.38)$$

In rechten Teil der Abbildung ist die Durchflutungsverteilung trapezförmig und wird im folgenden ‘‘Trapez’’ bezeichnet. Der Strom fließt nur in zwei Strängen mit der Stromstärke $\sqrt{3}/2\hat{I}$. Somit ergibt sich als Gesamtkraft auf die beiden Leiter:

$$F = 2\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{I}qB_p l_i \frac{w_{sp}}{a} \quad (5.39)$$

Dies entspricht Gleichung (5.35), multipliziert mit dem Faktor $\sqrt{3}/2$. Damit gilt für das Drehmoment für diesen Fall:

$$M_{e,Trapez} = M_{e,Bischof} \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5.40)$$

Die Berechnung des Drehmoments aus der Grundwelle des Luftspaltfeldes kann über die Luftspaltleistung P_δ errechnet werden. Es gilt:

$$P_\delta = 3U_p I_q, \quad I_q = I \quad (5.41)$$

Mit

$$U_p = \sqrt{2}\pi f w_1 \xi_1 \frac{2}{\pi} \tau_p l_i B_{p(1)} \quad (5.42)$$

und

$$B_{p(1)} = \frac{4}{\pi} B_p \sin\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) \quad (5.43)$$

ergibt sich unter Verwendung von (5.41) das gesamte Drehmoment zu

$$M_{e,Grundwelle} = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} w_1 \xi_1 \tau_p l_i \frac{4}{\pi} B_p I \quad (5.44)$$

Für den Fall $\xi_1 = 1$ (Einschichtwicklung und $q=1$) gilt dann

$$M_{e,Grundwelle} = \frac{3}{\pi} M_{Bischof} \quad (5.45)$$

Für $\alpha = 1$, also volle Polbedeckung des Hartmagneten, ergeben sich für die drei Fälle die in Tabelle 5.4 zusammengefaßten Ergebnisse.

Tabelle 5.4: Ergebnisse der Tangential-Kraftberechnung für die Fälle “Bischofsmütze” und “Trapez” nach Abbildung 5.18 und der Methode “Grundwelle” für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 1$.

Trapez	Grundwelle	Bischofsmütze
$(\sqrt{3}/2) \cdot 100\%$	$(3/\pi) \cdot 100\%$	100%
86.6%	95.5 %	100%

Das einfache theoretische Beispiel zeigt, daß die Kraftberechnung aus der augenblicklichen Durchflutungsverteilung und der augenblicklichen Läuferlage nicht genau das Grundwellendrehmoment ergibt.

Eine Bestätigung der theoretischen Untersuchung ergibt sich bei Anwendung der numerischen Feldberechnung. Abbildung 5.19 zeigt einen Entwurf des Windkraftgenerators für die beiden Fälle der Ständerbestromung “Trapez” und “Bischofsmütze”. Die Abmessungen entsprechen den Werten aus des optimierten Entwurfs P_3 aus Tabelle 5.3, hier aber mit einem Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 1$. Die Ergebnisse, zusammengefaßt in Tabelle 5.1, bestätigen die theoretischen Überlegungen. In Abhängigkeit des Bestromungsschemas des Ständers nach Abbildung 5.18 ergeben sich die in Tabelle 5.5 dargestellten Drehmomentwerte. Jetzt muß noch untersucht werden, wie

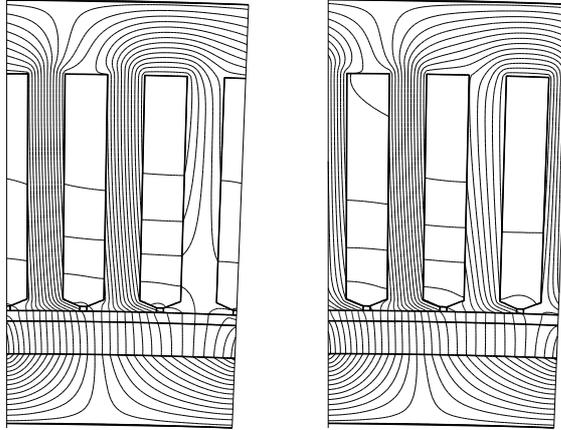


Abbildung 5.19: Feldlinienbilder eines Maschinenentwurfs des Windkraftgenerators. Rechts: Bestromungsschema “Trapez”. Links: Bestromungsschema “Bischofsmütze”.

Bestromungsart	Trapez	Bischofsmütze
Drehmoment	1074kNm (86.5%)	1242kNm (100%)
Berechnungsmethode	MAXWELL-Tensor	MAXWELL-Tensor
Drehmoment	1183kNm (95.3%)	1183kNm (95.3%)
Berechnungsmethode	Grundwelle	Grundwelle

Tabelle 5.5: Ergebnisse der Tangential-Kraftberechnung für die Fälle “Bischofsmütze” und “Trapez” nach Abbildung 5.19 und der Methode “Grundwelle” für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 1$.

sich die Ergebnisse für den Fall $\alpha < 1$ verändern. Zur Vereinfachung wird lediglich der Bereich $2/3 < \alpha < 1$ untersucht. Für die Ständerbestromung aus Abbildung 5.18, links (“Bischofsmütze”) tragen die außenliegenden Phasen (U, V) nur noch teilweise zur Kraftbildung bei. Für Phase U und V gilt:

$$F = l_i \frac{\frac{\alpha \tau_p}{2} - \frac{\tau_p}{6}}{\frac{\tau_p}{3}} \frac{1}{2} \hat{I} q \frac{w_{sp}}{a} B_p \quad (5.46)$$

Die Kraft auf den Leiter der Phase W bleibt unverändert (vgl. Gleichung (5.34)), da diese vollständig vom Magnet abgedeckt wird. Somit erhält man als Gesamtkraft:

$$F = 2l_i \hat{I} q \frac{w_{sp}}{a} B_p \frac{3\alpha + 1}{4} \quad (5.47)$$

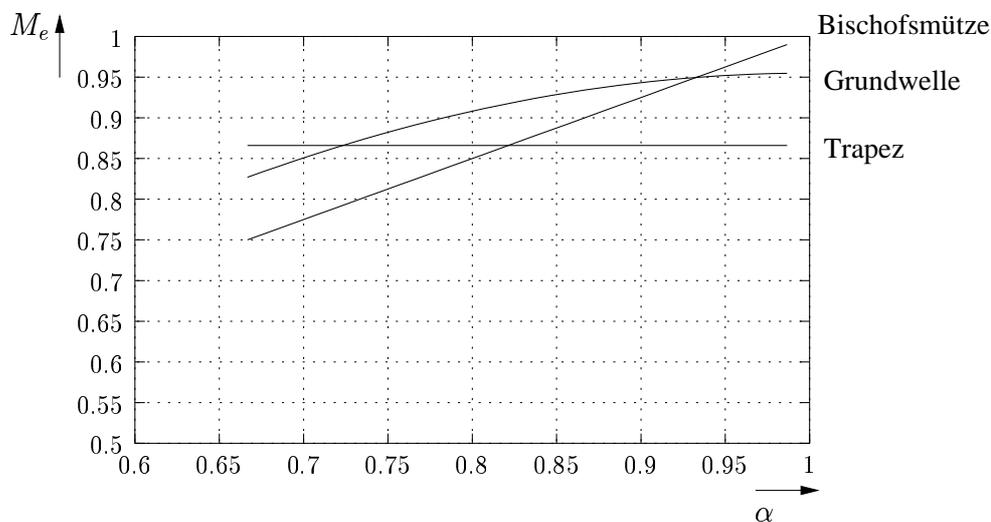


Abbildung 5.20: Ergebnisse der Drehmomentberechnung für die Fälle “Bischofsmütze” und “Trapez” nach Abbildung 5.18 und der Methode “Grundwelle” in Abhängigkeit des Polbedeckungsfaktors α für einen Bereich von $2/3 < \alpha < 1$.

Die Kraft im “Trapez” Fall bleibt unverändert, da der Magnet beide stromführenden Phasen abdeckt. Bei der Grundwellenanalyse muß mit dem Faktor $\sin(\alpha\pi/2)$ multipliziert werden. Man erhält damit die in Tabelle 5.6 zusammengestellten Ergebnisse für einen Wert von $\alpha = 0.8$. Für diesen Fall liefert

Tabelle 5.6: Ergebnisse der Kraftberechnung für die Fälle “Bischofsmütze” und “Trapez” nach Abbildung 5.18 und der Methode “Grundwelle” für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 0.8$.

Trapez	Grundwelle	Bischofsmütze
$(\sqrt{3}/2) \cdot 100\%$	$(\sin(0.8\pi/2)) \cdot 100\%$	$(3 \cdot 0.8 + 1)/4 \cdot 100\%$
86.6%	90.8 %	85%

die Grundwelle das größte Drehmoment. Trägt man für die drei Berechnungsmodelle das sich ergebende Drehmoment in Abhängigkeit des Polbedeckungsfaktors α auf, ergeben sich für den betrachteten Bereich von $2/3 < \alpha < 1$ die in Abbildung 5.20 dargestellten Kurven. Hierbei steigt für den Fall “Bischofsmütze” das Drehmoment linear an, im Fall “Trapez” bleibt es konstant und bei der Berechnung des Drehmoments aus der Grundwelle folgt die Kurve einer Sinusfunktion. Je nach Wahl der Ständerbestromung (“Bischofsmütze”, “Trapez”) schwankt damit das Drehmoment zwischen zwei Maximalwerten,

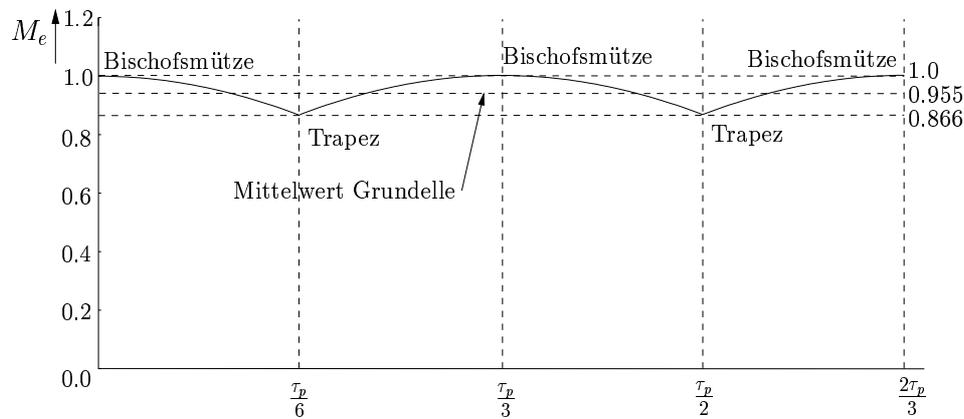


Abbildung 5.21: Verlauf des Drehmoments M_e in Abhängigkeit der Ständerbestromung für einen Polbedeckungsfaktor von $\alpha = 1$.

die sich jeweils nach $\tau_p/3$ periodisch wiederholen. Die Änderung entspricht einer Verschiebung des Magneten um den Wert $\Delta x = \tau_p/6$, von der Stellung "Bischofsmütze" zu "Trapez". Das Ständerfeld wandert dabei um 60° weiter. Man erhält ein mit der Frequenz $2mf$ pulsierendes Drehmoment, das in Abbildung 5.21 für den Fall $\alpha = 1$ dargestellt ist. Bildet man den Mittelwert der pulsierenden Kurve, z.B. durch Integration über ein Teilstück von $0 \dots \tau_p/6$, erhält man den Wert $3/\pi$. Dieser Wert entspricht dem Wert, den man bei der Berechnung der Kraft aus der Grundwelle mit $\alpha = 1$ erhält (vgl. Tabelle 5.4). Die Methode "Grundwelle" liefert damit genau den Mittelwert des Drehmoments in der Maschine, der für die Berechnung der Leistung der Maschine benötigt wird. Will man das Drehmoment mit Hilfe des MAXWELL-Tensors berechnen, sind mehrere Feldberechnungen notwendig, deren Ergebnisse man danach mitteln muß, um das mittlere Drehmoment in der Maschine bestimmen zu können.

Kapitel 6

Hochdrehender Spindeltrieb mit Feldschwächung

Das zweite Anwendungsbeispiel entstammt dem Sondermaschinenbau. Die vorgestellte vierpolige permanenterrregte Synchronmaschine dient als Spindeltrieb einer Werkzeugmaschine für die Fräsbearbeitung. Dieses Einsatzgebiet stellt bezüglich der mechanischen und elektrischen Eigenschaften besondere Anforderungen an den Antrieb. Es werden zwei Maschinentypen optimiert, deren Maximaldrehzahl $16000/min$ bzw. $20000/min$ betragen. Die Nennleistung der Maschinen soll bei $6000/min$ erreicht werden und über den Bereich bis zur Nenndrehzahl konstant bleiben (vgl. Abbildung 6.1). Aufgrund des permanenterrregten Läufers der Maschine kann auf die Leistung bei steigender Drehzahl nur durch den Ständerstrom Einfluß genommen werden. Der Bereich Feldschwächung bei permanenterrregten Synchronmaschinen wird in der Literatur ausführlich beschrieben. Beispiele hierzu finden

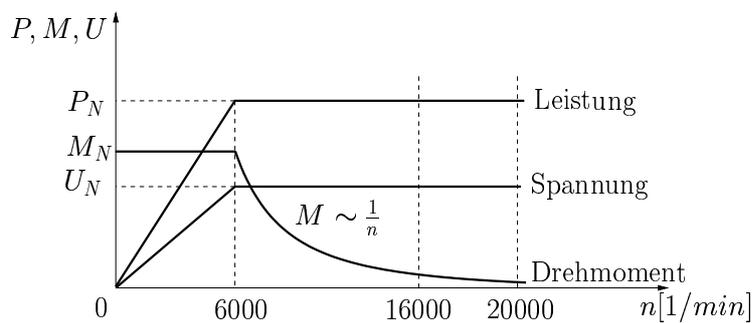


Abbildung 6.1: Verlauf der Leistungs-, Drehmoment- und Spannungskurve über dem gesamten Drehzahlbereich des Spindeltriebs.

sich in [69], [70], [71], [72], [73] [74], [75]. Deren Wirkung bestimmt die Lage des Ständerfeldes und dessen Größe. Die im Ständer der Maschine erzeugte Wärme wird durch eine Flüssigkeitsmantelkühlung abgeführt. Der Ständerstrom darf einen maximalen Wert nicht überschreiten, um Beschädigungen in der Wicklung zu vermeiden. Durch den Betrieb an einem spannungseinprägenden Umrichter mit fester Zwischenkreisspannung muß sichergestellt werden, daß die Spannung bei steigender Drehzahl ab Erreichen der Nenndrehzahl konstant bleibt. Ein weiterer konstruktionsbestimmender Faktor ist die mechanische Festigkeit des Läufers, der einem Betrieb bei Maximaldrehzahl dauerhaft standhalten muß. Zusammengefaßt stellt sich das Problem damit wie folgt dar:

- Maximale Leistung bei einer Nenndrehzahl von $6000/min$.
- Konstante Klemmenspannung für den Drehzahlbereich zwischen Nenndrehzahl und der Maximaldrehzahl.
- Mechanische Festigkeit der Läuferkonstruktion muß für Maximaldrehzahl gegeben sein.
- Konstante Maschinenleistung zwischen Nenndrehzahl und Maximaldrehzahl.

Zur Lösung dieser Aufgabe wird eine Vektoroptimierungsaufgabe mit drei Zielen und zwei Restriktionsbedingungen formuliert, deren Lösungsmenge die oben genannten Punkte bestmöglichst erfüllt:

- Maximierung der Leistung bei $6000/min$.
- Maximierung der Leistung bei $16000/min$ bzw. $20000/min$.
- Minimierung der Spannungsdifferenz zwischen Betrieb mit Nenn- und Maximaldrehzahl.
- Erfüllung der thermischen Festigkeit der Ständerwicklung.
- Erfüllung der mechanischen Festigkeit der Läuferkonstruktion bei Schleuderdrehzahl.

Obwohl laut Vorgabe konstante Leistung gefordert ist, wird dennoch die Leistung auch für die jeweilige Maximaldrehzahl maximiert. Entscheidend ist in erster Linie die Einhaltung der Konstantspannungsbedingung. Eine Steuerung der Leistung kann im Maximaldrehzahlpunkt der Maschine durch Reduzierung des Ständerstromes vorgenommen werden.

6.1 Aufbau der Grundkonstruktion

Die Maschine, dargestellt in Abbildung 6.2, ist eine vierpolige Synchronmaschine mit permanenterregtem Läufer. Die Magnete aus Samarium-Kobalt

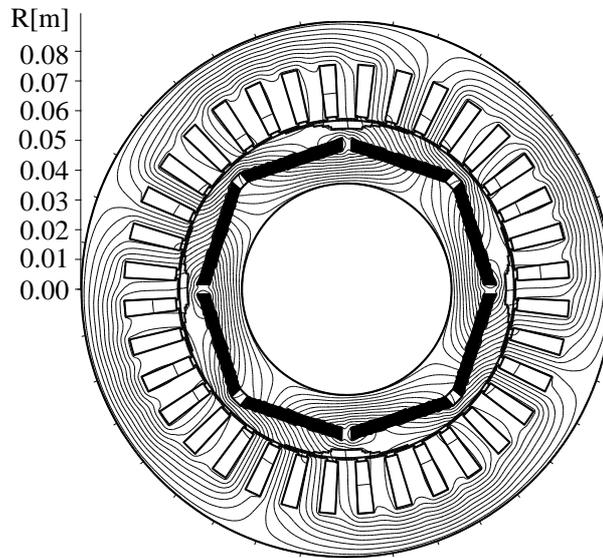


Abbildung 6.2: Materialkontur und Feldlinienbild bei 6000/min als ein Zwischenergebnis der Optimierung der untersuchten Maschine.

bestehen aus zwei Segmenten pro Pol und sind symmetrisch im Läufer “eingegraben”. Sie sind parallel magnetisiert. Bei einer angenommenen Läufer-temperatur von $140^{\circ}C$ besitzen sie eine Remanenz von $1.017T$. Der Bohrungsdurchmesser der Maschine beträgt $114.5mm$, der Außendurchmesser des Ständerblechpaketes $180mm$ und die Länge des Blechpaketes $150mm$. Der Ständer der Maschine ist mit einer einschichtigen Drehstromwicklung versehen, die mit einem sinusförmigen Strom gespeist wird. Oberschwingungseffekte können somit vernachlässigt werden. Die Stromdichte von $14A/mm^2$ wird laut Hersteller ausgeführt. Zu berücksichtigen ist dabei, daß die thermische Belastung der Ständerwicklung nicht nur von der Stromdichte J abhängig ist, sondern, wie in Abschnitt 6.3 ausgeführt, aus dem Produkt aus Stromdichte J mal Strombelag A . In diesem Fall ist dies ein Wert von $7000 \frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$, was einem Wert für Wassermantelkühlung entspricht. Der Luftspalt entlang einer Polteilung der Maschine folgt einem cosinusförmigen Verlauf.

$$\begin{aligned} \delta(\tau) &= \delta_0 / \cos(\tau) & (6.1) \\ \delta_0 &= 0.5mm & -42.5^{\circ} \leq \tau \leq 42.5^{\circ} \\ \delta &= 2.75mm & 42.5^{\circ} \leq |\tau| \leq 45^{\circ} \end{aligned}$$

mit τ als tangentialem Winkel, beginnend in der Mitte der Polteilung (vgl. Abbildung 6.3). Durch den cosinus-förmigen Luftspalt werden zum einen die

Tabelle 6.1: Gegebene Maschinengrößen

Wellendurchmesser	$d_w=71.7\text{mm}$
Innendurchmesser Statorblechpaket	$D_i=114.5\text{mm}$
Außendurchmesser Statorblechpaket	$D_a=180\text{mm}$
Blechpaketlänge	$l_i=150\text{mm}$
Polzahl	$2p=4$
Anzahl Phasen	$m=3$
Anzahl Nuten	$N=36$
Maximale Drehzahl	$n = 16000/\text{min}, 20000/\text{min}$
Windungszahl pro Nut	$w_{sp}=15$
Nutzahl pro Pol und Strang	$q=3$
Windungszahl pro Strang	$w_1 = w_{sp}pq/a=45$
Magnetmaterial	Sm_2Co_{17}
Remanenz bei 140° Celsius	1.017T
Koerzitivfeldstärke bei 140° Celsius	$B_{HC} = -690 \frac{kA}{m}$
Eisenmaterial: Elektroblech	EBG 360
Eisenfüllfaktor	$k_{Fe}=0.95$
Maximale Ständerstromdichte	$J=14A/\text{mm}^2$
Nutfüllfaktor	$k_F=0.42$

Feldharmonischen des Läuferfelds im Luftspalt reduziert, die zu Drehmomentschwankungen führen, zum anderen wird die Querreaktanz der Maschine verkleinert, was die Sättigung durch das Ständerfeld in der Querachse verringert. In Tabelle 6.1 findet man die fest vorgegebenen Parameter der Maschine.

6.1.1 Abgeleitete Größen

Zur Berechnung der Klemmenspannung U der Maschine werden der OHM'sche Widerstand der Ständerwicklung R und die Streureaktanz X_σ benötigt. Die Streureaktanz setzt sich aus mehreren Komponenten zusammen, die sich nicht alle aus einer Feldberechnung gewinnen lassen. Deshalb wird hierfür auf analytische Berechnungsformeln zurückgegriffen. Es werden wie im vorangegangenen Kapitel 5 die drei Anteile Nutstreuung $L_{\sigma Nut}$, Stirnstreuung $L_{\sigma Stirn}$ und die Oberwellenstreuung $L_{\sigma O}$ berücksichtigt. Für eine Einsichtwicklung errechnet sich die Nutstreureaktanz nach [62] zu

$$X_{\sigma Nut} = 2\pi\mu_0 npw_1^2 \frac{2}{pq} \lambda_N l_i \quad (6.2)$$

mit $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{Vs}/(\text{Am})$ der Permeabilität des Vakuums, λ_N der magnetischen Leitwertzahl der Nut, der sich aus der Formel

$$\lambda_N \cong \frac{h_N}{3b_N} + \frac{h_S}{b_N} \quad (6.3)$$

ergibt. Hierbei bezeichnet h_N die Nuthöhe, b_N die mittlere Nutbreite und h_S die Steghöhe der Nut. Die Stirnstreuung errechnet sich gemäß [63] zu

$$X_{\sigma \text{Stirn}} = 2\pi n p \mu_0 w_1^2 \frac{2}{p} l_S \lambda_S, \lambda_S \cong 0.3. \quad (6.4)$$

Für die mittlere Stirnverbinderlänge l_S des Wicklungskopfes wird $1.5\tau_p$ angenommen. Der Anteil zur Streureaktanz durch den Einfluß der Oberwellen berechnet sich als Anteil der ungesättigten Hauptreaktanz .

$$X_{\sigma O} = \sigma_{O1} X_{h,ung} \quad (6.5)$$

Für die ungesättigte Hauptreaktanz gilt

$$X_{h,ung} = 2\pi n p \mu_0 w_1^2 \xi_1^2 \frac{2}{\pi^2} \frac{m}{p} \frac{l_i \tau_p}{\delta_{min} k_C}, \quad (6.6)$$

mit τ_p der Polteilung, ξ_1 dem Wicklungsfaktor, $\delta_{min} = 0.7 \text{mm}$ als minimalem Luftspalt in d-Achsen-Richtung und k_C dem CARTER-Faktor. Der CARTERsche Faktor ist ein Maß für einen scheinbar vergrößerten Luftspalt δ , der sich durch die Nutung des Ankers ergibt [62]. Er berechnet sich aus der Formel:

$$k_C = \frac{\tau_N}{\tau_N - \gamma \delta}. \quad (6.7)$$

Der Zahlenwert γ kann näherungsweise durch die Gleichung

$$\gamma = \frac{(b_o/\delta)^2}{5 + b_o/\delta} \quad (6.8)$$

berechnet werden [62]. In Gleichung (6.7) und (6.8) wird für die Luftspaltweite δ der kleinste Wert von 0.7mm angenommen ($\delta = \delta_{min} = 0.7 \text{mm}$). Die Oberfeld-Streuziffer σ_{O1} ergibt sich nach [64] aus der Gleichung

$$\sigma_{O1} = \frac{2\pi^2}{m^2 \xi_1^2} \frac{5q^2 + 1}{12q^2} - 1. \quad (6.9)$$

Durch Verwendung einer Einsichtwicklung sind die Spulen ungesehnt. Daher ist ξ_1 nur von q und m beeinflusst ("Zonenfaktor"). Die Streureaktanz X_σ erhält man durch Addition der drei Anteile

$$X_\sigma = X_{\sigma \text{Nut}} + X_{\sigma \text{Stirn}} + X_{\sigma O}. \quad (6.10)$$

Zur Berechnung des Ständerwiderstandes R wird die Gesamtlänge l_w einer Windung benötigt. Es gilt

$$l_w = 2(l_i + 1.5\tau_p). \quad (6.11)$$

Der Widerstand wird für eine Temperatur von 140°C berechnet, bei der der spezifische Widerstand (ρ_{cu}) der Wicklung gegenüber 20° um den Faktor 1.4716 ansteigt. Den Strang-Widerstand R der Wicklung erhält man gemäß Gleichung (5.4) mit

$$R = \frac{w_1}{a} \frac{2(l_i + l_s)}{A_{Nut} k_F} \rho_{140} \quad (6.12)$$

mit A_{Nut} der Querschnittsfläche der Ständernut, k_F dem Nutfüllfaktor der Ständernut und ρ_{140} dem spezifischen Widerstand von Kupfer bei einer Temperatur von 140°C . Die Klemmenspannung U , bei $6000/\text{min}$ und $16000/\text{min}$ bzw. $20000/\text{min}$, errechnet sich durch geometrische Addition der Spannungsabfälle an X_σ , R , sowie der inneren Spannung U_i , unter Berücksichtigung des inneren Phasenwinkels φ_i und des inneren Polradwinkels ϑ_i (vgl. Abbildung 4.6) zu

$$U_{6000} = \sqrt{(U_i \cos \varphi_i + RI)^2 + (U_i \sin \varphi_i + X_\sigma I)^2} \quad (6.13)$$

$$U_{16000,20000} = [(U_i \cos \vartheta_i + RI \cos(\varphi_i + |\vartheta_i|) - X_\sigma I^2 \sin(\varphi_i + |\vartheta_i|))^2 \quad (6.14)$$

$$+ (U_i \sin \varphi_i + RI \sin(\varphi_i + |\vartheta_i|) + X_\sigma I \cos(\varphi_i + |\vartheta_i|))^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (6.15)$$

6.1.2 Verluste

Zu Bestimmung der Leistungsbilanz der Maschine müssen alle Verlustleistungen bestimmt werden. Berücksichtigt werden folgende Anteile

- Stromwärmeverluste
- Ummagnetisierungsverluste (“Eisenverluste”) durch Hysterese und Wirbelströme
- Zusatzverluste durch Ankernutung
- Zusatzverluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt
- Lagerreibungsverluste
- Oberflächenreibungsverluste am Zylindermantel des rotierenden Läufers in Luft
- Stirnflächenreibungsverluste des rotierenden Läufers in Luft

Stromwärmeverluste

Die OHMschen Verluste in der Ständerwicklung berechnen sich mit dem Wicklungswiderstand R (Gleichung 6.12) multipliziert mit dem Quadrat des Ständerstrom I zu

$$P_{Vcu} = 3I_1^2 R. \quad (6.16)$$

Der Ständerstrom wird aus der Stromdichte J der Nutfläche A_{Nut} und den Wicklungsparametern aus Tabelle (6.1) errechnet.

$$I = \frac{JpqA_{Nut}}{w_1} k_F \quad (6.17)$$

Eisenverluste

Die experimentell ermittelten Verlustkoeffizienten des verwendeten Elektrobleches betragen bei $1.5T$ und $50Hz$.

$$\sigma_H = 3.8 \frac{W}{kg}, \quad \sigma_W = 1.5 \frac{W}{kg}. \quad (6.18)$$

Hieraus ergibt sich für einen Verschlechterungsfaktor $k_v = 2$ eine Verlustdichte von

$$p_V(B) = k_v \left(\frac{B}{1.5T} \right)^2 \left(\sigma_H \left(\frac{np}{50Hz} \right) + \sigma_W \left(\frac{np}{50Hz} \right)^2 \right). \quad (6.19)$$

Für die magnetische Flußdichte B wird für die Verluste im Zahn bzw. Ständerjoch der jeweils größte Wert von B , der im Zahn bzw. Joch auftritt, eingesetzt. Die Verluste ergeben sich daraus durch Multiplikation mit den entsprechenden Massen der Zähne m_Z und des Joches m_J mit:

$$P_{VFe} = m_Z p_V(B = B_Z) + m_J p_V(B = B_J). \quad (6.20)$$

Zusatzverluste durch Ankernutung

Durch den Einbruch der Feldkurve unter den Nutöffnungen entstehen hochfrequente Verlustanteile, die sich als Oberflächenverluste bemerkbar machen [63]. Die Berechnungsformel lautet als Zahlengleichung

$$P_{VO0} = \frac{D_i \pi l_i}{2} k_0 \left(\frac{nN}{1 \cdot 10^4} \right)^{1.5} (\beta k_C B_1 \tau_N)^2 \quad (6.21)$$

mit $\beta = 0.342$ als Maß für die Schwankung des Feldes im Luftspalt unter der Nutöffnung gemäß [62], $\tau_N = D_a \pi / N$ der Nutteilung, N der Gesamtanzahl

der Nuten und n der mechanischen Drehzahl (n in [1/min, τ_N in [mm], restliche Größen in SI Einheiten). Der Faktor β kann durch folgenden Gleichung [62] berechnet werden. Es gilt:

$$\beta = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\frac{2}{h}}{\sqrt{1 + (\frac{2}{h})^2}} \right) \quad (6.22)$$

Hierbei ist $h = b_o/\delta$, wobei in unserem Fall $\delta = \delta_{min} = 0.7mm$ gesetzt wird. Der Parameter k_0 wird als spezifische Oberflächenwärme bezeichnet. Sein Wert hängt von der Materialart des Polschuhs ab. Für dünne Bleche gilt ein Wert von etwa 1.8 [62].

Zusatzverluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt

Durch den Verlauf der Felderregerkurve entstehen ebenfalls Verluste, die sich als Wirbelstromverluste in der Läuferoberfläche bemerkbar machen. Die spezifische Verlustdichte berechnet sich nach [63] aus

$$V_0 = 0.8 \left(\frac{\tau_N}{\delta_{min}} \right)^2 k_0 \left(\frac{\Theta_N}{1000} \right)^2 \left(\frac{Nn}{10000} \right)^{1.5} k_{oz}. \quad (6.23)$$

Hierbei ist k_0 die dimensionslose Oberflächenwärme (vgl. Gleichung (6.21)). Der Parameter k_{oz} ist ein Korrekturfaktor, der vom Verhältnis der Nutschlitzbreite b_o zur Luftspaltweite abhängt. Nach [63] ergibt sich ein Wert 0.275. Die maximale Nutdurchflutung Θ_N errechnet sich in Abhängigkeit der Nutfläche und der Stromdichte mit

$$\Theta_N = J k_F A_{Nut}. \quad (6.24)$$

Multipliziert man (6.24) mit der Oberfläche des Läufers, die näherungsweise mit $D_i \pi l_i$ abgeschätzt wird, und berücksichtigt man den Effektivwert, erhält man die Verluste zu

$$P_{VO1} = V_0 \frac{D_i \pi l_i}{2}. \quad (6.25)$$

Mechanische Verluste

Die mechanischen Verluste setzen sich aus den Oberflächenreibungsverlusten des Rotors in Luft und den Lagerverlusten der Maschine zusammen. Für die Oberflächenreibungsverluste an den Zylinderoberflächen des Läufers gilt die Näherungsformel nach [68]:

$$P_{VO}[kW] = k D_i \pi l_{Fe} (D_i \pi n)^3 \quad (6.26)$$

mit $k = 3 \cdot 10^{-6} \frac{kWs^3}{m^5}$. Die Reibungsverluste an den Stirnflächen berechnen sich ähnlich:

$$P_{VOS}[kW] = 1000k_s D_i^2 (D_i \pi n)^3. \quad (6.27)$$

Hierbei wird $k_s = 2 \cdot 10^{-6} \frac{kWs^3}{m^5}$ gesetzt. Als dritter Anteil werden die Lagerverluste berechnet. Es gilt

$$P_{VL} = 2\mu_L F_L v_L \quad (6.28)$$

$$F_L = m_{rotor} \frac{g}{2} = \rho_{Fe} \frac{(D_i^2 - d_w^2)\pi}{4} l_i \frac{g}{2} \quad (6.29)$$

$$v_L \cong d_l \pi n. \quad (6.30)$$

Es ist F_L die Gewichtskraft des Rotors je Lager, g die Erdbeschleunigung, m_{rotor} die Masse des Läufers, ρ_{Fe} das spezifische Gewicht des Läuferblechs v_L die Lagerumfangsgeschwindigkeit (abgeschätzt) und d_L ein angenommener Wert für den Lagerdurchmesser ($d_L = 70mm$). Für den Reibungskoeffizienten μ_L wird ein Wert von 0.001 angenommen. Damit ergeben sich die mechanischen Verluste P_{Vmech} aus der Summe der Einzelverluste zu:

$$P_{Vmech} = P_{VO} + P_{VOS} + P_{VL} \quad (6.31)$$

6.1.3 Leistungsbilanz und Wirkungsgradberechnung

Die Leistungsbilanz der Maschine wird ausgehend von der inneren Leistung P_i errechnet. Damit gilt für die zugeführte Leistung der Maschine

$$P_{zu} = P_i + P_{Vcu} + P_{VFe} \quad (6.32)$$

und für die abgegebene Leistung

$$P_{ab} = P_i - P_{VO0} - P_{VO1} - P_{VO} - P_{VOS} - P_{VL}. \quad (6.33)$$

Der Quotient aus abgegebener zu zugeführter Leistung liefert den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}. \quad (6.34)$$

6.2 Abschätzung der mechanischen Festigkeit des Läufers

Der Entwurf einer optimalen Maschine hängt wesentlich von der mechanischen Festigkeit der Läuferkonstruktion ab. Dabei ist für die Abschätzung

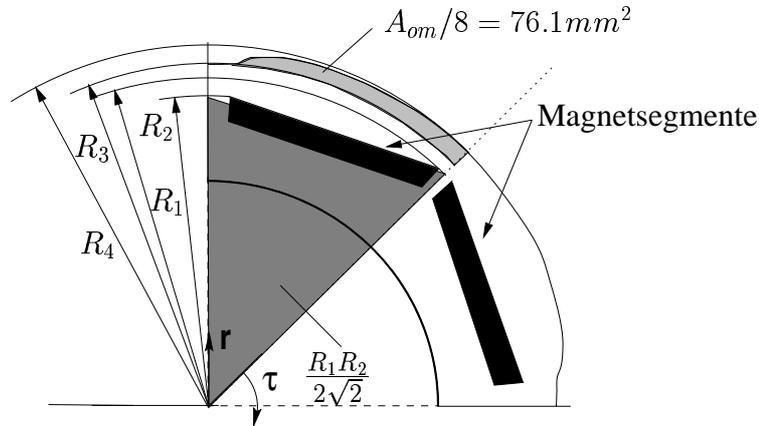


Abbildung 6.3: Skizze eines Läufer Viertels zur Erläuterung der Berechnung der mechanischen Festigkeit

der mechanischen Festigkeit bei Schleuderdrehzahl $n_{schl} = 1,2n_{max}$ gemäß IEC34-1 [79] zugrunde zu legen. Die größten mechanischen Belastungen treten aufgrund der Kerbwirkungen an den Enden der Hartmagnetsegmente auf. Um sicherzustellen, daß die gefundenen Maschinenentwürfe den Belastungen bei Maximaldrehzahl standhalten, müssen die Maximalkräfte, die im Läufer an den kritische Stellen auftreten, abgeschätzt werden. Als Ersatzmodell zur Berechnung dient das Modell eines dünnen Ringes, dessen Masse sich aus der Eisenmasse des Läufer Eisens oberhalb der Magnete errechnet. Die Bezeichnungen in den folgenden Formeln findet man in Abbildung 6.3.

Zuerst wird die Fläche des Läuferquerschnitts oberhalb der Magnete berechnet. Es gilt

$$A = \pi R_3^2 + A_{om} - 2\sqrt{2}R_1R_2 \quad (6.35)$$

Bei der Berechnung der Fläche oberhalb der Hartmagnetsegmente (6.35) wird ein kleiner Fehler toleriert, der dadurch entsteht, daß die Magnete nicht bis an den Rand bzw. in die Mitte heranreichen. Der zweite Term $A_{om} = 572.31\text{mm}^2$ ist der Anteil der Fläche, die in Abbildung 6.3 hellgrau markiert ist, allerdings für den gesamten Läuferquerschnitt. Auf eine genaue Herleitung der Integration der Fläche aus dem Verlauf des Luftspalts wird hier verzichtet. Die Ersatzfläche des dünnen Ringes wird entweder mit

$$A_r = \pi(R_3^2 - R_1^2) \quad (6.36)$$

oder

$$A_r = \pi(R_4^2 - R_2^2) \quad (6.37)$$

berechnet. Das bedeutet, man berechnet die Ersatzfläche entweder in der Mitte des Pols oder am Rand. Gewählt wird der jeweils kleinere, also ungünstigere Wert. Das Gewicht des Ringes wird aus der Dichte des Ringes (ρ_{Fe}) und aus dem Verhältnis der Flächen A zu A_r berechnet:

$$\rho_e = \frac{A}{A_r} \rho_{Fe}. \quad (6.38)$$

Nun läßt sich die Spannung im Ersatzring bestimmen.

$$\sigma_z = \left(\frac{R_3 + R_1}{2}\right)^2 (2\pi n_{schl})^2 \rho_{Fe} \quad (6.39)$$

bzw.

$$\sigma_z = \left(\frac{R_4 + R_2}{2}\right)^2 (2\pi n_{schl})^2 \rho_{Fe} \quad (6.40)$$

Zur Berücksichtigung der Kerbwirkung an den Enden der Magnete gilt als maximale Spannung

$$\sigma_{max} = 2\sigma_z. \quad (6.41)$$

Als maximal zulässige Spannung für das gewählte Elektroblech im Läufer bei einer Maximaldrehzahl von $16000/min$ und $20000/min$ gilt ein Wert von $\sigma_{max} = 450 \frac{N}{mm^2}$. Oberhalb dieses Wertes ist mit einer Verformung des Läufers zu rechnen. Diese Abschätzung der Festigkeit des Läufers wurde durch eine genauere Festigkeitsberechnung mit Hilfe des Finite-Elemente-Programms ANSYS [76] für die in Abbildung 6.3 dargestellte Läufergeometrie verifiziert. Die Berechnung wurde von einer Firma, die Motoren mit dem hier vorgestellten Konstruktionsprinzip herstellen, durchgeführt.

6.3 Begrenzung der thermischen Belastung der Ständerwicklung

Zur Begrenzung der Belastung wird als vereinfachtes thermisches Modell das Produkt aus Strombelag und Stromdichte AJ im Ständer zusätzlich begrenzt [67]. Das Produkt AJ berechnet sich aus

$$AJ = \frac{2mw_1 I_1}{D_i \pi} J. \quad (6.42)$$

Als maximal zulässigen Wert für AJ wird $7000 \frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$ angenommen. Dieser Wert wurde experimentell bei einem Hersteller für Spindelantriebe mit Flüssigkeitsmantelkühlung im Dauerbetrieb ermittelt, wenn die mittlere Wicklungstemperatur 145° nicht übersteigen soll.

Wie im Beispiel von Kapitel 5 wird die Windungszahl w_1 je Strang unverändert beibehalten (hier: $w_1=45$); die sich ergebende Spannung muß an die tatsächliche Umrichter Ausgangsspannung nach Abschluß der Optimierung durch geeignete Wahl von w_1 angepaßt werden. Es ändern sich somit U , I , w_1 , und q_{cu} aber nicht J , A und k_F , vorausgesetzt, daß die Windungszahl beliebig genau angepaßt werden kann.

6.4 Aufgabenstellung

Gesucht wird ein Maschinenentwurf, der sowohl bei Nenndrehzahl $6000/min$ als auch bei Maximaldrehzahl ($16000/min$, $20000/min$) maximale Leistung abgibt, unter Berücksichtigung konstanter Klemmenspannung, begrenzter thermischer Belastung der Ständerwicklung und Einhaltung der mechanischen Festigkeitsgrenze des Rotors.

Die Aufgabenstellung zur Optimierung des Antriebes hinsichtlich seines Betriebsverhaltens wird als vektorielle Parameteroptimierungsaufgabe behandelt. Zur Lösung der Aufgabe werden insgesamt neun frei veränderbare Entwurfparameter (x_1, x_2, \dots, x_9), drei Zielfunktionen und zwei Restriktionsfunktionen definiert. Die sieben geometrischen Entwurfparameter sind

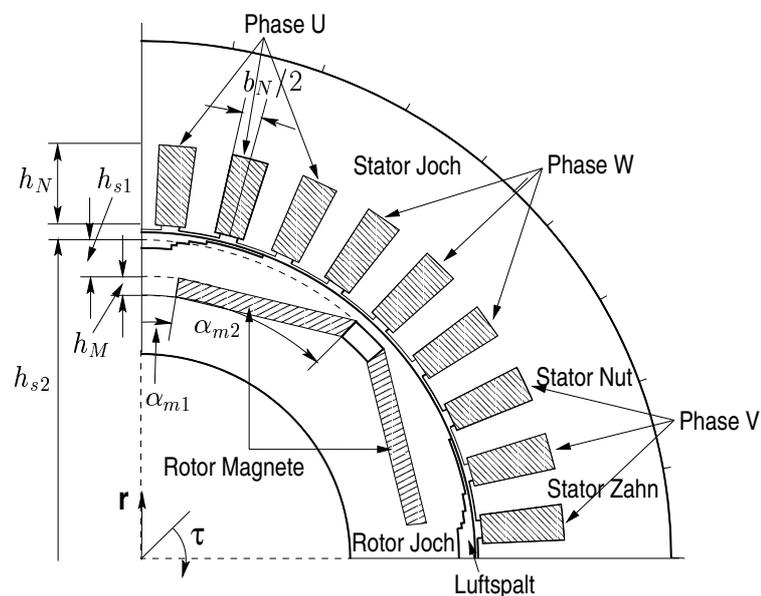


Abbildung 6.4: Geometrische Entwurfparameter der Synchronmaschine ($x_1 = b_N/2$, $x_2 = h_N$, $x_3 = h_{s1}$, $x_4 = h_M$, $x_5 = \alpha_{M2}$, $x_6 = h_{s2}$, $x_7 = \alpha_{M1}$).

in Abbildung 6.4 eingetragen. Hinzu kommen als achter und neunter Entwurfsparameter die Ständerstromdichte J und der Winkel κ , durch den die Lage des Ständerfeldes gegenüber dem Läuferfeld verschoben werden kann [77] (vgl. Abbildung 4.6, 6.5). Der Zielfunktionsvektor besteht aus drei Zielen. Maximiert wird die abgegebene Leistung P_{ab} der Maschine bei Nenn-drehzahl und bei Maximaldrehzahl, minimiert wird die Spannungsdifferenz $|\Delta U|$. Sie errechnet sich aus der Klemmenspannung U der Maschine bei Maximaldrehzahl und Nenndrehzahl. Die Entwurfsparameter sind innerhalb fester Ober- und Untergrenzen veränderbar. Die Restriktionsfunktionen *mechanische Festigkeit* und *thermische Belastbarkeit* stellen sicher, daß weder die mechanische Festigkeit des Läufers, noch die thermische Belastung der Ständerwicklung überschritten werden. Es ergibt sich die folgende Vektoroptimierungsaufgabe:

$$\begin{aligned}
& \max P_{ab,6000} && (6.43) \\
& \max P_{ab,(16000,20000)} \\
\min \Delta U = & |U_{1,6000} - U_{1,(16000,20000)}| \\
& \vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9) \\
& 1.5^\circ \leq b_N/2 \leq 3.5^\circ \\
& 10mm \leq h_N \leq 20mm \\
& 0.1mm \leq h_{s1} \leq 3mm \\
& 2mm \leq h_M \leq 7mm \\
& 35^\circ \leq \alpha_{M2} \leq 43^\circ \\
& 45mm \leq h_{s2} \leq 55.1mm \\
& 2^\circ \leq \alpha_{M1} \leq 10^\circ \\
& 1 \frac{A}{mm^2} \leq J \leq 14 \frac{A}{mm^2} \\
& -90^\circ \leq \kappa \leq 80^\circ \\
& \sigma_{max} \leq 450 \frac{N}{mm^2} \\
& AJ \leq 7000 \frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}
\end{aligned}$$

Die Spannungsdifferenz-Minimierung dient dem Ziel, die Konstantspannungsbedingung zu erfüllen. Es wird eine Grenze $\Delta U = 20V$ angenommen. Da sich bei gegebener Windungszahl $w_1 = 45$ Klemmenspannungen von etwa $200V$ einstellen (siehe 6.2, 6.3), entspricht das etwa 10% der Klemmenspannung, was relativ viel ist. Aus Gründen der Rechenzeitbeschränkung wurde mit diesem Wert gerechnet; natürlich steht einer Wahl von z.B. $\Delta U = 10V$ ($\hat{=}$ ca. 5% von U) prinzipiell nichts entgegen.

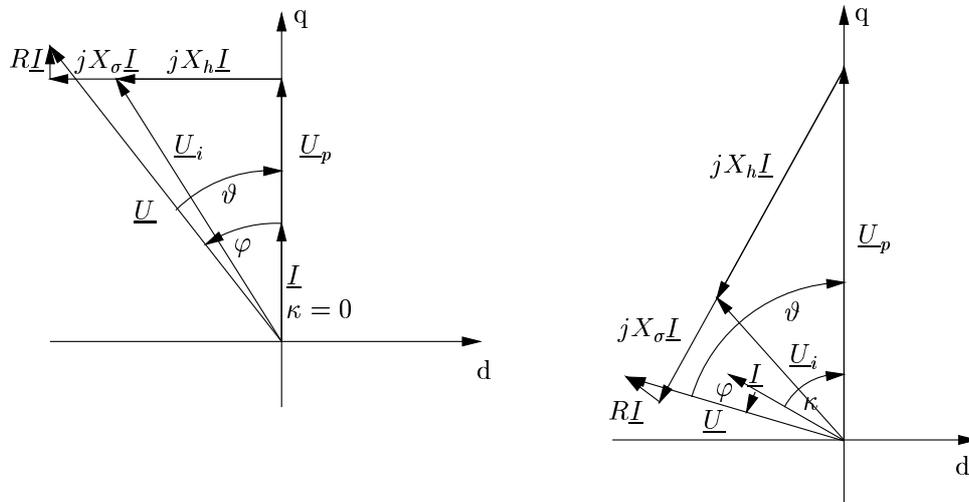


Abbildung 6.5: Links: Zeigerdiagramm für den feldorientierten Betrieb im Nennpunkt. Rechts: Zeigerdiagramm für den Feldschwächbetrieb für Maximaldrehzahl. Beide Zeigerdiagramme im Verbraucherzählpfeilsystem.

Zur Lösung der Vektoroptimierungsaufgabe werden jeweils zwei Feldberechnungen benötigt. Nachdem der Algorithmus einen neuen Parametersatz generiert hat, wird zu Beginn überprüft, ob die beiden Restriktionen erfüllt sind. Ist dies nicht der Fall, werden keine Feldberechnungen ausgeführt, sondern es wird solange ein neuer Satz von Parameter erzeugt, bis die Restriktionen erfüllt sind. In Abbildung 6.6 ist das Ablaufdiagramm zur Erzeugung eines zulässigen Punktes dargestellt. Bei einer Drehzahl von $6000/min$ wird mit der maximalen Ständerstromdichte von $14A/mm^2$ und einem festen Stromphasenwinkel gerechnet, der einem feldorientierten Betrieb entspricht. Hierbei steht der Flußzeiger des Ständerfeldes senkrecht auf dem Flußzeiger des Läuferfeldes und es gilt $|\theta| = |\varphi|$ (vgl. Abbildung 6.5). Im Feldschwächbereich für hohe Drehzahl ($16000/min$ bzw. $20000/min$) werden sowohl der Stromphasenwinkel als auch die Stromdichte im Ständer verändert, um hierdurch die Konstantspannungsbedingung zu erfüllen.

6.5 Ergebnisse

Gegenüber dem vorangegangenen Beispiel in Kapitel 5, können aus Gründen der Begrenzung der Rechenzeit, bei dieser Aufgabe weitaus weniger Feldberechnungen durchgeführt werden. Es muß ein Viertel der Maschine diskretisiert werden, was zu einem Problem mit knapp 10000 Gitterpunkten führt.

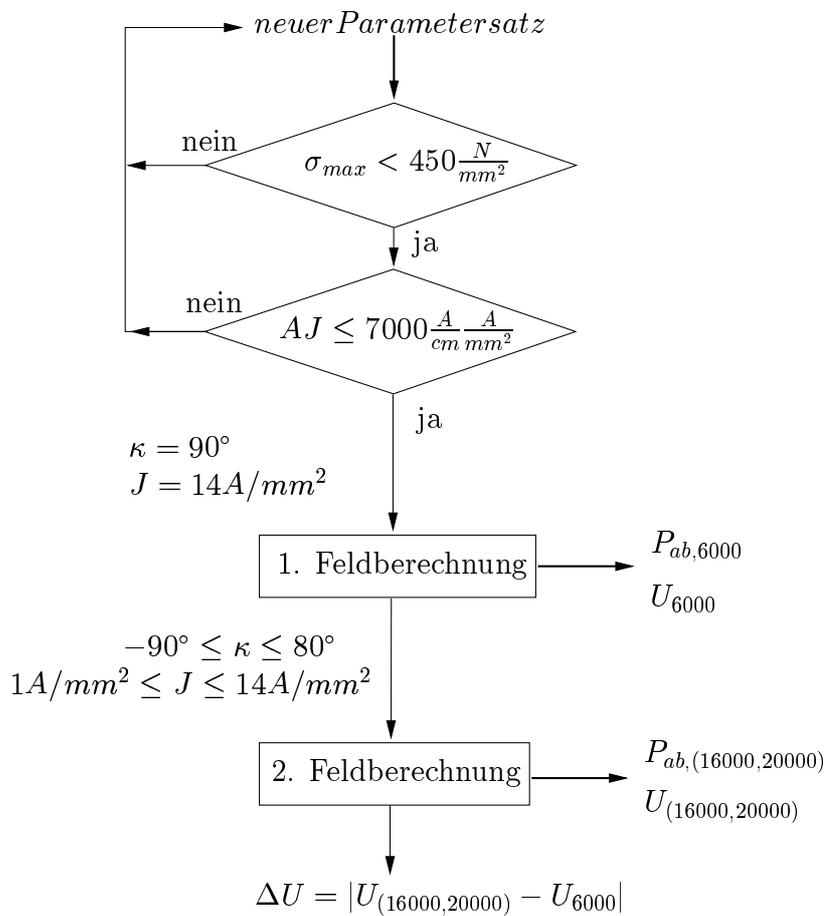


Abbildung 6.6: Ablaufdiagramm zur Berechnung einer Variante von Aufgabe (6.43)

Da das Finite-Differenzen-Netz keine beliebigen Materialkonturen zuläßt, führen Schrägen, wie sie durch die geneigten Magnete im Läufer entstehen, zu numerisch ungünstigen Gitternetzen. Es kann nicht verhindert werden, daß Gitterlinien entstehen, die sehr nahe beieinanderliegen, was sich stark negativ auf die Konvergenzgeschwindigkeit bei der Lösung der Feldgleichungen auswirkt. Zusätzlich verlangt eine Berechnung des Zielfunktionsvektors insgesamt zwei Feldberechnungen, nämlich bei Nenn- und bei Maximaldrehzahl.

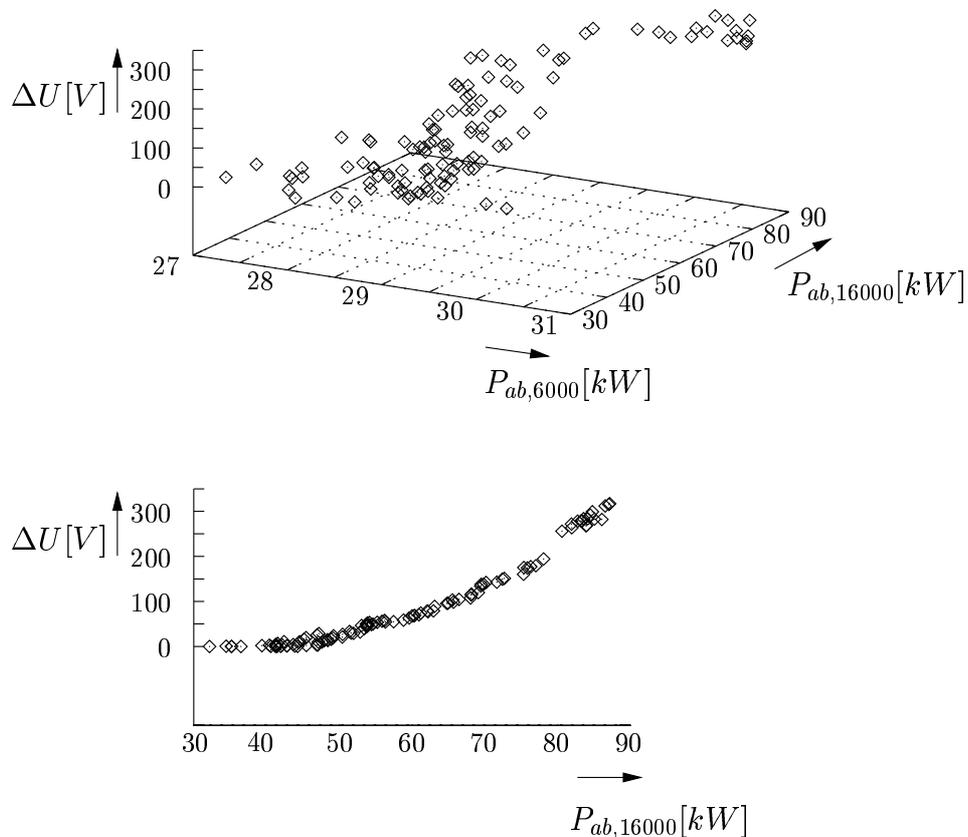


Abbildung 6.7: Gesamte PARETO-Menge für $n_{max} = 16000/min$ von Aufgabe (6.43)

6.5.1 Maximaldrehzahl 16000/min

Abbildung 6.7 zeigt die gesamte Lösungsmenge nach 4191 Suchschritten. Der Bereich der abgegebenen Leistung bei Nenndrehzahl (6000/min) ist deutlich kleiner, als der Bereich der Leistungen für die Maximaldrehzahl (16000/min). Bei Nenndrehzahl sind Leistungen von 27.1kW... 30.8kW und bei Maximaldrehzahl Leistungen von 32.1kW... 87.2kW möglich. Projiziert man die PARETO-Menge auf die Ebene, die durch die beiden Achsen ΔU und $P_{ab,16000}$ aufgespannt wird (Abbildung 6.7, unten), erkennt man, daß die Spannung bis etwa 47kW konstant bleibt und ab diesem Wert langsam ansteigt. Zur Lösung der Konstruktionsaufgabe sind die Teile der PARETO-Menge interessant, bei der die Spannungsdifferenz klein bleibt. Abbildung 6.8 zeigt den Ausschnitt aus der PARETO-Menge für eine Spannungsdifferenz $\Delta U < 20V$. Hierbei sind für Nenndrehzahl Leistungen zwischen 27.10kW

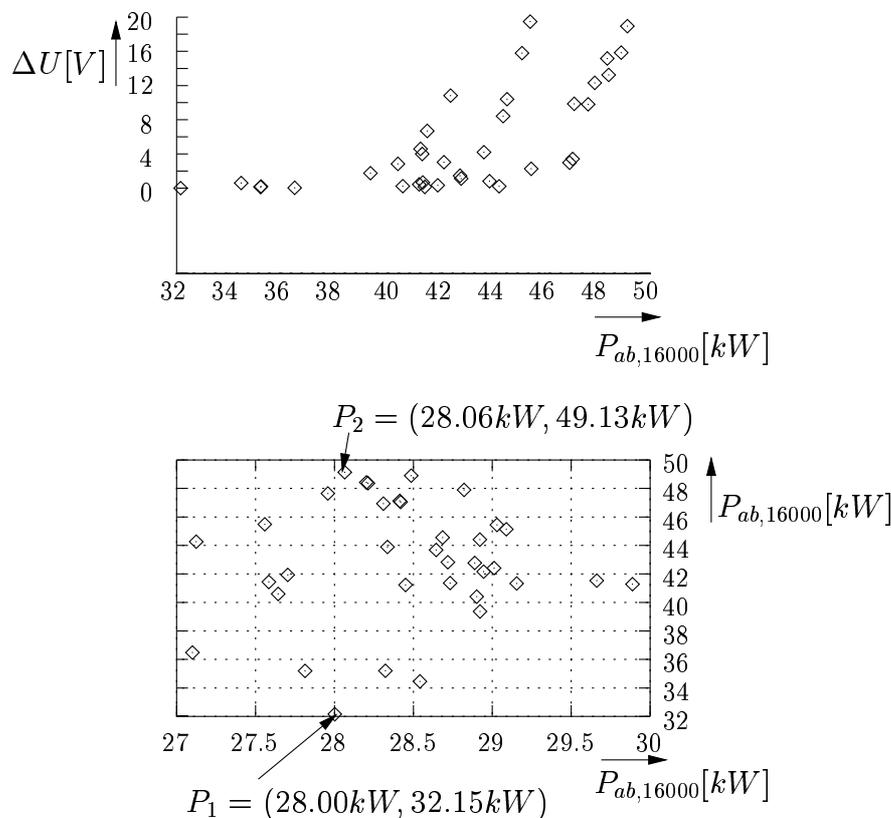


Abbildung 6.8: Ausschnitt aus der PARETO-Menge für $n_{max} = 16000/min$ von Aufgabe (6.43), für $\Delta U < 20V$

und 29.88 kW und für Maximaldrehzahl Leistungen zwischen 32.15 kW und 49.13 kW möglich. Es existiert keine Lösung, die bei Nenn- und Maximaldrehzahl die gleiche abgegebene Leistung haben. Diese Tatsache ist aber nicht weiter störend, da die Leistung der Maschine für Maximaldrehzahl, wie bereits oben erwähnt, durch eine Reduktion des Ständerstromes verkleinert werden kann. Aus der reduzierten PARETO-Menge werden zwei mögliche Konstruktionen ausgewählt und näher untersucht. Als erste Variante (P_1) wird die Konstruktion mit der kleinsten Leistung bei Maximaldrehzahl ausgewählt, als zweite mögliche Lösung (P_2) die Variante mit der höchsten Leistung bei Maximaldrehzahl. Variante P_1 besitzt keine Spannungsdifferenz zwischen Nenn- und Maximaldrehzahl, bei Variante P_2 beträgt die Spannungsdifferenz $\Delta U = 18.95 \text{ V}$. Die zusammengefassten Ergebnisse der ausgewählten Maschinenentwürfe P_1 , P_2 sind auf den folgenden Seiten dargestellt.

Am deutlichsten unterscheiden sich die beiden Varianten in der Magnethö-

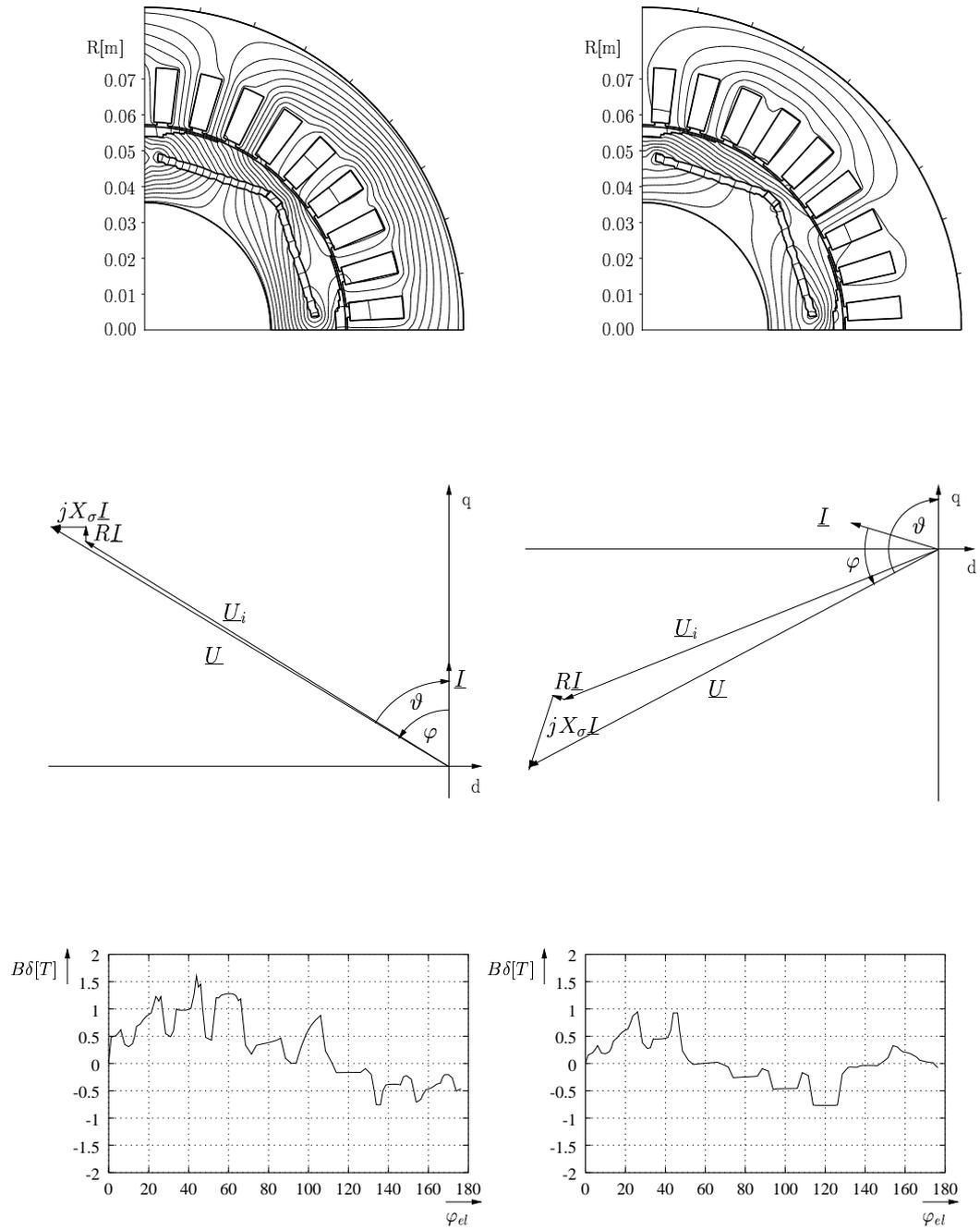


Abbildung 6.9: Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_1 . Links $n = 6000/min$, rechts $n = 16000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002V s/m$.

Tabelle 6.2: Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_1 , für eine Maximaldrehzahl von 16000/min

	6000/min	16000/min
$b_N/2$	2.43°	
h_N	15.14mm	
h_{s1}	3.21mm	
h_M	2.07mm	
α_{m2}	42.59°	
h_{s2}	52.57mm	
α_{m1}	4.49°	
J	14 A/mm ²	11.86 A/mm ²
κ	0.0°	72.45°
1. Harmonische des Luftspaltfelds B_1	0.82T	0.29T
Phasenwinkel φ	58.89°	46.15°
Polradwinkel θ	58.89°	118.60°
Ständerstrom I	66.51A	56.10A
Nutstreuung je Strang $L_{\sigma Nut}$	0.15mH	
Stirnstreuung je Strang $L_{\sigma Stirn}$	0.11mH	
Oberwellenstreuung je Strang $L_{\sigma O}$	0.19μH	
Wicklungswiderstand bei 140°C R	0.14Ω	
Klemmenspannung U	292.71V	292.71V
Stromwärmeverluste P_{Vcu}	1.84kW	1.32kW
Verluste im Ständereisen P_{VFe}	0.17kW	0.55kW
Zusatzverluste durch Ankernutung P_{VO0}	54.60W	29.65W
Zusatzverluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt P_{VO1}	132.25W	447.53W
Mechanische Verluste $P_{V,mech}$	14.21W	181.13W
Zugeführte Leistung P_{zu}	30.21kW	34.68kW
Abgegebene Leistung P_{ab}	28.00kW	32.15kW
Wirkungsgrad η	0.93	0.93
Thermische Belastung AJ	6864.03 $\frac{A}{cm \cdot mm^2}$	5789.69 $\frac{A}{cm \cdot mm^2}$
Mechanische Spannung (16000/min) σ_z	214.56 $\frac{N}{mm^2}$	

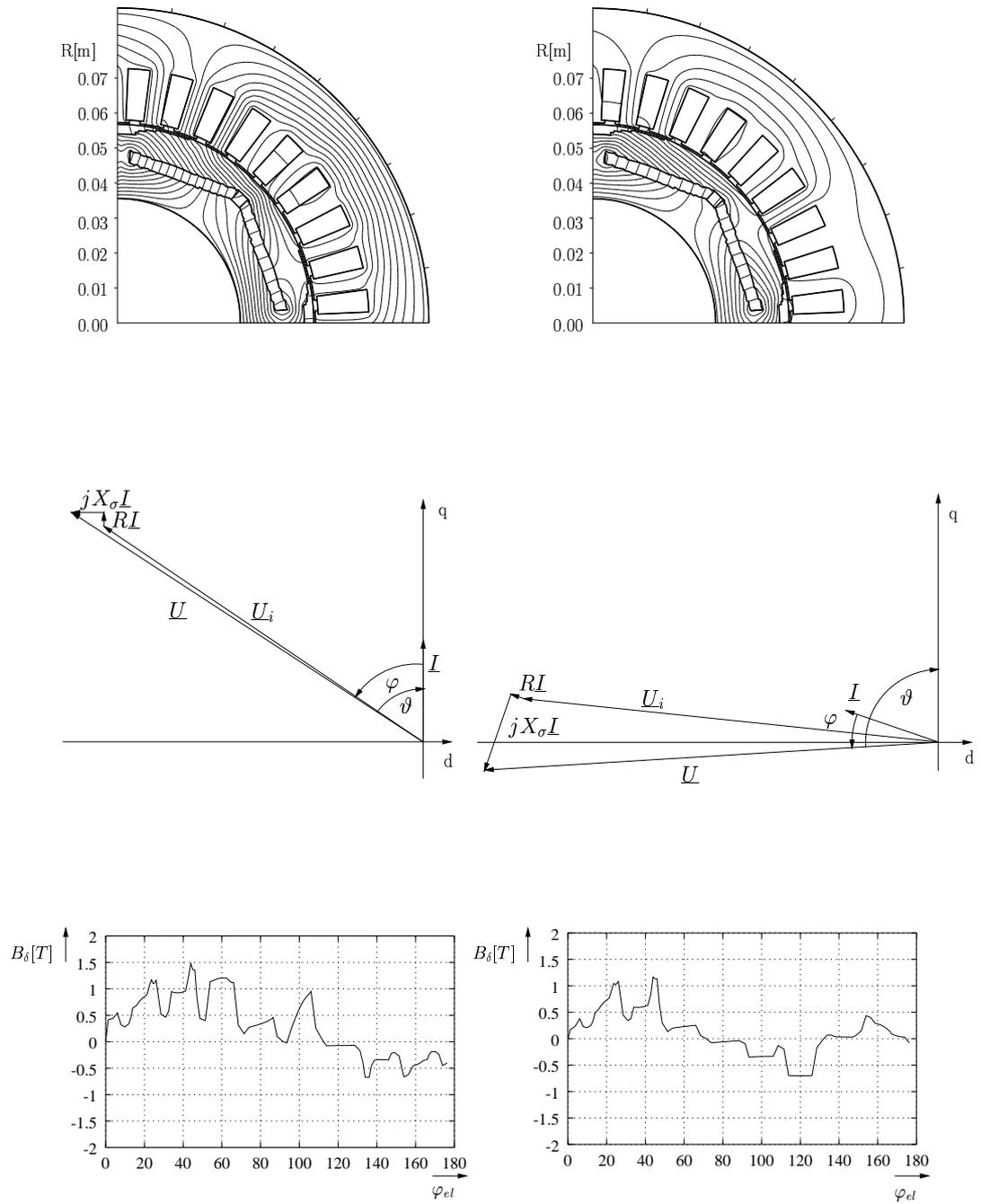


Abbildung 6.10: Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_2 . Links $n = 6000/min$, rechts $n = 16000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002Vs/m$.

Tabelle 6.3: Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_2 , für eine Maximaldrehzahl von 16000/min

	6000/min	16000/min
$b_N/2$	2.53°	
h_N	14.67mm	
h_{s1}	2.31mm	
h_M	3.42mm	
α_{m2}	43.00°	
h_{s2}	51.64mm	
α_{m1}	4.37°	
J	14 A/mm ²	13.24A/mm ²
κ	0.0°	71.42°
1. Harmonische des Luftspaltfelds B_1	0.73T	0.31T
Phasenwinkel φ	56.82°	21.99°
Polradwinkel θ	56.82°	93.42°
Ständerstrom I	66.58A	62.96A
Nutstreuung je Strang $L_{\sigma Nut}$	0.14mH	
Stirnstreuung je Strang $L_{\sigma Stirn}$	0.11mH	
Oberwellenstreuung je Strang $L_{\sigma O}$	0.19μH	
Wicklungswiderstand bei 140°C R	0.14Ω	
Klemmenspannung U	275.37V	294.32V
Stromwärmeverluste P_{Vcu}	1.85kW	1.65kW
Verluste im Ständereisen P_{VFe}	0.15kW	0.67kW
Zusatzverluste durch Ankernutung P_{VO0}	48.02W	33.64W
Zusatzverluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt P_{VO1}	133.81W	564.07W
Mechanische Verluste $P_{V,mech}$	14.21W	181.13W
Zugeführte Leistung P_{zu}	30.26kW	52.23kW
Abgegebene Leistung P_{ab}	28.06kW	49.13kW
Wirkungsgrad η	0.93	0.94
Thermische Belastung AJ	6962.09 $\frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$	6584.14 $\frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$
Mechanische Spannung (16000/min) σ_z	214.94 $\frac{N}{mm^2}$	

he und dem daraus resultierenden Magnetvolumen. Variante P_2 besitzt ein um 63% größeres Magnetvolumen als Variante P_1 . Der Steuerwinkel κ , der die Lage des Ständerfelds bei Maximaldrehzahl bestimmt, ist bei beiden Varianten etwa identisch ($P_1 : 12.45^\circ$, $P_2 : 11.42^\circ$). Der kleinere Polradfluß aufgrund der dünneren Magnete bei Variante P_1 führt bei Maximaldrehzahl zu einem größeren Polradwinkel und Phasenwinkel, wodurch sich eine um 35% kleinere Maschinenleistung ergibt ($P_1 : 32.15kW$, $P_2 : 49.13kW$).

Beide Varianten sind thermisch hoch ausgenutzt, die Werte liegen an der Restriktionsgrenze ($P_1 : 6864.03 \frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$, $P_2 : 6962.09 \frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$). Die mechanische Festigkeitsbedingung spielt keine entwurfsbestimmende Rolle. Mit Werten von $214 \frac{N}{mm^2}$ liegen beide Lösungen weit von der maximal zulässigen Spannung von $450 \frac{N}{mm^2}$ entfernt.

6.5.2 Maximaldrehzahl 20000/min

Erhöht man die Drehzahl der Maschine auf 20000/min, hat die PARETO-Menge einen ähnlichen Verlauf wie bei 16000/min. Abbildung 6.11 zeigt die PARETO-Menge nach 5576 Iterationen. Während der Bereich der optimalen Lösungen für Nenndrehzahl nahezu identisch ist mit den Lösungen für eine Maximaldrehzahl von 16000/min, sind die Leistungen bei 20000/min, entsprechend der Drehzahlerhöhung um 25%, deutlich größer. Die maximale Leistung bei einer Drehzahl von 20000/min beträgt 113.6kW

($P_{max,16000} : 87.2kW$). Es findet sich der gleiche lineare Verlauf im Spannungsanstieg mit steigender Leistung bei Maximaldrehzahl. Die Differenzspannungen zwischen Nenndrehzahl und Maximaldrehzahl liegen zwischen 0V und einem Wert von $\Delta U=517.5V$. Entfernt man auch hier alle Punkte, deren Spannungsdifferenz ΔU größer als 20V betragen, ergibt sich eine reduzierte PARETO-Menge, die in Abbildung 6.12 dargestellt ist. Der Bereich der möglichen Varianten bei Nenndrehzahl ist etwas geringer im Vergleich zu einer Maximaldrehzahl von 16000/min. Es sind Leistungen im Bereich von

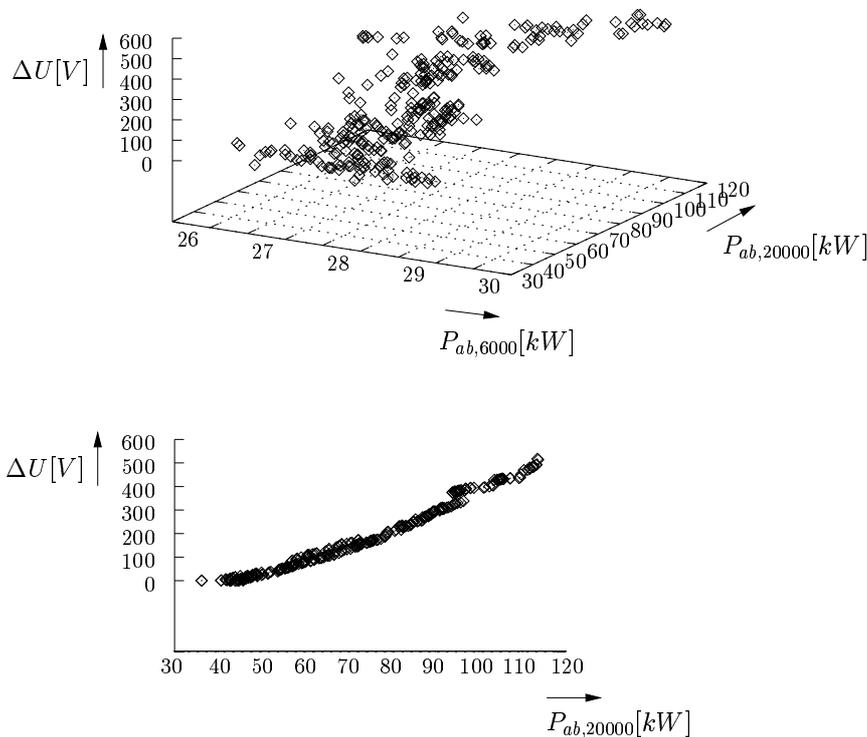


Abbildung 6.11: Gesamte PARETO-Menge für $n_{max} = 20000/min$ von Aufgabe (6.43)

25.8kW ... 28.6kW möglich.

Aus der Menge werden zwei Varianten ausgewählt, die in Abbildung 6.12, unten eingetragen sind. Wie auch bei einer Maximaldrehzahl von 16000/min, unterscheiden sich die beiden gewählten Entwürfe in erster Linie durch die Magnetmasse im Läufer. Variante P_4 hat etwa 34% mehr Magnetmasse als Variante P_3 und eine um 35% höhere Leistung bei Maximaldrehzahl. Während die thermische Belastung beider Varianten in der Nähe der Restriktionsgrenze liegt, ($P_3 : 6923.91 \frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$, $P_4 : 6987.26 \frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$), liegen die Werte der mechanischen Belastung des Ständers unterhalb des Grenzwertes von $450 \frac{N}{mm^2}$ ($P_3 : 390.70 \frac{N}{mm^2}$, $P_4 : 336.93 \frac{N}{mm^2}$). Bei gleichen Wicklungsdaten der Ständerwicklung haben die beiden gewählten Entwürfe eine etwas geringere Klemmenspannung (z.B. $P_{1,16000} : 292.71V$, $P_{3,20000} : 275.37V$).

Auf den folgenden Seiten finden sich die Daten der untersuchten Varianten P_3 und P_4 .

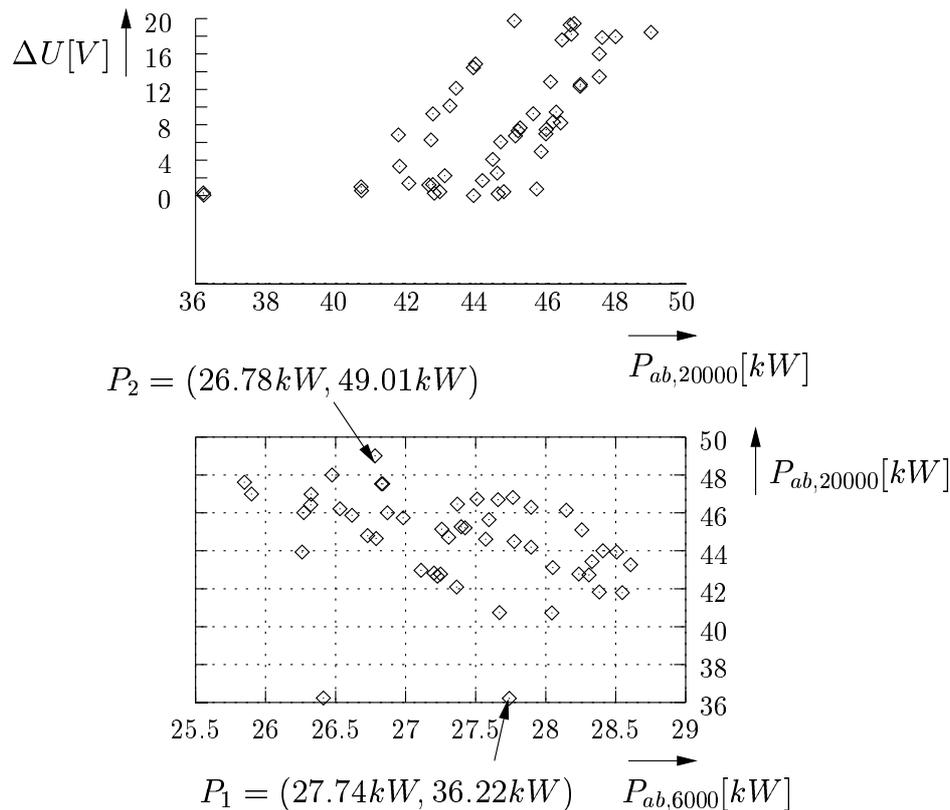


Abbildung 6.12: Ausschnitt aus PARETO-Menge für $n_{max} = 20000/min$ von Aufgabe (6.43), für $\Delta U < 20V$.

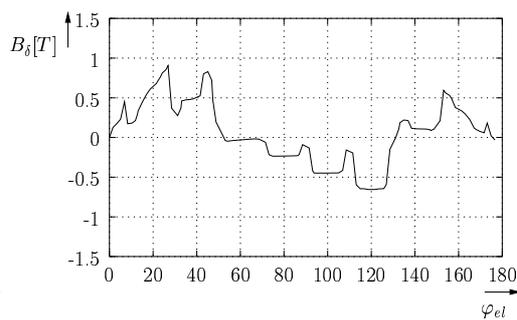
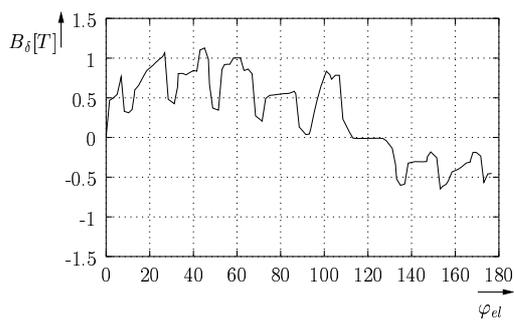
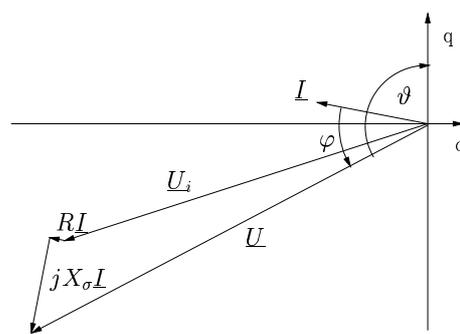
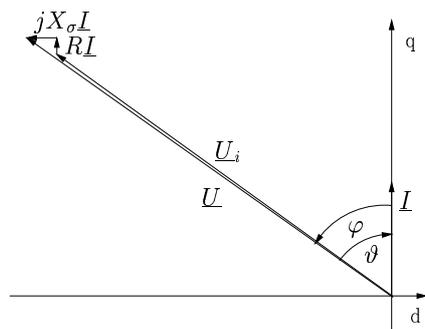
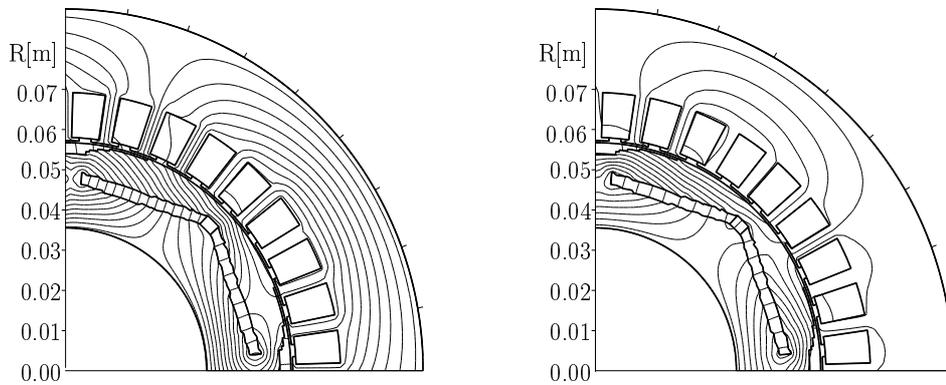


Abbildung 6.13: Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_1 . Links $n = 6000/min$, rechts $20000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002V s/m$.

Tabelle 6.4: Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_1 , für eine Maximaldrehzahl von 20000/min

	6000/min	20000/min
$b_N/2$	3.38°	
h_N	11.16mm	
h_{s1}	3.21mm	
h_M	2.91mm	
α_{m2}	42.85°	
h_{s2}	52.69	
α_{m1}	4.87°	
J	14 A/mm ²	13.74A/mm ²
κ	0.0°	78.89°
1. Harmonische des Luftspaltfelds B_1	0.73T	0.20T
Phasenwinkel φ	54.36°	38.80°
Polradwinkel θ	54.36°	117.68°
Ständerstrom I	65.88A	64.66A
Nutstreuung je Strang $L_{\sigma Nut}$	0.097mH	
Stirnstreuung je Strang $L_{\sigma Stirn}$	0.11mH	
Oberwellenstreuung je Strang $L_{\sigma O}$	0.19μH	
Wicklungswiderstand bei 140°C R	0.14Ω	
Klemmenspannung U	258.39V	258.70V
Stromwärmeverluste P_{Vcu}	1.83kW	1.76kW
Verluste im Ständereisen P_{VFe}	0.19kW	0.72kW
Zusatzverluste durch Ankernutung P_{VO0}	42.97W	19.91W
Zusatzverluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt P_{VO1}	130.94W	767.64W
Mechanische Verluste $P_{V,mech}$	14.21W	339.46W
Zugeführte Leistung P_{zu}	29.94kW	40.18kW
Abgegebene Leistung P_{ab}	27.74kW	36.22kW
Wirkungsgrad η	0.93	0.90
Thermische Belastung AJ	6923.91 $\frac{A}{cm \cdot mm^2}$	6795.32 $\frac{A}{cm \cdot mm^2}$
Mechanische Spannung (20000/min) σ_z	390.70 $\frac{N}{mm^2}$	

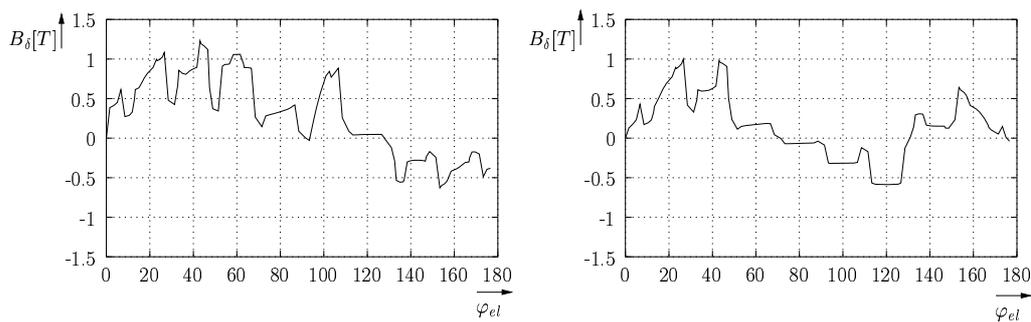
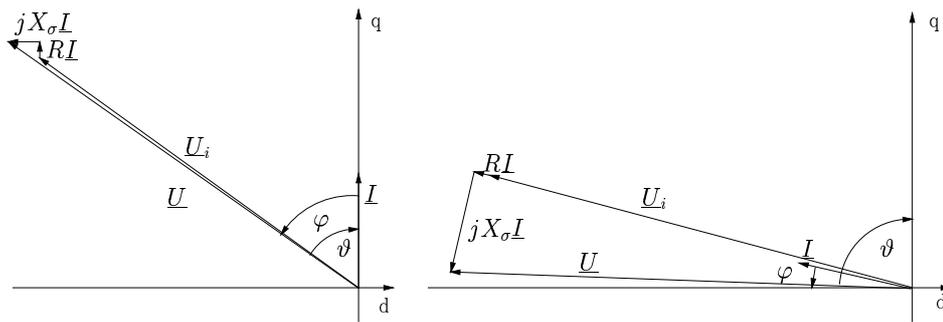
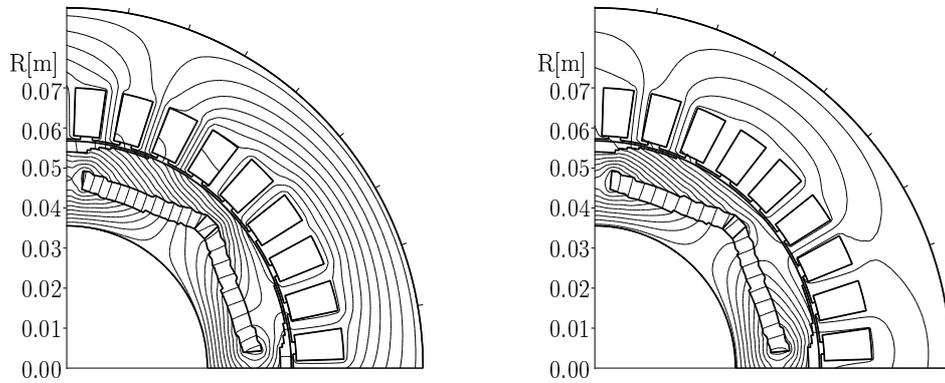


Abbildung 6.14: Optimierter Entwurf mit Zeigerdiagramm und Luftspaltfeld an Auswertepunkt P_2 . Links $n = 6000/min$, rechts $20000/min$. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.002Vs/m$.

Tabelle 6.5: Kenndaten des optimierten Entwurfs an Auswertepunkt P_2 , für eine Maximaldrehzahl von 20000/min

	6000/min	20000/min
$b_N/2$	3.17°	
h_N	11.97mm	
h_{s1}	2.74mm	
h_M	4.66mm	
α_{m2}	42.84°	
h_{s2}	52.16mm	
α_{m1}	5.02°	
J	14 A/mm ²	13.95A/mm ²
κ	0.0°	77.03°
1. Harmonische des Luftspaltfelds B_1	0.69T	0.23T
Phasenwinkel φ	54.35°	10.73°
Polradwinkel θ	54.35°	87.76°
Ständerstrom I	66.49A	66.27A
Nutstreuung je Strang $L_{\sigma Nut}$	0.11mH	
Stirnstreuung je Strang $L_{\sigma Stirn}$	0.11mH	
Oberwellenstreuung je Strang $L_{\sigma O}$	0.19μH	
Wicklungswiderstand bei 140°C R	0.14Ω	
Klemmenspannung U	247.83V	266.27V
Stromwärmeverluste P_{Vcu}	1.83kW	1.83kW
Verluste im Ständereisen P_{VFe}	0.18kW	1.11kW
Zusatzverluste durch Ankernutung P_{VO0}	39.02W	26.28W
Zusatzverluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt P_{VO1}	133.35W	806.30W
Mechanische Verluste $P_{V,mech}$	14.21W	339.46W
Zugeführte Leistung P_{zu}	29.00kW	53.12kW
Abgegebene Leistung P_{ab}	26.78kW	49.01kW
Wirkungsgrad η	0.92	0.92
Thermische Belastung AJ	6987.26 $\frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$	6962.30 $\frac{A}{cm} \frac{A}{mm^2}$
Mechanische Spannung (20000/min) σ_z	336.93 $\frac{N}{mm^2}$	

Zusammengefaßt ergeben sich die folgenden Ergebnisse:

- Bei einer Maximaldrehzahl von $16000/min$ sind bei Nenndrehzahl Leistungen zwischen $27kW$ und $30kW$ möglich. Für eine Maximaldrehzahl von $20000/min$ sind bei Nenndrehzahl Leistungen zwischen $26kW$ und $28.5kW$ möglich.
- Sowohl bei einer Maximaldrehzahl von $16000/min$ als auch $20000/min$ werden keine Varianten gefunden, die bei Nenn- und Maximaldrehzahl gleiche Maschinenleistung besitzen. Die Leistungen bei Maximaldrehzahl sind bis zu dreimal höher als bei Nenndrehzahl, wobei sich Spannungsdifferenzen von bis zu $500V$ zwischen Nenn- und Maximaldrehzahl ergeben.
- Die Bedingung gleicher Spannung bei Nenn- und Maximaldrehzahl kann für beide Maximaldrehzahlen erfüllt werden.
- Die mechanische Belastung der Läuferkonstruktionen liegt bei einer Maximaldrehzahl von $16000/min$ nicht entwurfsbestimmend. Nur bei einer Maximaldrehzahl von $20000/min$ werden Werte erreicht, die nahe an der Festigkeitsgrenze liegen ($\sigma_{z,max} = 447.91 \frac{N}{mm^2}$).
- Die thermische Belastung der Ständerwicklung ist bei allen Varianten an der Grenze des zulässigen Wertes.
- Bei beiden Drehzahlen bringt es einen Vorteil, den Magnet im Läufer so breit wie möglich auszubilden. Die Parametergrenzen werden bei beiden Drehzahlen knapp erreicht.

Die Ergebnismengen zeigen bei beiden Drehzahlen keine fundamentalen Unterschiede. In Abhängigkeit von der Leistung bei Maximaldrehzahl, ergeben sich unterschiedliche Magnethöhen im Läufer. Es stellen sich erst dann grundsätzlich andere Ergebnisse ein, wenn die Drehzahl über eine Grenze angehoben wird, bei der die mechanische Festigkeit des Läufers an seine Grenze stößt. Diese wird bei einigen Varianten bei $20000/min$ gerade erreicht.

Kapitel 7

Hochgeschwindigkeits-Antrieb mit Oberflächenmagneten

Als letztes Beispiel wird das Verfahren zur optimalen Auslegung des Läufers einer hochdrehenden verwendet [80], [82]. Hierbei handelt es sich um eine vierpolige Synchronmaschine, die eine Nenndrehzahl von $24000/min$ besitzt. Die Maschine wird durch einen Frequenzumrichter mit annähernd sinusförmigem Strom gespeist. Zur Erzeugung eines maximalen Drehmoments wird ein feldorientierter Betrieb mit $|\theta| = |\varphi|$ gewählt. Dies entspricht einem Wert für den Winkel κ von $\kappa = 0^\circ$ (vgl. Abbildung 6.5, links). Die Höhe des Ständerstroms ist mit einem Wert von $I = 63A$ fest vorgegeben. Ebenso liegen die Abmessungen des Ständers, sowie die Parameter der Wicklung fest. Die Abmessungen der Nut sind in Abbildung 7.1 dargestellt. Da die Rundungen in der Nut im Finite-Differenzen-Netz nicht abgebildet werden können, wird die Nutform in eine flächenäquivalente Ersatzform transformiert, wobei die Seitenflächen der Nut entlang der Koordinatenachsen des Zylinderkoordinatensystems verlaufen (vgl. Abbildung 7.2). In Tabelle 7.1 finden sich die Daten des Motors zusammengefaßt dargestellt. Die Magnete sind an der Oberfläche des Läufers montiert und radial magnetisiert. Als Magnetmaterial kommt Sm_2Co_{17} zum Einsatz. Es besitzt bei einer angenommenen Läufer­temperatur von $150^\circ C$ eine Remanenz von $1.03T$. Abbildung 7.2 zeigt den grundsätzlichen Aufbau des Motors. Die Magnete werden durch eine Glas-Faser-Bandage, die als vorgefertigte Hülse mit Untermaß auf den Läufer auf­gepreßt wird, auf der Oberfläche des Läufers fixiert. Die Dicke der Bandage bestimmt maßgeblich die Leistung des Motors. Eine Vergrößerung der Magnet­masse erfordert eine dickere, stabilere Bandage, wodurch sich gleichzeitig der magnetisch wirksame Luftspalt der Maschine vergrößert und die Leistung reduziert wird. Eine Erhöhung der Magnet­masse im Läufer führt somit nur teilweise zu einer Leistungszunahme. Ziel der Optimierung ist es,

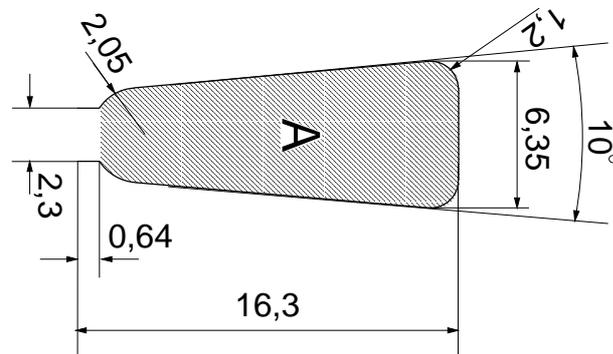


Abbildung 7.1: Nutabmessungen des Ständers in mm .

Tabelle 7.1: Fest vorgegebene Maschinengrößen

Drehzahl	$n = 24000/min$
Polzahl	$2p = 4$
Anzahl Phasen	$m = 3$
Sehnungsfaktor	$7/9$
Lochzahl	$q = 3$
Anzahl paralleler Zweige	$a = 2$
Spulenwindungszahl	$w_{sp} = 4$
Blechpaketlänge	$l_i = 90mm$
Nuthöhe	$h_M = 5.66mm$
Nutöffnung	$b_o = 2.3mm$
Zahnkopfhöhe	$h_Z = 0.64mm$
Zahnbreite	$b_Z = 5mm$
Mechanischer Luftspalt	$\delta = 0.7mm$
Magnetmaterial	Sm_2Co_{17}
Remanenzflußdichte bei $150^\circ C$	$B_{R150} = 1.03T$
Koerzitivfeldstärke bei $150^\circ C$	$B_{HC} = 790kA/m$
Nennstrom	$I = 63A$
Eisenfüllfaktor	$k_{Fe} = 0.95$
Bohrungsdurchmesser Ständer	$D_i = 90mm$
Aussendurchmesser Ständer	$D_a = 150mm$

Läufervarianten zu finden, die bei kleinstmöglicher Magnetmasse größtmögliche Leistung liefern unter Berücksichtigung der mechanischen Festigkeit der Bandage um den Läufer. Die hohe Drehzahl der Maschine erfordert es, den Oberwellenverlustfaktor, der ein Maß für hochfrequente Verluste durch Hysterese und Wirbelströme im Ständereisen ist, möglichst klein zu halten. Dies wird erreicht durch die Formulierung eines dritten Optimierungsziels, das die-

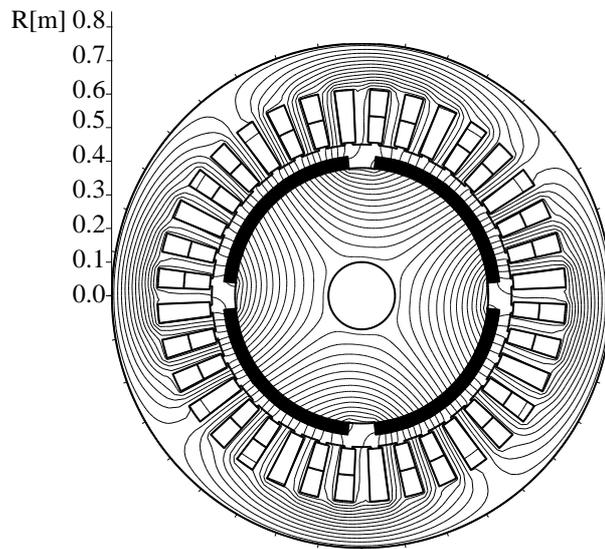


Abbildung 7.2: Materialkontur mit Feldlinien der Flußdichte B einer möglichen $30kW$ - Maschine. Magnetische Vektorpotentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $0.001Vs/m$.

sen Faktor minimiert. Ebenso wie im Beispiel aus Kapitel 5 soll sichergestellt werden, daß die Magnete einen Klemmenkurzschluß ohne bleibende Entmagnetisierung überstehen. Damit ergibt sich eine Vektoroptimierungsaufgabe, bestehend aus drei Zielen und zwei Restriktionsbedingungen.

- Maximale Maschinenleistung
- Minimale Magnetmasse
- Minimale Eisenverluste im Ständer
- Einhaltung der mechanischen Festigkeit der Glas-Faser-Bandage zur Fixierung der Magnete im Läufer
- Einhaltung der Entmagnetisierungsfestigkeit der Magnete gegenüber einem Klemmenkurzschluß

7.1 Berechnung der Kenngrößen

7.1.1 Berechnung der Leistung

Die Leistung der Maschine wird aus der inneren Leistung P_i der Maschine abzüglich der Läuferverluste bestimmt. Als Läuferverluste werden hier nur

die Reibungsverluste berücksichtigt, da aufgrund des großen mechanischen Luftspalts und der segmentierten Magnete die Oberflächenverluste infolge Nutung etc. klein sind. Die innere Leistung erhält man durch eine harmonische Analyse des Luftspaltfeldes gemäß Abschnitt 4.3.4. Die Berechnung der mechanischen Reibungsverluste findet man in (6.26-6.30). Durch Aufstellung der Leistungsbilanz ergibt sich die abgegebene Leistung des Motors zu

$$P_{ab} = P_i - P_{VO} - P_{VOS} - P_{VL} \quad (7.1)$$

7.1.2 Berechnung der Klemmenspannung

Die Berechnung der Klemmenspannung U der Maschine erfolgt analog zu Gleichung (6.13) aus Abschnitt 6.1.1. Es gilt:

$$U = \sqrt{(U_i \cos \varphi_i + RI)^2 + (U_i \sin \varphi_i + X_\sigma I)^2} \quad (7.2)$$

Der Widerstand eines Wicklungsstrangs R wird aus Gleichung 6.12 berechnet. Die Streuinduktivität setzt sich aus den drei Anteilen Nutstreuung $L_{\sigma Nut}$, Zahnkopfstreuung $L_{\sigma zk}$ und Stirnstreuung $L_{\sigma Stirn}$ zusammen. Für eine Zweilag-Wicklung gilt nach [63] für die Nutstreuinduktivität:

$$L_{\sigma Nut} = \mu_0 \frac{2}{pq} w_1^2 l_i \lambda_N \quad (7.3)$$

$$\lambda_N = K_2 \frac{h_S}{b_o} + K_1 \left(\frac{h_N}{3b_N} + 0.685 \right) \quad (7.4)$$

$$K_1 = \frac{q}{16} \frac{W}{\tau_p} + \frac{7}{16} \quad (7.5)$$

$$K_2 = \frac{3}{4} W \tau_p + \frac{1}{4} \quad (7.6)$$

Hierbei bezeichnet W die Weite einer Spule in Anzahl Nuten N . Bei einem Sehnungsfaktor von 7/9 also 7 Nuten. Die Zahnkopfstreureaktanz errechnet sich nach [63] aus:

$$L_{\sigma zk} = \mu_o \frac{2}{pq} w_1^2 l_i \lambda_{zk} K_2 \quad (7.7)$$

$$\lambda_{zk} = \frac{4\xi}{5\xi + 5} \quad (7.8)$$

$$\xi = \frac{\delta_m}{b_o} \quad (7.9)$$

Für K_2 gilt der Wert aus Gleichung (7.3 ff.) und δ_M bezeichnet den gesamten Luftspalt der Maschine, der sich aus mechanischem Luftspalt, Magnethöhe

und Bandagendicke zusammensetzt. Der dritte Anteil der Streuinduktivität, die Stirnstreuung, wird nach [62] aus folgender Gleichung bestimmt:

$$L_{\sigma Stirn} = \mu_o \frac{2}{pq} w_1^2 l_i \lambda_S \quad (7.10)$$

$$\lambda_S = 0.075 \left(1 + \frac{l_s}{\tau_p}\right) \quad (7.11)$$

Für die Stirnverbinderlänge l_s wird ein Wert von $115mm$ gewählt. Die gesamte Streuinduktivität X_σ ist die Summe der Einzelstreuinduktivitäten multipliziert mit der Drehfrequenz $\omega=2\pi f$. Man erhält damit:

$$X_\sigma = \omega(L_{\sigma Nut} + L_{\sigma zk} + L_{\sigma Stirn}) \quad (7.12)$$

7.1.3 Oberwellenverlustfaktor im Zahn und Joch

Der Oberwellenverlustfaktor k beschreibt das Verhältnis der Ummagnetisierungsverluste, die durch die Grundwelle und höher Harmonischen des durch die Läufermagneten erregten Luftspaltfeldes in den Ständerzähnen und im Ständerjoch der Maschine auftreten, im Verhältnis zu den Ummagnetisierungsverlusten, die durch die Läufergrundwelle entstehen. Er ist definiert durch

$$k = k_{Z,Fe} + k_{J,Fe} = \frac{\sum_{\mu} P_{VFe,Z,\mu=1,3,5,\dots}}{P_{VFe,Z,\mu=1}} + \frac{\sum_{\mu} P_{VFe,J,\mu=1,3,5,\dots}}{P_{VFe,J,\mu=1}} \quad (7.13)$$

Speziell für die Berechnung des Verlustfaktors in den Zähnen daß das Luftspaltfeld genauer untersucht werden, um den Einfluß der einzelnen Harmonischen zu berücksichtigen, die sich sowohl mit unterschiedlicher Umfangsgeschwindigkeit als auch mit unterschiedlicher Drehrichtung bewegen. Abbildung 7.3, links zeigt den als blockförmig angenommenen Verlauf des Luftspaltfeldes B_δ , das sich mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegt. Die harmonische Analyse liefert die Harmonischen diese Feldes in Abhängigkeit der Koordinate des Läufers x_2 zu

$$B_\delta(x_2) = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\delta,\mu} \cos\left(\frac{\mu\pi x_2}{\tau_p}\right). \quad (7.14)$$

Das Koordinatensystem des Läufers ist über die Gleichung $x_2 = x_1 - vt$ mit dem Koordinatensystem des Ständers verbunden. Erweitert man diese Gleichung mit dem Term $\mu\pi/\tau_p$ und setzt man $v = 2f_\mu\tau_p$ und $\mu\omega = 2\pi f_\mu$ mit f_μ

der Frequenz der μ -ten Harmonischen, erhält man (7.14) im Ständerkoordinatensystem.

$$B_\delta(x_1) = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\delta,\mu} \cos\left(\frac{\mu\pi x_1}{\tau_p} - \mu\omega t\right) \quad (7.15)$$

Für eine Maschine mit konstanter Drehzahl n gilt $\mu\pi x_1/\tau_p - \mu\omega t = \text{const}$. Die Ableitung dieser Gleichung nach t liefert die Geschwindigkeit v_μ der einzelnen Harmonischen zu $v_\mu = \dot{x}_1 = \omega\tau_p/\pi = 2\pi f\tau_p/\pi = 2f\tau_p$. Zur Berechnung des Flusses Φ_Z , der durch einen Zahn fließt, muß Gleichung (7.15) über die Länge l_i des Blechpakets und der Breite der Nutteilung τ_N integriert werden (vgl. Abbildung 7.3, rechts).

$$\Phi_{Z,\mu} = l_i \int_{-\tau_N/2}^{\tau_N/2} B_\delta(x_1) dx_1 = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} l_i \int_{-\tau_N/2}^{\tau_N/2} \hat{B}_{\delta,\mu} \cos\left(\frac{\mu\pi x_1}{\tau_p} - \mu\omega t\right) dx_1 \quad (7.16)$$

Man erhält daraus $\Phi_{Z,\mu}$ zu

$$\Phi_{Z,\mu} = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} l_i \frac{2\tau_p}{\pi\mu} \hat{B}_{\delta,\mu} \sin\left(\frac{\mu\pi\tau_N}{\tau_p}\right) \cos(\mu\omega t). \quad (7.17)$$

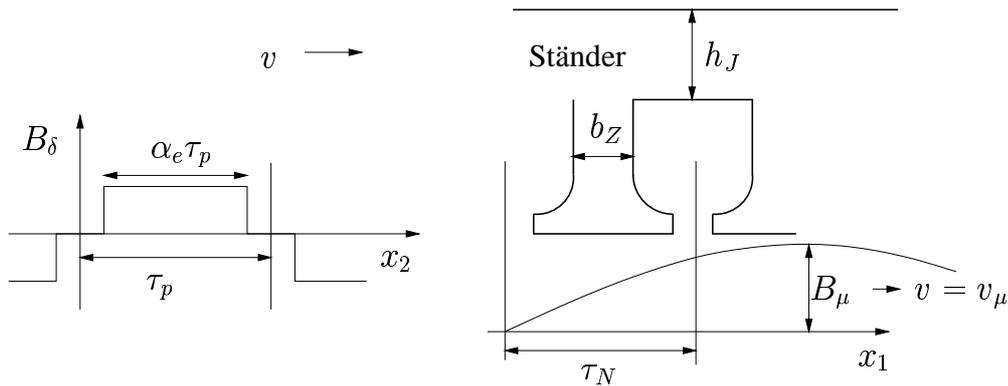


Abbildung 7.3: Links: Blockförmig angenommenes Luftspaltfeld, das sich mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt. Rechts: Verlauf der μ -ten Harmonischen der Läufergrundwelle, die mit konstanter Geschwindigkeit $v = v_\mu$ an den Ständerzähnen vorbeizieht.

Unter Berücksichtigung des Eisenfüllfaktors k_{Fe} und der Breite eines Zahnes b_Z ergibt sich für die Flußdichte im Zahn B_Z

$$B_{Z,\mu} = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{\tau_p}{\mu} \hat{B}_{\delta,\mu} \sin\left(\frac{\mu\pi}{\tau_p} \frac{\tau_N}{2}\right) \frac{1}{b_Z k_{Fe}} \cos(\mu\omega t) \quad (7.18)$$

Mit nun bekanntem B lassen sich die Ummagnetisierungsverluste im Zahn berechnen (vgl. Abschnitt 6.1.2). Es gilt

$$P_{VFe,Z} = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} m_Z \left[\sigma_H \left(\frac{\mu f}{50} \right) + \sigma_W \left(\frac{\mu f}{50} \right)^2 \right] \left(\frac{B_{Z,\mu}}{1.5} \right)^2. \quad (7.19)$$

Für die Verlustkoeffizienten werden die Werte $\sigma_H = 2.4W/kg$ und $\sigma_W = 0.6W/kg$ angenommen. Somit erhält man für $k_{Z,Fe}$:

$$k_{Z,Fe} = \frac{P_{VFe,Z,\mu}}{P_{VFe,Z,\mu=1}} = \frac{\sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\sigma_H \left(\frac{\mu f}{50} \right) + \sigma_W \left(\frac{\mu f}{50} \right)^2 \right] \left[\frac{1}{\mu} \hat{B}_{\delta,\mu} \sin\left(\frac{\mu\pi}{\tau_p} \frac{\tau_N}{2}\right) \right]^2}{\left[\sigma_H \left(\frac{f}{50} \right) + \sigma_W \left(\frac{f}{50} \right)^2 \right] \left[\hat{B}_{\delta,\mu=1} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} \frac{\tau_N}{2}\right) \right]^2} \quad (7.20)$$

Zur Berechnung des Jochflusses wird über eine Polteilung der Maschine integriert.

$$\Phi_{J,\mu} = l_i \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta}(x_1) dx_1 = \sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} l_i \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} \hat{B}_{\delta,\mu} \cos\left(\frac{\mu\pi x_1}{\tau_p} - \mu\omega t\right) dx_1 \quad (7.21)$$

Die Auswertung des Integrals liefert den Jochfluß

$$\Phi_J = \frac{2}{\pi} \frac{\tau_p}{\mu} l_i \hat{B}_{\delta,\mu} \sin(\mu\pi/2) \quad (7.22)$$

und die zugehörige Jochflußdichte $B_{J,\mu}$

$$B_{J,\mu} = \frac{1}{2h_J k_{Fe}} \frac{1}{l_i} \Phi_J = \frac{1}{\pi} \frac{\tau_p}{h_J k_{Fe}} \frac{1}{\mu} \hat{B}_{\delta,\mu} \sin(\mu\pi/2). \quad (7.23)$$

Analog zu (7.19) ergibt sich daraus der Verlustfaktor im Ständerjoch zu

$$k_{J,Fe} = \frac{P_{VFe,J,\mu}}{P_{VFe,J,\mu=1}} = \frac{\sum_{\mu=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\sigma_H \left(\frac{\mu f}{50} \right) + \sigma_W \left(\frac{\mu f}{50} \right)^2 \right] \left[\frac{1}{\mu} \hat{B}_{\delta,\mu} \right]^2}{\left[\sigma_H \left(\frac{f}{50} \right) + \sigma_W \left(\frac{f}{50} \right)^2 \right] \left[\hat{B}_{\delta,\mu=1} \right]^2}. \quad (7.24)$$

Abbildung 7.4 zeigt den Verlauf der Werte $k_{J,Fe}$ und $k_{Z,Fe}$ unter der Annahme eines rechteckförmigen Läuferfeldes mit der Amplitude $1/(4\pi)$ in Abhängigkeit des Polbedeckungsfaktors $\alpha_e \tau_p$. Als größte Oberwellenzahl wird $\mu=11$ bzw. $\mu=31$ berücksichtigt. Zur Berechnung des Oberwellenverlustfaktors k wird eine zusätzliche Feldberechnung pro Variante ohne Ständerbestromung durchgeführt und als höchste Oberwelle des Läuferfeldes $B_{\mu=31}$ berücksichtigt.

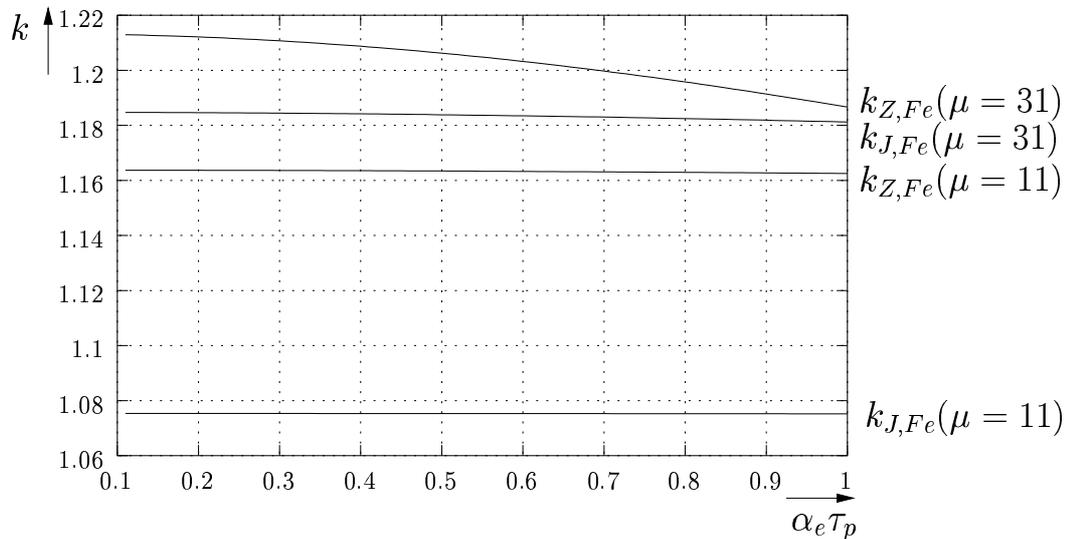


Abbildung 7.4: Oberwellenverlustfaktor $k_{Z,Fe}$, $k_{J,Fe}$ für rein rechteckförmiges Läuferfeld, in Abhängigkeit des Polbedeckungswinkels α_e (höchste berücksichtigte Oberwelle des Läuferfeldes $\mu = 11$ bzw. $\mu = 31$).

7.1.4 Auslegung der Bandage

Die Auslegung der Bandage um den Läufer der Maschine muß nach zwei Gesichtspunkten vorgenommen werden. Die Hauptaufgabe der Bandage besteht darin zu verhindern, daß sich die radial aufgeklebten Magnete bei Schleuderdrehzahl vom Läufer lösen. Hierfür wird die Bandage mit Untermaß gefertigt und auf den Läufer aufgepreßt, um die nötige Vorspannung zu erzeugen. Die auftretenden Fliehkräfte erzeugen in der Bandage große Zugbeanspruchungen, denen diese ebenfalls bei Schleuderdrehzahl standhalten muß. Gesucht wird eine Bandagendicke, die zum einen die mechanische Festigkeit garantiert, aber dabei auch so dünn wie möglich bleibt, um den magnetisch wirksamen Luftspalt der Maschine klein zu halten.

Bandagen aus 60% Glas und 40% Epoxydharz besitzen ein Elastizitätsmodul E_B , das sich im Bereich von $55000N/mm^2 - 100000N/mm^2$ bewegt [83]. Die Bandage wird für den kleinsten Wert $E_B = 55000N/mm^2$ ausgelegt, um auch bei Materialschwankungen die Festigkeit zu garantieren. Die Anpreßkraft zur Fixierung der Magnete wird über eine Vorspannung der Bandage erzeugt, die bei vorgegebenem Läuferaußendurchmesser ohne Bandage D mit einem Untermaß von $\Delta D = 0.4mm$ angefertigt wird. Daraus ergibt sich eine Bandagenvorspannung σ von

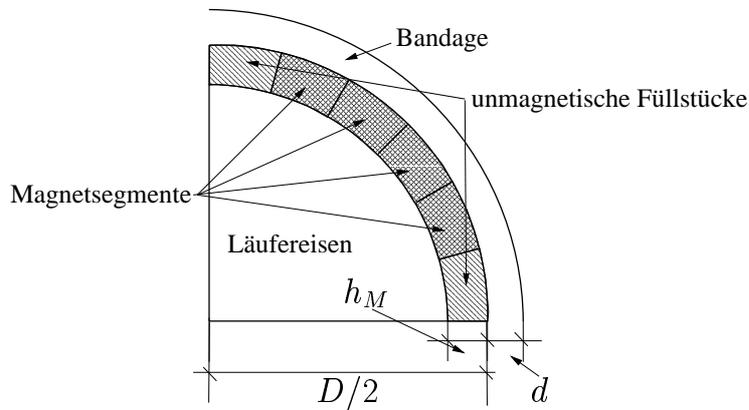


Abbildung 7.5: Schnitt durch den Läufer der Maschine mit Magnetsegmenten und Bandage.

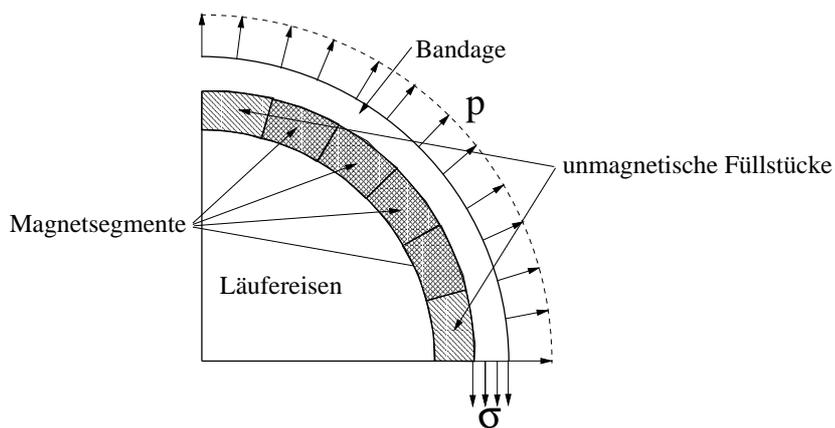


Abbildung 7.6: Radiale Pressung p durch die Bandage und tangentielle Zugspannung σ innerhalb der Bandage

$$\sigma = \frac{\Delta D}{D} E_B. \quad (7.25)$$

Hieraus erhält man die Anpreßkraft pro Fläche p , die die Bandage im Ruhezustand aufbringt durch Integration der Bandagenvorspannung entlang des Umfangwinkels zu ("Kesselformel" [77])

$$p = \frac{2\sigma d}{D + d} \approx \frac{2\sigma d}{D} \quad (7.26)$$

mit d der Dicke der Bandage. Die Kraftdichte p_M , die auf die Bandage durch die Zentrifugalkräfte einwirkt, wird für eine Schleuderdrehzahl n_{schl} von 120%

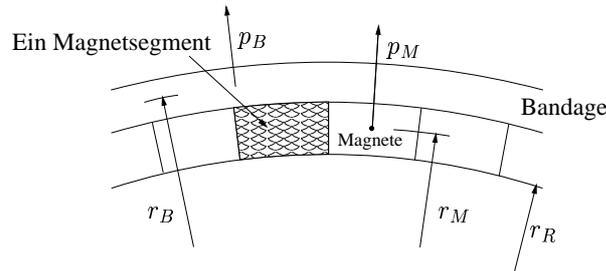


Abbildung 7.7: Schwerpunktradien r_M und r_B der Magnetsegmente und der Bandage zur Berechnung der Zentrifugalkräfte der Magnete und der Bandage.

der Nenndrehzahl unter Berücksichtigung eines Schwerpunktradius r_M der Magnete, der Dichte $\rho_M = 8.4 \text{ kg/dm}^3$ des Magnetmaterials und einer Magnethöhe h_M berechnet. Es gilt

$$p_M = r_M \rho_M \omega_{schl}^2 h_M \quad (7.27)$$

mit $\omega_{schl} = 2\pi n_{schl}$. Die Füllstücke zwischen den Magnetsegmenten eines Pols bestehen aus einem unmagnetischen Material, das die gleiche Dichte wie das verwendete Magnetmaterial besitzt. Ebenso wird die Kraftdichte p_B bestimmt, die auf die Bandage durch ihr Eigengewicht einwirkt, indem der Schwerpunktradius r_M durch den Schwerpunktradius r_B der Bandage ersetzt und statt der Dichte des Magnetmaterials ρ_M , die Dichte der Bandage $\rho_B = 1.8 \text{ kg/dm}^3$ eingesetzt wird. Mit der Höhe der Bandage d folgt:

$$p_B = r_B \rho_B \omega_{schl}^2 d. \quad (7.28)$$

Zwei Bedingungen müssen erfüllt werden. Die Pressung p_{Rest} der Bandage für Schleuderdrehzahl muß größer Null sein, um die Magnete sicher auf dem Läufer zu fixieren. Sie berechnet sich aus der Anpreßkraft im Ruhezustand p abzüglich der Spannungen p_M und p_B . Damit lautet die erste Bedingung:

$$p_{res} = p - p_B - p_M > 0 \quad (7.29)$$

Die zweite Bedingung garantiert die Festigkeit der Bandage, die unterhalb der Reißgrenze liegen muß. Sie darf bei einer Temperatur von 150°C nicht größer als 600 N/mm^2 [83] werden. Berechnet wird die maximale Spannung σ_{max} innerhalb der Bandage aus dem Verhältnis der Summe der Spannungen p im Ruhezustand zuzüglich der Spannungen p_M und p_B zu p .

$$\sigma_{max} = \frac{p + p_B + p_M}{p} \sigma < 600 \text{ N/mm}^2 \quad (7.30)$$

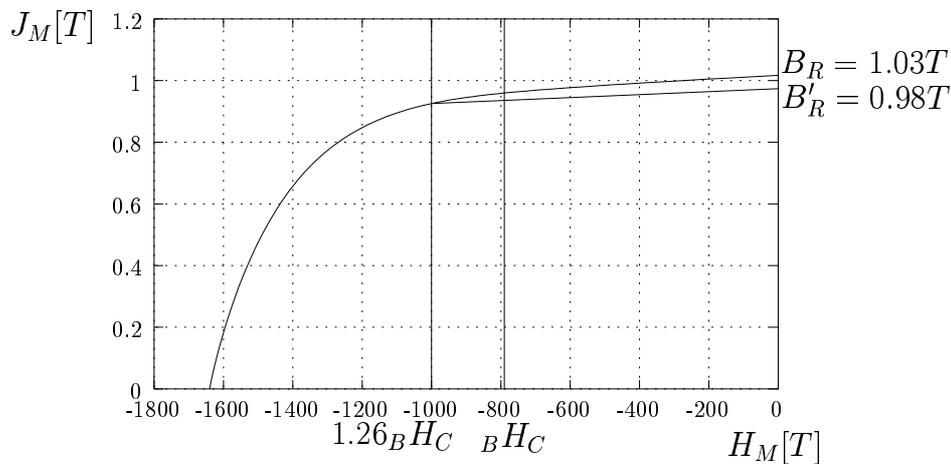


Abbildung 7.8: Entmagnetisierungskurve von *VACOMAX225HR* bei 150°C .

7.1.5 Entmagnetisierungsbedingung

Die Berechnung der Entmagnetisierungsbedingung erfolgt analog zu Abschnitt (5.2.6) aus dem ersten Anwendungsbeispiel. Im Unterschied hierzu wird jetzt bewußt eine Teilentmagnetisierung des Magnetmaterials in Kauf genommen. Abbildung 7.8 zeigt die Magnetisierungskurve $J(H)$ des verwendeten Magnetmaterials. Akzeptiert man im Falle eines Kurzschlusses eine Reduktion der Remanenzfeldstärke des Magneten um 5% auf 0.98T , so kann der Wert für $B_H C$ um 26.5% von 790kA/m auf 1000kA/m vergrößert werden. Unter Berücksichtigung dieser Werte lautet die Entmagnetisierungsbedingung jetzt:

$$|H_M| < 1.26|B_H C| \quad (7.31)$$

7.1.6 Optimierungsaufgabe

Die Entwurfsaufgabe wird als Vektoroptimierungsproblem mit drei Zielfunktionen und drei Restriktionsbedingungen formuliert. Sie lautet in mathematischer Form:

$$\begin{aligned}
& \max P_{ab} && (7.32) \\
& \min V_{Mag} \\
& \min k = k_{Z,Fe} + k_{J,Fe} \\
& \vec{X} = (x_1, x_2, x_3) \\
& 30mm \leq R = D/2 \leq 43mm \\
& 2mm \leq h_M \leq 8mm \\
& 20^\circ \leq \alpha_e/2 \leq 44^\circ \\
& |H_M| < 1.26|_B H_C| \\
& p_{res} > 0 \\
& \sigma_{max} < 600N/mm^2
\end{aligned}$$

In Abbildung 7.9 sind die Entwurfparameter in das Modell eingetragen. Die Festigkeitsbedingungen der Bandage werden vor Beginn der nichtlinearen Feldberechnung überprüft. Bei Nichterfüllung der Bedingungen wird ein neuer Parametersatz erzeugt und erneut die Festigkeit überprüft. Zur Überprüfung der Entmagnetisierungsfestigkeit im Kurzschlußfall ist eine Feldberechnung notwendig. Ist die Bedingung verletzt, das heißt wird der Magnet im Kurzschluß über die festgelegte Grenze hinaus entmagnetisiert, wird die Variante ebenfalls verworfen und ein neuer Parametersatz erzeugt. Die Maschine wird als zweidimensionales Ersatzmodell nachgebildet. Die Feldvertei-

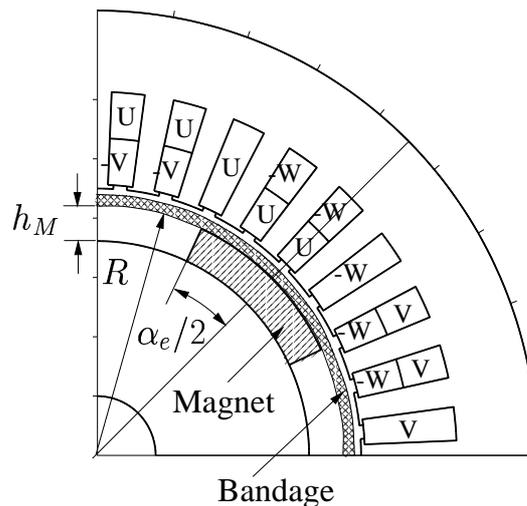


Abbildung 7.9: Entwurfparameter des Motors

lung innerhalb des Motors wird mit dem Feldberechnungsprogramm PROFI durchgeführt unter Berücksichtigung einer nichtlinearen Eisen- und Magnetkennlinie. Das Gitternetz des Modells besteht aus 3212 Punkten.

7.2 Ergebnisse

Nach 27561 Zielfunktionsauswertungen besteht die PARETO-Menge aus 9904 Punkten. Sie ist in Abbildung 7.10 dargestellt. Für den gewählten Ständer-

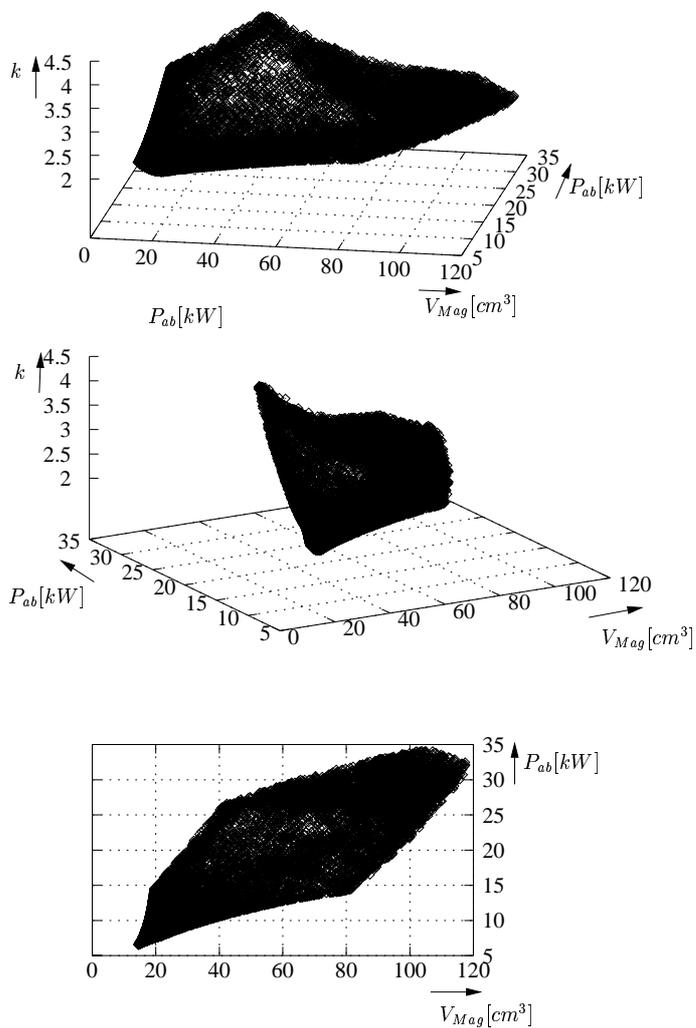


Abbildung 7.10: PARETO-Menge von Aufgabe (7.32)

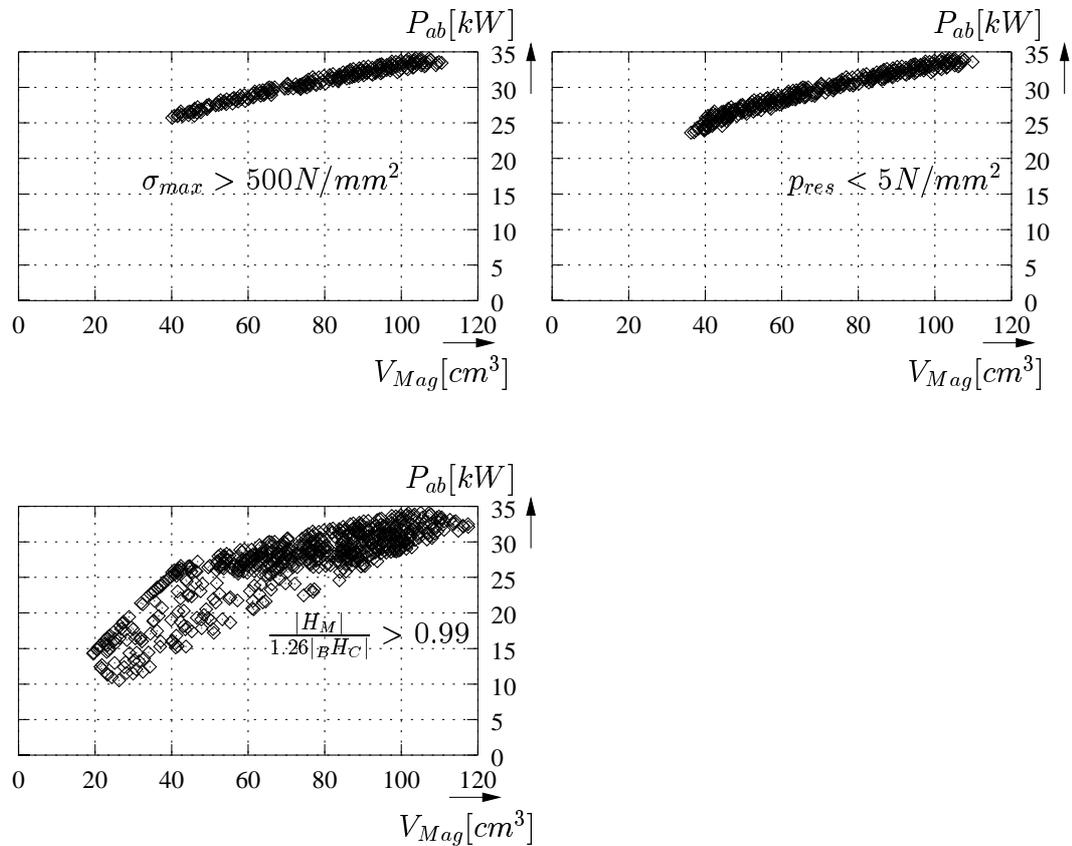


Abbildung 7.11: Bereiche der Lösungsmenge für $\sigma_{max} > 500 \text{ N/mm}^2$, $p_{res} < 5 \text{ N/mm}^2$ und $\frac{|H_M|}{1.26 |B_H_C|} > 0.99$.

blechschnitt sind Lösungen im Bereich $14.58 \text{ cm}^3 \leq V_{Mag} \leq 117.47 \text{ cm}^3$, $6.58 \text{ kW} \leq P_{ab} \leq 34.12 \text{ kW}$ und $2.04 \leq k \leq 4.06$ möglich. Die meisten Lösungen befinden sich in einem Bereich der abgegebenen Leistung P_{ab} von 15 kW bis etwa 27 kW . Um für den gewählten Blechschnitt des Ständers sinnvolle Konstruktionen zu finden, müssen innerhalb der Lösungsmenge die Varianten gefunden werden, die bezüglich der mechanischen Festigkeit der Bandage um den Läufer (p_{res} , σ_{max}) und der Entmagnetisierfestigkeit im Kurzschlußfall ($|H_M/1.26 |B_H_C|$) hoch ausgenutzt werden. Abbildung 7.11 zeigt, dargestellt in Abhängigkeit von abgegebener Leistung P_{ab} und Magnetvolumen V_{Mag} , die Bereiche der Lösungsmenge, in der die möglichen Läuferkonstruktionen mechanisch und elektrisch bis nahe an die zulässigen Grenzwerte belastet werden. Als Grenzwerte werden für die relative Entmagnetisierfestigkeit ein Wert von $|H_M/(1.26 |B_H_C|) > 0.99$, für die Pressung der Bandage auf die

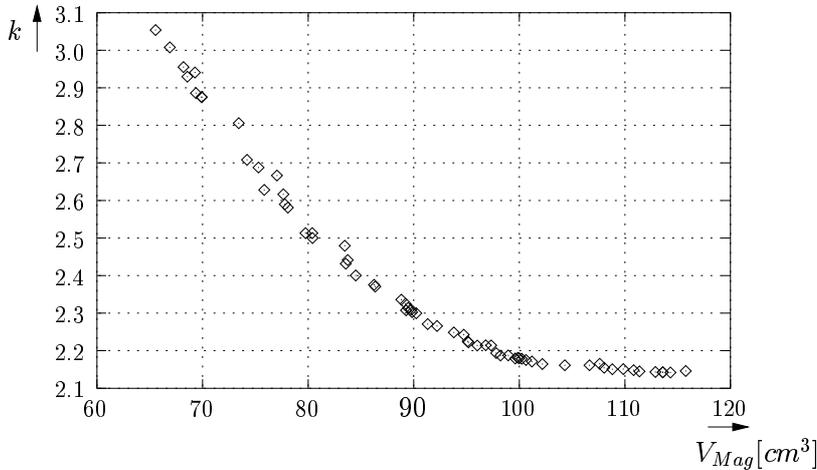


Abbildung 7.12: Schnitt durch PARETO-Menge für $P_{ab} = 30kW$.

Magnetsegmente $p_{res} < 5N/mm^2$ und für die Spannung in der Bandage $\sigma_{max} > 500N/mm^2$ gewählt. Während die relative Entmagnetisierfestigkeitsbedingung auch für kleinere Leistungen ($10kW$) bereits an die obere Begrenzung stößt, wird die mechanische Festigkeit der Läuferbandage nur für Leistungen $P_{ab} > 25kW$ erreicht. Entwürfe mit kleinerer Leistung haben eine dicke Bandage, die zu einem großen Luftspalt führt und damit zu mechanisch sinnlosen Konstruktionen. Zur näheren Untersuchung der PARETO-Menge wird diese an der Stelle $P_{ab} = 30kW$ geschnitten. Abbildung 7.12 zeigt den Verlauf des Magnetvolumens V_{Mag} , aufgetragen über dem Oberwellenverlustfaktor k für $P_{ab} = 30kW$.

Trägt man die Parameter über dem Magnetvolumen auf (Abbildung 7.13), zeigt sich für ein Magnetvolumen von $V_{Mag} \cong 103cm^3$ ein deutlicher Sprung sowohl im Parameter für den Polbedeckungswinkel $\alpha_e/2$ wie auch im Parameterwert für die Magnethöhe h_M . Ab dieser Stelle wird der Magnet, der bis zu dieser Stelle annähernd linear breiter wird, wieder etwas schmaler und die Magnethöhe springt auf den maximal möglichen Wert von $h_M = 8mm$. Der in Abbildung 7.14, unten dargestellte Verlauf der relativen Entmagnetisierfestigkeitsbedingung zeigt, daß sich entlang des Schnittes durch die PARETO-Menge alle Konstruktionen an der Grenze der Entmagnetisierfestigkeit bewegen. Ab einem Wert von $V_{Mag} = 103cm^3$ kann diese Grenze nur durch eine vergrößerte Magnethöhe eingehalten werden, was den Sprung der Parameter an dieser Stelle erklärt. Der in Abbildung 7.12 dargestellte Schnitt durch die PARETO-Menge zeigt, daß die Reduktion des Oberwellenverlustfaktors k nur durch eine starke Vergrößerung des Magnetvolumens möglich ist. Um den

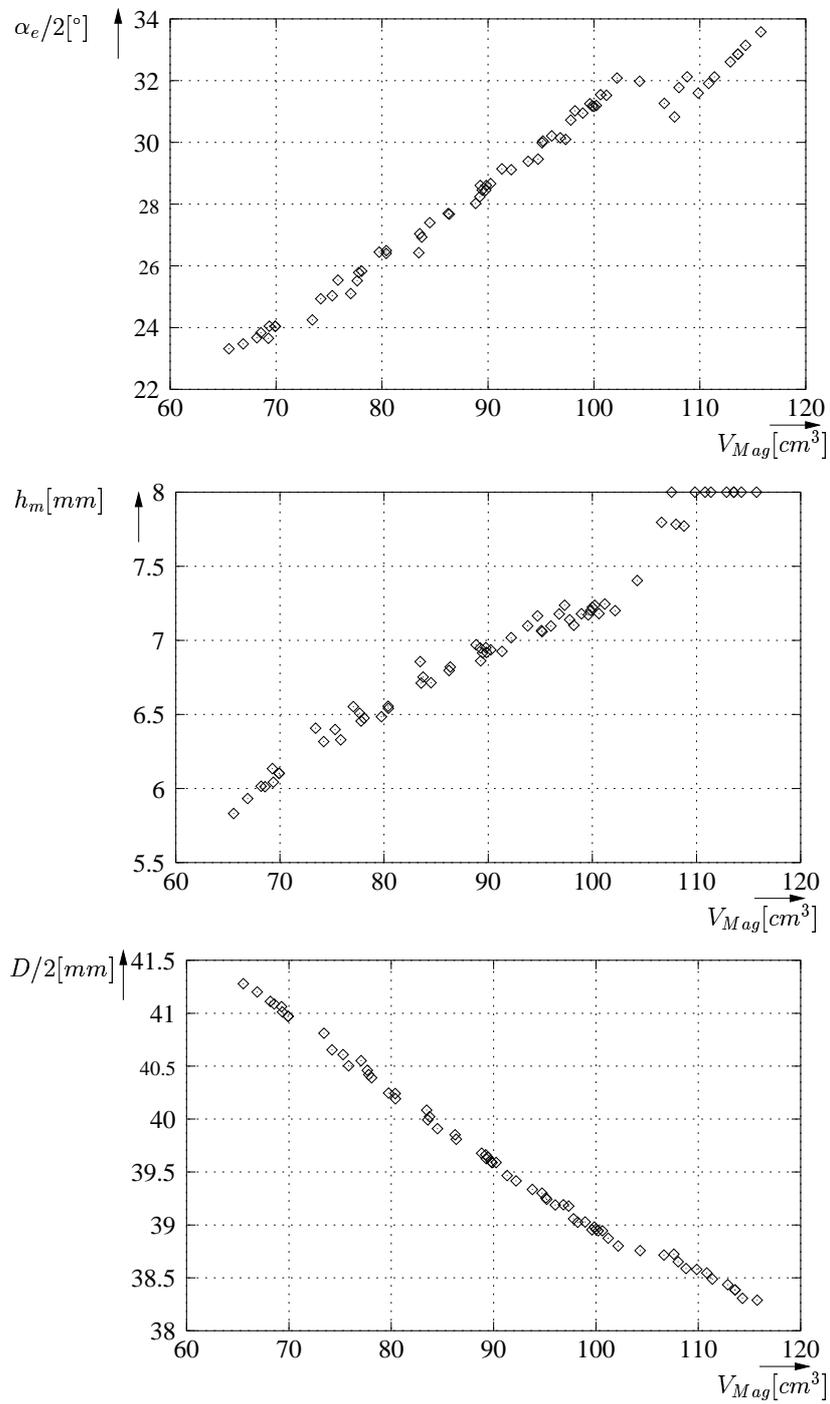


Abbildung 7.13: Verlauf der Parameter $\alpha/2$, h_M , $D/2$ entlang des Schnittes durch die PARETO-Menge für $P_{ab} = 30kW$.

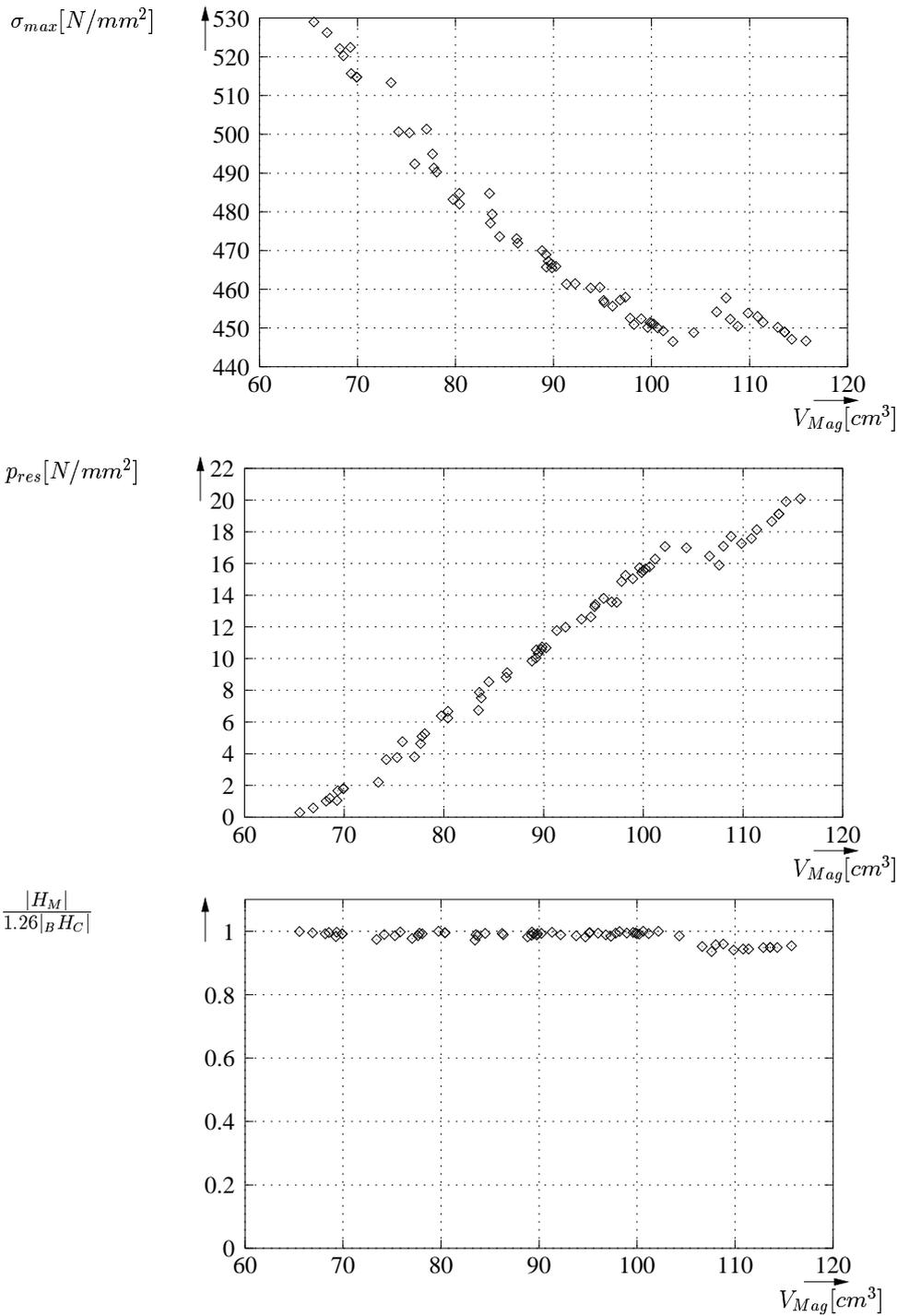
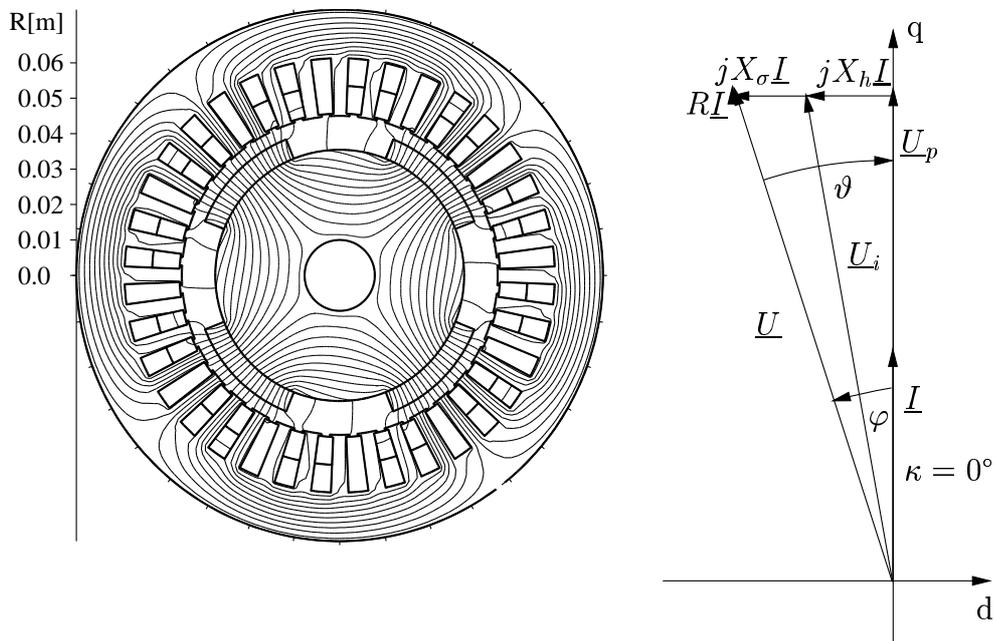


Abbildung 7.14: Verlauf der Restriktionsfunktionen σ_{max} , p_{res} und $\frac{|H_M|}{1.26 |B_{H_C}|}$ entlang des Schnittes durch die PARETO-Menge für $P_{ab} = 30kW$.



$\cos(\varphi)$	0.955
Luftspaltflußdichte B_1	0.49T
Ständerstrom I	63.68A
Ständerwiderstand R	0.0323Ω
Streuaktanz je Strang X_σ	0.3433Ω
Innere Spannung U_i	153.01V
Phasenspannung U	163.154V
Kurzschlußstrom I_k	485.54A
Innere Leistung P_i	30.16kW
Abgegebene Leistung P_{ab}	29.77kW
Magnetvolumen V_{Mag}	65.54cm ³
Oberwellenverlustfaktor k	3.05
Relative Entmagnetisierungsfestigkeit	1.0
Anpreßkraft p_{res}	0.28N/mm ²
Bandagenspannung σ_{max}	528.99N/mm ²
$D/2$	41.28mm
h_M	5.83mm
$\alpha_e/2$	23.32°

Abbildung 7.15: Materialkontur mit Feldlinien der Flußdichte B einer möglichen 30kW-Maschine. Magnetische Vektorpotentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien 0.001Vs/m.

Oberwellenverlustfaktor von $k = 3.05$ auf $k = 2.14$ zu reduzieren, muß das Magnetvolumen um etwa 77% von $V_{Mag} = 65.54cm^3$ auf $V_{Mag} = 115.76cm^3$ vergrößert werden. Bezüglich der mechanischen Festigkeit wird der Minimalwert der Pressung der Bandage nur an einer Stelle erreicht. Hier entsteht auch die maximale Spannung in der Bandage. Diese Konstruktion hat das kleinste Magnetvolumen ($V_{Mag} = 65.54cm^3$) und den größten Oberwellenverlustfaktor ($k = 3.05$), da hier der Polbedeckungswinkel am geringsten ist ($\alpha_e/2 = 23.32^\circ$). Dieser Entwurf ist in Abbildung 7.15 dargestellt.

Zur Verifikation der Entmagnetisierfestigkeitsbedingung wird Variante 1 mit $P_{ab} = 30kW$ mit dem im Kurzschlußfall auftretendem Kurzschlußstrom $I_k = 531.17A$ gespeist und die magnetische Flußdichte B im Hartmagnet dahingehend untersucht, ob der Grenzwert im Hartmagneten von $B_{ent} = -0.27T$ nicht unterschritten wird. Abbildung 7.16 zeigt den Verlauf von B für $r = D/2$, also an der Oberkante des Hartmagneten des Läufers. Der Maximalwert beträgt $B = -0.055T$, was einer magnetischen Feldstärke von $H_M \cong -830kA/m$ entspricht und damit oberhalb der geforderten Grenze von $H_M = -1000kA/m$ liegt. Das Feldlinienbild mit dem zugehörigen Luftspaltfeld findet man in Abbildung 7.16.

Zusammengefaßt lassen sich die folgenden Erkenntnisse aus den Ergebnissen gewinnen:

1. Hinsichtlich der mechanischen Ausnutzung der Bandage und der Einhaltung der Entmagnetisierfestigkeit der Hartmagnete im Läufer im Falle eines Klemmenkurzschlusses, sind Varianten in einem Bereich der abgegebenen Leistung P_{ab} möglich, der etwa von $25kW$ bis $35kW$ reicht.
2. Eine Reduktion des Oberwellenverlustfaktors erfordert unter Umständen eine starke Erhöhung des Magnetvolumens V_{Mag} . So muß zur Reduktion des Oberwellenverlustfaktors bei Entwürfen mit einer abgegebenen Leistung von $P_{ab} = 30kW$ das Magnetvolumen um 77% erhöht werden, um den Oberwellenverlustfaktor k um 29.5% zu reduzieren ($k = 3.05$ zu $k = 2.14$).
3. Die Zugbeanspruchung der Bandage bleibt bei allen Varianten unterhalb der maximalen Zugbeanspruchung von $\sigma_{max} = 600N/mm^2$. Der maximale Wert beträgt $542N/mm^2$ und liegt damit knapp 10% unterhalb des Grenzwertes.
4. Die Grenze der Restanpreßkraft $p_{res} > 0N/mm^2$, die die Bandage aufbringen muß, um die Magnetsegmente sicher auf der Läuferoberfläche zu fixieren wird von einem Teil der Entwürfe erreicht (vgl. Variante mit $P_{ab} = 30kW$ aus Abbildung 7.15).

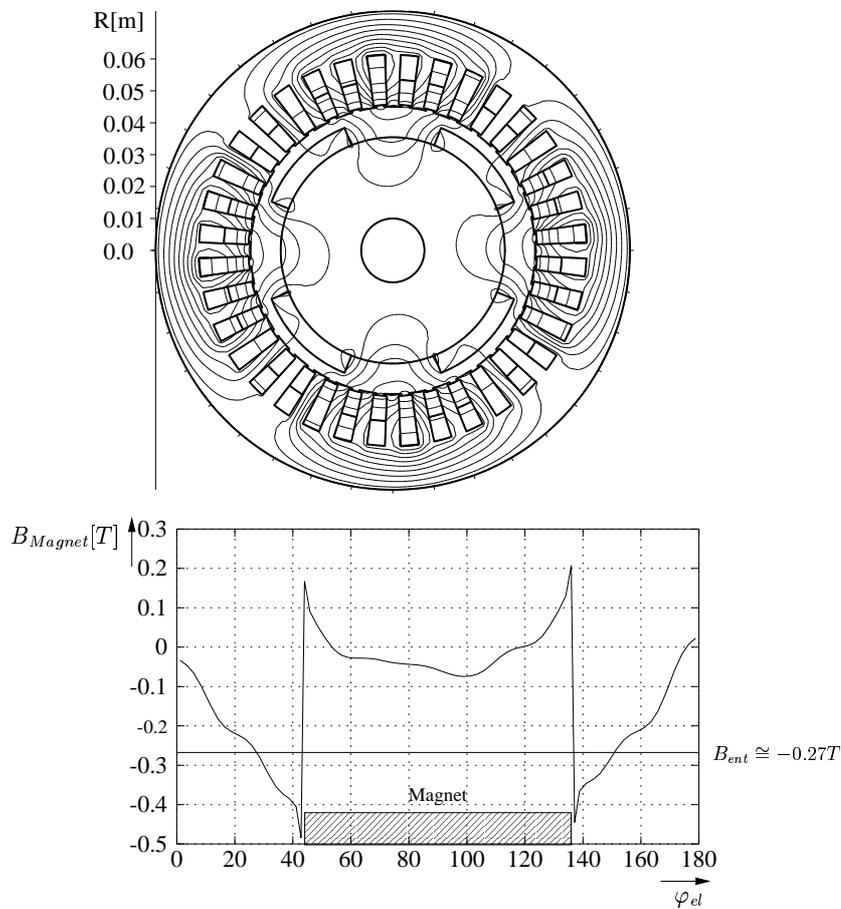


Abbildung 7.16: Oben: Verlauf der magnetischen Feldlinien im Falle eines Klemmenkurzschlusses für Variante $P_{ab} = 30kW$ aus Abbildung 7.15. Potentialdifferenz zwischen zwei Feldlinien $\Delta A = 0.001Vs/m$. Unten: Verlauf der magnetischen Flußdichte B an der Oberkante des Hartmagneten ($R = 41.28mm$).

5. Alle Entwürfe, die mechanisch hinsichtlich der Läuferbandage hoch ausgenutzt werden, verlaufen an der Grenze zur Entmagnetisierfestigkeitsbedingung $|H_M|/(1.26|_B H_C|)$.

Der in Abbildung 7.15 dargestellte Entwurf mit $P_{ab} = 30kW$ zeigt, daß diese Konstruktion auch durch ein entmagnetisierfesteres Magnetmaterial ($_B H_C > 1.26 * 790kA/m$) nicht weiter reduziert wird, da die Pressung der Bandage hier nur noch knapp größer Null ist. Da die maximale Zugbeanspruchung der Bandage mit einem Wert von $\sigma_{max} = 528.99N/mm^2$ noch unterhalb des Grenzwertes von $600N/mm^2$ liegt, ist es aber denkbar, das Untermaß der Bandage ΔD etwas zu vergrößern, um dadurch die Pressung

auf die Magneten zu erhöhen. Dann wäre es möglich, den Luftspalt weiter zu verkleinern. Dies setzt voraus, daß entweder ein Magnetmaterial verwendet wird, daß höher belastet werden kann ($BH_C > 790kA/m$) oder man akzeptiert eine größere Entmagnetsierung der Magnete im Läufer im Falle eines Kurzschlusses.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Die Optimierung von elektrischen Geräten, speziell elektrischer Maschinen läßt sich sinnvoll als Vektoroptimierungsaufgabe formulieren. Hier zeigt sich deutlich, daß die Suche nach einer verbesserten Konstruktion nicht allein von einem Ziel, sondern von mehreren Zielen abhängig ist, die sich teilweise direkt widersprechen können. Eine verbesserte Konstruktion stellt immer einen Kompromiß dar zwischen den Anforderungen, die der Konstrukteur an eine neue, verbesserte Variante hat. Es ist gezeigt worden, daß Optimierungsaufgaben mit mehreren Zielfunktionen in der Regel nicht nur eine Lösung, sondern eine Menge von Lösungen besitzen, die alle a priori gleichwertig sind. Eine Wertigkeit der Ergebnisse wird erst im zweiten Schritt vom Konstrukteur vorgenommen, der sich aus der Menge der Kompromißlösungen die Lösungen auswählt, die seinen Vorstellungen (Präferenzverhalten) am nächsten kommen. Durch die Möglichkeit mehrere Ziele zu definieren, wird die Formulierung der Aufgabe vereinfacht, da im vorhinein keine Einschränkungen an die Aufgabe gestellt werden muß.

Zur Lösung des Vektoroptimierungsproblems wird ein Verfahren vorgestellt, daß die Aufgabe ohne Transformation in eine skalare Ersatzaufgabe direkt löst und damit in der Lage ist, alle Lösungen des Problems zu finden. Es basiert auf einem stochastischen Suchverfahren und benötigt keine Ableitungen der Zielfunktion. Es ist dadurch gut geeignet, um in Kombination mit numerischen Feldberechnungsmethoden auch komplexe Probleme mit mehreren Zielfunktionen und Restriktionsfunktionen zu lösen. Das Optimierungsverfahren ist sehr stabil gegenüber Fehlereinflüssen, die sich aus der Verwendung von numerischen Berechnungsverfahren ergeben und besitzt nicht die bei direktlösenden Verfahren zur Lösung von Vektoroptimierungsaufgaben oftmals auftretende Erscheinung der "Einnischung" an bestimmten Stellen der Lösungsmenge (vgl. Abschnitt 2.2.3).

Das Optimierungsverfahren wird auf drei Beispielen aus dem Elektromaschinenbau angewendet.

- Das erste Beispiel beschreibt die Optimierung eines permanenterregten Synchrongenerators einer Windkraftanlage nach drei Zielen, nämlich maximaler Generatorleistung, minimalen Materialkosten des magnetisch-elektrischen Kreises und maximalem Generatorwirkungsgrad. Als Randbedingung müssen alle Entwürfe der Bedingung der Entmagnetisierfestigkeit der Hartmagnete im Läufer im Falle eines Klemmenkurzschlusses genügen. Die Auswertung der Ergebnisse zeigt, daß alle technisch sinnvollen Entwürfe sich innerhalb eines schmalen Bandes für den Generatorwirkungsgrad von 93.5% . . . 96.5% bewegen. Die meisten Lösungen befinden sich oberhalb eines Wirkungsgrades von 94%. Der Anstieg der Materialkosten verhält sich stark nichtlinear. Eine Verbesserung des Wirkungsgrades von 0.5% kann zu einer Verdoppelung der Materialkosten des Generator führen.
- Das zweite Anwendungsbeispiel entstammt dem Sondermaschinenbau. Die vierpolige permanenterregte Synchronmaschine dient als Spindeltrieb einer Werkzeugmaschine für die Fräzbearbeitung. Es werden zwei Maschinentypen optimiert, deren Maximaldrehzahl 16000/*min* und 20000/*min* betragen. Die Nennleistung der Maschine soll bei 6000/*min* erreicht werden und sowohl die Spannung, wie auch die Leistung der Maschine sollen im Bereich der Nenndrehzahl bis zur Maximaldrehzahl konstant bleiben. Bei dem hierfür notwendigen Feldschwächbetrieb bei steigender Drehzahl darf die thermische Belastung der Ständerwicklung einen bestimmten Wert nicht überschreiten. Weiterhin wird durch eine angeschlossene analytische Kraftberechnung sichergestellt, daß die Festigkeit des Läufers auch bei Schleuderdrehzahl gegeben ist. Die Ergebnisse sind für beide Drehzahlen in etwa identisch. Für den Fall 16000/*min* sind bei Nenndrehzahl Leistungen zwischen 27.10kW und 29.88kW und bei 20000/*min* Leistungen zwischen 25.8kW und 28.6kW möglich. Hierbei wird eine maximale Spannungsdifferenz von 20V zwischen Nenn- und Maximaldrehzahl akzeptiert. Es werden keine Varianten gefunden, deren Leistungen bei Nenn- und Maximaldrehzahl identisch sind. Die Leistung bei Maximaldrehzahl ist immer deutlich höher. Die Bedingung einer konstanten Spannung bei Nenn- und Maximaldrehzahl kann erfüllt werden. Nur bei einer Maximaldrehzahl von 20000/*min* werden Varianten gefunden, deren mechanische Festigkeiten an die Restriktionsgrenze stoßen. Bei allen Varianten ist die thermische Belastung der Ständerwicklung maximal groß, alle Lösungen liegen an der Restriktionsgrenze.

- Im dritten Anwendungsbeispiel wird der Läufer einer hochdrehenden, vierpoligen, permanentenerregten Synchronmaschine (Nenndrehzahl $24000/min$) bei vorgegebenem Blechschnitt des Ständers optimiert. Die Permanentmagnete werden durch eine Glas-Faser-Bandage an der Oberfläche des Läufers fixiert. Gesucht werden Läuferkonstruktionen, die zu maximaler Maschinenleistung bei minimalem Magnetvolumen und minimalem Oberwellenverlustfaktor führen. Hierbei muß sowohl die Festigkeit der Läuferbandage bei Schleuderdrehzahl wie auch die Entmagnetisierfestigkeit der Permanentmagnete im Läufer im Falle eines Klemmenkurzschlusses sichergestellt sein. Die Ergebnisse zeigen, daß die möglichen Varianten, die sowohl mechanisch, hinsichtlich der Bandagen Auslegung, wie auch magnetisch, hinsichtlich der Entmagnetisierfestigkeit der Läufermagnete, hoch ausgenutzt werden, in einem Leistungsbereich von $25kW$ bis $35kW$ liegen. Eine Reduktion des Oberwellenverlustfaktors erfordert eine zum Teil erhebliche Vergrößerung des Magnetvolumens. An einem ausgewählten Beispiel eines $30kW$ Maschinenentwurfs wird gezeigt, daß die Reduktion des Oberwellenverlustfaktors um 29.5% eine Magnetvolumenzunahme von 77% erfordert. Die mechanischen Beanspruchung der Bandage bleibt bei allen Entwürfen unterhalb des geforderten Limits. Entwurfsbestimmend ist bei allen hochausgenutzten Konstruktionen die Entmagnetisierfestigkeitsbedingung im Falle eines Klemmenkurzschlusses, die hier bei allen Varianten an der Restriktionsgrenze verläuft.

Die Anwendung des VEKOPT-Verfahren hat sich als sinnvolles Hilfsmittel erwiesen, um die zum Teil komplexen Aufgaben, die sich bei der Verbesserung von elektrischen Geräten ergeben, zu lösen. Durch die Möglichkeit, mehrere Ziele zu definieren, ist es leichter eine Optimierungsaufgabe zu formulieren, die zu einem verbesserten Entwurf führt, da im vorhinein die Aufgabe nicht eingeschränkt werden muß.

Das VEKOPT-Verfahren ist so aufgebaut, daß es problemlos parallelisiert werden kann und dadurch die zum Teil erheblichen Rechenzeiten stark reduziert werden können. Dann wäre es auch denkbar, die numerische Feldberechnung auf dreidimensionale Probleme auszudehnen und beispielsweise durch angekoppelte mechanische oder thermische Berechnungsprogramme zu ergänzen, um so die Entwurfsaufgabe noch realitätsnäher zu lösen.

Anhang A

Verwendete Formelzeichen

A	Vektorpotential [Vs/m], Fläche [m ²]
A_{Nut}	Querschnittsfläche der Ständernut [m ²]
\vec{dA}	Flächenvektor in Normalenrichtung [m ²]
a	Laufindex, Anzahl paralleler Kreise
a_k	FOURIER-Koeffizient
B	magnetische Flußdichte [T]
${}_B H_C$	Koerzitivfeldstärke [T]
B_1	Feldgrundwelle der magnetischen Flußdichte [T]
B_δ	Verlauf der magnetischen Flußdichte im Luftspalt [T]
B_n	magnetische Flußdichte in Normalrichtung [T]
B_R	Remanenzflußdichte des Magnetmaterials [T]
B_J	magnetische Flußdichte im Ständerjoch [T]
B_Z	magnetische Flußdichte im Ständerzahn [T]
b	Laufindex
b_k	FOURIER-Koeffizient
b_N	Nutbreite [m]
b_o	Nutöffnung [m]
b_Z	Zahnbreite [m]
\vec{b}	Vektor der Restriktionsgrenzen
C	Gesamtkosten [DM]
D	Durchmesser bis Magnetoberkante [m]
D_a	Außendurchmesser Blechpaket [m]
D_i	Innendurchmesser Statorblechpaket [m]
d_L	Lagerdurchmesser [m]
d	Achsenbezeichnung, Dicke Glas-Faser-Bandage [m]
d_w	Wellendurchmesser [m]
ΔD	Glas-Faser-Bandagen Untermaß [m]

E	Energie einer Population [J]
E_B	Elastizitätsmodul [N/m ²]
F	freie Energie [J]
F_L	Kraft auf Lager [N]
\vec{F}	Kraftvektor [N]
\vec{f}	Zielfunktionsvektor der Vektoroptimierungsaufgabe
f	Zielfunktion der Vektoroptimierungsaufgabe, elektrische, mechanische Frequenz [1/s]
f_t	Flächenkraftdichte in Tangentialrichtung [N/m ²]
f_n	Flächenkraftdichte in Normalrichtung [N/m ²]
f_V	Volumenkraftdichte [N/m ³]
\vec{f}_c	Zielfunktionsvektor der funktionaleffizienten Punkte im VEKOPT-Verfahren
\vec{f}_e	Zielfunktionsvektor der Suchpunkte je Suchzyklus des VEKOPT- Verfahrens
f_{min}	Minimalstelle einer Zielfunktion
\vec{g}	Vektor der Ungleichheitsrestriktionen der Vektoroptimierungsaufgabe
∇f	Zielfunktionsgradient
H	Enthalpie [J], magnetische Feldstärke [A/m]
H_i	Hilfsfeld [A/m]
H_t	magnetische Feldstärke in Tangentialrichtung [A/m]
\vec{h}	Vektor der Gleichheitsrestriktionen der Vektoroptimierungsaufgabe
h_L	Rückenhöhe Rotor [m]
h_M	Magnethöhe [m]
h_N	Nuthöhe [m]
h_S	Steghöhe der Ständernut [m]
h_{s1}	Positionshöhe des Magnets im Läufer [m]
h_{s2}	Neigungsmaß des Magnets im Läufer [m]
i	Laufindex, Stromstärke [A]
I	Stromstärke [A]
\hat{I}_k	Höchstwert Kurzschlußstrom [A]
I_{k0}	Dauerkurzschlußstrom [A]
J	Stromdichte [A/m ²]
j	Laufindex
K	Punkt der PARETO-Menge, konvexer Kegel
k	Laufindex, Anzahl der Ungleichheitsrestriktionen der Vektoroptimierungsaufgabe, Ordnungszahl, Oberwellenverlustfaktor

$k_{J,Fe}$	Oberwellenverlustfaktor Joch
$k_{Z,Fe}$	Oberwellenverlustfaktor Zahn
k_C	CARTER-Faktor
k_F	Nutfüllfaktor
k_{Fe}	Eisenfüllfaktor
k_0	Anzahl Startpunkte des VEKOPT-Verfahrens, spezifische Oberflächenwärme
k_{VJ}	Verschlechterungsfaktor Joch
k_{VZ}	Verschlechterungsfaktor Zahn
L_d	Synchroninduktivität [H]
$L_{h,unges.}$	ungesättigte Hauptinduktivität [H]
L_σ	Streuinduktivität [H]
$L_{\sigma,Nut}$	Nutstreuinduktivität [H]
$L_{\sigma,O}$	Oberwellenstreuinduktivität [H]
$L_{\sigma,Stirn}$	Stirnstreuinduktivität [H]
$L_{\sigma,zk}$	Zahnkopfstreuinduktivität [H]
l_i	Blechpaketlänge [m]
l_W	Gesamtlänge eines Windungsstranges [m]
l_S	Stirnverbinderlänge der Spulen [m]
M	Magnetisierung [A/m]
M	zulässiger Zielfunktionsraum der Vektroptimierungsaufgabe, Drehmoment [Nm]
M_N	Nenndrehmoment [Nm]
m	Anzahl Phasen der Drehstromwicklung
m_J	Masse Ständerjoch [kg]
m_{Fe}	Eisengewicht [kg]
m_{Mag}	Magnetgewicht [kg]
m_{Cu}	Kupfergewicht [kg]
m_u	Multiplikatorfaktor des Penaltyterms
m_Z	Masse Ständerzähne [kg]
N	Anzahl Nuten
N_p	Anzahl Individuen einer Population bei Evolutionsstrategien,
n	Index, Laufindex, Anzahl der Parameter der Vektroptimierungs- ausgabe, mechanische Drehzahl [1/s]
\vec{n}	Vektor in Normalenrichtung
n_c	Anzahl der funktionaleffizienten Punkte im VEKOPT-Verfahren
n_e	Anzahl Punkte im Suchzyklus des VEKOPT-Verfahrens
n_s	Anzahl erfolgreicher Suchschritte des VEKOPT-Verfahrens
n_k	Anzahl Suchschritte im VEKOPT-Verfahren
n_{syn}	synchrone Drehzahl [1/s]

P	PARETO-Menge der Zielfunktion
P_{ab}	abgegebene Leistung [W]
P_{add}	Zusatzverluste nach IEC34-2d [W]
P_i	innere Leistung [W]
P_{mech}	mechanische Leistung [W]
P_N	Nennleistung [W]
P_V	Verlustleistung [W]
P_{Vcu}	OHMsche Verluste in der Ständerwicklung [W]
P_{VFeJ}	Eisenverluste Ständerjoch [W]
P_{VFeZ}	Eisenverluste Ständerzähne [W]
P_{V0o}	Verluste durch Ankernutung [W]
P_{V0}	Oberflächenreibungsverluste an der Oberfläche des Rotors [W]
P_{V0S}	Oberflächenreibungsverluste an den Rotorstirnflächen [W]
P_{VL}	Lagerreibungsverluste [W]
P_{V01}	Verluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt [W]
P_{zu}	zugeführte Leistung [W]
p	Anzahl der Zielfunktionen der Vektoroptimierungsaufgabe, Polpaarzahl, Anpresskraft [N/m ²]
p_B	Anpresskraft Glas-Faser-Bandage [N/m ²]
p_{res}	Restanpresskraft der Glas-Faser-Bandage auf Läuferoberfläche [N/m ²]
p_M	Anpresskraft Magnet [N/m ²]
Q	Energie [J]
q	Anzahl der Gleichheitsrestriktionen der Vektoroptimierungs- aufgabe, Energie pro Länge [J/m], Anzahl Nuten je Pol und Strang, Achsenbezeichnung
q_{cu}	Fläche Kupfer je Ständernut [m ²]
R	OHMscher Widerstand [Ω]
R^n	Menge der reellen Zahlen im n -dimensionalen Raum
r	Skalierungsfaktor des Penaltyterms, Radius [m]
r_B	Schwerpunktradius Glas-Faser-Bandage [m]
r_M	Schwerpunktradius Hartmagnet [m]
r_W	Läuferblechpaket-Innenradius [m]
$step$	Suchschrittweite im VEKOPT-Verfahren
T	absolute Temperatur [K], Zeit [s]
T_a	Abklingzeitkonstante [s]
t	Zeit [s]
\overleftarrow{T}	MAXWELLScher Spannungstensor
ΔU	Spannungsdifferenz [V]
U	Klemmenspannung [V]

U_d	Zwischenkreisspannung [V]
U_i	innere Spannung [V]
U_p	Polradspannung [V]
U_N	Nennspannung [V]
V	Volumen [m ³]
V_{Mag}	Magnetvolumen [m ³]
dV	Volumenelement [m ³]
v	Geschwindigkeit [m/s]
v_{10}	spezifischer Verlustkoeffizient einer Blechsorte bezogen auf $1T$
W	Spulenweite
w_{sp}	Windungszahl pro Nut
w_1	Windungszahl
X_h	Hauptreaktanz [Ω]
X_σ	Streureaktanz [Ω]
$X_{\sigma Nut}$	Nutstreureaktanz [Ω]
$X_{\sigma Stirn}$	Stirnstreureaktanz [Ω]
$X_{\sigma O}$	Oberwellenstreureaktanz [Ω]
\vec{x}	Parametervektor der Vektoroptimierungsaufgabe
$\vec{x}\bar{c}$	Parametervektor der funktionaleffizienten Punkte im VEKOPT-Verfahren
$\vec{x}\bar{e}$	Parametervektor der Suchpunkte im VEKOPT-Verfahren
\vec{x}_u	Vektor der Parameteruntergrenze der Vektoroptimierungsaufgabe
\vec{x}_o	Vektor der Parameterobergrenze der Vektoroptimierungsaufgabe
v_L	Lagergeschwindigkeit [m/s]
Y	gleichverteilte Zufallszahl im Bereich ($Y = 0, \dots, 1$)
z	Koordinaten des Zielfunktionsraums der Vektoroptimierungsaufgabe
\vec{z}	Anspruchsniveauvektor der Methode der Zielgewichtung
Z	Zielfunktionsraum der Vektoroptimierungsaufgabe
α	Winkel zwischen Stromzeiger und d -Achse, Streubreitenreduktionsfaktor des VEKOPT-Verfahrens, Polbedeckungswinkel
α_{m1}	unterer Magnetwinkel
α_{m2}	oberer Magnetwinkel
β	Exponent des Penaltyterms, Maßzahl für Feldschwankungen des Luftspaltfeldes
γ	Winkel zwischen Ständer- und Läuferfeld aus harmonischer Analyse
δ	Luftspaltweite [m]
δ_i	magnetisch wirksame Luftspaltweite [m]
η	Wirkungsgrad
Θ	Durchflutung [A]

Θ_a	Ankerdurchflutung [A]
Θ_p	Polraddurchflutung [A]
Θ_N	Nenndurchflutung [A]
ϑ	Polradwinkel
ϑ_i	innerer Polradwinkel
κ	Steuerwinkel
λ	Wichtungsfaktor der Methode der Zielgewichtung
λ_N	spezifischer magnetischer Leitwertfaktor der Nutstreuung
λ_S	spezifischer magnetischer Leitwertfaktor der Stirnstreuung
μ	Mittelwert einer Normalverteilung, Permeabilität [Vs/A/m]
μ_M	konstante Permeabilität des Hartmagneten [Vs/A/m]
μ_L	Reibungskoeffizient
μ_r	relative Permeabilität
μ_0	magnetische Feldkonstante [Vs/A/m]
ξ	Ortskoordinate
ξ_1	Wicklungsfaktor
π	LUDOLPHsche Zahl
ρ_{140}	spezifischer Widerstand von Kupfer bei 140°C [Ω /m]
ρ_B	spezifische Dichte der Glas-Faser-Bandage [kg/m^3]
ρ_{Fe}	spezifische Dichte von Eisen [kg/m^3]
ρ_M	spezifische Dichte des Hartmagneten [kg/m^3]
σ	Streubreite einer Normalverteilung
σ_H	Hystereseverlustkoeffizient
σ_W	Wirbelstromverlustkoeffizient
σ_{01}	Faktor zur Berechnung der Oberwellenstreuinduktivität
σ_z	mechanische Spannung [N/m^2]
σ_{max}	maximale mechanische Spannung [N/m^2]
τ_N	Nutteilung [m]
τ_p	Polteilung [m]
Φ	magnetischer Fluß [Wb]
Φ_m	skalares magnetisches Potential [A/m]
φ	Phasenwinkel
φ_i	innerer Phasenwinkel
χ	Verlustkoeffizient
Ω	zulässiger Parameterraum der Vektoroptimierungsaufgabe
Ω'	beschränkter zulässiger Parameterraum der Vektoroptimierungsaufgabe
ω	elektrische Kreisfrequenz [1/s]
ω_{mech}	mechanische Kreisfrequenz [1/s]
ω_{schl}	mechanische Schleuderkreisfrequenz [1/s]

Literaturverzeichnis

[1] **Boules N.:**

Design Optimization of Permanent Magnet DC Motors, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 26, No.4, pp. 786-792, July/August 1990.

[2] **Bhowmik S., Spee R., Enslin H. R. J.:**

Performance Optimization for Double Fed Wind Power Generation Systems, Industry Applications Conference, 1998, Thirty-Third IAS Annual Meeting, Vol. 3, pp. 2387-2394, Published: 1998.

[3] **Ratajewicz-Mikolajczak E., Sikorka J., Starzynski J., Wincenciak S.:**

Methods of Optimal Shape Design in Electrical Machines: A Comparative Study, Proc. of the International Conference on Electrical Machines, ICEM, Vol. 2, pp. 750-755, Istanbul, 1998.

[4] **Bianchi N., Bolognani S.:**

Design optimisation of electric motors by genetic algorithms, IEEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 145, No. 5, pp. 475-483, September 1998.

[5] **Harmarat S., Leblebicioglu K., Ertan B. H.**

Comparison of Deterministic and Non-deterministic Optimization Algorithms for Design Optimization of Electrical Machines, ICEM, Vol. 3, pp. 1477-1482, Istanbul, 1998.

[6] **Borghi C. A., Casadei D., Cristofolini A., Fabbri M., Serra G.:**

Application of a multiobjective minimization technique for reducing the torque ripple in permanent-magnet motors, IEEE Transactions on Magnetics, Volume: 34 5 1, pp. 2956-2959, 1998.

- [7] **Appelbaum J., Erlicki M. S.:**
Optimized design of induction machines, IEEE Summer Power Meeting, 1968.
- [8] **Girdinio P., Molfino P., Molinari G., Viviani A.:**
A package for computer aided design for power electrical engineering, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 19, 1983.
- [9] **Ullrich M.:**
Optimierung elektromagnetischer Stellglieder an Beispielen von Naddruckköpfen für Impact Matrixdrucker, Darmstädter Dissertation D17, 1989.
- [10] **Pareto V.:**
Manual of political economy, Übersetzung der französischen Ausgabe von 1927, The Macmillan Press, 1971.
- [11] **Russenschuck S.**
Mathematische Optimierung permanenterregter Synchronmaschinen mit Hilfe der numerischen Feldberechnung, Fortschr.-Ber. VDI Reihe 21 Nr.80, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1991.
- [12] **Schäfer-Jotter M.:**
Beitrag zur Optimierung elektrotechnischer Geräte mit Hilfe der numerischen Feldberechnung, Darmstädter Dissertation D17, 1989.
- [13] **Sinha U., Kirtley Jr. L. J.:**
Induction Motor Design Optimization, Proc. of the International Conference on Electrical Machines, ICEM, Vol. 1, pp. 290-295, Istanbul, 1998.
- [14] **Min S., Nishiwaki S., Kikuchi N.:**
Unified topology design of static and vibrating structures using multi-objective optimization, Computer & Structures, Elsevier Science Ltd., pp. 93-116, January 1999.
- [15] **Wijenayake A., Bailey J. M., Mc Cleer P. J.**
Design Optimization of an Axial Permanent Magnet Brushless DC Motor for Electrical Vehicle Application, Electric Machines and Drives Conference Record, IEEE International, pp. TD1/1.1 -TD1/1.3, Published: 1997.

- [16] **Ojo O.:**
Multiobjective optimum design of electrical machines for variable speed motor drive, Conference Record of the 1991 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, pp. 163-168 vol.1, Published: 1991.
- [17] **Sim D. J., Jung H. K., Hahn S. Y., Won J. S.:**
Application of vector employing modified genetic algorithm to permanent magnet motor design, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 33, No. 2, pp. 1888-1891, March 1997.
- [18] **Göpfert A., Nehse R.**
Vektoroptimierungsverfahren, Theorie, Verfahren und Anwendungen, BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1990.
- [19] **Fandel G.:**
Optimale Entscheidung bei mehrfacher Zielsetzung, Berlin, Heidelberg, New York, Springer, 1972.
- [20] **Benayoun R., de Montgolfier J., Tergny J., Laritchev O.:**
Linear Programming with Multiple Objective Functions: STEP Method (STEM), Mathematical Programming, Vol. 1 , pp. 366-275, 1971.
- [21] **Jahn J.:**
Ein Verfahren zur interaktiven Lösung nichtlinearer Vektoroptimierungsaufgaben, OR Spektrum, Vol 3. pp. 239-243, 1982.
- [22] **Geoffrion A. M., Dyer J. S., Feinberg A.:**
An Interactive Approach for Multicriterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department., Academic Science, Vol 19, No. 4, pp. 357-368, 1972.
- [23] **Schöneburg E., Heinzmann F., Feddersen S.:**
Genetische Algorithmen und Evolutionsstrategien. Eine Einführung in Theorie und Praxis der Evolution, Addison-Wesley, 1994.
- [24] **Schaffer J. D.:**
Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithm, Proc. of the Int. Conf. on Genetic Algorithm and their Applications, Morgan-Kaufman, pp. 93-100, 1985.

- [25] **Fonseca C. M., Fleming P. J.:**
An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization, Evolutionary Computation, 3(1), pp. 1-16, 1995.
- [26] **Zitzler E., Thiele L.:**
Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 3, No. 4, pp. 257-271, November 1999.
- [27] **Fourman M. P.:**
Compaction on symbolic layout using genetic algorithm, Proc. of the 1st ICCA, pp. 141-153, 1985.
- [28] **Kursawe F.:**
A variant of evolution strategies for vector optimization, Parallel Problem Solving from Nature, pp. 193-197, Springer, 1991.
- [29] **Goldberg D. F.:**
Genetic algorithms in search, optimization and machine learning, Addison-Wesley, 1989.
- [30] **Fonseca C. M., Fleming P. J.:**
Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation, discussion and generalization, Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms and their Applications, pp. 416-423, 1993.
- [31] **Horn J., Nafpliotis N., Goldberg D. E.:**
A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization, Proc. of the 1th ICEC, International Conference of Evolutionary Computation, pp. 82-87, 1994.
- [32] **Tamaki H., Mori M., Araki M., Mishima Y., Ogai H.:**
Multicriteria optimization by genetic algorithms: a case of scheduling in hot rolling processes, Proc. of the 3rd APORS, Association of Asian-Pacific Operations Research Societies, pp. 374-381, 1995.
- [33] **Tanaka Y., Yamamura M., Kobayashi S.:**
An approach to portfolio selection problems using multiobjective genetic algorithms, Proc. of the 23rd Symposium Intelligent Systems, pp. 103-108, 1996.

- [34] **Kita H., Yabumoto Y., Mori N., Nishikawa Y.:**
Multiobjective optimization by means of the thermodynamical genetic algorithm, In Proceedings of Parallel Problem Solving from Nature (PPSN) 4, pp. 513-523, Berlin, 1996.
- [35] **Mori N., Yoshida J., Tamaki H., Kita H., Nishikawa Y.:**
A thermodynamical selection rule for the genetic algorithm, Proc. of the IEEE 2nd Int. Conf. on Evolutionary Computation, pp. 188-192, 1995.
- [36] **Belengundu A. D., Murthy D. V., Salagame R. and Constans E. W.:**
Multiobjective optimization of laminated ceramic composites using genetic algorithms, in 5th AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Panama City, Florida, pp. 1015-1022, 1994.
- [37] **Srinivas N., Deb K.:**
Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms, Evolutionary Computation 2(3), pp. 221-248, 1995.
- [38] **Kahlert J.:**
Vektorielle Optimierung mit Evolutionsstrategien und Anwendungen in der Regelungstechnik, Fortschr-Ber. VDI Reihe 8, Nr. 234, Düsseldorf, VDI-Verlag, 1991.
- [39] **Fletcher R.:**
Practical Methods of Optimization, second edition, John Wiley & Sons, Chicester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, 1991.
- [40] **Schlemmer E., Kleinhaentz R., Harb W., Lichtenecker G., Mueller F.:**
Optimisation of large salient pole generators using evolution strategies and genetic algorithms, Proceedings of ICEM 2000, Espoo, Finland, pp. 1030-1034, August 28-30, 2000.
- [41] **Schlemmer E., Harb W., Kleinhaentz R., Lichtenecker G., Mueller F.:**
Multi-criterion optimisation of hydroelectric generators using λ evolutionary algorithms and regular expressions, Proceedings of Hydro 2001, Riva del Garda, Italy, pp. 567-574, September 27-29, 2001.

- [42] **Schlemmer E., Harb W., Kleinhaentz R., Lichtenecker G., Mueller F.:**
Application of intelligent systems to the optimisation of hydroelectric generators, Proceedings of Power-Gen Europe 2000 (CD-ROM), June 20-22, 2000, Helsinki, Finland
- [43] **Schätzer C., Binder A., Müller W.,** *A new approach for solving vector optimization problems*, IEEE Transactions on Magnetics, Volume: 36 4 1, pp. 1071-1077, Published: July 2000.
- [44] **Rechenberg I.:**
Evolutionsstrategie, Friedrich Fromann Verlag , Stuttgart, 1973.
- [45] **Schwefel H. P.:**
Numerische Optimierung von Computer-Modellen mittels Evolutionsstrategie, Birkhäuser Verlag Basel, 1977.
- [46] **Jacoby S. L. S., Kowalik J. S., Pizzo J. T.:**
Iterative Methods for Nonlinear Optimization Problems, Prentice-Hall, Series in Automatic Computation, Englewood Cliffs, New Jersey, 1972.
- [47] **Silvester P. P., Ferarri R. L.:**
Finite Elements for Electrical Engineers, Third Edition, Cambridge University Press, 1996.
- [48] **Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M.:**
Lectures on Physics, Addison-Wesley, 1970.
- [49] **Müller W., et alt.:**
Numerical Solution of 2- and 3-Dimensional Nonlinear Field Problems by Means of the Computer Program PROF1, Archiv für Elektrotechnik 65, pp. 299-307, 1982.
- [50] **Simonyi K.:**
Theoretische Elektrotechnik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1977.
- [51] **Spiegel M. R.:**
Schaum's Outline of Theory and Problems of Calculus of Finite Differences and Difference Equations, McGraw-Hill Companies, 1971.

- [52] **Küpfmüller K.:**
Einführung in die theoretische Elektrotechnik, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New-York, Tokyo, 11. Auflage, 1984.
- [53] **Böhmeke G., Boldt R., Beneke H.:**
Direct drive, geared drive, intermediate solutions-comparison of design features and operating economics, Proceedings of the international European wind energy conference, pp. 664-667, Ireland, October 1997.
- [54] **Hartkopf T., Hofmann M., Jöckel S.:**
Direct-drive generators for megawatt wind turbines, Proceedings of the international European wind energy conference, pp. 665-671, Ireland, October 1997.
- [55] **Epskamp T., Hagenkort B., Hartkopf T., Jöckel S.:**
No gearing, no converter-assessing the idea of highly reliable permanent-magnet induction generators, Proceedings of the international European wind energy conference, pp. 813-816, Nice, France, March 1999.
- [56] **Wu W., Ramsden V.S., Crawford T., Hill G.:**
A low-speed, high-torque, direct-drive permanent magnet generator for wind turbines, Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE, Volume 1, pp. 147-154, Roma, Published: 2000.
- [57] **Chen J.Y., Nayar C.V.:**
A direct-coupled, wind-driven permanent magnet generator, Energy Management and Power Delivery, 1998. Proceedings of EMPD '98, Volume 2 ,pp. 542-547, Published: 1998.
- [58] **Schätzer C., Binder A.:**
Vector optimization of two-dimensional numerical field problems applied to the design of a wind-turbine generator, Mathematics and computers in simulation, 49, (1999) pp. 105-117, Elsevier, Science B.V Netherland.
- [59] **NN:**
Documents of the company Enercon, Aurich, Germany, 1995.

- [60] **NN:**
Selten-Erd-Dauermagnete, VACODYM, VACOMAX, Vacuum-schmelze GmbH (VAC), Hanau, 2000.
- [61] **Kleinrath H.:**
Grundlagen elektrischer Maschinen, Akademische Verlagsgesellschaft Wiesbaden, 1975.
- [62] **Richter R., Prassler, H.:**
Elektrische Maschinen Band 1, Allgemeine Berechnungselemente und die Gleichstrommaschine, Verlag Birkhäuser, Basel, 1967.
- [63] **Richter R., Brüderlink R.:**
Elektrische Maschinen Band 2, Synchronmaschinen und Einankerumformer, Verlag Birkhäuser, Basel, 1967.
- [64] **Richter R.:**
Elektrische Maschinen Band 4, Die Induktionsmaschinen, Verlag Birkhäuser, Basel, 1953.
- [65] **Schuisky W.:**
Berechnung elektrischer Maschinen, Springer, Wien, 1960.
- [66] **Müller, G.:**
Elektrische Maschinen, Theorie rotierender elektrischer Maschinen, VEB Verlag Technik, Berlin, 1967.
- [67] **Vogt K.:**
Berechnung elektrischer Maschinen, VCH Verlagsanstalt, Weinheim, 1996.
- [68] **Wiedemann E., Kellenberger W.:**
Berechnung elektrischer Maschinen, Springer Verlag, Wien, 1967.
- [69] **Chalmers B. J., Akmese R., Musaba L.:**
Validation of procedure for prediction of field-weakening performance of brushless synchronous machines, International Conference on Electrical Machines, Vol 1, pp. 320-323, Istanbul, Sept. 1998.

- [70] **Uddin M. N., Radwan T. S., Rahman M. A.:**
Performance of interior permanent magnet motor drive over wide speed range, Proceedings IEEE International, Electrical Machines and Drives Conference (IEMDC) , pp. 31-33, Seattle, 1999.
- [71] **Ionel D. M., Eastham J. F., Demeter E. , Hill-Cottingham R. J.:**
Permanent magnet behavior in synchronous motors operating in flux weakening mode, Proceedings Symposium on Power Electronics, Industrial Drives, Power Quality, Traction Systems (Speedam), pp. (B8-23)-(B8-27), Capri (Italy) 1996.
- [72] **Rahman M.F.; Zhong L.; Lim K.W.:**
A direct torque controlled interior permanent magnet synchronous motor drive incorporating field weakening, Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS 97., Conference Record of the 1997 IEEE, Volume 1, pp. 67-74, 1997.
- [73] **Krishnan R.:**
Control and operation of PM synchronous motor drives in the field-weakening region, Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1993. Proceedings of the IECON '93., International Conference on Published: 1993, pp. 745-750 vol.2, 1993.
- [74] **Soong W.L.; Ertugrul N.:**
Field-weakening performance of interior permanent magnet motors, Industry Applications Conference, 2000, Conference Record of the 2000 IEEE Volume 1, pp. 416-423, 2000.
- [75] **Schätzer C., Binder A., W. Müller:**
Vector Optimization of a High-Speed Drive using Two-Dimensional Numerical Field Calculation, Proceedings International Symposium on Electromagnetic Fields in Electrical Engineering (ISEF), Pavia Italy, 1999, Conference Records, pp. 401-405, 1999.
- [76] **NN.:**
Ansys Inc., Southpoint, 275 Technology drive, Cannonsburg, PA 15317

- [77] **Keller R.:**
Auslegung, Bau und Betrieb eines permanenterregten Stromrichter-motors, VDE Verlag, Berlin, Offenbach, 1999.
- [78] *International Standard, CEI IEC 34-2, Rotating electrical machines, Part 2: Methods for determining losses and efficiency of rotating electrical machinery from tests (excluding machines for traction vehicles)*, IEC, International Electrotechnical Commission, 1972.
- [79] *International Standard, CEI IEC 34-1, Rotating electrical machines, Part 1: Rating and performance*, IEC, International Electrotechnical Commission, 1996.
- [80] **Greifenstein E., Andresen E.:**
High speed 3phase AC motor with cage rotor and with permanent magnet rotor, Proceedings Symposium on Power Electronics, Industrial Drives, Power Quality, Traction Systems (Speedam), pp. (C3-13)-(C3-18), Sorrento (Italy) 1998.
- [81] **Greifenstein E.:**
Entwurf, Konstruktion und experimentelle Untersuchungen von hoch-tourigen Drehstrommaschinen mit Käfigläufer und mit Permanentmagnetläufer, Berichte aus der Elektrotechnik, Verlag Shaker, 2000.
- [82] **Schätzer C., Binder A.:**
Design optimization of a high-speed permanent magnet machine with the VEKOPT algorithm, Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE, Volume 1, pp. 439-444, 2000.
- [83] **Carlowitz B.:**
Kunststoff Tabellen, 4. Auflage, Carl Hanser Verlag München, Wien, 1995.

Index

- Abbruchbedingung, 39, 42
- Abbruchkriterium, 39
- Bandage
 - Anpreßkraft, 130, 131
 - Aufbau, 130
 - Dichte, 132
 - Kesselformel, 131
 - Reißgrenze, 132
 - Temperatur, 132
 - Vorspannung, 130, 131
 - Zugbeanspruchung, 130, 141
- Bestromungsart
 - Bischofsmütze, 88–92
 - Trapez, 88, 89, 91
- CARTER-Faktor, 97
- Dialogverfahren, 19
 - Methode von GEOFFRION, 20
 - Methode von JAHN, 20
 - Nutzenfunktionsverfahren, 19
 - Raumverkleinerungsverfahren, 19
 - STEP-Verfahren, 19
 - Verfahren von FANDEL, 19
- Direktlösende Verfahren, 21
 - Evolutionsstrategien, 21
 - Individuen, 21
 - Population, 21
 - genetische Algorithmen, 21
 - Bit-Vektor, 21
- dominant, 10
- Drehfeldwicklung, 58, 65
- Drehmoment, 54, 60, 63, 65, 69, 88, 91, 123
 - Berechnungsmethoden, 60
- Drehstromwicklung, 67, 95
- Eisenverluste, 70, 99, 125
- Elastizitätsmodul, 130
- Entmagnetisierungskurve, 133
- Entwurfsparameter, 6
- feldorientierter Betrieb, 65, 88, 106, 123
- Finite-Differenzen-Netz, 27, 107, 123
- Finite-Differenzen-Verfahren, 50
- Flüssigkeitsmantelkühlung, 94, 103
- Fliehkraft, 130
- Fortpflanzung, 21
- FOURIER-Koeffizienten, 59
- funktionaleffizient, 9, 11, 19, 32, 34
 - schwache Effizienz, 14, 17
- GAUSS-Verteilung, 29
 - Streubreite, 29
- Gitternetz, 27, 51, 56, 75, 135
- gleichverteilte Zufallszahl, 33
- Grundwellendrehmoment, 89
- innere Spannung, 57, 69, 70, 72, 73, 98
- innerer Phasenwinkel, 59, 69, 73, 98
- innerer Polradwinkel, 59, 98
- Klemmenkurzschluß, 72, 125, 141
- Klemmenspannung, 65, 70, 72, 94, 96, 98, 104, 105, 116, 126
- Koerzitivfeldstärke, 96, 124

Kraftberechnung
 aus Hüllfläche, 54
 Energiebilanz, 57
 Spannungstensor, 52

Leistung
 abgegebene, 69, 101, 105, 108,
 109, 126, 136, 141
 innere, 59, 69, 70, 101, 125
 zugeführte, 70, 75, 76, 80

Leistungsbilanz, 60, 98, 101, 126

Lochzahl, 58, 68, 124

Luftspalt
 magnetisch wirksamer, 130
 mechanischer, 124, 126

Magnetmaterial
 Dichte, 132

MAXWELL
 Feldgleichungen, 49
 Spannungstensor, 52
 hartmagnetische Werkstoffe,
 52
 weichmagnetische Werkstoffe,
 52

mechanische Leistung, 60

Mutation, 21

Normen
 CHEBYSCHEW, 16
 Betragsnorm, 16
 EUKLIDISCHE, 16

Nutdurchflutung, 100

Nutfüllfaktor, 68, 98

Nutrastmoment, 60

Nutteilung, 99, 128

Oberfeld-Streuziffer, 71, 97

Oberwellenverlustfaktor, 124, 127,
 129, 137, 141

Oberwellenzahl, 129

Optimalitätsbedingung, 9, 32

Ordnungsrelation, 8
 komponentenweiser Vergleich, 9
 totale Ordnung, 8

Parameterraum, 7, 30, 31, 43
 zulässiger, 7, 8

PARETO-basierend, 23

PARETO-Menge, 12, 44–46, 77, 108,
 115, 135
 konkave Menge, 10
 konvexe Menge, 10

PARETO-optimal, 9, 15, 16

Penalty-Transformation, 38

Polbedeckungsfaktor, 89, 91, 129

Polbedeckungswinkel, 79, 85, 130,
 137, 141

Polpaarzahl, 58

Polradspannung, 72

Polteilung, 57, 68, 129

Populations-basierend, 22

Präferenzverhalten, 6, 13, 15, 19

PROFI, 49, 50, 52, 58, 135

Remanenzfeldstärke, 133

Restanpreßkraft, 141

Restriktionsfunktion, 46, 76

Restriktionsfunktionen, 6, 38
 Gleichheitsrestriktionen, 7, 29
 Ungleichheitsrestriktionen, 7

Schleuderdrehzahl, 102, 130–132

Schrittweite, 28, 35

Selektion, 21

skalare Nutzenfunktion, 13

Skalarpotentialansatz, 50, 56

spezifischer Widerstand, 68, 98

Spindelantrieb, 93, 103

Spulenwindungszahl, 58, 65, 124

Ständerwicklung
 OHMscher Widerstand, 68, 96,
 98, 99
 Zeitkonstante, 72

stetig normalverteilt, 35
 Steuerwinkel, 59, 114
 Stirnverbinderlänge, 68, 97, 127
 Stoßkurzschluß, 72
 Streureaktanz, 71, 126

- Nutstreuung, 71, 96, 126
- Oberwellenstreuung, 71, 97
- Stirnstreuung, 71, 97, 126
- Zahnkopfstreuung, 71, 126

 Strombelag, 65, 95, 103
 Synchronmaschine, 123

- Durchflutungsdiagramm, 59

Transformationsverfahren, 11

- Lexikographische Methode, 16
- lineare Zielgewichtung, 15
 - Wichtungsfaktoren, 15
- Methode der Beschränkungen, 14
 - Anspruchsniveaus, 14
- Methode der Zielloptimierung, 16

Umrichter, 65, 82, 86, 94

- Ausgangsspannung, 104
- Zwischenkreisspannung, 65

 ungesättigte Hauptinduktivität, 73
 ungesättigte Hauptreaktanz, 97

Vektoroptimierungsaufgabe, 5, 6, 29, 44, 46, 76, 105, 133
 Vektorpotentialansatz, 50, 56
 Verluste

- Hysterese, 67, 98
- Lagerreibungsverluste, 98
- Luftreibungsverluste, 98, 100
- Stromwärme, 68, 70, 98, 99
- Wirbelströme, 67, 98, 100
- Zusatzverluste durch Ankernutzung, 98
- Zusatzverluste durch Oberwellen der Ständerfeldkurve im Luftspalt, 98
- Zusatzverluste nach IEC34-2, 69

Verlustkoeffizient, 67, 99, 129
 Verschlechterungsfaktor, 68, 99
 Wicklungsfaktor, 57, 58, 69, 97
 Wicklungstemperatur, 103
 Windungszahl, 57, 68, 71, 104, 105
 Wirkungsgrad, 5, 6, 63, 65, 67, 70, 75, 101
 Zielfunktionsraum, 8
 Zielfunktionsvektor, 6, 105
 Zielkonflikt, 5, 8
 Zonenfaktor, 71, 97